

# 2

## Zuordnungen und Zinsrechnung

### Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente: Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K6

- Verschiedene Antworten sind möglich, z. B.: Wahlergebnisse können in Prozentwerten angegeben werden, z. B. in der Zeitung; ein Preisnachlass beim Einkauf kann in Prozent angegeben werden; das Angebot einer Bank kann mit einem hohen Zinssatz werben.

K3

- Australien (5%) < Europa (7%) < Antarktika (9%) < Afrika (20%) < Amerika (29%) < Asien (30%)

K4

Kontinent	Landfläche	%	Anteil als Bruch	Anteil als Dezimalzahl
Asien	44,4 Mio. km <sup>2</sup>	30 %	$\frac{44,4}{148,9}$	0,2982
Amerika	42,5 Mio. km <sup>2</sup>	29 %	$\frac{42,5}{148,9}$	0,2854
Afrika	30,2 Mio. km <sup>2</sup>	20 %	$\frac{30,2}{148,9}$	0,2028
Antarktika	14,0 Mio. km <sup>2</sup>	9 %	$\frac{14,0}{148,9}$	0,0940
Europa	10,1 Mio. km <sup>2</sup>	7 %	$\frac{10,1}{148,9}$	0,0678
Australien	7,7 Mio. km <sup>2</sup>	5 %	$\frac{7,7}{148,9}$	0,0517
gesamt	148,9 Mio. km <sup>2</sup>	100 %	$\frac{148,9}{148,9}$	1

An dieser Stelle bietet es sich an, die drei unterschiedlichen Schreibweisen für die Beschreibung des Anteils (Prozent, Bruch, Dezimalzahl) miteinander zu vergleichen und Gemeinsamkeiten hervorzuheben.

### Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen. Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

K3

1 a) und b) Lösungsmöglichkeit:

- 1 Stadt → Einwohnerzahl  
 Cottbus → 99 491  
 Falkensee → 41 777  
 Teupitz → 1812

Hier wäre ein Balkendiagramm sinnvoll.

- 2 Zeit in s → Strecke in m (Fahrradfahrer)  
 1 s → 7 m  
 10 s → 70 m  
 30 s → 210 m

Hier könnte man die Zuordnung in einem Liniendiagramm darstellen, um die gesamte zurückgelegte Strecke darzustellen.

- 3 Anzahl Eiskugeln → Preis in €  
 1 → 0,80 €  
 3 → 2,40 €  
 5 → 4,00 €

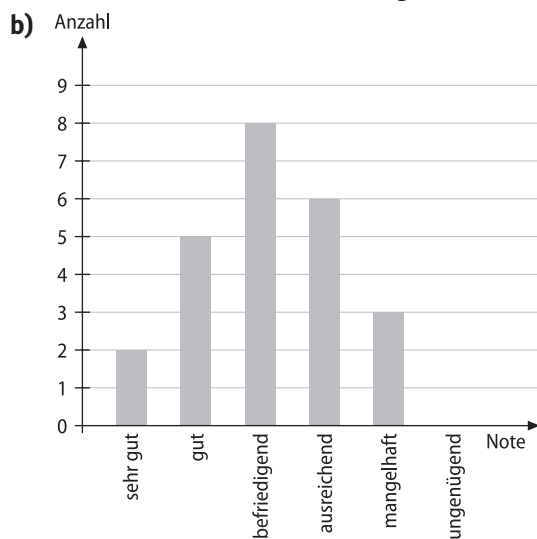
Diese Zuordnung kann man in einem Punktediagramm darstellen.

- 4 Wochentag → Höhe des Flusspegels  
 Montag → 5,00 m  
 Mittwoch → 5,70 m  
 Freitag → 5,25 m

Hier ist es sinnvoll, ein Liniendiagramm zu wählen, um die Entwicklung darzustellen.

K4

2 a) Hierbei handelt es sich um eine Zuordnung: Der Ausgangsgröße „Note“ wird die zugeordnete Größe „Anzahl der Schüler“ zugeordnet.



K5

3 a)  $\frac{12}{25}, \frac{20}{25}, \frac{32}{40}$

b)  $\frac{4}{6}, \frac{8}{12}, \frac{20}{30}$

c)  $\frac{56}{88}, \frac{63}{99}, \frac{84}{132}$

d)  $\frac{48}{36}, \frac{60}{45}, \frac{84}{63}$

K5

4 a)  $\frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{13}{24}, \frac{33}{37}$

b)  $\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{9}{13}, \frac{22}{24}$

c)  $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{5}{12}, \frac{14}{15}$

d)  $\frac{1}{4}, \frac{3}{2}, \frac{9}{12}$

e)  $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{9}{15}$

f)  $\frac{3}{4}, \frac{11}{14}, \frac{37}{51}$

K5

5 a)  $\frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 9}{81}, \frac{8}{7} = \frac{6 \cdot 48}{42}$

b)  $\frac{11}{12} = \frac{11 \cdot 121}{132}, \frac{7}{12} = \frac{8 \cdot 56}{96}$

c)  $\frac{9}{12} = \frac{6 \cdot 54}{72}, \frac{13}{3} = \frac{2 \cdot 117}{27}$

d)  $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}, \frac{56}{64} = \frac{7}{8}$

e)  $\frac{121}{77} = \frac{11}{7}, \frac{9}{42} = \frac{3}{14}$

f)  $\frac{105}{84} = \frac{5}{4}, \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

- K1** 6 Jedes 5. Los ein Treffer:  
 $\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$  Gewinnwahrscheinlichkeit  
 Auf 10 Lose 3 Gewinne:  
 $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$  Gewinnwahrscheinlichkeit  
 100 Lose – 22 Gewinne:  
 $\frac{22}{100}$  Gewinnwahrscheinlichkeit  
 Auf 3 Nieten 1 Gewinn:  
 $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$  Gewinnwahrscheinlichkeit  
 Die Gewinnchancen sind beim zweiten Los („Auf 10 Lose 3 Gewinne“) am größten.

- K5** 7 a)  $\frac{3}{10}, \frac{6}{1000}, \frac{12}{100}, \frac{105}{1000}, \frac{35}{100}, \frac{125}{10000}, \frac{12}{10}, \frac{54}{10}, \frac{10012}{10000}$   
 b) 0,4; 0,003; 0,017; 0,34; 0,0242; 1,2; 15,00; 25,5

- K5** 8 a)  $\frac{2}{10} = 0,2$     b)  $\frac{3}{10} = 0,3$     c)  $\frac{34}{100} = 0,34$     d)  $\frac{16}{100} = 0,16$   
 e)  $\frac{14}{10} = 1,4$     f)  $\frac{75}{100} = 0,75$     g)  $\frac{30}{10} = 3,0$     h)  $\frac{96}{1000} = 0,096$

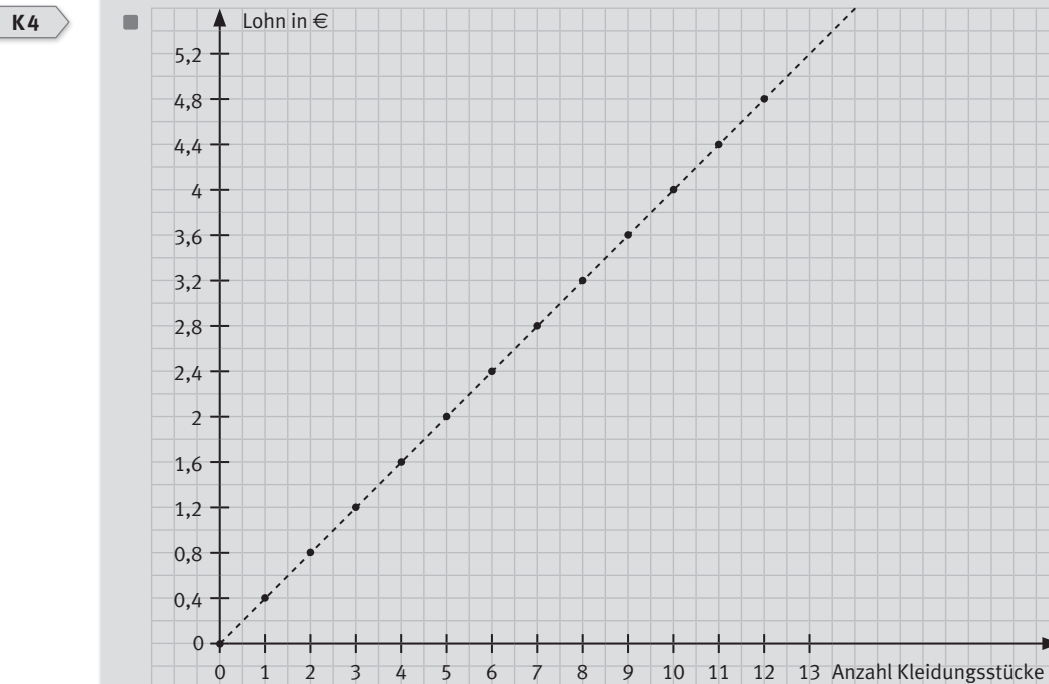
## Kap. 2.1 und 2.2

**Bügeln für Schuhe**

- K3** ■ Proportionalitätsfaktor:  $\frac{0,40\text{€}}{1 \text{ Kleidungsstück}}$   
Für 18€ muss Sophia 45 Kleidungsstücke bügeln.
- K3** ■ Anzahl Kleidungsstücke:  $4 \cdot 7 = 28$   
 $28 \cdot 0,40\text{€} = 11,20\text{€}$   
Sophia verdient 11,20€.

**K4** ■

Anzahl Kleidungsstücke	Lohn in €	Arbeitszeit in min
0	0,00	0
1	0,40	5
2	0,80	10
3	1,20	15
4	1,60	20
5	2,00	25
6	2,40	30
7	2,80	35
8	3,20	40
9	3,60	45
10	4,00	50
11	4,40	55
12	4,80	60



Die Zwischenwerte haben keine sinnvolle Bedeutung. Sophia wird nur für jedes ganz gebügelte Kleidungsstück den Geldbetrag erhalten.

## Kap. 2.4 und 2.5

**Monatliche Kosten**

- Auto: 51°    Wohnen: 82°    Kleidung: 69°    Nahrung: 114°    Sonstiges: 44°  
 Auto: ≈ 14 %    Wohnen: ≈ 23 %    Kleidung: ≈ 19 %    Nahrung: ≈ 32 %    Sonstiges: ≈ 12 %
- Auto:             $P = 14\% \cdot 2200\text{€} : 100\% = 308\text{€}$   
 Wohnen:         $P = 23\% \cdot 2200\text{€} : 100\% = 506\text{€}$   
 Kleidung:        $P = 19\% \cdot 2200\text{€} : 100\% = 418\text{€}$   
 Nahrung:         $P = 32\% \cdot 2200\text{€} : 100\% = 704\text{€}$   
 Sonstiges:       $P = 12\% \cdot 2200\text{€} : 100\% = 264\text{€}$

## Kap. 2.5 und 2.6

**Schlussverkauf**

- Beispiele: prozentuale Preisnachlässe, Mengenrabatt
- Die Werbung ist natürlich korrekt, da ein einziges Paar tatsächlich auf (und um) die Hälfte reduziert ist. Andererseits ruft die Werbung falsche Vorstellungen hervor, da diese Reduzierung um die Hälfte nur auf ein einziges von insgesamt fünf Paaren zutrifft. „Bis zu 50 % günstiger“ bedeutet hier also, dass der Preis der Schuhe maximal um 50 % reduziert wird.

## Kap. 2.7

**Beim Friseur**

■



Trends

1 x Perform	21,82
1 x Trocknen	9,20
1 x Wimpern färben	5,00
1 x Augen zupfen	2,50
1 x Nagel Design	25,00
1 x Dauerwelle	65,00
-----	
Gesamt EUR:	128,52
Gegeben:	130,00
Rückgeld:	1,48
Nettobetrag:	108,00
MwSt. 19,00%:	20,52
Service: Frau Kutter	16,47
10.10.15	

- Individuelle Lösungen möglich. Bei Lebensmitteln beträgt die Mehrwertsteuer 7%.
- Es gibt zwei Mehrwertsteuersätze in Deutschland:  
 7% werden aufgeschlagen, wenn es sich um Grundnahrungsmittel oder Güter des lebensnotwendigen Bedarfs handelt. In allen anderen Fällen sind es 19%.

## Kap. 2.9

**Mobilität hat ihren Preis**

K3

	Drive and fun	Classic	Easy and go
Laufzeit in Monaten	12	9	6
monatliche Rate	143,65 €	192,00 €	281,60 €
Gesamtpreis	1723,80 €	1728,00 €	1689,60 €

„Easy and go“ ist der günstigste Kredit, mit hohen Raten und einer kurzen Laufzeit. Kredite mit längerer Laufzeit und niedrigeren Raten sind entsprechend teurer, weil man (absolut betrachtet) mehr Geld zurückzahlt. Daher ist „Drive and fun“ auch der teuerste Kredit.

K6

## ■ Lösungsmöglichkeit:

Wenn die Rate zum vereinbarten Termin nicht bei der Bank eingeht, wird zunächst der Kundenbetreuer benachrichtigt. Sofort, also ab dem Tag der Fälligkeit, werden Überziehungszinsen berechnet. Man erhält anschließend eine Mahnung oder wird zu einem persönlichen Termin bei der Bank eingeladen. Falls nicht bezahlt werden kann, werden weitere Mahnungen folgen, die unweigerlich zur Kündigung des Kredits führen, falls die Rate (und die aufgelaufenen Zinsen) nicht bezahlt werden. Weitere juristische Schritte können folgen.

Es lohnt sich also auf jeden Fall, im Vorfeld genau zu prüfen, ob der Kredit abbezahlt werden kann oder nicht.

Entdecken

- K4** ■ Der Flug startet um 14:30 Uhr und das Flugzeug hat um 15:00 Uhr bereits eine Höhe von 6000 m erreicht. Um 16:00 Uhr ist eine Flughöhe von 9000 m erreicht, wengleich der Anstieg nicht mehr so steil war wie noch zu Beginn des Fluges. Anschließend bleibt das Flugzeug für zwei Stunden auf dieser Flughöhe und zwischen 18:00 Uhr und 19:00 Uhr erfolgt ein weiterer leichter Anstieg auf 10 000 m. Zwischen 19:00 Uhr und 21:00 Uhr sinkt das Flugzeug, bis es schließlich nach 6,5 Stunden Flugzeit um 21:00 Uhr landet.
- K6** ■ Ja, Anna hat recht. Die letzten zwei Stunden befindet sich das Flugzeug im Sinkflug.
- K1** ■ Nein. Es ist immer nur eine eindeutige Zuordnung möglich, das Flugzeug kann nicht an zwei Orten gleichzeitig sein.

Nachgefragt

- K6** ■ Eine Zuordnung ist eindeutig, wenn jedem Wert einer Ausgangsgröße  $x$  genau eine Größe  $y$  zugeordnet wird. Sie ist nicht eindeutig, wenn einem Wert der Ausgangsgröße mehrere Größen zugeordnet werden.
- K6** ■ Veränderungen lassen sich im Graphen ablesen, indem man untersucht, an welchen Stellen der Graph steigt bzw. fällt. Bei steigendem Graphen werden die zugeordneten Werte größer, bei fallendem Graphen nehmen sie ab.

Aufgaben

**K3** 1

	Zuordnung	eindeutig?	Begründung
a)	Parkdauer in min $\mapsto$ Gebühr in €	ja	Jeder vergangenen Minute kann eine Gebühr zugeordnet werden.
b)	Gebühr in € $\mapsto$ Parkdauer in min	nein	Diese Zuordnung ist nicht eindeutig, da es mehrere zugeordnete Werte mit gleicher Ausgangsgröße gibt.
c)	Zeit in s $\mapsto$ Regenmenge in cm	ja	Diese Zuordnung ist eindeutig, da jeder Sekunde genau ein Wert in cm zugeordnet werden kann. Die Punkte können sogar verbunden werden.
d)	Euro $\mapsto$ US Dollar	ja	Jedem Wert in € kann genau ein eindeutiger Wert in Dollar zugeordnet werden.
e)	Temperatur in °C $\mapsto$ Uhrzeit	nein	Dieselbe Temperatur kann zu unterschiedlichen Uhrzeiten gemessen werden, somit ist die Zuordnung nicht eindeutig.
f)	Uhrzeit $\mapsto$ Temperatur in °C	ja	Jeder Uhrzeit kann ein eindeutiger Wert in °C zugeordnet werden.
g)	Benzinmenge in l $\mapsto$ Preis in €	ja	Für jede Menge Benzin steht der zugeordnete Preis eindeutig fest.
h)	Preis in € $\mapsto$ Benzinmenge in l	ja	Jedem Geldwert kann eindeutig (bei festem Benzinpreis) eine bestimmte Menge Benzin zugeordnet werden.

- K4** 2
- a) Uhrzeit  $\mapsto$  Temperatur in °C
  - b) Höchstwert: 15.40 Uhr  $\mapsto$  7°C      Tiefstwert: 4.00/1.10 Uhr  $\mapsto$  -3°C
  - c) 9.00 Uhr  $\mapsto$  2°C      20.40 Uhr  $\mapsto$  2°C      12.00 Uhr  $\mapsto$  4°C      18.20 Uhr  $\mapsto$  4°C  
 6.00 Uhr  $\mapsto$  -2°C      24.00 Uhr  $\mapsto$  -2°C

d)

Uhrzeit	4.00 Uhr	6.00 Uhr	8.00 Uhr	10.00 Uhr	12.00 Uhr	14.00 Uhr
Temperatur in °C	-3	-2	1	3	4	5

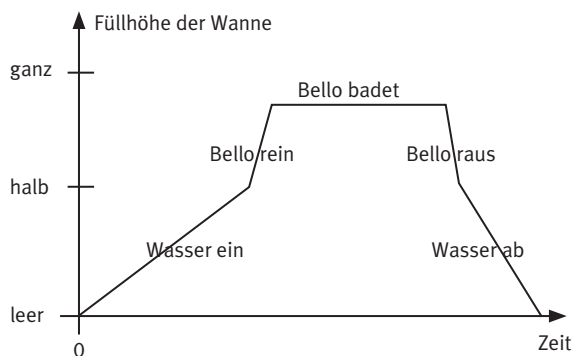
  

Uhrzeit	16.00 Uhr	18.00 Uhr	20.00 Uhr	22.00 Uhr	24.00 Uhr
Temperatur in °C	7	5	3	0	-2

- e) Es sind individuelle Lösungen möglich.

- K3** 3 a) 1 Lösungsmöglichkeit: Jakob läuft los zur Schule. An einer Fußgängerampel bleibt er bei Rot stehen. Bei Grün läuft er weiter. Da Annika, die er unterwegs abholt, noch nicht ganz fertig ist, wartet er fünf Minuten auf sie, bevor sie zusammen weitergehen. Nach insgesamt 1500 m sind sie an der Schule angekommen.
- 2 Lösungsmöglichkeit: Jakob läuft los zur Schule. Nach 750 m bemerkt er, dass er sein Mäppchen daheim vergessen hatte. Schnell läuft er wieder zurück, um es zu holen. Nun läuft er schneller als gewöhnlich wieder Richtung Schule. Wie gewohnt muss er an der roten Fußgängerampel warten. Nach 1000 m Entfernung von daheim kommt er an Annikas Haus vorbei, wo er fünf Minuten auf sie warten muss. Anschließend laufen beide gemeinsam zur Schule, die Jakob nach insgesamt 35 Minuten erreicht.
- b) • Aus dem Graphen 1 kann man die Entfernung von Klaus' Zuhause in Metern entnehmen, ebenso ist ersichtlich, dass die Schule 1500 m von Klaus' Zuhause entfernt ist. Am Graphenverlauf sieht man, dass Klaus einen Teil der Strecke dreifach läuft, vielleicht hat er unterwegs etwas verloren.
- Aus beiden Graphen geht hervor, dass Klaus für die Strecke zur Schule an diesem Tag 45 Minuten braucht.
- Graph 2 veranschaulicht die von Klaus insgesamt gelaufene Strecke in Metern. Insgesamt läuft er 2500 m zur Schule, obwohl die Schule nur 1500 m entfernt liegt. Daraus lässt sich errechnen, dass er 1000 m zuviel gelaufen ist, was man allerdings auch schon aus Graph 1 entnehmen könnte.
- c) Es sind individuelle Lösungen möglich.

- K2** 4 Lösungsmöglichkeit:



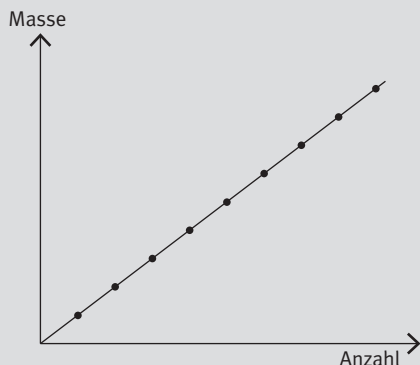


Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 56

Entdecken

- K4** ■ Es sind individuelle Lösungen möglich.
- K6** ■ Wenn sich die Anzahl der Gegenstände verdoppelt (verdreifacht, verzehnfacht), so verdoppelt (verdreifacht, verzehnfacht) sich auch deren Masse.
- K4** ■ Alle Punkte liegen auf einer Geraden, die durch den Ursprung geht. Die Gerade hat eine positive Steigung.

Skizze:



Nachgefragt

- K6** ■ Lösungsmöglichkeiten:  
Anzahl Personen  $\mapsto$  Fahrpreis in €  
Anzahl Tafeln Schokolade  $\mapsto$  Preis in €  
Länge Stoff in m  $\mapsto$  Preis in €
- K1** ■ Eine direkt proportionale Zuordnung ist stets eindeutig, denn jeder Ausgangsgröße ist immer genau eine Größe zugeordnet. Zudem lässt sich aus einer direkt proportionalen Zuordnung jeweils ein Graph zeichnen.
- K6** ■ Bei vielen Zuordnungen sind Zwischenwerte nicht sinnvoll. Wenn eine CD beispielsweise 5 € kostet, dann kosten zwei CDs 10 €, drei CDs 15 €, usw. Man darf die Punkte dieses Graphen nicht miteinander verbinden, da es keine halben CDs gibt. Um trotzdem einen anschaulicheren Graphen zu erhalten, bietet es sich hier an, die Punkte durch eine gestrichelte Linie zu verbinden.

Aufgaben

<b>K3</b>	1	direkt proportional?	Beispiele
	a)	nein	50 kg $\mapsto$ 15 Jahre; 100 kg $\mapsto$ 43 Jahre Die Zuordnung ist nicht direkt proportional, denn das Körpergewicht ist im Allgemeinen nicht direkt proportional vom Alter abhängig.
	b)	ja	1 CHF $\mapsto$ 0,82 €; 2 CHF $\mapsto$ 1,64 € Diese Zuordnung ist direkt proportional.
	c)	nein	1 Bauarbeiter $\mapsto$ 10 h; 2 Bauarbeiter $\mapsto$ 5 h Diese Zuordnung ist keinesfalls direkt proportional. Eher ist sie indirekt proportional, denn mit doppelter Arbeitskraft halbiert sich in manchen Fällen die Arbeitszeit. Allerdings steigt mit der Zahl der Mitarbeiter der Koordinationsbedarf, und manche Gewerke können nicht gleichzeitig, sondern nur nacheinander ausgeführt werden. Also wird die Zuordnung (wenn überhaupt) nur annähernd indirekt proportional sein.
	d)	ja	1,22 € $\mapsto$ 1 Liter; 2,44 € $\mapsto$ 2 Liter Die Zuordnung ist direkt proportional.
	e)	ja	100 g $\mapsto$ 2,30 €; 200 g $\mapsto$ 4,60 € Diese Zuordnung ist direkt proportional.

f)	nein	z.B. 1 Min $\mapsto$ 1 Player; 2 Min $\mapsto$ 1 Player Diese Zuordnung ist inhaltlich nicht sinnvoll. Eher könnte man die Anzahl von CDs der Anzahl der CD-Player zuordnen.
g)	ja/nein	Hier muss man zwei Fälle unterscheiden. Wenn eine Seitenlänge fest ist und nur die andere variiert wird, ist die Zuordnung direkt proportional, da sich der Flächeninhalt dann immer aus dem Vielfachen der festen Seite ergibt. Werden beide Seiten variiert, ist die Zuordnung nicht direkt proportional. Bei einem Quadrat würde es sich beispielsweise um einen quadratischen Zusammenhang handeln.

K5

2 a)

Äpfel in kg	Preis in €
2	4,30
1	2,15
9	19,35

d)

Euro	US-Dollar
120	180
60	90
180	270

b)

Anzahl Hefte	Masse in g
3	225
1	75
8	600

e)

Anzahl Bausteine	Turmhöhe in cm
7	10,5
1	1,5
15	22,5

c)

Erdbeeren in g	Preis in €
250	1,50
50	0,30
800	4,80

f)

Anzahl Kopien	Preis in €
450	13,50
100	3,00
800	24,00

K4

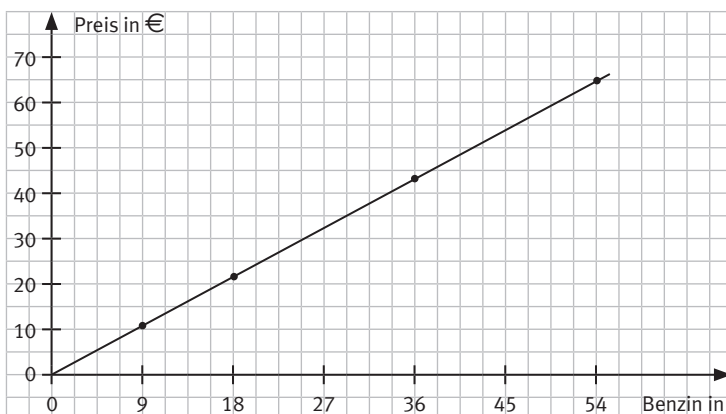
- 3 Der Graph b) gehört zu einer direkt proportionalen Zuordnung. Hier verändert sich der x-Wert direkt proportional zum y-Wert. In den Graphen a) und c) hingegen verändern sich die x- und y-Werte nicht im gleichen Verhältnis. Graph b) ist zudem der einzige Graph, der als Halbgerade dargestellt ist, die im Ursprung des Koordinatensystems beginnt.

K3

4 a)

Benzin in l	18	36	54	9
Preis in €	21,60	43,20	64,8	10,8

b)



Der Benzinmenge in Litern wird der Preis in Euro zugeordnet. Es handelt sich dabei um eine direkt proportionale Zuordnung, der Graph ist eine Gerade durch den Ursprung.

- c)  $20\text{l} \mapsto 24,00\text{€}$     $30\text{l} \mapsto 36,00\text{€}$     $42\text{l} \mapsto 50,40\text{€}$   
d) Ein Proportionalitätsfaktor gibt das Verhältnis von zwei Größen an, das bei Vervielfachung immer gleich bleibt. Es ist ein anderer Begriff für Quotientengleichheit.

- K5** 5 a) und b) Ob die Zuordnung direkt proportional ist, kann grafisch, durch eine Tabelle oder durch die Quotientengleichheit überprüft werden. Aus Platzgründen entfällt die grafische Darstellung.

- 1 Lösungsmöglichkeit: Preis für Käseaufschnitt

Gewicht in g	300	900	600
Preis in €	3,45	10,35	6,90

$\xrightarrow{\cdot 3}$                        $\xrightarrow{\cdot \frac{2}{3}}$   
 $\xrightarrow{\cdot 3}$                        $\xrightarrow{\cdot \frac{2}{3}}$

$$\frac{300 \text{ g}}{3,45 \text{ €}} = \frac{900 \text{ g}}{10,35 \text{ €}} = \frac{600 \text{ g}}{6,90 \text{ €}} \approx 87 \frac{\text{g}}{\text{€}}$$

Die Zuordnung ist direkt proportional.

- 2 Lösungsmöglichkeit: Preis für (verschiedene) Arten von Stoffen

Länge in m	7	2	4
Preis in €	14,70	4,20	8,40

$\xrightarrow{: 3,5}$                        $\xrightarrow{\cdot 2}$   
 $\xrightarrow{: 3,5}$                        $\xrightarrow{\cdot 2}$

$$\frac{7 \text{ m}}{14,70 \text{ €}} = \frac{2 \text{ m}}{4,20 \text{ €}} = \frac{4 \text{ m}}{8,40 \text{ €}} \approx 0,48 \frac{\text{m}}{\text{€}}$$

Die Zuordnung ist direkt proportional.

- 3 Lösungsmöglichkeit: Preis für eine Kette

Länge in cm	5	7	4
Preis in €	2	2,80	1,60

$\xrightarrow{\cdot 1,4}$                        $\xrightarrow{: 1,75}$   
 $\xrightarrow{\cdot 1,4}$                        $\xrightarrow{: 1,75}$

$$\frac{5 \text{ cm}}{2 \text{ €}} = \frac{7 \text{ cm}}{2,80 \text{ €}} = \frac{4 \text{ cm}}{1,60 \text{ €}} = 2,5 \frac{\text{cm}}{\text{€}}$$

Die Zuordnung ist direkt proportional

- 4 Lösungsmöglichkeit: Gebrauchte Zeit für eine Wanderung

Weg in km	3	4	6
Zeit in min	39	52	78

$\xrightarrow{\cdot \frac{4}{3}}$                        $\xrightarrow{\cdot 1,5}$   
 $\xrightarrow{\cdot \frac{4}{3}}$                        $\xrightarrow{\cdot 1,5}$

$$\frac{3 \text{ km}}{39 \text{ min}} = \frac{4 \text{ km}}{52 \text{ min}} = \frac{6 \text{ km}}{78 \text{ min}} \approx 0,077 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Die Zuordnung ist direkt proportional.

- K3** 6 a) Die Zutatenmenge wird jeweils verdoppelt.

Reissalat für 6 Personen	Reissalat für 12 Personen
200 g Reis	400 g Reis
3 Paprika	6 Paprika
1 Dose Mais	2 Dosen Mais
5 Gewürzgurken	10 Gewürzgurken
50 g Sahne	100 g Sahne
250 g Mayonaise	500 g Mayonaise

- b) Für die dreifache, vierfache, ... Menge wird die Menge jeder Zutat mit drei, vier, ... multipliziert.  
 c) Bei 15 Personen tritt das Problem auf, dass bei Mengenangaben mit ganzer Einheit (eine Dose Mais, eine Paprika) keine ganze Einheit mehr gebraucht wird und etwas übrig bleibt. Dieses Problem könnte man praktisch lösen, indem man auf die genau ausgerechnete Mengenangabe verzichtet und auf- oder abrundet. Beispielsweise könnte man statt 2,5 Dosen Mais 2 oder 3 Dosen Mais verwenden. Ebenso könnte man versuchen, kleinere Maisdosen zu bekommen oder größere bzw. kleinere Paprika.

- K4** 7 Es sind individuelle Lösungen möglich.

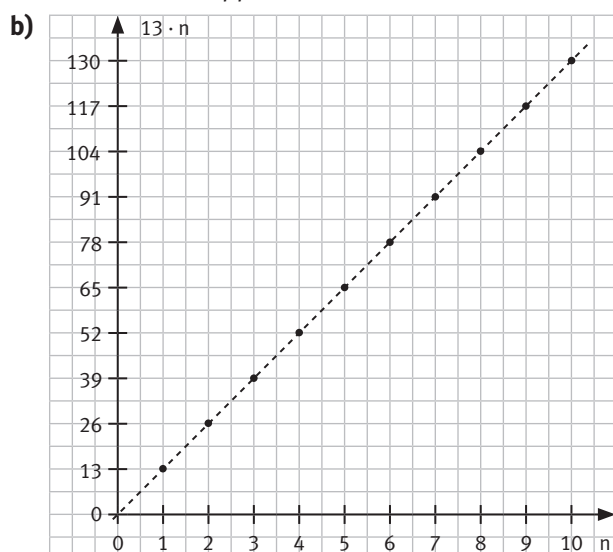
- K3** 8 a) 1  $\frac{x}{24} = \frac{3}{8} = \frac{9}{24}$  3 kg Weintrauben kosten 9€.

2  $\frac{x}{63} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3} = \frac{42}{63}$  30 l Benzin kosten 42€.

3  $\frac{x}{100} = \frac{60}{75} = \frac{20}{25} = \frac{80}{100}$  Für 60 kg Holzkohle benötigt man 80 kg Holz.

- b) Die Aufgabe kann mit Dreisatz, grafisch oder über die Verhältnisgleichung gelöst werden.

- K3** 9 a) Die Zuordnung ist direkt proportional, da sich beim Verdoppeln eines Faktors der Wert des Produkts verdoppelt.



Die Zwischenwerte haben keine sinnvolle Bedeutung.

- 1 Lösungsmöglichkeiten:  
 $1 \mapsto 13; 2 \mapsto 26; 3 \mapsto 39; 4 \mapsto 52; 5 \mapsto 65; 6 \mapsto 78; 7 \mapsto 91; 8 \mapsto 104; 9 \mapsto 117; 10 \mapsto 130; \dots$
  - 2 Zwischenwerte des Graphen geben eine Dezimalzahl bzw. Bruch und sein 13-Faches an.
- c) Wenn die Ausgangsgröße ...
- halbiert wird, halbiert sich auch die zugeordnete Größe.
  - versechsfacht wird, versechsfacht auch die zugeordnete Größe.
  - um 1 erhöht wird, wächst die zugeordnete Größe um 13.

K6

10

b = 4 Kästchen	Quadrat	a)	b)	c)	d)
Seitenlänge a in Kästchenlängen	4	2	8	10	12
Flächeninhalt A in Kästchen	16	8	32	40	48

Durch den Vergleich wird folgender Zusammenhang sichtbar:  
 Verdoppelt, verdreifacht, halbiert, ... sich die Länge a des Rechtecks bei gleichbleibender Seitenlänge b (hier: 4 Kästchenlängen), dann verdoppelt, verdreifacht, halbiert, ... sich der Flächeninhalt des Rechtecks.

K4

11

a) Der Graph stellt dar, welche Strecke ein Fahrradfahrer bzw. ein Motorradfahrer in einer bestimmten Zeit zurücklegt. Dabei haben die beiden Fahrer unterschiedliche Startzeiten.

b)

Uhrzeit	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00
Motorradfahrer Weg in km	0	0	47	94	141
Fahrradfahrer Weg in km	0	20	40	60	80

- c) Motorradfahrer: 47 km/h      Fahrradfahrer: 20 km/h
- d) Auch die Zeit-Weg-Zuordnung des Motorradfahrers ist direkt proportional, allerdings muss man dafür den Nullpunkt verschieben, da die Fahrt des Motorradfahrers nicht um 8:00h, sondern erst um 9:00h beginnt. Ab 9:00h fährt der Motorradfahrer konstant 47 km/h, bei doppelter/dreifacher ... Zeit verdoppelt/verdreifacht ... sich der zurückgelegte Weg.
- e) Es gibt individuelle Lösungsmöglichkeiten. Interessant ist dabei insbesondere auch der Schnittpunkt der beiden Graphen. Fahren beide auf derselben Straße, wird der Fahrradfahrer an dieser Stelle vom Motorradfahrer überholt.

K3

Alltag

- Anhand praktischer Übungen mit unterschiedlich geformten Gefäßen beobachten die Schüler direkt und indirekt proportionale und nicht proportionale Zuordnungen; sie erheben die Daten zu ihren Experimenten und stellen die Ergebnisse grafisch dar.

## Entdecken

K4

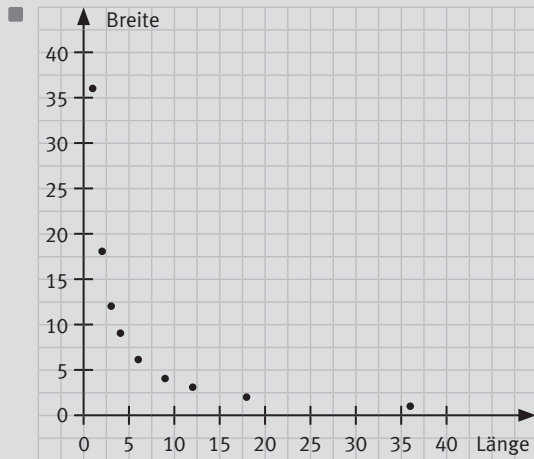
Länge	1	2	3	4	6	9	12	18	36
Breite	36	18	12	9	6	4	3	2	1

z. B.  $2 \rightarrow 18$ ;  $4 \rightarrow 9$ 

K6

- Verdoppelt (verdreifacht, versechsfacht, halbiert) sich die Länge, so halbiert (drittelt, sechstelt, verdoppelt) sich die Breite.

K4



Der Graph fällt zunächst sehr steil ab und wird dann immer flacher. Er nähert sich dabei immer mehr der x-Achse an, schneidet diese jedoch nicht.

## Nachgefragt

K1

- Marion hat mit ihrer Behauptung nicht Recht, denn auch bei indirekt proportionalen Zuordnungen ist jeder Ausgangsgröße genau eine Größe zugeordnet.

K6

- Bei indirekt proportionalen Zuordnungen gibt es weder Tiefst- noch Höchstwerte, denn der Verlauf des Graphen fällt stetig, sodass keine Extremwerte vorkommen können.

## Aufgaben

K4

- 1 Der Graph c) kann zu einer indirekt proportionalen Zuordnung gehören, da er die Form einer Hyperbel hat. Unterschiede können aus verschiedenen Einteilungen der Achsen resultieren. Die Graphen a) und d) gehören zu einer direkt proportionalen Zuordnung: Die Graphen sind Halbgeraden, die im Ursprung beginnen.

K5

- 2
- |    |                 |     |     |     |
|----|-----------------|-----|-----|-----|
| a) | Anzahl Personen | 12  | 4   | 8   |
|    | Beitrag         | 140 | 420 | 210 |
- |    |                 |    |    |   |
|----|-----------------|----|----|---|
| b) | Anzahl Lkw      | 6  | 3  | 9 |
|    | Fahrten pro Lkw | 12 | 24 | 8 |
- |    |                  |                |                 |                 |
|----|------------------|----------------|-----------------|-----------------|
| c) | Anzahl Arbeiter  | 4              | 2               | 10              |
|    | Arbeitszeit in h | $7\frac{3}{4}$ | $15\frac{1}{2}$ | $3\frac{1}{10}$ |
- |    |                       |    |     |    |
|----|-----------------------|----|-----|----|
| d) | Expeditionsteilnehmer | 10 | 1   | 12 |
|    | Essensvorrat in Tagen | 24 | 240 | 20 |

K5

3 a)

1	Anzahl der Arbeiter	6	3	2	12	18	54	36	4
	Arbeitszeit in Tagen	18	36	54	9	6	2	3	27

2	Schrittlänge in cm	50	100	10	25	80	$33\frac{1}{3}$	$26\frac{2}{3}$	200
	Gesamtzahl Schritte	40	20	200	80	25	60	75	10

Beispiele für ausformulierte Zusammenhänge:

Halbiert (drittelt) sich die Anzahl der Arbeiter, so verdoppelt (verdreifacht) sich die Arbeitszeit. Verdoppelt (vervieracht) sich die Schrittlänge, so halbiert (viertelt) sich die Gesamtanzahl der Schritte.

- b) 1) Damit die Ergebnisse, wie in der Tabelle dargestellt, richtig sind, müssen gewisse Arbeitsbedingungen gegeben sein, wie z. B. die Wetterlage, jeweils einheitliche Arbeitsstunden am Tag, d. h. es dürfen keine Überstunden gezählt werden. Zudem muss man annehmen, dass jeder Arbeiter gleich viel schafft und auch die gleiche Arbeitskraft aufweist. Es ist eher unwahrscheinlich, dass all diese Kriterien erfüllt werden können. Meist besteht bei steigender Zahl der Arbeiter auch ein erhöhter Koordinationsbedarf, sodass die vorliegende indirekte Proportionalität meist schon aus logistischen Gründen nicht realistisch ist.
- 2) Die Werte sind teils recht unrealistisch, denn es werden wohl kaum Schrittlängen von beispielsweise 2 m vorkommen.
- c) 1) Produkt: 2 Tage · 54 = 108 Tage. Insgesamt müssen an dem Projekt 108 Tage gearbeitet werden.
- 2) Produkt: 100 cm · 20 = 1 m · 20 = 20 m. Die Gesamtstrecke beträgt 20 m.

K5

4 Die indirekte Proportionalität einer Zuordnung kann grafisch, durch eine Tabelle oder durch Produktgleichheit überprüft werden. Aus Platzgründen entfällt die grafische Darstellung.

a)

Länge in cm	4	4,8	3,2
Breite in cm	6	5	7,5

$\cdot 1,2$                        $: 1,5$   
 $\curvearrowright$                                        $\curvearrowright$   
 $\curvearrowleft$                                        $\curvearrowleft$   
 $: 1,2$                                        $\cdot 1,5$

$4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 3,2 \text{ cm} \cdot 7,5 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$   
 Die Zuordnung ist indirekt proportional.

b)

Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	80	120	60
Fahrzeit in min	36	24	48

$\cdot 1,5$                        $: 2$   
 $\curvearrowright$                                        $\curvearrowright$   
 $\curvearrowleft$                                        $\curvearrowleft$   
 $: 1,5$                                        $\cdot 2$

$80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 36 \text{ min} = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 24 \text{ min} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 48 \text{ min} = 48 \text{ km}$   
 Die Zuordnung ist indirekt proportional.

K3

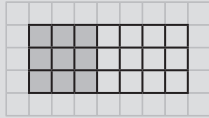
5 a)  $20 \cdot 1,20 \text{ €} = 24 \text{ €}$                        $24 \text{ €} : 1 \text{ €} = 24 \text{ Stücke}$   
 Christina rechnet wohl mit 24 Kuchenstücken.

b) Das Produkt aus der Anzahl von Kuchenstücken und dem dazugehörigen Verkaufspreis gibt die Einnahmen aus dem Kuchenverkauf wieder.

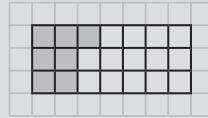
## Entdecken

- K3** ■ Insgesamt sind bei den Torhütern 24 Tore gefallen.
- K6** ■ Ich würde Frank in meine Mannschaft wählen. Frank hält  $\frac{9}{21}$  ( $\approx 43\%$ ) der Bälle, Lisa hält nur  $\frac{6}{18} = \frac{7}{21}$  ( $\approx 33\%$ ).
- K4** ■ Lösungsmöglichkeit:

Frank:



Lisa:



## Nachgefragt

- K6** ■ Der Bruch gibt Anteile eines Ganzen an, dabei gibt der Nenner an, in wie viele Teile das Ganze zerlegt wurde. Der Zehnerbruch gibt die Zerlegung des Ganzen in zehn Teile an. Die Dezimalzahlen sind eine andere Schreibweise für Brüche mit 10-er Potenz im Nenner; sie setzen die Stellenwerttafel der natürlichen Zahlen fort. Prozente geben immer den Anteil von 100 an, sind also eine andere Schreibweise für Zehnerbrüche.
- K6** ■ 100% beschreiben 1 Ganzes. Wenn jemand 150% gibt, dann erfüllt er, z.B. eine Aufgabe, übermäßig gut, also mehr als ein Ganzes.

## Aufgaben

- K5** 1 a)  $0,07 = \frac{7}{100}$ ;  $0,85 = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$ ;  $0,4 = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ ;  $0,36 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$ ;  $0,66 = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}$   
 b)  $0,57 = \frac{57}{100}$ ;  $0,21 = \frac{21}{100}$ ;  $0,55 = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$ ;  $0,96 = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$ ;  $0,95 = \frac{95}{100} = \frac{19}{20}$   
 c)  $0,01 = \frac{1}{100}$ ;  $1,0 = \frac{100}{100} = 1$ ;  $1,25 = \frac{125}{100} = 1\frac{1}{4}$ ;  $1,85 = \frac{185}{100} = 1\frac{17}{20}$   
 d)  $1,2 = 1\frac{1}{5}$ ;  $0,99 = \frac{99}{100}$ ;  $2,5 = 2\frac{1}{2}$ ;  $0,45 = \frac{9}{20}$ ;  $0,0 = \frac{0}{100} = \frac{0}{x}$
- K5** 2 a)  $0,06 = 6\%$ ;  $0,37 = 37\%$ ;  $0,19 = 19\%$ ;  $0,15 = 15\%$   
 b)  $1,5 = 150\%$ ;  $0,12 = 12\%$ ;  $0,14 = 14\%$ ;  $0,04 = 4\%$   
 c)  $0,9 = 90\%$ ;  $0,2 = 20\%$ ;  $0,75 = 75\%$ ;  $0,7 = 70\%$   
 d)  $0,15 = 15\%$ ;  $0,15 = 15\%$ ;  $1 = 100\%$ ;  $1,3 = 130\%$   
 e)  $0,4 = 40\%$ ;  $1,1 = 110\%$ ;  $4 = 400\%$ ;  $3,9 = 390\%$   
 f)  $0,035 = 3,5\%$ ;  $0,012 = 1,2\%$ ;  $0,064 = 6,4\%$ ;  $0,75 = 75\%$
- K5** 3 a)  $\frac{2}{24} < \frac{6}{24} < \frac{3}{8} < \frac{7}{12} < \frac{9}{12} = \frac{3}{4} < \frac{7}{3}$       b)  $\frac{6}{50} < 0,14 < 16\% < 48\% < \frac{14}{25} < 0,99 < \frac{14}{10}$   
 c)  $\frac{12}{125} < 0,12 < \frac{33}{150} < 33\% < 0,54 = 54\% < \frac{5}{4}$       d)  $1,01 < 112,4\% < \frac{9}{8} < \frac{25}{20} = 125\% < 1\frac{2}{5} < 1,5$

**K5** 4

Prozent	1%	5%	10%	20%	25%	50%	75%	100%	200%
Dezimalzahl	0,01	0,05	0,1	0,2	0,25	0,5	0,75	1,0	2
Bruch	$\frac{1}{100}$	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$



- K6** 5 a) Sonja fasst die Division als Bruch auf. Sie erweitert dann auf Tausendstel, um ihn dann als Dezimalzahl darstellen zu können. Svetlana nutzt die schriftliche Division um die Aufgabe zu berechnen. Sie gelangt dadurch zum gleichen Ergebnis wie Sonja.  
b) Lösung analog zu a).  
1)  $5:8 = 0,625$       2)  $7:4 = 1,75$       3)  $5:16 = 0,3125$       4)  $7:16 = 0,4375$
- K3** 6 a)  $2:5 = 0,4$       b)  $7:8 = 0,875$       c)  $3:40 = 0,075$       d)  $7:25 = 0,28$   
e)  $150:200 = 0,75$   
Für die Sachsituationen sind verschiedene Lösungen möglich, beispielsweise die Trefferquote beim Elfmeterschießen oder das Aufteilen eines Kuchens.
- K5** 7 a)  $0,05 \equiv 5\%$       b)  $0,54 \approx \frac{1}{3}$       c)  $\frac{3}{25} \approx 10\%$       d)  $0 \equiv \frac{0}{7}$   
 $0,3 \equiv 30\%$        $13\% \approx 1,3$        $0,033 \approx 33\%$        $133\% \approx 0,133$
- K6** 8 a) Felix hat mehr Losglück, da er im Vergleich zu Timon mehr Gewinne erzielt.  
Timon:  $\frac{380}{40} = \frac{1140}{120}$       Felix:  $\frac{290}{30} = \frac{1160}{120}$   
b) Wenn Felix das Losglück von Timon hätte, dann müsste er bei 30 Losen 285 Punkte erhalten. Wenn Timon das Losglück von Felix hätte, dann hätte er bei 40 Losen fast 387 Punkte gehabt.
- K6** 9 a) Der Anteil an verkehrssicheren Rädern ist im Jahr 2015 höher als im Jahr 2014. 2015 sind 40% der geprüften Fahrräder sicher, 2014 sind das nur 35%.  
b) Hier sind individuelle Lösungen möglich. Bei 1 wird der relative Vergleich genutzt, wonach der Anteil verkehrssicherer Fahrräder von 35% in 2014 auf 40% im Jahr 2015 anstieg. Bei 2 kann ein absoluter Vergleich die entsprechende These stützen, wonach in 2015 nur noch 64 Fahrräder verkehrssicher sind gegenüber 84 Fahrrädern im Vorjahr.
- K5** 10 a)  $0,4$ ;  $0,5$ ;  $0,525$ ;  $0,25$ ;  $0,425$ ;  $0,58\bar{3}$ ;  $0,4\bar{5}$ ;  $0,21875$ ;  $2,7$   
b)  $0,3$ ;  $0,4$ ;  $0,6\bar{1}$ ;  $0,7\bar{3}$ ;  $0,19\bar{4}$ ;  $0,3$ ;  $0,07\bar{2}$ ;  $0,25$ ;  $0,71428\bar{5}$
- K6** 11 a) gemischtperiodisch  
b) reinperiodisch  
c) reinperiodisch  
d) gemischtperiodisch  
e) endlich
- K5** 12 a)  $0,1$ ;  $0,2$ ;  $0,3$ ;  $0,4$ ;  $0,5$ ;  $0,7$ ;  $0,8$   
Ein Bruch in der Form  $\frac{n}{9}$  mit  $n \in \mathbb{N}$  und  $n \leq 8$  wird immer zu einem reinperiodischen Dezimalbruch  $0,\bar{n}$ .  
b)  $0,0\bar{1}$ ;  $0,0\bar{2}$ ;  $0,0\bar{4}$ ;  $0,5\bar{3}$ ;  $0,6\bar{5}$   
Ein Bruch in der Form  $\frac{n}{99}$  mit  $n \in \mathbb{N}$  und  $1 \leq n \leq 98$  wird immer zu einem reinperiodischen Dezimalbruch  $0,0\bar{n}$  (für  $1 \leq n \leq 9$ ) bzw.  $0,\bar{n}$  (für  $10 \leq n \leq 98$ ).  
c)  $0,00\bar{1}$ ;  $0,00\bar{2}$ ;  $0,04\bar{1}$ ;  $0,55\bar{9}$   
Ein Bruch in der Form  $\frac{n}{999}$  mit  $n \in \mathbb{N}$  und  $1 \leq n \leq 998$  wird immer zu einem reinperiodischen Dezimalbruch  $0,00\bar{n}$  (für  $1 \leq n \leq 9$ ) bzw.  $0,0\bar{n}$  (für  $10 \leq n \leq 99$ ) bzw.  $0,\bar{n}$  (für  $100 \leq n \leq 998$ ).

**K5** 13 a)  $\frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{16}{99}, \frac{65}{99}, \frac{61}{99}$

b)  $\frac{6}{99} = \frac{2}{33}, \frac{4}{99}, \frac{9}{999} = \frac{1}{111}, \frac{156}{999} = \frac{52}{333}, \frac{37}{99}$

**K5** 14 K - 0,404  
E - 0,429  
H - 0,43  
R - 0,43  
W - 0,43  
E - 0,4375  
R - 0,44  
T - 0,4

**K5** 15  $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$   $\frac{6}{4} = 1,5 = 150\%$   
 $\frac{1}{3} = 0,\bar{3} = 33,\bar{3}\%$   $\frac{6}{8} = 0,75 = 75\%$   
 $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$   $\frac{26}{20} = 1,3 = 130\%$   
 $\frac{7}{10} = 0,7 = 70\%$   $\frac{11}{10} = 1,1 = 110\%$   
 $\frac{7}{20} = 0,35 = 35\%$   $\frac{7}{9} = 0,\bar{7} = 77,\bar{7}\%$   
 $\frac{1}{6} = 0,1\bar{6} = 16,\bar{6}\%$   $\frac{6}{10} = 0,6 = 60\%$   
 $\frac{11}{8} = 1,375 = 137,5\%$

**K3** 16 a)  $\frac{42}{60} = 0,7 = 70\%$  der Spielzeit entfallen auf die Serie,  $\frac{18}{60} = 0,3 = 30\%$  auf die Werbung.

b) gleicher Anteil:  $90 + 0,3 \cdot 90 = 117$  Minuten  
doppelter Anteil:  $90 + 0,6 \cdot 90 = 144$  Minuten  
halber Anteil:  $90 + 0,15 \cdot 90 = 103,5$  Minuten

**K6** 17 1 Liter kostet 1,65 €

$3 \times 0,33$  Liter = 0,99 Liter und kosten  $3 \times 0,55$  € = 1,65 €

Tobias Idee ist nicht geschickter. Man bekäme 0,01 Liter weniger Apfelsaft im Vergleich zu Carmens Vorschlag.

**K1** 18 a) Aron baut auf der Überlegung auf, dass  $0,\bar{1} = \frac{1}{9}$  ist. Dadurch kommt er auf die Aussage, dass  $0,\bar{9} = \frac{9}{9} = 1$  ist. Dies sieht widersprüchlich aus, ist jedoch korrekt hergeleitet.

b) Überlegung wie in Arons Argumentation: Reihen fortsetzen und Kürzungen nutzen;  $0,0\bar{1} = \frac{1}{90}$

$0,8\bar{1} = \frac{73}{90}; 0,8\bar{2} = \frac{74}{90}; 0,8\bar{3} = \frac{75}{90}; 0,8\bar{4} = \frac{76}{90};$

$0,8\bar{5} = \frac{77}{90}; 0,8\bar{6} = \frac{78}{90}; 0,8\bar{7} = \frac{79}{90}; 0,\bar{8} = \frac{80}{90};$

$0,8\bar{9} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10} = 0,9$

Alternative Herleitung unter Zuhilfenahme von Arons Überlegung:

$0,0\bar{1} = \frac{1}{90}; 0,0\bar{2} = \frac{2}{90}; \dots 0,0\bar{9} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10} = 0,1; 0,8\bar{9} = 0,8 + 0,0\bar{9} = \frac{8}{10} + \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = 0,9$

c) Beispiel:

$0,4\bar{9} = 0,4 + 0,0\bar{9} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = 0,5$

**K2** 19 Es gibt unendliche viele Möglichkeiten für den Bruch  $\frac{n}{7}$  mit  $n \in \mathbb{N}$ .

Für die Dezimalzahl gibt es jedoch nur 7 verschiedene Varianten für die Ziffern nach dem Komma:

$\frac{21}{7} = 3$   $\frac{22}{7} = 3,\overline{142857}$   $\frac{23}{7} = 3,\overline{285714}$   $\frac{24}{7} = 3,\overline{428571}$

$\frac{25}{7} = 3,\overline{571428}$   $\frac{26}{7} = 3,\overline{714285}$   $\frac{27}{7} = 3,\overline{857142}$

$\frac{28}{7} = 4$   $\frac{29}{7} = 4,\overline{142857}$   $\frac{30}{7} = 4,\overline{285714}$   $\frac{31}{7} = 4,\overline{428571}$

$\frac{32}{7} = 4,\overline{571428}$   $\frac{33}{7} = 4,\overline{714285}$   $\frac{34}{7} = 4,\overline{857142}$

D. h.: Entweder ist die Zahl  $n$  durch 7 teilbar, dann liegt eine endliche Dezimalzahl vor.

Oder es liegt eine reinperiodische Dezimalzahl vor mit der Periode

$\overline{142857}, \overline{285714}, \overline{428571}, \overline{571428}, \overline{714285}, \overline{857142}$

Erklärbar ist diese Beobachtung dadurch, dass bei der Division durch 7 der Nenner entweder durch 7 teilbar ist oder es einen Rest von 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 gibt. Hier erhält man dann:

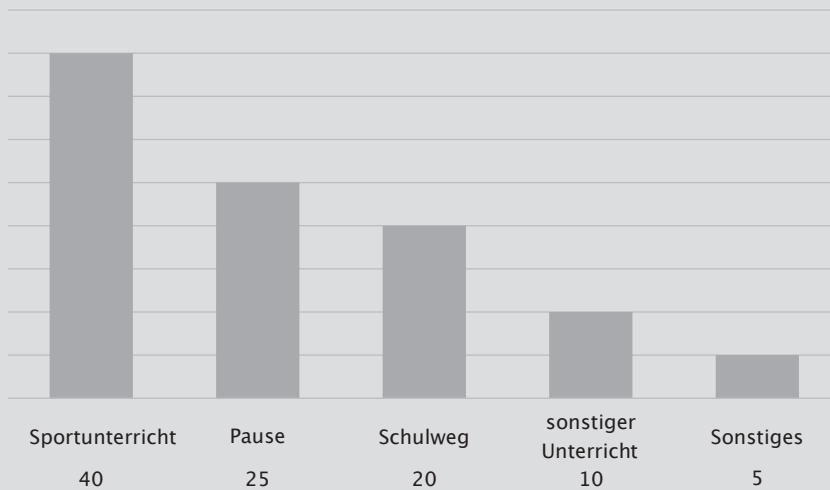
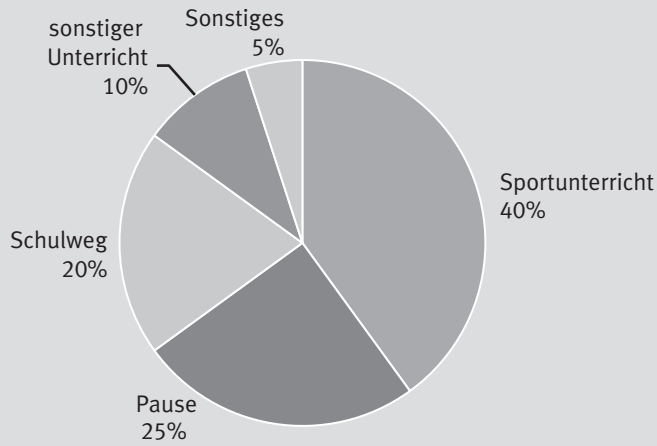
$\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}$   $\frac{2}{7} = 0,\overline{285714}$   $\frac{3}{7} = 0,\overline{428571}$

$\frac{4}{7} = 0,\overline{571428}$   $\frac{5}{7} = 0,\overline{714285}$   $\frac{6}{7} = 0,\overline{857142}$

Entdecken

K4

- Individuelle Lösungen möglich.  
Beispiel:



K6

- Für den Vergleich eignen sich beide Diagramme. Das Säulendiagramm ist vorteilhaft, da die Höhe der Säulen direkt miteinander verglichen werden können. Das Kreisdiagramm ist allerdings sinnvoller, da es in sich abgeschlossen ist und somit besser die 100% darstellt.

Nachgefragt

K1

- Ja, das stimmt. Zur doppelten (dreifachen, ...) Prozentangabe gehört die doppelte (dreifache, ...) Länge des Streifens.

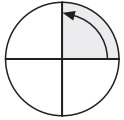
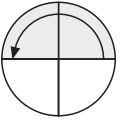
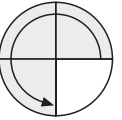
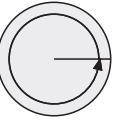
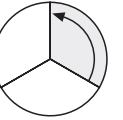
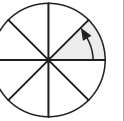
K4

- Bei Zehnerfeldern entspricht jedes Kästchen 10% und bei Fünzigerfeldern je 2%.

Aufgaben

K4

1

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Anteil vom Kreis						
Winkel	90°	180°	270°	360°	120°	45°
Anteil	25%	50%	75%	100%	≈ 33%	12,5%

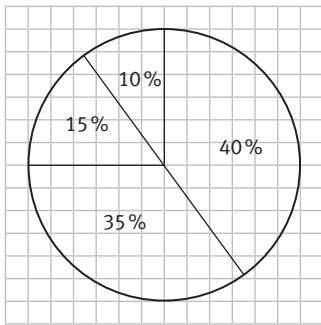
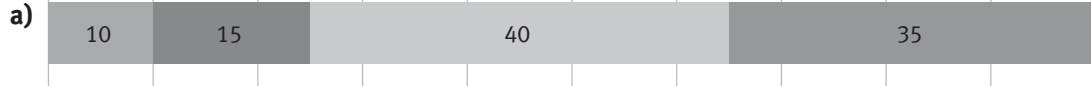
K4

2

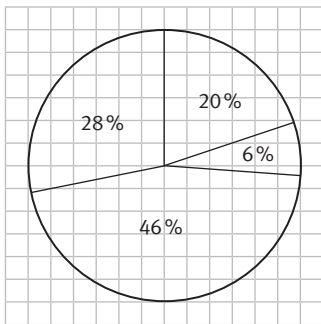
- a) Rot: 18%      Weiß: 25%      Blau: 30%      Grün: 27%
- b) Rot: 55%      Weiß: 22%      Blau: 20%      Grün: 3%
- c) Rot: 24%      Weiß: 8%      Blau: 36%      Grün: 32%
- d) Rot: 8%      Weiß: 71%      Blau: 11%      Grün: 10%

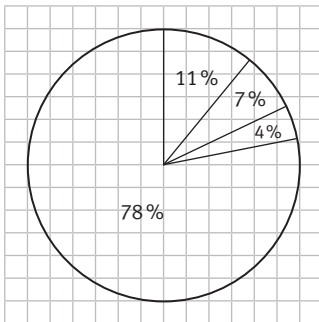
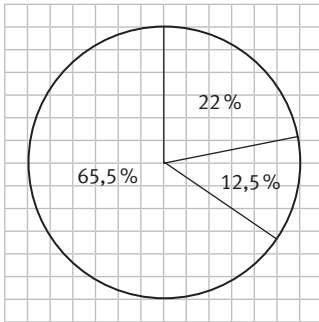
K4

3



b)

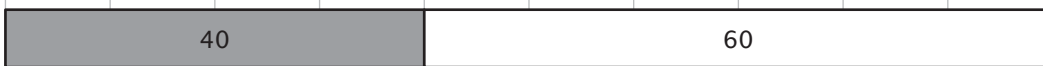




K4 4 a)  $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 0,33 = 33\% < \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$

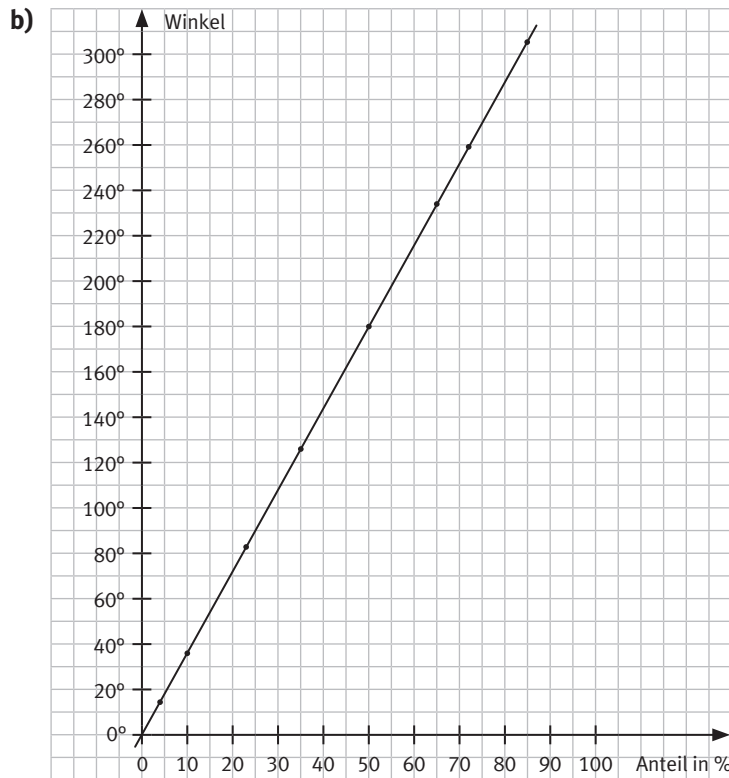


b)  $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\% < \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \approx 0,66 = 66\%$



K4 5 a)

Anteil in %	4	10	23	35	50	65	72	85
Winkel in °	14,4	36	82,8	126	180	234	259,2	306



Ja, die Punkte dürfen verbunden werden, da eine direkt proportionale Zuordnung vorliegt, bei der auch Zwischenwerte existieren.

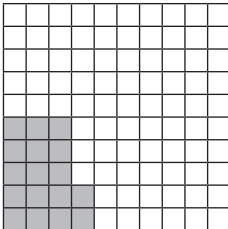
- c) ① 3%; 7%; 13%; 22%; 33%; 42%; 53%; 56%; 69%  
 ② 54°; 72°; 90°; 173°; 202°; 259°; 302°; 334°

K4

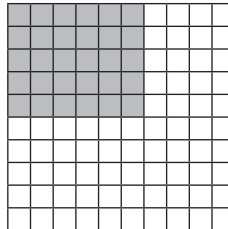
6 a) Im abgebildeten Quadrat sind  $\frac{25}{100} = 0,25 = 25\%$  dargestellt.

b) Lösungsmöglichkeiten:

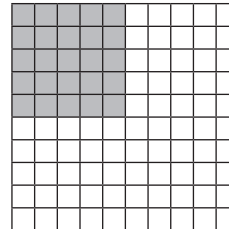
17%



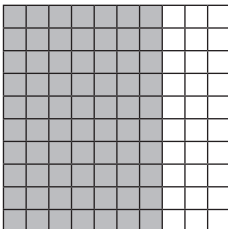
30%



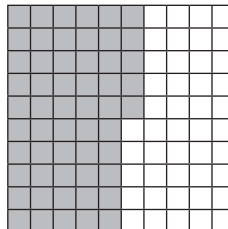
25%



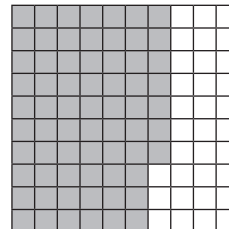
70%



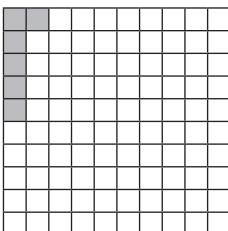
55%



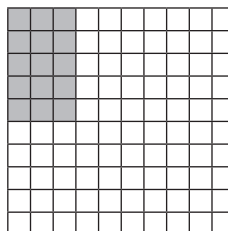
67%



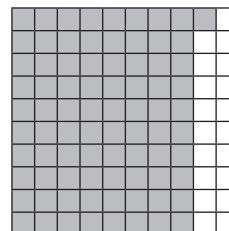
6%



15%

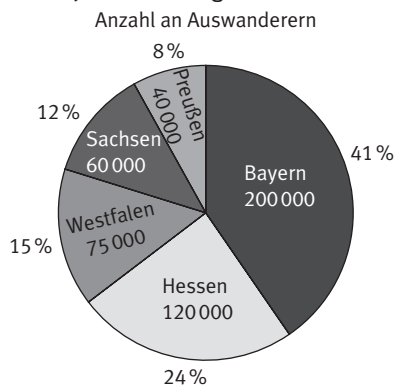


81%



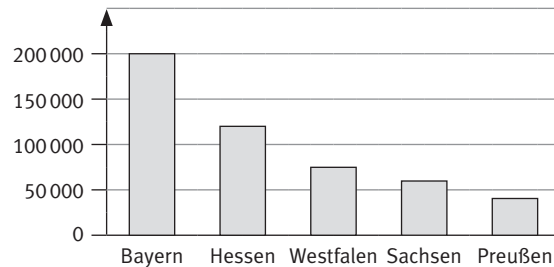
- K3** 7 a) Zur Veranschaulichung von Prozentangaben, die zusammen 100 % ergeben, eignen sich insbesondere Kreis-, Säulen- und Streifendiagramme.

b) und d) Kreisdiagramm:



Säulendiagramm:

Anzahl an Auswanderern



c) Auswanderer insgesamt:  $200\,000 + 120\,000 + 75\,000 + 60\,000 + 40\,000 = 495\,000$

e) Individuelle Antworten sind möglich, u. a. durch Zugriff auf Daten des statistischen Bundesamtes.

- K6** 8 Lösungsmöglichkeiten:

a) 80 % der Schüler haben ein Handy.

Das Verhältnis von „Handy-Schülern“ zu allen Schülern beträgt 8 : 10.

b) Bei 70 % des Teiges wurde Roggenmehl verwendet, bei den restlichen 30 % Weizenmehl.

Das Verhältnis von Roggenmehl zum gesamten Anteil an Mehl ist 7 : 10.

c) Bei 25 % der Radfahrer ist die Lampe kaputt.

Das Verhältnis von Radfahrern mit kaputter Lampe zu denen mit ganzer Lampe ist 1 : 3.

d) 2 von 9 Gummibärchen sind rot.

22 % der Gummibärchen sind rot.

e) 50 % aller Geburten sind Mädchen.

Das Verhältnis von Jungen und Mädchen bei den Geburten ist 1 : 1.

f) 35 % waren verregnet. Das Verhältnis von Regentagen zu trockenen Tagen ist 5:9.

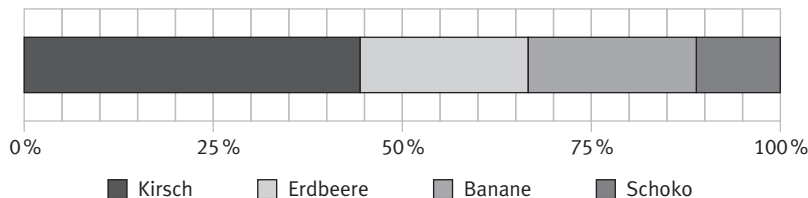
- K3** 9 a) Gewinnchancen bei Glückslos:  $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$

Gewinnchancen bei Loseexpress:  $\frac{1}{3} \approx 0,33 = 33\%$

Gewinnchancen bei Los-gelöst:  $\frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$

b) Bei Glückslos oder Los-gelöst kann man am ehesten einen Gewinn erzielen, da bei beiden Losbuden die Gewinnchance jeweils 40 % ist. Beim Vergleich der Gewinnchancen ist wichtig, dass man die Gewinne immer mit einer gleichen Grundgröße (z. B. immer mit der Gesamtzahl an Losen) in Beziehung setzt.

- K3** 10 a) Kirsch:  $\frac{4}{8} = 50\%$       Erdbeere:  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\%$       Banane:  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\%$   
 oder  
 Kirsch:  $\frac{96}{192} = 50\%$       Erdbeere:  $\frac{48}{192} = 25\%$       Banane:  $\frac{48}{192} = 25\%$
- b) Kirsch:  $\frac{4}{9} \approx 44\%$       Erdbeere:  $\frac{2}{9} \approx 22\%$       Banane:  $\frac{2}{9} \approx 22\%$       Schoko:  $\frac{1}{9} \approx 11\%$   
 oder  
 Kirsch:  $\frac{96}{216} \approx 44\%$       Erdbeere:  $\frac{48}{216} \approx 22\%$       Banane:  $\frac{48}{216} \approx 22\%$       Schoko:  $\frac{24}{216} \approx 11\%$



- c)  $\frac{39}{216} \approx 0,18 = 18\%$  der Schulmilch sind noch übrig. Es wurden 82% verkauft.

- K3** 11 a) Das Gewicht der Brote ist vor dem Backen höher als danach, da die Brote durch die Hitze Flüssigkeit verlieren. 100% entsprechen dem Gewicht des fertigen Brotes, 160% entsprechen dem Gewicht des Teiges vor dem Backen.
- b) Für das Herstellen von Kleidung wird mehr Stoff benötigt als später getragen wird, da man mit Verschnitt rechnen muss. 100% entspricht dem Stoff, der in der fertigen Kleidung verarbeitet ist, 125% entsprechen der gesamten Stoffbahn, aus der die Kleidung gefertigt wurde.
- c) Die Preise in einem Geschäft sind immer höher als der Preis, den das Geschäft bezahlen muss, da von dem Gewinn noch die Mitarbeiter usw. bezahlt werden müssen. 150% entsprechen dem Zuschlag auf die Ware (der Verkaufspreis liegt also bei 250%), 100% entsprechen dem Preis, zu dem die Ware eingekauft wurde.

- Anhand eines selbst gebastelten Kartenspiels lernen die Schülerinnen und Schüler, mit unterschiedlichen Darstellungen von Anteilen umzugehen und diese miteinander zu vergleichen.



Entdecken

- K4**
- Summe:  $593\,000 + 157\,000 + 228\,000 + 282\,000 + 1\,739\,000 + 3\,752\,000 = 6\,751\,000$
  - Sonstige:  $\frac{593\,000}{82\,000\,000} \approx 0,72\%$
  - Bosnien-H.:  $\frac{157\,000}{82\,000\,000} \approx 0,19\%$
  - Kroatien:  $\frac{228\,000}{82\,000\,000} \approx 0,28\%$
  - Serbien:  $\frac{282\,000}{82\,000\,000} \approx 0,34\%$
  - Türkei:  $\frac{1\,739\,000}{82\,000\,000} \approx 2,12\%$
  - EU-Staaten:  $\frac{3\,752\,000}{82\,000\,000} \approx 4,58\%$
  - Gesamt:  $\frac{6\,751\,000}{82\,000\,000} \approx 8,23\%$

- K6**
- Im Nenner steht die Gesamtsumme aller Menschen in Deutschland. Der Zähler gibt die Anzahl der Menschen aus einem bestimmten Staat wieder.

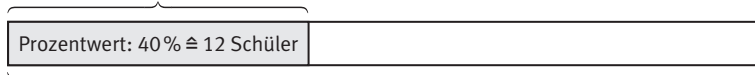
Nachgefragt

- K6**
- Individuelle Lösungen möglich.
- K1**
- Ja, der Prozentwert kann auch größer sein als der Grundwert. Das ist genau dann der Fall, wenn der Prozentsatz größer als 100 % ist.

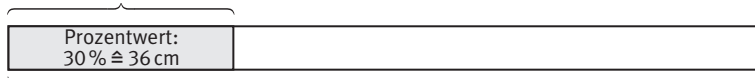
Aufgaben

- K3** 1 a) Grundwert und Prozentsatz    b) Prozentwert und Prozentsatz    c) Grundwert und Prozentwert

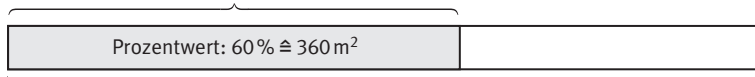
- K4** 2 a) G = 30 Schüler    P = 12 Schüler    p% = 40 %  
 Prozentsatz: 40 %



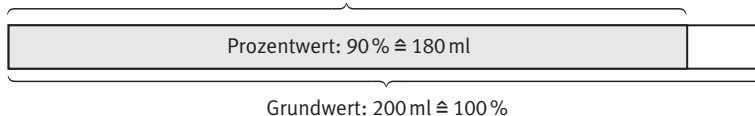
- b) G = 1,20 m    P = 36 cm    p% = 30 %  
 Grundwert: 30 Schüler ≈ 100 %  
 Prozentsatz: 30 %



- c) G = 600 m<sup>2</sup>    P = 360 m<sup>2</sup>    p% = 60 %  
 Grundwert: 1,20 m ≈ 100 %  
 Prozentsatz: 60 %



- d) G = 200 ml    P = 180 ml    p% = 90 %  
 Grundwert: 600 m<sup>2</sup> ≈ 100 %  
 Prozentsatz: 90 %



e)  $G = 1000 \text{ ml}$        $P = 450 \text{ ml}$        $p\% = 45\%$

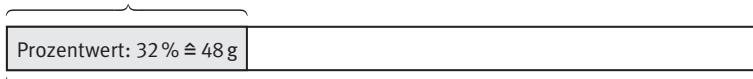
Prozentsatz: 45%



Grundwert:  $1000 \text{ ml} \hat{=} 100\%$

f)  $G = 150 \text{ g}$        $P = 48 \text{ g}$        $p\% = 32\%$

Prozentsatz: 32%



Grundwert:  $150 \text{ g} \hat{=} 100\%$

**K3** 3 A und 2    B und 3    C und 1

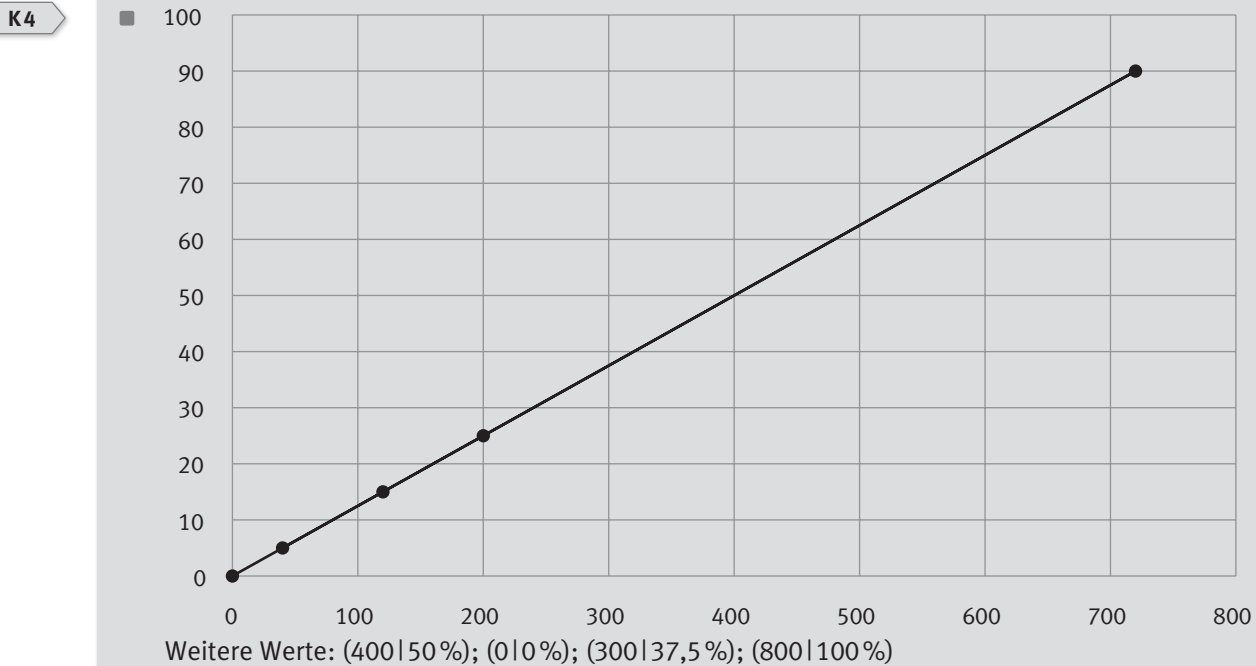
**K3** 4 Lösungsmöglichkeiten:

- a) Auf einem Hühnerhof werden pro Tag 480 Eier gelegt. Da jetzt einige Hühner fehlen, können die verbleibenden nur 5% weniger legen. Das sind 24 Eier am Tag weniger.
- b) Ein Sessel kostet 79€. Heute gibt es eine Vergünstigung von 20% auf alle Möbelstücke. Das macht bei dem Sessel 15,08€.
- c) Von einem Schlauch der Gesamtlänge 15 m werden 15%, also 2,25 m, abgetrennt.

Entdecken

- K3** ■ Grundwert: 800 befragte Personen  
Prozentwert: Anzahl der Handynutzer  
Prozentsatz: Anteil
- K3** ■ 

Anzahl Nutzer	200	40	120	720
Anteil	25 %	5 %	15 %	90 %
- K1** ■ Quotientengleichheit: Das Verhältnis aus zugeordneter Größe und Ausgangsgröße ist stets gleich, also  $\frac{528}{66\%} = \frac{600}{75\%} = \dots = 800$   
Über den Dreisatz lässt sich jede Zwischengröße in eine andere überführen.  
Der Graph ist eine lineare Funktion durch den Ursprung.



Nachgefragt

- K6** ■ Nein, denn Anteile lassen sich sowohl als Bruch als auch in Prozent angeben. Dabei unterscheiden sich Brüche und Prozente nicht in der Genauigkeit der Angabe, sondern nur in der Darstellungsform. Brüche sind jedoch präziser als gerundete Prozentangaben.
- K1** ■ Dieser Zusammenhang ist richtig, wie man sich leicht anhand eines Zahlenbeispiels klarmachen kann: Angenommen, der Grundwert G ist 1000€ und der Prozentsatz liegt bei 25 %, dann beträgt der Prozentwert 250€. Steigt der Prozentsatz auf 50 %, so steigt auch der Prozentwert (500€).

Aufgaben

- K5** 1
- |               |               |                |
|---------------|---------------|----------------|
| a) p % = 27 % | b) p % = 33 % | c) p % = 30 %  |
| d) p % = 7 %  | e) p % = 33 % | f) p % = 150 % |
| g) p % = 75 % | h) p % = 60 % | i) p % = 33 %  |

- K5** 2 a) Gegeben:  $G = 78 \text{ min}$ ;  $P = 39 \text{ min}$       Gesucht:  $p\%$

Rechnung:

$$\frac{p\%}{100\%} = \frac{39 \text{ min}}{78 \text{ min}} \Rightarrow p\% = \frac{39 \text{ min}}{78 \text{ min}} \cdot 100\% = 50\%$$

Antwort: 39 min von 78 min sind 50%. Die weiteren Rechnungen erfolgen analog.

- b)  $p\% = 16\%$       c)  $p\% = 17\%$       d)  $p\% = 48\%$       e)  $p\% = 105\%$

- K4** 3 a)  $p\% = 75\%$        $P = 9$  Kästchen (3 Spalten)       $G = 12$  Kästchen (4 Spalten)  
 b)  $p\% = 75\%$        $P = 3$  Dreiecke       $G = 4$  Dreiecke  
 c)  $p\% \approx 66,7\%$        $P = 2$  Kreisteile       $G = 3$  Kreisteile  
 d)  $p\% \approx 16,7\%$        $P = 1$  Kreisteil       $G = 6$  Kreisteile  
 e)  $p\% \approx 83\%$        $P = 5$  Dreiecke       $G = 6$  Dreiecke

- K5** 4 a)  $G = 540 \text{ €}$        $P = 81 \text{ €}$        $p\% = 15\%$

Tabelle mit Dreisatz		Gleichung
Geldbetrag	Prozentsatz $p\%$	$p\% = \frac{81 \text{ €}}{540 \text{ €}} \cdot 100\% = 15\%$
540 €	100%	
9 €	$\approx 1,67\%$	
81 €	15%	

*Handwritten annotations in the table: On the left, a bracket from 540 to 9 is labeled ': 60', and a bracket from 9 to 81 is labeled '· 9'. On the right, a bracket from 100% to 1,67% is labeled ': 60', and a bracket from 1,67% to 15% is labeled '· 9'.*

- $G = 8 \text{ t}$        $P = 2,4 \text{ t}$        $p\% = 30\%$   
 $G = 680 \text{ m}$        $P = 476 \text{ m}$        $p\% = 70\%$   
 b)  $G = 68 \text{ a}$        $P = 27,2 \text{ a}$        $p\% = 40\%$   
 $G = 840 \text{ Schüler}$        $P = 336 \text{ Schüler}$        $p\% = 40\%$   
 $G = 16 \text{ km}$        $P = 12,8 \text{ km}$        $p\% = 80\%$   
 c)  $G = 6 \text{ l}$        $P = 0,66 \text{ l}$        $p\% = 11\%$   
 $G = 40 \text{ dm}$        $P = 76 \text{ cm}$        $p\% = 19\%$   
 $G = 325 \text{ €}$        $P = 50 \text{ €}$        $p\% \approx 15,4\%$

- K5** 5 a) 10 €      b) 27 m      c) 62,5 l  
 d) 3 min      e) 270 kg      f) 1,5 h (90 min)

- K5** 6 a) Gegeben:  $G = 268 \text{ m}$ ;  $p\% = 21\%$       Gesucht:  $P$

Rechnung:

$$\frac{P}{268 \text{ m}} = \frac{21\%}{100\%} \Rightarrow P = \frac{21\%}{100\%} \cdot 268 \text{ m} = 56,28 \text{ m}$$

Antwort: 21 % von 268 m sind 56,28 m.

Die weiteren Rechnungen erfolgen analog.

- b) 53,55 kg      c) 61,36 €      d) 49,14 t      e) 61,23 l

- K5** 7 a) 48 m      b) 1500 €      c) 20 s  
 d) 10 t      e) 210 cm (2,1 m)      f) 150 kg  
 g) 480 €      h) 100 min      i) 7 €

- K5** 8 a) Gegeben:  $P = 79,35 \text{ €}$ ;  $p\% = 23\%$       Gesucht:  $G$

Rechnung:

$$\frac{G}{79,35 \text{ €}} = \frac{100\%}{23\%} \Rightarrow G = \frac{100\%}{23\%} \cdot 79,35 \text{ €} = 345 \text{ €}$$

Antwort: Wenn 23 % 79,35 € sind, dann entsprechen dem Ganzen 345 €.

Die weiteren Rechnungen erfolgen analog.

- b) 15,5 kg      c) 246 m      d) 390 €      e) 280 g

- K3** 9 Gegeben:  $G = 443 \text{ €}; p\% = 6\%$  Gesucht:  $P$   
 Rechnung:  $443 \text{ €} \cdot \frac{6}{100} = 26,58 \text{ €}$   
 Antwort: Die Miete wird um  $26,58 \text{ €}$  erhöht.
- K3** 10 Gegeben:  $p\% = 3,5\%; P = 8470 \text{ €}$  Gesucht:  $G$   
 Rechnung:  $8470 \text{ €} \cdot \frac{100}{3,5} = 242\,000 \text{ €}$   
 Antwort: Die Bausumme beträgt  $242\,000 \text{ €}$ .
- K3** 11 Gegeben:  $G = 10,2 \text{ Mrd €}; P_1(\text{Personal}) = 2,3 \text{ Mrd €}; P_2(\text{Baumaßnahmen}) = 0,2 \text{ Mrd €}$  Gesucht:  $p$   
 Rechnung:  $P_1 = \frac{2,3}{10,2} \cdot 100 \approx 22,55\%; P_2 = \frac{0,2}{10,2} \cdot 100 \approx 1,96\%$   
 Antwort: Die Personalkosten nehmen einen Anteil von rund  $22,55\%$  ein, die Baukosten von rund  $1,96\%$ .

**K5** 12

	T-Shirt	Milch	Salat	Handy	Auto
alter Preis	5,50 €	0,79 €	0,80 €	78,50 €	18 600 €
Preisänderung	+ 6 %	+ 12,7 %	- 5 %	- 4 %	+ 4,5 %
Preisänderung	+ 0,33 €	+ 0,10 €	- 0,04 €	- 3,14 €	+ 837 €
neuer Preis	5,83 €	0,89 €	0,76 €	75,36 €	19 437 €

- K3** 13 a)  $G = 100\% \cdot 52,50 \text{ €} : 15\% = 350 \text{ €}$   
 b)  $G = 100\% \cdot 225 \text{ €} : 30\% = 750 \text{ €}$   
 c)  $G = 100\% \cdot 38 \text{ €} : 19\% = 200 \text{ €}$
- K3** 14 1)  $P = 50\% \cdot 490 \text{ €} : 100\% = 245 \text{ €}$   
 2)  $P = 20\% \cdot 799 \text{ €} : 100\% = 159,80 \text{ €}$   
 3)  $P = 30\% \cdot 23,90 \text{ €} : 100\% = 7,17 \text{ €}$   
 1) neuer Preis:  $490 \text{ €} - 245 \text{ €} = 245 \text{ €}$   
 2) neuer Preis:  $799 \text{ €} - 159,80 \text{ €} = 639,20 \text{ €}$   
 3) neuer Preis:  $23,90 \text{ €} - 7,17 \text{ €} = 16,73 \text{ €}$
- K4** 15 a) Comics: 12 % Zeitschriften: 24 % Märchen: 16 % Jugendkrimis: 32 % Sonstiges: 16 %  
 b) Comics:  $P = 12\% \cdot 680 : 100\% \approx 82$  Schüler  
 Zeitschriften:  $P = 24\% \cdot 680 : 100\% \approx 163$  Schüler  
 Märchen:  $P = 16\% \cdot 680 : 100\% \approx 109$  Schüler  
 Jugendkrimis:  $P = 32\% \cdot 680 : 100\% \approx 218$  Schüler  
 Sonstiges:  $P = 16\% \cdot 680 : 100\% \approx 109$  Schüler  
 Die Rundung auf ganze Schüler ergibt in der Summe eine Schülerzahl von 681.
- K6** 16 a) Grundwert: gesamte Strecke Prozentsatz: Anteil in Prozent Prozentwert: bisherige Strecke  
 b)
- | Anteil  | 10 %   | 20 %   | 30 %   | 35 %    | 40 %    | 70 %    | 80 %    |
|---------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|
| Strecke | 3,2 km | 6,4 km | 9,6 km | 11,2 km | 12,8 km | 22,4 km | 25,6 km |
- c) Gesamte Strecke:  $32 \text{ km}$  z.B.  $10\% = 3,2 \text{ km}$ , also sind  $100\% = 32 \text{ km}$   
 d) direkt proportionale Zuordnung; verdoppelt sich ein Wert, so verdoppelt sich auch der andere.

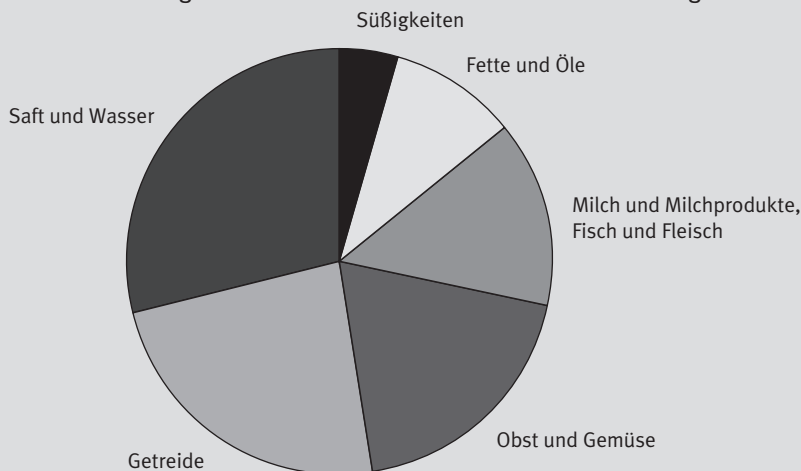
- Die gesamte Pyramide besteht aus insgesamt 21 Bausteinen. Die folgende Nummerierung ist absteigend von oben nach unten.

1. Reihe:	Süßigkeiten:	1 von 21 $\approx$ 4,7%
2. Reihe:	Fette und Öle:	2 von 21 $\approx$ 9,5%
3. Reihe:	Milch und Milchprodukte:	2 von 21 $\approx$ 9,5%
	Fisch und Fleisch:	1 von 21 $\approx$ 4,7%
4. Reihe:	Gemüse:	3 von 21 $\approx$ 14,2%
	Obst:	1 von 21 $\approx$ 4,7%
5. Reihe:	Getreide:	5 von 21 $\approx$ 23,8%
6. Reihe:	Saft:	1 von 21 $\approx$ 4,7%
	Wasser:	5 von 21 $\approx$ 23,8%

- Lösungsmöglichkeit:

Süßigkeiten:	4,7% $\hat{=}$ $\approx$ 16°
Fette und Öle:	9,5% $\hat{=}$ $\approx$ 34°
Milch und Milchprodukte, Fisch und Fleisch:	14,3% $\hat{=}$ $\approx$ 51°
Obst und Gemüse:	19,0% $\hat{=}$ $\approx$ 9°
Getreide:	23,8% $\hat{=}$ $\approx$ 86°
Saft und Wasser:	28,6% $\hat{=}$ $\approx$ 103°

Die Abweichung von 360° bzw. 100% kommt durch Rundung zustande.



In der Pyramide können die Anteile zwischen den einzelnen Nahrungsmittelgruppen besser miteinander verglichen werden. Anhand des Kreisdiagramms sieht man schneller den Anteil einer Nahrungsmittelgruppe in Relation zur Gesamtheit, da das Auge einen Kreis besser als eine Gesamtheit wahrnimmt als eine Pyramide.

- Beispielrechnung für den Tagesbedarf an Brennwerten (Berechnung mittels Verhältnisgleichung): Die Angaben sind teils gerundet.

Milch:

$$8\% \hat{=} 168 \text{ kcal}$$

$$100\% \hat{=} G$$

$$G = 100\% \cdot 168 \text{ kcal} : 8\%$$

$$G = 2100 \text{ kcal}$$

Die Berechnungen für die anderen Angaben werden analog durchgeführt.

$$\text{Zucker:} \quad 92 \text{ g}$$

$$\text{Fett:} \quad 119 \text{ g}$$

$$\text{gesättigte Fettsäuren:} \quad 20 \text{ g}$$

$$\text{Natrium:} \quad 2,6 \text{ g}$$

Chips:  
 Brennwert: 2310 kcal  
 Zucker: 70 g  
 Fett: 73 g  
 gesättigte Fettsäuren: 120 g  
 Natrium: 2,5 g

Die teils großen Abweichungen kommen durch unterschiedliche Empfehlungen zustande und auch dadurch, dass nicht immer eindeutig definiert ist, was gesättigte Fettsäuren sind.

- Beispielrechnung, die anderen Lösungen erhält man analog:

In 100 ml Milch sind enthalten:

	Menge	Brennwert	
: 5	250 ml	168 kcal	: 5
	50 ml	33,6 kcal	
· 2	100 ml	67,2 kcal	· 2

Brennwert: 67,2 kcal  
 Zucker: 4,8 g  
 Fett: 3,8 g  
 gesättigte Fettsäuren: 0,6 g  
 Natrium: 0,052 g

100 g Chips enthalten:

	Menge	Brennwert	
· 100	30 g	162 kcal	· 10
	300 g	1620 kcal	
: 3	100 g	540 kcal	: 3

Brennwert: 540 kcal  
 Zucker: 2,3 g  
 Fett: 36,7 g  
 gesättigte Fettsäuren: 20 g  
 Natrium: 0,7 g

## Entdecken

- K3** ■ 20% von 899 € sind 179,80 €. Der neue Preis ist also  $899\text{ €} - 179,80\text{ €} = 719,20\text{ €}$ .
- K6** ■ 719,20 € enthält 114,83 € Mehrwertsteuer.  
719,20 € können als 119% des Grundwertes betrachtet werden.

## Nachgefragt

- K1** ■ Der Grundwert muss mit 1,02 multipliziert werden. Bei der Multiplikation mit dem Faktor 1,2 würde der Preis um 20% steigen.
- K1** ■ Ja, denn der vermehrte Grundwert errechnet sich durch  $100\% + p\%$ , was in der Summe (bei  $p > 0$ ) stets mehr als 100% ergibt.

## Aufgaben

- K3** 1 a)  $105\% = 1,05$       b)  $80\% = 0,8$       c)  $88\% = 0,88$   
d)  $98\% = 0,98$       e)  $130\% = 1,3$       f)  $107\% = 1,07$   
g)  $91\% = 0,91$       h)  $60\% = 0,6$       i)  $125\% = 1,25$

- K3** 2 Lösungsmöglichkeiten:
- a) Erhöhung um 20%; Minderung um 5%; Erhöhung um 4%; Minderung um 17%; Erhöhung um 1%
- b) Minderung um 1%; Erhöhung um 10%; Erhöhung um 25%; Minderung um 16%; Erhöhung um 2%
- c) Minderung um 23%; Erhöhung um 75%; Erhöhung um 80%; Minderung um 19%; Minderung um 10%
- d) Erhöhung um 100% (Verdopplung), Minderung um 98%; Erhöhung um 50%; Minderung um 50% (Halbierung); Minderung um 50% (Halbierung)

- K5** 3 a) 

Länge in cm	12	20	18
Anteil	60%	100%	90%

      b) 

Preis in €	62,72	56,00	42,00
Anteil	112%	100%	75%
- c) 

Masse in kg	82,46	86,80	95,48
Anteil	95%	100%	110%

      d) 

Fläche in cm <sup>2</sup>	107,44	126,40	189,60
Anteil	85%	100%	150%

- K5** 4
- |                                     | a)       | b)       | c)     | d)    | e)     | f)    |
|-------------------------------------|----------|----------|--------|-------|--------|-------|
| alter Preis                         | 340 €    | 125 €    | 1450 € | 324 € | 3600 € | 630 € |
| Änderung um ...                     | + 8%     | - 17%    | + 2%   | - 25% | + 12%  | - 10% |
| vermehrter/verminderter Prozentsatz | 108%     | 83%      | 102%   | 75%   | 112%   | 90%   |
| Änderungsfaktor als Dezimalzahl     | 1,08     | 0,83     | 1,02   | 0,75  | 1,12   | 0,9   |
| neuer Preis                         | 367,20 € | 103,75 € | 1479 € | 243 € | 4032 € | 567 € |



Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 57

Entdecken

K3

- Nach einem Jahr  
Girokonto: 15 €                      Tagesgeldkonto: 190 €                      Festgeldkonto: 375 €

K3

- Nach 3 Monaten  
Girokonto: 3,75 €                      Tagesgeldkonto: 47,50 €                      Festgeldkonto: 93,75 €

- Nach 8 Monaten  
Girokonto: 10 €                      Tagesgeldkonto: 126,66 €                      Festgeldkonto: 250 €

- Nach 220 Tagen (ausgehend von einem Jahr mit 360 Tagen)  
Girokonto: 9,17 €                      Tagesgeldkonto: 116,11 €                      Festgeldkonto: 229,17 €

Nachgefragt

K6

- Tageszinsen: Zinsen für eine bestimmte Anzahl an Tagen bestimmt man, indem man die Anzahl der Tage, die das Geld angelegt wird, durch die Anzahl der Tage eines Jahres (meist 360) dividiert. Man erhält den Anteil an Tagen des Jahres, an denen das Geld ausgelegt wurde. Diesen Anteil multipliziert man mit den Jahreszinsen.

Monatszinsen: Zinsen für eine bestimmte Anzahl an Monaten bestimmt man, indem man die Anzahl der Monate, die das Geld angelegt wird, durch die Anzahl der Monate eines Jahres (12) dividiert. Man erhält den Anteil an Monaten des Jahres, an denen das Geld ausgelegt wurde. Diesen Anteil multipliziert man mit den Jahreszinsen.

K6

- Ja, denn 100% entsprechen immer dem Grundwert. Hätte man also ein Konto mit einem Zinssatz von 100%, so würde sich das Guthaben jedes Jahr verdoppeln.

Aufgaben

K5

1

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
K	2445 €	6250 €	3600 €	5000 €	7434 €	26540 €	90588 €
p%	5%	2%	4,5%	3%	0,75%	9%	11%
Z	122,25 €	125 €	162 €	150 €	55,76 €	2388,60 €	9964,68 €

K3

2

a)  $Z = 564 € \cdot \frac{2}{100} = 11,28 €$

Antwort: Chanel werden am Jahresende 11,28 € gutgeschrieben.

b)  $p\% = \frac{124,80 €}{2600 €} = 0,048 = 4,8\%$

Antwort: Das Geld wurde mit einem Zinssatz von 4,8% verzinst.

c) 

Prozentsatz	Geldbetrag
3,2%	250 €
100%	7812,50 €

  
 $\cdot 31,25 \leftarrow$       $\rightarrow \cdot 31,25$

Antwort: Um jedes Jahr 250 € Zinsen abheben zu können, muss Sandra bei einem Zinssatz von 3,2% (mindestens) 7812,50 € anlegen.

K5		3	1 Z bei 3000€ und 5 %	2 Z bei 1200€ und 2 %	3 Z bei 7000€ und 0,5 %	4 Z bei 3600€ und 1,5 %
	Laufzeit					
a)	1 Jahr		150€	24€	35€	54€
b)	A $\frac{1}{4}$ Jahr		37,50€	6€	8,75€	13,50€
	B 9 Monate		112,50€	18€	26,25€	40,50€
	C 120 Tage		50€	8€	11,67€	18€
	D Mitte März bis Ende Juli ( $4\frac{1}{2}$ Monate)		56,25€	9€	13,13€	20,25€

- K5 4 Bei den folgenden Aufgaben werden Monate mit 30 Tagen angesetzt, selbst dann, wenn sie real länger bzw. kürzer sind (vgl. Merkwissen im Schülerbuch). Am Einzahlungstag werden keine Zinsen bezahlt, dafür am Ausgabetag. Die Zinsen sind teils gerundet.

a) Zeitraum:  $29 + 20 = 49$  (Tage)  $Z(49 \text{ Tage}) = 5500\text{€} \cdot 2,8\% \cdot \frac{49}{360} = 20,96\text{€}$

b) Zeitraum:  $15 + 30 + 25 = 70$  (Tage)  $Z(70 \text{ Tage}) = 39\,000\text{€} \cdot 4,2\% \cdot \frac{70}{360} = 318,50\text{€}$

- K3 5 a) Gegeben:  $K = 1200\text{€}$ ;  $Z = 48\text{€}$ ; Anlagedauer: 240 Tage      Gesucht:  $p\%$

Rechnung:

$$Z(240 \text{ Tage}) = 48\text{€} = 1200\text{€} \cdot p\% \cdot \frac{240}{360}$$

$$p\% = \frac{48\text{€}}{1200\text{€}} \cdot \frac{360}{240} = 0,06 = 6\%$$

Der Zinssatz betrug 6%.

Beschreibung: In die Formel zur Berechnung von Tageszinsen wurden die gegebenen Angaben eingesetzt. Durch Umstellung der Formel konnte dann der Prozentsatz errechnet werden.

- b) Gegeben  $Z(9 \text{ Monate}) = 45\text{€}$ ;  $p\% = 4\%$       Gesucht:  $K$

$$Z(9 \text{ Monate}) = 45\text{€} = K \cdot 4\% \cdot \frac{9}{12}$$

$$K = \frac{45\text{€}}{4\%} \cdot \frac{12}{9} = 1500\text{€}$$

Antwort: Frau Guthoff hatte 1500€ angelegt.

Beschreibung: In die Formel zur Berechnung von Monatszinsen wurden die gegebenen Angaben eingesetzt. Durch Umstellung der Formel konnte dann das angelegte Kapital errechnet werden.

- K3 6  $p\% = \frac{Z}{K}$

$$p\% = \frac{11700\text{€}}{180000\text{€}} = 0,065 = 6,5\%$$

Antwort: Der Zinssatz des Kredits beträgt 6,5%.

- K3 7  $8\% \triangleq 9600\text{€}$

$$100\% \triangleq 9600\text{€} \cdot \frac{100}{8} = 120\,000\text{€}$$

$$275\,000\text{€} - 120\,000\text{€} = 155\,000\text{€}$$

155 000€ Eigenkapital sind nötig.

- K3 8  $8820\text{€} - 5000\text{€} = 3820\text{€}$

$$Z = 3820\text{€} \cdot 14,3\% = 546,26\text{€}$$

$$8820\text{€} + 546,26\text{€} = 9366,26\text{€}$$

Das Motorrad kostet tatsächlich 9366,26€.

**K5** 1 a) y erhält man aus  $3 + x$ .

5	10	0,5
8	13	3,5

b) y erhält man aus  $4 \cdot x$ .

10	2,5	0,8
40	10	3,2

**K1** 2 a) direkt proportional (Quotientengleichheit)

b) indirekt proportional (Produktgleichheit)

**K3** 3 a) eindeutige Zuordnung: Alter in Jahren  $\mapsto$  Körpergröße in cm  
Individuelle Beschreibung des Graphen möglich. (z. B. Der Graph beschreibt einen Normalbereich für die Körpergröße von Mädchen. Es werden durch den Median Durchschnittswerte dargestellt usw.)

b) 2 Jahre  $\rightarrow$  96 cm      6 Jahre  $\rightarrow$  110 cm  
3 Jahre  $\rightarrow$  99 cm      7 Jahre  $\rightarrow$  116 cm  
4 Jahre  $\rightarrow$  102 cm      8 Jahre  $\rightarrow$  124 cm  
5 Jahre  $\rightarrow$  108 cm

c) z. B. im Alter von 2 Jahren hatte Gesa eine Auffälligkeit in ihrer Körpergröße. Zwischen dem 3. und 8. Lebensjahr hat Gesa überdurchschnittliche Werte ihrer Körpergröße, aber die Werte liegen nicht im auffälligen Bereich.

d) Individuelle Lösungen möglich.

**K5** 4 a) 8% und 0,08; 28% und 0,28; 40% und 0,4; 15% und 0,15; 75% und 0,75; 40% und 0,4

b) 3,85% und 0,0385; 6,18% und 0,0618

c) 23,30% und 0,233; 61,54% und 0,6154

**K4** 5 a) lila:  $\frac{11}{100}$ , 11%

grün:  $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ , 10%

b) lila:  $\frac{3}{4}$ , 75%

**K3** 6 a) 260€  $\rightarrow$  Grundwert G  
45%  $\rightarrow$  Prozentsatz p%

b) 15 Stimmen  $\rightarrow$  Prozentwert P  
25 Stimmen  $\rightarrow$  Grundwert G

c) 78 Karten  $\rightarrow$  Prozentwert P  
65%  $\rightarrow$  Prozentsatz p%

a) y erhält man, indem aus x der Kehrwert gebildet wird.

5	...	$\frac{2}{5}$	$0,9 = \frac{9}{10}$
$\frac{1}{5}$		$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{9}$

b) y erhält man, indem x quadriert und mit 1 subtrahiert wird.

4	5	2,5
15	24	5,25

a) direkt proportional (Quotientengleichheit)

b) keine bekannte Zuordnung (weder Produkt- noch Quotientengleichheit)

a) Individuelle Beschreibung der Graphen möglich. (z. B. Zwischen der oberen und der unteren Kurve sind die Daten unauffällig. usw ...)

b) siehe c) links

c) Lisa: überdurchschnittlich, aber unauffällig  
Sina: unterdurchschnittlich, aber unauffällig  
Eva: unauffällig

a) 45% und 0,45; 12,5% und 0,125; 25% und 0,25; 46,67% und 0,4667;  $33,\bar{3}\%$  und  $0,\bar{3}$ ; 28,13% und 0,2813

b) 8,24% und 0,0824; 19,36% und 0,1936

c) 24,16% und 0,2416; 217,46% und 2,1746

a) blau:  $\frac{7}{16}$ , 43,75%

b) blau:  $\approx 15^\circ \rightarrow 4,1\bar{6}\%$ ,  $\frac{416}{10000} = \frac{26}{625}$

orange:  $\frac{1}{4} - \frac{26}{625} = \frac{521}{2500} = 20,84\%$

a) 20 Plätze  $\rightarrow$  Prozentwert P  
2%  $\rightarrow$  Prozentsatz p%

b) 750€  $\rightarrow$  Grundwert G  
780€  $\rightarrow$  Prozentwert P

c) 198€  $\rightarrow$  Grundwert G  
15%  $\rightarrow$  Prozentsatz p%

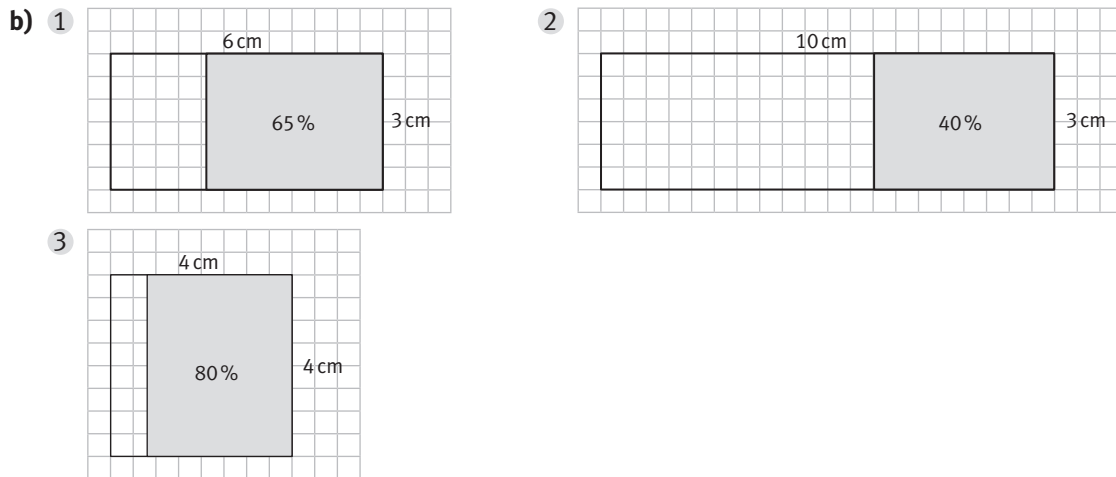
d) 35€  $\rightarrow$  Prozentwert P  
12%  $\rightarrow$  Prozentsatz p%

- K1** 7  $G = 200 \text{ €}$   
 $p\% = 10\% \rightarrow P = 20 \text{ €}$   
 $p\% = 50\% \rightarrow P = 100 \text{ €}$   
 $p\% = 100\% \rightarrow P = 200 \text{ €}$   
 $p\% = 200\% \rightarrow P = 400 \text{ €}$   
 $p\% = 500\% \rightarrow P = 1000 \text{ €}$   
 Der Prozentwert ist kleiner als der Grundwert, wenn der Prozentsatz kleiner als 100% ist und größer als der Grundwert, wenn der Prozentsatz größer als 100% ist.
- K3** 8 a) Kapital 12 000 €:  
 $Z = K \cdot p\% = 12\,000 \text{ €} \cdot 8,5\% = 1020 \text{ €}$   
 Kapital 4800 €:  
 $Z = K \cdot p\% = 4800 \text{ €} \cdot 8,5\% = 408 \text{ €}$   
 Kapital 125 000 €:  
 $Z = K \cdot p\% = 125\,000 \text{ €} \cdot 8,5\% = 10\,625 \text{ €}$
- b) 1,5% von 15 000 €  $\rightarrow 225 \text{ €}$   
 2,5% von 15 000 €  $\rightarrow 375 \text{ €}$   
 14,5% von 15 000 €  $\rightarrow 2175 \text{ €}$
- a)  $p\%$  bleibt gleich:  $G$  wird verdoppelt  $\rightarrow P$  wird verdoppelt,  $G$  wird verdreifacht  $\rightarrow P$  wird verdreifacht,  $G$  wird halbiert  $\rightarrow P$  wird halbiert
- b)  $G$  bleibt gleich:  $p\%$  wird verdoppelt  $\rightarrow P$  wird verdoppelt,  $p\%$  wird verdreifacht  $\rightarrow P$  wird verdreifacht,  $p\%$  wird halbiert  $\rightarrow P$  wird halbiert
- a)  $Z = K \cdot p\% = 16\,400 \text{ €} \cdot 3,5\% = 574 \text{ €}$   
 Monatszinsen:  
 $574 \text{ €} : 12 \text{ Monate} \approx 47,83 \text{ €/Monat}$
- b)  $Z = K \cdot p\% = 135\,000 \text{ €} \cdot 3,25\% = 4387,50 \text{ €}$   
 Monatszinsen:  
 $4387,50 \text{ €} : 12 \text{ Monate} \approx 365,63 \text{ €/Monat}$   
 $Z = K \cdot p\% = 70\,000 \text{ €} \cdot 5,2\% = 3640 \text{ €}$   
 Monatszinsen:  
 $3640 \text{ €} : 12 \text{ Monate} \approx 303,33 \text{ €/Monat}$   
 Gesamtzinsbelastung pro Monat:  
 $365,63 \text{ €} + 303,33 \text{ €} = 668,96 \text{ €}$

- K5** 1 a)  $0,12 \approx 1,2\%$     b)  $0,24 \approx \frac{1}{4}$     c)  $\frac{7}{20} \approx 24\%$     d)  $1 \approx \frac{0}{100}$   
 $\frac{19}{100} \approx 0,19$      $100\% \approx 0,1$      $0,30 \approx \frac{1}{3}$      $450\% \approx 4,5$   
 $0,04 \approx 14\%$      $\frac{1}{5} \approx 20\%$      $0,041 \approx 41\%$      $2,5\% \approx \frac{25}{10}$

**K4** 2 a)

	Länge	Breite	Umfang	Flächeninhalt	gefärbter Anteil
1	6 cm	3 cm	18 cm	18 cm <sup>2</sup>	65%
2	10 cm	3 cm	26 cm	30 cm <sup>2</sup>	40%
3	4 cm	4 cm	16 cm	16 cm <sup>2</sup>	80%



- K4** 3 a) 1 1 Kästchen im Hunderterfeld entspricht 1%. Die Veranschaulichung an der Hundertertafel zeigt, dass sie 24% von 500€ von ihrem Konto abgeboben hat.  
 2  $160\text{€} \approx 32\%$      $245\text{€} \approx 49\%$      $320\text{€} \approx 64\%$      $465\text{€} \approx 93\%$      $495\text{€} \approx 99\%$

**K5** 4

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
G	438 m	420 m <sup>2</sup>	1413 €	51,00 t	512,07 a	91,00 a	877 l
P	297,84 m	357 m <sup>2</sup>	1384,74 €	43,17 t	588,80 a	89,12 a	464,81 l
p %	68%	85%	98%	≈ 84,6%	115%	≈ 97,9%	53%

- K3** 5 Grundschule:  $p\% = 298 \cdot 100\% : 1143 \approx 26\%$   
 Regelschule:  $p\% = 112 \cdot 100\% : 525 \approx 21\%$   
 Gymnasium:  $p\% = 200 \cdot 100\% : 948 \approx 21\%$   
 Berufsschule:  $p\% = 56 \cdot 100\% : 312 \approx 18\%$   
 Die Schülerinnen und Schüler der Grundschule haben die meisten Mängel, an der Berufsschule wird am fleißigsten geputzt.

- K4** 6 a) Musikschule:  $126^\circ \hat{=} 35\%$   
VHS:  $54^\circ \hat{=} 15\%$   
Vereine:  $90^\circ \hat{=} 25\%$   
Bücherei:  $72^\circ \hat{=} 20\%$   
Sonstiges:  $18^\circ \hat{=} 5\%$

- b) Berechnung des Grundwerts mittels Verhältnisgleichung:

Gegeben:  $P = 45\,500\text{€}; p\% = 35\%$

Gesucht: G

$$35\% \hat{=} 45\,500\text{€}$$

$$100\% \hat{=} G$$

$$G = 100\% \cdot 45\,500\text{€} : 35\%$$

$$G = 130\,000\text{€}$$

$$\text{VHS: } 130\,000\text{€} \cdot 15\% = 19\,500\text{€}$$

$$\text{Vereine: } 130\,000\text{€} \cdot 25\% = 32\,500\text{€}$$

$$\text{Bücherei: } 130\,000\text{€} \cdot 20\% = 26\,000\text{€}$$

$$\text{Sonstiges: } 130\,000\text{€} \cdot 5\% = 6\,500\text{€}$$

- K1** 7 a) Verdoppelt (verdreifacht, halbiert, drittelt) sich der Grundwert, verdoppelt (verdreifacht, halbiert, drittelt) sich auch der Prozentwert bei konstantem Prozentsatz.

- b) Verdoppelt (verdreifacht, halbiert, drittelt) sich der Prozentsatz, verdoppelt (verdreifacht, halbiert, drittelt) sich auch der Prozentwert bei konstantem Grundwert.

- K4** 8 a)
- |              |         |        |                              |
|--------------|---------|--------|------------------------------|
| Augenzahl 1: | G = 200 | P = 32 | p% = 32 · 100% : 200 = 16%   |
| Augenzahl 2: | G = 200 | P = 46 | p% = 46 · 100% : 200 = 23%   |
| Augenzahl 3: | G = 200 | P = 38 | p% = 38 · 100% : 200 = 19%   |
| Augenzahl 4: | G = 200 | P = 35 | p% = 35 · 100% : 200 = 17,5% |
| Augenzahl 5: | G = 200 | P = 15 | p% = 15 · 100% : 200 = 7,5%  |
| Augenzahl 6: | G = 200 | P = 34 | p% = 34 · 100% : 200 = 17%   |

b)

	16%	23%	19%	17,5%	7,5%		17%	
	1	2	3	4	5	6		

- K2** 9 Trikotsatz Raul:  $3\% \cdot 749\text{€} : 100\% = 22,47\text{€}$   
Preis gesamt bei Barzahlung:  $749\text{€} - 22,47\text{€} = 726,53\text{€}$   
Koppa Trikots:  $19\% \cdot 649\text{€} : 100\% = 123,31\text{€}$   
Preis gesamt mit MwSt.:  $649\text{€} + 123,31\text{€} = 772,31\text{€}$

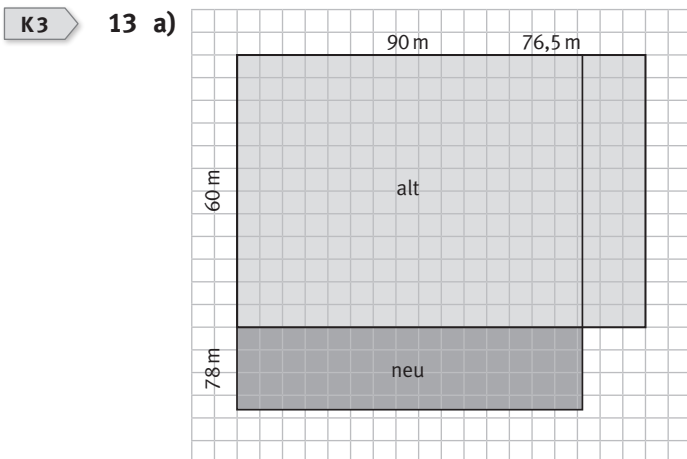
Das Angebot „Trikotsatz Raul“ ist günstiger, da bei den „Koppa Trikots“ zusätzlich noch Mehrwertsteuer hinzukommt. Daran ändert auch der 25€ Gutschein nichts.

- K3** 10 a) Der Bruttolohn beträgt 1099,00€, der Nettolohn 874,26€.  
b)  $p\% = 874,26\text{€} \cdot 100\% : 1099,00\text{€} \approx 79,6\%$   
c) Krankenversicherung:  $p\% = 74,18\text{€} \cdot 100\% : 1099,00\text{€} \approx 6,7\%$   
Rentenversicherung:  $p\% = 105,50\text{€} \cdot 100\% : 1099,00\text{€} \approx 9,6\%$   
Arbeitslosenversicherung:  $p\% = 35,72\text{€} \cdot 100\% : 1099,00\text{€} \approx 3,3\%$   
Pflegeversicherung:  $p\% = 9,34\text{€} \cdot 100\% : 1099,00\text{€} \approx 0,8\%$   
d) Abzüge:  $74,18\text{€} + 105,50\text{€} + 35,72\text{€} + 9,34\text{€} = 224,74\text{€}$   
prozentualer Anteil der Abzüge:  $p\% = 224,74\text{€} \cdot 100\% : 1099,00\text{€} = 20,4\%$   
oder mit a):  $100\% - 79,6\% = 20,4\%$

- K3** 11 a)  $360\text{€} : 6 = 60\text{€}$   
 Jedes der Enkelkinder muss 60€ aufbringen.
- b) Anzahl zahlender Personen: 6 Enkelkinder + 6 Elternpaare = 12 Parteien  
 $360\text{€} : 12 = 30\text{€}$   
 Jedes Kind bzw. jedes Elternpaar zahlt nun je 30€.
- c) • Eltern zahlen doppelt so viel, damit müssen insgesamt 18 Anteile zu 20€ bezahlt werden, von denen die Elternpaare 12 Anteile übernehmen.  
 Die Kinder müssen nun 20€ zahlen, die Eltern hingegen 40€.
- Eltern zahlen dreimal so viel, damit müssen insgesamt 24 Anteile zu 15€ bezahlt werden, von denen die Elternpaare 18 Anteile übernehmen.  
 Die Kinder müssen nun 15€ zahlen, die Eltern hingegen 45€.
- d) Es gibt verschiedene Lösungsmöglichkeiten.  
 Beispiel wie in c) oder: ein Kind bezahlt 20€, die anderen Enkelkinder jeweils  $340\text{€} : 5 = 68\text{€}$

**K5** 12

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
alter Preis	150€	2350€	477,27€	1800€	1868,09€	352,88€
Änderung um	-20%	-1%	+10%	+15%	-6%	+4%
Änderungsfaktor	0,8	0,99	1,1	1,15	0,94	1,04
neuer Preis	120€	2326,50€	525€	2070€	1756€	367€



- b) Gegeben:  $a = 60\text{ m}$ ;  $b = 90\text{ m}$       Gesucht: A
- Rechnung:
- $A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b$        $A_1 = 60\text{ m} \cdot 90\text{ m} = 5400\text{ m}^2$
- Verlängerung der kurzen Seiten um 30%:  $60\text{ m} \cdot 1,30 = 78\text{ m}$
- Verkürzung der langen Seiten um 15%:  $90\text{ m} \cdot 0,85 = 76,5\text{ m}$
- Berechnung des neuen Flächeninhalts:  $A_2 = 78\text{ m} \cdot 76,5\text{ m} = 5967\text{ m}^2$
- Bestimmung des Faktors, um den sich der Flächeninhalt des Ackers insgesamt verändert hat:
- Gegeben:  $G = 5400\text{ m}^2$ ;  $G^+ = 5967\text{ m}^2$       Gesucht: p %
- $p\% = G^+ : G \cdot 100\% = 5967\text{ m}^2 : 5400\text{ m}^2 \cdot 100\% = 110,5\%$
- Der Flächeninhalt des Ackers hat sich um 10,5% vergrößert.





K2

Wirtschaft

- $p\% = P \cdot 100\% : G$   
 Commerzbank:  $p\% = 11\text{€} \cdot 100\% : 5\,113\,429\,053\text{€} \approx 0,000001\%$  (des Grundkapitals)  
 Siemens:  $p\% = 3\text{€} \cdot 100\% : 2\,742\,610\,263\text{€} \approx 0,0000001\%$  (des Grundkapitals)  
 BMW:  $p\% = 10,23\text{€} \cdot 100\% : 601\,995\,196,21\text{€} \approx 0,000002\%$  (des Grundkapitals)  
 RWE:  $p\% = 25,56\text{€} \cdot 100\% : 1\,339\,916\,800\text{€} \approx 0,000002\%$  (des Grundkapitals)
- Commerzbank:  $1\,138\,506\,941\text{€} : 11\text{€} \approx 103\,500\,631$  (ausgegebene Aktien)  
 Siemens: 914 203 421 ausgegebene Aktien  
 BMW: 58 870 013 ausgegebene Aktien  
 RWE: 52 412 989 ausgegebene Aktien

Anteil am Grundkapital	Commerzbank (11€/Aktie)	Siemens (3€/Aktie)	BMW (10,23€/Aktie)	RWE (25,56€/Aktie)
1%	11 385 069	9 142 034	588 461	524 224
5%	56 925 347	45 710 171	2 942 303	2 621 121
16%	182 161 111	146 272 547	9 415 370	8 387 586

- Gegeben: (13.10.2008):  
 $G = (\text{Schlusskurs in Punkten}) - (\text{Zunahme gegenüber Vortag in Punkten}) = 4544,31; P = 518,14$   
 Gesucht:  $p\%$   
 Rechnung:  $p\% = \frac{P}{G} \cdot 100\%$   
 $p\% = \frac{518,14}{4544,31} \cdot 100\% \approx 11,4\%$   
 Antwort: Der Dax ist vom 12.10–13.10.2008 um 11,4% gestiegen.  
 Weitere Ergebnisse:  
 27.10–28.10.2008: 11,3%  
 23.11–24.11.2008: 10,3%  
 28.07–29.07.2002: 7,8%  
 07.12–08.12.2008: 7,6%
- Es sind individuelle Lösungen möglich.
- Der Bulle steht für anhaltend steigende, der Bär für anhaltend fallende Aktienkurse. Man spricht auch vom „Bullenmarkt“, der sogenannten Hausse, und dem „Bärenmarkt“, der Baisse.

K2

## Spare, Spare

a)

Monat	1	2	3	4	5
Rate	250 €	250 €	250 €	250 €	250 €
Monate	12	11	10	9	8
Zinsanteil pro Jahr	$\frac{12}{12}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{8}{12}$
Zinsen	$250 € \cdot \frac{12}{12} \cdot 2,5\% = 6,25 €$	$\approx 5,73 €$	$\approx 5,21 €$	$\approx 4,69 €$	$\approx 4,17 €$

Monat	6	7	8	9	10	11	12
Rate	250 €	250 €	250 €	250 €	250 €	250 €	250 €
Monate	7	6	5	4	3	2	1
Zinsanteil pro Jahr	$\frac{7}{12}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$
Zinsen	$\approx 3,65 €$	$\approx 3,13 €$	$\approx 2,60 €$	$\approx 2,08 €$	$\approx 1,56 €$	$\approx 1,04 €$	$\approx 0,52 €$

Zinsen im ersten Jahr:

$$6,25 € + 5,73 € + 5,21 € + 4,69 € + 4,17 € + 3,65 € + 3,13 € + 2,60 € + 2,08 € + 1,56 € + 1,04 € + 0,52 € = 40,63 €$$

Guthaben nach dem ersten Jahr:

$$12 \cdot 250 € + 40,63 € = 3040,63 €$$

- b) ①  $100 € \cdot 3\% = 3 €$   $100 € \cdot 3\% \cdot \frac{11}{12} = 2,75 €$   $100 € \cdot 3\% \cdot \frac{10}{12} = 2,50 €$  usw.

Beginn des Monats	Jan.	Feb.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
Rate in €	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Monate	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Zinsen in €	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25

- ② Zinsen für 1 Jahr bei Ratenzahlung:

$$(3,00 + 2,75 + 2,50 + 2,25 + 2,00 + 1,75 + 1,50 + 1,25 + 1,00 + 0,75 + 0,50 + 0,25) € = 19,50 €$$

Zinsen bei einmaliger Zahlung zu Jahresbeginn:

$$12 \cdot 100 € = 1200 €$$

$$1200 € \cdot 3\% = 36 €$$

Wenn man das gesamte Geld zu Jahresbeginn angelegt hätte, würde man 36 € Zinsen bekommen.

Das sind  $36 € - 19,50 € = 16,50 €$  mehr als die Zinsen bei Ratenzahlung.

- ③ Gegeben:  $p\% = 3\%$ ;  $Z = 19,50 €$                       Gesucht:  $K$

Rechnung:  $K = Z : p\%$ 

$$K = 19,50 € : 3\% = 650 €$$

④

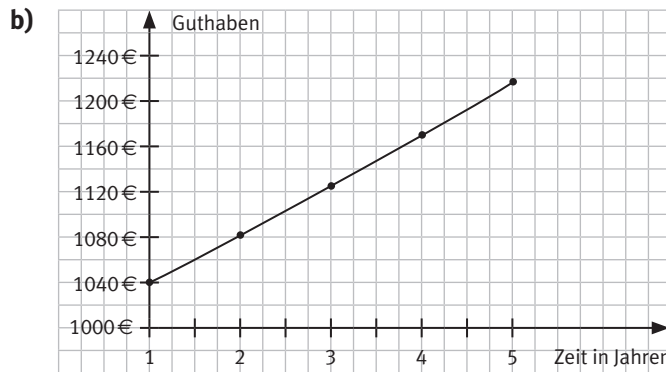
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Beginn des Monats	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
2	Rate	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €	100 €
3	Monate	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
4	Zinsen	3,00 €	2,75 €	2,50 €	2,25 €	2,00 €	1,75 €	1,50 €	1,25 €	1,00 €	0,75 €	0,50 €	0,25 €
5												Z gesamt	19,50 €

Die Formel in Zelle B4 lautet:  $=B2*3\%*B3/12$ Die Formel in Zelle C4 lautet:  $=C2*3\%*C3/12$ 

Nach 3 Jahren hätte man 166,50 € an Zinsen erhalten.

**K2** Immer mehr

- a) 1000 € zu 4 %  
 nach 1 Jahr: 1040 €  
 nach 2 Jahren: 1081,60 €  
 nach 3 Jahren: 1124,86 €  
 nach 4 Jahren: 1169,86 €  
 nach 5 Jahren: 1216,65 €



Die Zuordnung ist nicht direkt proportional, da sie bei  $x = 0$  den Wert 1000 hat und auch die Quotientengleichheit nicht gegeben ist.

- c)  $K(2) = 3000 \text{ €} \cdot 1,04^2 = 3244,80 \text{ €}$                        $K(3) = 7000 \text{ €} \cdot 1,06^3 = 8337,11 \text{ €}$   
 $K(3) = 12\,000 \text{ €} \cdot 1,035^3 = 13\,304,61 \text{ €}$                        $K(2) = 25\,000 \text{ €} \cdot 1,025^2 = 26\,265,63 \text{ €}$   
 $K(4) = 45\,000 \text{ €} \cdot 1,03^4 = 50\,647,90 \text{ €}$

**K2** Wechselnde Zinsen

a)

	1. Jahr	2. Jahr	3. Jahr
Guthaben zu Jahresbeginn	3500,00 €	3552,50 €	3641,31 €
Jahreszinsen	52,50 €	88,81 €	145,65 €
Guthaben am Jahresende	3552,50 €	3641,31 €	3786,96 €

- b) Bei dem Angebot erhält man bei einer einmaligen Einzahlung von 3500 € und einer Laufzeit von drei Jahren  $3786,96 \text{ €} - 3500 \text{ €} = 286,96 \text{ €}$  Zinsen.

- K1** 1 a) Die Zuordnung ist indirekt proportional, weil die Wertepaare aus Ausgangsgröße und zugeordneter Größe produktgleich sind (260).  
 b) Die Zuordnung ist direkt proportional, weil der Quotient aus Ausgangsgröße und zugeordneter Größe stets gleich ist ( $\frac{1}{14}$ ).  
 c) Die Zuordnung ist indirekt proportional, weil die Wertepaare aus Ausgangsgröße und zugeordneter Größe produktgleich sind (128,8).  
 d) Die Zuordnung ist weder direkt noch indirekt proportional, weil die einander zugeordneten Wertepaare weder produkt- noch quotientengleich sind.

- K4** 2 Der Graph von 2 gehört zu einer direkt proportionalen Zuordnung, der Graph von 4 zu einer indirekt proportionalen Zuordnung. Die Graphen von 1 und 3 gehören zu keinem von beiden.

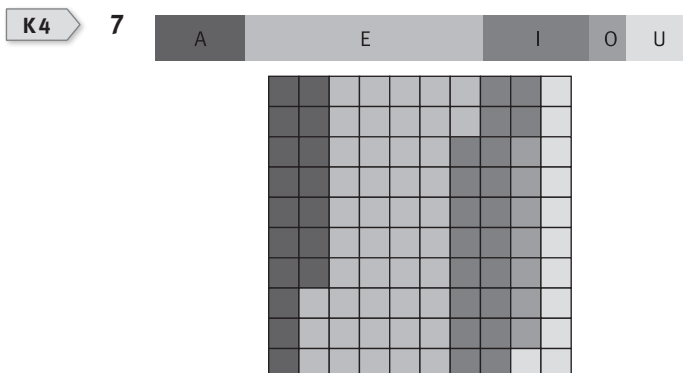
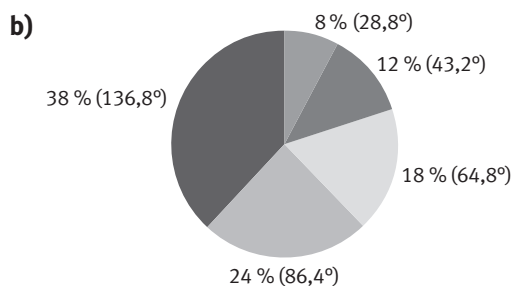
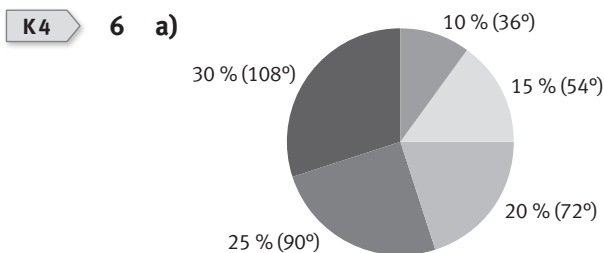
- K5** 3 a)  $25\% = 0,25 = \frac{1}{4}$                        $20\% = 0,2 = \frac{1}{5}$   
 $65\% = 0,65 = \frac{13}{20}$                        $80\% = 0,8 = \frac{4}{5}$   
 $95\% = 0,95 = \frac{19}{20}$                        $100\% = 1 = \frac{1}{1}$   
 $140\% = 1,4 = \frac{7}{5}$   
 b)  $6\% = 0,06 = \frac{3}{50}$                        $17\% = 0,17 = \frac{17}{100}$   
 $29\% = 0,29 = \frac{29}{100}$                        $33\% = 0,33 = \frac{33}{100} (\approx \frac{1}{3})$   
 $57\% = 0,57 = \frac{57}{100}$                        $72\% = 0,72 = \frac{18}{25}$   
 $105\% = 1,05 = \frac{21}{20}$   
 c)  $0,5\% = 0,005 = \frac{1}{200}$                        $1,25\% = 0,0125 = \frac{1}{80}$   
 $4,5\% = 0,045 = \frac{9}{200}$                        $22,5\% = 0,225 = \frac{9}{40}$   
 $66,8\% = 0,668 = \frac{167}{250}$                        $77,2\% = 0,772 = \frac{193}{250}$

- K5** 4 a)  $\frac{27}{100} = 0,27 = 27\%$                        $\frac{3}{50} = 0,06 = 6\%$   
 $\frac{37}{50} = 0,74 = 74\%$                        $\frac{6}{25} = 0,24 = 24\%$   
 $\frac{17}{25} = 0,68 = 68\%$                        $\frac{3}{20} = 0,15 = 15\%$   
 $\frac{7}{20} = 0,35 = 35\%$   
 b)  $\frac{7}{10} = 0,7 = 70\%$                        $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$   
 $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$                        $\frac{9}{10} = 0,9 = 90\%$   
 $\frac{6}{5} = 1,2 = 120\%$                        $2\frac{1}{2} = 2,5 = 250\%$   
 $3\frac{2}{5} = 3,4 = 340\%$   
 c)  $\frac{32}{40} = 0,8 = 80\%$                        $\frac{34}{60} = 0,566... \approx 57\%$   
 $\frac{17}{45} = 0,377... \approx 38\%$                        $\frac{7}{9} = 0,777... \approx 78\%$   
 $\frac{1}{11} = 0,0909... \approx 9\%$                        $\frac{5}{12} = 0,4166... \approx 42\%$   
 $\frac{5}{6} = 0,833... \approx 83\%$

- K3** 5 Sabine:  $\frac{8}{20} = 0,4 = 40\%$                       Simon:  $\frac{10}{25} = 0,4 = 40\%$

Jakob:  $\frac{9}{21} = \frac{3}{7} = 0,429... \approx 43\%$

Absolut spart Simon am meisten, nämlich 10€. Bezogen auf die Höhe des Taschengeldes spart jedoch Jakob am meisten, nämlich fast 43%, während Sabine und Simon 40% ihres Taschengeldes sparen.



- K3** 8 a) G: 32 Kinder; P: 12 Mädchen  
Gesucht: Prozentsatz p% der Mädchen
- b) G: 20€; p% = 10%;  
Gesucht: Prozentwert P, um den das Taschengeld erhöht wird
- c) P = 240€; p% = 16 %  
Gesucht: Grundwert G, also der ursprüngliche Preis
- d) G: 20 Stimmen; P: 15 Stimmen  
Gesucht: Prozentsatz p% der Stimmen

**K5** 9 a) 78%      b) 36%      c) 20%      d) 38%

**K5** 10 a) P = 36 kg (54 kg)      b) P = 7,5 m (35 m)

**K5** 11 a) 40%  $\hat{=}$  230 l | 100%  $\hat{=}$  575 l ( $\approx$  418,18 l)  
b) G  $\approx$  1420,45 € (7812,50 €)

**K5** 12 a) 150€      b) 24€      c) 35€

**K3** 13  $\frac{p\%}{100\%} = \frac{234}{1179} \Rightarrow p\% = 19,8\%$

**K3** 14 Gegeben: Z = 3000€, p% = 5,5%; Gesucht: K  
 $K = \frac{100\%}{5,5\%} \cdot 3000\text{€} = 54\,545,46\text{€}$   
 Antwort: Das Kapital betrug 54 545,46€.

**K3** 15 a) Gegeben: G = 145 000€; p% = 40%; Gesucht: P  
 $P = \frac{40\%}{100\%} \cdot 145\,000\text{€} = 58\,000\text{€}$   
 (G = 76 000€: P = 30 400€  
 G = 240 000€: P = 96 000€)  
 Antwort: Man muss mindestens 58 000€ angespart haben.

b) Gegeben:  $P = 12\,600\text{€}$ ;  $p\% = 40\%$ ; Gesucht:  $G$

$$G = \frac{100\%}{40\%} \cdot 12\,600\text{€} = 31\,500\text{€}$$

$$(P = 36\,500\text{€}; G = 91\,250\text{€})$$

$$P = 58\,000\text{€}; G = 145\,000\text{€})$$

Antwort: Die vereinbarte Summe beträgt 31 500 €.

### Aufgaben für Lernpartner

- K1/6** A Die Aussage ist so nicht richtig. Vielmehr muss man jedes Mal überprüfen, ob die Punkte sinnvoll miteinander verbunden werden können.
- K1/6** B Die Aussage ist falsch. Beispielsweise ist die Zuordnung Preis in €  $\mapsto$  Parkdauer in min nicht eindeutig, denn wenn die erste Stunde 1,50 € kostet, kann man nicht sagen, ob jemand 20 min, 40 min oder nur 12 min geparkt hat.
- K1/6** C Die Aussage ist falsch. Direkt und indirekt proportionale Zuordnungen sind wichtig, aber es gibt eine Vielzahl an Zuordnungen in diesem Kapitel, die weder direkt noch indirekt proportional sind.
- K1/6** D Die Aussage ist richtig. Anteile lassen sich als Brüche, Dezimalzahlen, Verhältnisse und in Prozent angeben.
- K1/6** E Die Aussage ist falsch. Jeden Bruch kann man in Prozente umwandeln, indem man beispielsweise Zähler durch Nenner dividiert und die erhaltene Dezimalzahl dann in Prozent angibt.
- K1/6** F Die Aussage ist falsch. Die Anteile müssen dieselben sein (sonst wären sie nicht umwandelbar).
- K1/6** G Die Aussage ist richtig.
- K1/6** H Die Aussage ist falsch. Wenn man beispielsweise bei einer Lotterie 1 € einsetzt und 10 € gewinnt, dann ist der Prozentwert höher als der Grundwert.
- K1/6** I Die Aussage ist richtig.
- K1/6** J Die Aussage ist richtig.
- K1/6** K Die Aussage ist richtig.
- K1/6** L Die Aussage ist falsch. Rabatte sind Abschläge auf einen Rechnungsbetrag.
- K1/6** M Die Aussage ist richtig.
- K1/6** N Die Aussage ist richtig.
- K1/6** O Die Aussage ist richtig.
- K1/6** P Die Aussage ist falsch. Die Zinsen entsprechen dem Prozentwert, der Zinssatz dem Prozentsatz in der Prozentrechnung.