

4.3 Der gerade Kreiskegel

11. Kleiner Kegel: Radiuslänge: $r^* = \rho$;
Höhe $h^* = h - d$;

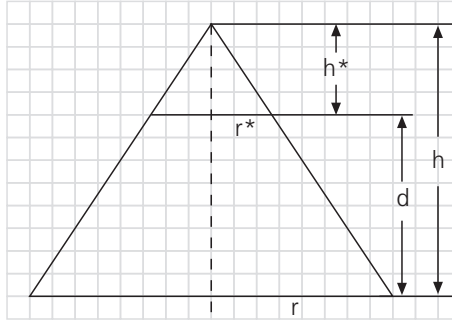
$$V_{\text{Kegelstumpf}} = V_{\text{großer Kegel}} - V_{\text{kleiner Kegel}} \\ = \frac{1}{3} r^2 \pi h - \frac{1}{3} \rho^2 \pi (h - d);$$

$$\frac{\rho}{r} = \frac{h-d}{h} \quad (2. \text{ Strahlensatz})$$

$$\frac{\rho}{4 \text{ cm}} = \frac{6 \text{ cm} - 4 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}; \quad | \cdot 4 \text{ cm}$$

$$\rho = \frac{4}{3} \text{ cm} \quad \text{eingesetzt in „} V_{\text{Kegelstumpf}} \text{“:}$$

$$V_{\text{Kegelstumpf}} = \frac{1}{3} \cdot (4 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 6 \text{ cm} - \\ \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3} \text{ cm}\right)^2 \cdot \pi \cdot (6 \text{ cm} - 4 \text{ cm}) \\ = 32\pi \text{ cm}^3 - 1 \frac{5}{27} \pi \text{ cm}^3 = 30 \frac{22}{27} \pi \text{ cm}^3 \approx 96,8 \text{ cm}^3$$



12. Schätzungen: Individuelle Lösungen

$$V_{\text{Zuckerhut}} = \frac{1}{3} r^2 \pi h = \frac{1}{3} \cdot (4 \text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 16 \text{ cm} = \frac{256}{3} \pi \text{ cm}^3 \\ \approx 268 \text{ cm}^3;$$

$$V_{\text{kleiner Zuckerhut}} = V_{\text{Kegelstumpf 1}} = V_{\text{Kegelstumpf 2}} = V_{\text{Kegelstumpf 3}} \\ = \frac{1}{4} V_{\text{Zuckerhut}} = \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3;$$

$$V_{\text{kleiner Zuckerhut}} = \frac{1}{3} r_1^2 \pi h_1; \quad \frac{r_1}{h_1} = \frac{r}{h} = \frac{4 \text{ cm}}{16 \text{ cm}} = \frac{1}{4} \quad (2. \text{ Strahlensatz})$$

$$\text{Also gilt } r_1 = \frac{h_1}{4}; \quad \text{eingesetzt in „} V_{\text{kleiner Zuckerhut}} \text{“:}$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{h_1}{4}\right)^2 \cdot \pi \cdot h_1 = \frac{h_1^3}{48} \pi = \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3; \quad | \cdot \frac{48}{\pi}$$

$$h_1^3 = 1024 \text{ cm}^3; \quad h_1 = 2^3 \cdot \sqrt[3]{4} \text{ cm} \approx 10,1 \text{ cm};$$

$$V_{\text{Kegelstumpf 1}} = V_{\text{Kegel 2}} - V_{\text{kleiner Zuckerhut}} = \frac{1}{4} V_{\text{Zuckerhut}} = \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3;$$

$$V_{\text{Kegel 2}} = \frac{1}{3} r_2^2 \pi h_2; \quad \frac{r_2}{h_2} = \frac{r}{h} = \frac{4 \text{ cm}}{16 \text{ cm}} = \frac{1}{4} \quad (2. \text{ Strahlensatz})$$

$$\text{Also gilt } r_2 = \frac{h_2}{4}; \quad \text{eingesetzt in „} V_{\text{Kegelstumpf 1}} \text{“:}$$

$$\frac{1}{3} \left(\frac{h_2}{4}\right)^2 \cdot \pi \cdot h_2 - \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3 = \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3; \quad | + \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\frac{1}{48} h_2^3 \cdot \pi = \frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3; \quad | \cdot \frac{48}{\pi} \quad h_2^3 = 2048 \text{ cm}^3; \quad h_2 = 2^3 \cdot \sqrt[3]{4} \text{ cm} \approx 12,7 \text{ cm};$$

$$h_2 - h_1 \approx 12,7 - 10,1 \text{ cm} = 2,6 \text{ cm};$$

$$V_{\text{Kegelstumpf 2}} = V_{\text{Kegel 3}} - V_{\text{Kegel 2}} = \frac{1}{4} V_{\text{Zuckerhut}} = \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3;$$

$$V_{\text{Kegel 3}} = \frac{1}{3} r_3^2 \pi h_3; \quad \frac{r_3}{h_3} = \frac{r}{h} = \frac{4 \text{ cm}}{16 \text{ cm}} = \frac{1}{4} \quad (2. \text{ Strahlensatz})$$

$$\text{Also gilt } r_3 = \frac{h_3}{4}; \quad \text{eingesetzt in „} V_{\text{Kegelstumpf 2}} \text{“:}$$

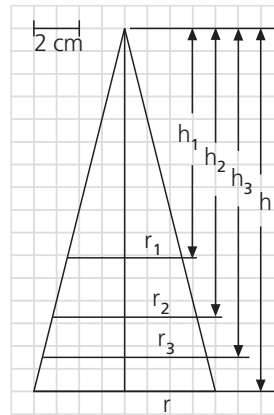
$$\frac{1}{3} \left(\frac{h_3}{4}\right)^2 \cdot \pi \cdot h_3 - 2 \cdot \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3 = \frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3; \quad | + \frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\frac{1}{48} h_3^3 \cdot \pi = \frac{192}{3} \pi \text{ cm}^3; \quad | \cdot \frac{48}{\pi} \quad h_3^3 = 3072 \text{ cm}^3; \quad h_3 = 2^3 \cdot \sqrt[3]{6} \text{ cm} \approx 14,5 \text{ cm};$$

$$h_3 - h_2 \approx 14,5 \text{ cm} - 12,7 \text{ cm} = 1,8 \text{ cm};$$

$$h - h_3 = 16 \text{ cm} - 14,5 \text{ cm} = 1,5 \text{ cm};$$

Der Zuckerhut muss etwa in den Abständen 1,5 cm, (1,5 cm + 1,8 cm =) 3,3 cm bzw. (1,5 cm + 1,8 cm + 2,6 cm =) 5,9 cm von der Grundfläche durchgeschnitten werden.



Diese kleinschrittige Vorgehensweise soll das Verständnis erleichtern. Die Verwendung der Formel für das Volumen eines Kegelstumpfs wurde bewusst vermieden.

W

$$\mathbf{W1} \quad \frac{3}{c+3} - \frac{2}{c-3} = \frac{3c-9-2c-6}{(c+3)(c-3)} = \frac{c-15}{c^2-9}$$

W2 $D = b^2 - 36$: Wenn $D = 0$, also $b = \pm 6$, ist, hat die quadratische Gleichung jeweils genau eine Lösung, nämlich $x = -3$ bzw. $x = 3$. Wenn $D > 0$ ist, also wenn $|b| > 6$ ist, hat die Gleichung zwei verschiedene reelle Lösungen. Wenn $D < 0$ ist, also wenn $|b| < 6$ ist, hat die Gleichung keine reelle Lösung.

$$\mathbf{W3} \quad a_{\text{inside square}} = 1 \text{ m}; \quad 2r = \sqrt{2} \text{ m}; \quad r = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}; \quad a_{\text{outside square}} = 2r = \sqrt{2} \text{ m}; \quad A_{\text{outside square}} = 2 \text{ m}^2$$

$$4^{555} = 2^{1110} \\ 8^{1010} = (2^3)^{1010} \\ = 2^{3030} \\ 32^{32} = (2^5)^{32} = 2^{160}$$