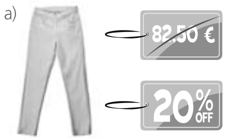
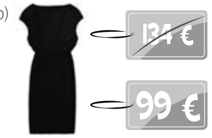
Aufgaben zur Prozentrechnung lösen

1 Im Räumungsverkauf hat Modehaus Becker besondere Angebote. Berechne fehlende Größen.

a)



b)



c)

a)	b)	c)
100 % ≙ 82,50 €	p = P : G	15 % ≙ 12 €
1 % ≙ 0,825 €	= 99 : 134	1 % ≙ 0,80 €
80 % ≙ 66,00 €	≈ 74 %	100 % ≙ 80 €

2 Adil interessiert sich für ein Longboard, einen Helm und ein Paar Knieschoner.

a) Berechne den neuen Preis für das Longboard.

Neuer Preis für Longboard:

P = G · p

= 120 · 0,88

= 105,60 (€)

b) Der Helm kostet mit der Rabattaktion nur noch 44 €. Berechne, wie viel Euro David beim Kauf des Helms sparen könnte.

Ersparnis:

88 % ≙ 44 €

1 % ≙ 0,50 €

12 % ≙ 6,00 €

c) David kauft nur die Knieschoner. Er erhält bei Barzahlung zusätzlich 2 % Skonto. Berechne, wie viel er bezahlen muss.

Preis bei Barzahlung:

39,98 € · 0,88 ≈ 35,18 €

35,18 € · 0,98 ≈ 34,48 €

3 Ein Autohändler kauft die Fahrzeuge zu den angegebenen Preisen.

a) Den Lieferwagen, für den keine weiteren Kosten anfallen, kann er bereits am nächsten Tag für 6 900 € verkaufen.

Gewinn in €: 900 € Gewinn in %: 15 %

b) In den Pkw müssen zunächst Ersatzteile für 790 € eingebaut werden. Der anschließende Verkauf bringt nur 10 % der entstandenen Gesamtkosten an Gewinn ein.

Gewinn in €: 409 €

a) p = P : G

= 900 : 6000 = 15 %

b) Gesamtkosten:

3 300 € + 790 € = 4 090 €

Gewinn in €:

10 % von 4090 €:

409 €

Grundaufgaben zur Zinsrechnung lösen

1 Berechne die Jahreszinsen Z im Kopf.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	1 000 €	500 €	2 000 €	5 000 €	10 000 €	50 000 €
Zinssatz p	1 %	0,5 %	1,5 %	2 %	2,2 %	2,5 %
Zinsen Z	10 €	2,50 €	30 €	100 €	220 €	1 250 €

2 Am Jahresende kommen die Zinsen zum Guthaben bzw. Kredit hinzu. Berechne die Zinsen Z für ein Jahr, anschließend die Höhe des Guthabens bzw. des Kredits am Jahresende.

a) Guthaben: 850 €

Zinssatz: 1,34 %

b) Guthaben: 4 450 €

Zinssatz: 1,74 %

c) Kredit: 6 500 €

Zinssatz: 2,85 %

a)	b)	c)
100 % ≙ 850 €	Z = K · p	Z = K · p
1 % ≙ 8,50 €	= 4450 · 0,0174	= 6500 · 0,0285
1,34 % ≙ 11,39 €	= 77,43 (€)	= 185,25 (€)
Guthaben: 861,39 €	Guthaben: 4527,43 €	Kredit: 6 685,25 €

3 Berechne fehlende Werte im Kopf.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	800 €	1 200 €	15 000 €	10 000 €	7 500 €	100 000 €
Zinssatz p	0,5 %	1 %	2 %	1 %	2 %	1,5 %
Zinsen Z	4 €	12 €	300 €	100 €	150 €	1 500 €

4 a) Wie hoch ist der Zinssatz dieses Kredits?

Günstiger Kredit über **15 000 €** für 1 Jahr.
Nur 120 € pro Monat!

Jahreszinsen: 120 € · 12 = 1 440 €

p = Z : K

= 1 440 : 15 000 = 9,6 %

b) Frau Durma legt ein Festgeld zu einem Zinssatz von 1,25 % an. Nach sechs Monaten bekommt sie dafür 250 € Zinsen. Berechne die Höhe ihrer Geldanlage.

Jahreszinsen: 250 € · 2 = 500 €

K = Z : p

= 500 : 0,125 = 40 000 (€)

5 Die Bank erhöht die Zinsen für Kleinkredite von 2,1 % auf 2,32 %. Dadurch erhöhen sich die Zinsen für Frau Flierl um 12,32 €. Wie hoch ist der Kredit von Frau Flierl?

Differenz:

2,32 % – 2,1 %

= 0,22 %

K = Z : p

= 12,32 : 0,0022

= 5 600 (€)

Mit Zinseszinsen rechnen

1 Berechne die Zinseszinsen, indem du die Zinsfaktoren potenzierst. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

	a)	b)	c)	d)	e)
Kapital (K_0)	5 000 €	20 000 €	30 000 €	50 000 €	75 000 €
Zinssatz (p)	1,25 %	1,65 %	2,02 %	2,47 %	2,61 %
Laufzeit (t)	4 Jahre	6 Jahre	5 Jahre	10 Jahre	15 Jahre
Kapital (K_N)	5 254,73 €	22 063,49 €	33 154,91 €	63 817,14 €	110 384,11 €

2 Herr Grimm legt 15 000 € für drei Jahre auf 1,5 % Zinseszins fest. Nach Ablauf der drei Jahre bietet ihm die Bank einen Zinssatz von 1,75 % für weitere drei Jahre. Herr Grimm nimmt das Angebot an und stockt gleichzeitig sein angespartes Guthaben um 4 314,82 € auf. Runde Geldbeträge auf zwei Kommastellen.

a) Welches Endkapital steht Herrn Grimm nach den sechs Jahren zur Verfügung?
b) Wie viele Zinsen hat er in den sechs Jahren insgesamt bekommen?

a) gegeben: K_0 = 15 000 €; p = 1,5 %; n = 3 Jahre

gesucht: q; K_3

Zinsfaktor q für die ersten 3 Jahre: q = 1 + 0,015 = 1,015

Guthaben nach 3 Jahren: $K_3 = 15\,000\text{ €} \cdot 1{,}015^3 \approx 15\,685{,}18\text{ €}$

gegeben: K = 15 658,18 €; Aufstockung: 4314,82 €; p = 1,75 %

gesucht: K_0; q; K_3

Anfangskapital: K_0 = 15 658,18 € + 4314,82 € = 20 000 €

Zinsfaktor q für die nächsten 3 Jahre: q = 1 + 0,0175 = 1,0175

Neues Guthaben nach 3 Jahren: $K_3 = 20\,000\text{ €} \cdot 1{,}0175^3 \approx 21\,068{,}48\text{ €}$

b) Zinsen in 6 Jahren insgesamt:

Z = 21 068,48 € – 15 000 € – 4314,82 € = 1 753,66 €

3 Herr Jarolim legt 10 000 € für eine Laufzeit von fünf Jahren an. Die Zinsen werden nicht ausbezahlt, sondern mitverzinst. Berechne sein Endkapital. Runde auf zwei Kommastellen.

Geldanlage mit steigenden Zinssätzen

1. Jahr	0,75 %
2. Jahr	1,00 %
3. Jahr	1,50 %
4. Jahr	2,00 %
5. Jahr	2,25 %

Endkapital nach 5 Jahren:

$K = 10\,000 \cdot 1{,}0075 \cdot 1{,}01 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}0225$

$\approx 10\,771{,}99$ (€)

Mit Monats- und Tageszinsen rechnen

1 Berechne fehlende Werte. Wie viele Aufgaben kannst du im Kopf lösen?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	1 200 €	800 €	10 000 €	600 €	4 000 €	24 000 €
Zinssatz p	1 %	0,5 %	1,5 %	1 %	2 %	3 %
Zinsen Z	4 €	1 €	75 €	2 €	40 €	400 €
Zeit t	4 Monate	3 Monate	6 Monate	120 Tage	180 Tage	200 Tage

2 Berechne jeweils die Aus- bzw. die Rückzahlung.

a) Für den Kauf eines Rollers hat Julia 1 200 € auf ein Sparkonto mit einem Jahreszins von 1,25 % eingezahlt. Nach 8 Monaten braucht sie das Geld für den Kauf des Rollers.

Zinsen für 8 Monate:

$Z = \frac{1\,200 \cdot 0{,}0125 \cdot 8}{12} = 10$ (€)

Auszahlung: 1 200 € + 10 € = 1 210 €

b) Herr Sommer muss für dringende Anschaffungen einen Kredit in Höhe von 30 000 € zu einem Zinssatz von 2,25 % aufnehmen. Er zahlt den Kredit nach 80 Tagen zurück.

Zinsen für 80 Tage:

$Z = \frac{30\,000 \cdot 0{,}0225 \cdot 80}{360} = 150$ (€)

Rückzahlung: 30 000 € + 150 € = 30 150 €

3 Berechne fehlende Werte.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital (K)	2 400 €	5 600 €	14 000 €	30 000 €	1 800 €	15 000 €
Zinssatz (p)	0,85 %	0,72 %	1,20 %	1,71 %	0,75 %	1,26 %
Zeit (t)	8 Monate	4 Monate	7 Monate	144 Tage	100 Tage	250 Tage
Zinsen (Z)	13,60 €	13,44 €	98 €	205,20 €	3,75 €	131,25 €

4 a) Lina legt bei ihrer Bank 8 000 € zu einem Zinssatz von 1,5 % an. Nach wie vielen Monaten wächst ihr Guthaben auf 8 070 € an? Guthaben jetzt?

Zinsen:

8 070 € – 8 000 € = 70 €

Zeit:

$t = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot p}$

$= \frac{70 \cdot 12}{8\,000 \cdot 0{,}015}$

= 7 (Monate)

b) Bei einem Zinssatz von 0,8 % erhält Herr Zaremba in 280 Tagen 175 € Zinsen. Wie hoch ist sein Guthaben jetzt?

Kapital:

$K = \frac{Z \cdot 360}{p \cdot t}$

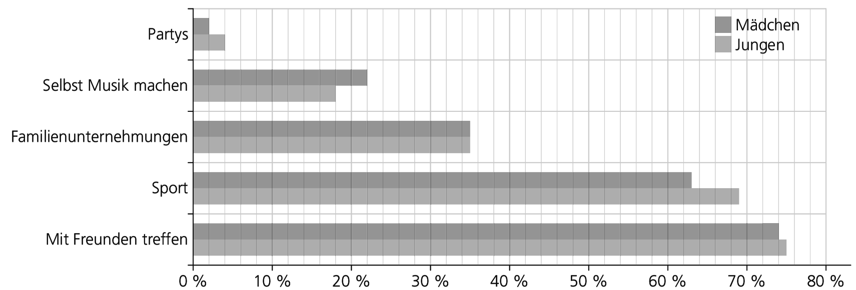
$= \frac{175 \cdot 360}{0{,}008 \cdot 280}$

= 28 125 (€)

Guthaben:

28 125 € + 175 € = 28 300 €

1

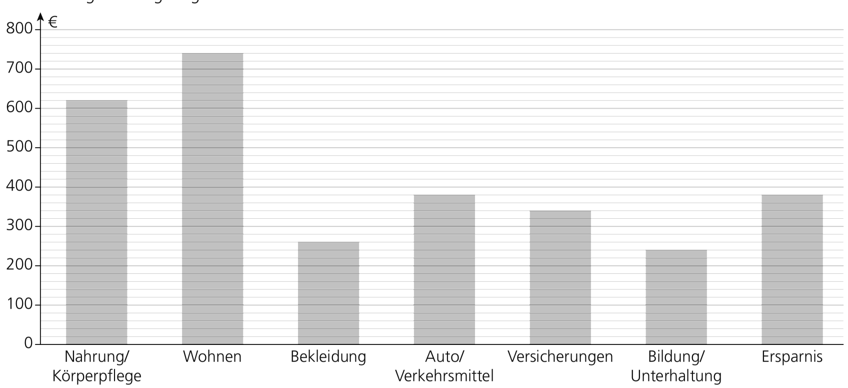


a) Selbst Musik machen 22 % der Mädchen, bei den Jungen waren es 4 % weniger. Zeichne in das Schaubild ein.

b) Kreuze an.

	richtig	falsch
Ⓐ Jungen feiern um 100 % mehr Partys als Mädchen.	☒	☐
Ⓑ Am liebsten treiben Jungen und Mädchen Sport.	☐	☒
Ⓒ Mädchen und Jungen treffen sich mit Freunden etwa doppelt so oft als sie an Familienunternehmungen teilnehmen.	☒	☐

2 Das Schaubild zeigt, wie Familie Erol das monatliche Einkommen in Höhe von 2 960 € im Jahr 2020 verwendet hat. Runde auf ganzzahlige Ergebnisse.



a) Wie viel Prozent des monatlichen Einkommens verwendet Familie Erol für Nahrung/Körperpflege, Wohnen und Bekleidung?

b) Ihre Ausgaben für Auto/Verkehrsmittel sind im Vergleich zum Vorjahr um 3 % gestiegen. Wie hoch waren sie pro Monat 2019?

c) Für Urlaub gibt die Familie 55 % des im ganzen Jahr gesparten Betrags aus. Berechne die Höhe der Ausgaben für den Urlaub.

a) Monatliche Ausgaben für genannte Bereiche:

620 + 740 + 260 = 1 620 (€)

Anteil in Prozent: $p = P : G = 1\,620 : 2\,960 \approx 55\,\%$

b) Ausgaben 2019: $G = P : p$

$= 380 : 1{,}03 \approx 369$ (€)

c) Ersparnis im Jahr: $12 \cdot 380\text{ €} = 4\,560\text{ €}$

Urlaubsanteil (€): $P = G \cdot p$

$= 4\,560 \cdot 0{,}55 = 2\,508$ (€)

1 Aufgaben zur Prozentrechnung lösen

a) Berechne fehlende Werte im Kopf.

G	480 €	60 min	*4800 m*
P	*60 €*	36 min	1 200 m
p	12,5 %	*60 %*	25 %

b) Wie viele der 20 Elfmeter hat Jana verschossen?

$P = 20 \cdot 0{,}15$
$= 3$
Jana hat 3 Elfmeter verschossen.

2 Mit Jahreszinsen und Zinseszinsen rechnen

a) Lea legt bei ihrer Bank 5 500 € zu den angegebenen Zinsen an. Über wie viel Geld kann sie nach zwei Jahren verfügen?

1. Jahr: 1,7 %
2. Jahr: 1,9 %

Guthaben nach 1. Jahr:
$Z = 5\,500 \cdot 0{,}017$ $\quad$ $5\,500\text{ €} + 93{,}50\text{ €}$
$= 93{,}50$ (€) $\quad$ $= \underline{5\,593{,}50\text{ €}}$

Guthaben nach 2. Jahr:
$Z = 5\,593{,}50 \cdot 0{,}019$ $\quad$ $5\,593{,}50\text{ €} + 106{,}28\text{ €}$
$\approx 106{,}28$ (€) $\quad$ $= \underline{5\,699{,}78\text{ €}}$

b)

Bank Ⓐ	1,32 % über die gesamte Laufzeit von 4 Jahren
Bank Ⓑ	1. Jahr 0,9 % 2. Jahr 1,1 % 3. Jahr 1,3 % 4. Jahr 1,5 %

Ⓐ $K_4 = 12\,000 \cdot 1{,}0132^4 \approx 12\,646{,}26$ (€)

Ⓑ $K = 12\,000 \cdot 1{,}009 \cdot 1{,}011 \cdot 1{,}013 \cdot 1{,}015$

$\approx 12\,586{,}33$ (€)

Bank A ist günstiger.

3 Mit Monats- und Tageszinsen rechnen

a) Herr Held hat sein Girokonto 130 Tage um 1 800 € überzogen. Der Zinssatz beträgt 3 %. Wie hoch ist die Rückzahlung des Kredits nach dieser Laufzeit?

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360}$
$= \frac{1\,800 \cdot 0{,}03 \cdot 130}{360}$
$= 19{,}50$ (€)
Die Rückzahlung beträgt 1 819,50 €.

b) Nach Ablauf von 300 Tagen zahlte die Bank für ein Guthaben von 18 000 € insgesamt 18 225 € aus. Wie hoch war der Zinssatz?

Zinsen: 18 225 − 18 000 = 225 (€)

Zinssatz: $p = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot t}$

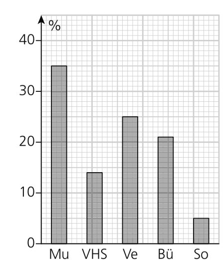
$p = \frac{225 \cdot 360}{18\,000 \cdot 300} = 0{,}015 = 1{,}5\,\%$

4 Schaubilder auswerten

Das Schaubild zeigt die Kulturausgaben einer Stadt.

a) Wie viel Prozent entfallen auf die einzelnen Bereiche?

	p (%)
Musikschule (Mu)	*35*
VHS	*14*
Vereine (Ve)	*25*
Bücherei (Bü)	*21*
Sonstiges (So)	*5*



b) Für die Musikschule werden 45 000 € ausgegeben. Wie viel € entfallen auf die Vereine? Runde auf ganze Euro.

$G = P : p$

$= 45\,000 : 0{,}35 = 128\,571$ (€)

$P = G \cdot p$

$= 128\,571 \cdot 0{,}25 = 32\,143$ (€)

Große und kleine Zahlen in Zehnerpotenzen darstellen

1 Notiere als Zehnerpotenzen in Standardschreibweise.

a) $500\,000 = 5 \cdot 10^5$ b) $371\,000\,000 = 3{,}71 \cdot 10^8$
c) $46\,670\,000 = 4{,}667 \cdot 10^7$ d) $1\,234\,000\,000 = 1{,}234 \cdot 10^9$
e) $0{,}045 = 4{,}5 \cdot 10^{-2}$ f) $0{,}0000578 = 5{,}78 \cdot 10^{-5}$
g) $0{,}0000067 = 6{,}7 \cdot 10^{-6}$ h) $0{,}0000000089 = 8{,}9 \cdot 10^{-9}$

2 Notiere als Dezimalbruch bzw. als natürliche Zahl.

a) $2{,}472 \cdot 10^2 = 247{,}2$ b) $0{,}573 \cdot 10^3 = 573$
c) $7{,}683 \cdot 10^5 = 768\,300$ d) $7{,}624 \cdot 10^6 = 7\,624\,000$
e) $9{,}54 \cdot 10^{-3} = 0{,}00954$ f) $8{,}67 \cdot 10^{-4} = 0{,}000867$
g) $2{,}23 \cdot 10^{-5} = 0{,}0000223$ h) $3{,}1 \cdot 10^{-6} = 0{,}0000031$

3 Trage die fehlenden Werte ein.

a) $3{,}6 \cdot 10^{-5} = 0{,}000036$ b) $4 \cdot 10^{-2} = 0{,}04$ c) $0{,}006 \cdot 10^4 = 60$
d) $9{,}2 \cdot 10^{4} = 92\,000$ e) $2{,}6 \cdot 10^{-3} = 0{,}0026$ f) $5{,}3 \cdot 10^{5} = 530\,000$
g) $7{,}3 \cdot 10^{-4} = 0{,}00073$ h) $8{,}9 \cdot 10^{3} = 8\,900$ i) $9{,}6 \cdot 10^{5} = 960\,000$

4 Immer drei Zahlen sind gleich. Verbinde sie mit dem =-Zeichen.

1 300 000 | 1 300 000 000 | $1{,}3 \cdot 10^5$ | 130 Tausend | 1,3 Milliarden | $1{,}3 \cdot 10^6$
130 000 | 1,3 Billionen | 1 300 000 000 000 | $1{,}3 \cdot 10^9$ | 1,3 Millionen | $1{,}3 \cdot 10^{12}$

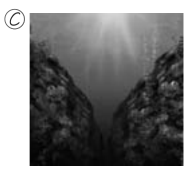
$1\,300\,000 = 1{,}3 \cdot 10^6$ = 1,3 Millionen
$130\,000 = 1{,}3 \cdot 10^5$ = 130 Tausend
$1\,300\,000\,000 = 1{,}3 \cdot 10^9$ = 1,3 Milliarden
$1\,300\,000\,000\,000 = 1{,}3 \cdot 10^{12}$ = 1,3 Billionen

5 Überlege und ordne die Größen richtig zu.

Ⓐ $6 \cdot 10^{-6}$ m
Ⓑ $8{,}849 \cdot 10^3$ m
Ⓒ $1{,}1934 \cdot 10^4$ m
Ⓓ $5 \cdot 10^{-5}$ m

D

Durchmesser Pantoffeltierchen

C

Tiefe Marianengraben

A

Größe Typhus-Bakterien

B

Höhe Mount Everest

Zahlen mit Zehnerpotenzen vergleichen, ordnen und berechnen

1 Überprüfe das Beispiel und arbeite dann ebenso.

a) $0{,}04 > 4 \cdot 10^{-3}$; $4 \cdot 10^{-2} > 4 \cdot 10^{-3}$
b) $0{,}074 > 7{,}4 \cdot 10^{-3}$; $7{,}4 \cdot 10^{-2} > 7{,}4 \cdot 10^{-3}$
c) $535 > 5{,}35 \cdot 10^{-2}$; $5{,}35 \cdot 10^{2} > 5{,}35 \cdot 10^{-2}$
d) $0{,}0006 > 6 \cdot 10^{-5}$; $6 \cdot 10^{-4} > 6 \cdot 10^{-5}$
e) $0{,}00009 > 9 \cdot 10^{-6}$; $9 \cdot 10^{-5} > 9 \cdot 10^{-6}$
f) $67\,000 < 6{,}7 \cdot 10^5$; $6{,}7 \cdot 10^4 < 6{,}7 \cdot 10^5$
g) $68\,700 < 6{,}87 \cdot 10^8$; $6{,}87 \cdot 10^4 < 6{,}87 \cdot 10^8$
h) $0{,}00432 < 4{,}32 \cdot 10^{-2}$; $4{,}32 \cdot 10^{-3} < 4{,}32 \cdot 10^{-2}$
i) $0{,}000461 = 4{,}61 \cdot 10^{-4}$; $4{,}61 \cdot 10^{-4} = 4{,}61 \cdot 10^{-4}$

2 Murat notiert zuerst in Standardschreibweise und ordnet dann der Größe nach. Überprüfe und arbeite ebenso.

a) $2{,}34 \cdot 10^5$ | $234 \cdot 10^4$ | $23{,}4 \cdot 10^3$ | $0{,}234 \cdot 10^9$ | $0{,}0234 \cdot 10^{12}$
$2{,}34 \cdot 10^5$ (2) | $2{,}34 \cdot 10^6$ (3) | $2{,}34 \cdot 10^4$ (1) | $2{,}34 \cdot 10^8$ (4) | $2{,}34 \cdot 10^{10}$ (5)

b) $4{,}7 \cdot 10^{-4}$ | $0{,}47 \cdot 10^{-6}$ | $0{,}0047 \cdot 10^3$ | $470 \cdot 10^{-3}$ | $0{,}47 \cdot 10^{-1}$
$4{,}7 \cdot 10^{-4}$ (2) | $4{,}7 \cdot 10^{-7}$ (1) | 4,7 (5) | $4{,}7 \cdot 10^{-1}$ (4) | $4{,}7 \cdot 10^{-2}$ (3)

c) $0{,}032 \cdot 10^5$ | $32 \cdot 10^7$ | 32 000 000 | $0{,}00032 \cdot 10^9$ | $320 \cdot 10^2$
$3{,}2 \cdot 10^3$ (1) | $3{,}2 \cdot 10^8$ (5) | $3{,}2 \cdot 10^7$ (4) | $3{,}2 \cdot 10^5$ (3) | $3{,}2 \cdot 10^4$ (2)

d) $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ | $0{,}013 \cdot 10^3$ | 1300 | $130 \cdot 10^{-7}$ | $0{,}0013 \cdot 10^5$
$1{,}3 \cdot 10^{-4}$ (2) | $1{,}3 \cdot 10^1$ (3) | $1{,}3 \cdot 10^3$ (5) | $1{,}3 \cdot 10^{-5}$ (1) | $1{,}3 \cdot 10^2$ (4)

3 Überprüfe das Beispiel und arbeite ebenso.

a) $5{,}4 \cdot 10^5$ mm = $5{,}4 \cdot 10^4$ cm = $5{,}4 \cdot 10^2$ m
b) $6{,}8 \cdot 10^{-6}$ m = $6{,}8 \cdot 10^{-4}$ cm = $6{,}8 \cdot 10^{-3}$ mm
c) $3{,}8 \cdot 10^8$ g = $3{,}8 \cdot 10^5$ kg = $3{,}8 \cdot 10^2$ t
d) $6{,}3 \cdot 10^{-6}$ t = $6{,}3 \cdot 10^{-3}$ kg = $6{,}3 \cdot 10^0$ g
e) $2{,}5 \cdot 10^9$ mg = $2{,}5 \cdot 10^6$ g = $2{,}5 \cdot 10^3$ kg
f) $9{,}8 \cdot 10^{-6}$ kg = $9{,}8 \cdot 10^{-3}$ g = $9{,}8 \cdot 10^0$ mg

4 Berechne die Terme und notiere das Ergebnis in Standardschreibweise.

a) $6{,}45 \cdot 10^6 \cdot 460 = 2{,}967 \cdot 10^9$ b) $3{,}6 \cdot 10^8 : 120 = 3 \cdot 10^6$
c) $2{,}5 \cdot 10^4 \cdot 0{,}4 = 1 \cdot 10^4$ d) $8{,}64 \cdot 10^3 : 2\,000 = 4{,}32 \cdot 10^0$
e) $7{,}2 \cdot 10^6 : 1{,}2 = 6 \cdot 10^6$ f) $3{,}9 \cdot 10^{-7} : 3\,900 = 1 \cdot 10^{-10}$
g) $4{,}67 \cdot 10^3 : 500 = 9{,}34 \cdot 10^0$ h) $4{,}56 \cdot 10^5 : 6\,000 = 7{,}6 \cdot 10^1$
i) $3{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 800 = 3{,}04 \cdot 10^{-1}$ j) $9{,}9 \cdot 10^6 : 3\,300 = 3 \cdot 10^3$

Sachsituationen mit Potenzen lösen

1 Notiere in Zehnerpotenzen in der angegebenen Größe.

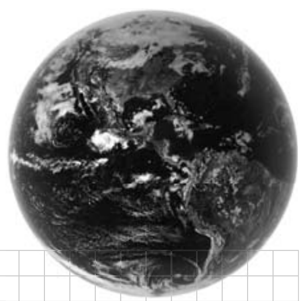
a) 5 Mikrometer = $5 \cdot 10^{-6}$ m
b) 6,5 Kilowatt = $6{,}5 \cdot 10^{3}$ W
d) 3,7 Mikrogramm = $3{,}7 \cdot 10^{-3}$ g
c) 7,3 Milliliter = $7{,}3 \cdot 10^{-3}$ l
e) 0,03 Gigameter = $3 \cdot 10^{7}$ m
f) 4,9 Petabite = $4{,}9 \cdot 10^{15}$ B
g) 0,4 Megatonnen = $4 \cdot 10^{5}$ t
h) 25 Nanosekunden = $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ s

2 Die folgende Tabelle listet die empfohlene tägliche Zufuhr von B-Vitaminen für einen Jugendlichen auf.
Gib jeweils in Gramm als Zehnerpotenz in Standardschreibweise an. Ergänze das Beispiel und rechne dann ebenso.

Vitamin	Tagesbedarf	Tagesbedarf in Potenzschreibweise	Wochenbedarf in Potenzschreibweise	Jahresbedarf in Potenzschreibweise
B1	1,2 mg	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$ g	$7 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ g	$365 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ g
			$= 8{,}4 \cdot 10^{-3}$ g	$= 4{,}38 \cdot 10^{-1}$ g
B2	0,9 mg	$9 \cdot 10^{-4}$ g	$7 \cdot 9 \cdot 10^{-4}$ g	$365 \cdot 9 \cdot 10^{-4}$ g
			$= 6{,}3 \cdot 10^{-3}$ g	$= 3{,}285 \cdot 10^{-1}$ g
B6	0,6 mg	$6 \cdot 10^{-4}$ g	$7 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ g	$365 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ g
			$= 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ g	$= 2{,}19 \cdot 10^{-1}$ g
B12	1,5 µg	$1{,}5 \cdot 10^{-6}$ g	$7 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ g	$365 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ g
			$= 1{,}05 \cdot 10^{-5}$ g	$= 5{,}475 \cdot 10^{-4}$ g

3

	Erde	Mond
Dichte	$5{,}53\ \frac{t}{m^3}$	$3{,}34\ \frac{t}{m^3}$
Masse		$7{,}35 \cdot 10^{19}$ t
Volumen	$1{,}08 \cdot 10^{21}\ m^3$	



a) Berechne die fehlenden Werte.
b) Wievielmal schwerer ist die Erde im Vergleich zum Mond?

a) Masse Erde:
$m = V \cdot \rho$
$= 1{,}08 \cdot 10^{21} \cdot 5{,}53$
$= 5{,}9724 \cdot 10^{21}\ (\frac{t}{m^3})$

Volumen Mond:
$V = m : \rho$
$= 7{,}35 \cdot 10^{19} : 334$
$= 2{,}2 \cdot 10^{19}\ (m^3)$

b) Vergleich Erde – Mond:
$5{,}9724 \cdot 10^{21} : 7{,}35 \cdot 10^{19}$
$= 81{,}257 \ldots$

Die Erde ist rund 81-mal schwerer als der Mond.

1 Große und kleine Zahlen in Zehnerpotenzen darstellen

a) Schreibe als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

Ⓐ 12 380 000 = $1{,}238 \cdot 10^{7}$
Ⓑ 0,0000468 = $4{,}68 \cdot 10^{-5}$

b) Stelle das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standardschreibweise dar.

Ⓐ 67 000 · 10 000 = $6{,}7 \cdot 10^{8}$
Ⓑ 0,08 : 1 000 : 100 = $8 \cdot 10^{-7}$

2 Zahlen mit Zehnerpotenzen vergleichen und ordnen

a) Setze >, < oder = ein.

Ⓐ $6{,}9 \cdot 10^{5}$ $\boxed{>}$ 69 000
Ⓑ 0,00056 $\boxed{>}$ $5{,}6 \cdot 10^{-5}$
Ⓒ $9 \cdot 10^{7}$ $\boxed{=}$ 90 000 000

b) Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

$4{,}2 \cdot 10^{5}$ $4200 \cdot 10^{-5}$ $0{,}0042 \cdot 10^{5}$

$4{,}2 \cdot 10^{5}$ $4{,}2 \cdot 10^{-2}$ $4{,}2 \cdot 10^{2}$

$4{,}2 \cdot 10^{-2} < 4{,}2 \cdot 10^{2} < 4{,}2 \cdot 10^{5}$

3 Rechnen mit Zehnerpotenzen

a) Berechne und notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

Ⓐ $6 \cdot 10^{5} \cdot 70$ = $4{,}2 \cdot 10^{7}$
Ⓑ $6{,}4 \cdot 10^{8} : 320$ = $2 \cdot 10^{6}$

b) Berechne und notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

Ⓐ $9{,}96 \cdot 10^{5} : 3000$ = $3{,}32 \cdot 10^{2}$
Ⓑ $4{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot 6000$ = $2{,}58 \cdot 10^{1}$

4 Größen mit Vorsilben darstellen

a) Notiere die Größenangaben mit Vorsilben.

Ⓐ $3{,}29 \cdot 10^{3}$ m = 3,29 km
Ⓑ $6{,}85 \cdot 10^{-6}$ g = 6,85 µg
Ⓒ $9{,}423 \cdot 10^{6}$ t = 9,423 Mrd. t

b) Notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise in der angegebenen Einheit.

Ⓐ 4,5 GB = $4{,}5 \cdot 10^{6}$ kB
Ⓑ 0,085 mm = $8{,}5 \cdot 10^{-5}$ m
Ⓒ 0,834 ml = $8{,}34 \cdot 10^{-5}$ l

5 Sachsituationen mit Zehnerpotenzen lösen

a) In einem Mikroliter Blut befinden sich im Durchschnitt 6 250 weiße Blutkörperchen. Wie viele dieser Blutkörperchen befinden sich in 6 l Blut? Gib das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standard schreibweise an.

1 l ≙ 1 000 000 µl   6 l ≙ 6 000 000 µl
1 µl ≙ 6 250   6 000 000 µl ≙ $3{,}75 \cdot 10^{10}$

In 6 l Blut sind ca. $3{,}75 \cdot 10^{10}$ weiße Blutkörperchen.

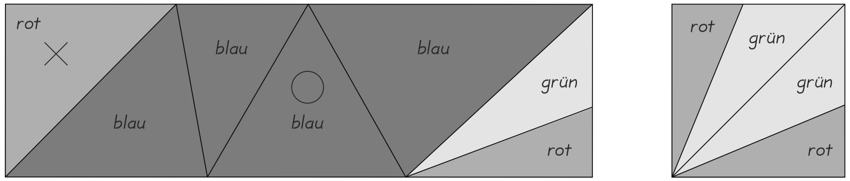
b) Ein Sauerstoffatom hat eine Masse von $2{,}657 \cdot 10^{-23}$ g. Die so genannte atomare Masseneinheit u ist der sechzehnte Teil davon. Berechne und gib das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standardschreibweise an.

$2{,}657 \cdot 10^{-23} : 16$
$= 1{,}660625 \cdot 10^{-24}$

Die atomare Masseneinheit u beträgt $1{,}660625 \cdot 10^{-24}$ g.

Rechtwinklige Dreiecke erkennen und beschreiben

1 Gegeben sind ein Rechteck und ein Quadrat, welche in verschiedene Dreiecke unterteilt sind.



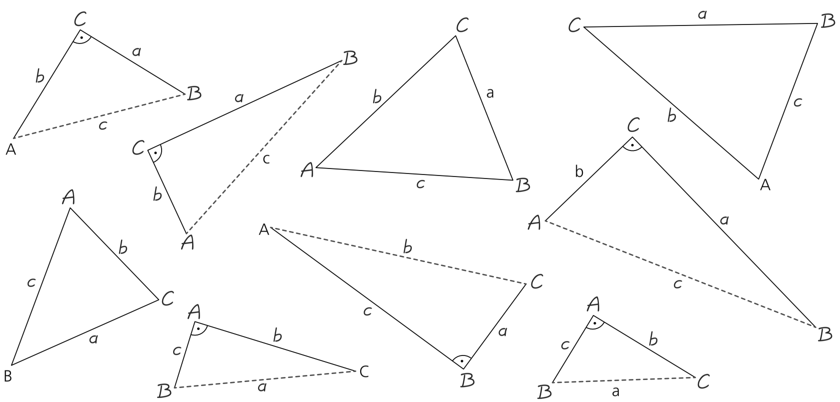
a) Male die Dreiecksarten in unterschiedlichen Farben aus.
spitzwinklige Dreiecke: blau rechtwinklige Dreiecke: rot stumpfwinklige Dreiecke: grün

b) Markiere gleichschenklige Dreiecke mit einem Kreuz (X), gleichseitige Dreiecke mit einem Kreis (O).

2 Dreiecke können ihre Lage verändern. Die Benennung der Ecken (gegen den Uhrzeigersinn) und der Seiten bleibt immer gleich.

a) Vervollständige die Beschriftung der Ecken und Seiten.

b) Kennzeichne bei rechtwinkligen Dreiecken den rechten Winkel (⊾). Markiere Hypotenusen rot. --------



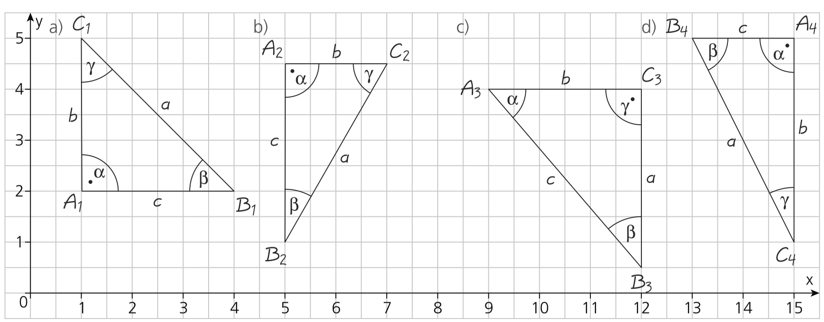
3 Zwei Eckpunkte eines rechtwinkligen Dreiecks sind jeweils gegeben. Für den dritten Punkt gibt es mehrere Möglichkeiten. Wähle eine, zeichne das Dreieck und beschrifte jeweils Eckpunkte, Seiten und Winkel der Figuren entsprechend.

a) A_1 (1|2), B_1 (4|2) C_1 z.B. (1|5)

b) A_2 z.B. (5|4,5), B_2 (5|1), C_2 (7|4,5)

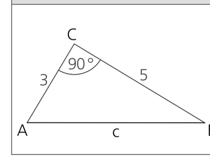
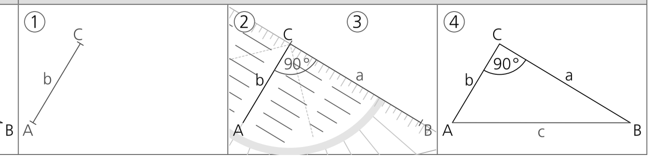
c) A_3 (9|4), B_3 (12|0,5), C_3 z.B. (12|4)

d) A_4 (15|5), B_4 z.B. (13|5), C_4 (15|1)



Rechtwinklige Dreiecke zeichnen

1 Dilek zeichnet ein rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90°$) mit den Katheten a = 5 cm und b = 3 cm.

Planfigur	Zeichenschritte
	

Beschreibe die Schrittfolge.

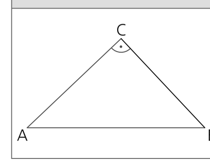
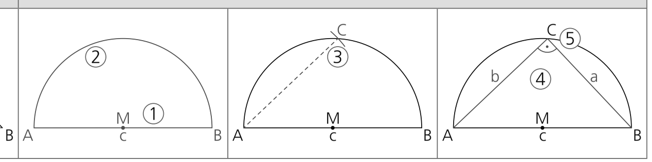
① Seite b = 3 cm zeichnen, mit A und C benennen

② In Punkt C Winkel $\gamma = 90°$ antragen

③ Seite a = 5 cm einzeichnen, Punkt B benennen

④ Punkte A und B verbinden, Seite c benennen

2 Tanja zeichnet mithilfe des Thaleskreises ein rechtwinkliges Dreieck (c = 5,5 cm, b = 4 cm, $\gamma = 90°$). Erstelle eine Konstruktionsbeschreibung für die Schritte ① bis ⑤.

Planfigur	Zeichenschritte
	

① Seite c = 5,5 cm zeichnen, mit A und B sowie M benennen

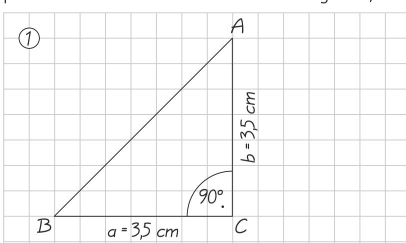
② Halbkreis (= Thaleskreis) über der Seite c errichten

③ Kreis um A mit Radius b = 4 cm zeichnen, Punkt C benennen

④ Punkte A und B mit Punkt C verbinden, Seiten a und b benennen

⑤ Rechten Winkel bei Punkt C kennzeichnen

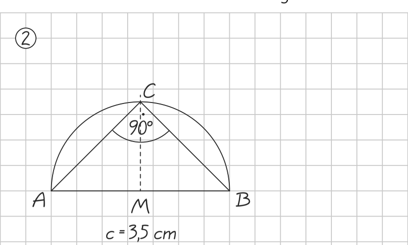
3 Ein Dreieck ist gleichschenklig und rechtwinklig. Eine Seite ist 3,5 cm lang. Es gibt zwei Möglichkeiten. Zeichne passend einmal mit dem Verfahren von Aufgabe 1, das andere Mal mittels Thaleskreis von Aufgabe 2.



Seite a = 3,5 cm, Punkte B und C

In C 90°-Winkel, b = 3,5 cm, Punkt A

Punkte A und B verbinden

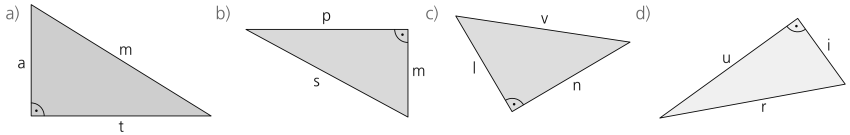


Seite c = 3,5 cm, Punkte A und B

Mittelsenkrechte über $\overline{AB}$
Thaleskreis über $\overline{AB}$
Schnittpunkt C

Mit dem Satz des Pythagoras rechnen

1 Notiere jeweils die zugehörige Gleichung nach dem Satz des Pythagoras.



a) $a^2 + t^2 = m^2$　b) $m^2 + p^2 = s^2$　c) $l^2 + n^2 = v^2$　d) $i^2 + u^2 = r^2$

2 Ergänze die Tabelle für rechtwinklige Dreiecke ($\gamma = 90°$). Runde auf eine Kommastelle.

a)

a	b	c
5 cm	8 cm	9,4 cm
8,5 cm	3,4 cm	9,2 cm

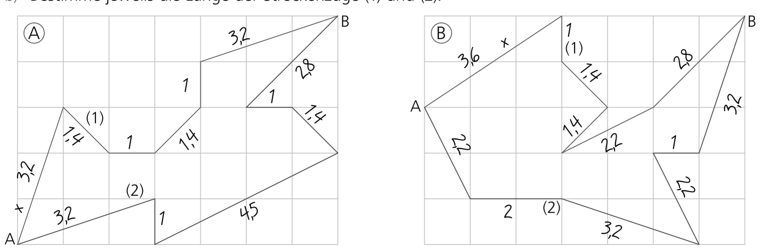
b)

a	b	c
9,2 cm	18,9 cm	21 cm
16,7 cm	7,8 cm	18,4 cm

3 In ein Zentimetergitter sind Streckenzüge von A nach B eingezeichnet.

a) Berechne jeweils die Länge der Teilstrecken und trage die Ergebnisse in die Skizze ein. Runde immer auf eine Dezimalstelle.

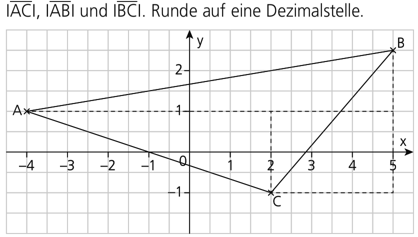
b) Bestimme jeweils die Länge der Streckenzüge (1) und (2).



Ⓐ Streckenzug 1: 11,2 cm
Streckenzug 2: 13,9 cm
Beispiel: $x = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} = 3{,}2$ (cm)

Ⓑ Streckenzug 1: 12,4 cm
Streckenzug 2: 13,8 cm
Beispiel: $x = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} = 3{,}6$ (cm)

4 Das Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ist hier verkleinert dargestellt. Berechne die wirklichen Längen der Strecken $|\overline{AC}|$, $|\overline{AB}|$ und $|\overline{BC}|$. Runde auf eine Dezimalstelle.



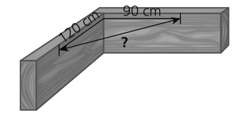
$|\overline{AB}| = \sqrt{9^2 + 1{,}5^2} = \sqrt{83{,}25} \approx 9{,}1$ (cm)

$|\overline{AC}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} \approx 6{,}3$ (cm)

$|\overline{BC}| = \sqrt{3^2 + 3{,}5^2} = \sqrt{21{,}25} \approx 4{,}6$ (cm)

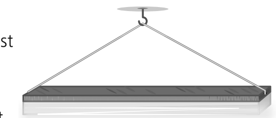
Den Satz des Pythagoras anwenden

1 a) Für eine Kastenform hat Schreiner Müller die Bretter wie angegeben markiert. Welche Länge muss zwischen den Strichen gemessen werden, damit die Bretter rechtwinklig ausgerichtet sind?



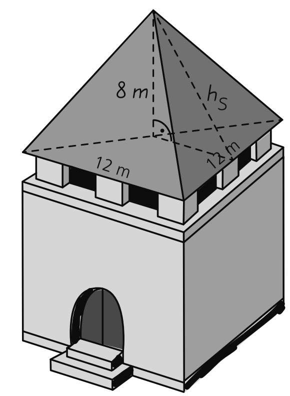
Länge zwischen Markierungen:
$c^2 = 120^2 + 90^2$
$c = \sqrt{22\,500}$
$c = 150$ (cm)

b) Eine Deckenleuchte ist einen Meter lang. Sie ist mit einem 120 cm langen Seil an einem Deckenhaken befestigt. Berechne den Abstand der Leuchte vom Haken. Trage wichtige Größen in die Skizze ein. Runde sinnvoll.



Abstand Leuchte – Haken:
$a^2 = 60^2 - 50^2$
$a = \sqrt{1\,100}$
$a \approx 33{,}2$ (cm)

2 Die Dachfläche der 8 m hohen Turmspitze soll neu gedeckt werden. Pro Quadratmeter rechnet man mit 35 Ziegeln.

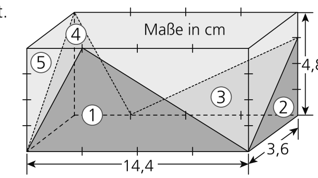


Höhe des Seitendreiecks:
$h_s = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ (m)
Dachfläche:
$4 \cdot \frac{g \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 12 \cdot 10}{2} = 240$ (m^2)
Anzahl Ziegel: $240 \cdot 35 = 8\,400$

3 Ein Quader aus Glas ist an den Seitenflächen mit braunen Folien beklebt.

a) Wie viele cm² Folien sind das insgesamt?

b) Wie viel Prozent der gesamten Seitenflächen sind beklebt?



a) Flächinhalt Folien:
$A_D = \frac{g \cdot h}{2}$
$A_1 = \frac{14{,}4 \cdot 4{,}8}{2} = 34{,}56$ (cm^2)
$A_2 = \frac{3{,}6 \cdot 3{,}6}{2} = 6{,}48$ (cm^2)
$A_3 = \frac{10{,}8 \cdot 3{,}6}{2} = 19{,}44$ (cm^2)
$A_4 = \frac{3{,}6 \cdot 4{,}8}{2} = 8{,}64$ (cm^2)
$A_5 = \frac{3{,}6 \cdot 4{,}8}{2} = 8{,}64$ (cm^2)
$A_{1-5} = 77{,}76$ (cm^2)

b) Seitenflächen:
$A = 2 \cdot 14{,}4 \cdot 4{,}8 + 2 \cdot 3{,}6 \cdot 4{,}8$
$= 172{,}8$ (cm^2)
Anteil (%):
$p = \frac{77{,}76}{172{,}80} = 0{,}45 = 45\,\%$

Regelmäßige Vielecke beschreiben und zeichnen

1 Hier ist das Bestimmungsdreieck eines regelmäßigen Vielecks abgebildet.

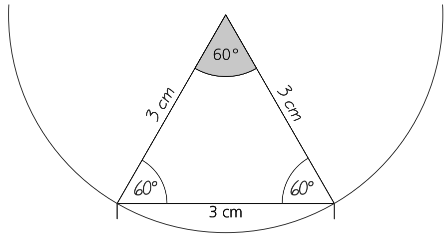
a) Wie heißt das Vieleck?

Regelmäßiges Sechseck

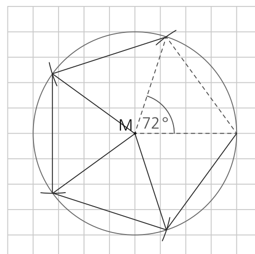
b) Bemaße alle Seiten und Winkel.

c) Zeichne, soweit es der Platz erlaubt, den Umkreis des Vielecks ein.

d) Der Umfang des Vielecks beträgt *18* cm.



2 Die angegebenen Schritte beschreiben, wie man ein regelmäßiges Fünfeck zeichnet. Überprüfe die Abfolge in ① und ②, zeichne dann entsprechend ③ und ④ das Vieleck.



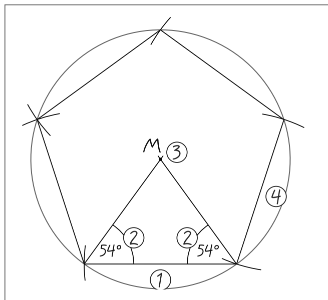
① Umkreis zeichnen

② Mittelpunktswinkel eintragen, Bestimmungsdreieck zeichnen

③ Seitenlängen am Umkreis abtragen

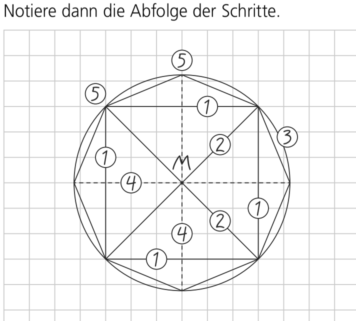
④ Eckpunkte verbinden

3 Zeichne ein regelmäßiges Fünfeck, bei dem die Seitenlänge a = 3 cm gegeben ist. Beschreibe dein Vorgehen.



① *Seite a = 3 cm zeichnen*
Mittelpunktswinkel: 72°
② *⇒ Basiswinkel: 54°*
Bestimmungsdreieck erstellen
③ *M ist Umkreismittelpunkt*
Umkreis zeichnen
④ *Seitenlängen abtragen*
Eckpunkte verbinden

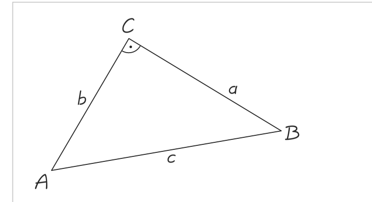
4 Zeichne ein regelmäßiges Achteck. Arbeite vorteilhaft, ohne Winkel anzutragen. Beginne wie angegeben. Notiere dann die Abfolge der Schritte.



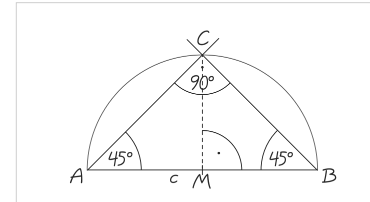
① *Regelmäßiges Viereck (Quadrat) mit a = 3 cm zeichnen.*
② *Diagonalen einzeichnen,*
M benennen
③ *Umkreis zeichnen*
④ *Mittellinien des Quadrats einzeichnen*
⑤ *Eckpunkte verbinden*

1 Rechtwinklige Dreiecke beschreiben und zeichnen

a) Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90°$) mit den Katheten a = 3,5 cm und b = 3 cm. Beschrifte Ecken und Seiten.



b) Zeichne mithilfe des Thaleskreises ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90°$) mit der Hypotenuse c = 4 cm. Notiere die Winkelgrößen.



2 Mit dem Satz des Pythagoras rechnen

a) Berechne die fehlenden Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck mit $\gamma = 90°$ (alle Maße in cm).

Seite a	Seite b	Seite c
16	*12*	20
60	11	61

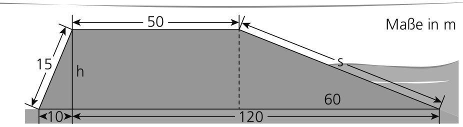
b) Zwei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 6 m und 4 m lang. Berechne die dritte Seite auf eine Kommastelle. Es gibt zwei Lösungen.

$c^2 = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} \approx 7{,}2$ (cm)

$a^2 (b^2) = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} \approx 4{,}5$ (cm)

3 Den Satz des Pythagoras anwenden

Hier sieht man den Querschnitt eines Deichs, der zum Schutz gegen die Fluten des Meeres gebaut wurde.



a) Berechne die Deichhöhe h. Runde auf Meter.

$h^2 = 15^2 - 10^2$

$h = \sqrt{125}$

$h \approx 11$ (cm)

b) Berechne die Länge der Seeseite s.

h = 11 m (Ergebnis aus a))

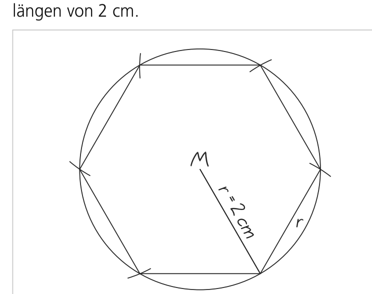
$s^2 = 11^2 + 60^2$

$s = \sqrt{3721}$

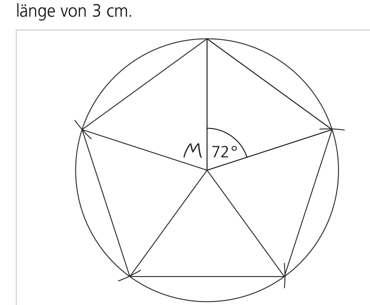
$s = 61$ (m)

4 Regelmäßige Vielecke zeichnen

a) Zeichne ein regelmäßiges Sechseck mit Seitenlängen von 2 cm.



b) Zeichne ein regelmäßiges Fünfeck mit einer Seitenlänge von 3 cm.



Terme umformen

1 Welche Terme einer Reihe sind jeweils wertgleich? Kreuze an.

a) ☒ $x : 2$ ☐ $x - \frac{1}{2}$ ☐ $\frac{2}{x}$ ☒ $0{,}5x$

b) ☒ $0{,}7y$ ☐ $\frac{10}{7}y$ ☒ $7y : 10$ ☒ $y \cdot \frac{7}{10}$

c) ☒ $3y : 4$ ☐ $y + \frac{3}{4}$ ☒ $y \cdot 0{,}75$ ☒ $\frac{3}{4}y$

d) ☒ $\frac{x}{5}$ ☒ $x \cdot 0{,}2$ ☒ $0{,}2 \cdot x$ ☐ $\frac{2}{100}x$

2 Löse die Klammern auf und fasse zusammen.

a) $7x - 4 \cdot 8 - 3 \cdot 4x + 12 : 4$
$= 7x - 32 - 12x + 3$
$= -5x - 29$

b) $56 : 8 - 24y : 2 - 13 + 9y$
$= 7 - 12y - 13 + 9y$
$= -3y - 6$

c) $4 + (2x - 1) \cdot 2 - 6 + 4x$
$= 4 + 4x - 2 - 6 + 4x$
$= 8x - 4$

d) $4 \cdot (2 - 1{,}5y) - 6y + 16 : 4$
$= 8 - 6y - 6y + 4$
$= -12y + 12$

e) $(10 - 12a) : 2 - (2a + 3{,}5) \cdot 2 - 1{,}5a$
$= 5 - 6a - 4a - 7 - 1{,}5a$
$= -11{,}5a - 2$

f) $(1 + \frac{1}{4}x) \cdot 8 - (6 - 3x) \cdot \frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}x$
$= 8 + 2x - 2 + x - 1{,}5x$
$= 1{,}5x + 6$

3 Multipliziere die Klammern aus und fasse zusammen.

a) $(x + 9) \cdot (6 + y)$
$= x \cdot 6 + x \cdot y + 9 \cdot 6 + 9 \cdot y$
$= 6x + 9y + xy + 54$

b) $(a + 2) \cdot (b - 1)$
$= a \cdot b - a \cdot 1 + 2 \cdot b - 2 \cdot 1$
$= -a + 2b + ab - 2$

c) $(x - 4) \cdot (y - 9)$
$= x \cdot y - x \cdot 9 - 4 \cdot y + 4 \cdot 9$
$= -9x - 4y + xy + 36$

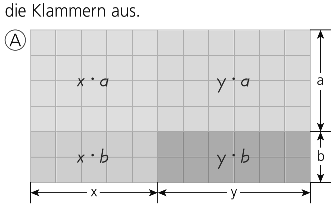
d) $(3x - 12) \cdot (5y + 6)$
$= 3x \cdot 5y + 3x \cdot 6 - 12 \cdot 5y - 12 \cdot 6$
$= 18x - 60y + 15xy - 72$

e) $(2 - 5a) \cdot (4 - 5b)$
$= 2 \cdot 4 - 2 \cdot 5b - 5a \cdot 4 + 5a \cdot 5b$
$= -20a - 10b + 25ab + 8$

f) $(2x - y) \cdot (a - 3b)$
$= 2x \cdot a - 2x \cdot 3b \cdot y \cdot a + y \cdot 3b$
$= 2ax - 6bx - ay + 3by$

4 a) Ergänze zuerst die fehlenden Angaben zur Berechnung der Flächeninhalte von Ⓐ und Ⓑ, multipliziere dann die Klammern aus.

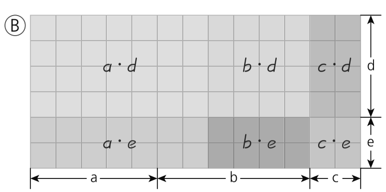
Ⓐ



$(x + y) \cdot (a + b)$

$= xa + xb + ya + yb$

Ⓑ



$(a + b + c) \cdot (e + d)$

$= ae + ad + be + bd + ce + cd$

b) Überprüfe, ob die einzelnen Elemente in a) alle Teilflächen der Figuren Ⓐ und Ⓑ beinhalten. Trage dazu in die jeweiligen Felder ein.

Gleichungen wertgleich umformen und lösen

1 Bringe die Umformungsschritte in die richtige Reihenfolge und ergänze.

$22x - 6 = 30 + 10x$	$\mid -10x$	$40x - (2 + 6x) \cdot 3 = 34 - 4 \cdot (1 - 2{,}5x)$
$40x - 6 - 18x = 34 - 4 + 10x$		$40x - (6 + 18x) = 34 - (4 - 10x)$
$12x = 36$	$\mid : 12$	$40x - 6 - 18x = 34 - 4 + 10x$
$40x - (2 + 6x) \cdot 3 = 34 - 4 \cdot (1 - 2{,}5x)$		$22x - 6 = 30 + 10x \quad \mid -10x$
$x = 3$		$12x - 6 = 30 \quad \mid +6$
$40x - (6 + 18x) = 34 - (4 - 10x)$		$12x = 36 \quad \mid : 12$
$12x - 6 = 30$	$\mid +6$	$x = 3$

2 Fülle die Lücken.

a) $(2x - 2) \cdot 8 - 28 = 48 + 2 \cdot (3x - 1)$
$(16x - 16) - 28 = 48 + (6x - 2)$
$16x - 16 - 28 = 48 + 6x - 2$
$16x - 44 = 46 + 6x \quad \mid -6x$
$10x - 44 = 46 \quad \mid +44$
$10x = 90 \quad \mid : 10$
$x = 9$

b) $4x + 28 - 4 \cdot (4x + 8) = 80 - 40x$
$4x + 28 - (16x + 32) = 80 - 40x$
$4x + 28 - 16x - 32 = 80 - 40x$
$-12x - 4 = 80 - 40x \quad \mid +40x$
$28x - 4 = 80 \quad \mid +4$
$28x = 84 \quad \mid : 28$
$x = 3$

3 Nummeriere die Umformungsschritte in der richtigen Reihenfolge und vervollständige sie.

3 $14x - 36 - 12x = 36 - 2x + 8$

2 $\frac{4 \cdot (14x - 36)}{4} - 4 \cdot 3x = 4 \cdot 9 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (2x - 8)$

6 $4x = 80 \quad \mid : 4$

4 $2x - 36 = 44 - 2x \quad \mid +2x$

7 $x = 20$

1 $\frac{14x - 36}{4} - 3x = 9 - \frac{1}{4} \cdot (2x - 8) \quad \mid \cdot 4$

5 $4x - 36 = 44 \quad \mid +36$

4 Ergänze die Lücken.

a) $\frac{3x + 7}{4} - 3 = \frac{4x - 8}{5} \quad \mid \cdot 20$
$\frac{20 \cdot (3x + 7)}{4} - 20 \cdot 3 = \frac{20 \cdot (4x - 8)}{5}$
$5 \cdot (3x + 7) - 60 = 4 \cdot (4x - 8)$
$15x + 35 - 60 = 16x - 32$
$15x - 25 = 16x - 32 \quad \mid -16x$
$-x - 25 = -32 \quad \mid +25$
$-x = -7 \quad \mid \cdot (-1)$
$x = 7$

b) $\frac{2x - 2}{3} = -2 + \frac{4x - 8}{5} \quad \mid \cdot 15$
$\frac{15 \cdot (2x - 2)}{3} = 15 \cdot (-2) + \frac{15 \cdot (4x - 8)}{5}$
$5 \cdot (2x - 2) = -30 + 3 \cdot (4x - 8)$
$10x - 10 = -30 + 12x - 24$
$10x - 10 = -54 + 12x \quad \mid -12x$
$-2x - 10 = -54 \quad \mid +10$
$-2x = -44 \quad \mid : (-2)$
$x = 22$

Gleichungen aufstellen und lösen

1 In der Jahrgangsstufe 9 hatten im Januar $\frac{1}{4}$ aller Mädchen einen Ausbildungsvertrag als Kauffrau, $\frac{1}{3}$ als Friseurin und $\frac{1}{6}$ als Mechatronikerin abgeschlossen. Sechs Mädchen hatten zu diesem Zeitpunkt noch keinen Ausbildungsplatz.

a) Trage die Angaben des Textes in die Tabelle ein.

	Kauffrau	Friseurin	Mechatronikerin	ohne Ausbildungsplatz
Anzahl Mädchen	$\frac{1}{4}x$	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{6}x$	6
Mädchen insgesamt	x			

b) Berechne mithilfe einer Gleichung die Gesamtzahl der Mädchen und wie viele Mädchen sich für die genannten Ausbildungsberufe entschieden haben.

Gleichung:

$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x + 6 = x \quad | \cdot 12$

$3x + 4x + 2x + 72 = 12x$

$9x + 72 = 12x \quad | -9x$

$72 = 3x \quad | :3$

$24 = x$

Anzahl Mädchen insgesamt: 24

Zahl der Mädchen in den Ausbildungsberufen

Kauffrau: 6

Friseurin: 8

Mechatronikerin: 4

2

Für ein Musical wurden an einem Abend Karten in drei Preiskategorien verkauft. Ein Platz kostete in Kategorie I (420 verkaufte Karten) eineinhalbmal so viel wie in Kategorie III (655 verkaufte Karten). In der Kategorie II (710 verkaufte Karten) kostete ein Platz 22 € mehr als in Kategorie III. Die Gesamteinnahme betrug 155 270 €.
Stelle mithilfe einer Tabelle eine Gleichung auf und berechne die Preise pro Kategorie.

	Preiskat. I	Preiskat. II	Preiskat. III
Anzahl Karten	420	710	655
Preis pro Karte (€)	1,5x	x + 22	x
Gesamteinnahmen	155 270		
Gleichung	420 · 1,5x + 710 · (x + 22) + 655x = 155 270		

$630x + 710x + 15\,620 + 655x = 155\,270$

$1\,995x + 15\,620 = 155\,270 \quad | -15\,620$

$1\,995x = 139\,650 \quad | :1\,995$

$x = 70$

Preiskat. I: 105 € Preiskat. II: 92 € Preiskat. III: 70 €

Gleichungen mit einer Variablen im Nenner lösen

1 Gib für die Gleichungen die Definitionsmenge an.

a)	b)	c)	d)
$\frac{4}{x} = 12$	$\frac{6}{3x} = \frac{1}{2}$	$8 - \frac{2}{x-7} = 6$	$\frac{25}{4x+8} = 0,8$
$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$D = \mathbb{Q} \setminus \{7\}$	$D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$

2 a) Bringe das Ablaufschema durch Nummerierung in der richtigen Reihenfolge.

2 Mit Hauptnenner multiplizieren und kürzen

3 Variable schrittweise isolieren

1 Definitionsmenge bestimmen

4 Lösung bestimmen und mit Definitionsmenge vergleichen

b) Löse die Gleichungen schrittweise.

Ⓐ $\frac{3}{5} + \frac{4}{5x} = 1 \quad | \cdot 5x \qquad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{{}^1\cancel{5}x \cdot 3}{{}_1\cancel{5}} + \frac{{}^1\cancel{5x} \cdot 4}{{}_1\cancel{5x}} = 5x \cdot 1$

$3x + 4 = 5x \quad | -3x$

$4 = 2x \quad | :2$

$2 = x \qquad L = \{2\}$

Ⓑ $\frac{5}{2x} = 3 - \frac{1}{2x} \quad | \cdot 2x \qquad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{{}^1\cancel{2x} \cdot 5}{{}_1\cancel{2x}} = 2x \cdot 3 - \frac{{}^1\cancel{2x} \cdot 1}{{}_1\cancel{2x}}$

$5 = 6x - 1 \quad | +1$

$6 = 6x \quad | :6$

$1 = x \qquad L = \{1\}$

3 Bestimme den Definitionsbereich und löse.

a) $\frac{4}{x} = \frac{3}{x-2} \qquad D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

$4 \cdot (x-2) = 3 \cdot x$

$4x - 8 = 3x \quad | -3x$

$x - 8 = 0 \quad | +8$

$x = 8$

$L = \{8\}$

b) $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x-2} \qquad D = \mathbb{Q} \setminus \{3; 2\}$

$2 \cdot (x-2) = 3 \cdot (x-3)$

$2x - 4 = 3x - 6 \quad | -2x$

$-4 = x - 6 \quad | +6$

$2 = x$

$L = \{\emptyset\}$

4 Stelle eine Gleichung auf, bestimme den Definitionsbereich und löse.

Wenn man 5 durch die Differenz einer Zahl und 1 dividiert, erhält man ebenso viel, wie wenn man den Quotienten aus 15 und der Summe aus dem Doppelten der Zahl und 3 bildet.

$\frac{5}{x-1} = \frac{15}{2x+3} \qquad D = \mathbb{Q} \setminus \{1; -1,5\}$

$5 \cdot (2x+3) = 15 \cdot (x-1)$

$10x + 15 = 15x - 15 \quad | -10x$

$15 = 5x - 15 \quad | +15$

$30 = 5x \quad | :5$

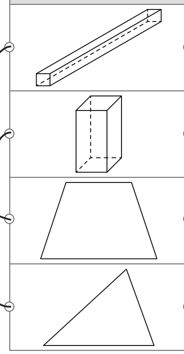
$6 = x$

Mit Formeln aus der Geometrie rechnen

1 Verbinde Sachaufgabe, dazugehörige Skizze und passende Formel.

Sachaufgaben
Berechne die Höhe eines Dreiecks, das einen Flächeninhalt von 31,04 cm^2 und eine Grundlinie von 9,7 cm Länge hat.
Ein Trapez hat einen Flächeninhalt von 11 m^2. Die parallelen Seiten messen 4,50m und 3,50 m. Berechne die Höhe.
Ein Holzbalken ist 17 m lang, 18 cm breit und 16 cm hoch. Wie viele m^3 Holz wurden mindestens verarbeitet?
Wie viel Draht benötigt man für ein Kantenmodell eines 6 cm breiten, 8 cm langen und 12 cm hohen Quaders?

Skizzen

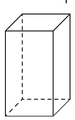


Formeln
$A = \frac{g \cdot h}{2}$
$V = a \cdot b \cdot c$
$k = 4 \cdot (a + b + c)$
$A = a \cdot h$
$V = a \cdot a \cdot a$
$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

2 Berechne mithilfe der passenden Formel den fehlenden Wert.

	a)	b)	c)	d)
	Quader	dreiseitiges Prisma	Zylinder	Zylinder
Höhe$_{Körper}$	3,5 cm	*8 dm*	0,6 m	3,4 cm
Grundfläche	*22 cm^2*	3,9 dm^2	*0,785 m^2*	50,25 cm^2
Volumen	77 cm^3	31,2 dm^3	0,471 m^3	*170,85 cm^3*

3 Notiere die passende Formel und berechne die fehlende Größe.

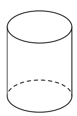
a) 

$V = 162\ cm^3$
$h_K = 8$ cm
a = ■

$V = a \cdot a \cdot h_K$

$162 = a \cdot a \cdot 8$

$\Rightarrow a = 4{,}5$ cm

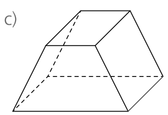
b) 

d = 8 cm
$V = 251{,}2\ cm^3$
h_K = ■

$V = r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot h_K$

$251{,}2 = 4 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot h_K$

$\Rightarrow h_K = 5$ cm

c) 

$V = 720\ cm^3$
a = 14 cm
c = 6 cm
h = 8 cm
h_K = ■

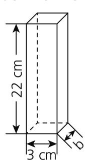
$V = \frac{a + c}{2} \cdot h \cdot h_K$

$720 = \frac{14 + 6}{2} \cdot 8 \cdot h_K$

$\Rightarrow h_K = 9$ (cm)

4 Berechne mithilfe der passenden Formel.

a) Der Quader hat ein Volumen von 264 cm^3. Berechne die Breite.

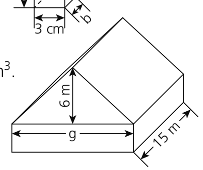


$V = a \cdot b \cdot h_K$

$264 = 3 \cdot b \cdot 22$

$\Rightarrow b = 4$ cm

b) Der Dachraum hat ein Volumen von 580,50 cm^3. Wie breit ist er?



$V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot h_K$

$580{,}5 = \frac{g \cdot 6}{2} \cdot 15$

$\Rightarrow g = 12{,}9$ m

Gleichungssysteme verschiedenartig lösen

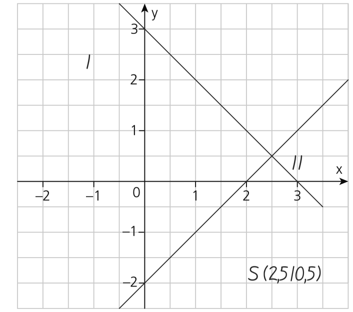
1 a) Forme jeweils in die Form y = mx + t um.

I $2x + 2y = 6$ II $2x - 2y = 4$

I $2x + 2y = 6$ | $-2x$
$2y = -2x + 6$ | $:2$
$y = -x + 3$

II $2x - 2y = 4$ | $-2x$
$-2y = -2x + 4$ | $:(-2)$
$y = x - 2$

b) Ermittle den Schnittpunkt zeichnerisch.



2 Kreuze an, welches Lösungsverfahren jeweils am günstigsten ist.

	a)	b)	c)
Gleichungssystem	I 3 = 4x + 9y II x = 5y + 2	I 10x + 2y = 40 II 6x – 2y = 24	I y = 2x + 7 II y = –3x – 3
Gleichsetzungsverfahren	☐	☐	☒
Einsetzungsverfahren	☒	☐	☐
Additionsverfahren	☐	☒	☐

3 Löse das lineare Gleichungssystem mithilfe des angegebenen Verfahrens.

a) Gleichsetzungsverfahren

I $3y = 2x - 9$
II $3y = -x + 9$

I = II:
$2x - 9 = -x + 9$ | $+x$
$3x - 9 = 9$ | $+9$
$3x = 18$ | $:3$
$x = 6$

x = 6 in I:
$3y = 2 \cdot 6 - 9$
$3y = 3$ | $:3$
$y = 1$

L: (6|1)

b) Einsetzungsverfahren

I $4y - 14 = x$
II $2x + 3y - 5 = 0$

I in II:
$2 \cdot (4y - 14) + 3y - 5 = 0$
$8y - 28 + 3y - 5 = 0$
$11y - 33 = 0$ | $+33$
$11y = 33$ | $:11$
$y = 3$

y = 3 in I:
$4 \cdot 3 - 14 = x$
$-2 = x$

L: (-2|3)

c) Additionsverfahren

I $12x + 9y = 87$
II $-12x + 16y = -12$

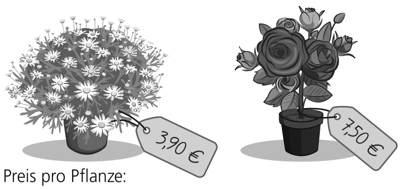
I + II:
$25y = 75$ | $:25$
$y = 3$

y = 3 in I:
$12x + 9 \cdot 3 = 87$
$12x + 27 = 87$ | -27
$12x = 60$ | $:12$
$x = 5$

L: (5|3)

Sachaufgaben mit Gleichungssystemen lösen

1 Herr Blume kauft im Frühjahr zur Gartenbepflanzung bei der Gärtnerei „Creativ in Grün" 5 Margeriten und 3 Rosenstöcke für insgesamt 42 €. Frau Öcan zahlt für 7 Rosenstöcke und 5 Margeriten 72 €.
Berechne jeweils den Preis pro Pflanze.



Preis pro Pflanze:

Margariten: 3,90 €

Rosenstock: 7,50 €

Preis Margerite: x Preis Rosenstock: y

I $5x + 3y = 42$ ⇒ I $5x = 42 - 3y$
II $5x + 7y = 72$ ⇒ II $5x = 72 - 7y$

I = II: $42 - 3y = 72 - 7y$ | $+7y$
$42 + 4y = 72$ | -42
$4y = 30$ | $:4$
$y = 7{,}5$

$y = 7{,}5$ in I: $5x = 42 - 3 \cdot 7{,}5$ | $:5$
$x = 3{,}9$

2 Auf einem Grillfest trinkt jedes Kind im Durchschnitt 3 Getränke und isst 2 Würstchen. Die Erwachsenen trinken hingegen jeweils 4 Getränke und essen jeweils 1 Würstchen. Es werden insgesamt 110 Getränke und 45 Würstchen verzehrt.

a) Welches Gleichungssystem passt zu diesem Sachverhalt, wenn x die Anzahl der Kinder und y die Anzahl der Erwachsenen ist? Kreuze an.

A ☐	I $3x + 2y = 45$ II $4y + 2x = 110$	B ☐	I $3x + 2y = 45$ II $4y + 2x = 110$
C ☒	I $2x + y = 45$ II $3x + 4y = 110$	D ☐	I $3x + 2y = 45$ II $4y + 2x = 110$

b) Berechne jeweils die Anzahl der Kinder sowie die der Erwachsenen mit einem Verfahren deiner Wahl.

I $2x + y = 45$ ⇒ I $y = 45 - 2x$
II $3x + 4y = 110$

I in II: $3x + 4 \cdot (45 - 2x) = 110$
$3x + 180 - 8x = 110$ | -180
$-5x = -70$ | $:(-5)$
$x = 14$

$x = 14$ in I: $y = 45 - 2 \cdot 14 = 17$
Anzahl Kinder: 14
Anzahl Erwachsene: 17

3 Während ihres Jugendherbergsaufenthalts unternahmen die beiden Klassen M9a/b eine gemeinsame Kanufahrt. Berechne die Tagespreise für die Dreier und Vierer-Kanus mithilfe eines Gleichungssystems.

	M9a	M9b
	Anzahl	Anzahl
	4	5
	2	1
Kosten	350 €	355 €

Preis 4er-Kanu: x Preis 3er-Kanu: y

I $4x + 2y = 350$
II $5x + y = 355$ ⇒ $y = 355 - 5x$

II in I: $4x + 2 \cdot (355 - 5x) = 350$
$4x + 710 - 10x = 350$ | -710
$-6x = -360$ | $:(-6)$
$x = 60$

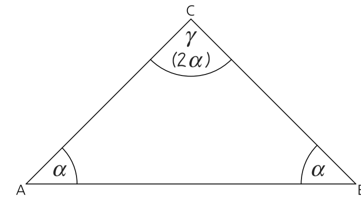
$x = 60$ in II:
$y = 355 - 5 \cdot 60 = 55$

Preis 4er-Kanu: 60 €
Preis 3er-Kanu: 55 €

Geometrieaufgaben mit Gleichungssystemen lösen

1 In einem gleichschenkligen Dreieck ist der Winkel γ an der Spitze doppelt so groß wie der Basiswinkel α.

a) Ergänze die Skizze entsprechend der Textaussagen.



b) Berechne die Größe der Winkel im Dreieck.

I $2\alpha + \gamma = 180$
II $\gamma = 2 \cdot \alpha$

II in I: $2\alpha + 2\alpha = 180$
$4\alpha = 180$ | $:4$
$\alpha = 45$

$\alpha = 45$ in II:
$\gamma = 2 \cdot 45 = 90$

Basiswinkel: $\alpha = \beta = 45°$

Winkel an der Spitze: $\gamma = 90°$

2 Sabine fertigt aus einem 100 cm langen Draht einen rechteckigen Rahmen. Benachbarte Seiten sollen sich um 10 cm unterscheiden.
Welche Seitenlängen muss Sabine wählen?

b) Ergänze zu einem vollständigen Gleichungssystem.

I $2a + 2b =$ 100 II $a =$ $b + 10$

c) Löse das Gleichungssystem und beantworte die Rechenfrage.

I $2a + 2b = 100$
II $a = b + 10$

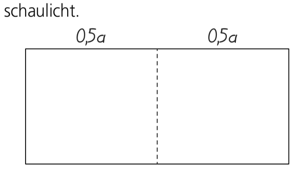
II in I: $2 \cdot (b + 10) + 2b = 100$
$2b + 20 + 2b = 100$
$4b + 20 = 100$ | -20
$4b = 80$ | $:4$
$b = 20$

$b = 20$ in II:
$a = 20 + 10 = 30$

Seitenlängen: $a = 30$ cm
$b = 20$ cm

3 Bei einem Rechteck mit dem Umfang 40 cm werden die beiden längeren Seiten halbiert. Es entstehen zwei kleinere Rechtecke mit jeweils einem Umfang von 28 cm. Wie lang und breit war das ursprüngliche Rechteck?

a) Ergänze die Skizze so, dass sie den Text veranschaulicht.



b) Berechne mithilfe eines Gleichungssystems Länge und Breite des ursprünglichen Rechtecks.

I $2a + 2b = 40$
II $a + 2b = 28$ ⇒ $a = 28 - 2b$

II in I: $2 \cdot (28 - 2b) + 2b = 40$
$56 - 4b + 2b = 40$ | -56
$56 - 2b = 40$ | $:(-2)$
⇒ $b = 8$

$b = 8$ in II:
$a = 28 - 2 \cdot 8 = 12$

Seitenlängen: $a = 12$ cm; $b = 8$ cm

Lösungsmengen von reinquadratischen Gleichungen bestimmen

1 Bestimme die Lösungsmenge im Kopf.

	a)	b)	c)	d)	e)
Gleichung	$x^2 = 49$	$x^2 = 81$	$y^2 = 144$	$y^2 - 16 = 0$	$-x^2 = -100$
Lösungen (L)	L = { 7 | −7 }	L = {9 | −9}	L = {12 | −12}	L = {4 | −4}	L = {10 | −10}

2 Ergänze die Lücken.

a) $2{,}5x^2 - 6 = 4$ | + 6
$2{,}5x^2 = 10$ | : 2,5
$x^2 = 4$ | $\sqrt{\ }$
$x_{1/2} = \pm\sqrt{4}$
$x_1 = 2$ $x_2 = -2$
L = {2; −2}

b) $40 - 2x^2 = -58$ | − 40
$-2x^2 = -98$ | : (−2)
$x^2 = 49$
$x_{1/2} = \pm\sqrt{49}$
$x_1 = 7$ $x_2 = -7$
L = {7; −7}

3 Begründe durch Rechnung, ob die Gleichung keine, eine oder zwei Lösungen haben.

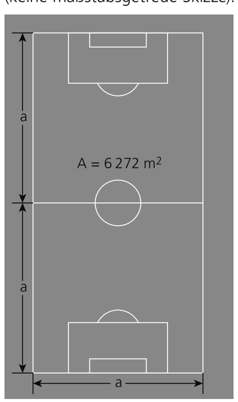
a) $x^2 + 5 = 4$
$x^2 + 5 = 4$ | − 5
$x^2 = -1$
$x^2 < 0$
keine Lösung

b) $5x^2 + 7 = 5$
$5x^2 + 7 = 5$ | − 7
$5x^2 = -2$ | : 5
$x^2 = -0{,}4$
$x^2 < 0$
keine Lösung

c) $16x^2 = 0$
$16x^2 = 0$ | : 16
$x^2 = 0$
eine Lösung
L = {0}

d) $-5x^2 = -20$
$-5x^2 = -20$ | : (−5)
$x^2 = 4$ | $\sqrt{\ }$
$x^2 > 0$
zwei Lösungen
L = {2 | −2}

4 Berechne mithilfe einer Gleichung die Maße des Fußballfelds (keine maßstabsgetreue Skizze).



Flächeninhalt halbes Fußballfeld:
$6272\ m^2 : 2 = 3136\ m^2$

Seitenlänge a halbes Fußballfeld (Quadrat):
$a \cdot a = 3136$ | $\sqrt{\ }$
$a_{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{3136}$
$a_1 = 56$; $a_2 = -56$

Ein negatives Ergebnis ist hier sinnlos.
Die Seitenlängen für ein halbes Fußballfeld betragen 56 m.
Seitenlängen ganzes Fußballfeld:
Länge: 56 m · 2 = 112 m Breite: 56 m

Am Ziel!

1 Gleichungen wertgleich umformen und lösen

a) $\frac{1}{2} \cdot (5x - 2{,}5) + 20 = \frac{1}{4} \cdot (x - 34) + 0{,}25$

$2{,}5x - 1{,}25 + 20 = 0{,}25x - 8{,}5 + 0{,}25$
$2{,}5x + 18{,}75 = 0{,}25x - 8{,}25$ | − 0,25x
$2{,}25x + 18{,}75 = -8{,}25$ | − 18,75
$2{,}25x = -27$ | : 2,25
$x = -12$

b) $\frac{4x - 2}{3} = \frac{12 + 4x}{2}$ | · 6

$\frac{{}^2\cancel{6} \cdot (4x - 2)}{\cancel{3}_1} = \frac{{}^3\cancel{6} \cdot (12 + 4x)}{\cancel{2}_1}$
$2 \cdot (4x - 2) = 3 \cdot (12 + 4x)$
$8x - 4 = 36 + 12x$ | − 8x
$-4 = 36 + 4x$ | − 36
$-40 = 4x$ | : 4
$-10 = x$

2 Gleichungen mit einer Variablen im Nenner lösen

a) Bestimme den Definitionsbereich D.

$\frac{2}{x + 1} = \frac{1}{2x - 4}$ D = $\mathbb{Q} \setminus \{-1; 2\}$

$x + 1 = 0$ | − 1
$x = -1$

$2x - 4 = 0$ | + 4
$2x = -4$ | : 2
$x = -2$

b) Löse die Gleichung von a).

$\frac{2}{x + 1} = \frac{1}{2x - 4}$
$2 \cdot (2x - 4) = 1 \cdot (x + 1)$
$4x - 8 = x + 1$ | −x
$3x - 8 = 1$ | + 8
$3x = 9$ | : 3
$x = 3$

3 Gleichungssysteme aufstellen und lösen

a) Forme das Gleichungssystem so um, dass man es mit dem Gleichsetzungsverfahren lösen kann.

I $4y = 8x + 8$ II $14x - 10y = -1$

$4y = 8x + 8$ | · 5
$20y = 40x + 40$

$14x - 10y = -1$ | −14x
$-10y = -1 - 14x$ | · (−2)
$-20y = -2 - 28x$

b) Stelle zur Lösung ein Gleichungssystem auf. Bei einem Basketballspiel sind insgesamt 56 Körbe geworfen worden. Mannschaft A hat 6 Körbe weniger geworfen als Mannschaft B. Wie viele Körbe haben die Mannschaften jeweils geworfen?

Mannschaft A: x Mannschaft B: y
I $x + y = 56$
II $x = y - 6$

4 Reinquadratische Gleichungen lösen

a) Bestimme die Lösungsmenge.

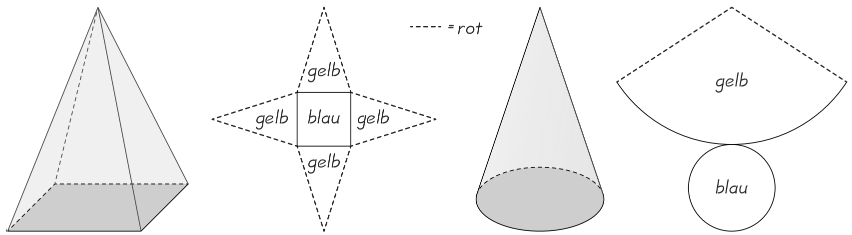
$5x^2 + 15 = 420$ | −15
$5x^2 = 405$ | : 5
$x^2 = 81$ | $\sqrt{\ }$
$x_{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{81}$ L = {9; −9}

b) Bestimme jeweils die Anzahl der Lösungen.

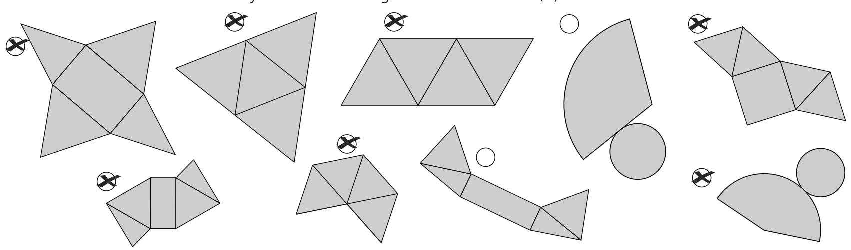
$4x^2 = -16$ $x < 0$ keine Lösung
$2x^2 = 50$ $x > 0$ zwei Lösungen
$9y^2 - 3 = 3$ $x = 0$ eine Lösung

Pyramiden und Kegel untersuchen und beschreiben

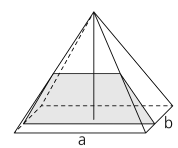
1 Färbe die Flächen und Kanten an Pyramide und Kegel jeweils entsprechend im Netz.



2 Aus welchen Netzen lassen sich Pyramiden bzw. Kegel falten? Kreuze an (X).



3 a) Die Pyramide wird parallel zur Seite a und senkrecht zur Grundfläche durch zwei Kanten geschnitten. Welche Vierecksform hat die Schnittfläche?



Trapez (gleichschenklig)

b) Fülle entsprechend aus.

Schnitt senkrecht zur Grundfläche, durch die Spitze zur Diagonale	Schnitt parallel zur Grundfläche auf halber Höhe
Schnittfläche: *gleichschenkliges Dreieck*	Schnittfläche: *Rechteck*

4 a) Wahr oder falsch? Kreuze an.

		w	f
A	Ein Kegel ist ein Spitzkörper.	X	
B	Pyramiden werden nach der Form ihrer Grundfläche benannt.	X	
C	Ein Kegel hat eine Kante und keine Ecke.	X	
D	Ein Kegelmantel ergibt ausgebreitet ein Rechteck.		X
E	Wird eine quadratische Pyramide senkrecht zur Grundfläche durch die Spitze geschnitten, ist die Schnittfläche ein Quadrat.		X

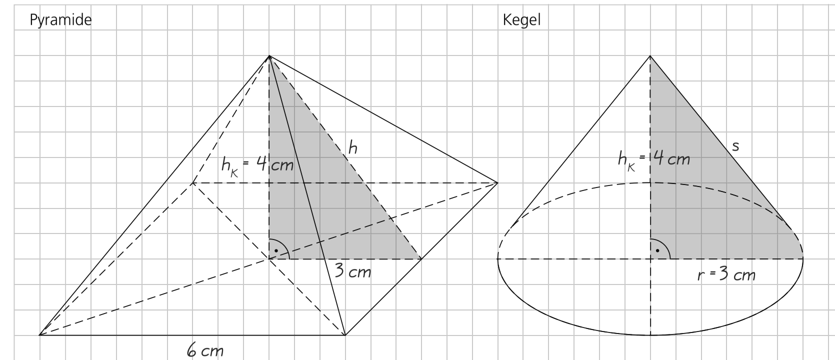
b) Korrigiere die falschen Aussagen:

D Ein Kegelmantel ergibt ausgebreitet einen Kreissektor.

E Wird eine quadratische Pyramide senkrecht zur Grundfläche durch die Spitze geschnitten, ist die Schnittfläche ein gleichschenkliges Dreieck.

Schrägbildskizzen von Pyramide und Kegel zeichnen

1 a) Ergänze die Grundflächen zu Schrägbildskizzen einer quadratischen Pyramide (a = 6 cm; h_K = 4 cm) bzw. eines Kegels (r = 3cm; h_K = 4 cm).



b) Zeichne jeweils in die Sizzen ein Teildreieck so ein, dass du die Höhe h eines Seitendreiecks der Pyramide bzw. die Seitenlinie s des Kegels berechnen kannst (Satz des Pythagoras). Rechne ohne Taschenrechner.

Seitenhöhe $h_{Pyramide}$

$h_\Delta = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25}$

$= 5$ (cm)

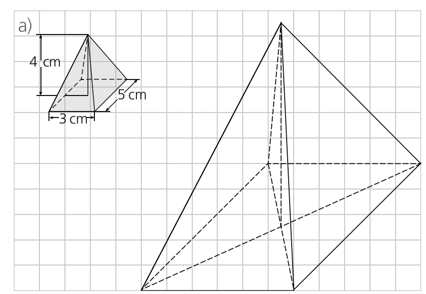
Seitenlinie s_{Kegel}

$s = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25}$

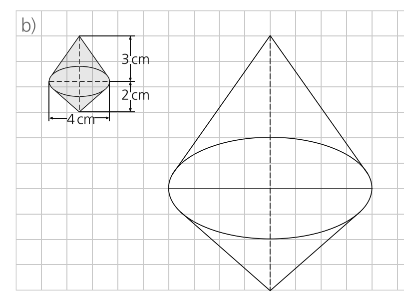
$= 5$ (cm)

2 Zeichne nach den Vorgaben Schrägbildskizzen (Längen nach hinten gekürzt: 1 cm ≙ Karodiagonale). Beginne jeweils an der roten Linie.

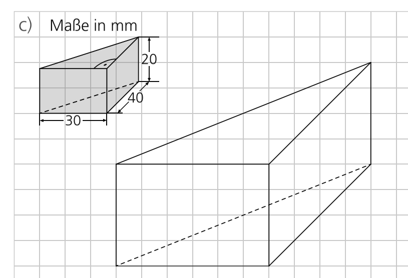
a)



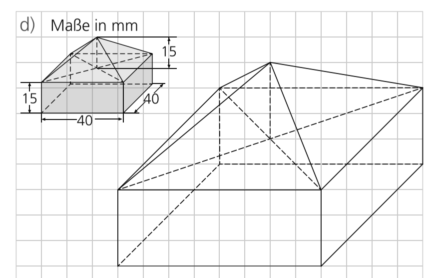
b)



c) Maße in mm



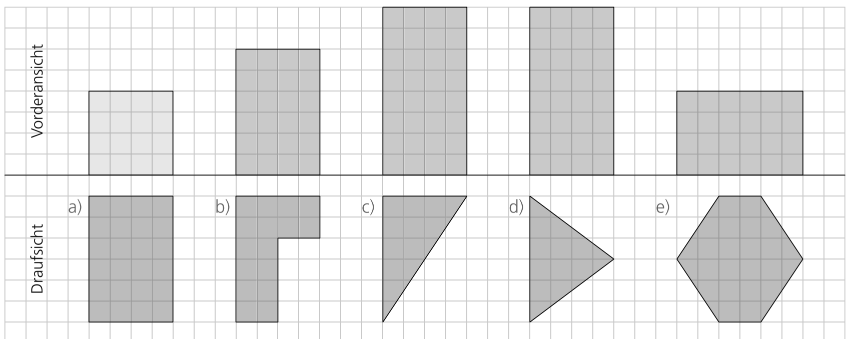
d) Maße in mm



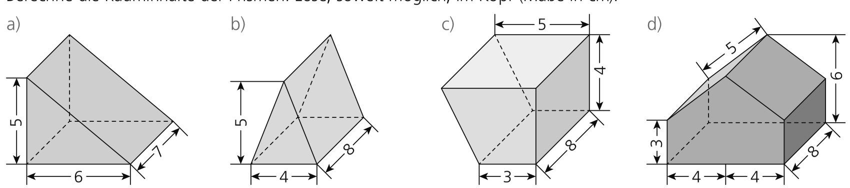
Volumen von Prismen berechnen

1 Alle Prismen sollen ein Volumen von 12 cm^3 haben. Ergänze zuerst die Tabelle. Zeichne dann dazu jeweils die passende Vorderansicht.

Prisma	a)	b)	c)	d)	e)
Grundfläche	6 cm^2	*4 cm^2*	*3 cm^2*	*3 cm^2*	6 cm^2
Körperhöhe	2 cm	*3 cm*	*4 cm*	*4 cm*	2 cm
Volumen	12 cm^3	*12 cm^3*	*12 cm^3*	*12 cm^3*	12 cm^3

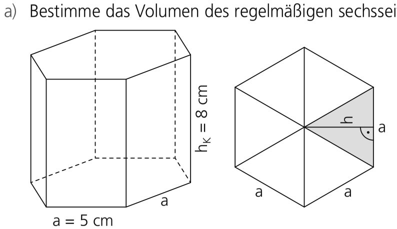


2 Berechne die Rauminhalte der Prismen. Löse, soweit möglich, im Kopf (Maße in cm).



a) V = *105 cm^3* b) V = *80 cm^3* c) V = *128 cm^3* d) V = *288 cm^3*

3 a) Bestimme das Volumen des regelmäßigen sechsseitigen Prismas. Runde das Endergebnis auf ganze cm^3.



$A_G = 6 \cdot \frac{a}{2} \cdot h$ *$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$*

$= 6 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2}\sqrt{3} = \frac{75}{2}\sqrt{3}$

$V = A_G \cdot h_K$

$= \frac{75}{2}\sqrt{3} \cdot 8 \approx 520\ (cm^3)$

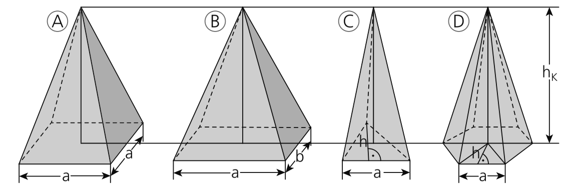
b) In das Prisma wird eine Pyramide mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe eingesetzt. Wie groß ist ihr Volumen? Begründe dein Ergebnis.

Bei gleicher Grundfläche und gleicher Körperhöhe gilt:

$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot V_{Pr} \Rightarrow V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 520 \approx 173\ (cm^3)$

Volumen von Pyramiden berechnen

1 a) Mit welcher Formel lässt sich das Volumen der jeweiligen Pyramide berechnen. Ordne zu.



① $V = \frac{a \cdot h}{2} \cdot h_K : 3$ — *C*

② $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h_K$ — *A*

③ $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a \cdot h}{2} \cdot 6 \cdot h_K$ — *D*

④ $V = a \cdot b \cdot h_K : 3$ — *B*

b) Welche allgemeine Formel würde für die Volumenberechnung aller Pyramiden passen? Trage ein.

$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot$ *Grundflächeninhalt $\cdot h_K$*

2 Berechne das Volumen folgender Pyramiden. (Maße in cm)

① Rechteckige Grundfläche $a = 24;\ b = 18;\ h_K = 21$	② Dreieckige Grundfläche $g = 6{,}6;\ h = 3{,}2;\ h_K = 9{,}6$	③ Sechseckige Grundfläche $a = 6;\ h = 5{,}2;\ h_K = 9$
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$	*$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$*	*$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$*
$= \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h_K$	*$= \frac{1}{3} \cdot \frac{g \cdot h}{2} \cdot h_K$*	*$= \frac{1}{3} \cdot \frac{a \cdot h}{2} \cdot 6 \cdot h_K$*
$= \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 18 \cdot 21$	*$= \frac{1}{3} \cdot \frac{6{,}6 \cdot 3{,}2}{2} \cdot 9{,}6$*	*$= \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 6 \cdot 9$*
$= 3\,024\ (cm^3)$	*$= 33{,}792\ (cm^3)$*	*$= 280{,}8\ (cm^3)$*

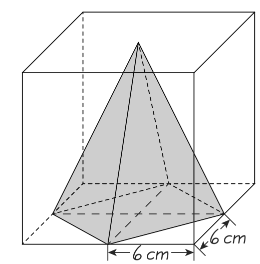
3 In einen Plastikwürfel (a = 12 cm) ist eine Pyramide eingesetzt. Die Pyramidenspitze stößt genau an den Mittelpunkt der oberen Würfelfläche. Die Eckpunkte der Pyramide treffen auf die jeweilige Mitte der Würfelkante. Berechne das Volumen der Pyramide. Trage wichtige Angaben in die Skizze ein und berechne fehlende Längen über den Satz des Pythagoras. Runde auf eine Dezimalstelle.

$Kante_{Pyramide} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$

$\approx 8{,}5\ (cm)$

$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot 8{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot 12$

$= 289\ (cm^3)$



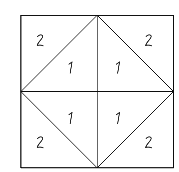
4 Galina behauptet: „In Aufgabe 3 brauche ich gar keinen Pythagoras. Die Grundfläche der Pyramide ist doch die Hälfte der Grundfläche des Würfels." Hat sie recht? Erkläre es an einer Skizze.

Galina hat recht. An der Skizze kann man es nachweisen:

Die Dreiecke 1 sind mit den Dreiecken 2 deckungsgleich.

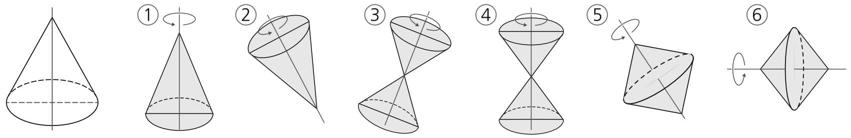
$\Rightarrow G_{Py} = \frac{1}{2} \cdot G_{Würfel}$ $\Rightarrow G_{Py} = 12 \cdot 12 : 2 = 72\ (cm^2)$

$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 72 \cdot 12 = 288\ (cm^3)$



Volumen von Kegeln berechnen

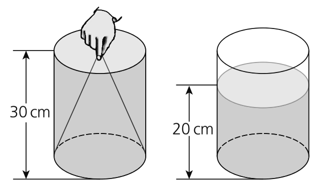
1 Bei den Figuren 1 bis 6 entstehen beim Drehen um die Achse kegelförmige Körper. Ergänze die Skizzen jeweils zum ganzen Drehkörper.



2 a) Ein gerader Kegel wird entlang seiner Achse halbiert. Welche Schnittfläche entsteht? *gleichschenkliges Dreieck*

b) Ein gerader Kegel wird parallel zur Grundfläche geschnitten. Welche Form hat die Schnittfläche? *Kreisfläche*

3 Der Kegel wird aus dem mit Wasser gefüllten Zylinder entfernt. Welche Aussage lässt sich ableiten? Kreuze an und begründe.



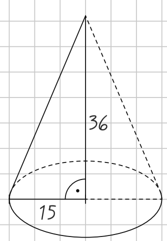
☐ $V_{Kegel} = \frac{2}{3} \cdot G \cdot h_K$

☒ $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Begründung:

Wenn der Kegel entfernt wird, sind noch $\frac{2}{3}$ der Flüssigkeit vorhanden. Das Volumen des Kegels ist also $\frac{1}{3}$ $V_{Zylinder}$.

4 Ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten a = 36 mm und b = 15 mm wird um die Kathete a gedreht. Zeichne eine Skizze des Drehkörpers, trage wichtige Maße ein und berechne sein Volumen.



$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

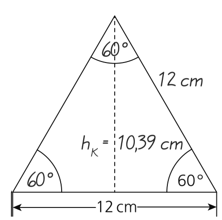
$= \frac{1}{3} \cdot r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot h_K$

$= \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 3{,}14 \cdot 36 = 8\,478\ (mm^3)$

5 Die Vorderansicht des Kegels ist gegeben. Clara behauptet, dass man nur mit diesen Angaben das Volumen des Kegels berechnen kann. Versuche es. Runde auf 2 Dezimalstellen.
Tipp: Wie groß sind wohl die anderen Winkel, wie lang dann die Seiten?

$h_K = \sqrt{12^2} - \sqrt{6^2}$
$= 108 \approx 10{,}39\ (cm)$

$V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}39$
$\approx 391{,}50\ (cm^3)$

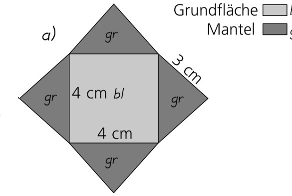


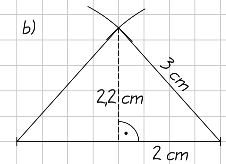
Oberflächeninhalt von Pyramiden berechnen

1 a) Färbe die Mantel- und die Grundfläche im Pyramidennetz, wie in der Abbildung angegeben.

b) Zeichne ein Seitendreieck und trage dessen Höhe ein.

c) Ermittle nun über den Satz des Pythagoras die Seitenhöhe des Dreiecks und berechne die Inhalte von Mantel und Oberfläche der Pyramide.





c) $h_\Delta = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} \approx 2{,}2\ (cm)$

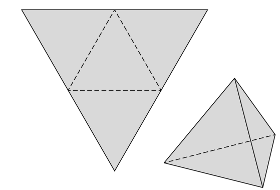
$M = 4 \cdot \frac{4 \cdot 2{,}2}{2} = 17{,}6\ (cm^2)$

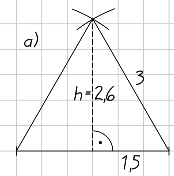
$O = M + G = 17{,}6 + 4 \cdot 4 = 33{,}6\ (cm^2)$

2 Aus diesem Netz mit vier gleichseitigen Dreiecken entsteht eine Pyramide besonderer Art, ein Tetraeder (tetra = vier).

a) Zeichne ein Seitendreieck (a = 3 cm). Trage die Höhe ein und überprüfe die Länge rechnerisch auf eine Dezimalstelle. Berechne dann den Oberflächeninhalt des Tetraeders.

b) Die Kanten des Tetraeders sind jeweils 6 cm lang. Berechne den Oberflächeninhalt.





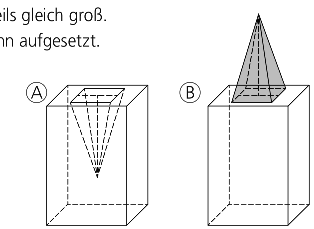
$h_\Delta = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{6{,}75} \approx 2{,}6\ (cm)$

$O = 4 \cdot \frac{3 \cdot 2{,}6}{2} = 15{,}6\ (cm^2)$

b) $h_\Delta = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5{,}2\ (cm)$

$O = 4 \cdot \frac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 62{,}4\ (cm^2)$

3 Der Quader und die Pyramide sind bei den Abbildungen Ⓐ und Ⓑ jeweils gleich groß. Einmal ist die Pyramide aus dem Quader herausgeschnitten, einmal auf ihn aufgesetzt.



a) Kreuze die richtige Antwort an.

☐ Der Oberflächeninhalt ist bei Körper A kleiner als bei Körper B.

☐ Der Oberflächeninhalt ist bei Körper A größer als bei Körper B.

☒ Der Oberflächeninhalt ist bei beiden Körpern gleich groß.

b) Wie beurteilst du die folgenden Rechenwege?

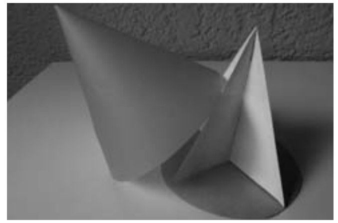
Frida: $O_{Körper} = O_{Quader} + O_{Pyramide} - 2 \cdot \text{Grundfläche}_{Pyramide}$

Oscar: $O_{Körper} = O_{Quader} + M_{Pyramide} - 1 \cdot \text{Grundfläche}_{Pyramide}$

Beide Rechenwege sind richtig. Oscar muss nur 1-mal die Grundfläche$_{Pyr.}$ abziehen, weil er nur den Mantel der Pyramide berechnet hat.

Oberflächeninhalt von Kegeln berechnen

1 Wir fertigen den Mantel des geraden Kegels aus etwas festerem Papier, die Grundfläche und die Dreiecke aus Pappe.



a) Schneide aus einem Blatt einen Halbkreis (r = 14 cm) aus. Forme daraus den Kegelmantel und klebe ihn mit einem Klebstreifen zusammen. Wie lang ist die Mantellinie s des Kegels?

s = *14 cm*

b) Berechne den Durchmesser des Kegels.

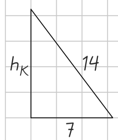
$u_{G\,Kegel} = \frac{1}{2}\, u_{Kreis}$

$= \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 3{,}14 = 43{,}96\ (cm) \Rightarrow d_{Kegel} = 43{,}96 : 3{,}14 = 14\ (cm)$

c) Zeichne einen Kreis mit diesem Durchmesser und schneide ihn aus. Stelle den Kegel darauf und überprüfe.

d) Von den Innendreiecken kennst du bereits die Hypotenuse und eine Kathete. Notiere entsprechend in der Skizze und berechne dann die andere Kathete, die Höhe des Kegels.

e) Schneide nun die Dreiecke aus, klebe sie mit Klebstreifen zusammen und stelle sie auf die Grundfläche. Hast du exakt gearbeitet? Vergleiche mit der Abbildung in a).



$h_K = \sqrt{14^2 - 7^2}$

$= \sqrt{147} \approx 12{,}1\ (cm)$

2 Berechne die Inhalte der Mantel- und Oberfläche des gebastelten Kegels.

$M = r \cdot 3{,}14 \cdot s$

$= 7 \cdot 3{,}14 \cdot 14$

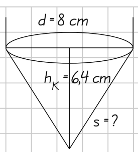
$= 307{,}72\ (cm^2)$

$O = r^2 \cdot 3{,}14 + r \cdot 3{,}14 \cdot s$

$= 7^2 \cdot 3{,}14 + 307{,}72$

$= 461{,}58\ (cm^2)$

3 Wie viel Blech ist zur Herstellung eines kegelförmigen Trichters (d = 8 cm, h_K = 6,4 cm) mindestens nötig? Fertige eine Skizze und rechne. Runde auf eine Dezimalstelle.



$s = \sqrt{4^2 + 6{,}4^2} = \sqrt{56{,}96} \approx 7{,}5\ (cm)$

$M = r \cdot \pi \cdot s$

$= 4 \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}5$

$= 94{,}2\ (cm^2)$

4 Ein Kegel (d = 12 cm) hat ein Volumen von 500 cm³. Berechne seine Mantelfläche. Runde auf eine Dezimalstelle.

$V_K = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_K \Rightarrow h_K = 3 \cdot V_K : \pi : r2$

$= 3 \cdot 500 : 3{,}14 : 36 \approx 13{,}3\ (cm)$

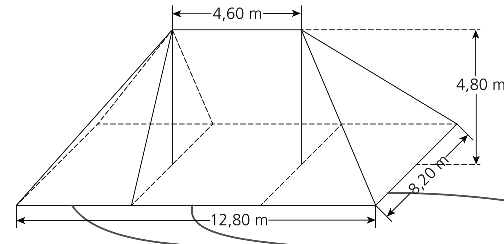
$s = \sqrt{13{,}3^2 + 6^2} = \sqrt{212{,}89} \approx 14{,}6\ (cm)$

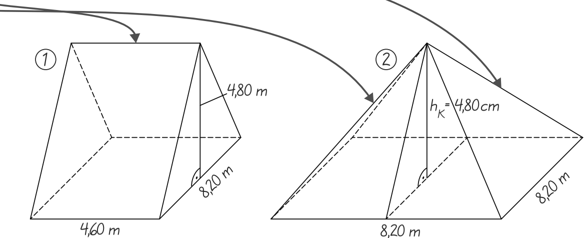
$M = r \cdot \pi \cdot s = 6 \cdot 3{,}14 \cdot 14{,}6 \approx 275{,}1\ (cm^2)$

Größen an zusammengesetzten Körpern berechnen

1 Der umbaute Raum (= Volumen) des Walmdachs soll berechnet werden.

a) Überprüfe die vorgenommene Aufteilung in zwei Teilkörper. Trage wichtige Maße in die Skizzen ein.





b) Versuche jemandem zu erklären, warum das Vorgehen sinnvoll ist.

Es entstehen Teilkörper, deren Rauminhalte leicht zu berechnen sind.

c) Berechne das Volumen des Walmdachs wie angegeben.

$V_{①\,Prisma} = \frac{8{,}20 \cdot 4{,}80}{2} \cdot 4{,}60 = 90{,}528\ (m^3)$

$V_{②\,Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot 8{,}20 \cdot 8{,}20 \cdot 4{,}80 = 107{,}584\ (m^3)$

$V_{Dach} = 90{,}528 + 107{,}584 = 198{,}112\ (m^3)$

2 Wie viele m² hat die gesamte Dachfläche? Berechne zuerst die Höhe der Pyramidenseiten und die Seitenlängen des Prismas. Runde Ergebnisse auf zwei Dezimalstellen.

$Seitenlänge_{Prisma} = \sqrt{4{,}8^2 + 4{,}1^2} = \sqrt{39{,}85} \approx 6{,}31\ (m)$

$Höhe_{Pyramidenseite} = Seitenlänge_{Prisma} \approx 6{,}31\ (m)$

$Fläche_{Dach} = 2 \cdot 4{,}60 \cdot 6{,}31 + 4 \cdot \frac{8{,}20 \cdot 6{,}31}{2}$

$= 58{,}05 + 103{,}48 = 161{,}53\ (m^2)$

1 Pyramiden und Kegel untersuchen und beschreiben

a) Ein Kegel wird senkrecht zur Grundfläche durch die Spitze geschnitten.

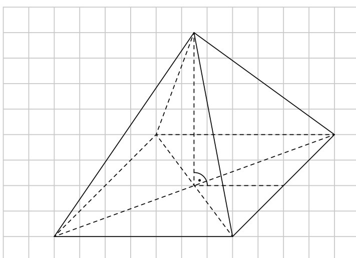
Schnittfläche: *Dreieck (gleichschenklig)*

b) Eine rechteckige Pyramide wird parallel zur Grundfläche geschnitten.

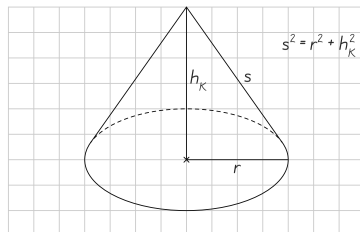
Schnittfläche: *Rechteck*

2 Schrägbildskizzen von Pyramide und Kegel zeichnen

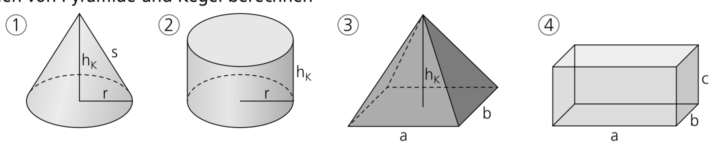
a) Eine rechteckige Pyramide hat diese Maße: $a = 3{,}5$ cm, $b = 4$ cm, $h_K = 3$ cm. Zeichne eine Schrägbildskizze.



b) Zeichne die Schrägbildskizze eines Kegels ($r = 2$ cm, $h_K = 3$ cm). Markiere darin ein Dreieck, mit welchem du die Seitenlinie s berechnen kannst. Notiere passend den Satz des Pythagoras.



3 Volumen von Pyramide und Kegel berechnen



a) Vervollständige die Formeln und ordne sie den Körpern zu.

4 $V = a \cdot$ *b* $\cdot$ *c*

3 $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot$ *b* $\cdot$ *h_K*

2 $V =$ *r^2* $\cdot \pi \cdot$ *h_K*

b) Für den Kegel gilt: $V = 314$ cm³; $r = 5$ cm. Wie groß ist die Körperhöhe h_K?

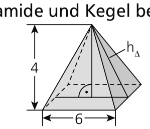
$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot 3{,}14 \cdot h_K$

$314 = \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 3{,}14 \cdot h_K$

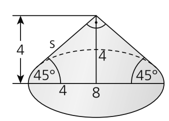
$\Rightarrow h_K = 12$ (cm)

4 Oberflächeninhalt von Pyramide und Kegel berechnen

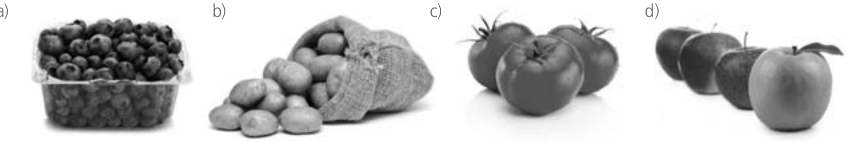
a) Berechne den Oberflächeninhalt der quadratischen Pyramide. (Maße in cm)



b) Berechne den Oberflächeninhalt des Kegels. Runde auf eine Kommastelle. (Maße in cm)



1 Um Preise besser vergleichen zu können, müssen in Geschäften die Preise auch für Grundmengen von 100 g oder 1 kg angegeben werden. Ergänze die fehlenden Werte.



	a)	b)	c)	d)
	120 g: 1,80 €	12 kg: 9,60 €	250 g: 1,50 €	700 g: 2,10 €
	100 g: *1,50 €*	1 kg: *0,80 €*	100 g: *0,60 €*	1 kg: *3,00 €*

2 Berechne fehlende Werte der proportionalen Zuordnung im Kopf.

a)

kg	€
6	9,00
3	4,50
9	*13,50*
18	*27,00*

b)

g	€
250	4,00
50	*0,80*
350	5,60
750	*12,00*

c)

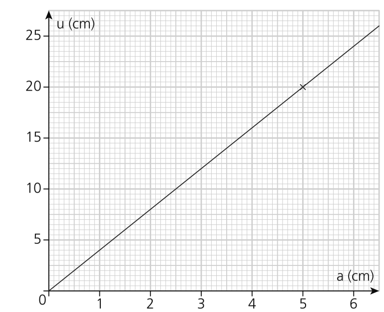
Stückzahl	Gewicht (kg)
500	40
100	*8*
700	56
2 000	*160*

d)

Strecke (km)	Runden
10	25
2	*5*
4	10
5	*12,5*

3 a) Es geht um den Zusammenhang von Seitenlänge a und Umfang u eines Quadrats. Ergänze die Tabelle und stelle grafisch dar.

a (cm)	1	2	3	*4*	5	*6*
u (cm)	*4*	*8*	*12*	16	20	24



b) Ist diese Zuordnung proportional? Begründe.

Die Zuordnung ist proportional, da der Graph eine vom Nullpunkt ausgehende Halbgerade ist.

4 Verändere jeweils einen Wert so, dass proportionale Zuordnungen entstehen. Finde jeweils drei Möglichkeiten.

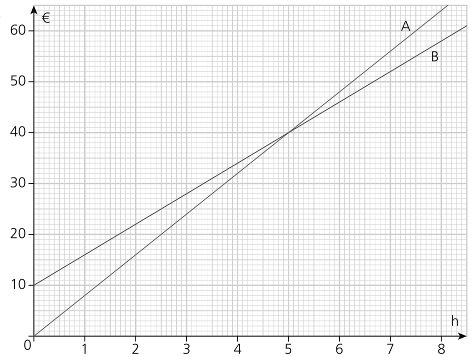
a)	3 kg → 4,50 € 5 kg → 7,20 €	*3 kg → 4,50 €* *5 kg → 7,50 €*	*3 kg → 4,32 €* *5 kg → 7,20 €*	*3 kg → 4,50 €* *4,8 kg → 7,20 €*
b)	200 km → 10 l 600 km → 24 l	*200 km → 10 l* *600 km → 30 l*	*200 km → 8 l* *600 km → 24 l*	*200 km → 10 l* *480 km → 24 l*
c)	12 m² → 27 € 36 m² → 72 €	*12 m² → 27 €* *36 m² → 81 €*	*12 m² → 24 €* *36 m² → 72 €*	*12 m² → 27 €* *32 m² → 72 €*

Lineare Zuordnungen darstellen und berechnen

1 Herr Röckl möchte sich einen Holzspalter ausleihen.

a) Ergänze die beiden Angebote.

Angebot A	Angebot B
pro Stunde: 8 €	*pro Stunde: 6 €*
	Grundgebühr: 10 €



b) Welches Angebot wird Herr Röckl jeweils wählen? Begründe kurz.

Mietdauer 7 h: *Angebot B; günstiger*

Mietdauer 3 h: *Angebot A; günstiger*

Mietdauer 5 h: *egal; gleich teuer*

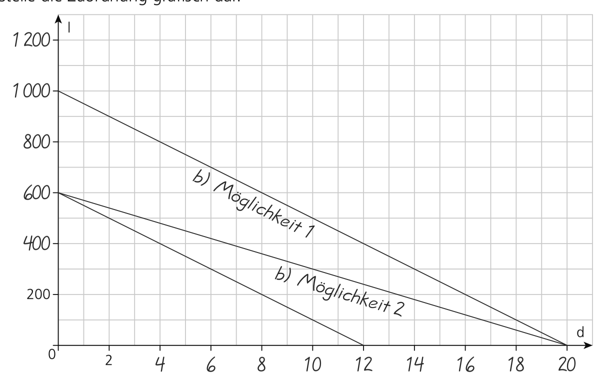
2 Kreuze die richtigen Aussagen an.

- [ ] Bei einer proportionalen Zuordnung gehört zum Doppelten der einen Größe die Hälfte der anderen Größe.
- [ ] Der Graph einer linearen Zuordnung ist immer eine vom Nullpunkt ausgehende Halbgerade.
- [x] Der Graph einer linearen Zuordnung ist eine Gerade.
- [x] Jede proportionale Zuordnung ist auch eine lineare Zuordnung.
- [ ] Jede lineare Zuordnung ist auch eine proportionale Zuordnung.
- [x] Bei einer proportionalen Zuordnung gehört zum Doppelten der einen Größe auch das Doppelte der anderen Größe.

3 In einem Behälter befinden sich noch 600 Liter Öl. Täglich werden 50 l verbraucht.

a) Ergänze die Wertetabelle und stelle die Zuordnung grafisch dar.

Zeit (d)	Inhalt (l)
0	600
2	*500*
4	400
6	*300*
8	200
10	100
12	*0*



b) Verändere jeweils eine der Angaben (Tankinhalt; Verbrauch pro Tag) so, dass die Tankfüllung 20 Tage reicht. Zeichne die Graphen in verschiedenen Farben ins Koordinatensystem ein.

Änderung Tankinhalt:	Änderung Verbrauch pro Tag:
50 · 20 = 1 000 (l)	*600 : 20 = 30 (l)*
Der Tankinhalt müsste 1 000 l betragen.	*Es dürfen nur 30 l pro Tag verbraucht werden.*

Lineare Funktionsgleichungen unterschiedlich darstellen

1 Berechne die fehlenden Werte im Kopf.

a) $y = 2 \cdot x$

x	−3	−2	−1	0	1	2
y	*−6*	*−4*	−2	*0*	2	*4*

b) $y = -1{,}5x$

x	−2	−1	0	1	2	3
y	3	*1,5*	*0*	*−1,5*	*−3*	*−4,5*

c) $y = 0{,}5x$

x	−5	*−3*	0	*0,5*	4	6
y	*−2,5*	−1,5	*0*	1	*2*	*3*

d) $y = -5x$

x	*−7*	−5	*−0,9*	2	4	*7*
y	35	*25*	4,5	*−10*	*−20*	−35

2 a) Verbinde mit der jeweiligen Funktionsgleichung.

Ⓐ

x	1	2	3	4
y	0,25	0,5	0,75	1

Ⓑ

x	−2	−5	2	5
y	2,4	6	−2,4	−6

Ⓒ

x	−2	2	6	10
y	−8	8	24	40

Ⓓ

x	5	10	−5	−10
y	−1	2	1	2

$y = -0{,}2 \cdot x$

$y = 4 \cdot x$

$y = -5 \cdot x$

$y = 0{,}25 \cdot x$

$y = -1{,}2 \cdot x$

b) Ergänze die Wertetabelle für die übrig gebliebene Funktionsgleichung.

x	*−5*	−2	1	*0,5*	*0,1*
y	25	*10*	*−5*	−2,5	−0,2

3 Notiere zu den Wertetabellen die jeweilige Funktionsgleichung.

a) *y = −2x*

x	−2	−0,5	0	0,5
y	4	1	0	−1

b) *y = 3,5x*

x	−4	−2	6	8
y	−14	−7	21	28

4 Ergänze die fehlenden Angaben.

Funktionsgleichung: y = *−1,5x*

Wertetabelle:

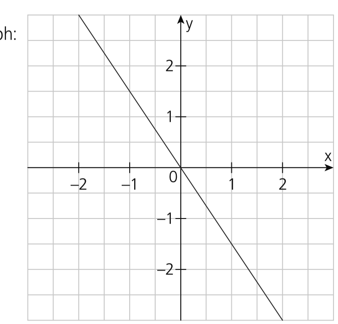
x	−2	−0,5	0	*1*
y	3	*0,75*	*0*	−1,5

In Worten:

Jedem x-Wert wird als y-Wert das

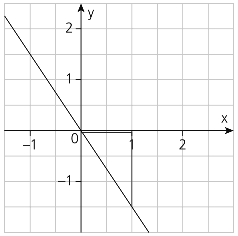
1,5-Fache zugeordnet.

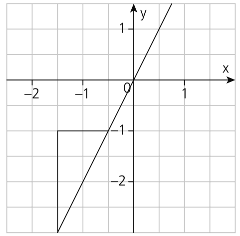
Graph:

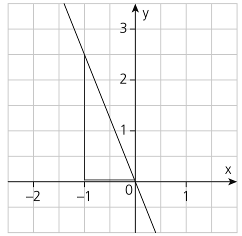


Lineare Funktionsgleichungen aufstellen und zeichnen

1 Zeichne jeweils ein Steigungsdreieck ein. Gib die Steigung m und die Funktionsgleichung an.

a) 

b) 

c) 

a) m = *–1,5* y = *–1,5 · x* b) m = *2* y = *2 · x* c) m = *–2,5* y = *–2,5 · x*

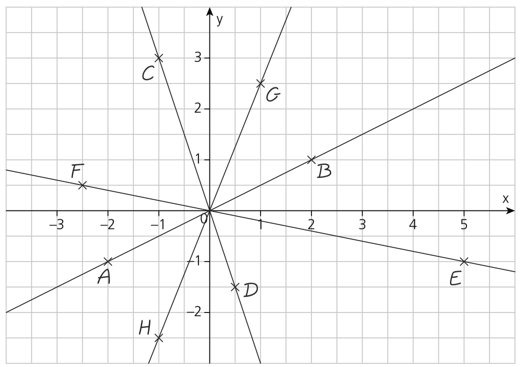
2 Zeichne mithilfe der Angaben die Graphen und bestimme ihre Funktionsgleichungen.

a) A (–2|–1) B (2|1)
y = *0,5 · x*

b) C (–1|3) D (0,5|–1,5)
y = *–3x*

c) E (5|–1) F (-2,5|0,5)
y = *–0,2 · x*

d) G (1|2,5) H (–1|–2,5)
y = *2,5 · x*



3 Gib die Steigung m und den y-Achsenabschnitt t an.

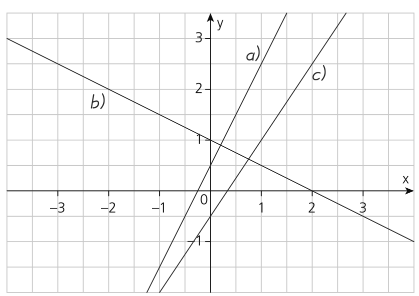
	a)	b)	c)	d)	e)
Funktionsgleichung	y = 0,8x + 4	y = 1,5x – 3	y = –3,5x – 2	$y = \frac{3}{4}x + 0,5$	$y = -\frac{2}{3}x - 1$
Steigung m	*0,8*	*1,5*	*–3,5*	$\frac{3}{4}$	$-\frac{2}{3}$
y-Achsenabschnitt t	*4*	*–3*	*–2*	*0,5*	*–1*

4 Stelle jeweils zuerst in eine Funktionsgleichung der Form y = mx + t um. Zeichne dann den Graphen.

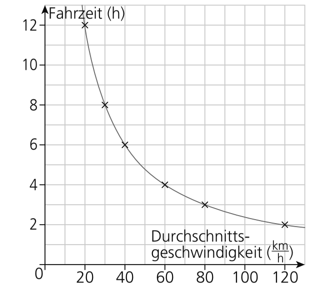
a) y – 2x = 0,5 *y = 2x + 0,5*

b) $y - 1 = -\frac{1}{2}x$ $y = -\frac{1}{2}x + 1$

c) $y - \frac{3}{2}x + 0,5 = 0$ $y = \frac{3}{2}x - 0,5$



Umgekehrt proportionale Zuordnungen darstellen und berechnen



1 a) Welche Größen sind einander zugeordnet?

Durchschnittsgeschwindigkeit ($\frac{km}{h}$) und die benötigte Fahrzeit sind einander zugeordnet.

b) Woran erkennst du, dass eine umgekehrt proportionale Zuordnung vorliegt?

Alle einander zugeordneten Werte liegen auf einer Hyperbel.

c) Lies die fehlenden Werte ab.

$\frac{km}{h}$	20	30	*40*	*60*	80	*120*
h	*12*	8	6	4	*3*	2

d) Wie lang ist die zurückgelegte Strecke?

Strecke z.B.: 2 h · 120 $\frac{km}{h}$ = 240 km

2 Berechne fehlende Werte der umgekehrt proportionalen Zuordnungen im Kopf.

a)

Lkw	1	2	3	*6*	*12*
Fahrten	24	*12*	*8*	4	2

b)

Bagger	4	2	6	3
Arbeitstage	9	*18*	*6*	*12*

c)

Maschinen	6	2	*4*	*3*
Arbeitszeit (h)	10	*30*	15	20

d)

Mitspieler	*1*	3	5	*12*
Gewinn (€)	300	100	*60*	25

3 Finde und berichtige die Fehler in den Wertetabellen der umgekehrt proportionalen Zuordnungen.

a)

Stühle pro Reihe	6	8	10	12	15	20	30	48
Sitzreihen	80 ✓	~~70~~ *60*	48 ✓	~~42~~ *40*	32 ✓	24 ✓	~~18~~ *16*	10 ✓

b)

Teilnehmer	12	15	16	20	24	25	32	40
Preis (€)	30 ✓	~~26~~ *24*	~~22~~ *22,50*	18 ✓	15 ✓	14,40 ✓	~~11~~ *11,25*	9 ✓

4 Für die Berechnung der zulässigen Personenzahl in einem Aufzug geht man von einem Durchschnittsgewicht von 80 kg pro Person aus. Der Aufzug eines Hotels ist für 12 Personen zugelassen.
a) Wie viele Personen können bei einem Durchschnittsgewicht von 60 kg pro Person mitfahren?
b) Wie schwer dürfen Mitfahrer im Durchschnitt sein, wenn 15 Personen mitfahren wollen?

a) 80 kg → 12 Personen
10 kg → 96 Personen
60 kg → 16 Personen

alternativ:
y = k : x
y = 960 : 60
y = 16 (Personen)

b) 12 Personen → 80 kg
3 Peronen → 320 kg
15 Personen → 64 kg

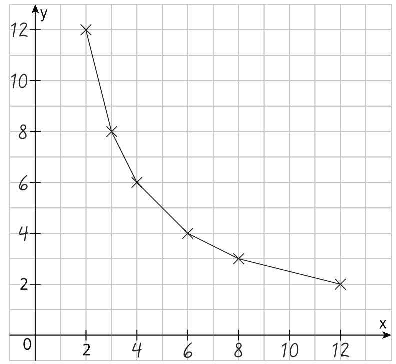
alternativ:
y = k : x
y = 960 : 15
y = 64 (k)g

Umgekehrt proportionale Funktionen mit Funktionsgleichungen darstellen

1 Simon will ein 24 m² großes rechteckiges Freilandgehege für seine Hasen bauen.

a) Berechne im Kopf die fehlenden Werte.

Länge x (m)	Breite y (m)	Produkt k (m²)
1	24	24
2	12	24
3	8	24
4	6	24
6	4	24
8	3	24
12	2	24
24	1	24



b) Ergänze das Schaubild und stelle die Ergebnisse grafisch dar.

c) Stelle die Funktionsgleichung auf: y = 24 : x

d) Berechne mithilfe der Funktionsgleichung fehlende Werte. Überprüfe sie am Graphen.

Länge x (m)	2,5	4,5	5,4
Breite y (m)	9,6	≈ 5,3	≈ 4,4

2 Bestimme zu den umgekehrt proportionalen Funktionen den Produktwert k. Stelle dann die Funktionsgleichung auf und berechne die fehlenden Werte in der Tabelle.

a) k = 2 · 27 = 54
y = 54 : x

Anzahl Bagger	2	3	4	6	9	18
Arbeitszeit (d)	27	18	13,5	9	6	3

b) k = 6 · 30 = 180
y = 180 : x

Anzahl Tage (d)	4	6	18	12	18	20
Betrag pro Tag (€)	45	30	10	15	10	9

c) k = 4 · 9 = 36
y = 36 : x

Anzahl Pumpen	2	4	5	6	8	10
Zeit (h)	18	9	7,2	6	4,5	3,6

3 Löse mithilfe der Funktionsgleichung.
Aus einer Teigmasse können 120 Brote zu 2 kg hergestellt werden. Wie viele Brote mit 500 g (750 g; 1,5 kg; 2,5 kg) lassen sich damit jeweils herstellen?

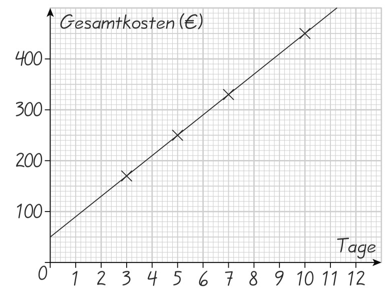
k = x · y y = 240 : x
= 2 · 120 y = 240 : 0,5 = 480 500 g pro Brot: 480 Brote
= 240 y = 240 : 1,5 = 160 1,5 kg pro Brot: 160 Brote
y = 240 : 2,5 = 96 2,5 kg pro Brot: 96 Brote

1 Lineare Zuordnungen berechnen und darstellen

a) Ehepaar Jonas möchte im Bayerischen Wald ihren Urlaub verbringen. Im Internet finden sie eine Ferienwohnung für zwei Personen, die für 40 € pro Tag angeboten wird. Zusätzlich sind 50 € für die Endreinigung zu zahlen. Berechne die fehlenden Werte der linearen Zuordnung.

Tage	3	5	7	10
Gesamtkosten (€)	170	250	330	450

b) Stelle die Zuordnung von Aufgabe a) grafisch dar.

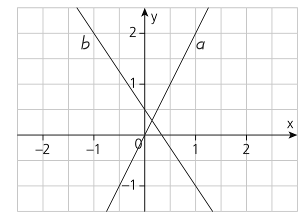


2 Lineare Funktionsgleichungen unterschiedlich darstellen

a) Gib zur Wertetabelle die Funktionsgleichung an und zeichne den Graphen a in das Koordinatensystem.

x	–0,5	0	0,5
y	–1	0	1

y = 2 · x



b) Stelle zur Wertetabelle die Funktionsgleichung auf und zeichne den Graphen b in das Koordinatensystem.

x	–1	0	1
y	2	0,5	–1

y = –1,5 · x + 0,5

3 Lineare Funktionsgleichungen unterschiedlich darstellen

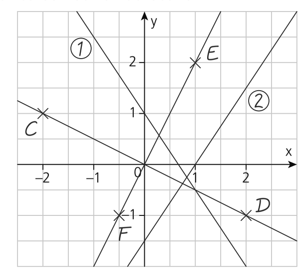
a) Zeichne mithilfe der Angaben die Graphen und bestimme die Funktionsgleichung.

(A) C (–2 | 1) D (2 | –1)

y = –0,5x · x

(B) E (1 | 2) F (–0,5 | –1)

y = 2 · x



b) Stelle in eine Funktionsgleichung der Form y = mx + t um, zeichne dann den Graphen.

(1) y + 1,5x = 1

y = –1,5x + 1

(2) 1,5x – y – 1,5 = 0

y = 1,5x – 1,5

4 Umgekehrt proportionale Funktionen berechnen

Ein Gewinn von 1 000 € wird an Mitspieler gleichmäßig verteilt.

a) Berechne die fehlenden Werte.

Anzahl Spieler	5	10	20
Anteil Gewinn (€)	200	100	50

1 Spieler ≙ 1 000 €
5 Spieler ≙ 1 000 € : 5 = 200 €
10 Spieler ≙ 1 000 € : 10 = 100 €
50 Spieler ≙ 1 000 € : 50 = 20 €

b) Berechne mithilfe der Funktionsgleichung die fehlenden Werte.

Anzahl Spieler		16	
Anteil Gewinn (€)	125		31,25

y = 1 000 : 16 = 52,5
125 = 1 000 : x 31,25 = 1 000 : x
x = 1 000 : 125 x = 1 000 : 31,25
x = 8 x = 32