3 Strahlensätze

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K6
- **Zeichne auf eine Folie ein beliebiges Dreieck und projiziert dieses an die Wand.**
  Es sind individuelle Lösungen möglich.

K6
- **Vergleiche die Formen und Winkel im Originaldreieck und in der Vergrößerung.**
  Die Winkel sind im Original und der Vergrößerung identisch. Die Projektion entspricht in vergrößerter Form der „Form“ des Originaldreiecks. Die Seitenverhältnisse sind gleich geblieben.

K6
- **Miss die Seitenlängen im Originaldreieck und in der Vergrößerung. Welche Zusammenhänge vermutest du?**
  Es sind individuelle Lösungen möglich. Es zeigt sich aber, dass in jedem Dreieck die Verhältnisse der Seitenlängen erhalten bleiben.
  Beispiel: Ist eine Seitenlänge des Dreiecks in der Projektion doppelt (dreimal, ..., halb, ...) so groß wie die enstprechende Seitenlänge im Originaldreieck, so gilt dies auch für die anderen Seitenlängen.

K6
- **Überprüfe deine Vermutungen rechnerisch: bilde dazu den Quotienten aus den Längen zweier „zugehöriger“ Dreiecksseiten. Wiederhole dies für die beiden weiteren Seiten. Was fällt dir auf?**
  Es sind individuelle Lösungen möglich.
  Allgemein ergibt sich, dass der Quotient für alle drei Dreiecksseiten gleich ist. Kleinere Abweichungen im Rahmen von Messungenauigkeiten sind zu vernachlässigen.

K6
- **Berechne näherungsweise den Flächeninhalt des Originaldreiecks und der Vergrößerung. Entnimm die fehlenden Maße der Zeichnung. Was fällt dir hier auf?**
  Es sind individuelle Lösungen möglich.
  Allgemein ergibt sich folgender Zusammenhang: Verdoppeln (verdreifachen, ..., halbieren, ...) sich die Seitenlängen in der Projektion gegenüber dem Originaldreieck, vervierfacht (verneunfacht, ..., viertelt, ...) sich der zugehörige Flächeninhalt.

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

Verständnis

K6 ■ Mit einem Mikroskop untersucht man sehr kleine Gegenstände. Anders als eine Landkarte wird es zum Vergrößern benutzt und ein zugehöriger Maßstab könnte beispielsweise 200 : 1 sein.

K6 ■ Tim hat Recht. Ein Verhältnis von zwei Werten kann als auch als Bruch geschrieben werden: $21 : 9 = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} = 7 : 3$.

K3 **1** Der Maßstab 1 : 4 000 000 bedeutet, dass 1 cm auf der Karte einer Entfernung von 4 000 000 cm = 40 km entspricht. Es ergibt sich also:
$6{,}4 \cdot 40\,\text{km} = 256\,\text{km}$
Berlin und Hamburg sind 256 km voneinander entfernt.

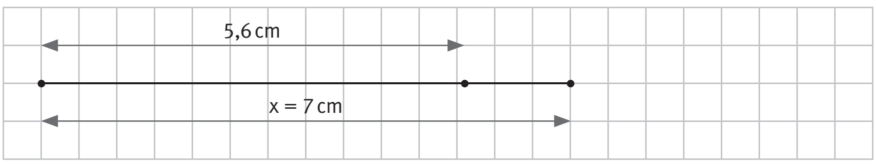
K3 **2** **a)** Das Plüschtier soll eine verkleinerte Version des echten Maskottchens darstellen. Nach dem Maßstab 1 (1 : 24) wäre das Plüschtier nur circa 8 cm groß und damit eher klein für einen Bären. Benutzt man den Maßstab 2, würde 1 mm im Modell 5000 mm = 5 m in der Wirklichkeit entsprechen. Bei einer Größe von 2 m beim Maskottchen wäre das Plüschtier nur 0,2 mm groß und damit winzig. Maßstab 3 (8 : 7) ergibt ebenfalls keinen Sinn, da sich die Größe des Bären kaum ändert. Beim Maßstab 4 (12 : 60) ergäbe sich eine Größe von 40 cm.

b) Beispielsweise könnte man den Maßstab 1 : 10 wählen. Der Plüschbär wäre dann 20 cm groß.

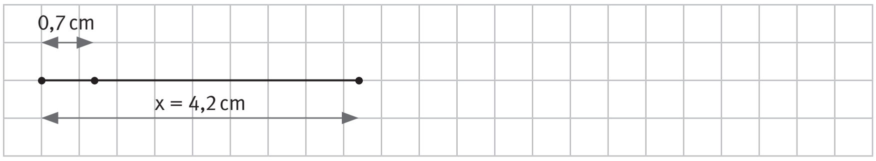
K5 **3**
- Eine Originalstrecke wird im Maßstab 1 : 1 angegeben.
- Gegeben: Maßstab 1 : 29 — Gesucht: Modelllänge G
  $\frac{1}{29} = \frac{x}{23{,}94\,\text{m}} \Rightarrow x = \frac{23{,}94\,\text{m}}{29} \approx 0{,}826\,\text{m} = 82{,}6\,\text{cm}$
- Gegeben: Modelllänge H0 — Gesucht: Maßstab
  $\frac{\text{Original}}{\text{H0}} = \frac{23{,}94\,\text{m}}{27{,}5\,\text{cm}} = \frac{2394\,\text{cm}}{27{,}5\,\text{cm}} \approx 87 \Rightarrow$ Maßstab 1 : 87
- Gegeben: Maßstab 1 : 120 — Gesucht: Modelllänge TT
  $\frac{1}{120} = \frac{x}{23{,}94\,\text{m}} \Rightarrow x = \frac{23{,}94\,\text{m}}{120} \approx 20{,}0\,\text{cm}$
- Gegeben: Modelllänge N — Gesucht: Maßstab
  $\frac{\text{Original}}{\text{N}} = \frac{23{,}94\,\text{m}}{150\,\text{mm}} = \frac{23\,940\,\text{mm}}{150\,\text{mm}} \approx 160 \Rightarrow$ Maßstab 1 : 160
- Gegeben: Maßstab 1 : 220 — Gesucht: Modelllänge Z
  $\frac{1}{220} = \frac{x}{23{,}94\,\text{m}} \Rightarrow x = \frac{23{,}94\,\text{m}}{220} = 0{,}109\,\text{m} = 10{,}9\,\text{cm}$

	Original	G	H0	TT	N	Z
Länge	23,94 m	82,6 cm	27,5 cm	20,0 cm	150 mm	10,9 cm
Maßstab	1 : 1	1 : 29	1 : 87	1 : 120	1 : 160	1 : 220

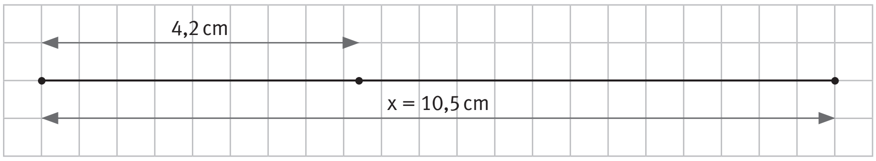
K5 **4** **a)** Gegeben: Verhältnis 4 : 5 und kurze Strecke 5,6 cm
Gesucht: lange Strecke
$\frac{4}{5} = \frac{5{,}6\,\text{cm}}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 5{,}6\,\text{cm}}{4} = 7\,\text{cm}$



b) Gegeben: Verhältnis 1 : 6 und kurze Strecke 0,7 cm
Gesucht: lange Strecke
$\frac{1}{6} = \frac{0{,}7\,\text{cm}}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 0{,}7\,\text{cm}}{1} = 4{,}2\,\text{cm}$



c) Gegeben: Verhältnis 5 : 2 und lange Strecke 10,5 cm
Gesucht: kurze Strecke
$\frac{5}{2} = \frac{10{,}5\,\text{cm}}{x} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 10{,}5\,\text{cm}}{5} = 4{,}2\,\text{cm}$



K3 **5** **a)** ① 88 cm · 49,5 cm (53,5 cm · 30,1 cm) ② 88 cm · 66 cm (53,5 cm · 40,1 cm)
b) ① $\frac{88{,}6\,\text{cm}}{49{,}8\,\text{cm}} \approx 1{,}78 \approx 16 : 9$ ② $\frac{112{,}0\,\text{cm}}{70{,}0\,\text{cm}} = 1{,}6 = 8 : 5$

Wissen

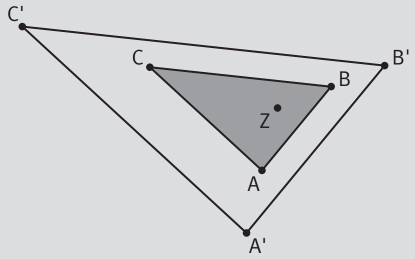
K5/6

- **a)** $\overline{AT} : \overline{TB} = 1 : 3$ **b)** $\overline{AT} : \overline{TB} = 7 : 5$ **c)** $\overline{AT} : \overline{TB} = 1 : 1$
- Eine Strecke von bestimmter Länge soll im Verhältnis 3 : 4 geteilt werden. Insgesamt ist die Strecke damit in 7 gleich lange Teile unterteilt. Drei dieser Teile bilden den ersten Abschnitt, vier dieser Teile den zweiten Abschnitt.
  Gesamtlänge 14 cm: $\frac{14\,\text{cm}}{7} = 2\,\text{cm}$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2\,\text{cm}}{4 \cdot 2\,\text{cm}} = \frac{6\,\text{cm}}{8\,\text{cm}}$
  Gesamtlänge 21 cm: $\frac{21\,\text{cm}}{7} = 3\,\text{cm}$ $\frac{3}{4} = \frac{9\,\text{cm}}{12\,\text{cm}}$
  Gesamtlänge 18,9 cm: $\frac{18{,}9\,\text{cm}}{7} = 2{,}7\,\text{cm}$ $\frac{3}{4} = \frac{8{,}1\,\text{cm}}{10{,}8\,\text{cm}}$
- Besonders einfach gelingt die Streckenteilung, wenn die Gesamtzahl der Teile ein Teiler der Zahl ist: $T_{24} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$.
  Teiler 2: Verhältnis $\frac{1}{1} = \frac{12\,\text{cm}}{12\,\text{cm}}$
  Teiler 3: Verhältnis $\frac{1}{2} = \frac{8\,\text{cm}}{16\,\text{cm}}$
  Teiler 4: Verhältnis $\frac{1}{3} = \frac{6\,\text{cm}}{18\,\text{cm}}$
  Teiler 6: Verhältnis $\frac{1}{5} = \frac{4\,\text{cm}}{20\,\text{cm}}$
  Teiler 8: Verhältnis $\frac{1}{7} = \frac{3\,\text{cm}}{21\,\text{cm}}$ oder $\frac{3}{5} = \frac{9\,\text{cm}}{15\,\text{cm}}$
  Teiler 12: Verhältnis $\frac{1}{11} = \frac{2\,\text{cm}}{22\,\text{cm}}$ oder $\frac{5}{7} = \frac{10\,\text{cm}}{14\,\text{cm}}$
  Die Teiler 1 und 24 liefern natürlich noch andere Verhältnisse, beispielsweise $\frac{5}{19} = \frac{5\,\text{cm}}{19\,\text{cm}}$. Viele weitere Verhältnisse erhält man außerdem, wenn man nicht nur ganzzahlige Streckenlängen zulässt.

Verständnis

K 1 ■ Beim Streckfaktor $k = 1 = \frac{1}{1}$ ergibt sich der Maßstab 1 : 1, da Bildfigur und Urfigur aufeinander liegen.

K 1 ■ Tom hat Recht, wie man sich anhand der folgenden Skizze klarmachen kann. Wenn das Streckzentrum innerhalb einer Figur liegt, dann liegen Ur- und Bildfigur „ineinander“.

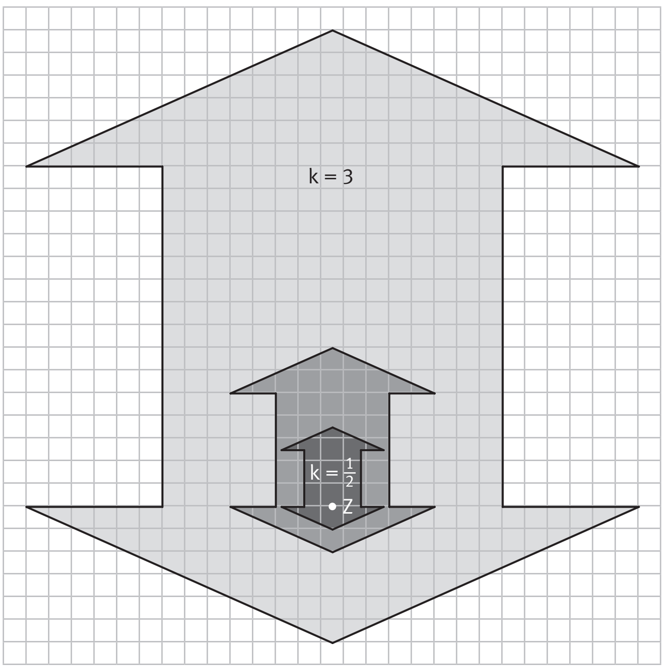


K 5 **1** **a)** ① a' = 144 cm ② a' = 30 cm ③ a' = 6 cm ④ a' = 3 cm ⑤ a' = 12 cm ⑥ a' = 7,2 cm
b) ① 12 : 1 ② 5 : 2 ③ 1 : 2 ④ 1 : 4 ⑤ 1 : 1 ⑥ 3 : 5

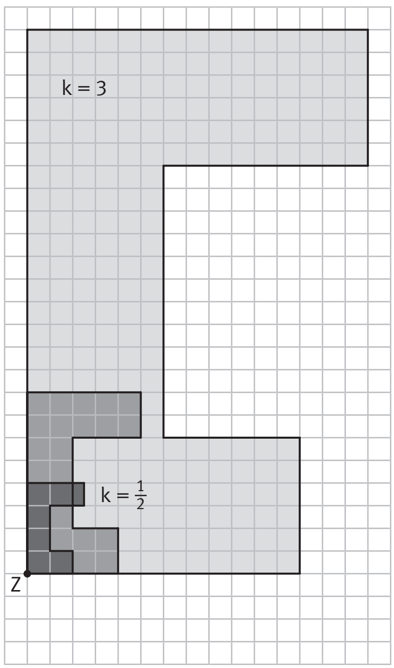
K 5 **2** Es sind individuelle Lösungen möglich.
Lege einen Kreis mit Radius r fest. Zeichne den Bildkreis mit $r' = k \cdot r$. Die Lage des Mittelpunktes kann dabei prinzipiell verändert werden, da in der Aufgabenstellung nichts weiter angegeben ist.
a) Vergrößerung des Radius auf das 1,5-Fache
b) Verkleinerung des Radius auf das 0,4-Fache
c) Vergrößerung des Radius auf das 2,4-Fache
d) Verkleinerung des Radius auf das 0,6-Fache

K 5 **3** **a)** $a' = k \cdot a = 1{,}5 \cdot 3\,\text{cm} = 4{,}5\,\text{cm}$ $b' = k \cdot b = 1{,}5 \cdot 4\,\text{cm} = 6\,\text{cm}$
b) a' = 7,5 cm b' = 10 cm
c) a' = 1,5 cm b' = 2 cm
d) a' = 2 cm b' ≈ 2,7 cm
e) a' = 3,6 cm b' = 4,8 cm
f) a' = 2,4 cm b' = 3,2 cm

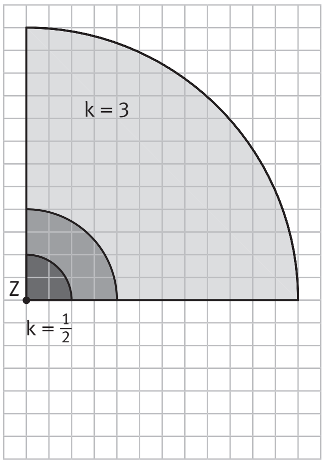
K 5 **4** **a)**



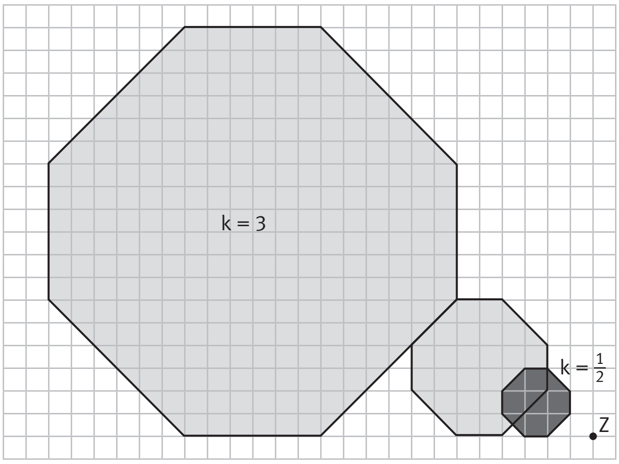
b)



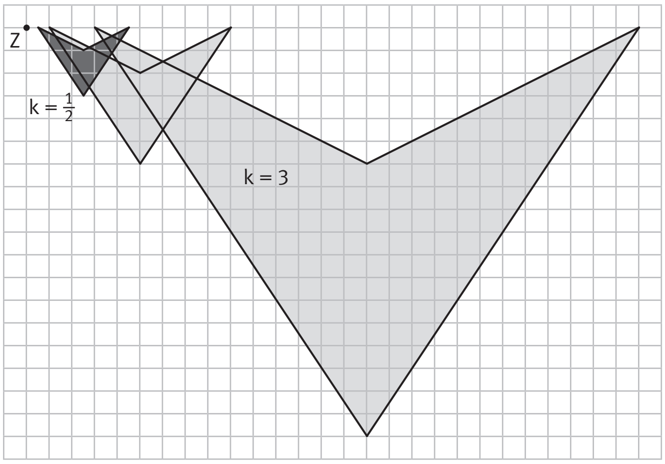
c)



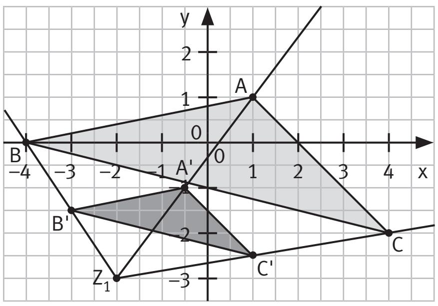
d)



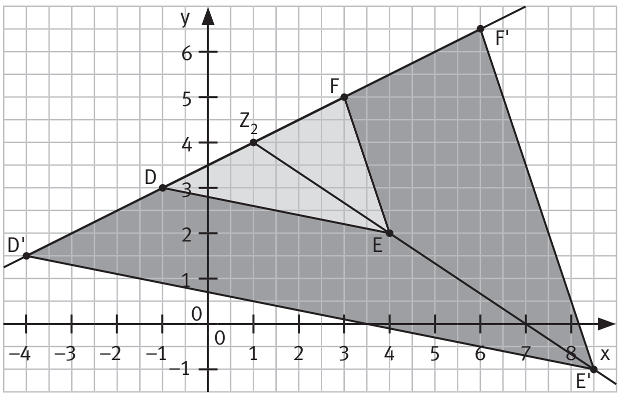
e)



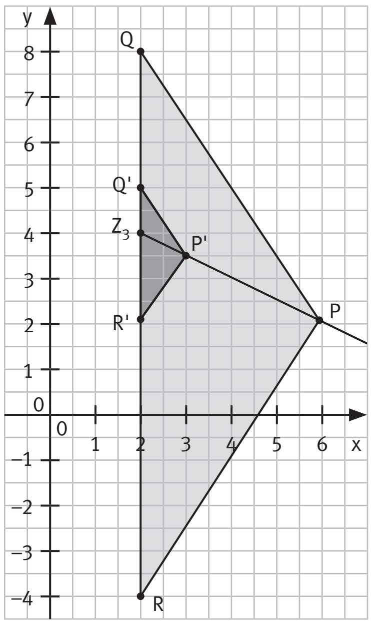
K 5 **5** **a)** A' (–0,5 | –1); B' (–3 | –1,5); C' (1 | –2,5)



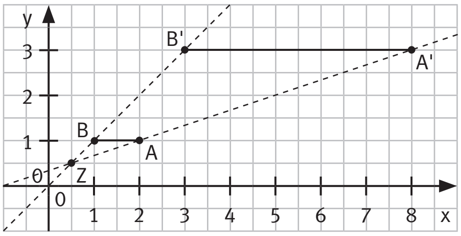
b) D' (–4 | 1,5); E' (8,5 | –1); F' (6 | 6,5)



c)

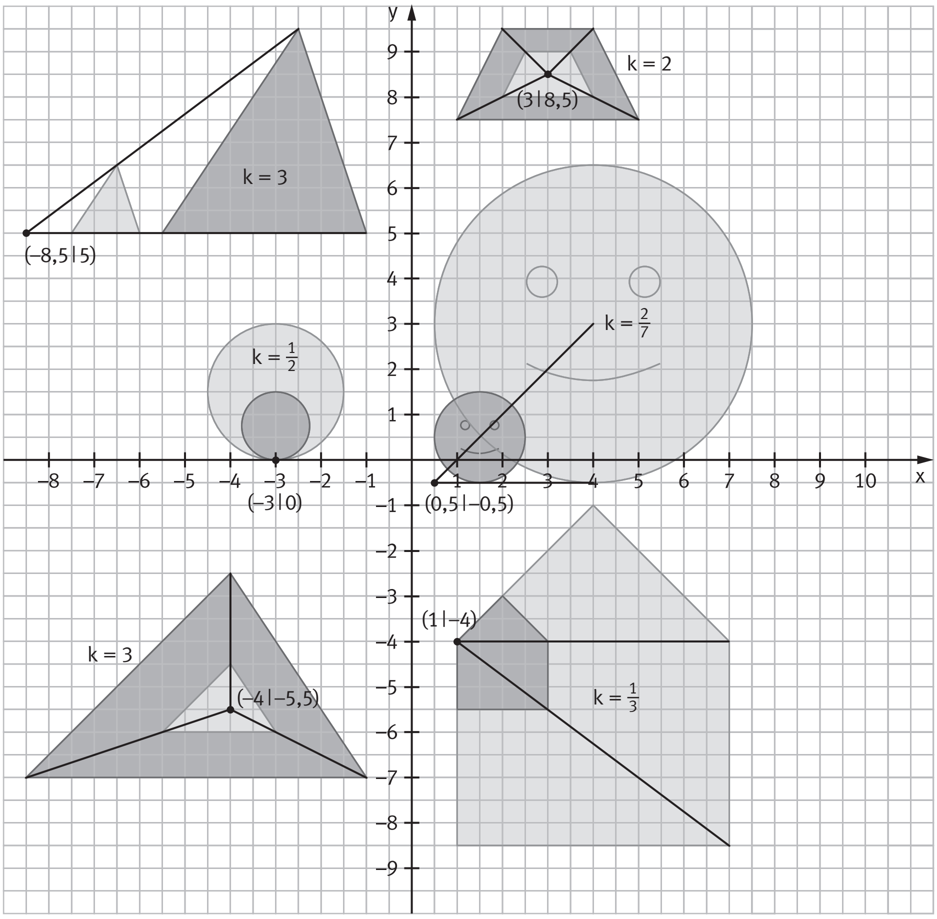


K4 **6** Der Schnittpunkt der Geraden AA' und BB' ergibt das Streckungszentrum: Z (0,5 | 0,5).



Vergrößerung mit $k = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{BA}} = \frac{5\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = 5$

K5 **7**



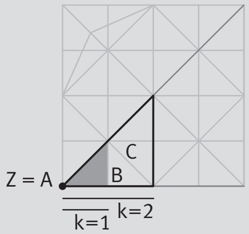
Basteln

K4

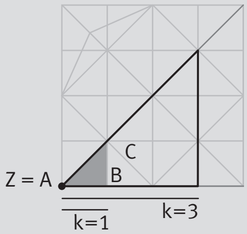
Die Eigenschaften der zentrischen Streckung

- **Markiere die Bilddreiecke für k = 2, k = 3, k = 4.**

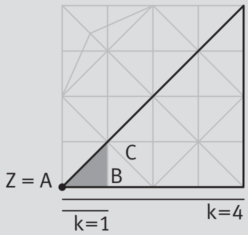
  Bilddreieck für k = 2:



  Bilddreieck für k = 3:



  Bilddreieck für k = 4:



- **Untersuche Winkel und Streckenlängen in den Dreiecken.**

  Die Winkel bleiben gegenüber dem Originaldreieck bei allen Bilddreiecken gleich: 45°, 45°, 90°. Die Streckenlängen verdoppeln, verdreifachen bzw. vervierfachen sich.

- **Untersuche die Flächeninhalte: Das Original ist für k = 1 ein Dreieck. Wie viele Dreiecke hat das Bilddreieck für k = 2 (k = 3, k = 4)? Beschreibe in Worten den Zusammenhang.**

  Das Bilddreieck für k = 2 lässt sich zerlegen in 4 kleine graue Dreiecke. Der Flächeninhalt des Bilddreiecks ist somit 4-mal so groß wie der Flächeninhalt des Originaldreiecks.

  Das Bilddreieck für k = 3 lässt sich zerlegen in 9 kleine graue Dreiecke. Der Flächeninhalt des Bilddreiecks ist somit 9-mal so groß wie der Flächeninhalt des Originaldreiecks.

  Das Bilddreieck für k = 4 lässt sich zerlegen in 16 kleine graue Dreiecke. Der Flächeninhalt des Bilddreiecks ist somit 16-mal so groß wie der Flächeninhalt des Originaldreiecks.

- **Berechne den Flächeninhalt A_{Bild} der Bildfigur bei zentrischer Streckung.**

  Es gilt: $A' = A_{Bild} = k^2 \cdot A_{Urbild} = k^2 \cdot A$

  a) $A' = 4^2 \cdot 15\,m^2 = 240\,m^2$

  b) $A' = 1{,}5^2 \cdot 10{,}3\,m^2 \approx 23{,}18\,m^2$

  c) $A' = 0{,}4^2 \cdot 25\,cm^2 = 4\,cm^2$

  d) $A' = (-0{,}2)^2 \cdot 60\,cm^2 = 2{,}4\,cm^2$

  e) $A' = 10^2 \cdot \frac{1}{\pi}\,dm^2 = 31{,}83\,dm^2$

  f) $A' = 2^2 \cdot 122{,}4\,mm^2 = 489{,}6\,mm^2$

Verständnis

K 1
- Zueinander ähnliche Figuren müssen die gleiche Form besitzen, d. h., das Verhältnis der Seiten zueinander und die Winkel müssen entsprechend gleich sein. In welche Richtung die Figur gedreht oder ausgerichtet ist, ist dabei unerheblich.

K 1
- Dreiecke haben drei Innenwinkel. Sind zwei gleich, ist es automatisch auch der dritte, da die Innenwinkelsumme immer 180° ergibt.

K 1
- Sabrinas Behauptung ist richtig: Alle Seitenlängen eines Quadrates sind gleich groß. Die Verhältnisse der Seitenlängen zweier Quadrate zueinander sind also konstant.

K 1 **1** Ähnliche Dreiecke:
2 und 9 | 4, 7, 8 und 10 | 1 und 6

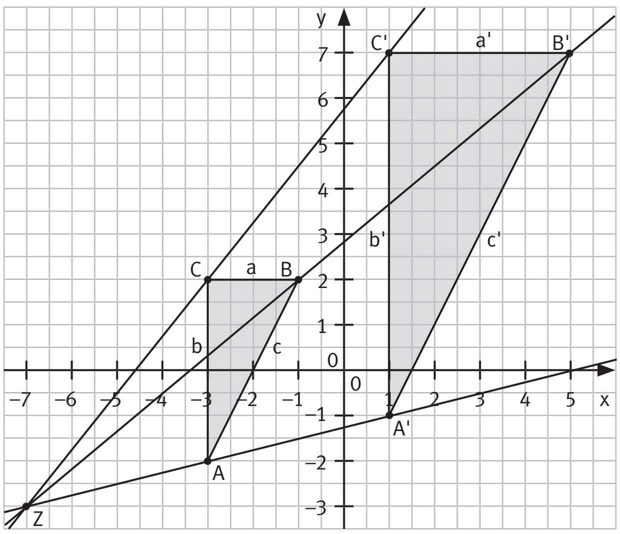
K 1 **2** 1 – I und F | 2 – B und J | 3 – E, D und G

K 1 **3** Dreieck 1 ist ähnlich zu Dreieck 4.
Dreieck 2 ist ähnlich zu Dreieck 3.

K 6 **4** Bei allen Beispielen kann man sagen: In der Alltagssprache wird man von ähnlichen Blättern, ähnlich aussehenden Buchstaben oder einander ähnelnden Menschen sprechen. In allen Fällen gilt aber, dass keine Ähnlichkeit im mathematischen Sinne vorliegt.

K 5 **5** **a)** $x = 2{,}5\,\text{cm}$ **b)** $x \approx 0{,}67\,\text{cm}$ **c)** $x \approx 53{,}3\,\text{mm}$

K 5 **6**



$a : b : c = 2\,\text{cm} : 4\,\text{cm} : \sqrt{20}\,\text{cm} = 1 : 2 : \sqrt{5}$

$a' : b' : c' = 4\,\text{cm} : 8\,\text{cm} : 2\sqrt{20}\,\text{cm} = 1 : 2 : \sqrt{5}$

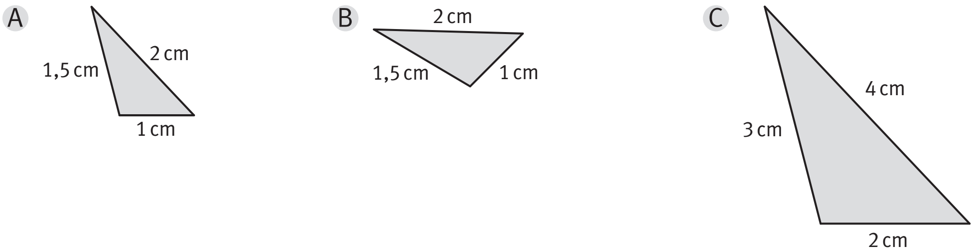
Die Seitenverhältnisse sind gleich, die Dreiecke ABC und A'B'C' sind ähnlich zueinander.

$Z(-7\,|\,-3)$; $k = 2$

K1 **7** **a)** In einem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel stets 180°. Somit ist durch die Kenntnis von zwei Winkeln der dritte Winkel automatisch festgelegt. Stimmen zwei Dreiecke also in der Größe von zwei Winkeln überein, so haben sie identische Innenwinkel.

b) Der zugehörige Kongruenzsatz zu 2 lautet:
Zwei Dreiecke sind kongruent zueinander, wenn sie in der Länger aller drei Seiten übereinstimmen (SSS).

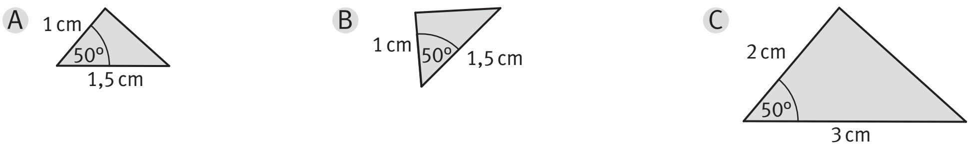
Beispiel:



Die Dreiecke A, B und C sind ähnlich zueinander, da ihre Seitenlängen alle im Verhältnis 2 : 3 : 4 zueinander stehen. Die Dreiecke A und B sind sogar kongruent zueinander, weil sie nicht nur im Verhältnis, sondern sogar in der Länge aller Seiten direkt übereinstimmen.

Der zugehörige Kongruenzsatz zu 3 lautet:
Zwei Dreiecke sind kongruent zueinander, wenn sie in der Länger zweier Seiten und der Größe des von ihnen eingeschlossenen Winkels übereinstimmen (SWS).

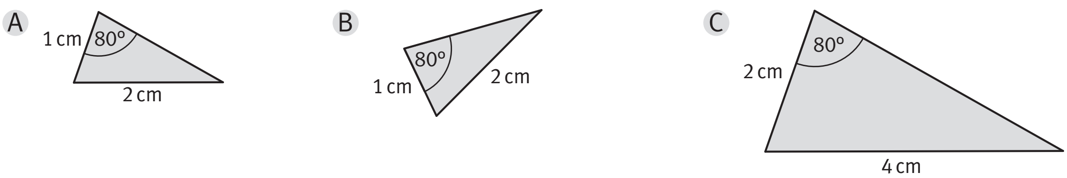
Beispiel:



Die Dreiecke A, B und C sind ähnlich zueinander, da einander entsprechende Seiten im Verhältnis 2 : 3 zueinander stehen und der eingeschlossene Winkel zwischen den bekannten Seiten gleich groß ist (50°). Die Dreiecke A und B sind sogar kongruent zueinander, weil sie nicht nur im Verhältnis, sondern sogar in der Länge der beiden betrachteten Seiten direkt übereinstimmen.

Der zugehörige Kongruenzsatz zu 4 lautet:
Zwei Dreiecke sind kongruent zueinander, wenn sie in der Länge zweier Seiten und der Größe des Winkels übereinstimmen, der der längeren Seite gegenüberliegt (SsW).

Beispiel:



Die Dreiecke A, B und C sind ähnlich zueinander, da einander entsprechende Seiten im Verhältnis 1 : 2 zueinander stehen und der Winkel, der der längeren Seite gegenüberliegt, jeweils gleich groß ist (80°). Die Dreiecke A und B sind sogar kongruent zueinander, weil sie nicht nur im Verhältnis, sondern sogar in der Länge der beiden betrachteten Seiten direkt übereinstimmen.

c) Ein Ähnlichkeitssatz wsw wäre letztlich nichts anderes als der Hauptähnlichkeitssatz, da zwei Winkel vorgegeben sind und damit bereits ähnliche Dreiecke vorliegen.

K1 **8** **a)** 4 LE : 6 LE : 8 LE = 2 : 3 : 4
5 LE : 7,5 LE : 10 LE = 2 : 3 : 4
Die Dreiecke sind zueinander ähnlich nach dem Ähnlichkeitssatz sss.

b) 8 LE : 10 LE : 12 LE = 4 : 5 : 6 = 12 : 15 : 18
6 LE : 7,5 LE : 9 LE = 12 : 15 : 18
Die Dreiecke sind zueinander ähnlich nach dem Ähnlichkeitssatz sss.

K1 **9** Die Innenwinkel des gegebenen Dreiecks sind 30°, 65° und 85° groß. Wenn die beiden gegebenen Innenwinkel des neuen Dreiecks identisch sind mit zwei dieser Winkel, dann sind die Dreiecke ähnlich.

a) ähnlich **b)** nicht ähnlich **c)** nicht ähnlich **d)** ähnlich

K1 **10** **a)** Die Dreiecke sind zueinander ähnlich nach dem Ähnlichkeitssatz sws (3): $\alpha = \alpha'$ und $\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$.

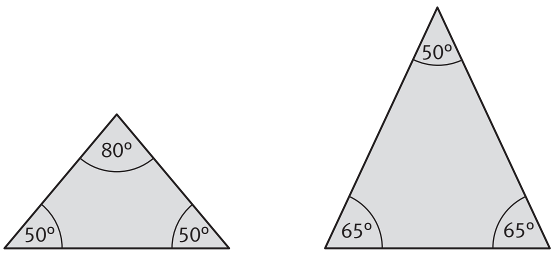
b) Die Dreiecke sind zueinander ähnlich nach dem Ähnlichkeitssatz www (1): $\alpha = \alpha'$; $\beta = \beta'$ und $\gamma = \gamma'$ (Winkelsumme im Dreieck).

c) Die Dreiecke sind zueinander ähnlich nach dem Ähnlichkeitssatz Ssw (4): $\beta = \beta'$ und $\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$.

d) Es gilt zwar: $\gamma = \gamma'$ und $\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$. Allerdings liegt in beiden Fällen kein Dreieck vor, da keiner der Kongruenzsätze erfüllt ist.

e) Die Dreiecke sind zueinander ähnlich, da in beiden Fällen ein gleichseitiges Dreieck vorliegt.

K1 **11** Die Aussage ist falsch, wie man sich anhand eines einfachen Gegenbeispiels klarmachen kann:



Beide Dreiecke stimmen in der Größe eines Winkels überein (50°), es liegt aber keine Ähnlichkeit vor, da sich die anderen beiden Winkel jeweils voneinander unterscheiden.

Man kann die Aussage folgendermaßen korrigieren:

Zwei gleichschenklige Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in der Größe des Basiswinkels übereinstimmen.

K6 **12** **a)** Es sind individuelle Lösungen möglich.

b) Allgemein gilt: $A' = k^2 \cdot A$.

K5 **13** **a)** $k = \frac{a'}{a} = \frac{13{,}5\,\text{cm}}{5\,\text{cm}} = 2{,}7$
$b' = 2{,}7 \cdot 7\,\text{cm} = 18{,}9\,\text{cm}$
$c' = 2{,}7 \cdot 8{,}5\,\text{cm} = 22{,}95\,\text{cm}$

b) $k = \frac{c'}{c} = \frac{11\,\text{mm}}{55\,\text{mm}} = 0{,}2$
$a' = 0{,}2 \cdot 25\,\text{mm} = 5\,\text{mm}$
$b' = 0{,}2 \cdot 45\,\text{mm} = 9\,\text{mm}$

c) $k = \frac{b'}{b} = \frac{5\,\text{cm}}{45\,\text{m}} = \frac{5\,\text{cm}}{4500\,\text{cm}} = \frac{1}{900}$
$a = 900 \cdot 38\,\text{mm} = 34\,200\,\text{mm} = 34{,}2\,\text{m}$
$c = 900 \cdot 0{,}65\,\text{dm} = 585\,\text{dm} = 58{,}5\,\text{m}$

K5 **14** **a)** $\frac{x}{7\,\text{cm}} = \frac{6\,\text{cm}}{12\,\text{cm}} \Rightarrow x = 3{,}5\,\text{cm}$ $\frac{y}{4\,\text{cm}} = \frac{6\,\text{cm}}{12\,\text{cm}} \Rightarrow y = 2\,\text{cm}$

b) $\frac{x}{5\,\text{cm}} = \frac{6\,\text{cm}}{8\,\text{cm}} \Rightarrow x = 3{,}75\,\text{cm}$ $\frac{y}{3\,\text{cm}} = \frac{8\,\text{cm}}{6\,\text{cm}} \Rightarrow y = 4\,\text{cm}$

K1 **15** **a)** Da die Winkel in den Parallelogrammen gleich sind, gilt: ∢KEA = ∢CFK.
Es liegen zusätzlich noch Stufenwinkel vor: ∢EAK = ∢FKC.
Damit sind die beiden Dreiecke aufgrund des Hauptähnlichkeitssatzes gleich.

b) AEK, AKH, ABC, ACD

c) $\frac{\overline{KF}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{FC}}{\overline{EK}} \Rightarrow \overline{KF} = \overline{AE} \cdot \frac{\overline{FC}}{\overline{EK}} = 4\,\text{cm} \cdot \frac{1{,}8\,\text{cm}}{2{,}4\,\text{cm}} = 3\,\text{cm}$

Verständnis

K1 ■ Wenn eine sogenannte Strahlensatzfigur vorliegt, so finden sich in dieser Figur immer ähnliche Dreiecke (Begründung: Die Innenwinkel der Dreiecke sind gleich). In ähnlichen Dreiecken stimmen die Verhältnisse einander entsprechender Seiten überein.

K6 ■ Der Streckfaktor k ist der Quotient aus der Länge der Bild- und der Originalstrecke: $k = \frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}}$.

K1 **1** ① falsch ② falsch ③ richtig ④ richtig ⑤ falsch ⑥ falsch

K5 **2** **a)** $\frac{a}{5} = \frac{5}{7} \Rightarrow a = \frac{25}{7} \approx 3{,}6$ $\qquad \frac{b}{4} = \frac{12}{7} \Rightarrow b = \frac{48}{7} \approx 6{,}9$

b) $\frac{c}{24} = \frac{36}{36+27} \Rightarrow c = \frac{864}{63} \approx 13{,}7$ $\qquad \frac{d}{18} = \frac{36}{27} \Rightarrow d = \frac{648}{27} = 24$

c) $\frac{k}{9} = \frac{23}{17} \Rightarrow k = \frac{207}{17} \approx 12{,}2$ $\qquad \frac{m}{11} = \frac{23}{17} \Rightarrow m = \frac{253}{17} \approx 14{,}9$

d) $\frac{e}{e+4} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow e = \frac{2}{3}(e+4) \Rightarrow \frac{e}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow e = 8$

$\frac{8}{4} = \frac{12}{g} \Rightarrow g = \frac{48}{8} = 6$ $\qquad \frac{f}{4} = \frac{15}{6} \Rightarrow f = \frac{60}{6} = 10$

$\frac{h}{33} = \frac{6}{12} \Rightarrow h = \frac{198}{12} = 16{,}5$

K5 **3** Lösungsmöglichkeiten:

$\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZB'}}$ $\qquad \frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZB'}} = \frac{\overline{ZA}}{\overline{ZB}}$ $\qquad \frac{\overline{BB'}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{ZA}}$

K5 **4** Lösungsmöglichkeiten:

a) $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{ZD}}{\overline{ZE}} = \frac{\overline{ZG}}{\overline{ZH}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{BH}} = \frac{\overline{DG}}{\overline{EH}}$

b) $\frac{\overline{ZG}}{\overline{ZI}} = \frac{\overline{ZD}}{\overline{ZF}} = \frac{\overline{ZA}}{\overline{ZC}} = \frac{\overline{DG}}{\overline{FI}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{CI}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{CF}}$

c) $\frac{\overline{ZE}}{\overline{ZF}} = \frac{\overline{ZH}}{\overline{ZI}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{ZC}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{CF}} = \frac{\overline{EH}}{\overline{FI}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{CI}}$

d) $\frac{\overline{ZE}}{\overline{ZH}} = \frac{\overline{ZD}}{\overline{ZG}} = \frac{\overline{ZF}}{\overline{ZI}}$

e) $\frac{\overline{ZE}}{\overline{EH}} = \frac{\overline{ZD}}{\overline{DG}} = \frac{\overline{ZF}}{\overline{FI}}$

f) $\frac{\overline{ZA}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{BH}} = \frac{\overline{ZC}}{\overline{CI}}$

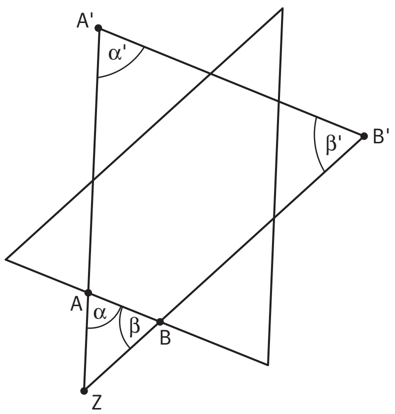
g) $\frac{\overline{ZI}}{\overline{ZC}} = \frac{\overline{ZH}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{ZG}}{\overline{ZA}}$

h) $\frac{\overline{DA}}{\overline{FC}} = \frac{\overline{ZD}}{\overline{ZF}} = \frac{\overline{ZA}}{\overline{ZC}}$

i) $\frac{\overline{HE}}{\overline{GD}} = \frac{\overline{ZH}}{\overline{ZG}} = \frac{\overline{ZE}}{\overline{ZD}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{ZA}}$

K5 **5** **a)** x = 15 **b)** y = 18 **c)** x = 50,4 **d)** z = 46,25 **e)** x = 1,4

K1 **6**



Man betrachte die zentrische Streckung, die mit Streckzentrum Z die Punkte A und B auf A' bzw. B' abbildet. Winkelmaße werden bei einer zentrischen Streckung erhalten, sodass gilt:
$\alpha = \alpha'$ und $\beta = \beta'$
Wählt man andere Streckzentren, so gilt dasselbe. Letztlich kann so gezeigt werden, dass jeweils zwei der Winkel in den Dreiecken identisch und damit die Dreiecke ähnlich sind.

K2 **7** **a)** Die rote Figur ist durch zentrische Streckung aus der grünen Figur entstanden. Die einander entsprechenden Strecken von Original- und Bildfigur verlaufen parallel zueinander. Messungen der Streckenlängen ergeben, dass jede Bildstrecke 2,5-mal so lang ist wie die Originalstrecke. Das Verhältnis zugehöriger Seiten ist somit immer gleich. Dies kann durch die geltenden Zusammenhänge der Strahlensätze bestätigt werden.

Nach dem 2. Strahlensatz gilt: $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$ und $\frac{\overline{ZC}}{\overline{ZC'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{C'B'}}$

Nach dem 1. Strahlensatz gilt: $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}} = \frac{\overline{ZC}}{\overline{ZC'}}$

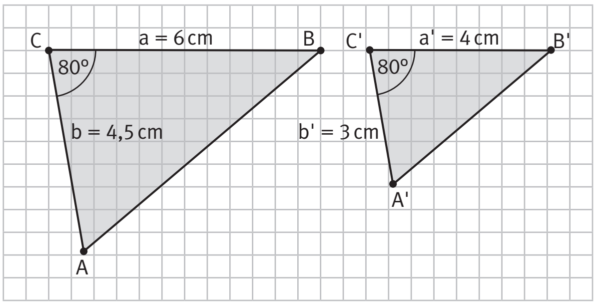
Und damit: $\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{C'B'}}$

b) Die Länge der Strecke [ZA''] ($\overline{ZA''}$) kann mithilfe des 2. Strahlensatzes berechnet werden:

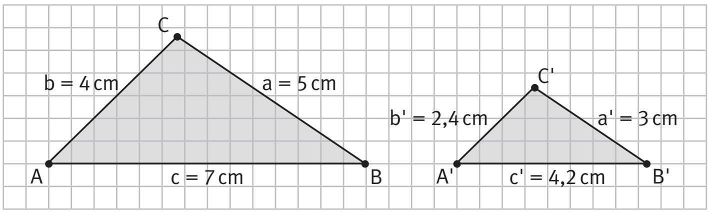
Es gilt: $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA''}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A''C''}} \Rightarrow \frac{3\,\text{cm}}{\overline{ZA''}} = \frac{2\,\text{cm}}{6\,\text{cm}} \Leftrightarrow \overline{ZA''} = 9\,\text{cm}$

Mit der gegebenen Länge $\overline{A''C''} = 6\,\text{cm}$ kann durch Antragen der Parallelen an z. B. die Strecken [C'B'] und [A'B'] das ähnliche Dreieck konstruiert werden.

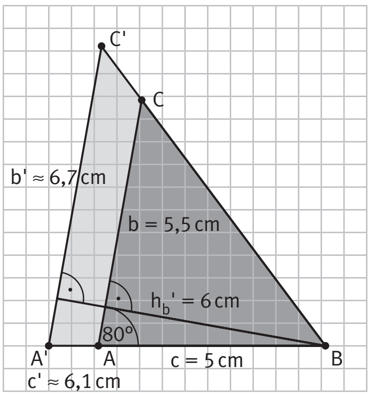
K5 **8** **a)** b' = 3 cm und γ' = 80°



b) b' = 2,4 cm; c' = 4,2 cm

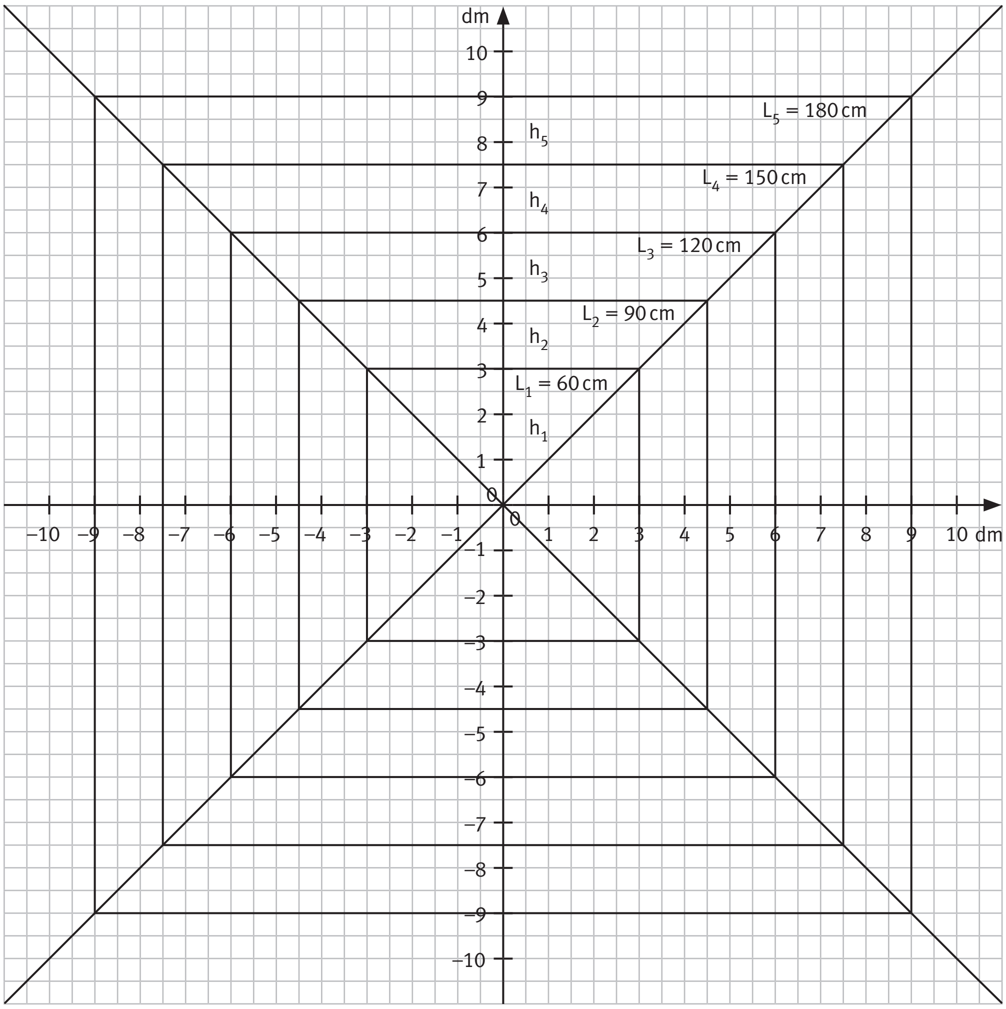


c) b' ≈ 6,7 cm; c' ≈ 6,1 cm



K3 **9** $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} \Rightarrow \overline{ZA} = \overline{ZB} \cdot \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = 3{,}6\,\text{m} \cdot \frac{0{,}8\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m}} = 2{,}4\,\text{m}$

K2 **10 a)** Die innerste Leine hat eine Länge von $4 \cdot 60\,\text{cm} = 240\,\text{cm}$.



b) $\frac{L_5}{L_1} = \frac{h_5}{h_1} \Rightarrow L_5 = L_1 \cdot \frac{h_5}{h_1} = 60\,\text{cm} \cdot \frac{30\,\text{cm} + 4 \cdot 15\,\text{cm}}{30\,\text{cm}} = 180\,\text{cm}$

c) Die gesuchten Längen berechnen sich analog:
$L_2 = 90\,\text{cm}$ $L_3 = 120\,\text{cm}$ $L_4 = 150\,\text{cm}$
$u = 4 \cdot (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5) = 4 \cdot (60 + 90 + 120 + 150 + 180)\,\text{cm} = 2400\,\text{cm} = 24\,\text{m}$
Es können 24 m Wäscheleine genutzt werden.

K3 **11 a)** Es sind individuelle Lösungen möglich.

b) Es gelte: $H = h + 1{,}60\,\text{m}$ mit:
H: Höhe des Baumes
h: Höhe des Baumes ohne die Augenhöhe des Mannes
$\frac{\text{Höhe des Baumes h}}{\text{Höhe des Försterdreiecks}} = \frac{\text{Abstand Baum – Auge}}{\text{Länge des Försterdreiecks}} \Rightarrow h = \frac{15\,\text{m} \cdot 30\,\text{cm}}{30\,\text{cm}} = 15\,\text{m}$
$H = h + \text{Augenhöhe} = 15\,\text{m} + 1{,}6\,\text{m} = 16{,}6\,\text{m}$

c) Wenn der Förster den Boden anpeilen würde, dann läge keine Strahlensatzfigur mehr vor, denn der Stamm des Baumes wäre nicht mehr parallel zu einer Kante des Försterdreiecks.

K5 **12 a)** 1 Die Berechnung kann erfolgen, denn es liegt eine Strahlensatzfigur (X-Figur) vor.
2 Die Berechnung kann nicht erfolgen, denn $\overline{CD}$ ist nicht parallel zu $\overline{AB}$.
3 Die Berechnung kann erfolgen, denn es liegt eine Strahlensatzfigur (V-Figur) vor.

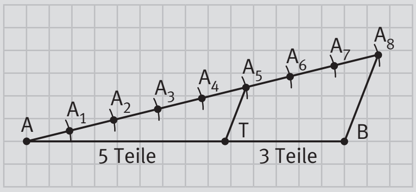
b) 1 $\frac{b}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ZC}}{\overline{ZA}} \Rightarrow b = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{ZC}}{\overline{ZA}} = \frac{15\,\text{m} \cdot 15{,}5\,\text{m}}{12{,}4\,\text{m}} = 18{,}75\,\text{m}$
3 $\frac{b}{\overline{CD}} = \frac{\overline{ZA}}{\overline{ZC}} \Rightarrow b = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{ZA}}{\overline{ZC}} = \frac{37{,}5\,\text{m} \cdot 13\,\text{m}}{2 \cdot 13\,\text{m}} = 18{,}75\,\text{m}$

Wissen

K4

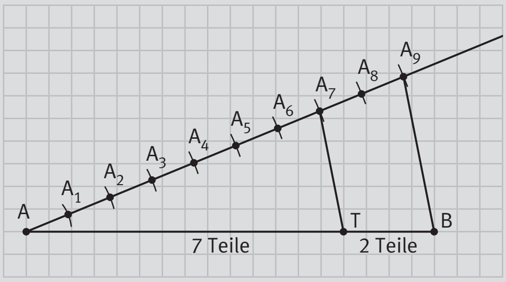
Streckenteilung II

- **Erkläre, inwiefern bei der Konstruktion des Teilungspunktes der 1. Strahlensatz genutzt wird.**
  Nach dem 1. Strahlensatz gilt: $\frac{\overline{AT}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AA_5}}{\overline{AA_8}}$. Eine rechnerische Überprüfung bestätigt die Konstruktion.

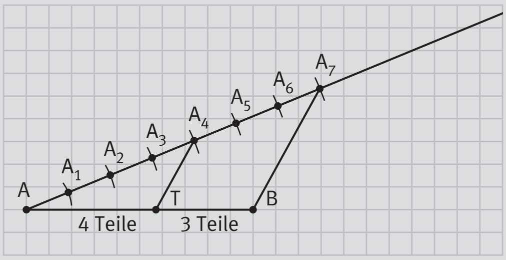


- **Konstruiere analog.**
  Die Beschreibungen erfolgen analog des Beispiels aus dem Kasten.

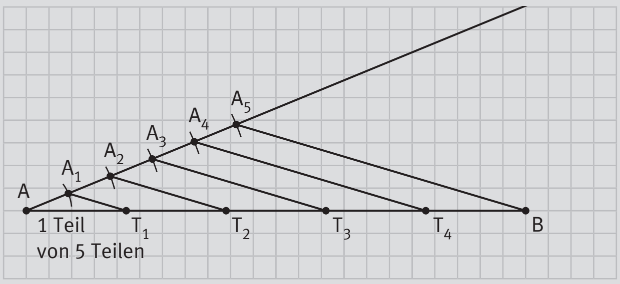
1 Strecke $\overline{AB}$ = 9 cm, die im Verhältnis 7 : 2 geteilt wird.



2 Strecke $\overline{AB}$ = 5 cm, die im Verhältnis 4 : 3 geteilt wird.

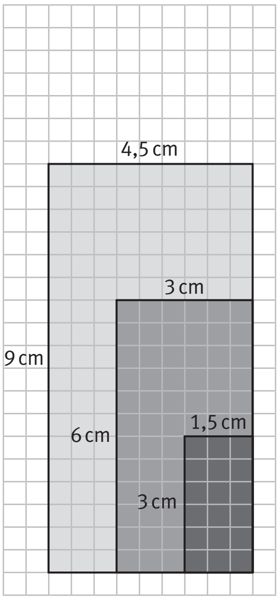


3 Strecke $\overline{AB}$ = 11 cm, die in 5 gleiche Teile geteilt wird.

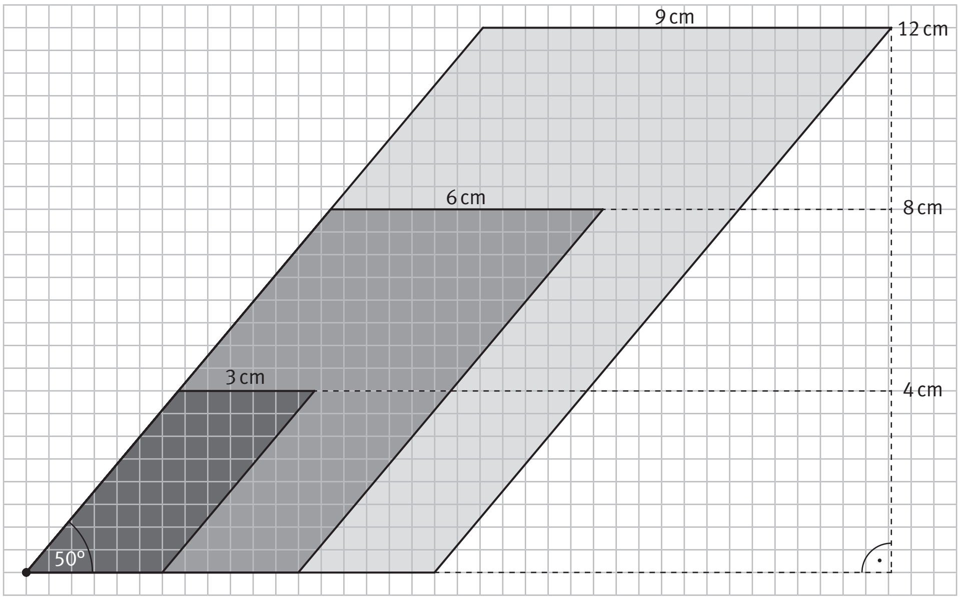


K5 **1** **a)** k = 0,5 (Verkleinerung) **b)** k = 4 (Vergrößerung) **c)** k = $\frac{1}{3}$ (Verkleinerung)

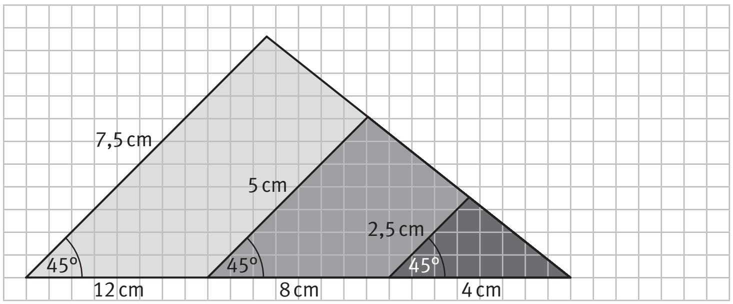
K5 **2** **a)**



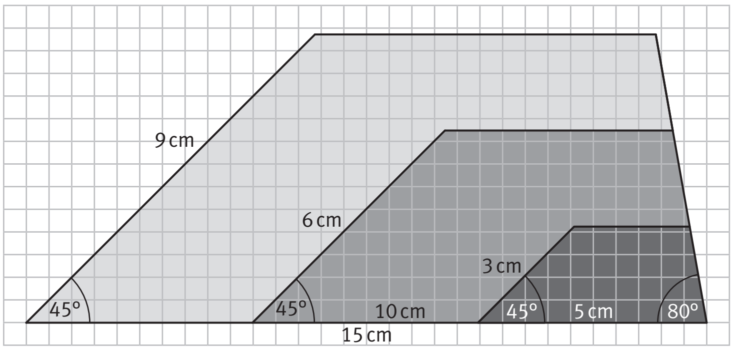
b)



c)



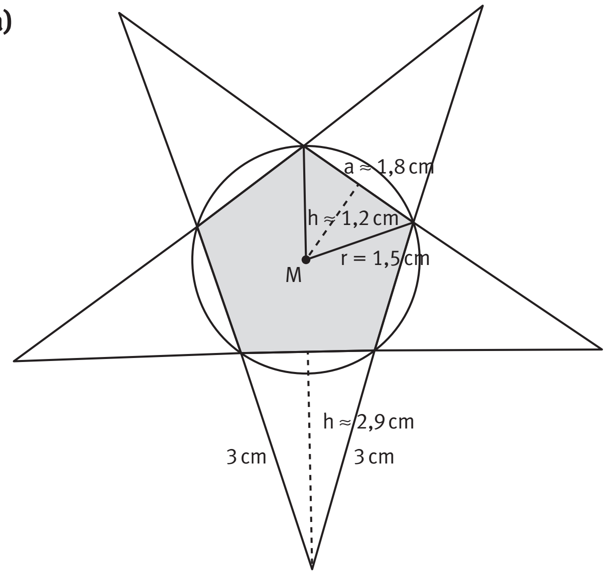
d)



K1 **3** ähnliche Figuren:
M und F E und L G und H nicht zugeordnet: A, B, C, D, K und I

K1 **4** Die Dreiecke 1, 2 und 3 sind zueinander ähnlich.
Die Dreiecke 4 und 5 sind zueinander ähnlich.

K5 **5** **a)**



b) $A = 5 \cdot (A_{\text{großes Dreieck}} + A_{\text{kleines Dreieck}})$

$A = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1{,}8\,\text{cm} \cdot 2{,}9\,\text{cm} + \frac{1}{2} \cdot 1{,}8\,\text{cm} \cdot 1{,}2\,\text{cm}\right)$

$A = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1{,}8\,\text{cm} \cdot (2{,}9\,\text{cm} + 1{,}2\,\text{cm})$

$A \approx 18{,}5\,\text{cm}^2$

$u = 10 \cdot 3\,\text{cm} = 30\,\text{cm}$

K6 **6** Markus hat nur dann Recht, wenn alle Strecken, aus denen sich die Figur zusammensetzt, gleich lang sind.

Sobald aber Strecken unterschiedlicher Länge vorliegen, beispielsweise Strecken der Länge a = 4 cm und b = 5 cm, hat Markus nicht mehr Recht. Im Beispiel sollen beide Strecken um jeweils 1 cm verkürzt werden.

$a' = 4\,\text{cm} - 1\,\text{cm} = 3\,\text{cm}$ $\qquad$ $b' = 5\,\text{cm} - 1\,\text{cm} = 4\,\text{cm}$

$\frac{a}{b} = \frac{4}{5} \neq \frac{3}{4} = \frac{a'}{b'}$

K5 **7** Die Maßeinheit cm wurde jeweils weggelassen.

a) $\frac{x}{12} = \frac{24}{12 + 8} \Rightarrow x = 14{,}4$ $\qquad$ $\frac{y}{8} = \frac{18}{12} \Rightarrow y = 12$

b) $\frac{x}{3} = \frac{x + 3}{4{,}5} \Rightarrow 4{,}5x = 3\,(x + 3) \Rightarrow x = 6$ $\qquad$ $\frac{y}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow y = 2{,}5$

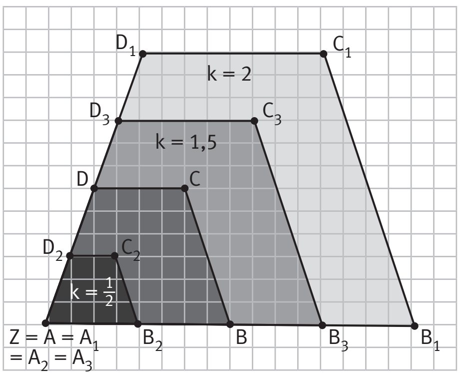
c) $\frac{x + 6}{6} = \frac{6}{4} \Rightarrow x + 6 = \frac{6}{4} \cdot 6 = 9 \Rightarrow x = 3$ $\qquad$ $\frac{y}{4} = \frac{6}{3} \Rightarrow y = 8$

$\frac{w}{4} = \frac{6 + 3 + 4{,}5}{6} = \frac{27}{12} \Rightarrow w = 9$ $\qquad$ $\frac{z}{4{,}5} = \frac{8 + 4}{6 + 3} = \frac{4}{3} \Rightarrow z = 6$

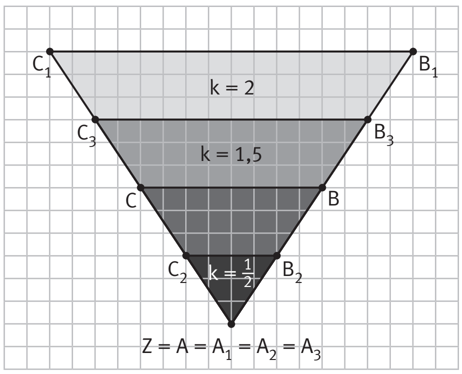
d) $\frac{x}{8} = \frac{18{,}75}{12} \Rightarrow x = 12{,}5$ $\qquad$ $\frac{y}{6} = \frac{8}{12} \Rightarrow y = 4$

$\frac{z}{5} = \frac{12}{8} \Rightarrow z = 7{,}5$

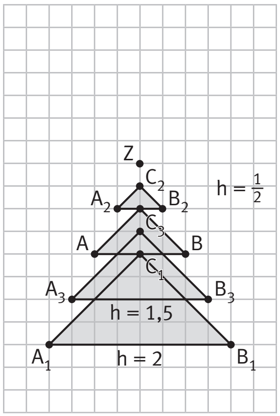
K5 **8** **a)**



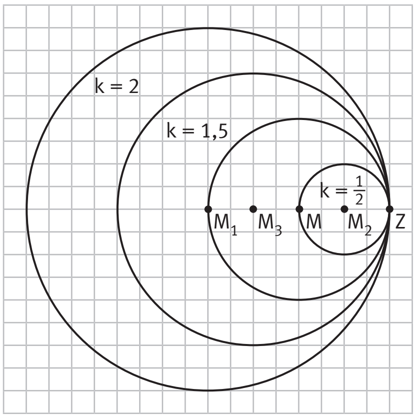
b)



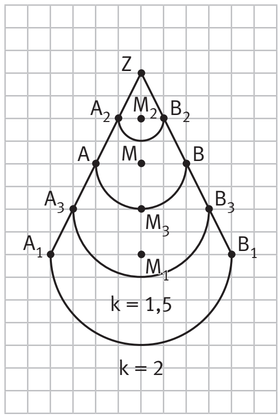
c)



d)



e)



K5 **9** $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CB'}}{\overline{CB}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{CB'}}{\overline{CB}} \cdot \overline{AB} = \frac{2{,}5\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} \cdot 5\,\text{cm} = 3{,}125\,\text{cm}$

$\frac{\overline{AA'}}{\overline{CA'}} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{CB'}} \Rightarrow \overline{AA'} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{CB'}} \cdot \overline{CA'} = \frac{1{,}5\,\text{cm}}{2{,}5\,\text{cm}} \cdot 2\,\text{cm} = 1{,}2\,\text{cm}$

K3 **10** **a)** Länge der Beine: $\frac{a}{180\,\text{cm}} = \frac{4\text{ Köpfe}}{8\text{ Köpfe}}$ $a = 90\,\text{cm}$

Höhe des Knies: $\frac{b}{180\,\text{cm}} = \frac{2\text{ Köpfe}}{8\text{ Köpfe}}$ $b = 45\,\text{cm}$

Kopfgröße: $\frac{c}{180\,\text{cm}} = \frac{1\text{ Kopf}}{8\text{ Köpfe}}$ $c = 22{,}5\,\text{cm}$

Nabel bis Hals: $\frac{d}{180\,\text{cm}} = \frac{2\text{ Köpfe}}{8\text{ Köpfe}}$ $d = 45\,\text{cm}$

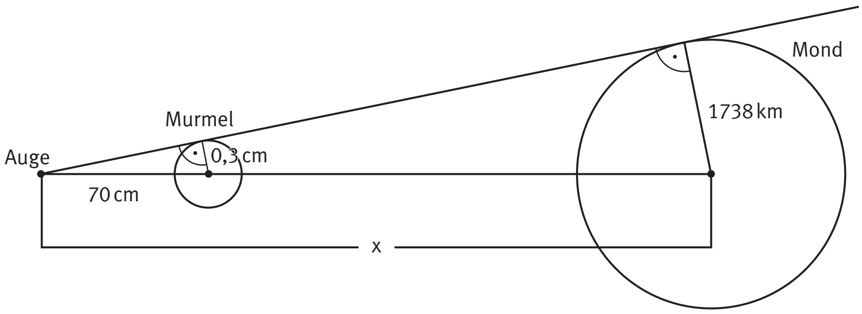
b) Kopfgröße: $\frac{e}{86\,\text{cm}} = \frac{1\text{ Kopf}}{4\text{ Köpfe}}$ $e = 21{,}5\,\text{cm}$

Die Kopfgrößen sind bei beiden Altersgruppen fast identisch.

c) $\frac{25\,\text{cm}}{f} = \frac{1}{7}$ $f = 175\,\text{cm} = 1{,}75\,\text{m}$

d) Es sind individuelle Lösungen möglich.

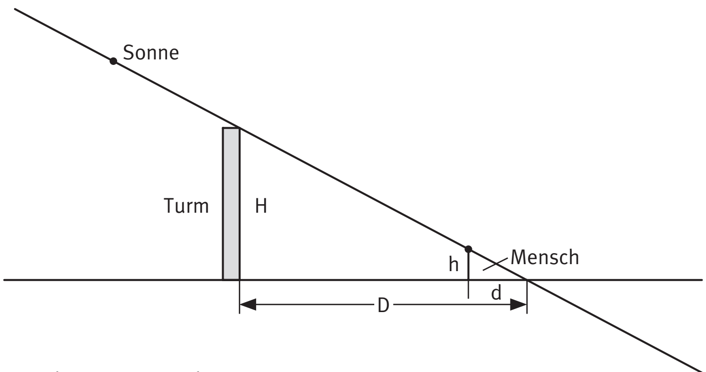
K3 **11**



Mit dem Strahlensatz ergibt sich: $\frac{0{,}0007}{x} = \frac{0{,}000003}{1738} \Leftrightarrow x \approx 405\,533$

Erde und Mond sind zu diesem Zeitpunkt etwa 405 500 km voneinander entfernt.

K3 **12**



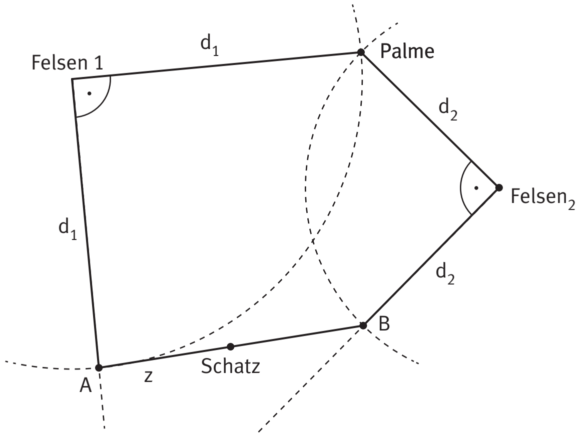
$\frac{H}{D} = \frac{h}{d} \Rightarrow H = D \cdot \frac{h}{d} = 45{,}5\,\text{m} \cdot \frac{1{,}85\,\text{cm}}{2{,}59\,\text{cm}} = 32{,}5\,\text{m}$

K3 **13** $\frac{h}{0{,}5 \cdot 220\,\text{m} + 214\,\text{m} + 6\,\text{m}} = \frac{2\,\text{m}}{6\,\text{m}}$

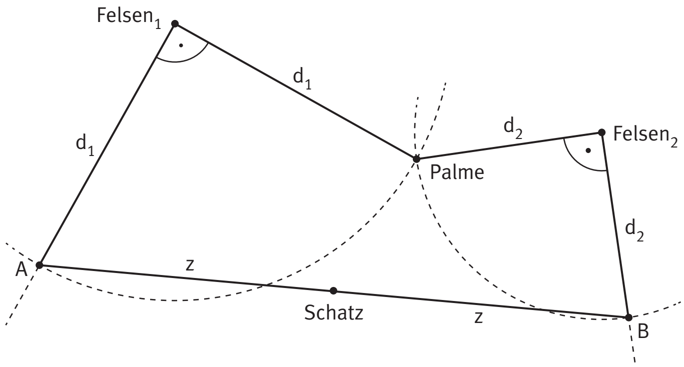
$\frac{h}{330\,\text{m}} = \frac{2\,\text{m}}{6\,\text{m}} \Rightarrow h = 110\,\text{m}$

K2 **14** Es sind individuelle Lösungen möglich.

K2 **15** **a)**



b) Die Lage des Schatzes ist unabhängig von der Lage der Palme! Wähle also P beliebig und bestimme damit die Lage des Schatzes so wie in der Anleitung beschrieben.



Gestaltung des neuen Raums für das Übungsunternehmen

K4 **1 Zeichne eine maßstabsgetreue Skizze der Wand.**

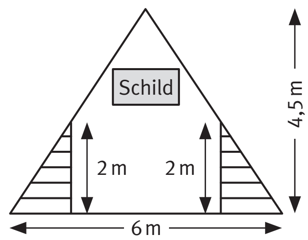
Die Zeichnung kann beispielsweise im Maßstab 1 : 100 erfolgen. Die Länge der Basis beträgt dann 6 cm, die Länge der Höhe, die in der Mitte der Grundseite zu errichten ist, 4,5 cm.
Bei einem Maßstab 1 : 50 wären die Seitenlängen doppelt so groß. Die Länge der Basis beträgt dann 12 cm, die Länge der Höhe, die in der Mitte der Grundseite zu errichten ist, 9 cm.

K4 **2 Entwirf ein rechteckiges Schild mit Namen und Logo eures Übungsunternehmens, das an die dreieckige Wand passt.**

Hier sind individuelle Lösungen möglich. Je nach Name des Übungsunternehmens und der Größe des Logos müssen die Abmessungen gewählt werden. Da die Buchstaben mindestens 30 cm hoch sein sollen und auch freier Platz zwischen den Buchstaben und den Rändern des Schildes eingeplant werden sollte, sollte das Schild eine Höhe von mindestens 40 bis 50 cm haben. Die Länge des Schildes ergibt sich aus der Länge des Namens des Unternehmens. Je länger das Schild ist, desto niedriger muss es wegen der Schrägen an der Wand angebracht werden.

K4 **3 Zeichne eine maßstabsgetreue Skizze, wie die Wand mit Plakat und Regalen aussehen soll.**

Ein handelsüblicher Aktenordner für DIN-A4-Blätter hat eine Höhe von 31,8 cm, also rund 32 cm. Plant man einen kleinen Abstand zwischen der Oberkante eines Ordners und dem nächsthöheren Regalbrett, könnte ein Regalfach z. B. 35 cm hoch sein. Die Regale dürfen maximal 2 m hoch sein. Berücksichtigt man noch die Dicke der Regalbretter, können in der vorgesehenen Schräge maximal fünf Regalbretter ein- gebaut werden (5 · 35 cm = 175 cm = 1,75 m), wobei das oberste Regalbrett nicht mehr für große Ordner genutzt werden kann.



K1 **4/5 Berechne die Länge der Regalbretter, wenn Ordner darauf stehen sollen. Erläutere, was diese Problemstelllung mit den Strahlensätzen zu tun hat.**

Im Folgenden gehen wir davon aus, dass die Regalbretter alle gleich weit in den Raum hineinragen. Dann kann man deren Länge mithilfe des 2. Strahlensatzes berechnen.
Z entspricht einem Punkt auf der Dachschräge in Höhe von 2 m. Bekannt sein muss außerdem der Abstand zwischen den unteren Ecken des Dachstuhls und dem Ende der Regalbretter im Raum am Boden.

Im Folgenden wird eine Beispiellösung auf der Basis der oben angestellten Überlegungen dargestellt: Die gesuchte Länge am Fußbogen wurde durch Abmessung ermittelt; sie beträgt in unserem Beispiel circa 1,35 m.

Für die Länge des untersten Regalbrettes gilt dann: $\frac{1{,}75\,\text{m}}{2\,\text{m}} = \frac{x}{1{,}35\,\text{m}} \Leftrightarrow x \approx 1{,}18\,\text{m}$

Für die Länge des zweiten Regalbrettes gilt: $\frac{1{,}40\,\text{m}}{2\,\text{m}} = \frac{x}{1{,}35\,\text{m}} \Leftrightarrow x \approx 0{,}95\,\text{m}$

Für die Länge des dritten Regalbrettes gilt: $\frac{1{,}05\,\text{m}}{2\,\text{m}} = \frac{x}{1{,}35\,\text{m}} \Leftrightarrow x \approx 0{,}71\,\text{m}$

Für die Länge des vierten Regalbrettes gilt: $\frac{0{,}7\,\text{m}}{2\,\text{m}} = \frac{x}{1{,}35\,\text{m}} \Leftrightarrow x \approx 0{,}48\,\text{m}$

Für die Länge des obersten Regalbrettes gilt: $\frac{0{,}35\,\text{m}}{2\,\text{m}} = \frac{x}{1{,}35\,\text{m}} \Leftrightarrow x \approx 0{,}24\,\text{m}$

K6 **6 Überlege weitere nützliche Elemente oder Verschönerungen für die Wand.**

Es sind individuelle Lösungen möglich.

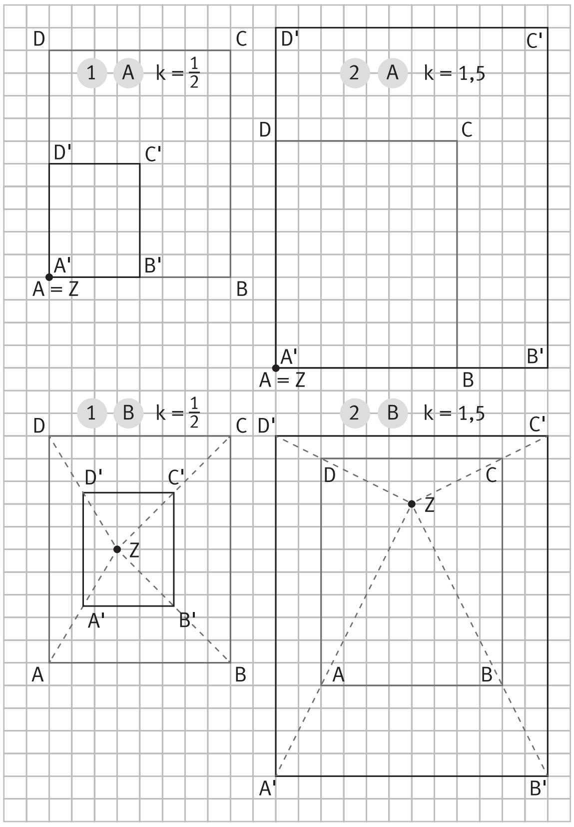
K6 **7 Präsentiere den Übungsunternehmenlehrern deinen Vorschlag in geeigneter Form.**

Es sind individuelle Lösungen möglich.

K5 **1** 14 cm : 7 = 2 cm. Die Teilstrecken sind 6 cm und 8 cm lang.

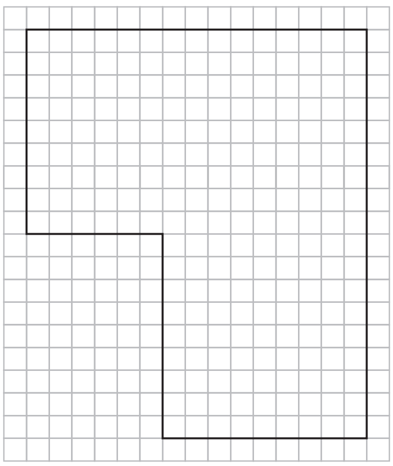
K5 **2** $\overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 5$

K5 **3** **a)**

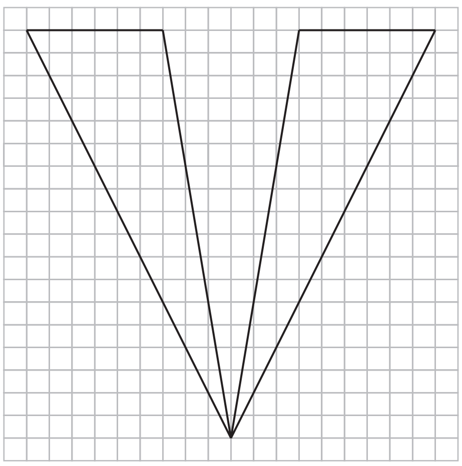


b) Bei $k = \frac{1}{2}$ ist der Flächeninhalt der Bildfigur jeweils $\frac{1}{4}$ des Flächeninhalts der Originalfigur.
Bei $k = 1{,}5 = \frac{3}{2}$ ist der Flächeninhalt der Bildfigur jeweils $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$-mal so groß wie der Flächeninhalt der Originalfigur.
Es gilt: $A_{Bildfigur} = k^2 \cdot A_{Originalfigur}$

K5 **4** **a)**



b)



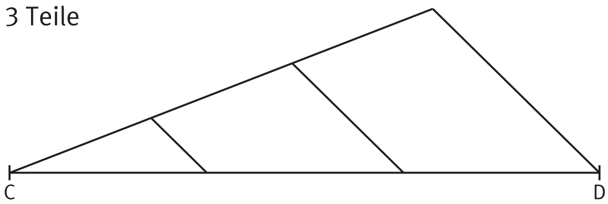
K5 **5** **a)** $u_{\text{Originalfigur}} = 130\,\text{m} = 13\,000\,\text{cm}$
Maßstab 52 : 13 000 = 1 : 250
b) $A_{\text{Originalfigur}} = 360\,000\,\text{m}^2 = 3\,600\,000\,000\,\text{cm}^2$
$A_{\text{Bildfigur}} = k^2 \cdot A_{\text{Originalfigur}}$, d. h. 3 cm ≙ 60 000 cm
Maßstab 3 : 60 000 = 1 : 20 000

K5 **6** In Klammern steht jeweils die Verkleinerung.
a) $k = 3$ $\left(k = \frac{1}{3}\right)$
b) $k = 2{,}5 = \frac{5}{2}$ $\left(k = 0{,}4 = \frac{2}{5}\right)$

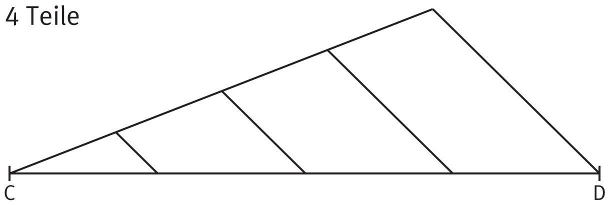
K1 **7** Die Dreiecke A, C und E sind ähnlich zueinander.
Die Dreiecke B und F sind ähnlich zueinander.
Die Dreiecke D, G und H sind ähnlich zueinander.

K1 **8** **a)** Die Dreiecke sind nicht ähnlich zueinander, weil beispielsweise $\frac{c}{a} = \frac{7}{8}$ und $\frac{c'}{a'} = \frac{3}{4}$ nicht dieselben Verhältnisse bilden.
b) Die Dreiecke sind ähnlich zueinander, weil sie in der Größe entsprechender Winkel übereinstimmen.
c) Die Dreiecke sind ähnlich zueinander, weil sie im Verhältnis der entsprechenden Seiten übereinstimmen $\left(\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = \frac{17}{37}\right)$ sowie der Größe des eingeschlossenen Winkels.
d) Die Dreiecke sind nicht ähnlich zueinander, weil beim Dreieck ABC der Winkel γ nicht der längeren Seite gegenüber liegt.
e) Es handelt sich um gleichseitige Dreiecke. Gleichseitige Dreiecke sind stets ähnlich zueinander, weil sie in der Größe aller Innenwinkel (jeweils 60°) übereinstimmen.

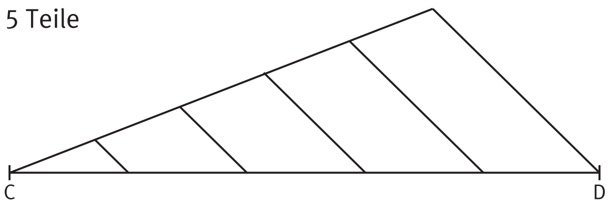
K5 **9** 3 Teile



4 Teile



5 Teile



K5 **10** Lösungsmöglichkeiten:
$\frac{m}{n} = \frac{s}{t}$ $\frac{m+n}{n} = \frac{s+t}{t}$ $\frac{m+n}{m} = \frac{s+t}{s}$ $\frac{x}{y} = \frac{m}{m+n}$ $\frac{x}{y} = \frac{s}{s+t}$

K 5 **11** $\frac{x}{6{,}4\,\text{cm}} = \frac{3{,}0\,\text{cm}}{4{,}0\,\text{cm}} \Rightarrow x = 4{,}8\,\text{cm}$

$\frac{y}{3{,}6\,\text{cm}} = \frac{4{,}0\,\text{cm}}{3{,}0\,\text{cm}} \Rightarrow y = 4{,}8\,\text{cm}$

K 1 **12** $\frac{6{,}5}{4{,}9} = \frac{65}{49} \approx 1{,}33$ $\frac{7{,}8}{5{,}9} = \frac{78}{59} \approx 1{,}32$

Es handelt sich nicht um eine Strahlensatzfigur, weil die Verhältnisse entsprechender Abschnitte auf den beiden Geraden ungleich sind. Das bedeutet, dass die Geraden a und b, die die beiden Strahlen schneiden, nicht parallel sind.

K 3 **13** $\frac{h}{1{,}5} = \frac{20{,}4 + 1{,}8}{1{,}8}$ $h = 18{,}5$

Der Turm ist 18,5 m hoch.

K 1/6 **14** Die Aussage ist falsch. Die Streckenlängen werden zwar verdoppelt, nicht jedoch die Winkelgrößen. Diese bleiben gleich.

K 1/6 **15** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **16** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **17** Die Aussage ist richtig. Die Dreiecke sind sogar kongruent, also sind sie auch ähnlich zueinander.

K 1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in der Größe zweier Winkel (und damit der Größe aller Innenwinkel) übereinstimmen. Wäre die Aussage richtig, dann wären ja beispielsweise alle rechtwinkligen Dreiecke ähnlich zueinander, was offensichtlich nicht der Fall ist.

K 1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Die beiden weiteren Geraden müssen parallel zueinander liegen, damit die Strahlensätze angewendet werden können.

K 1/6 **20** Die Aussage ist richtig. Die Strahlensätze kann man (unter den entsprechenden Voraussetzungen) hierfür oft anwenden.