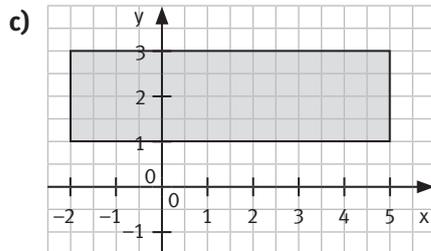
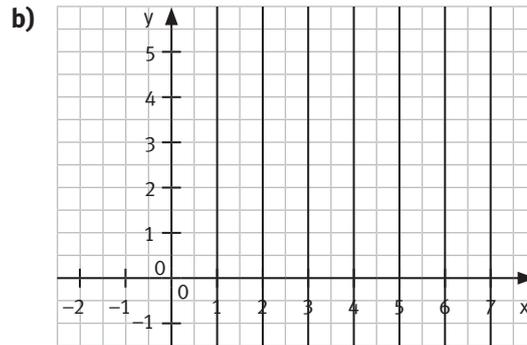
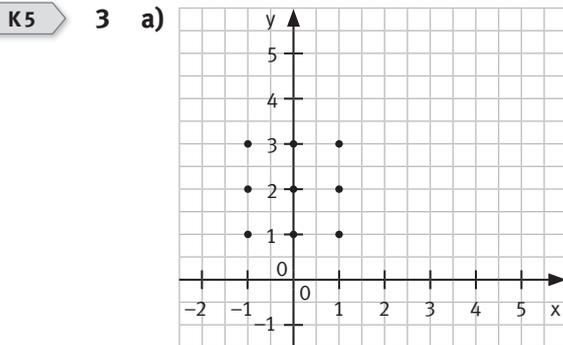


- K5** 1 a) $M_1 \times M_2 = \{(-4|10); (-4|21); (-3|10); (-3|21); (-1|10); (-1|21)\}$
 b) $M_1 \times M_2 = \{(x|-2); (x|-1); (x|0); (x|1); (x|2); (x|3); (x|4); (y|-2); (y|-1); (y|0); (y|1); (y|2); (y|3); (y|4)\}$

- K1** 2 Die Produktmenge $[1; 3]_{\mathbb{Q}} \times [2,5; 4,5]_{\mathbb{Q}}$ lässt sich nicht aufzählend (1) angeben, da die Mengen $[1; 3]_{\mathbb{Q}}$ und $[2,5; 4,5]_{\mathbb{Q}}$ unendlich viele Elemente haben und die Produktmenge daher ebenfalls unendlich viele Elemente hat.



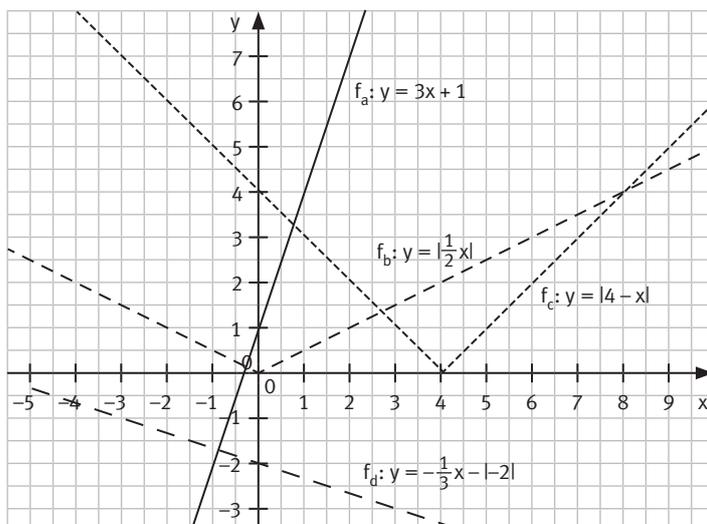
- K5** 4 a) $\mathbb{D} = \{-4; -2; 1; 2\}$ und $\mathbb{W} = \{0; 2; 5; 6\}$
 b) $R: y = x + 4$
 c) $R: y \geq x + 4$

- K1** 5 a) Es sind unterschiedliche Antworten möglich für R_1 mit $\mathbb{D} = \mathbb{W} = \{0,5; 1,5; 2,5\}$.
 $R_2: y = 1$ mit $\mathbb{D} = \{0; 1; 2\}$ und $\mathbb{W} = \{1\}$
 b) Zuordnung 2 ist eine Funktion, da jedem x-Wert genau ein y-Wert zugeordnet wird. Bei Zuordnung 1 ist dies nicht erfüllt.

- K1** 6 a) Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B. $g: y = x + 0,75$
 b) Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:
 Jede (echte) Parallele zur x-Achse mit $y = a$ ($a \neq 0$) hat keine Nullstelle.
 Eine nach oben verschobene Betragsfunktion, z. B. $y = |x| + 1$, hat keine Nullstelle.

- K5** 7 $P(-2,5|7)$ wird in f eingesetzt:
 a) $7 = 4 \cdot (-2,5)^2 - (-2,5) - 22,5 \Leftrightarrow 7 = 5$ (falsch) $\Rightarrow P \notin f$
 b) $7 = 4 \cdot (-2,5) + 2,5 \Leftrightarrow 7 = -7,5$ (falsch) $\Rightarrow P \notin f$
 c) $7 = \frac{1}{5} \cdot (-2,5) - 0,5 \Leftrightarrow 7 = -1$ (falsch) $\Rightarrow P \notin f$
 d) $7 = (-2,5) \cdot (-2,5) + 7 \Leftrightarrow 0 = 6,25$ (falsch) $\Rightarrow P \notin f$

K5 8 a) bis d)

K5 9 f: $y = 3,5$ g: $y = -\frac{2}{7}x$ h: $y = \frac{5}{7}x + 0,5$ i: $y = 4x - 1$ k: $x = -2,5$ K6 10 a) Der Graph von $f: y = \frac{x}{2}$ ist eine Ursprungsgerade.b) Der Graph von $f: y = x$ ist eine Ursprungsgerade.c) Der Graph von $f: y = x^2$ ist keine Ursprungsgerade und auch keine Parallele zur x-Achse (er ist eine Parabel).d) Der Graph von $f: y = -1$ ist eine Parallele zur x-Achse.

K6 11 Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:

Man markiert zunächst den y-Achsenabschnitt t auf der y-Achse als ersten Punkt der Gerade und zeichnet von diesem ausgehend das Steigungsdreieck, das durch m vorgegeben ist.

Alternative: Man berechnet mithilfe der Funktionsgleichung zwei Punkte, die auf der Gerade liegen, zeichnet diese ein und verbindet sie miteinander.

K5 12 Betrachtet wird die Normalform von $g: y = mx + t$ mit $m, t \in \mathbb{Q}$.

a) $m = \frac{-4-1}{-1-3} = \frac{-5}{-4} = 1,25$

A in $y = 1,25x + t$ einsetzen:

$$1 = 1,25 \cdot 3 + t \Leftrightarrow t = -2,75$$

$$\Rightarrow g: y = 1,25x - 2,75$$

c) m in $y = mx + t$ einsetzen: $y = 3x + t$

A in $y = 3x + t$ einsetzen:

$$-2,3 = 3 \cdot 4,4 + t \Leftrightarrow t = -15,5$$

$$\Rightarrow g: y = 3x - 15,5$$

b) t in $y = mx + t$ einsetzen: $y = mx - 1$

A in $y = mx - 1$ einsetzen:

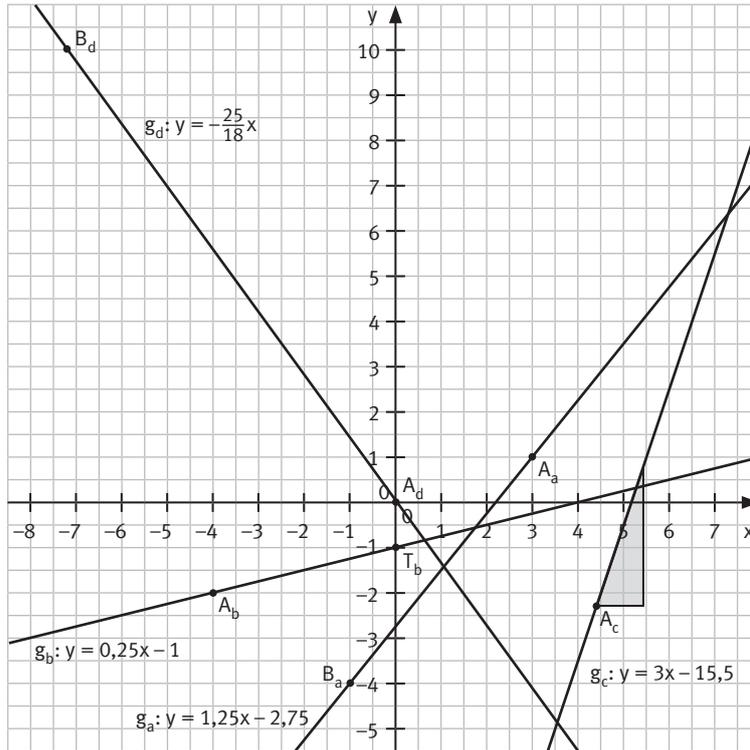
$$-2 = -4m - 1 \Leftrightarrow m = 0,25$$

$$\Rightarrow g: y = 0,25x - 1$$

d) t in $y = mx + t$ einsetzen: $y = mx$

$$m = \frac{10}{-7,2} = -\frac{25}{18}$$

$$\Rightarrow g: y = -\frac{25}{18}x$$

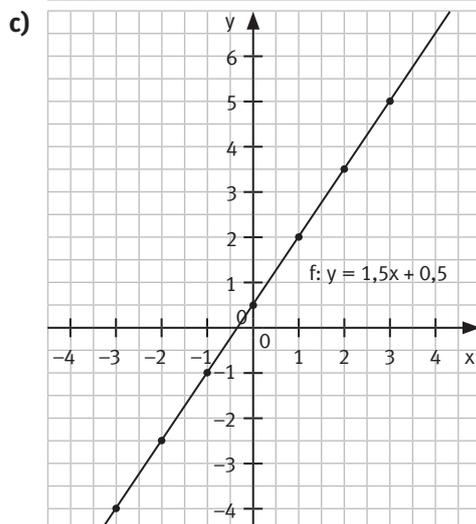


K5 13 a) $f(x): y = 1,5x + 0,5$

Es handelt sich um eine lineare Funktion der Form $y = mx + t$. Ihr Graph ist eine Gerade mit positiver Steigung $m = 1,5$ und y-Achsenabschnitt $t = 0,5$.

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-2,5	-1	0,5	2	3,5	5



K5 14 $S_1(5|0), S_2(0|5) \quad m = \frac{5}{-5} = -1 \quad t = 5 \quad g: y = -x + 5$

K5 15 Ermittlung der Nullstellen mithilfe von $f(x) = 0$.

a) $-1,8x + 7,5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7,5}{1,8} = 4\frac{1}{6}$

Die Funktion f hat bei $x = 4\frac{1}{6}$ eine Nullstelle.

c) $0 + 3 = 7,5 \Leftrightarrow 3 = 7,5$ (falsch)

Die Funktion f hat keine Nullstelle.

Der Graph von f ist eine Parallele zur x -Achse.

b) $0 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

Die Funktion f hat bei $x = -3$ eine Nullstelle.

d) $0 = -\frac{3}{4}x \Leftrightarrow 0 = x$

Die Funktion f hat bei $x = 0$ eine Nullstelle

Der Graph von f ist eine Ursprungsgerade.

K5 16 Vergleich der Steigungen: $m_1 = 2; m_2 = 0,5; m_3 = -0,5; m_4 = 0; m_5 = 0,5; m_6 = 0$.

$$m_1 \cdot m_3 = -1 \Rightarrow g_1 \perp g_3 \quad m_2 = m_5 = 0,5 \Rightarrow g_2 \parallel g_5 \quad m_4 = m_6 = 0 \Rightarrow g_4 \parallel g_6$$

K5 17 Wenn $AB \perp BC, BC \perp CD, CD \perp DA, DA \perp AB$ ist, dann ist ABCD ein Rechteck (es genügen die Winkelmaße von drei der vier Winkel: Wenn drei Winkel im Viereck das Winkelmaß von 90° haben, muss auch das Winkelmaß des vierten Winkels 90° sein).

Vergleich der Steigungen der Geraden AB, BC, CD und AD:

$$m_{AB} = \frac{-1-1}{5+3} = -\frac{1}{4} \quad m_{BC} = \frac{3+1}{6-5} = 4 \quad m_{CD} = \frac{5-3}{-2-6} = -\frac{1}{4} \quad m_{DA} = \frac{1-5}{-3+2} = 4$$

$$m_{AB} \cdot m_{BC} = m_{BC} \cdot m_{CD} = m_{CD} \cdot m_{DA} = m_{DA} \cdot m_{AB} = -1$$

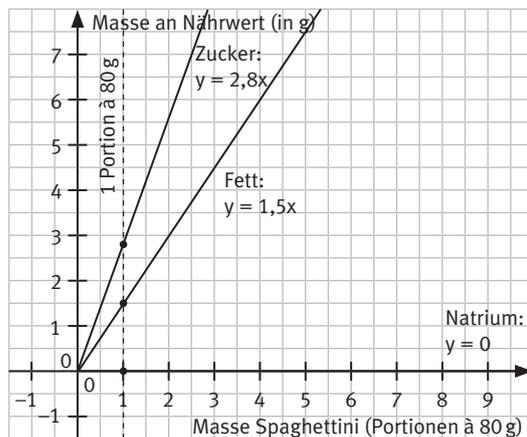
\Rightarrow Alle benachbarten Geraden stehen senkrecht aufeinander, das Viereck ist ein Rechteck.

K3 18 a) Je Nährwert handelt es sich um eine direkte Proportionalität und damit um eine lineare Funktion der Form $y = mx$. Auf 1 Portion à 80 g Spaghettini kommen jeweils 2,8 g Zucker, 1,5 g Fett und 0 g Natrium.

Zucker: $g_Z(x): y = 2,8x$

Fett: $g_F(x): y = 1,5x$

Natrium: $g_N(x): y = 0$



b) 1 Portion à 80 g Spaghettini enthält 2,8 g Zucker und entspricht 3% des Tagesbedarfs an Zucker, x Portionen entsprechen 100%, also:

$$x \text{ Portionen} = \frac{1 \text{ Portion}}{3\%} \cdot 100\% \Leftrightarrow x \text{ Portionen} = 33\frac{1}{3} \text{ Portionen}$$

$$33\frac{1}{3} \text{ Portionen entsprechen } 33\frac{1}{3} \cdot 80 \text{ g} = 2666,66 \text{ g Spaghettini.}$$

Mit rund 2,7 kg Spaghettini könnte man seinen Tagesbedarf an Zucker decken. Guten Appetit!

- K1** 19 Brigitte hat Recht: Um die Funktionsgleichung einer Ursprungsgerade angeben zu können, benötigt man nur einen Punkt $P(x_p | y_p)$. Mit den Koordinaten x_p und y_p kann man die Steigung bestimmen:
 $m = \frac{y_p}{x_p}$; $t = 0$. g: $y = \frac{y_p}{x_p}x$.
- K1/6** 20 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel ist die Zuordnung $R: x = 0$ mit $D = \{0\}$ und $W = \mathbb{Q}$; R ist keine Funktion.
- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig. Sie trifft zu, wenn M_1 genau ein Element enthält und M_2 genau drei Elemente (bzw. wenn M_1 genau drei Elemente enthält und M_2 genau 1 Element).
- K1/6** 22 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel ist die Zuordnung $R: x = 0$ mit $D = \{0\}$ und $W = \mathbb{Q}$.
- K1/6** 23 Die Aussage ist richtig. Eine Funktion der direkten Proportionalität hat die Form $y = mx$ mit $m \in \mathbb{Q}$.
- K1/6** 24 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel ist die Funktion $f: y = 2$.
- K1/6** 25 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 26 Die Aussage ist richtig (sofern m_1 und m_2 definiert sind, d. h. $m_1 \neq 0$ und $m_2 \neq 0$).
- K1/6** 27 Die Aussage ist richtig: Kein als $g(m): y = mx$ definiertes Geradenbüschel umfasst die Gleichung $x = 0$ (y -Achse).
 Hinweis: Betrachtet man ein Geradenbüschel der Form $y = mx$ oder (allgemeiner) der Form $y = mx + t$, so ist die y -Achse in keinem dieser Büschel enthalten, da sich Geraden, die auf der x -Achse senkrecht stehen, nie als Funktion abbilden lassen.
- K1/6** 28 Die Aussage ist richtig: $\frac{m_1}{m_2} = 1 \Leftrightarrow m_1 = m_2$. Zueinander parallele Geraden haben die gleiche Steigung.
- K1/6** 29 Die Aussage ist falsch: Alle Geraden des Geradenbüschels der Form $y = mx$ sind Ursprungsgeraden. Eine zur Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten (echt) parallele Gerade hat die Form $y = x + t$ mit $t \neq 0$; insbesondere ist eine solche Gerade keine Ursprungsgerade der Form $y = mx$.

K5 1 a) $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = 4 \text{ cm}^2$ b) $g = \frac{2 \cdot A}{h} = 6 \text{ dm}$ c) $h = \frac{2 \cdot A}{g} = 33 \text{ mm}$

K5 2 $h_b = \frac{2 \cdot A}{b} = 4,5 \text{ cm}$

K5 3

	a	b	h_a	h_b	A
a)	5 cm	4 cm	3 cm	3,75 cm	15 cm ²
b)	3 dm	10,5 dm	7 dm	20 cm = 2 dm	21 dm ²
c)	8 m	8 m	5 m	5 m	40 m ²
d)	3 dm = 30 cm	12 cm	2 cm	5 cm	60 cm ²

K5 4 $a = \overline{AB} = \overline{CD} = 9 \text{ cm}$, $h_a = 5 \text{ cm} \Rightarrow A = a \cdot h_a = 45 \text{ cm}^2$

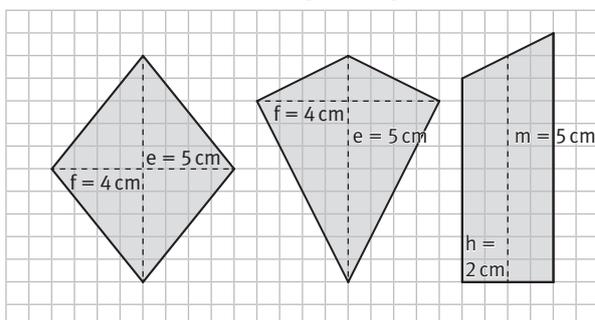
K5 5

	a	c	m	h	A
a)	5,6 cm	3 cm	4,3 cm	4 cm	17,2 cm ²
b)	12 cm	2 cm	7 cm	2 cm	14 cm ²
c)	1,4 cm	20,6 cm	11 cm	3,5 cm	38,5 cm ²
d)	z. B. 10 cm	z. B. 8 cm	9 cm	6,6 cm	59,4 cm ²

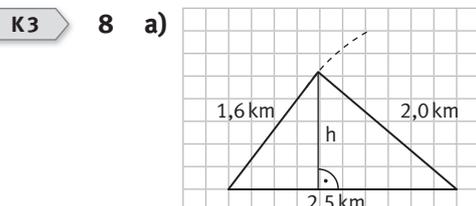
Aufgabe d) hat mehrere Möglichkeiten; es muss stets gelten: $a + c = 18 \text{ cm}$.

K5 6 a) $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f = 1500 \text{ cm}^2 = 15 \text{ dm}^2$ b) $e = \frac{2 \cdot A}{f} = 4 \text{ cm}$ c) $f = \frac{2 \cdot A}{e} = 1,8 \text{ mm}$

K5 7 Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B. mit $A = 10 \text{ cm}^2$:



Die einfachste und bequemste Lösung ist es, ein Quadrat zu zeichnen und dieses als Raute, als Drachenviereck und als Trapez zu betrachten.



Beim Maßstab von 1 : 50 000 entspricht die Höhe h mit der gemessenen Länge von 2,6 cm 1,3 km in Wirklichkeit. Die Waldfläche beträgt damit $0,5 \cdot 2,5 \text{ km} \cdot 1,3 \text{ km} = 1,625 \text{ km}^2 \approx 160 \text{ ha}$.

b) Bei einer Fläche von 160 ha kostet die Aufforstung 1,28 Millionen €.

K5 9 Wegen fehlender Längenangaben kann zu den Figuren 1, 4 und 5 der Umfang nicht berechnet werden.

1 a) $A = 1,5 \text{ cm} \cdot 7,3 \text{ cm} = 10,95 \text{ cm}^2$

b) –

2 a) $A = 32 \text{ m} \cdot 32 \text{ m} = 1024 \text{ m}^2$

b) $u = 4 \cdot 32 \text{ m} = 128 \text{ m}$

3 a) $A = \frac{38 \text{ dm} + 20 \text{ dm}}{2} \cdot 10,7 \text{ dm} = 310,3 \text{ dm}^2$

b) $u = 38 \text{ dm} + 14 \text{ dm} + 20 \text{ dm} + 14 \text{ dm} = 86 \text{ dm}$

4 a) $A = \frac{8,4 \text{ dm} + 11,2 \text{ dm}}{2} \cdot 5,5 \text{ dm} = 53,9 \text{ dm}^2$

b) –

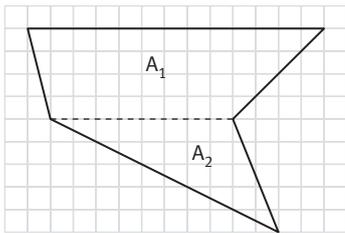
5 a) $A = 2 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ cm} = 5 \text{ cm}^2$

b) –

Die Höhe muss zu einer bekannten Seite des Parallelogramms gewählt werden.

K5 10 Es sind verschiedene Zerlegungen (oder auch Ergänzungen) möglich:

a) Zerlegung in Trapez (A_1) und Dreieck (A_2):

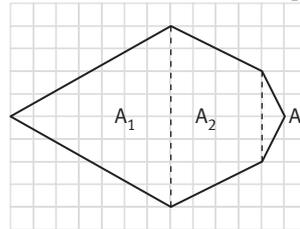


$$A_1 = \frac{4 \text{ cm} + 6,5 \text{ cm}}{2} \cdot 2 \text{ cm} = 10,5 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ cm} = 5 \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 = 15,5 \text{ cm}^2$$

b) Zerlegung in Dreiecke (A_1, A_3) und Trapez (A_2):



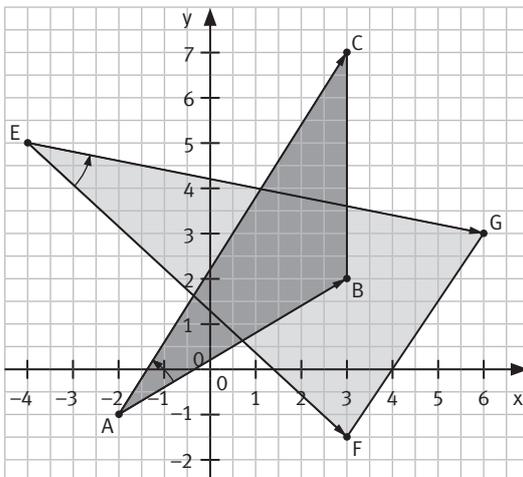
$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 3,5 \text{ cm} = 7 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{4 \text{ cm} + 2 \text{ cm}}{2} \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 0,5 \text{ cm} = 0,5 \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 13,5 \text{ cm}^2$$

K4 11



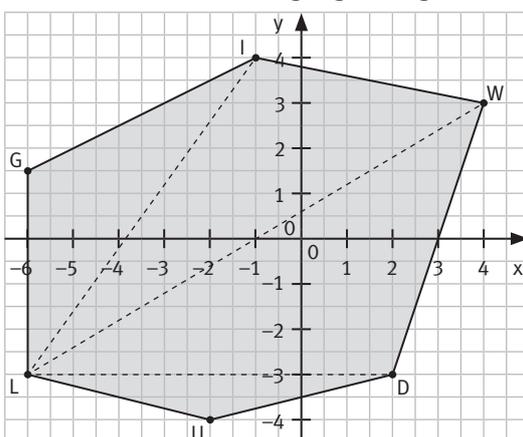
a) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}; \vec{AC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} \right| \text{ FE} = 12,5 \text{ FE}$$

b) $\vec{EF} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6,5 \end{pmatrix}; \vec{EG} = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix}$

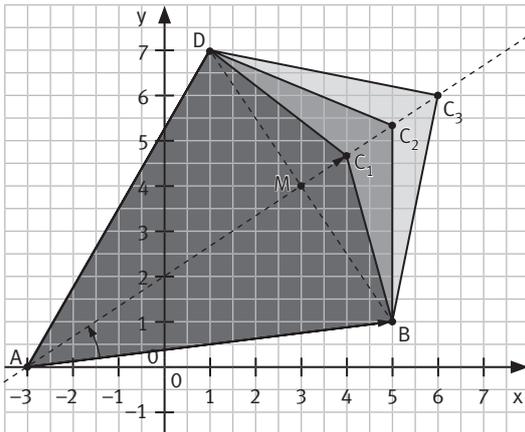
$$A = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{vmatrix} 7 & 10 \\ -6,5 & -2 \end{vmatrix} \right| \text{ FE} = 25,5 \text{ FE}$$

K4 12 Es sind individuelle Zerlegungen möglich, z. B. mit L als Anfangspunkt:



$$\begin{aligned} A_{\text{LUDWIG}} &= A_{\text{LUD}} + A_{\text{LDW}} + A_{\text{LWI}} + A_{\text{LIG}} \\ &= 4 \text{ FE} + 24 \text{ FE} + 20 \text{ FE} + 11,25 \text{ FE} \\ &= 59,25 \text{ FE} \end{aligned}$$

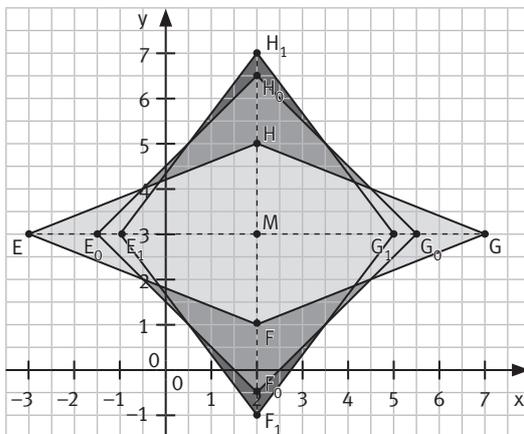
K5 13



$$\begin{aligned} \text{a) } \vec{AB} &= \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \vec{AC}_n &= \begin{pmatrix} x+3 \\ \frac{2}{3}x+2 \end{pmatrix} \\ A(x) &= \begin{vmatrix} 8 & x+3 \\ 1 & \frac{2}{3}x+2 \end{vmatrix} \text{ FE} \\ &= \left(\frac{13}{3}x + 13 \right) \text{ FE} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } M_{[BD]} &(3|4) \\ \Rightarrow x &> 3, A(x) > 26 \text{ FE} \end{aligned}$$

K5 14 a)



$$\begin{aligned} \text{b) } A_{EFGH} &= \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ LE} \cdot 4 \text{ LE} = 20 \text{ FE} \\ A(x) &= \frac{1}{2} \cdot (10 - 2x) \text{ LE} \cdot (4 + 2x) \text{ LE} \\ &= (-2x^2 + 6x + 20) \text{ FE} \end{aligned}$$

$$\text{c) } M(2|3) \Rightarrow x \in [0; 5[$$

$$\begin{aligned} \text{d) } -2x^2 + 6x + 20 &= -2(x - 1,5)^2 + 24,5 \\ \Rightarrow A_{\max} &= 24,5 \text{ FE für } x = 1,5 \end{aligned}$$

K1/6 15 Die Aussage ist falsch. Damit $A = 0,5 \cdot a \cdot h = 15 \text{ cm}^2$ mit $a = 5 \text{ cm}$ erfüllt ist, ist $h = 3 \text{ cm}$. Alle (unendlich viele) Punkte C und D auf der Parallele zu AB im Abstand 3 cm mit $\overline{CD} = 5 \text{ cm}$ ergeben ein entsprechendes Parallelogramm mit $A = 15 \text{ cm}^2$.

K1/6 16 Die Aussage ist falsch. Die Längen der Höhe und der beiden Grundseiten eines Trapezes können beliebig gewählt werden.

K1/6 17 Die Aussage ist richtig. Da die beiden Katheten senkrecht aufeinander stehen, können sie als Grundseite und zugehörige Höhe betrachtet werden.

K1/6 18 Die Aussage ist richtig. Das Parallelogramm lässt sich in ein flächengleiches Rechteck mit gleicher Grundlinie umformen, wobei die Höhe des Parallelogramms der Breite des Rechtecks entspricht.

K1/6 19 Die Aussage ist falsch. Der Flächeninhalt des Drachenvierecks berechnet sich: $A_D = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$. Der Flächeninhalt des Rechtecks mit den gegebenen Maßen berechnet sich: $A_R = e \cdot f$. Somit ist der Flächeninhalt des Rechtecks doppelt so groß wie der Flächeninhalt des Drachenvierecks.

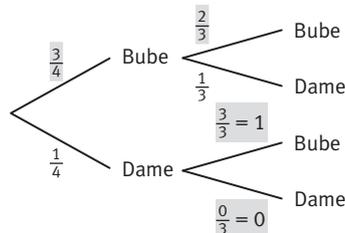
K1/6 20 Die Aussage ist richtig. Die Höhe des Dreiecks entspricht dem Abstand des dritten Punktes zur Grundlinie des Dreiecks. Da die Gerade parallel zur Grundlinie verläuft, ist dieser Abstand stets gleich und damit auch die Höhe und der Flächeninhalt des Dreiecks.

K1/6 21 Die Aussage ist richtig. Werden die Vektoren mathematisch negativ, also im Uhrzeigersinn orientiert, in die Determinante eingetragen, so hat das Ergebnis zwar ein negatives Vorzeichen, der Betrag des Flächeninhalts bleibt aber gleich.

- K6** 1 a) 13 gleichzeitig ablaufende Teilerperimente „Werfen eines Buchstabenwürfels“.
b) 2 nacheinander ablaufende Teilerperimente „Aufdecken eines Kärtchens“ ohne Zurücklegen.

- K6** 2 Für den Schraubverschluss gibt es drei Möglichkeiten: „Öffnung nach oben“, „Öffnung nach unten“ und „Öffnung zur Seite“. Für die Karte gibt es zwei Möglichkeiten und für den Würfel sechs Möglichkeiten. Insgesamt sind $3 \cdot 2 \cdot 6 = 36$ verschiedene Ergebnisse möglich.

- K4** 3 Von einem Kartenstapel mit drei Buben und einer Dame wird zweimal hintereinander ohne Zurücklegen eine Karte gezogen.



- K4** 4 a)

A tree diagram showing the probability of drawing two coins without replacement from a bag of 5 coins (2 Messing, 3 Silber). The first draw has two branches: Messing with probability $\frac{5}{8}$ and Silber with probability $\frac{3}{8}$. From the Messing branch, the second draw has two sub-branches: Messing with probability $\frac{4}{7}$ and Silber with probability $\frac{3}{7}$. From the Silber branch, the second draw has two sub-branches: Messing with probability $\frac{5}{7}$ and Silber with probability $\frac{2}{7}$. The outcomes are labeled as 'Zweimal Messing', 'Einmal Messing, einmal Silber', and 'Zweimal Silber'.

- b) Drei Ergebnisse: „Zweimal Messing“; „Zweimal Silber“; „Einmal Messing, einmal Silber“.

c) $P(\text{Zweimal Messing}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} \approx 0,357 = 35,7\%$

$P(\text{Zweimal Silber}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{56} \approx 0,107 = 10,7\%$

$P(\text{Einmal Messing, einmal Silber}) = 2 \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{30}{56} \approx 0,536 = 53,6\%$

- K5** 5 a) 1 $P(E) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0,0046 = 0,46\%$

2 $P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,5787 = 57,87\%$

3 $P(E) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,4213 = 42,13\%$

- b) Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:

E = „Bei allen drei Versuchen landet der Kreisel auf einem Vokal.“

$P(E) = \left(\frac{2}{6}\right)^3 = \frac{1}{27} \approx 0,0370 = 3,70\%$

- K5** 6 $P(\text{Produktwert ungerade}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 0,3 = 30\%$

- K3** 7 $P(\text{positives Testergebnis}) = 0,8 \cdot 0,55 + 0,2 \cdot 0,2 = 0,44 + 0,04 = 0,48 = 48\%$

- K3** 8 $P(2 \text{ Biberix-Figuren bei } 2 \text{ Zügen}) = \left(\frac{1}{7}\right)^2 \approx 0,0204 = 2,04\%$

- K6** 9 Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:

Ein Tetraeder hat vier Seiten mit den Werten 1, 2, 3 und 4. Man nimmt eine beliebige Münze und wirft diese zweimal hintereinander, die Ergebnisse sind „Kopf-Kopf“, „Kopf-Zahl“, „Zahl-Kopf“, „Zahl-Zahl“. Nun legt man fest, dass „Kopf-Kopf“ dem Tetraederwert 1 entspricht, „Kopf-Zahl“ der 2, „Zahl-Kopf“ der 3 und „Zahl-Zahl“ der 4. Da Kopf und Zahl beim Münzwurf jeweils die Wahrscheinlichkeit 50% haben, sind alle diese vier Ergebnisse des zweimaligen Münzwurfs gleich wahrscheinlich mit 25%, sie simulieren so das Werfen eines Tetraeder-Würfels.

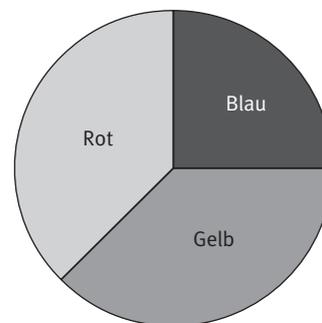
- K6** 10 Hannelore hat Recht: Die Wahrscheinlichkeit, dass man mit Schere, Stein oder Papier gewinnt, ist jeweils $\frac{1}{3}$, denn der Gegner wählt entweder das gleiche Symbol („unentschieden“) oder eines der beiden anderen Symbole, wobei man dann entweder gewonnen oder verloren hat. Da es nur drei verschiedene Ergebnisse gibt und die Wahl der drei Symbole gleich wahrscheinlich ist, ist auch die Wahrscheinlichkeit für Gewinn, Niederlage oder Unentschieden jeweils $\frac{1}{3}$.

- K4** 11 Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:
Glücksrad mit einem roten Kreissektor von 135° ,
einem gelben Kreissektor von 135° und
einem blauen Kreissektor von 90° .
Das Verhältnis Rot : Gelb : Blau beträgt $135 : 135 : 90$ bzw. $3 : 3 : 2$.

$$P(\text{Rot}) = P(\text{Gelb}) = \frac{135}{360} = \frac{3}{8}$$

$$P(\text{Blau}) = \frac{90}{360} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{Rot-Rot}) = \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$$



- K6** 12 Man verwendet die relative Häufigkeit des Ereignisses „Mantelfläche“ als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses:

$$P(\text{Einmal Mantelfläche}) = \frac{501}{750} = 0,668 = 66,8\%$$

$$P(\text{Fünfmal hintereinander Mantelfläche}) = 0,668^5 \approx 0,133 = 13,3\%$$

- K5** 13 $P(\text{„Start“}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{216} \approx 0,42 = 42\%$

- K1/6** 14 Die Aussage ist richtig.

- K1/6** 15 Die Aussage ist richtig.

- K1/6** 16 Die Aussage ist falsch: Ein nicht zusammengesetztes Zufallsexperiment, das nur aus einem Experiment besteht, lässt sich mit einem einfachen Baumdiagramm darstellen, das nur aus einem Schritt besteht.

- K1/6** 17 Die Aussage ist falsch, man erhält die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses durch Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades.

- K1/6** 18 Die Aussage ist richtig.

- K1/6** 19 Die Aussage ist richtig.

- K1/6** 20 Die Aussage ist falsch. Für die Übersichtlichkeit und zum Überprüfen des erstellten Baumdiagramms kann es hilfreich sein, auch Äste mit der Wahrscheinlichkeit 1 zu zeichnen.

- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig.

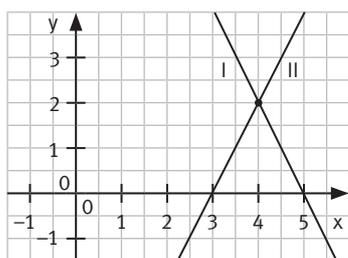
- K1/6** 22 Die Aussage ist falsch. Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ergibt sich aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade, die zu diesem Ereignis gehören.

- K1/6** 23 Die Aussage ist richtig.

KAPITEL 4

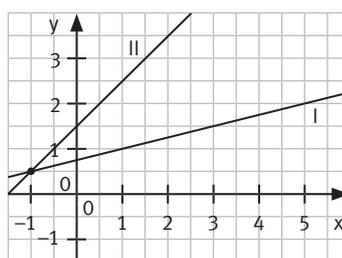
K4

1 a)



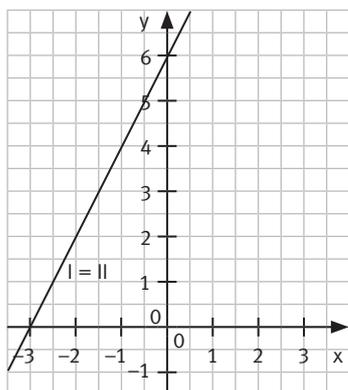
$$\mathbb{L} = \{(4|2)\}$$

b)



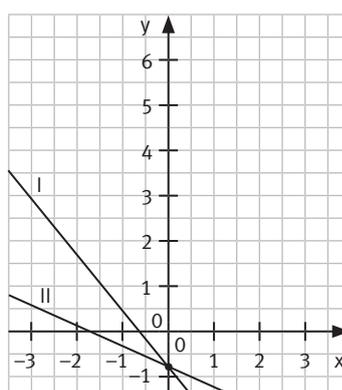
$$\mathbb{L} = \{(-1|0,5)\}$$

c)



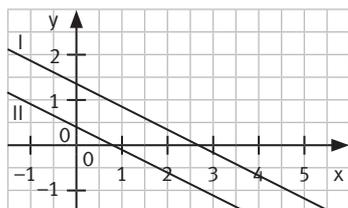
$$\mathbb{L} = \{(x|y) \mid y = 2x + 6\}$$

d)



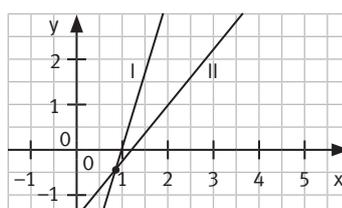
$$\mathbb{L} = \{(0|-0,75)\}$$

e)



$$\mathbb{L} = \emptyset$$

f)



$$\mathbb{L} = \{(0,88|-0,4)\}$$

K4

2 Es sind individuelle Darstellungen für die Gleichungen des linearen Gleichungssystems möglich (I = blau; II = rot).

1

a) I $y = 3x - 1$

II $y = -0,5x + 1,5$

b) $\mathbb{L} = \{(0,7|1,1)\}$ (genau: $\mathbb{L} = \left\{\left\{\frac{5}{7} \mid \frac{8}{7}\right\}\right\}$)

2

I $y = -x + 0,5$

II $y = -x - 1$

$\mathbb{L} = \emptyset$

K5

3 (Lösungen zu a) und b) ausführlich, zu c) bis f) verkürzt)

a) I $y = 4x - 4$

II $x + y = 6$

$y = 4x - 4$ in II einsetzen:

$$x + 4x - 4 = 6$$

$$5x = 10$$

$$x = 2; y = 4$$

Probe:

I $4 = 4 \cdot 2 - 4$ wahr

II $2 + 4 = 6$ wahr

$$\mathbb{L} = \{(2|4)\}$$

b) I $x = 8 - 0,5y$

II $6x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - 6x$

$y = 40 - 6x$ in I einsetzen:

$$x = 8 - 20 + 3x$$

$$12 = 2x$$

$$6 = x; y = 4$$

Probe:

I $6 = 8 - 2$ wahr

II $36 + 4 = 40$ wahr

$$\mathbb{L} = \{(6|4)\}$$

c) $\mathbb{L} = \left\{\left\{1 \frac{8}{15} \mid -2,6\right\}\right\}$

d) $\mathbb{L} = \{(6|0)\}$

e) $\mathbb{L} = \left\{\left\{3 \frac{1}{7} \mid 4 \frac{5}{7}\right\}\right\}$

f) $\mathbb{L} = \{(3|-2)\}$

- K5** 4 (Lösungen zu a) und b) ausführlich, zu c) bis f) verkürzt)
- a)** I $y = 6x - 2$
 II $y = 2x - 1$
 I und II gleichsetzen:
 $6x - 2 = 2x - 1$
 $4x = 1$
 $x = 0,25; y = -0,5$
 Probe:
 I $-0,5 = 1,5 - 2$ wahr
 II $-0,5 = 0,5 - 1$ wahr
 $\mathbb{L} = \{(0,25 | -0,5)\}$
- b)** I $2y = 4x - 14 \Leftrightarrow y = 2x - 7$
 II $3y = 15 - 6x \Leftrightarrow y = 5 - 2x$
 I und II (umgeformt) gleichsetzen:
 $2x - 7 = 5 - 2x$
 $4x = 12$
 $x = 3; y = -1$
 Probe:
 I $-2 = 12 - 14$ wahr
 II $-3 = 15 - 18$ wahr
 $\mathbb{L} = \{(3 | -1)\}$
- c)** $\mathbb{L} = \{(4 | 4)\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{(4 | -6)\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{(6 | 11)\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{(12 | 2)\}$

- K5** 5 (Lösungen zu a) und b) ausführlich, zu c) bis f) verkürzt)
- a)** I $5x - 4y = -37$
 II $x + 4y = 7$
 I und II addieren:
 $6x = -30$
 $x = -5; y = 3$
 Probe:
 I $-25 - 12 = -37$ wahr
 II $-5 + 12 = 7$ wahr
 $\mathbb{L} = \{(-5 | 3)\}$
- b)** I $3x + 4y = 11$
 II $3x + 3y = 9 \Leftrightarrow -3x - 3y = -9$
 I und II (umgeformt) addieren:
 $y = 2; x = 1$
 Probe:
 I $3 + 8 = 11$ wahr
 II $3 + 6 = 9$ wahr
 $\mathbb{L} = \{(1 | 2)\}$
- c)** $\mathbb{L} = \{(3 | 4)\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{(-2 | 12)\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{(11 | 4)\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{(-4 | 2)\}$

- K1** 6 Es sind individuelle Lösungswege und Argumente möglich; grundsätzlich kann ein lineares Gleichungssystem mit jedem Verfahren (Einsetzung, Gleichsetzung, Addition oder Zeichnung) gelöst werden.

	1	2	3	4	5	6
a)	Addition	Einsetzung	Einsetzung oder Gleichsetzung	Einsetzung	Gleichsetzung	Addition
b)	$\mathbb{L} = \{(10 6)\}$	$\mathbb{L} = \{(10 25)\}$	$\mathbb{L} = \{(x y) y = x + 18\}$	$\mathbb{L} = \{(6 8)\}$	$\mathbb{L} = \{(3 8)\}$	$\mathbb{L} = \{(3 5)\}$

- K5** 7 Es sind individuelle Lösungswege möglich.
- a)** $\mathbb{L} = \emptyset$ **b)** $\mathbb{L} = \left\{ \left\{ 5 \frac{2}{3} \mid 16 \frac{2}{3} \right\} \right\}$ **c)** $\mathbb{L} = \{(x | y) | y = 0,75x - 0,3\}$
d) $\mathbb{L} = \left\{ \left\{ -20 \frac{2}{11} \mid -13 \frac{8}{11} \right\} \right\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{(-1 | -12)\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{(-10 | 3)\}$

- K3** 8 Das gleichschenklige Dreieck ABC habe die Basis [AB] mit der Länge c und die Schenkel [BC] und [AC] mit den Längen a = b (in cm).

- a)** I $2a + c = 55$
 II $a = c + 5$
 $\mathbb{L} = \{(20 | 15)\}$
 Die Basis ist 15 cm lang,
 die Schenkel jeweils 20 cm.
- b)** I $2a + c = 55$
 II $c = 0,5a$
 $\mathbb{L} = \{(22 | 11)\}$
 Die Basis ist 11 cm lang,
 die Schenkel jeweils 22 cm.

- K3** 9 Es sei x die Packungsanzahl der 3,5%-igen Milch und y die Packungsanzahl der 0,5%-igen Milch; $x, y \in \mathbb{N}_0$.
 I $x + y = 8$ II $3,5 \cdot x + 0,5 \cdot y = 1,25 \cdot 8$ $\mathbb{L} = \{(2 | 6)\}$
 Man muss zwei 1-Liter-Packungen der 3,5%-igen Milch und sechs 1-Liter-Packungen der 0,5%-igen Milch mischen, um acht Liter Milch mit einem Fettgehalt von 1,25 % zu erhalten.

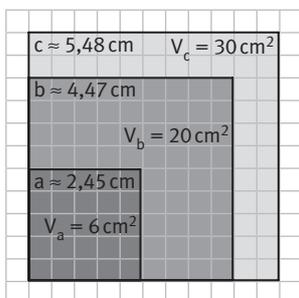
KAPITEL 4

- K3** 10 Es sei x das Alter von Carmen und y das Alter von Saskia (in Jahren); $x, y \in \mathbb{N}_0$.
 $I \ x + y = 24 \quad II \ x = y + 4 \quad \mathbb{L} = \{(14 | 10)\}$
 Carmen ist 14 Jahre alt und Saskia 10 Jahre.
- K3** 11 Es sei s die Seitenlänge und a die Kantenlänge (in cm); $a, s \in \mathbb{Q}^+$. Man beachte die Umrechnung in cm.
 $I \ 4a + 4s = 100 \quad II \ s = a + 10 \quad \mathbb{L} = \{(7,5 | 17,5)\}$
 Die Kantenlänge a der Pyramide beträgt 7,5 cm, die Seitenlänge s beträgt 17,5 cm.
- K3** 12 Es sei x der Preis für einen Rosenstock und y der Preis für einen Beutel Tulpenzwiebeln (in €); $x, y \in \mathbb{Q}^+$.
 $I \ 3x + 5y = 50,20 \quad II \ 4x + 3y = 49,70 \quad \mathbb{L} = \{(8,9 | 4,7)\}$
 Ein Rosenstock kostet 8,90€, ein Beutel Tulpenzwiebeln kostet 4,70€.
- K3** 13 Es sei x die größere und y die kleinere Zahl; $x, y \in \mathbb{N}$.
 $I \ x = y + 9 \quad II \ x + y = 151 \quad \mathbb{L} = \{(80 | 71)\}$
 Die gesuchten natürlichen Zahlen sind 80 und 71.
- K1/6** 14 Die Aussage ist falsch. Ein lineares Gleichungssystem kann keine Lösung, eine Lösung oder unendlich viele Lösungen haben. Zwei, drei, vier, ... Lösungen kann es jedoch nicht haben.
- K1/6** 15 Die Aussage ist richtig. Man kann das Gleichsetzen auch als Einsetzen des Terms für die Variable aus der einen Gleichung in die andere Gleichung ansehen.
- K1/6** 16 Die Aussage ist für die rechnerischen Verfahren richtig. Für das zeichnerische Lösen ist die Aussage falsch, denn in diesem Fall betrachtet man jede lineare Gleichung als Gerade und sucht den Schnittpunkt der Geraden, d. h. das Zahlenpaar, das Lösung beider Gleichungen ist.
- K1/6** 17 Die Aussage ist falsch. Wenn die Geraden der Funktionsgleichungen (echt) parallel zueinander verlaufen, dann hat das lineare Gleichungssystem keine Lösung. Wenn ein lineares Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat, sind die zugehörigen Geraden identisch.
- K1/6** 18 Die Aussage ist richtig, in der Regel ist die rechnerische Lösung genauer als die zeichnerische Lösung. Es gibt jedoch auch viele Fälle, in denen sich (insbesondere ganzzahlige) Lösungen beim zeichnerischen Lösen mit der gleichen Genauigkeit bestimmen lassen wie mit rechnerischen Verfahren. Die Arbeit mit einem GTR hilft bei der exakteren Ermittlung der Lösung.
- K1/6** 19 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 20 Die Aussage ist falsch. Beim Additionsverfahren formt man beide Gleichungen zunächst so um, dass die Koeffizienten vor einer der beiden Variablen denselben Betrag, aber ein unterschiedliches Vorzeichen haben. Wenn man dann beide Gleichungen miteinander addiert, wird eine Variable eliminiert.
- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig: Beim zeichnerischen Lösen eines linearen Gleichungssystems werden die beiden Funktionsgraphen auf gemeinsame Punkte hin untersucht: ein gemeinsamer Punkt – eine Lösung; Funktionsgraphen identisch – unendlich viele Lösungen; Funktionsgraphen parallel – keine Lösung. In jedem Fall ist das Gleichungssystem gelöst mit $\mathbb{L} = \{(a | b)\}$, $\mathbb{L} = \{(x | y) | y = mx + t\}$ oder $\mathbb{L} = \emptyset$.
- K1/6** 22 Die Aussage ist richtig, das Gleichsetzungsverfahren liefert eindeutig die Lösung $\mathbb{L} = \{(a | b)\}$, $\mathbb{L} = \{(x | y) | y = mx + t\}$ oder $\mathbb{L} = \emptyset$. Allerdings hat nicht jedes Gleichungssystem die eindeutige Lösung $\mathbb{L} = \{(a | b)\}$.

K5 1 a) 5; 9; 11; 12; 25; 100 b) $0,2$; $0,4$; $\frac{1}{2}$; $0,5$; $\frac{6}{7}$; $0,03$

K5 2 a) $\sqrt{3} \approx 1,73$; $\sqrt{5} \approx 2,24$; $\sqrt{6} \approx 2,45$; $\sqrt{10} \approx 3,16$; $\sqrt{50} \approx 7,07$; $\sqrt{80} \approx 8,94$; $\sqrt{111} \approx 10,54$; $\sqrt{300} \approx 17,32$
 b) $\sqrt{0,01} = 0,1$; $\sqrt{0,5} \approx 0,71$; $\sqrt{2,5} \approx 1,58$; $\sqrt{1,44} \approx 1,2$; $\sqrt{17,6} \approx 4,20$; $\sqrt{35,8} \approx 5,98$; $\sqrt{\frac{4}{8}} \approx 0,71$

K5 3 a) $\sqrt{6} \text{ cm} \approx 2,45 \text{ cm}$ b) $\sqrt{20} \text{ cm} \approx 4,47 \text{ cm}$ c) $\sqrt{30} \text{ cm} \approx 5,48 \text{ cm}$



K5 4 a) 1 $\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{40} \approx 6,3246$ 2 $\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{90} \approx 9,4868$
 $\sqrt{400} = 20$ $\sqrt{4000} \approx 63,246$ $\sqrt{900} = 30$ $\sqrt{9000} \approx 94,868$
 $\sqrt{40000} = 200$ $\sqrt{400000} \approx 632,46$ $\sqrt{90000} = 300$ $\sqrt{900000} \approx 948,68$
 $\sqrt{4000000} = 2000$ $\sqrt{40000000} \approx 6324,6$ $\sqrt{9000000} = 3000$ $\sqrt{90000000} \approx 9486,8$

b) Es sind individuelle Formulierungen möglich, z. B.: Multipliziert man eine beliebige natürliche Zahl mit 100, so ist die Wurzel daraus das Zehnfache der Wurzel der ursprünglichen Zahl.

K5 5

A in cm ²	a in cm	b in cm	c in cm
144	4,5	32	12
625	12,5	50	25
133	7	19	11,53
7	1,4	5	$\sqrt{7}$
150	13	11,54	12,25
462,25	10,75	43	21,5

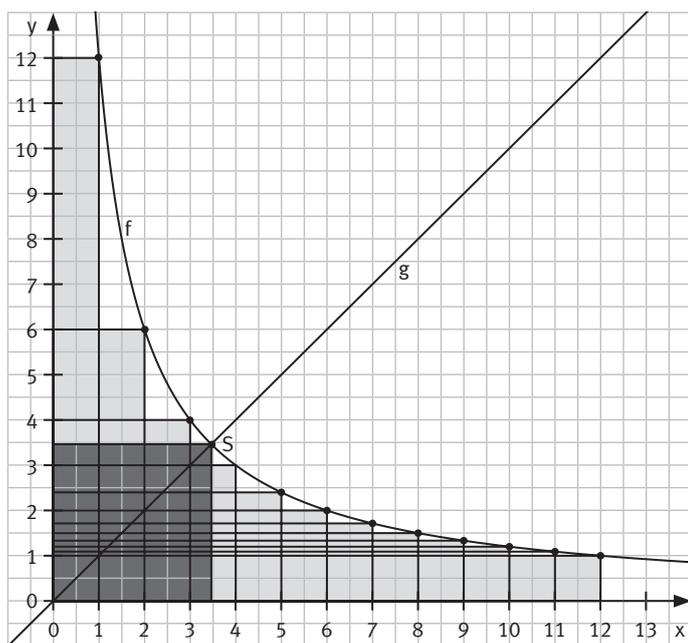
K5 6

a = ...	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121
$\mathbb{L} = \{ \dots \}$	± 2	± 3	± 4	± 5	± 6	± 7	± 8	± 9	± 10	± 11
a = ...	144	169	196	225	256	289	324	361	400	441
$\mathbb{L} = \{ \dots \}$	± 12	± 13	± 14	± 15	± 16	± 17	± 18	± 19	± 20	± 21
a = ...	484	529	576	625	676	729	784	841	900	961
$\mathbb{L} = \{ \dots \}$	± 22	± 23	± 24	± 25	± 26	± 27	± 28	± 29	± 30	± 31

K5 7

(Gleichungen umgeformt)	$\mathbb{G} = \mathbb{N}$	$\mathbb{G} = \mathbb{Q}$	$\mathbb{G} = \mathbb{R}$
a) $x^2 = 196$	$\mathbb{L} = \{14\}$	$\mathbb{L} = \{-14; 14\}$	$\mathbb{L} = \{-14; 14\}$
b) $x^2 = 7,29$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \{-2,7; 2,7\}$	$\mathbb{L} = \{-2,7; 2,7\}$
c) $x^2 = -169$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \emptyset$
d) $x^2 = \frac{9}{16}$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \{-0,75; 0,75\}$	$\mathbb{L} = \{-0,75; 0,75\}$
e) $x^2 = 11$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\}$

K4 8 a)



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	12	6	4	3	2,4	2	1,71	1,5	1,33	1,2	1,09	1

- b) Durch Einzeichnen der Gerade $g: y = x$ lässt sich der Schnittpunkt von g mit dem Funktionsgraphen $f: xy = 12$ ermitteln: $S(\sqrt{12} | \sqrt{12})$ mit $\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 3,46$.
Das Quadrat mit der Seitenlänge $x = 3,46$ LE hat einen Flächeninhalt von 12 FE.

K5 9 Korrekturen: a) $\sqrt{1600} = 40$ c) $\sqrt{0,36} = 0,6$ e) $\sqrt{0,09} = 0,3$ f) $\sqrt{0,5^2} = 0,5$ K5 10 a) 2 b) 6 c) 9 d) 12 e) 15 f) 20 g) $\frac{2}{3}$ h) 1,2 i) $\frac{1}{3}$

K5 11 a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} = 2\sqrt{6}$ $\sqrt{3} + \sqrt{8} = \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{2}$ $\sqrt{3} : \sqrt{8} = 0,5\sqrt{1,5}$
 b) $\sqrt{27} : \sqrt{18} = \sqrt{1,5}$ $\sqrt{27} - \sqrt{18} = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ $\sqrt{27} \cdot \sqrt{18} = 9 \cdot \sqrt{6}$
 c) $\sqrt{99} - \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$ $\sqrt{99} + \sqrt{11} = 4\sqrt{11}$ $\sqrt{99} : \sqrt{11} = 3$
 d) $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{4} = 2 \cdot \sqrt{2,5}$ $\sqrt{2,5} + \sqrt{4} = \sqrt{2,5} + 2$ $\sqrt{2,5} - \sqrt{4} = \sqrt{2,5} - 2$

K1 12 Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:

- a) $5 < \sqrt{28} < 6$, da $\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$ oder $5,2 < \sqrt{28} < 5,3$, da $5,2^2 = 27,04 < 28 < 5,3^2 = 28,09$
 b) $7 < \sqrt{55} < 8$, da $\sqrt{49} < \sqrt{55} < \sqrt{64}$ oder $7,4 < \sqrt{55} < 7,5$, da $7,4^2 = 54,76 < 55 < 7,5^2 = 56,25$
 c) $1 < \sqrt{1,1} < 2$, da $\sqrt{1} < \sqrt{1,1} < \sqrt{4}$ oder $1 < \sqrt{1,1} < 1,1$, da $1^2 = 1 < 1,1 < 1,1^2 = 1,21$
 d) $0 < \sqrt{0,05} < 1$, da $\sqrt{0} < \sqrt{0,05} < \sqrt{1}$ oder $0,2 < \sqrt{0,05} < 0,3$, da $0,2^2 = 0,04 < 0,05 < 0,3^2 = 0,09$

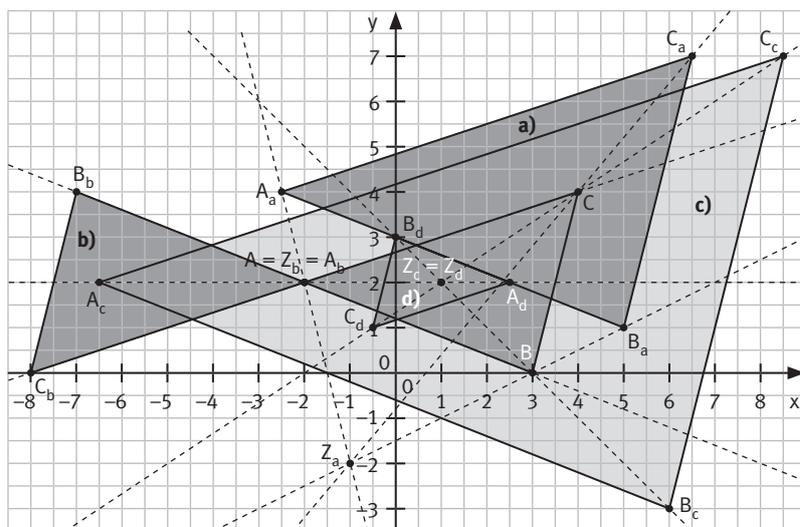
K5 13 a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{50}$ b) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{196}$ c) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{100}$ oder $\sqrt{30} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{150}$
 d) $\sqrt{432} : \sqrt{12} = 6$ e) $\frac{\sqrt{1083}}{\sqrt{3}} = 19$ f) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{57,8} = 17$

K6 14 a) rational: $\sqrt{4}; \sqrt{100}; \sqrt{400}$ irrational: $\sqrt{6}; \sqrt{8}; \sqrt{104}; \sqrt{1000}$
 b) rational: $0; 1; \sqrt{0}; \sqrt{1}; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \sqrt{\frac{1}{9}}$ irrational: $\sqrt{\frac{1}{3}}; \sqrt{\frac{12}{7}}$

K5 15 a) $x^2 = 5,67; \mathbb{L} = \{-\sqrt{5,67}; \sqrt{5,67}\}$ b) $x^2 = -0,36; \mathbb{L} = \emptyset$ c) $x^2 = 0,04; \mathbb{L} = \{-0,2; 0,2\}$

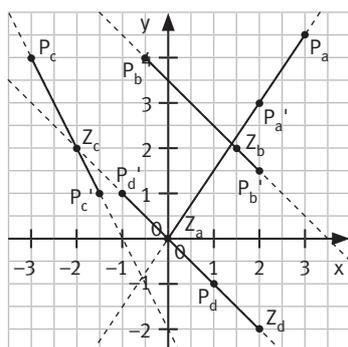
- K1/6** 16 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel mit 0,2 und $0,2^2 = 0,04$; es gilt: $0,2 > 0,2^2$.
- K1/6** 17 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel mit -2 und 1 sowie $(-2)^2 = 4$ und $1^2 = 1$; $-2 < 1$, aber $(-2)^2 > 1$.
- K1/6** 18 Die Aussage ist falsch. Auch für 0 gilt: $0 = 0^2$.
- K1/6** 19 Die Aussage ist richtig. Jede gerade Zahl a lässt sich als $a = 2b$, mit $b \in \mathbb{N}$ darstellen.
 $a^2 = 2^2 \cdot b^2$. Das Quadrat der geraden Zahl a enthält auch den Primfaktor 2 und ist ebenfalls gerade.
- K1/6** 20 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 21 Die Aussage ist falsch: $\sqrt{5^2} = 5$.
- K1/6** 22 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel mit $a = -1$; für die Gleichung $x^2 = -1$ gilt: $\mathbb{L} = \emptyset$.
- K1/6** 23 Die Aussage ist richtig: Für $a = 0$ ist $\mathbb{L} = \{0\}$; damit ist die Gleichung $x^2 = 0$ die einzige Gleichung, die genau eine Lösung besitzt. Für alle anderen Gleichungen $x^2 = a$ und $a \in \mathbb{R}^+$ gilt:
 $\mathbb{L} = \{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$, d. h., jede dieser Gleichungen hat zwei Lösungen.
- K1/6** 24 Die Aussage ist falsch. Ein Quadrat mit dem Flächeninhalt 5 m^2 hat die Seitenlänge $\sqrt{5} \text{ m} \approx 2,24 \text{ m}$.
- K1/6** 25 Die Aussage ist richtig. Der Flächeninhalt beträgt jeweils 12 cm^2 .
- K1/6** 26 Die Aussage ist falsch. Es gilt: $\sqrt{100} + \sqrt{49} = 10 + 7 = 17$ und $\sqrt{100 + 49} = \sqrt{149} \approx 12,21$; $17 \neq 12,21$
- K1/6** 27 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 28 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 29 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 30 Die Aussage ist falsch. Keine irrationale Zahl lässt sich als Bruch darstellen.
- K1/6** 31 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\frac{1}{3} = 0,33333\dots$
- K1/6** 32 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 33 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\sqrt{4} = 2$
- K1/6** 34 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\sqrt{25} = 5$. 5 liegt zwischen 4 und 6 ; diese sind nicht benachbart.

K4 1



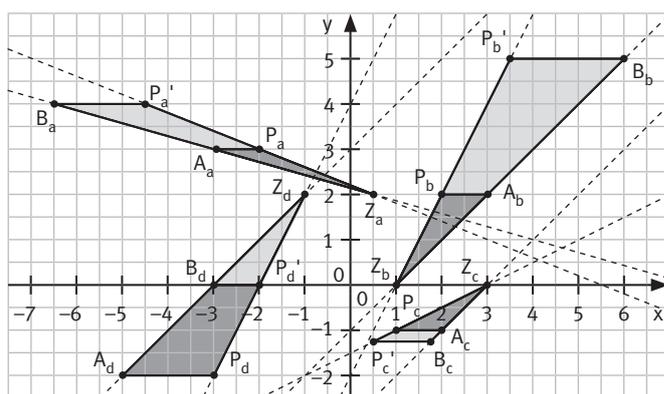
- a) Bilddreieck $A_a B_a C_a$ mit: $A_a (-2,5|4)$ $B_a (5|1)$ $C_a (6,5|7)$
 b) Bilddreieck $A_b B_b C_b$ mit: $A_b (-2|2)$ $B_b (-7|4)$ $C_b (-8|0)$
 c) Bilddreieck $A_c B_c C_c$ mit: $A_c (-6,5|2)$ $B_c (6|-3)$ $C_c (8,5|7)$
 d) Bilddreieck $A_d B_d C_d$ mit: $A_d (2,5|2)$ $B_d (0|3)$ $C_d (-0,5|1)$

K4 2



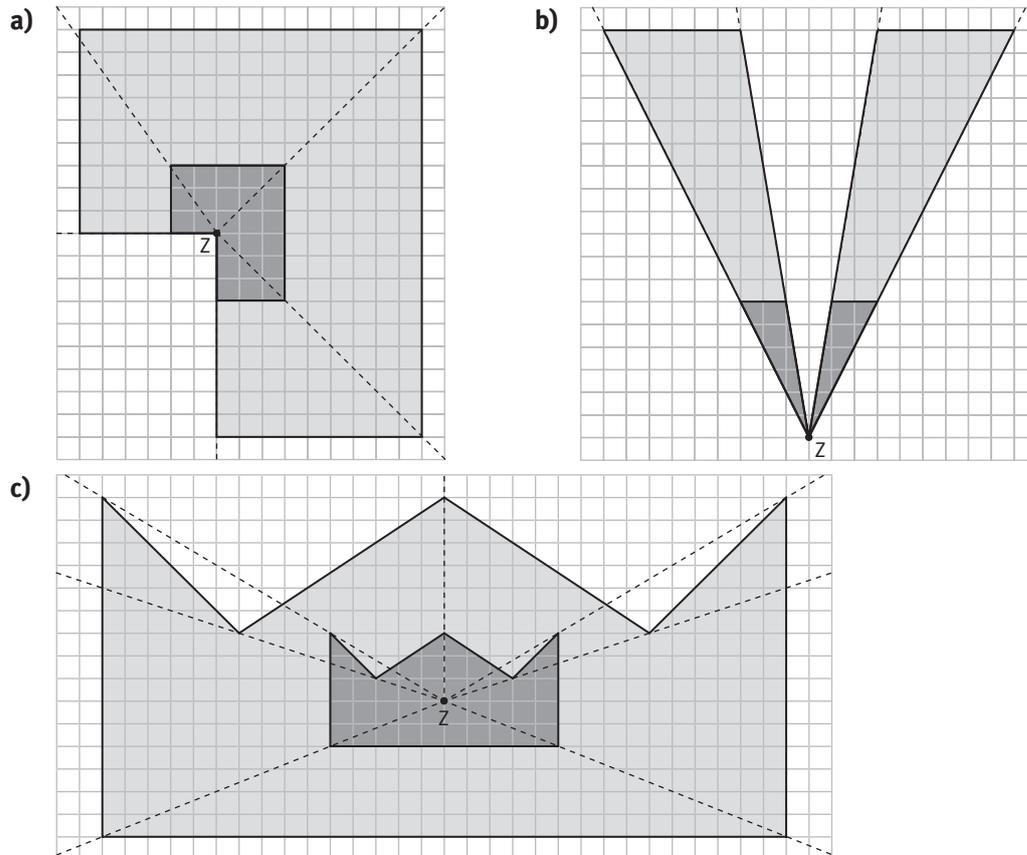
- a) $P_a (3|4,5)$
 b) $P_b (-0,5|4)$
 c) $P_c (-3|4)$
 d) $P_d (1|-1)$

K4 3



- a) $Z_a (0,5|2)$
 b) $Z_b (1|0)$
 c) $Z_c (3|0)$
 d) $Z_d (-1|2)$

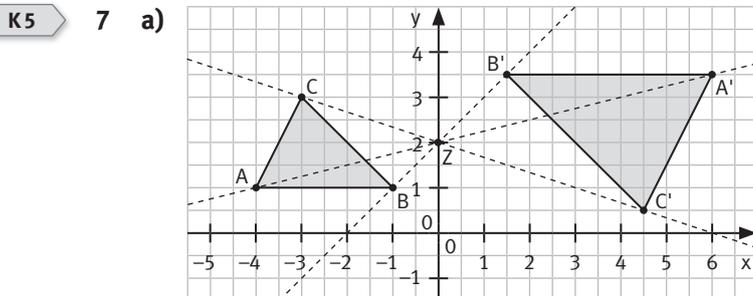
K4 4 Es sind individuelle Lösungen möglich, abhängig von der Position des Streckungszentrums.



K4 5 a) Vergrößerung: $k = 3$ Verkleinerung: $k = \frac{1}{3}$
 b) Vergrößerung: $k = 2,5 = \frac{5}{2}$ Verkleinerung: $k = 0,4 = \frac{2}{5}$

K5 6

	a)	b)	c)	d)
k	0,5	$\pm 0,8$	$\pm 1,2$	-2
k^2	0,25	0,64	1,44	4
A	22 cm ²	200 dm ²	360 m ²	12 mm ²
A'	5,5 cm ²	128 dm ²	518,4 m ²	48 mm ²



b) $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \text{ LE} \cdot 2 \text{ LE} = 3 \text{ FE}$
 $A_{A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \text{ LE} \cdot 3 \text{ LE} = 6,75 \text{ FE}$
 Verhältnis von $A_{A'B'C'}$ zu A_{ABC} :
 $\frac{6,75 \text{ FE}}{3 \text{ FE}} = 2,25 = k^2$

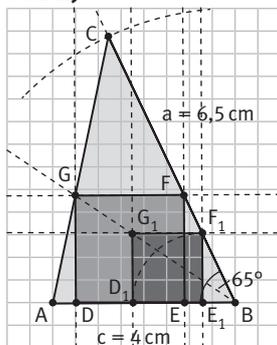
K5 8 Lösungsmöglichkeiten:
 $\frac{m}{n} = \frac{s}{t}$ $\frac{m+n}{n} = \frac{s+t}{t}$ $\frac{m+n}{m} = \frac{s+t}{s}$ $\frac{x}{y} = \frac{m}{m+n}$ $\frac{x}{y} = \frac{s}{s+t}$

$$\text{K5 } 9 \quad \frac{\overline{AA'}}{\overline{CA'}} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{CB'}} \Rightarrow \overline{AA'} = \frac{\overline{BB'}}{\overline{CB'}} \cdot \overline{CA'} = \frac{1,5 \text{ cm}}{2,5 \text{ cm}} \cdot 2 \text{ cm} = 1,2 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CB'}}{\overline{CB}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{CB'}}{\overline{CB}} \cdot \overline{AB} = \frac{2,5 \text{ cm}}{4 \text{ cm}} \cdot 5 \text{ cm} = 3,125 \text{ cm}$$

$$\text{K3 } 10 \quad \frac{h}{1,5 \text{ m}} = \frac{20,4 \text{ m} + 1,8 \text{ m}}{1,8 \text{ m}} \quad h = 18,5 \text{ m} \quad \text{Der Turm ist } 18,5 \text{ m hoch.}$$

K5 11 a) und b)



Man konstruiert das Quadrat $D_1E_1F_1G_1$ mit $D_1 \in [AB]$, $E_1 \in [BC]$, $F_1 \in [BC]$.

Nun streckt man das Quadrat mit Streckungszentrum B; man erhält G als Schnittpunkt von $[BG_1]$ mit $[AC]$.

Die übrigen Punkte D, E, F erhält man als Schnittpunkte der entsprechenden Geraden mit den Dreiecksseiten.

- K1** 12 a) $\triangle ABC \not\sim \triangle A'B'C'$ (sss nicht erfüllt)
 b) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (www erfüllt)
 c) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (sws erfüllt)
 d) $\triangle ABC \not\sim \triangle A'B'C'$ (Ssw nicht erfüllt)
 e) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (sss und www erfüllt)
 f) $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ (Durch Konstruktion von $\triangle A'B'C'$ oder mithilfe der Umkehrung des Satzes von Pythagoras erkennt man, dass $\gamma = \gamma' = 90^\circ$ und damit sws erfüllt ist.)

K1/6 13 Die Aussage ist falsch: Die Winkelmaße werden nicht verändert.

K1/6 14 Die Aussage ist falsch: Die Urstrecke ist dreimal so lang wie die zugehörige Bildstrecke.

K1/6 15 Die Aussage ist richtig.

K1/6 16 Die Aussage ist falsch. Bei $k = 2$ gilt: $A_{\text{Bildfigur}} = k^2 \cdot A_{\text{Urfigur}} = 4 \cdot A_{\text{Urfigur}}$; der Flächeninhalt der Bildfigur vervierfacht sich gegenüber dem Flächeninhalt der Urfigur.

K1/6 17 Die Aussage ist falsch: Die beiden weiteren Geraden müssen parallel zueinander liegen, damit die Vierstreckensätze angewendet werden können.

K1/6 18 Die Aussage ist richtig.

K1/6 19 Die Aussage ist falsch. Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in den Maßen zweier Winkel übereinstimmen.

K1/6 20 Die Aussage ist richtig.

K1/6 21 Die Aussage ist falsch. Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in den Verhältnissen der Längen ihrer drei Seiten übereinstimmen.

K1/6 22 Die Aussage ist richtig.

K1/6 23 Die Aussage ist falsch. Zwei gleichschenklige Dreiecke mit unterschiedlichem Basiswinkel sind nicht ähnlich.

KAPITEL 7

- K5** 14 a) $\left| \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ Länge des zugehörigen Pfeils: 5 LE
- b) $\left| \begin{pmatrix} 3 \\ -4,5 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{3^2 + (-4,5)^2} \approx 5,41$ Länge des zugehörigen Pfeils: 5,41 LE
- c) $\left| \begin{pmatrix} 2,5 \\ -3,8 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{2,5^2 + (-3,8)^2} \approx 4,55$ Länge des zugehörigen Pfeils: 4,55 LE
- d) $\left| \begin{pmatrix} -25 \\ 38 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-25)^2 + 38^2} \approx 45,49$ Länge des zugehörigen Pfeils: 45,49 LE
- K1/6** 15 Die Aussage ist falsch: Die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ gilt nur, wenn c die Länge der Hypotenuse ist, d. h. die Länge der Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt. Wenn a (oder b) die Länge der Seite ist, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, lautet die Gleichung: $b^2 + c^2 = a^2$ (bzw. $a^2 + c^2 = b^2$).
- K1/6** 16 Die Aussage ist falsch. Die Gleichung $h^2 = pq$ gilt nur in rechtwinkligen Dreiecken mit der zur Hypotenuse gehörenden Höhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q .
- K1/6** 17 Die Aussage ist falsch: Zu einer gegebenen Strecke $[AB]$ ergeben alle Punkte C_n , die auf dem Thaleskreis über $[AB]$ liegen, ein rechtwinkliges Dreieck ABC_n mit der Hypotenuse $c = AB$. Nur wenn C_0 auf der Mittelsenkrechten zu $[AB]$ liegt, gilt für das Dreieck ABC_0 , dass die zugehörige Höhe die Hypotenuse in zwei gleich lange Abschnitte teilt. Für alle $C_n \neq C_0$ sind die Hypotenusenabschnitte unterschiedlich lang.
- K1/6** 18 Die Aussage ist richtig, da die Umkehrung des Satzes von Pythagoras gültig ist, d. h.: Wenn im Dreieck ABC mit den Seiten a, b, c die Beziehung $c^2 = a^2 + b^2$ gilt, dann ist das Dreieck ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit $[AB]$ als Hypotenuse.
- K1/6** 19 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 20 Die Aussage ist richtig: Wenn zum rechtwinkligen Dreieck ABC zwei Seitenlängen gegeben sind, kann man über den Satz des Pythagoras die fehlende dritte Seite bestimmen; damit kennt man alle drei Seitenlängen a, b und c . Anschließend berechnet man mit den Kathetensätze die beiden Hypotenusenabschnitte p und q . Mit Anwendung des Höhensatzes auf p und q erhält man die Länge der Höhe.
- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig: Mit $A(x_A | y_A)$ und $B(x_B | y_B)$ gilt für $[AB]$:
- $$|AB| = \left| \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \right| \text{LE} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \text{LE}$$
- K1/6** 22 Die Aussage ist richtig: Man nutzt die gleiche Formel, muss dabei aber beachten, die Längeneinheit korrekt anzugeben: Beim Betrag des Vektors ohne LE, bei der Länge des Pfeils mit LE.
- K1/6** 23 Die Aussage ist richtig: Die Diagonale des Rechtecks entspricht hierbei der Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten der Länge a und b , der Satz des Pythagoras ist gültig:
- $$a^2 + b^2 = d^2 \Leftrightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2}$$
- K1/6** 24 Die Aussage ist falsch: Im Quadrat mit der Seitenlänge a und der Diagonalen d gilt mit dem Satz des Pythagoras: $a^2 + a^2 = d^2 \Leftrightarrow d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} \neq \sqrt{3a^2}$

K6 1

12 Kanten – 12 Geraden	AB	BC	CD	DA	EF	FG	GH	HE	AE	BF	CG	DH
AB	=	⊥	∥	⊥	∥		∥		⊥	⊥		
BC		=	⊥	∥		∥		∥		⊥	⊥	
CD			=	⊥	∥		∥				⊥	⊥
DA				=		∥		∥	⊥			⊥
EF					=	⊥	∥	⊥	⊥	⊥		
FG						=	⊥	∥		⊥	⊥	
GH							=	⊥			⊥	⊥
HE								=	⊥			⊥
AE									=	∥	∥	∥
BF										=	∥	∥
CG											=	∥
DH												=

- a) Es gibt zwölf Kanten und damit zwölf Kantengeraden (s. Tabellenkopfeile bzw. das mit „=“ markierte Tabellenfeld): AB; BC; CD; DA; EF; FG; GH; HE; AE; BF; CG; DH.
- b) Zu jeder der zwölf Geraden gibt es drei parallele Geraden („∥“), z.B. zu FG: BC, DA, HE.
- c) Zu jeder der zwölf Geraden gibt es vier senkrechte Geraden („⊥“), z.B. zu FG: EF, GH, BF, CG.
- d) Zusätzlich zu den zwölf Kantengeraden gibt es 16 Geraden, die durch die Eckpunkte des Würfels verlaufen, auf denen aber keine Kante des Würfels liegt. Dies sind:
 AC; AF; AH und AG. BD; BE, BG und BH. CF; CH und CE. DE; DG und DF. EG und FH.
 Je zwei der Geraden auf den Seitenflächen des Würfels sind parallel, z. B.: AC ∥ EG.
 Manche der Geraden schneiden sich in einem Würfeckpunkt, z. B.: $AC \cap AF = \{A\}$.
 Die vier Raumdiagonalen schneiden sich im Mittelpunkt M, z. B.: $AG \cap BH = \{M\}$.
 Für die windschiefen Geradenpaare, durch die Eckpunkte des Würfels gilt:

Art der windschiefen Geradenpaare	Beispiel
Zu jeder Kantengerade gibt es vier windschiefe Kantengeraden (leeres Feld in der Tabelle).	Zu AB sind die Kantengeraden FG, HE, CG und DH windschief.
Zu den zwölf Kantengeraden gibt es windschiefe Eckpunktgeraden.	Zu AB windschief sind CF, CH, DE, DG, EG, FH und die Raumdiagonalen CE und DF.
Zu jeder Eckpunktgerade gibt es windschiefe Eckpunktgeraden.	Zu AC windschief sind BE, BG, DE, DG, FH, BH und DF.

K6 2 a) AB; BC; CD; AD; AS; BS; CS; DS.

b) AB ∥ CD; BC ∥ AD.

c) AB ⊥ BC; BC ⊥ CD; CD ⊥ AD; AD ⊥ AB.

d) Geradenpaare: AB, CS; AB, DS; BC, AS; BC, DS; CD, AS; CD, BS; DA, BS; DA, CS.

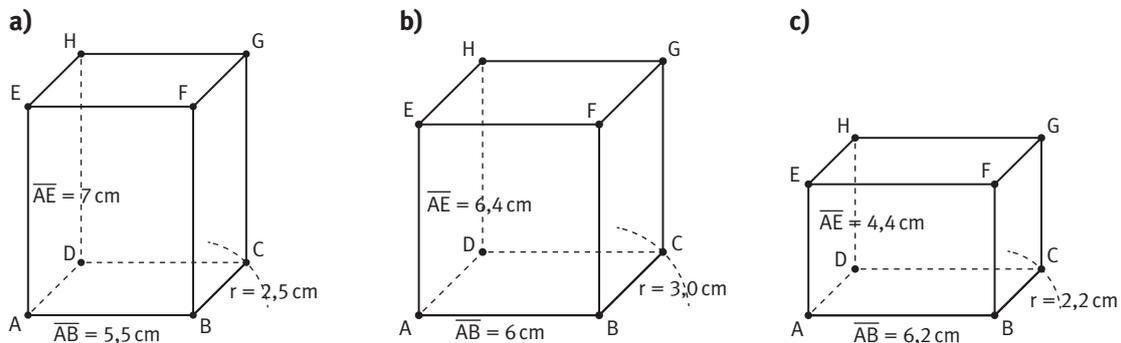
K6 3 a) Vorderseite: $E(ABE) = E(ABF)$; Rückseite: $E(CDG) = E(CDH)$;
 Oberseite: $E(EFG) = E(EFH)$; Unterseite: $E(ABC) = E(ABD)$;
 Linke Seite: $E(DAE) = E(DAH)$; Rechte Seite: $E(BCF) = E(BCG)$.b) Vorder- und Rückseite: $E(ABE) \parallel E(CDG)$;
 Ober- und Unterseite: $E(EFG) \parallel E(ABC)$;
 Linke und rechte Seite: $E(DAE) \parallel E(BCF)$.c) Senkrecht auf E(ABC) stehen: E(ABE), E(BCF), E(CDG) und E(DAE).
 Senkrecht auf E(ADH) stehen: E(ABC), E(CDG), E(EFG) und E(ABE).d) $E(ABC) \cap E(BFE) = AB$; $E(EBC) \cap E(ADH) = EH$.

- K6** 4 a) F liegt in: E (FEA); E (FGE); E (FBC); E (FEC); E (FGA); E (FBD).
 D liegt in: E (DAB); E (DCG); E (DAE); E (DAF); E (DCE); E (DHB).
 b) [AB] liegt in: E (ABC); E (ABE); E (ABG).
 [BF] liegt in: E (BFA); E (BCF); E (FBD).
 c) [AC] liegt in: E (ABC); E (ACE); E (ACF); E (ACH).
 [ED] liegt in: E (EDA); E (EDC); E (EDB); E (EDG).
 d) [AG] liegt in: E (AGF); E (AGB); E (AGC).
 [BH] liegt in: E (BHA); E (BHC); E (BHF).

- K6** 5 a) Zwei Geraden in der Ebene können sich in einem Punkt schneiden (Sonderfall: senkrecht zueinander), sie können parallel zueinander verlaufen oder sie können identisch sein.
 b) Zwei Geraden im Raum können sich in einem Punkt schneiden (Sonderfall: senkrecht zueinander), sie können parallel zueinander verlaufen, sie können identisch sein oder windschief sein.
 c) Zwei Ebenen im Raum können sich in einer Geraden schneiden (Sonderfall: senkrecht zueinander), sie können parallel zueinander liegen oder sie können identisch sein.
 d) Eine Gerade im Raum kann in der Ebene verlaufen, die Ebene in einem Punkt schneiden oder parallel zur Ebene liegen.

- K6** 6 Drei Punkte im Raum können auf einer Geraden liegen oder eine Ebene festlegen.
 Vier Punkte im Raum können auf einer Geraden liegen oder in einer Ebene liegen oder sie legen vier Ebenen fest (Beispiel: dreieckige Pyramide ABCS).
 Fünf Punkte im Raum können auf einer Geraden liegen oder in einer Ebene liegen oder bis zu fünf Ebenen festlegen (Beispiel: viereckige Pyramide ABCDS).

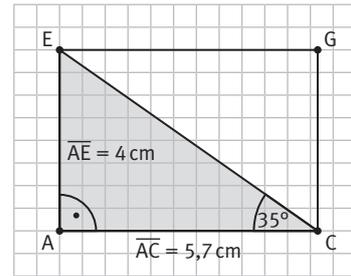
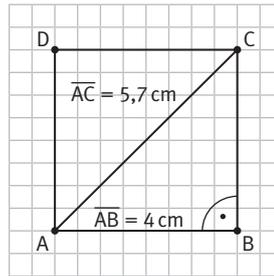
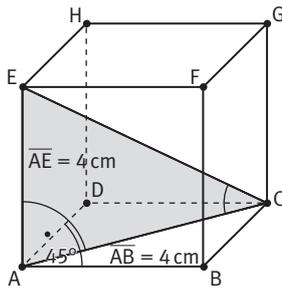
- K5** 7 (Abbildungen verkleinert)



- K5** 8 a) $\sphericalangle CBA = 90^\circ$; $\sphericalangle ADB = 45^\circ$ b) $\sphericalangle AMS = 90^\circ$
 c) $\sphericalangle (E(ABC); E(ABS)) < 90^\circ$ d) $\sphericalangle (E(ACS); E(ABC)) = 90^\circ$

- K5** 9 a) Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $h_a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$, also $h_a^2 = 6^2 \text{ cm}^2 + 2,5^2 \text{ cm}^2 = 42,25 \text{ cm}^2$, also $h_a = 6,5 \text{ cm}$.
 Die Höhe einer Seitenfläche beträgt 6,5 cm.
 b) Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $s^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Mit h_a^2 aus a) folgt: $s^2 = 42,25 \text{ cm}^2 + 2,5^2 \text{ cm}^2 = 48,5 \text{ cm}^2$, also $s \approx 7,0 \text{ cm}$.
 Die Kante einer Dreiecksseite ist etwa 7,0 cm lang.

K5 10 a) 1



$$2 \quad \overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 \text{ cm}^2 + \overline{BC}^2 \text{ cm}^2} = \sqrt{16 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2} = 4 \cdot \sqrt{2} \text{ cm} \approx 5,7 \text{ cm}$$

- b) Mit dem Geodreieck im Schrägbild abgemessen hat der verzerrt dargestellte Winkel ECA (bzw. ACE bei gedrehtem Würfel) das Maß 42° . Die genaue Ermittlung des Winkelmaßes im rechtwinkligen $\triangle ACE$ mit $\overline{AE} = 4 \text{ cm}$ und $\overline{AC} = 5,7 \text{ cm}$ ergibt für den Winkel ACE bzw. ECA das Maß 35° .

K1/6 11 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Seitenkante [AS] und Grundflächenkante [BC] einer dreieckigen Pyramide ABCS.

K1/6 12 Die Aussage ist falsch, es fehlt „identisch“. Richtig ist: Geraden im Raum können identisch sein, sich schneiden, windschief sein oder parallel zueinander liegen.

K1/6 13 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Zueinander parallele Ebenen.

K1/6 14 Die Aussage ist falsch. Liegt der Punkt auf der Gerade, kann die Ebene nicht eindeutig festgelegt werden.

K1/6 15 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Die vier Eckpunkte einer dreieckigen Pyramide.

K1/6 16 Die Aussage ist richtig.

K1/6 17 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Prisma mit einem stumpfwinkligen Dreieck als Grundfläche.

K1/6 18 Die Aussage ist falsch. Nur rechte Winkel in zur Zeichenebene parallelen Ebenen werden in wahrer Größe dargestellt.

K1/6 19 Die Aussage ist falsch. Streckenlängen, die in einer zur Vorderansichtsebene parallelen Ebene verlaufen, werden in wahrer Größe dargestellt.

K1/6 20 Die Aussage ist falsch. Die gesuchten Dreiecke müssen rechtwinklig sein.

K1/6 21 Die Aussage ist richtig.