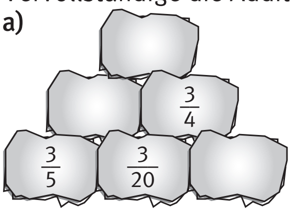
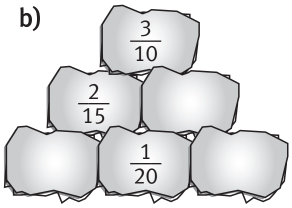
Die Lösungen zum Grundwissen stehen im Anhang.

Mit Brüchen rechnen

1 Vervollständige die Additionsmauern im Heft.

a)


b)


2 Berechne.

a) $\frac{4}{13} \cdot \frac{65}{88}$ **b)** $2\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{36}$ **c)** $\frac{24}{7} \cdot 2\frac{14}{36}$

d) $\frac{7}{13} : \frac{14}{65}$ **e)** $2\frac{1}{7} : \frac{15}{42}$ **f)** $\frac{43}{77} : 2\frac{14}{36}$

Addition und Subtraktion
Ungleichnamige Brüche werden zunächst **gleichnamig gemacht**. Anschließend werden die **Zähler addiert bzw. subtrahiert**. Der gleichnamige Nenner wird beibehalten.

Multiplikation
Brüche werden multipliziert, indem man **Zähler mit Zähler** und **Nenner mit Nenner** multipliziert.

Division
Man dividiert durch einen Bruch, indem man mit seinem **Kehrbruch multipliziert**.

Mit ganzen Zahlen rechnen

3 Schreibe die Aufgaben zunächst ohne Klammern und berechne dann.

a) $(-4) + (-7) + (-2)$ **b)** $(+25) + (+35) + (+65)$

c) $(-350) + (-225)$ **d)** $(+25) + 175 + (-50)$

e) $(-4) - (+7)$ **f)** $(+24) - (+14) - (+36)$

4 Berechne.

a) $(-4) \cdot (+7)$ **b)** $(+23) \cdot (+15)$

c) $(+14) \cdot (-125)$ **d)** $(+40) \cdot 35 \cdot (-2)$

e) $(-100) \cdot 21$ **f)** $87 \cdot (-25) \cdot (-4)$

Addition und Subtraktion
Vor- und Rechenzeichen lassen sich stets durch ein Zeichen ersetzen: **Zwei verschiedene Zeichen** ergeben „–“, **zwei gleiche Zeichen** „+“:

Multiplikation und Division ganzer Zahlen
Zwei ganze Zahlen werden **multipliziert (dividiert)**, indem man zunächst die **Beträge** der Zahlen multipliziert (dividiert).
Haben beide Zahlen dasselbe Vorzeichen, so ist das **Ergebnis** positiv; haben sie verschiedene Vorzeichen, so ist das **Ergebnis** negativ.

Mit rationalen Zahlen rechnen

5 Rechne vorteilhaft und benütze dabei die Rechengesetze. Gib auch das Gesetz an.

a) $(-0{,}62 + (-4{,}5)) + (-1{,}38)$ **b)** $2\frac{1}{3} + \left(\frac{-5}{8}\right) - \frac{7}{3}$

c) $-4{,}5 + 8{,}23 - 15{,}5$ **d)** $-\frac{1}{5} - \left(\frac{3}{-8}\right) + \frac{3}{10}$

6 Übertrage die Tabelle ins Heft und fülle sie aus.

a	b	c	a – (b – c)	(a – b) – c
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	☐	☐
$\frac{7}{10}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	☐	☐
$3\frac{1}{4}$	$-2\frac{1}{4}$	$-1\frac{3}{8}$	☐	☐

7 Berechne auf zwei unterschiedliche Arten.

a) $\left(-\frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$ **b)** $(-2{,}5 + 3{,}48) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

Alle positiven und negativen Zahlen zusammen mit der Null bezeichnet man als Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$. Es gelten die bekannten Rechenregeln.

Kommutativgesetz
$a + b = b + a$ $a \cdot b = b \cdot a$ für alle $a, b \in \mathbb{Q}$

Assoziativgesetz
$a + (b + c) = (a + b) + c$ für alle $a, b \in \mathbb{Q}$
$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ für alle $a, b \in \mathbb{Q}$

Distributivgesetz
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ für alle $a, b, c \in \mathbb{Q}$
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ für alle $a, b, c \in \mathbb{Q}$

Mit Dezimalbrüchen rechnen

8 Übertrage die Tabellen ins Heft und berechne.

a)

+	0,34	2,8
3,45	□	□
2,647	□	□
3,012	□	□

b)

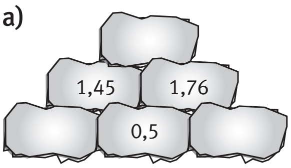
–	1,56	0,563
12,34	□	□
3,172	□	□
5	3,44	□

9 Es gilt: 163 · 3418 = 557 134
Gib den Produktwert an, ohne zu rechnen.
a) 16,3 · 34,18 **b)** 0,163 · 341,8 **c)** 1,63 · 3,418

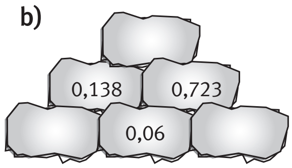
10 Berechne.
a) 32,65 · 1,4 **b)** 0,352 · 4,21 **c)** 7,45 · 8,02

11 Vervollständige die Additionsmauern im Heft.

a)



b)



Dezimalbrüche werden wie natürliche Zahlen **stellenweise addiert** (**subtrahiert**), „Komma unter Komma“. Nicht besetzte Dezimalstellen werden mit Nullen aufgefüllt.

Dezimalbrüche werden mit natürlichen Zahlen und mit Dezimalbrüchen so **multipliziert**, als ob **kein Komma** vorhanden wäre. Anschließend wird das Komma gesetzt: Dabei erhält das Ergebnis so viele **Nachkommastellen** wie **beide Faktoren** zusammen haben.

Dividiert man einen Dezimalbruch durch einen Dezimalbruch, so verschiebt man das Komma bei Dividend und Divisor um **gleich viele Stellen** so weit **nach rechts, bis der Divisor kommafrei** ist. Anschließend dividiert man wie bei natürlichen Zahlen. Beim Überschreiten des Kommas im Dividenden, wird ein Komma im Ergebnis gesetzt.

Terme vereinfachen

12 1 $T_1(x) = 4 - 8x$ 2 $T_2(x) = 2 - 3x + 5x + 2$
3 $T_3(x) = -4 - 8x + 8$ 4 $T_4(x) = 2 \cdot (2 - 3x) - 2x$
a) Finde die zu $T(x) = -8x + 4$ äquivalenten Terme.
b) Beschreibe jeden Term in Worten.

13 Fasse die Terme so weit wie möglich zusammen.
a) $3x + 4{,}5 - 2x - 1{,}2$
b) $-3{,}3x + x - 7{,}5 - 2{,}3x - 12{,}2$
c) $3a + 4b - 3{,}5c + 1{,}7a - 2b - c$
d) $\frac{2}{3}a + \frac{2}{5}b - 3{,}5c + 1\frac{2}{3}a - 2\frac{2}{5}b - \frac{1}{4}c$

Bei der Vereinfachung von Termen entstehen zueinander äquivalente Terme:

1 **Summen gleicher Summanden** können als Produkt dargestellt werden.
$x + x + x + x = 4 \cdot x = 4x$

2 Summanden können mit dem **Kommutativgesetz** geordnet werden.
$a + b + b + a + b = a + a + b + b + b = 2a + 3b$

3 **Gleichartige Terme** lassen sich mit dem **Distributivgesetz** zusammenfassen.
$-3 \cdot z + 5 \cdot z = (-3 + 5) \cdot z = 2 \cdot z = 2z$

Terme multiplizieren und dividieren

14 Vereinfache.
a) $6y \cdot 8$ **b)** $12a : 3$
c) $8k \cdot \frac{1}{2}$ **d)** $9l \cdot 3m$
e) $2i \cdot \frac{1}{3}l \cdot \frac{1}{2}k$ **f)** $10ab \cdot 5c \cdot 3$

15 Ergänze so, dass die Rechnung stimmt.
a) $7x \cdot$ □ $= 21x$ **b)** $4q \cdot$ □ $= 2q$
c) □ $\cdot 16 = -64b$ **d)** $4t \cdot$ □ $\cdot 2s = 8rst$

Bei **Produkten** aus Termen, die keine Summen sind, kann man **Zahlen mit Zahlen** und **Variablen mit Variablen** multiplizieren.
Beispiel: $3x \cdot 4y = (3 \cdot 4) \cdot (x \cdot y) = 12xy$

Bei **Quotienten** aus Termen, die keine Summen sind, werden **Zahlen durch Zahlen** und **Variablen durch Variablen** geteilt.
Beispiel: $6a : 2 = (6 : 2) \cdot a = 3a$

Mit Termen rechnen

16 Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $8x + (3y + 2x)$ **b)** $a + (3a - b)$
c) $-5z + (-3z + 5)$ **d)** $7e + (-e - f)$
e) $-8x + (3y + (-2x))$ **f)** $2z + (5 - (-2z))$

17 Löse die Klammern auf und vereinfache.

a) $12 \cdot (12x + 5y)$ **b)** $(-5c - 2d) \cdot 10$
c) $(51c - 9) : 3$ **d)** $(3x + 8) \cdot 16$
e) $\frac{1}{4} \cdot (12 - 4v)$ **f)** $b \cdot (-1{,}4r - 2{,}2y)$

18 Finde gemeinsame Faktoren und klammere sie aus.

a) $13ax + 5x$ **b)** $10r - 5s$
c) $xyz + 2yz$ **d)** $6ab - 6ac$
e) $0{,}5x - 0{,}5xy$ **f)** $ax - ay$

1 Wird eine **Summe (Differenz) addiert**, dann bleiben nach Auflösen der Klammer die Vorzeichen in der Klammer gleich.
$x + (y - z) = x + y - z$

2 Wird eine **Summe (Differenz) subtrahiert**, dann kehren sich nach Auflösen der Klammer die Vorzeichen in der Klammer um.
$x - (y - z) = x - y + z$

3 Wird eine **Summe mit einem Faktor multipliziert**, dann wird **jeder Summand** mit dem Faktor **(aus-) multipliziert**. Die entstandenen Produkte werden mit ihren Vorzeichen addiert.
$x \cdot (y + 12) = x \cdot y + 12x$

4 Kommt in einer **Summe von Produkten** in jedem Summanden **derselbe Faktor** vor, dann kann dieser **ausgeklammert werden**.
$x^2y + 12xy = xy \cdot (x + 12)$

Winkel und Winkelarten

19 1 20°; 75°; 90°; 135°; 180°; 210°; 280°
2 34°; 176°; 360°; 54°; 274°; 321°; 98°; 16°

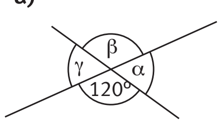
a) Zeichne Winkel mit dem betreffenden Maß in dein Heft.
b) Gib zu jedem Winkel die Winkelart an.

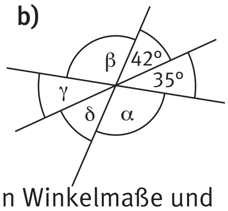
Der Vollwinkel wird in 360 gleich große Teile geteilt.
Einheit: **1 Grad (1°)**
Winkelarten:

spitzer: $\alpha < 90°$	rechter: $\alpha = 90°$
stumpfer: $90° < \alpha < 180°$	gestreckter: $\alpha = 180°$
überstumpfer: $180° < \alpha < 360°$	Vollwinkel: 360°

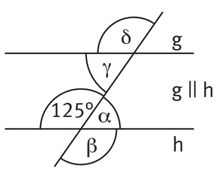
Winkelbeziehungen

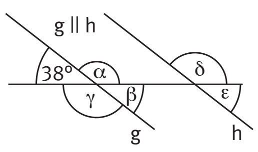
20 Bestimme die fehlenden Winkelmaße.

a)


b)


21 Bestimme die fehlenden Winkelmaße und begründe durch Angabe der Winkelbeziehung.

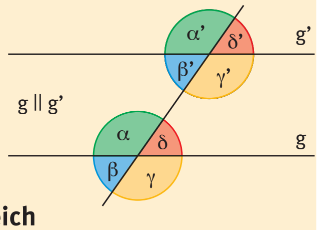
a)


b)


Schneiden sich zwei Geraden, dann gilt:

- Nebeneinanderliegende Winkel heißen **Nebenwinkel**. Sie ergeben **zusammen stets 180°**.
- Gegenüberliegende Winkel heißen **Scheitelwinkel**. Sie sind **gleich groß**.

Werden parallele Geraden von einer Geraden geschnitten, dann gilt:

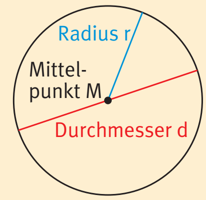


- **Stufenwinkel** sind **gleich groß**. $\alpha = \alpha'$; $\beta = \beta'$; …
- **Wechselwinkel** sind **gleich groß**. $\alpha = \gamma'$; $\delta = \beta'$; …
- **Nachbarwinkel** ergeben **zusammen stets 180°**; $\alpha + \beta' = 180°$; $\delta + \gamma' = 180°$; …

Kreis

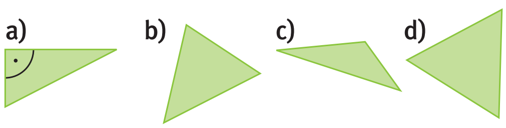
22 Zeichne mit einem Zirkel einen Kreis mit dem angegebenem Radius bzw. Durchmesser. Bestimme auch jeweils die fehlende Größe.

a) r = 3,5 cm **b)** d = 0,4 dm **c)** d = 1,2 dm



Dreiecke

23 Gib eine möglichst genaue Beschreibung der Dreiecke an.



24 Ermittle die Dreiecksart.

a) $\alpha = 35°$; $\beta = 125°$ **b)** a = b; $\gamma = 60°$

c) $\alpha = 36°$; $\gamma = 54°$ **d)** $\alpha = \beta$; $\alpha + \beta = 120°$

e) $\beta = 65°$; $\gamma = 50°$ **f)** $\alpha = 61°$; $\beta = 60°$

25 Konstruiere das Dreieck ABC mit den drei Schritten Planfigur – Zeichnung – Beschreibung.

a) b = 5,4 cm; $\alpha = 75°$; $\gamma = 59°$

b) b = 7,5 cm; c = 9,2 cm; $\alpha = 33°$

c) a = 4,4 cm; b = 3,3 cm; c = 5,5 cm

Unterscheidung von Dreiecken nach Winkeln:

- **spitzwinkliges Dreieck**: Alle Winkel kleiner 90°.
- **rechtwinkliges Dreieck**: Ein Winkel 90°.
- **stumpfwinkliges Dreieck**: Ein Winkel größer 90°.

Unterscheidung nach Seitenverhältnissen:

- **gleichschenkliges Dreieck:** Zwei Seiten gleich lang.
- **gleichseitiges Dreieck:** Alle Seiten gleich lang.

Kongruenzsätze für Dreiecke

Dreiecke sind genau dann kongruent, wenn sie …

- in der Länge aller Seiten übereinstimmen (**SSS**).
- in der Länge zweier Seiten und der Größe des eingeschlossenen Winkels übereinstimmen (**SWS**).
- in der Länge einer Seite und der Größe beider anliegenden Winkel übereinstimmen (**WSW**).

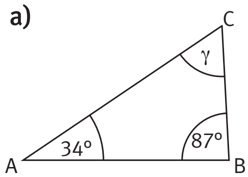
Innenwinkelsummen

26 Berechne die fehlenden Winkelmaße.

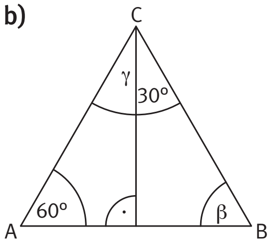
α	66°	5°		24,5°	
β	24°	85°	115°		2α
γ			5,5°	3α	3α

27 Berechne die fehlenden Winkelmaße in den Dreiecken.

a)



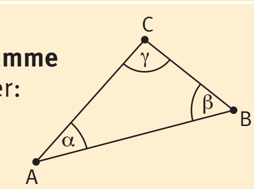
b)



28 Berechne die Innenwinkelmaße im Viereck, wenn gilt: $\alpha = \beta$; $\beta = 2\gamma$ und $\gamma = \delta$

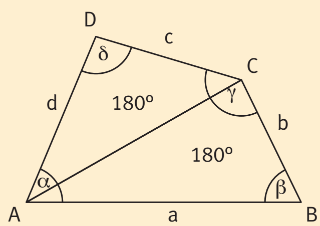
In jedem **Dreieck** beträgt die **Summe der Innenwinkel stets 180°**, hier:

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$



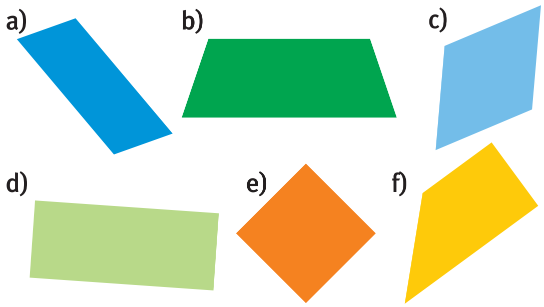
In jedem **Viereck** beträgt die **Summe der Innenwinkel stets 360°**, denn jedes Viereck lässt sich in zwei Teildreiecke zerlegen, hier:

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$



Vierecke

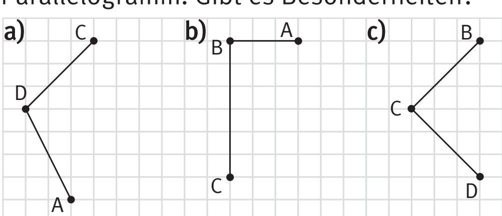
29 Um welche Vierecke handelt es sich?



30 Ordne jeder Vierecksart (Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, gleichschenkliges Trapez die passenden Eigenschaften zu.

1. Die Diagonalen sind gleich lang.
2. Die Diagonalen halbieren sich gegenseitig.
3. Gegenüberliegende Winkel sind maßgleich.
4. Nebeneinanderliegende Winkel ergänzen sich zu 180°.
5. Mindestens eine Diagonale halbiert die zugehörigen Innenwinkel.
6. Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.
7. Benachbarte Seiten stehen senkrecht aufeinander.
8. Alle Seiten sind gleich lang.

31 Übertrage in dein Heft und ergänze zu einem Parallelogramm. Gibt es Besonderheiten?

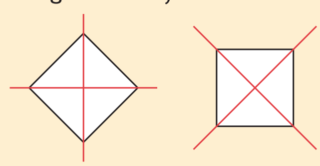


Vierecke

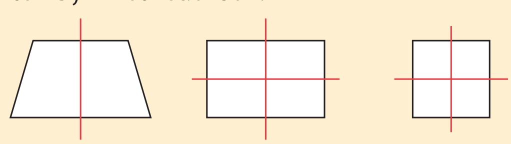
- Ein **Parallelogramm** ist ein Viereck, bei dem gegenüberliegende Seiten jeweils gleich lang und parallel sind.
- Ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten nennt man **Raute**.
- Ein Parallelogramm mit vier rechten Winkeln nennt man **Rechteck**.
- Ein Rechteck mit vier gleich langen Seiten heißt **Quadrat**.
- Ein **Trapez** ist ein Viereck mit zwei **parallelen Seiten**. Ein gleichschenkliges Trapez ist **achsensymmetrisch**.

Vierecke lassen sich auch nach Symmetrien klassifizieren:

- **Diagonalen**:
  Bei einer Raute und einem Quadrat sind beide Diagonalen Symmetrieachsen.



- **Mittelsenkrechten**:
  Bei einem gleichschenkligen Trapez ist eine Mittelsenkrechte Symmetrieachse, bei einem Rechteck und einem Quadrat sind beide Mittelsenkrechten Symmetrieachsen.



Flächen- und Volumeneinheiten

32 Gib in zwei weiteren Einheiten an.

a) 15 m^2	b) 27,3 dm^2	c) 0,5 ha
d) 846 cm^2	e) 3617 a	f) 0,003 m^2
g) 160 m^3	h) 1,2 dm^3	i) 2411 m^3
j) 0,5 cm^3	k) 15,7 mm^3	l) 2 km^3
m) $\frac{1}{2}$ km^2	n) $4\frac{1}{5}$ dm^3	o) $15\frac{1}{3}$ a

Flächeneinheiten

$$\ldots \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} 1\,\text{dm}^2 \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} 1\,\text{m}^2 \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} 1\,\text{a} \underset{:100}{\overset{\cdot 100}{\rightleftarrows}} \ldots$$

Volumeneinheiten

$$1\,\text{mm}^3 \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} 1\,\text{cm}^3 \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} 1\,\text{dm}^3 \underset{:1000}{\overset{\cdot 1000}{\rightleftarrows}} 1\,\text{m}^3$$

Flächeninhalte von Dreiecken und Vierecken

33 Berechne Umfang und Flächeninhalt des Rechtecks.

a) a = 5 cm; b = 12 cm **b)** a = b = 5,5 cm
c) a = 2,3 dm; b = 5 cm **d)** a = b = 0,45 m

34 Wie ändert sich der Flächeninhalt (Umfang) eines Rechtecks, wenn man …

a) nur die Breite verdoppelt, verdreifacht, …?
b) Länge und Breite jeweils halbiert, viertelt, …?

35 Konstruiere die Dreiecke ABC. Beschreibe dein Vorgehen. Berechne Flächeninhalt und Umfang der Dreiecke. Entnimm die fehlenden Maße der Zeichnung.

a) a = 12 cm; c = 13 cm; b = 5 cm
b) a = 3 cm; c = 4 cm; $\beta = 40°$
c) c = 4 cm; $\alpha = 60°$; $\beta = 70°$

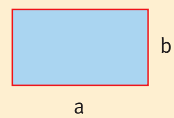
36 Zeichne das Parallelogramm in ein Koordinatensystem und berechne seinen Flächeninhalt und Umfang. Entnimm die fehlenden Maße der Zeichnung.

a) A(1|3); B(6|1); C(8|3); D(3|5)
b) E(3|7); F(4|2); G(9|4); H(8|9)
c) I(2|1); J(6|0); K(5|1); L(1|2)

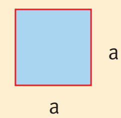
37 Berechne die fehlende Größe des Trapezes.

	a	c	h	A_{Tr}
a)	6 cm	4 cm	2 cm	
b)	4,6 cm	5,4 cm		13,5 cm²
c)		0,9 dm	0,9 dm	3,24 dm²

Rechteck



Quadrat



Umfang: $u_R = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ $u_Q = 4 \cdot a$
Flächeninhalt: $A_R = a \cdot b$ $A_Q = a \cdot a = a^2$

Dreiecke

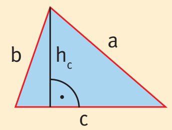
Für den **Flächeninhalt eines Dreiecks** mit der Grundseite g und der dazugehörigen Höhe h gilt:

$A_D = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

hier:

$A_D = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

$u_D = a + b + c$



Parallelogramme

Für den **Flächeninhalt** eines **Parallelogramms** gilt:

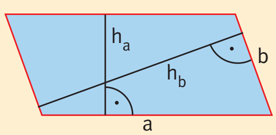
A_P = Grundseite · zugehörige Höhe

$A_P = g \cdot h$

hier:

$A_P = a \cdot h_a$ oder $A_P = b \cdot h_b$

$u_P = 2 \cdot (a + b)$

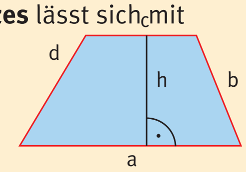


Trapeze

Der **Flächeninhalt eines Trapezes** lässt sich mit folgender Formel berechnen:

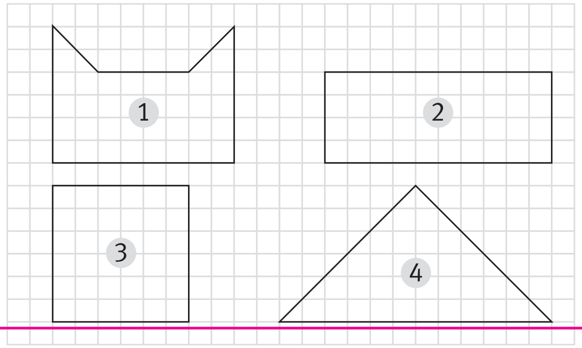
$A_{Tr} = \frac{a + c}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

$u_{Tr} = a + b + c + d$



Zerlegung von Flächen

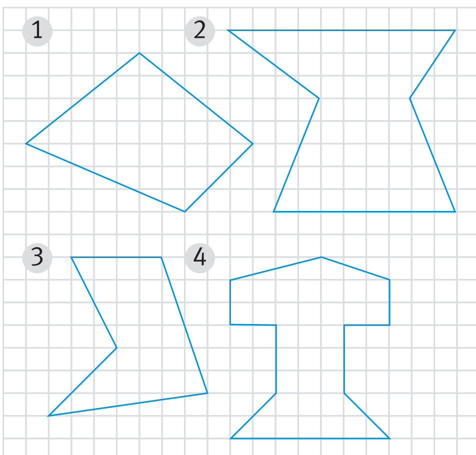
38 Welche Figuren besitzen denselben Flächeninhalt?



Figuren und Flächen, die sich in **Teilfiguren** zerlegen lassen, die kongruent zueinander sind, nennt man **zerlegungsgleich**. Zerlegungsgleiche Flächen besitzen den **gleichen Flächeninhalt**, sie sind **flächengleich**.

Flächeninhalte von Vielecken

39 Übertrage die Vielecke ins Heft und zerlege sie in Dreiecke oder spezielle Vierecke. Miss die nötigen Längen aus und berechne die Gesamtfläche.



40 Gegeben ist ein Sechseck TORBEN.

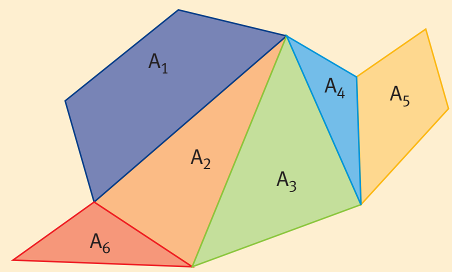
T (–6|–2)	O (–2|–4)	R (2|–3)
B (2|2)	E (–1|4)	N (–6|1)

Zeichne es in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) und berechne den Flächeninhalt.

Ein **Vieleck** lässt sich immer in Dreiecke und spezielle Vierecke zerlegen.
Der Flächeninhalt des Vielecks ist die Summe aus den Flächeninhalten der Figuren, in die das Vieleck zerlegt wurde.

$A_{Vieleck} = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n$

In unserem Beispiel gilt n = 6.



Volumen von Quadern und Würfeln

41 Bestimme das Volumen des Quaders und gib es in verschiedenen Einheiten an.

a) $a = 4{,}5$ cm; $b = 3{,}7$ cm; $c = 0{,}4$ dm

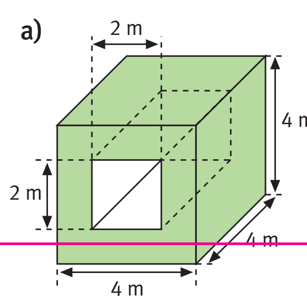
b) $a = b = c = 12{,}8$ dm

c) $a = 12{,}3$ dm; $b = 2{,}3$ m; $c = 4{,}7$ dm

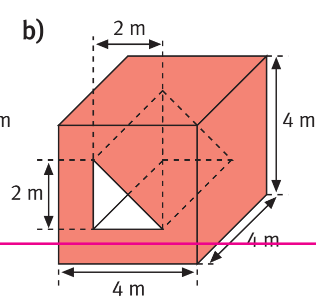
42 Zeichne ein Netz eines Würfels (Quaders) mit Kantenlänge a = 2 cm (a = 1 cm, b = 2 cm, c = 3 cm) und bestimme seinen Oberflächeninhalt.

43 Aus dem Würfel wurde jeweils ein Körper aus der Mitte herausgeschnitten. Bestimme das Volumen. Überlege dir zuerst, wie du geschickt vorgehen kannst.

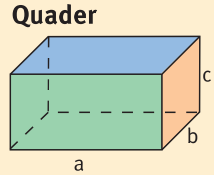
a)



b)

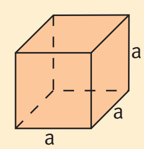


Quader



$O_Q = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$
$V_Q = a \cdot b \cdot c$

Würfel



$O_W = 6 \cdot a \cdot a$
$V_W = a \cdot a \cdot a = a^3$

Wird ein Körper entlang seiner Kanten aufgeschnitten, entsteht ein **Körpernetz**.