K3/6 **1** **a)** $\Omega = \{(\text{Zahl}; \text{Zahl}); (\text{Zahl}; \text{Wappen}); (\text{Wappen}; \text{Zahl}); (\text{Wappen}; \text{Wappen})\}$

b) $E = \{(\text{Zahl}; \text{Wappen}); (\text{Wappen}; \text{Zahl})\}$

c) $\overline{E}$: „Es liegt beide Male das Gleiche oben“.

$P(\overline{E}) = \frac{|\overline{E}|}{|\Omega|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

d) Sichere Ereignisse sind z. B. „Es liegen verschiedene oder gleiche Seiten oben.“ oder „Es liegt höchstens zweimal ‚Wappen‘ oben.“.
Unmögliche Ereignisse sind z. B. „Es liegt nicht die gleiche Seite oben und es liegt höchstens einmal ‚Wappen‘ oben.“ oder „Es liegt mindestens dreimal ‚Wappen‘ oben.“.

K1/4 **2** **a)** Es handelt sich nicht um ein Laplace-Experiment, da die Wahrscheinlichkeiten für „Kopf“ und „Seite“ nicht gleich groß sind.

b) Für die relative Häufigkeit von zehnmal Kopf bei 50 Versuchen gilt: $h = \frac{10}{50} = 0{,}2$.
Da der Wert im Diagramm bei 50 Versuchen größer als 0,2 ist, muss der Reißnagel öfter als zehnmal auf dem Kopf gelandet sein.

c) Da die Versuchsergebnisse vom Zufall abhängen, kann man dies nur vermuten, aber nicht sicher folgern. Führt man ein Zufallsexperiment sehr häufig durch, stabilisieren sich aber die relativen Häufigkeiten (empirisches Gesetz der großen Zahlen) und man kann daraus ableiten, mit welcher Wahrscheinlichkeit man ein Ereignis erwarten kann.

K3/4 **3** **a)**

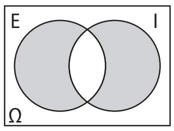
	M	$\overline{\mathbf{M}}$	**gesamt**
D	0,12	0,08	0,20
$\overline{\mathbf{D}}$	0,24	0,56	0,80
gesamt	0,36	0,64	1,00

b) A: „Der Prüfling besteht in genau einem der Fächer.“ $P(A) = 0{,}24 + 0{,}08 = 0{,}32$

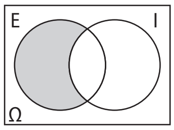
c) Das Ereignis $E_1 = \overline{M \cap D}$ tritt mit der Wahrscheinlichkeit $P(E_1) = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$ ein.
Das Ereignis $E_2 = \overline{M \cup D} = \overline{M} \cap \overline{D}$ tritt mit der Wahrscheinlichkeit $P(E_2) = 0{,}56$ ein.

d) M und D sind nicht disjunkt, da $P(M \cap D) = 0{,}12 > 0$ ist.

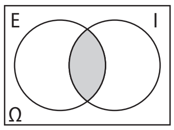
K4/6 **4** **a)** $(\overline{E} \cap I) \cup (E \cap \overline{I})$: „Die Person spricht genau eine der beiden Sprachen.“



$E \cap \overline{I}$: „Die Person spricht Englisch, aber nicht Italienisch.“



$E \cap I$: „Die Person spricht Englisch und Italienisch.“



b)

	E	$\overline{\mathbf{E}}$	**gesamt**
I	0,3	0,1	0,4
$\overline{\mathbf{I}}$	0,4	0,2	0,6
gesamt	0,7	0,3	1

Zuerst trägt man die gegebenen Werte 0,3 und 0,4 und deren Summe 0,7 in die entsprechenden Felder ein. Weil die Ereignisse $\overline{E} \cap I$ und $E \cap \overline{I}$ disjunkt sind, gilt $P((\overline{E} \cap I) \cap (E \cap \overline{I})) = 0$.
Damit vereinfacht sich der Additionssatz zu: $P((\overline{E} \cap I) \cup (E \cap \overline{I})) = P(\overline{E} \cap I) + P(E \cap \overline{I})$.
Daraus ergibt sich durch Umformung $P(\overline{E} \cap I) = 0{,}5 - 0{,}4 = 0{,}1$. Die restlichen Werte ergeben sich durch Addition bzw. Subtraktion der Werte in den Zeilen und Spalten.

c) $P(E) = 0{,}7$; $P(I) = 0{,}4$;

$P(E \cup I) = P(E) + P(I) - P(E \cap I) = 0{,}7 + 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}8$

2 Zusammengesetzte Zufallsexperimente und stochastische Simulationen

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schülerinnen und Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülerinnen und Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schülerinnen und Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

- In einem einzelnen Jahr können die Geburtenzahlen vom langjährigen Durchschnitt abweichen. Je mehr Jahre berücksichtigt werden, desto größer ist die Datenmenge und umso näher kommt man dem wahren Durchschnittswert.
- Eine Wahrscheinlichkeit von 100 % – d. h. das Eintreten eines sicheren Ereignisses – kann man aus Beobachtungen nicht ableiten, insbesondere nicht aus sechs Ergebnissen.

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

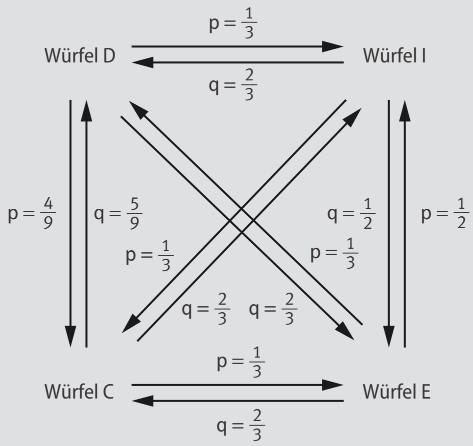
Kap. 2.1

Die Efron-Würfel

K4/6
- Individuelle Ergebnisse.

K2/6
- Ein solcher Würfel existiert nicht. Vielmehr hat die Person, die als zweite einen Würfel wählt, einen Vorteil. Sie kann einen Würfel so auswählen, dass sie eine höhere Gewinnwahrscheinlichkeit besitzt (vgl. Punkt 3).

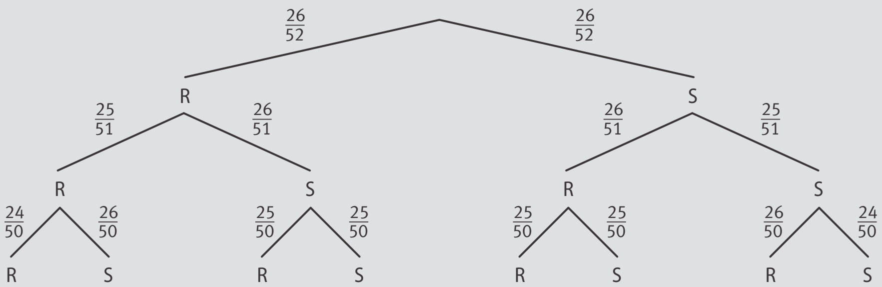
K1/2
- Wird zuerst Würfel D gewählt, so besitzt man mit Würfel I die größte Gewinnwahrscheinlichkeit $\left(q = \frac{2}{3}\right)$.
  Wählt man zuerst Würfel I, so besitzt Würfel C die größte Gewinnwahrscheinlichkeit $\left(q = \frac{2}{3}\right)$.
  Wählt man zuerst Würfel C, so besitzt Würfel E die größte Gewinnwahrscheinlichkeit $\left(q = \frac{2}{3}\right)$.
  Wählt man zuerst Würfel E, so besitzt Würfel D die größte Gewinnwahrscheinlichkeit $\left(q = \frac{2}{3}\right)$.
  Alle Gewinnwahrscheinlichkeiten sind im Diagramm zusammengefasst.



Kap. 2.2

Farben ziehen

K1/2
- Betrachtet wird ein dreistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen S: „Karte ist schwarz.“ und R: „Karte ist rot.“. Es wird ohne Zurücklegen gezogen.



  Nimmt man an, dass die gewählte Kombination bereits nach 3 Zügen erreicht wird, so gilt:
  $P(„RRR“) = P(„SSS“) = \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} = \frac{2}{17} \approx 0{,}12$; $P(„SRR“) = \frac{26}{52} \cdot \frac{26}{51} \cdot \frac{25}{50} = \frac{13}{102} \approx 0{,}13$;
  $P(„RRS“) = \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} \cdot \frac{26}{50} = \frac{13}{102} \approx 0{,}13$
  Die Gewinnchancen sind dann sowohl mit der Kombination SRR als auch mit RRS größer.
  Nimmt man an, dass die gewählte Kombination nach 3 Zügen noch nicht erreicht wird, und setzt das Baumdiagramm fort, so erhält man als Gewinnkombinationen nur noch SRR und SSS, wobei SRR häufiger auftritt. Unter Verwendung der 2. Pfadregel gilt somit, dass die Kombination SRR die größte Gewinnchance beinhaltet.

K1/2
- Individuelle Ergebnisse.
  Nimmt man an, dass die gewählte Kombination bereits nach 3 Zügen erreicht wird, so gilt unter Berücksichtigung des empirischen Gesetzes der großen Zahlen $P(„RRR“) = P(„SSS“) = \frac{2}{17} \approx 0{,}12$ und $P(„RRS“) = P(„RSR“) = P(„SRR“) = P(„RSS“) = P(„SRS“) = P(„SSR“) = \frac{13}{102} \approx 0{,}13$.
  Nimmt man an, dass die die gewählte Kombination nach 3 Zügen noch nicht erreicht wird, und setzt das Baumdiagramm fort, so zeigt sich, dass z. B. SRS eine Kombination ist, mit der man gute Gewinnchancen hat.

K 1/2
- Individuelle Ergebnisse (vgl. Punkte 1 und 2).
  Beispiel: Eine höhere Gewinnchance hat man in jedem Fall, wenn man nicht auf die Kombinationen RRR oder SSS setzt.

K 3/6
- Individuelle Diskussionsergebnisse. Beispiele:
  - Man könnte die schwarzen Karten mit geraden Augenzahlen eines Laplace-Würfels simulieren und die roten Karten mit ungeraden Augenzahlen. Das Würfelspiel unterscheidet sich jedoch vom Kartenspiel, da der Würfel ein Ziehen mit Zurücklegen simuliert.
  - Gleiches gilt für eine Simulation mit einer Laplace-Münze, bei der Wappen die schwarzen Karten und Zahl die roten Karten simuliert.
  - Ein Ziehen ohne Zurücklegen könnte über ein Urnenmodell simuliert werden, in dem sich 52 Kugeln befinden, von denen 26 rot und 26 schwarz sind. Die Kugeln sind ansonsten nicht unterscheidbar.

Kap. 2.2

Doppelter Würfelwurf

K 4/6
- Individuelle Diskussionsbeiträge. Beispiel:
  Die Häufigkeit des Auftretens der Einzelergebnisse wird bei der Simulation durch 11 Zettel nicht berücksichtigt. Vielmehr sind alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich, wohingegen beim zweimaligen Würfelwurf mit einem Laplace-Würfel die Wahrscheinlichkeit, eine 7 zu werfen, P(„Man wirft die Augenzahl 7.“) $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ beträgt. Die Wahrscheinlichkeit, eine 2 zu werfen, beträgt jedoch P(„Man wirft die Augenzahl 2.“) $= \frac{1}{36}$.

K 3/6
- Individuelle Ergebnisse. Beispiel:
  Simulation durch das zweimalige Drehen eines Glücksrads mit sechs gleichgroßen Sektoren; Simulation mithilfe einer Tabellenkalkulation und der Funktion Zufallsbereich(1; 6); Simulation mithilfe eines Urnenexperiments (zweimaliges Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit 6 Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 6 beschriftet sind).

K 4/6
- Individuelle Ergebnisse der Simulation.

K 1/3
- Beim zweimaligen Würfelwurf gibt es 36 gleich wahrscheinliche Versuchsausgänge $\left(p = \frac{1}{36}\right)$.
  Fünf der 36 Kombinationen ergeben die Augensumme 8 (vgl. Grafik). Es gilt somit P(„Man wirft die Augenzahl 8.“) $= 5 \cdot \frac{1}{36}$.

Kap. 2.3

Das Buffon'sche Nadelproblem

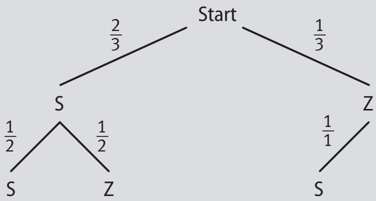
K 3/6
- Individuelle Ergebnisse.

K 5/6
- Individuelle Ergebnisse. Gemäß dem empirischen Gesetz der großen Zahlen führt eine höhere Anzahl an Durchführungen zu einem verbesserten Schätzwert.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 48

Entdecken

K3/4
- S: „Ein Salbeibonbon wird gezogen.“; Z: „Ein Zitronenbonbon wird gezogen.“
  Baumdiagramm



K3/5
- P(„SS“) $= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \approx 33\,\%$

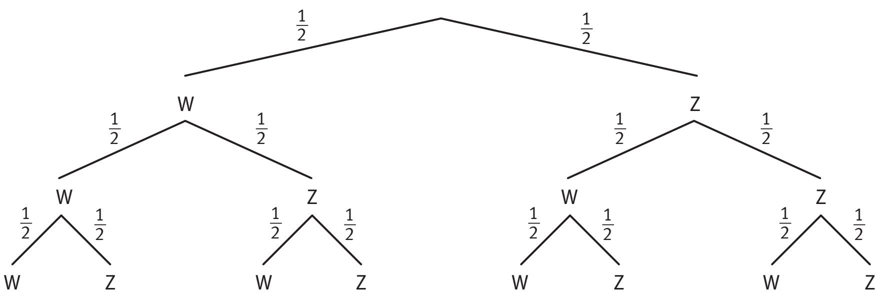
Nachgefragt

K1/5
- Paulas Aussage ist falsch. Gemäß der 1. Pfadregel muss sie die Wahrscheinlichkeiten längs des Pfades multiplizieren, nicht addieren.

K5/6
- Alle Äste, die von einem gemeinsamen Knoten im Baumdiagramm ausgehen, beschreiben alle für den Fortgang des Experimentes in Frage kommenden Möglichkeiten. Die Summe ihrer Wahrscheinlichkeiten beträgt jeweils 100 % = 1.

Aufgaben

K4/5 **1** **a)**



b) **2** beschreibt das Ereignis A, denn es gibt genau vier Äste, die mit Z enden. Längs jedes dieser Pfade müssen die Wahrscheinlichkeiten (jeweils $p = \frac{1}{2}$) multipliziert werden. Für Aussage **1** hingegen gibt es nur eine günstige Möglichkeit WWZ.

c) **1** $P(E_1) = P(\text{„WWW“}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$

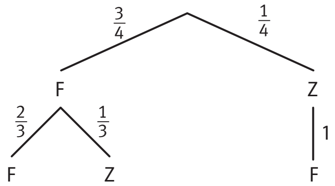
Es gilt Ω = {WWW; WWZ; WZW; ZWW; ZZW; ZWZ; WZZ; ZZZ}. Es gibt somit 8 Versuchsausgänge. Dreimal Wappen tritt nur beim Ergebnis WWW ein; somit gilt P(„WWW“) $= \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$.

2 $P(E_2) = P(\text{„WZZ“}) + P(\text{„ZWZ“}) + P(\text{„ZZW“}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 3 \cdot \frac{1}{8} = 37{,}5\,\%$

Es gilt Ω = {WWW; WWZ; WZW; ZWW; ZZW; ZWZ; WZZ; ZZZ}. Es gibt somit 8 Versuchsausgänge. E_2 tritt genau bei drei Ergebnissen ein: WZZ, ZWZ, ZZW. Somit gilt $P(E_2) = \frac{3}{8} = 37{,}5\,\%$.

K3/6 **2** Individuelle Lösungen. Beispiel: das zweimalige Drehen eines Glücksrads mit drei gleich großen Sektoren, die mit den Zahlen 1, 2 und 3 beschriftet sind. Zwei mögliche Ereignisse könnten lauten: E_1: „Man dreht zweimal die gleiche Zahl.“; E_2: „Man würfelt keine Drei.“.

K4/5 **3** **a)** F: „Man wirft eine 5-Cent-Münze.“; Z: „Man wirft eine 20-Cent-Münze.“

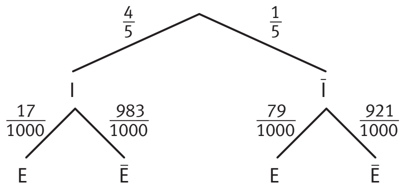


b) $P(A) = P(„FZ“) + P(„ZF“) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{2} = 50\,\%$

$P(B) = P(„FF“) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} = 50\,\%$

c) E_3: „Merve zieht als erstes die 20-Cent-Münze.“

K1/5 **4** **a)**



b) $P(A) = P(I \cap \bar{E}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{983}{1000} = 0{,}7864 = 78{,}64\,\%$

$P(B) = P(\bar{E}) = P(I \cap \bar{E}) + P(\bar{I} \cap \bar{E}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{983}{1000} + \frac{1}{5} \cdot \frac{921}{1000} = 0{,}9706 = 97{,}06\,\%$

$P(C) = P(E) = P(I \cap E) + P(\bar{I} \cap E) = \frac{4}{5} \cdot \frac{17}{1000} + \frac{1}{5} \cdot \frac{79}{1000} = 0{,}0294 = 2{,}94\,\%$

c) $P(I \cap E) = \frac{4}{5} \cdot \frac{17}{1000} = 0{,}0136 = 1{,}36\,\%$; $P(\bar{I} \cap E) = \frac{1}{5} \cdot \frac{79}{1000} = 0{,}0158 = 1{,}58\,\%$

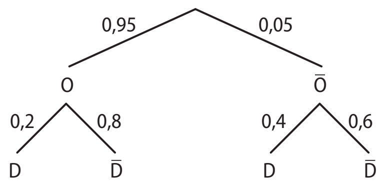
In der Studie ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person geimpft ist und erkrankt, um 0,22 % kleiner als die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person nicht geimpft ist und erkrankt. Unter Berücksichtigung individueller Risikofaktoren kann deshalb eine Empfehlung ausgesprochen werden.

Anmerkung: Eine Betrachtung bedingter Wahrscheinlichkeit ist erst in Jahrgangsstufe 11 vorgesehen. Da aufgrund der Aufgabenstellung jedoch eventuell Schülerinnen und Schüler diese intuitiv in Betracht ziehen könnten, seien sie an dieser Stelle genannt:

$P_I(E) = \frac{17}{1000} = 0{,}017 = 1{,}7\,\%$ und $P_{\bar{I}}(E) = \frac{79}{1000} = 0{,}079 = 7{,}9\,\%$.

Anhand dieser könnte man eine Empfehlung für die Impfung aussprechen.

K2/5 **5** **a)**



b) $P(D) = P(O \cap D) + P(\bar{O} \cap D) = 0{,}95 \cdot 0{,}2 + 0{,}05 \cdot 0{,}4 = 0{,}21 = 21\,\%$

c) $P(\bar{D}) = 0{,}70$; p: Wahrscheinlichkeit, dass die Uhr eine Fälschung ist

$P(\bar{D}) = P(O \cap \bar{D}) + P(F \cap \bar{D}) \Leftrightarrow 0{,}7 = (1 - p) \cdot 0{,}8 + p \cdot 0{,}6 \Leftrightarrow 0{,}7 = 0{,}8 - 0{,}2p \Leftrightarrow 0{,}2p = 0{,}1$

$\Rightarrow p = 50\,\%$

Die zweite Lieferung enthält zu 50 % Fälschungen.

K1/6 **6** **a)** Der grüne Pfeil mit dem Malpunkt symbolisiert die 1. Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses ist gleich dem Produkt aller Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades. Der rote Pfeil mit dem Pluszeichen symbolisiert die 2. Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten aller zugehörigen Ergebnisse.

b) Individuelle Ergebnisse.

Hinweis: Merkhilfen sind dann besonders wirksam, wenn man sie selbst erstellt.

K2/5 **7** Es gilt $P(E_1) < P(E_4) < P(E_2) < P(E_3)$.
Da alle Ergebnisse beim zehnmaligen Wurf einer Laplace-Münze gleich wahrscheinlich sind, kann die Begründung mithilfe der Anzahl der Pfade im Baumdiagramm erfolgen:

- Zu E_1 gehört nur ein einziger Pfad im Baumdiagramm (ZWWWWWWWWW).
- Zu E_4 gehören zwei Pfade im Baumdiagramm (ZWZWZWZWZW, WZWZWZWZWZ).
- Zu E_2 gehören zehn Pfade (ZWWWWWWWWW, WZWWWWWWWW, WWZWWWWWWW, WWWZWWWWWW, WWWWZWWWWW, WWWWWZWWWW, WWWWWWZWWW, WWWWWWWZWW, WWWWWWWWZW, WWWWWWWWWZ).
- Zu E_3 gehören alle Pfade außer WWWWWWWWWW. Dies sind $2^{10} - 1$ Pfade im Baumdiagramm.

K3/5 **8** **a)** $P(E_1) = \left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0{,}1\,\%$

b) $P(E_2) = 4! \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 = 24 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 1{,}9\,\%$

c) $P(E_3) = 2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0{,}2\,\%$

d) $P(E_4) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 48{,}2\,\%$

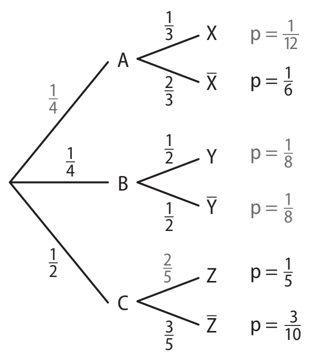
e) $P(E_5) = 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 38{,}6\,\%$

f) $P(E_6) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 51{,}8\,\%$

g) $P(E_7) = 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 86{,}8\,\%$

h) $P(E_8) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \approx 9{,}6\,\%$

K5/6 **9** **a)**

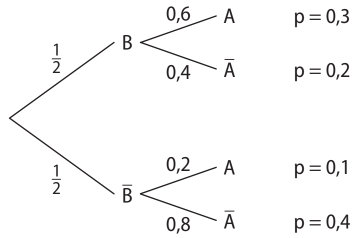


Nach der 1. Pfadregel gilt $P(A \cap X) = \frac{1}{4} \cdot p = \frac{1}{12} \Rightarrow p = \frac{1}{12} : \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \cdot 4 = \frac{1}{3}$.
Nach der Knotenregel folgt für die zweite Wahrscheinlichkeit ausgehend vom Knotenpunkt A:
$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.
Nach der 1. Pfadregel gilt $P(A \cap \overline{X}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$.
Da $P(B \cap Y) = P(B \cap \overline{Y})$, muss für die Wahrscheinlichkeiten ausgehend vom Knotenpunkt B jeweils $\frac{1}{2}$ gelten.
Damit folgt mithilfe der 1. Pfadregel: $P(B \cap Y) = b \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow b = \frac{1}{8} : \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{1}{4}$.
Nach der Knotenregel gilt für die zweite Wahrscheinlichkeit ausgehend vom Knotenpunkt C:
$q = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.
Nach der Knotenregel gilt für die dritte Wahrscheinlichkeit in Stufe 1:
$q = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

b) $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = 1$

K2/6 **10** Additionssatz: Für zwei Ereignisse A und B aus der Ergebnismenge Ω gilt $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
Da die Ergebnisse im Baumdiagramm, die zu einem Ereignis gehören, unvereinbar sind, gilt $P(A \cap B) = 0$. Somit ist die 2. Pfadregel ein Spezialfall des Additionssatzes.

K2/5 **11**

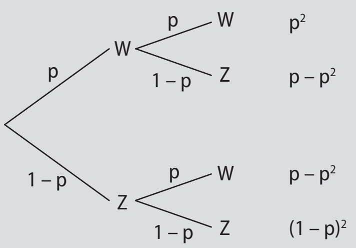


Aus dem linken Baumdiagramm folgt: $P(B) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) = 0{,}4 \cdot \frac{3}{4} + 0{,}6 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$.
Damit kann man die Wahrscheinlichkeiten auf der ersten Stufe des Baumdiagramms unter Verwendung der Knotenregel ergänzen.
Mithilfe des linken Baumdiagramms bestimmt man z. B. die Wahrscheinlichkeiten
$P(A \cap B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10} = 0{,}3$ und $P(\overline{A} \cap B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.
Mithilfe der 1. Pfadregel und der Knotenregel bestimmt man die Wahrscheinlichkeiten der 2. Stufe.

Vertiefung

Die verbeulte Münze

K2/4
- W: „Wappen liegt oben.“; Z: „Zahl liegt oben.“



K4/6
- Zeigt die Münze zwei verschiedene Seiten, so ist die Wahrscheinlichkeit dieser beiden Ergebnisse „WZ“ und „ZW“ gleich $(p - p^2)$. Man hat also mithilfe des Tricks eine Laplace-Münze simuliert.
Liegt beide Male die gleiche Seite oben, so bleibt das Ergebnis unberücksichtigt und man wiederholt den Vorgang.

K2/5
- E: „Es ist nur ein Durchlauf nötig.“; $P(E) = P(\text{„WZ“}) + P(\text{„ZW“}) = 2 \cdot p \cdot (1 - p) = 2p - 2p^2$

p	0,5	0,7	0,8
$P(E) = 2p - 2p^2$	0,5	0,42	0,32

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 48 und 49

Entdecken

K4/6
- Das linke Glücksrad kann durch eine Schachtel mit drei roten und einer blauen Kugel simuliert werden, das rechte Glücksrad durch eine Schachtel mit je einer gelben, einer grünen und einer blauen Kugel. Es wird dann aus jeder Schachtel „blind“ eine Kugel gezogen. Man gewinnt, wenn man jeweils die blaue Kugel zieht.

K4/5
- Gewinnwahrscheinlichkeit P („bb“) $= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \approx 8{,}33\,\%$

Nachgefragt

K5/6
- Individuelle Lösungen. Beispiel: Man betrachtet eine Urne mit weißen und schwarzen Kugeln. Aus dieser wird einmal gezogen. Man gewinnt, wenn die Kugel weiß ist.

Gewinnwahrscheinlichkeit p	**25 %**	**10 %**	**11 %**	**0 %**	**100 %**
Anzahl an Kugeln in der Urne	4	10	100	1	1
Anzahl an weißen Kugeln in der Urne	1	1	11	0	1

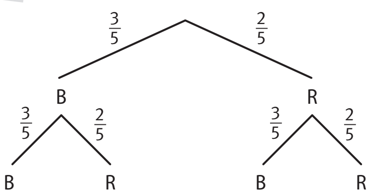
K1/6
- Die Aussage ist nicht wahr. Die Zusammensetzung des Urneninhalts ist abhängig von der Fragestellung. In Beispiel III. Spiel 2 genügen z. B. zwei Kugeln, denn man gewinnt, wenn die Augenzahl ungerade ist.

Aufgaben

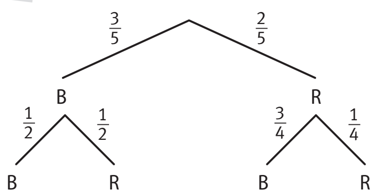
K3/6 **1** **a)** Beispiel: Urne mit vier verschiedenfarbigen Kugeln; zweimaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen
b) Beispiel: Urne mit acht verschiedenfarbigen Kugeln; einmaliges Ziehen einer Kugel
c) Beispiel: Urne mit 200 Kugeln, von denen 199 schwarz und eine weiß ist; fünfmaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen
d) Beispiel: Urne mit 25 Kugeln, von denen 10 rot und 15 weiß sind; zweimaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen

K3/5 **2** **a)** B: „Tom zieht eine blaue Kugel.“; R: „Tom zieht eine rote Kugel.“

1



2



b) **1** P („RR“) $= \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 16\,\%$ **2** P („RR“) $= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = 10\,\%$

K1/6 **3** **a)** Anja wählt eine Urne mit 5 Kugeln. Drei Kugeln sind weiß („Fieber wird gesenkt.“) und zwei schwarz („Fieber wird nicht gesenkt.“). Gezogen wird fünfmal je eine Kugel mit Zurücklegen.
So z. B. beschreibt ○○○●● das Ergebnis „Fieber wird bei den Personen 1, 2 und 3 gesenkt; bei den Personen 4 und 5 nicht.“ in Worten. Analog können die übrigen neun Ergebnisse in Worten beschrieben werden.
b) Es gibt 10 Pfade für das Ereignis E. Für die Pfadwahrscheinlichkeit jedes der 10 Pfade gilt unter Berücksichtigung des Kommutativgesetzes $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$.

c) **1** $P(A) = \left(\frac{3}{5}\right)^5 = 0{,}07776 \approx 7{,}8\,\%$

2 $P(B) = 10 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \frac{2}{5} + \left(\frac{3}{5}\right)^5 = 0{,}68256 \approx 68{,}3\,\%$

3 $P(C) = \left(\frac{2}{5}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{3}{5} + 10 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 0{,}31744 \approx 31{,}7\,\%$

K 5/6 **4** **a)** Simulation durch eine Urne mit 11 Kugeln, von denen 5 den Buchstaben M, 4 den Buchstaben C, eine den Buchstaben G und eine den Buchstaben A trägt; zweimaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen

b) **1** P („ein Lied von *The Gorillas* und eines von *Arctic Apes*“) =
P („GA“) + P („AG“) = $\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{10} = 2 \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{55} \approx 1{,}8\,\%$

2 P („zwei Lieder von *The Monkeys*“) = P („MM“) = $\frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} = \frac{2}{11} \approx 18{,}2\,\%$

3 P („kein Lied von *Chimpanzee*“) = $\frac{7}{11} \cdot \frac{6}{10} = \frac{21}{55} \approx 38{,}2\,\%$

4 P („zwei Lieder der gleichen Band“) = P („MM“) + P („CC“) = $\frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} + \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = \frac{16}{55} \approx 29{,}1\,\%$

K 1/5 **5** **a)** Da ohne Zurücklegen gezogen wird, sind aufgrund der vorliegenden Nenner Vielfache von 100 Losen in der Lostrommel nicht möglich. Mithilfe von Florianas zusätzlicher Information, dass mehr Nieten als Treffer in der Lostrommel sind, kann Elias genau angeben, dass zu Beginn 85 Nieten in der Lostrommel sind.

b) P („NN“) = $\frac{85}{100} \cdot \frac{84}{99} = \frac{119}{165} \approx 72{,}1\,\%$

K 2/4 **6** **a)**

Farbe	Rot	Weiß	Schwarz	Gelb
Wahrscheinlichkeit	0,20	0,60	0,05	0,15
Anzahl Variante 1	20	60	5	15
Anzahl Variante 2	4	12	1	3

b)

Farbe	Rot	Weiß	Schwarz	Gelb
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{24}$
Anzahl Variante 1	60	40	15	5
Anzahl Variante 2	12	8	3	1

K 1/6 **7** **a)** Es wurde ohne Zurücklegen gezogen, denn nach dem Ziehen einer blauen Kugel befindet sich z. B. keine weitere blaue Kugel mehr in der Urne.

b) Aus Teilaufgabe a) kann man schließen, dass die Urne nur eine blaue Kugel enthält. Nach dem Zug zweier grüner Kugeln befindet sich keine weitere grüne Kugel mehr in der Urne, d. h., es sind genau zwei grüne Kugeln in der Urne. Aus dem obersten Pfad des Baumdiagramms kann man schließen, dass sich in der Urne mindestens drei rote Kugeln befinden.

K 3/5 **8** Mögliche Simulation durch ein Urnenmodell: Urne mit 15 Kugeln, von denen 12 weiß und 3 schwarz („schwerere Milchflaschen“) sind; viermaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen

a) P („keine“) = $\frac{12}{15} \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{10}{13} \cdot \frac{9}{12} = \frac{33}{91} \approx 36{,}3\,\%$

b) P („genau eine“) = $\frac{3}{15} \cdot \frac{12}{14} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{10}{12} \cdot 4 = \frac{44}{91} \approx 48{,}4\,\%$

c) P („mindestens eine“) = 1 – P(„keine“) ≈ 63,7 %

d) P („genau drei“) = $\frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{12}{12} \cdot 4 = \frac{4}{455} \approx 0{,}9\,\%$

K 3/6 **9** P („mindestens ein Linkshänder“) = 1 – P („kein Linkshänder“) = $1 - 0{,}88^{10} \approx 72{,}1\,\%$

P („höchstens ein Linkshänder“) = $0{,}88^{10} + 10 \cdot 0{,}88^{9} \cdot 0{,}12 \approx 0{,}2785 + 0{,}3798 = 0{,}6583 \approx 65{,}8\,\%$

Mögliche Simulation durch ein Urnenmodell: Urne mit 100 Kugeln, von denen 12 rot („Linkshänder“) und 88 schwarz sind; zehnmaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

Anmerkung: Man nimmt an, dass die „Bevölkerung“ eine sehr große Anzahl darstellt, so dass das Ziehen mit Zurücklegen keine merkliche Abweichung vom Ziehen ohne Zurücklegen hervorruft.

K 2/3 **10** **a)** Mögliche Simulation durch ein Urnenmodell: Urne mit 10 Kugeln beschriftet mit den Zahlen 1 bis 10; sechsmaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

b) A: „Eine Augenzahl taucht mehr als einmal auf.“

$\overline{A}$: „Es treten sechs verschiedene Augenzahlen auf.“

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{10}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} = 1 - 0{,}1512 = 0{,}8488 = 84{,}88\,\% > 80\,\%$

Alex’ Behauptung ist richtig.

c) $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{15}{15} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{13}{15} \cdot \frac{12}{15} \cdot \frac{11}{15} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{15} \approx 1 - 0{,}047 = 0{,}953 = 95{,}3\,\% > 85\,\%$

Die Wahrscheinlichkeit für das mehrfache Auftauchen einer Zahl ist größer als in Teilaufgabe b).

K 2/5 **11** **a)** Anna betrachtet in jedem Schritt nur, ob der gewünschte Buchstabe gezogen wird oder ein anderer, egal welcher andere.

P („ABER“) = $\frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{2}{17} \approx 0{,}36\,\%$

b) 1 P („RABE“) = $\frac{2}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{5}{18} \cdot \frac{7}{17} \approx 0{,}36\,\%$

2 P („EBER“) = $\frac{7}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{6}{18} \cdot \frac{2}{17} \approx 0{,}36\,\%$

3 P („REBE“) = $\frac{2}{20} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{5}{18} \cdot \frac{6}{17} \approx 0{,}36\,\%$

4 P („ABBA“) = $\frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{4}{18} \cdot \frac{5}{17} \approx 0{,}52\,\%$

K 3/6 **12** **a)** Von den 30 Schülerinnen und Schülern werden vier verschiedene Personen befragt, d. h., niemand wird mehrfach befragt.

b) P („alle vier Schülerinnen und Schüler sind im Klassenchat“) = $\frac{24}{30} \cdot \frac{23}{29} \cdot \frac{22}{28} \cdot \frac{21}{27} = \frac{506}{1305} \approx 38{,}78\,\%$

c) $P(E_1) = 4 \cdot \frac{24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 6}{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27} = \frac{4048}{9135} \approx 0{,}4431 = 44{,}31\,\%$

$P(E_2) = 4 \cdot \frac{24 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27} = \frac{32}{1827} \approx 0{,}0175 = 1{,}75\,\% < P(E_1)$

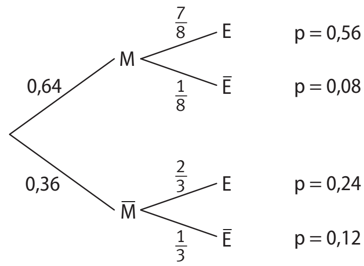
d) Individuelle Empfehlungen. Beispiele: sich deutlich gegen das Cybermobbing in der Gruppe positionieren; das Gespräch mit Betroffenen suchen; Unterstützung suchen z. B. bei Lehrkräften; Vorfälle durch Screenshots dokumentieren; an den Betreiber der Plattform wenden, um Nutzer sperren zu lassen; bei Straftatbeständen Anzeige erstatten

K 4/6 **13** Nachdem im ersten Zug eine weiße Kugel gezogen wird, beträgt die Wahrscheinlichkeit für eine weiße Kugel $\frac{5}{9}$. Hieraus kann man die Vermutung ableiten, dass anfangs zehn Kugeln in der Urne waren. Dann würde die Wahrscheinlichkeit, im ersten Zug eine weiße Kugel zu ziehen, $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ betragen. Außerdem wären zu Beginn dann 4 schwarze Kugeln in der Urne, d. h., die Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugel zu ziehen, beträgt auf der ersten Stufe $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$. Auf der zweiten Stufe beträgt nach dem Ziehen einer schwarzen Kugel die Wahrscheinlichkeit für eine weitere schwarze Kugel $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ und für eine weiße Kugel $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

10 Kugeln sind die kleinstmögliche Anzahl, da die Brüche $\frac{4}{9}$ und $\frac{5}{9}$ auf Stufe 2 nicht weiter gekürzt werden können.

K 4/5 **14 a)**

	M	$\overline{M}$	gesamt
E	0,56	0,24	0,8
$\overline{E}$	0,08	0,12	0,2
gesamt	0,64	0,36	1



b) **1** P (A) = P (M ∩ $\overline{E}$) = 8 %

P (A) ist aus der Vierfeldertafel direkt ablesbar; aus dem Baumdiagramm kann man P (A) ablesen, wenn man alle Pfadwahrscheinlichkeiten ergänzt hat.

2 P (B) = P ($\overline{M}$) = 36 %

P (B) kann man sowohl aus der Vierfeldertafel als auch aus dem Baumdiagramm direkt ablesen.

3 P (C) = P (E) = 80 %

P (C) ist nur aus der Vierfeldertafel direkt ablesbar.

4 P (D) = 1 – P (M ∩ E) = 1 – 0,56 = 0,44 = 44 %

P (D) kann aus keiner der Darstellungen direkt abgelesen werden.

K 4/6 **15 a)** Unterschied: In Schachtel B befinden sich doppelt so viele Kugeln wie in Schachtel A. Dabei wurde die Anzahl jeder Farbe verdoppelt.

Gemeinsamkeiten: In jeder Urne befinden sich nur schwarze, weiße und rote Kugeln. Dabei befinden sich in jeder Urne doppelt so viele weiße wie rote und doppelt so viele schwarze wie weiße Kugeln in jeder Urne.

b) Unterschiede: Aus Schachtel A kann man höchstens siebenmal eine Kugel ziehen, aus Schachtel B vierzehnmal. Ab dem zweiten Zug weichen die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Farben in den beiden Urnen voneinander ab.

Gemeinsamkeit: Die Wahrscheinlichkeiten beim ersten Zug sind für alle Farben in beiden Schachteln gleich.

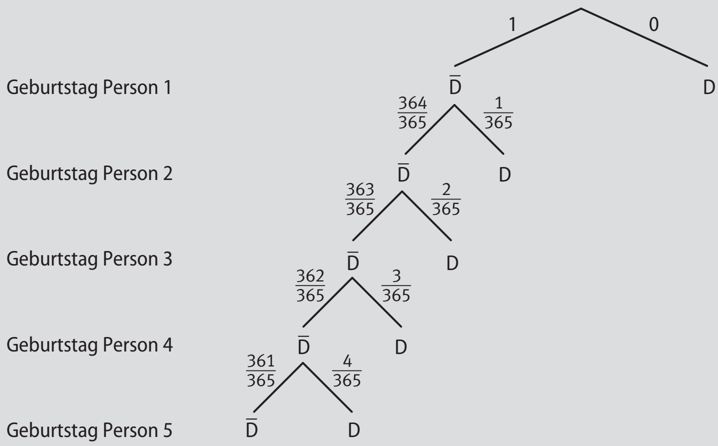
c) Die Unterschiede aus Teilaufgabe b) entfallen. Die Wahrscheinlichkeiten für das Ziehen aller Farben stimmen bei beiden Schachteln auf allen Stufen des Baumdiagramms überein.

Anwendung

Das Geburtstagsparadoxon

K 3/6
- Individuelle Ergebnisse der Schätzungen.

K 3/4
- Vereinfachtes Baumdiagramm für D: „Datum kam bereits vor." und $\overline{D}$: „Datum kam noch nicht vor."



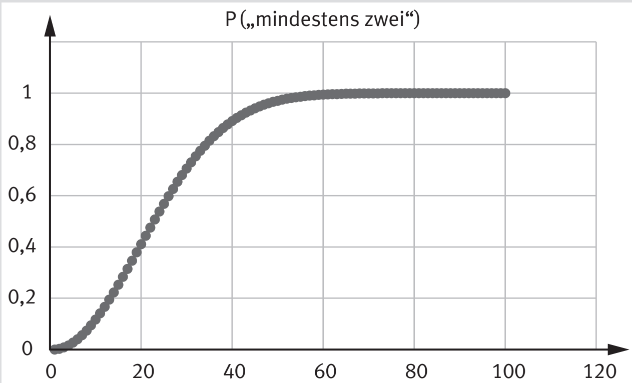
$$P(A) = 1 - \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \frac{361}{365} \approx 2{,}71\,\%$$

K3/4

■ **a) Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-01**
In Spalte A wird die Anzahl der Personen eingetragen.
In Spalte B wird die jeweilige Wahrscheinlichkeit des Astes für $\overline{D}$ eingetragen.
In Spalte C wird das Produkt der Astwahrscheinlichkeiten für $\overline{D}$ aller bisherigen Stufen gebildet.
In Spalte D wird die Wahrscheinlichkeit für P(A) mithilfe der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses ermittelt.

b) $n = 20$: $P(A) \approx 0{,}411438384 \approx 41{,}14\,\%$
$n = 60$: $P(A) \approx 0{,}994122661 \approx 99{,}41\,\%$
Individuelle Ergebnisse hinsichtlich der Genauigkeit der Schätzungen aus Teilaufgabe a).

c) Für $n = 23$ gilt $P(A) > 50\,\%$.



K3/5

■ $n = 5$: $P(B) = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^5 \approx 1{,}36\,\%$

$n = 23$: $P(B) = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^{23} \approx 6{,}11\,\%$

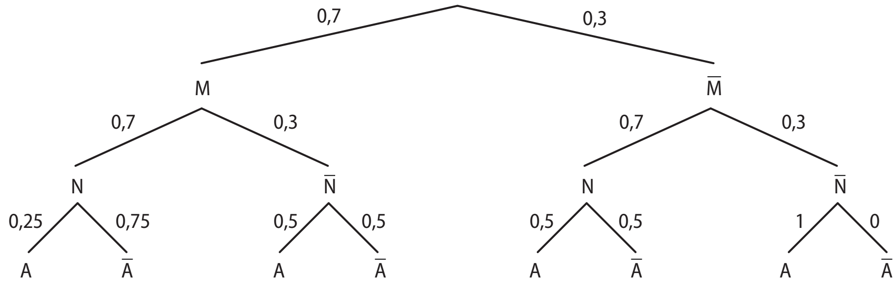
K2/4

16 a) Mögliche Simulation mithilfe eines Urnenmodells: Urne mit 400 Kugeln, die mit den Zahlen von 1 bis 400 beschriftet sind; 50-maliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen; anschließend wird geprüft, ob unter den 50 notierten Nummern mindestens eine Nummer mehr als einmal vorkommt.
$P(\text{„Man erhält kein doppeltes Sammelbild.“}) = \frac{400}{400} \cdot \frac{399}{400} \cdot \ldots \cdot \frac{400 - 50 + 1}{400} = 1 \cdot \frac{399}{400} \cdot \frac{351}{400}$
$\approx 0{,}02962642 \approx 2{,}96\,\%$

b) Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-02
Kauft man 20 Päckchen, erhält man 100 Sammelbilder. Man nutzt hier in Analogie zum Geburtstagsparadoxon die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses zur Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit.
$P(\text{„mindestens ein doppeltes Sammelbild“}) = 1 - P(\text{„kein doppeltes Sammelbild“})$
$\approx 0{,}999999693 \approx 100\,\%$
Marie hat Recht.
Anmerkung: Bereits bei 47 Sammelbildern (weniger als 10 Päckchen) ist die Wahrscheinlichkeit für ein doppeltes Sammelbild größer als 95 %.

K2/3 **17 a)** Mögliche Simulation durch ein Urnenmodell: Es wird nacheinander jeweils eine Kugel aus einer der Urnen 1 bis 3 gezogen.
Stufe 1: eine Urne mit 2 Kugeln, von denen eine rot („Person 1 trägt einen MNS.“) und eine weiß ist
Stufe 2: eine Urne mit 2 Kugeln, von denen eine orange („Person 2 trägt einen MNS.“) und eine weiß ist
Stufe 3: Man unterscheidet 3 Urnen, deren Inhalt je nach dem Anteil p variiert. Für p = 0,5 (vgl. Randbemerkung im Schulbuch) ist der Inhalt der Urnen konkretisiert:
- Aus Urne 1 zieht man, wenn man zuvor zwei weiße Kugeln gezogen hat: Urne mit einer schwarzen („Ansteckung findet statt.“) Kugel.
- Aus Urne 2 zieht man, wenn man zuvor die rote und die orange Kugel gezogen hat: Urne mit 4 Kugeln, von denen eine schwarz („Ansteckung findet statt.“) und drei weiß sind.
- Aus Urne 3 zieht man, wenn man zuvor entweder die rote oder die orange Kugel, aber nicht beide, gezogen hat: Urne mit 2 Kugeln, von denen eine schwarz („Ansteckung findet statt.“) und eine weiß ist.

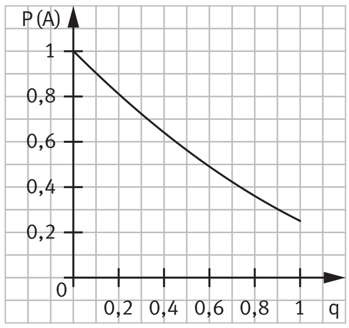
b) M: „Person 1 trägt einen MNS.“; N: „Person 2 trägt einen MNS.“; A: „Eine Ansteckung findet statt.“



$P(A) = 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}25 + 0{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}5 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}5 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 1 = 0{,}4225 = 42{,}25\,\%$

c) $P(A) = q^2 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot q \cdot (1 - q) \cdot 0{,}5 + (1 - q)^2 = 0{,}25q^2 + q - q^2 + 1 - 2q + q^2 = 0{,}25q^2 - q + 1$

q	**0 %**	**50 %**	**100 %**
P (A)	1	$\frac{9}{16}$	0,25



d) Je größer der Anteil der MNS-Träger in der Bevölkerung ist, desto kleiner ist die Wahrscheinlichkeit einer Ansteckung.

e) Individuelle Ergebnisse, z. B. Abstands- und Hygieneregeln, Kontaktbeschränkungen

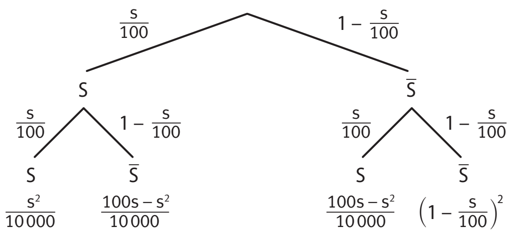
f) Individuelle Ergebnisse. Die Aussage stellt eine modellhafte Verallgemeinerung dar, z. B. werden individuelle Risikofaktoren für eine Ansteckung nicht berücksichtigt oder auch die Art bzw. der Sitz des Mund-Nasen-Schutzes.

K2/6 **18 a)** Individuelle Recherche-Ergebnisse. Beispiele:
- Mithilfe der Methode sollen Verfälschungen von Interviewantworten bei bestimmten Befragungsthemen minimiert werden.
- Durch Anonymisierung wird das wahre Ergebnis der Befragung geschätzt.
- Die Methodik wurde immer weiterentwickelt, so dass es verschiedene Varianten gibt, die unter diesem Begriff subsummiert werden.
- Ein Zufallsgenerator entscheidet vor der eigentlichen Frage, ob die befragte Person ehrlich antworten soll oder mit „ja“. Im Baumdiagramm am Rand (Schulbuch) wird der Zufallsgenerator mithilfe eines Münzwurfs simuliert. Wirft man Wappen, so antwortet man immer mit „ja“.

b) Aus dem Baumdiagramm folgt $P(\text{„ja“}) = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot p = \frac{1}{2} \cdot (1 + p)$. Man ersetzt P(„ja“) durch die relative Häufigkeit h_k: $h_k = \frac{1}{2} \cdot (1 + p) \;\Leftrightarrow\; 2 \cdot h_k = 1 + p \;\Leftrightarrow\; 2 \cdot h_k - 1 = p$.

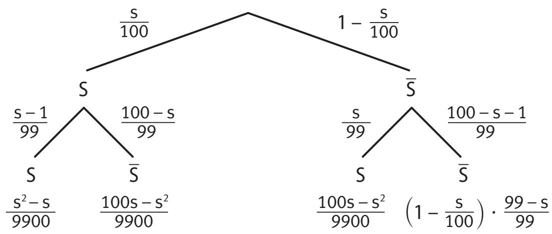
c) Individuelle Ergebnisse. Beispiele:
- Sind Sie schon einmal betrunken Auto gefahren?
- Haben Sie schon einmal die Schule geschwänzt?
- Haben Sie schon einmal eine „Raubkopie“ eines Films erstellt?
- Haben Sie schon einmal einen Diebstahl begangen?

K 1/2 **19 a)** **1** mit Zurücklegen



$P_{mZ}(A) = \frac{s^2}{10\,000}$

2 ohne Zurücklegen



$P_{oZ}(A) = \frac{s^2-s}{9900}$

b) $P_{mZ}(A) > P_{oZ}(A)$

Begründung: Wurde nach dem Ziehen einer schwarzen Kugel im ersten Zug diese Kugel zurückgelegt, so ist das Ziehen einer weiteren schwarzen Kugel geringfügig wahrscheinlicher, als wenn sie nicht zurückgelegt worden wäre, da sich eine schwarze Kugel mehr in der Urne befindet:

$\frac{s}{100} > \frac{s-1}{99} \Leftrightarrow \frac{s}{100} - \frac{s-1}{99} > 0 \Leftrightarrow \frac{99s - 100s + 100}{9900} > 0 \Leftrightarrow \frac{100-s}{9900} > 0.$

Die Ungleichung ist erfüllt, da $s \leq 98$ ist.

Der Unterschied ist aber klein und abhängig von der Anzahl s der schwarzen Kugeln.

c) $P_{mZ}(A) = 1{,}08 \cdot P_{oZ}(A) \Leftrightarrow \frac{s^2}{10\,000} = 1{,}08 \cdot \frac{s^2-s}{9900} \Leftrightarrow 99s^2 = 108 \cdot (s^2 - s)$

$\Leftrightarrow 0 = 108s^2 - 108s + 99s^2 \Leftrightarrow 0 = 9s^2 - 108s \Leftrightarrow 0 = 9s(s-12) \Rightarrow s_1 = 0;\ s_2 = 12$

Befinden sich in der Urne 12 schwarze und 88 nicht schwarze Kugeln, so ist die Wahrscheinlichkeit, zwei schwarze Kugeln zu ziehen, beim Ziehen mit Zurücklegen um 8 % größer als beim Ziehen ohne Zurücklegen.

Vertiefung

Das Ziegenproblem

K 3/6

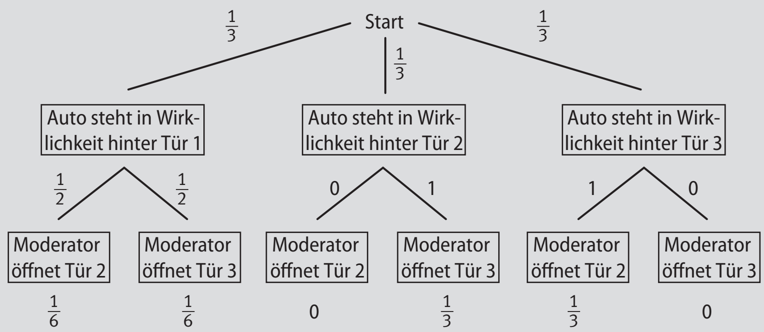
1 Individuelle Diskussionsergebnisse.
Anmerkung: Vielfach entsteht die Fehleinschätzung, dass eine Änderung der Entscheidung keine Veränderung der Gewinnwahrscheinlichkeit zur Folge hat.

K 3/4

2 a) Individuelle Ergebnisse.
b) Individuelle Diskussionsergebnisse.
Anmerkung: Werden alle Ergebnisse aus der Klasse in die Auswertung einbezogen, so folgt mit dem empirischen Gesetz der großen Zahlen, dass die relative Häufigkeit für den Autogewinn bei Person B höher sein sollte.

K 4/5

3



P („Man gewinnt das Auto.“) $= 0 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

K 2/6

4 Individuelle Diskussionsergebnisse.
Die Aussage ist richtig. Betrachtet man z. B. alle möglichen Verläufe des Ziegenproblems, so sieht man, dass ein Wechsel der Tür in sechs von neun Fällen zum Gewinn führt, wenn man nicht wechselt lediglich 3 Fälle.

Wahl der Tür der Kandidatin/ des Kandidaten	Tür, hinter der sich der Preis verbirgt	kein Wechsel	Wechsel
1	1	Autogewinn	Ziege
1	2	Ziege	Autogewinn
1	3	Ziege	Autogewinn
2	1	Ziege	Autogewinn
2	2	Autogewinn	Ziege
2	3	Ziege	Autogewinn
3	1	Ziege	Autogewinn
3	2	Ziege	Autogewinn
3	3	Autogewinn	Ziege

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 49

Entdecken

K3/5
- $A_Q = a^2;\ A_K = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi \Rightarrow \frac{A_K}{A_Q} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi}{a^2} = \frac{\pi}{4}$

K3/5
- $\pi = 4 \cdot \frac{A_K}{A_Q} = 4 \cdot \frac{m_K}{m_Q} = 4 \cdot \frac{304}{382} = \frac{608}{191} \approx 3{,}18$

Nachgefragt

K1/5
- Die Aussage ist nicht wahr. Die Genauigkeit der Näherung ist abhängig von der Lage der ergänzten Punkte. Es gilt jedoch, dass der Näherungswert mit steigender Anzahl an Punkten im Allgemeinen besser wird.

K1/5
- Die äußerst unwahrscheinlichen Grenzfälle sind 0 (alle Punkte liegen außerhalb des Viertelkreises) und 4 (kein Punkt liegt außerhalb des Viertelkreises).

Aufgaben

K4/5
1 Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-03

Individuelle Ergebnisse unter Verwendung der Mediendatei.

K4/6
2 Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-04

Individuelle Ergebnisse. Beispiele:
- Die Wahrscheinlichkeiten der Augenzahlen sind gleich: $p = \frac{1}{6} \approx 0{,}167$.
- Die relativen Häufigkeiten variieren bei wiederholter Durchführung der Simulation (Taste F9 im Tabellenblatt).
- Mit größer werdender Anzahl der Würfe nähern sich die relativen Häufigkeiten den Wahrscheinlichkeiten an (empirisches Gesetz der großen Zahlen).

K2/4
3 Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-05

a) In den Spalten A bis D wird mithilfe der Funktion ZUFALLSZAHL() eine x- bzw. y-Koordinate der Punkte P_1 bzw. P_2 erzeugt. Die Funktion ZUFALLSZAHL() erzeugt eine „zufällige“ Dezimalzahl im Intervall [0; 1[.

In Spalte E wird mithilfe des Satzes von Pythagoras der Abstand der beiden Punkte ermittelt. Hierzu wird die Funktion WURZEL() verwendet. In der Klammer wird die Summe der Differenz der beiden x-Koordinaten und der Differenz der beiden y-Koordinaten gebildet.

In Spalte F erfolgt die Prüfung, ob der Abstand kleiner als 0,25 Längeneinheiten ist. Hierzu wird die Funktion WENN() verwendet. Wird das Kriterium erfüllt, so wird die Ziffer 1 ausgegeben; wird das Kriterium nicht erfüllt die Ziffer 0.

In Spalte G erfolgt die Prüfung, ob der Abstand größer als 1 Längeneinheit ist. Hierzu wird die Funktion WENN() verwendet. Wird das Kriterium erfüllt, so wird die Ziffer 1 ausgegeben; wird das Kriterium nicht erfüllt die Ziffer 0.

In Spalte H wird geprüft, ob die y-Koordinaten beider Punkte größer als 0,5 sind. Hierzu wird neben der Funktion WENN() die Funktion UND() verwendet, die sicherstellt, dass beide Bedingungen erfüllt werden. Wird das Kriterium erfüllt, so wird die Ziffer 1 ausgegeben; wird das Kriterium nicht erfüllt die Ziffer 0.

b) Man nutzt z. B. die Funktionen ZÄHLENWENNS(Bereich;Kriterium) und ANZAHL2(Bereich). ANZAHL2 zählt die nicht leeren Zellen eines Bereichs.

c) Individuelle Fragestellungen. Beispiele:
- beide Punkte liegen in der linken (rechten) Hälfte des Quadrats
- andere Abstandswerte für die beiden Punkte

K 3/4 **4** **a)** Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses muss kleiner als $\frac{18}{37}$ sein. Mögliche Ereignisse sind:
- „Man setzt auf eine bestimmte Zahl (Plein)."
- „Man setzt auf zwei Zahlen (Cheval)."
- „Man setzt auf drei Zahlen (Transversale)."
- „Man setzt auf vier Zahlen (Carré)."
- „Man setzt auf sechs Zahlen (Sixain)."
- „Man setzt auf ein Dutzend Zahlen (Douzaine)."

b) Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses muss kleiner als $\frac{1}{37}$ sein. Dies ist bei unmöglichen Ereignissen der Fall, z. B. „Man setzt auf 38.".

c) Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses muss kleiner als $\frac{12}{37}$ sein. Mögliche Ereignisse sind:
- „Man setzt auf eine bestimmte Zahl (Plein)."
- „Man setzt auf zwei Zahlen (Cheval)."
- „Man setzt auf drei Zahlen (Transversale)."
- „Man setzt auf vier Zahlen (Carré)."
- „Man setzt auf sechs Zahlen (Sixain)."

K 3/4 **5** **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-06**

a) Individuelle Ergebnisse in der Simulation.

b) Beispiel: Erweiterung der im Mediencode hinterlegten Datei auf 2000 Würfe.
Die relative Häufigkeit für die Augenzahl 11 ist in der Regel größer als für die Augenzahl 12.

c) Julius hat nicht Recht. Beim dreifachen Würfelwurf gibt es insgesamt 216 Möglichkeiten.
Für die Augenzahl 11 gibt es 21 weitere Möglichkeiten: 164; 461; 416; 614; 641; 515; 551; 263; 362; 326; 632; 623; 254; 542; 524; 452; 425; 353; 533; 343; 433. Es gibt somit 27 Möglichkeiten, die Augenzahl 11 zu werfen. Die Wahrscheinlichkeit, die Augenzahl 11 zu werfen, beträgt $\frac{27}{216} = \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$.
Für die Augenzahl 12 gibt es 19 weitere Möglichkeiten: 165; 651; 615; 561; 516; 264; 642; 624; 426; 462; 252; 522; 636; 633; 354; 543; 534; 435; 453.
Es gibt somit 25 Möglichkeiten, die Augenzahl 12 zu werfen. Die Wahrscheinlichkeit, die Augenzahl 12 zu werfen, beträgt $\frac{25}{216} \approx 11{,}6\,\%$.

K 2/3 **6** **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-07**

a) In den Spalten H bis L wird jeweils die Ziffer 1 ausgegeben, wenn die Super Baskets eine Partie gewinnen. Steht in Spalte N eine Eins, gewinnen die Super Baskets die Fünferserie.

b) Individuelle Lösungen in der Mediendatei.
Anmerkung: Es gilt
$P(\text{„Super Baskets gewinnen Fünferserie"}) = 10 \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6 + 5 \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6 + 0{,}4^5 = \frac{4864}{15\,625} \approx 31{,}13\,\%$.

c) Die relative Häufigkeit, mit welcher die Super Baskets eine Siebenerserie gewinnen, ist geringer als die relative Häufigkeit, mit welcher sie eine Fünferserie gewinnen.
Anmerkung: Es gilt

$$\begin{aligned} P(\text{„Super Baskets gewinnen Siebenerserie"}) &= 35 \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}6^3 + 21 \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^2 + 7 \cdot 0{,}4^6 \cdot 0{,}6 + 0{,}4^7 \\ &= \frac{4528}{15\,625} \approx 28{,}98\,\% \end{aligned}$$

K2/5 **7** **a)** Individuelle Recherche-Ergebnisse. Beispiele:

Methode von John Wallis: unendliche Produktdarstellung der Kreiszahl π:

$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \ldots$. Die Konvergenzgeschwindigkeit ist langsamer als linear.

Methode von Gottfried Wilhelm Leibniz: Leibniz-Reihe $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots$.

Die Formel war dem indischen Mathematik Madhava schon im 14. Jahrhundert bekannt; benötigte Summanden n für s sinnvolle Nachkommastellen $n(s) = \frac{1}{2} \cdot 10^s$.

b) **1** Der Mittelpunkt des Kreises, der Schnittpunkt S der Seitenbreite des Streifens mit der Kreislinie und dessen Projektion auf die Horizontale spannen ein rechtwinkliges Dreieck auf.

Die Hypotenuse besitzt die Länge r. Die Breite des Dreiecks ist gegeben durch die x-Koordinate des Punktes S. Für die Höhe des Streifens gilt $h = \sqrt{r^2 - x_S^2}$.

Die Breite der Streifen beträgt $b = \frac{1}{n} \cdot r$.

Den Flächeninhalt des Streifens erhält man durch Multiplikation der Breite und Höhe.

2 Für zwei Streifen gilt: $\frac{\pi}{4} \approx \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{7}}{8} \approx 0{,}81 \Rightarrow \pi^* \approx 3{,}259$

3 **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-08**

Durch geschicktes Probieren erhält man mithilfe der Simulation, dass 1301 Streifen benötigt werden.

4 Individuelle Ergebnisse. Beispiel:

- Bei der Monte-Carlo-Methode variiert der Näherungswert von Simulation zu Simulation, wohingegen bei der Streifenmethode der Näherungswert nur von der Anzahl der Streifen abhängt. Die Näherung von π lässt sich bei der Monte-Carlo-Methode nur mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit bestimmen, die jedoch nach dem empirischen Gesetz der großen Zahlen mit steigender Anzahl an Punkten abnimmt.
- Die Streifenmethode liefert bei großer Streifenzahl zuverlässig eine bessere Näherung als die Monte-Carlo-Methode (z. B. Betrachtung der 1301 Streifen aus Teilaufgabe b) **2** im Vergleich zu 1301 Punkten in der Monte-Carlo-Methode).
- Beide Methoden können mithilfe einer Tabellenkalkulation simuliert werden.

Vertiefung

Das Problem der vertauschten Briefe

K 3/5

1 $P(E) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{24} \approx 41{,}7\,\%$

K 4/6

2 Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-09

Zur Ermittlung einer Zufallszahl nutzt man in den Spalten B bis E die Funktion ZUFALLSZAHL(), die eine „zufällige“ Zahl im Intervall [0; 1[ausgibt.

In den Spalten G bis J nutzt man die Funktion KLEINSTE(), um die Werte der Spalten B bis E nach der Größe zu ordnen. Zunächst wird der zu betrachtende Bereich definiert und nach dem Semikolon die jeweilige Stelle in der von der kleinsten zur größten Zahl hin geordneten Datenreihe (hier: 1 kleinster Wert; 4 größter Wert).

In den Spalten L bis P wird mithilfe der Funktion WENN() geprüft, ob der Wert aus Simulation und Sortierung übereinstimmen. Ist dies der Fall, wird die Ziffer 1 ausgegeben, andernfalls 0.

In Spalte Q wird die Anzahl richtig zugeordneter Briefe mithilfe der Funktion SUMME() ausgegeben.

Die Näherung kann gemäß der Simulation in Zelle I_1 für 500 Durchgänge abgelesen werden.

K 3/4

3 Bei 4 Briefen gibt es $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten der Anordnung, die unter der Annahme eines Laplace-Experiments alle gleich wahrscheinlich sind.

Bei vier Briefen gibt es 9 Möglichkeiten, keinen Brief richtig zuzuordnen.

Es gilt somit $P(K) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 37{,}5\,\%$.

Brief 1 in Umschlag…	Brief 2 in Umschlag …	Brief 3 in Umschlag …	Brief 4 in Umschlag …
2	3	4	1
2	4	1	3
2	1	4	3
3	4	1	2
3	4	2	1
3	1	4	2
4	1	2	3
4	3	1	2
4	3	2	1

K 3/6

4 Individuelle Ergebnisse des Vergleichs. Gemäß dem empirischen Gesetz der großen Zahlen wird die Näherung mit größer werdender Anzahl an Durchführungen im Allgemeinen besser.

K 3/4

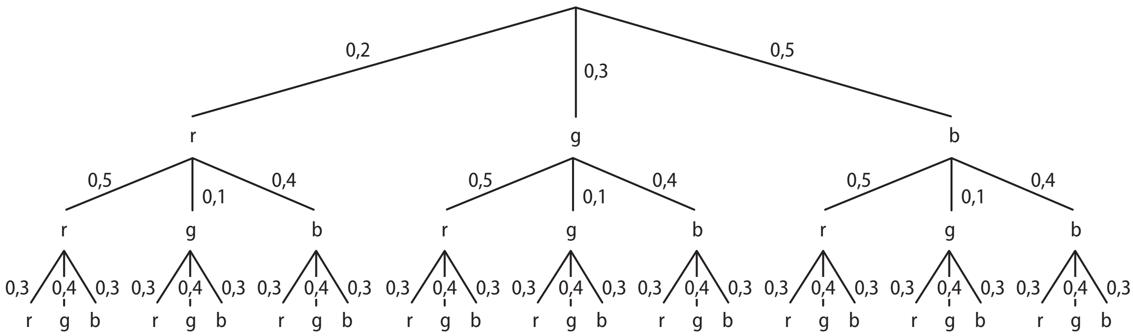
5 Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-09

K5/6 **1**

a) A: „Alle drei Personen treffen.“
b) B: „Mindestens eine der Personen trifft.“
c) C: „Alle drei Personen treffen.“

a) A: „Mindestens eine Person trifft nicht.“ oder A: „Höchstens zwei Personen treffen.“
b) B: „Genau zwei Personen treffen.“
c) C: „Eine Person oder keine Person trifft.“

K4/5 **2**



a) $P(A) = P(\text{„rrr“}) = 0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}03 = 3\,\%$
b) $P(B) = P(\text{„rrr“}) + P(\text{„ggg“}) + P(\text{„bbb“})$
$= 0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}4 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3$
$= 10{,}2\,\%$

a) $P(A) = P(\text{„grr“}) + P(\text{„rgr“}) + P(\text{„rrg“})$
$= 0{,}3 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}3 + 0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}4$
$= 9{,}1\,\%$
b) $P(B) = P(\text{„}r\bar{r}\bar{r}\text{“}) + P(\text{„}\bar{r}r\bar{r}\text{“}) + P(\text{„}\bar{r}\bar{r}r\text{“})$
$= 0{,}2 \cdot (1 - 0{,}5) \cdot (1 - 0{,}3)$
$+ (1 - 0{,}2) \cdot 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}3)$
$+ (1 - 0{,}2) \cdot (1 - 0{,}5) \cdot 0{,}3 = 47\,\%$

K3/6 **3**

a) Urne mit 2 Kugeln, von denen eine weiß („Antwort ist richtig.“) und eine schwarz („Antwort ist falsch.“) ist; zehnmaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen
b) Urne mit 7 verschiedenfarbigen Kugeln, die die Wochentage simulieren; viermaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen
c) Urne mit 8 Kugeln, von denen eine rot („45°-Sektor“), zwei grün („90°-Sektor“) und fünf blau („225°-Sektor“) sind; dreimaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

a) Urne mit fünf Kugeln, von denen eine weiß („Antwort ist richtig.“) und vier schwarz („Antwort ist falsch.“) sind; zehnmaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen
b) Urne mit 10 verschiedenfarbigen Kugeln, die die Teilnehmer simulieren; dreimaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen
c) Urne mit 72 Kugeln, von denen eine rot („5°-Sektor“), 18 blau („90°-Sektor“), 9 grün („45°-Sektor“) und 44 lila („220°-Sektor“) sind; dreimaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

K3/5 **4** Mögliche Simulation: Urne mit 28 Kugeln, von denen 12 rot („Mädchen“) und 16 blau („Jungen“) sind; dreimaliges Ziehen ohne Zurücklegen

a) $P(\text{„kein Junge“}) = P(\text{„drei Mädchen“})$
$= \frac{12}{28} \cdot \frac{11}{27} \cdot \frac{10}{26} = \frac{55}{619} \approx 6{,}7\,\%$
b) $P(\text{„genau ein Mädchen“})$
$= 3 \cdot \frac{12}{28} \cdot \frac{16}{27} \cdot \frac{15}{26} = \frac{40}{91} \approx 44{,}0\,\%$
c) $P(\text{„höchstens zwei Jungen“})$
$= 1 - P(\text{„drei Jungen“})$
$= 1 - \frac{16}{28} \cdot \frac{15}{27} \cdot \frac{14}{26} = 1 - \frac{20}{117}$
$= \frac{97}{117} \approx 82{,}9\,\%$

a) $P(\text{„sowohl Jungen als auch Mädchen“})$
$= 1 - (P(\text{„drei Mädchen“}) + P(\text{„drei Jungen“}))$
$= 1 - \left(\frac{12}{28} \cdot \frac{11}{27} \cdot \frac{10}{26} + \frac{16}{28} \cdot \frac{15}{27} \cdot \frac{14}{26}\right)$
$= 1 - \left(\frac{55}{619} + \frac{20}{117}\right) \approx 74{,}0\,\%$
b) $P(\text{„mindestens zwei Mädchen“})$
$= P(\text{„zwei Mädchen“}) + P(\text{„drei Mädchen“})$
$= 3 \cdot \frac{16}{28} \cdot \frac{12}{27} \cdot \frac{11}{26} + \frac{12}{28} \cdot \frac{11}{27} \cdot \frac{10}{26}$
$= \frac{319}{819} \approx 38{,}9\,\%$
c) $P(\text{„Person 1 ist ein Junge“}) = \frac{16}{28} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{4}{7}$
$\approx 57{,}1\,\%$

K 3/5 **5** **a)** P („Elani und Lino“)

$= 2 \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{49} = \frac{1}{1225} \approx 0{,}08\,\%$

b) P („Elani, aber nicht Lino“)

$= 2 \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{48}{49} = \frac{48}{1225} \approx 3{,}92\,\%$

c) P („irgendein Mädchen und irgendein Junge“)

$= 2 \cdot \frac{24}{50} \cdot \frac{26}{49} = \frac{624}{1225} \approx 50{,}94\,\%$

a) P („weder Elani noch Lino“)

$= \frac{48}{50} \cdot \frac{47}{49} = \frac{1128}{1225} \approx 92{,}08\,\%$

b) P („mindestes ein Junge“)

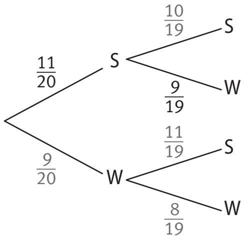
$= 1 - P(\text{„zwei Mädchen“})$

$= 1 - \frac{24}{50} \cdot \frac{23}{49} = \frac{949}{1225} \approx 77{,}47\,\%$

c) P („zwei Mädchen, aber nicht Elani“)

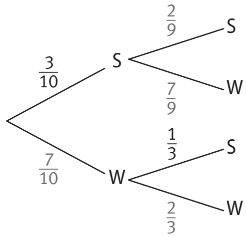
$= \frac{23}{50} \cdot \frac{22}{49} = \frac{253}{1225} \approx 20{,}65\,\%$

K 2/6 **6** Urne mit 20 Kugeln, von denen 11 schwarz und 9 weiß sind; zweimaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen.



Beispiel: In einer Fußball-Trainingsgruppe der E-Jugend sind 20 Kinder, 11 Jungen und 9 Mädchen. Der Trainer wählt zwei Kinder aus, um die Bälle zu holen.

Urne mit 10 Kugeln, von denen 3 schwarz und 7 weiß sind; zweimaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen.



Beispiel: In der Musikschule lernen 3 Kinder Querflöte und 7 Klavier. Zwei der 10 Kinder sollen ein Duett einüben.

K 5/6 **7** Urne mit fünf Kugeln, von denen eine weiß („richtige Lösung“) und vier schwarz („falsche Lösung“) sind; viermaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

a) P („alles richtig“) $= \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{625} = 0{,}16\,\%$

b) P („nur die ersten drei Aufgaben richtig“)

$= \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{625} = 0{,}64\,\%$

c) P („mindestens eine Aufgabe richtig“)

$= 1 - P(\text{„alles falsch“}) = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^4$

$= 1 - \frac{256}{625} = 59{,}04\,\%$

a) P („alles falsch“) $= \left(\frac{4}{5}\right)^4 = \frac{256}{625} = 40{,}96\,\%$

b) P („abwechselnd richtig und falsch“)

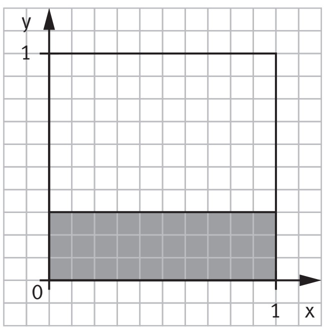
$= 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{32}{625} = 5{,}12\,\%$

c) P („mindestens zwei Aufgaben richtig“)

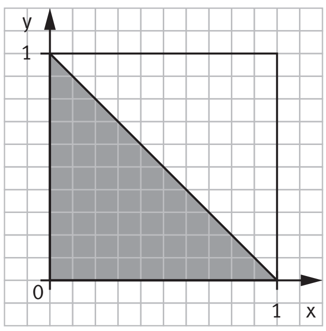
$= 1 - P(\text{„höchstens eine Aufgabe richtig“})$

$= 1 - \left[\left(\frac{4}{5}\right)^4 + 4 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \frac{1}{5}\right] = \frac{113}{625} = 18{,}08\,\%$

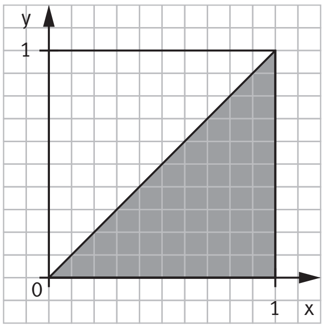
K 2/4 **8** **a)**



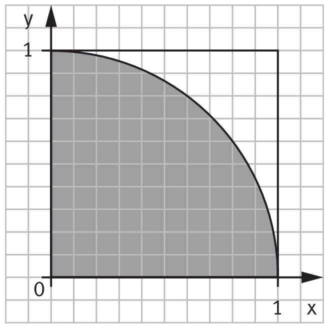
a)



b)



b)



K2/4 **9** **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-10**

Wurf des Laplace-Würfels: ZUFALLSBEREICH(1;6)

Wurf der Laplace-Münze: ZUFALLSBEREICH(0;1); 1 wird für Wappen ausgegeben, 0 für Zahl.

Wurf der Laplace-Münze: ZUFALLSBEREICH(0;1); 1 wird für Wappen ausgegeben, 0 für Zahl.

Beispiel für eine Gewinnregel: Der Gewinn ist die bei „zweimal Zahl“ vervierfachte, bei „zweimal Wappen“ verachtfachte und bei „einmal Wappen, einmal Zahl“ einfache Augenzahl in Euro.

K 3/5 **10** Es gilt P („A wird geworfen.“) = P („L wird geworfen.“) = P („I wird geworfen.“) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

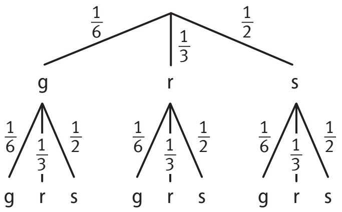
a) P („ALI“) = $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \approx 3{,}7\,\%$

b) P („AAA“) = $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \approx 3{,}7\,\%$

c) P („drei verschiedene Buchstaben“) = $6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9} \approx 22{,}2\,\%$

d) P („genau ein L“) = $12 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9} \approx 44{,}4\,\%$; alternativ: P(„genau ein L“) = $3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

K 4/5 **11** **1** mit Zurücklegen



a) P („ss“) = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\,\%$

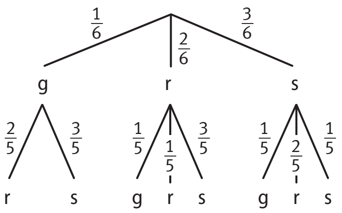
b) P („zwei gleichfarbige Kugeln“) = P („gg“) + P („rr“) + P („ss“) = $\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{14}{36} \approx 38{,}9\,\%$

c) P („zwei verschiedenfarbige Kugeln“) = 1 – P („zwei gleichfarbige Kugeln“) = $1 - \frac{14}{36} \approx 61{,}1\,\%$

d) P („mindestens eine rote Kugel“) = P („rr“) + P („rg“) + P („rs“) + P („gr“) + P („sr“)
$= \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{9} \approx 55{,}6\,\%$

e) P („höchstens eine schwarze Kugel“) = 1 – P(„ss“) = $1 - \frac{1}{4} = 75\,\%$

2 ohne Zurücklegen



a) P („ss“) = $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5} = 20\,\%$

b) P („zwei gleichfarbige Kugeln“) = P („rr“) + P („ss“) = $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \approx 26{,}7\,\%$

c) P („zwei verschiedenfarbige Kugeln“) = 1 – P („zwei gleichfarbige Kugeln“) = $1 - \frac{4}{15} \approx 73{,}3\,\%$

d) P („mindestens eine rote Kugel“) = P („rr“) + P („rg“) + P („rs“) + P („gr“) + P („sr“)
$= \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 60\,\%$

e) P („höchstens eine schwarze Kugel“) = 1 – P („ss“) = $1 - \frac{1}{5} = 80\,\%$

K 4/5 **12** **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-11**

Sektor	rot	gelb	orange	blau	grün
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{12} = \frac{2}{24}$	$\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$	$\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$

Simulation z. B. mithilfe der Funktion ZUFALLSBEREICH(1;24); individuelle Ergebnisse in Abhängigkeit von der Simulation.

K 5/6 **13 a)** Beispiel: Urne mit sechs Kugeln, von denen eine rot ist und fünf grün sind; dreimaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

Beispiel: Ein Glücksrad mit einem roten Sektor (Mittelpunktswinkel 60°) und einem grünen Sektor (Mittelpunktswinkel 300°) wird dreimal nacheinander gedreht.
A: „Man dreht dreimal grün."

b) Beispiel: Urne mit 365 Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 365 beschriftet sind; dreimaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen

Beispiel: Drei Personen tauschen sich über ihr Geburtsdatum aus.
A: „Alle drei Personen haben an verschiedenen Tagen Geburtstag."

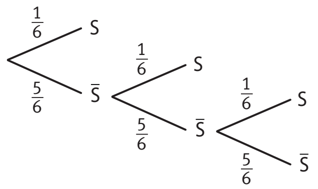
c) Beispiel: Urne mit acht Kugeln, von denen eine weiß ist und sieben schwarz sind; Ziehen einer Kugel

Beispiel: Acht unterscheidbare Bücher stehen im Regal, von denen eines „blind" herausgenommen wird.
A: „Man zieht das einzige Mathematikbuch."

d) Beispiel: Urne mit 365 Kugeln, die mit den Daten eines Kalenderjahres beschriftet sind; dreimaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

Beispiel: Drei Personen tauschen sich über ihr Geburtsdatum aus.
A: „Alle drei Personen haben im Februar Geburtstag."

K 3/5 **14 a)** S: „Man würfelt eine Sechs."



b) P („Man darf starten.") $= \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{216} \approx 42{,}1\,\%$

c) P („Man darf vier Runden hintereinander nicht starten.")
= P („Man würfelt in 12 Versuchen keine 6.") $= \left(\frac{5}{6}\right)^{12} \approx 11{,}2\,\%$

K 5/6 **15** Beispiel: Urne mit 30 Kugeln, von denen 5 gelb und 25 schwarz sind; dreimaliges Ziehen einer Kugel ohne Zurücklegen

a) P („bbb") $= \frac{25}{30} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{23}{28} = \frac{115}{203} \approx 56{,}7\,\%$

b) P („bbg") $= \frac{25}{30} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{5}{28} = \frac{25}{203} \approx 12{,}3\,\%$

c) P („genau eine gelbe Kugel") = P(„gbb") + P(„bgb") + P(„bbg")
$= \frac{5}{30} \cdot \frac{25}{29} \cdot \frac{24}{28} + \frac{25}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{24}{28} + \frac{25}{30} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{5}{28} = 3 \cdot \frac{5}{30} \cdot \frac{25}{29} \cdot \frac{24}{28} = \frac{75}{203} \approx 36{,}9\,\%$

d) P („genau zwei gelbe Kugeln") = P („ggb") + P („gbg") + P („bgg")
$= \frac{5}{30} \cdot \frac{4}{29} \cdot \frac{25}{28} + \frac{5}{30} \cdot \frac{25}{29} \cdot \frac{4}{28} + \frac{25}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{4}{28} = 3 \cdot \frac{25}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{4}{28} = \frac{25}{406} \approx 6{,}2\,\%$

e) P („mindestens eine gelbe Kugel") = 1 – P („keine gelbe Kugel") = 1 – P („bbb") $= 1 - \frac{115}{203} \approx 43{,}3\,\%$

f) P („bgb") $= \frac{25}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{24}{28} = \frac{25}{203} \approx 12{,}3\,\%$

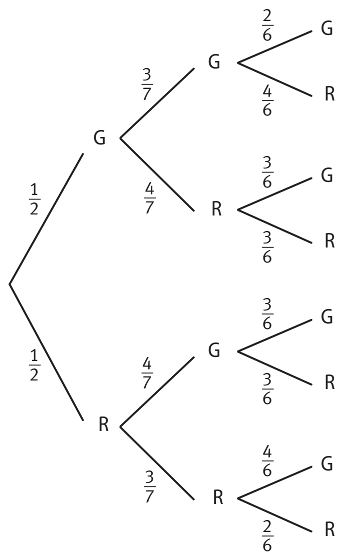
K 4/6 **16** Zunächst wird mithilfe der Funktion ZUFALLSZAHL( ) eine Dezimalzahl im Intervall [0; 1[ermittelt. Diese wird im Beispiel mit dem Faktor 8 – 5 + 1 = 4 multipliziert. Der Wert des Produkts wird mithilfe der Funktion GANZZAHL( ) auf die nächste ganze Zahl abgerundet. Abschließend wird die untere Intervallgrenze a (hier a = 5) addiert. So wird sichergestellt, dass man Zahlen im gesuchten Intervall [a; b] erzeugt.

K 1/5 **17 a)** Es handelt sich um ein Urnenexperiment ohne Zurücklegen und mit 8 Kugeln.

Begründung: Die Wahrscheinlichkeit für „Rot“ ist auf Stufe 1 genauso groß wie die für „Grün“, nämlich je $\frac{1}{2}$. Da sich die Wahrscheinlichkeit für „Grün“ beim nächsten Ziehen ändert (auf $\frac{3}{7}$, falls zuvor ebenfalls Grün gezogen wurde), liegt Ziehen ohne Zurücklegen vor. Bei einem Modell mit Zurücklegen bliebe die Wahrscheinlichkeit gleich.

Aus dem Nenner 7 ergibt sich die Gesamtzahl von 8 Kugeln.

b)



K 3/5 **18 a)** P („Trick gelingt jedes Mal.“) $= 0{,}2^5 = \frac{1}{3125} = 0{,}032\,\%$

b) P („Trick gelingt kein einziges Mal.“) $= 0{,}8^5 = \frac{1024}{3125} \approx 32{,}8\,\%$

c) P („Trick gelingt genau einmal.“) $= 5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^4 = \frac{256}{625} \approx 41{,}0\,\%$

d) P („Trick gelingt erst beim fünften Versuch.“) $= 0{,}8^4 \cdot 0{,}2 = \frac{256}{3125} \approx 8{,}2\,\%$

e) P („Trick gelingt frühestens beim fünften Versuch.“) $= 0{,}8^4 \cdot 1 = \frac{256}{625} \approx 41{,}0\,\%$

f) P („Trick gelingt spätestens beim fünften Versuch.“)

$= 0{,}2 \cdot 1^4 + 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 1^3 + 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 \cdot 1^2 + 0{,}8^3 \cdot 0{,}2 \cdot 1 + 0{,}8^4 \cdot 0{,}2 = \frac{2101}{3125} \approx 67{,}2\,\%$

g) P („Trick gelingt genau viermal.“) $= 5 \cdot 0{,}2^4 \cdot 0{,}8 = \frac{4}{625} = 0{,}64\,\%$

K 2/3 **19 a)** **1** $P(G_1)$ = P („Person in Gruppe 1 erkrankt.“) $= \frac{311}{22\,000} \approx 1{,}4\,\%$

2 $P(G_2)$ = P („Person in Gruppe 2 erkrankt.“) $= \frac{3978}{22\,000} \approx 18{,}1\,\%$

b) **1** P („nur Thea erkrankt“) $= (1 - P(G_1))^2 \cdot P(G_2) = \left(1 - \frac{311}{22\,000}\right)^2 \cdot \frac{3978}{22\,000} \approx 17{,}6\,\%$

2 P („nur Wiebke erkrankt“) $= P(G_1) \cdot (1 - P(G_1)) \cdot (1 - P(G_2))$

$= \frac{311}{22\,000} \cdot \left(1 - \frac{311}{22\,000}\right)\left(1 - \frac{3978}{22\,000}\right) \approx 1{,}14\%$

3 P („genau eine Schwester erkrankt“)

$= 2 \cdot \frac{311}{22\,000} \cdot \left(1 - \frac{311}{22\,000}\right)\left(1 - \frac{3978}{22\,000}\right) + \left(1 - \frac{311}{22\,000}\right)^2 \cdot \frac{3978}{22\,000} \approx 19{,}9\,\%$

4 P („mindestens eine Schwester erkrankt“) = 1 – P („keine Schwester erkrankt“)

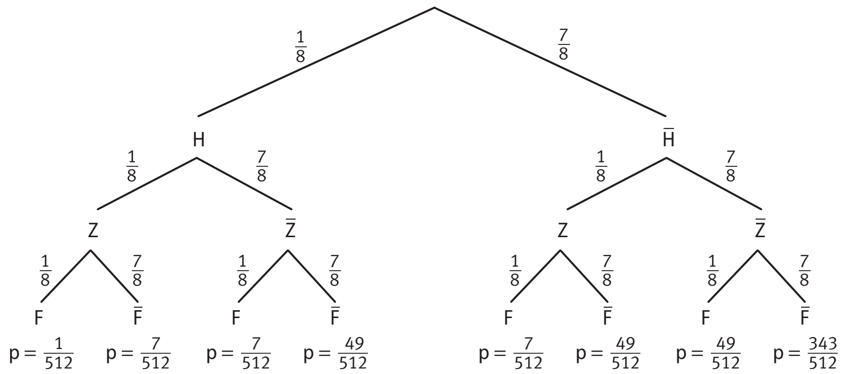
$= 1 - \left(1 - \frac{311}{22\,000}\right)^2\left(1 - \frac{3978}{22\,000}\right) \approx 20{,}4\,\%$

K6 **20**

	Nora	**Oscar**	**Pinar**
Beschreibung …	mithilfe der Anfangsbuchstaben W (Wappen) und Z (Zahl); Berücksichtigung der Reihenfolge	mithilfe der geworfenen Anzahl von Wappen; keine Berücksichtigung der Reihenfolge	mithilfe der Worte Wappen und Zahl; keine Berücksichtigung der Reihenfolge
Vorteil	• durch Berücksichtigung der Reihenfolge höherer Informationsgehalt • durch Abkürzung der Worte übersichtlicher	• Übersichtlichkeit durch Abkürzung	–
Nachteil	• je nach Fragestellung weniger übersichtlich durch Berücksichtigung der Reihenfolge	• Anzahl möglicher Ergebnisse für ein Ereignis nicht ersichtlich	• Anzahl möglicher Ergebnisse für ein Ereignis nicht ersichtlich • geringere Übersichtlichkeit durch Darstellung in Worten

K2/6 **21** Es gibt drei Möglichkeiten für Lucy, mindestens zwei aufeinanderfolgende Spiele zu gewinnen: G = {ggg; ggv; vgg}. Lucy muss also das zweite der drei Spiele in jedem Fall gewinnen. Hierfür sollte sie den Vater wählen, da sie sich gegen ihn höhere Gewinnchancen ausrechnet. Lucy sollte somit zuerst gegen ihre Mutter spielen.

K4/6 **22** **a)** H: „Man dreht den Sektor mit einem Gewinn von 100 €.“
Z: „Man multipliziert den Geldbetrag mit dem Faktor 2.“
F: „Man addiert 5 €.“



b) Mögliche Gewinne in Euro: $\Omega = \{0; 10; 15; 25; 45; 55; 195; 205\}$
P („Gewinn kleiner als 100 €“) = 1 – P („Gewinn größer oder gleich 100 €“)
$= 1 - \left(\frac{1}{512} + \frac{7}{512}\right) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64} \approx 98{,}4\,\%$

c) Individuelle Ergebnisse.
Anmerkung: Der Erwartungswert beträgt $\frac{1}{512} \cdot 205\,€ + \frac{7}{512} \cdot 195\,€ + \frac{7}{512} \cdot 55\,€ + \frac{49}{512} \cdot 45\,€$
$+ \frac{7}{512} \cdot 25\,€ + \frac{49}{512} \cdot 15\,€ + \frac{49}{512} \cdot 10\,€ + \frac{343}{512} \cdot 0\,€ \approx 10{,}86\,€$.

d) **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-12**
mögliche Simulation mithilfe der Funktion ZUFALLSBEREICH(1;8)
Individuelle Ergebnisse der Simulation.

K2/4 **23** **a)** Individuelle Präsentationen. Beispiel:

Sir Francis Galton (1822–1911), britischer Naturforscher und Schriftsteller; vielfältige Forschungen auf unterschiedlichen Gebieten

Das Galton-Brett ist ein mechanisches Modell zur Veranschaulichung der Binomialverteilung.

b) Mögliche Simulation für das Galton-Brett mit 7 Stufen: Urne mit zwei Kugeln, von denen eine mit 0, die andere mit 1 beschriftet ist; siebenmaliges Ziehen einer Kugel mit Zurücklegen

c) **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-13**

Anmerkung: Die im Tabellenblatt verwendete Funktion RUNDEN( ) kann je nach gewählter Wahrscheinlichkeit dazu führen, dass sich 499 oder 501 Kugeln in den Fächern befinden.

d) Individuelle Ergebnisse. Beispiel:

Für $p = 0{,}5$ erhält man eine symmetrische Verteilung. Für $p < 0{,}5$ verschiebt sich die Verteilung nach links, für $p > 0{,}5$ nach rechts.

K2/3 **24** **a)** Individuelle Schätzungen.

Anmerkung: 6 % von 240 entsprechen 14,4 Personen. Statistisch gesehen bleiben somit 14 Plätze leer.

b) **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-14**

Individuelle Lösungen. Beispiel:

Man nutzt einen variablen Eintrag für die Ticketanzahl, die die Fluggesellschaft zusätzlich ausgibt (gelbes Feld; hier: 14 – Wert aus Teilaufgabe a)).

Man ermittelt eine Zufallszahl der erscheinenden Fluggäste, die nur um einen bestimmten frei wählbaren Wert von den 94 % der erscheinenden Personen abweicht (im Tabellenblatt eine Standardabweichung unter der Annahme einer binomialverteilten Zufallsgröße).

c) **Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-14**

Individuelle Lösungen.

Anmerkung: Legt man das in Teilaufgabe b) genutzte Intervall des Zufallsbereichs zugrunde, so liegt bereits mit 13 zusätzlich verkauften Tickets der Anteil der Flüge, bei denen Passagiere mit Ticket abgewiesen werden müssten, unter 10 %.

K2/6 **25** Individuelle Diskussionen.

Anmerkung: Die Diskussionsergebnisse sind abhängig von der Wahrscheinlichkeit, mit der im betrachteten Land Mädchen geboren werden. Nimmt man an, dass die Geburt von Mädchen mit einer Wahrscheinlichkeit p eintritt, so wird sich auf lange Sicht der Anteil der weiblichen Bevölkerung an p angleichen.

Tabellenkalkulation: Mediencode 61070-15

K4/5 **1** G: „Es wird eine Augenzahl größer als 4 gewürfelt.“

$G = \{5;\ 6\} \Rightarrow P(G) = \frac{|G|}{|\Omega|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

a) $P(\{\overline{G}\,\overline{G}\,G\}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$

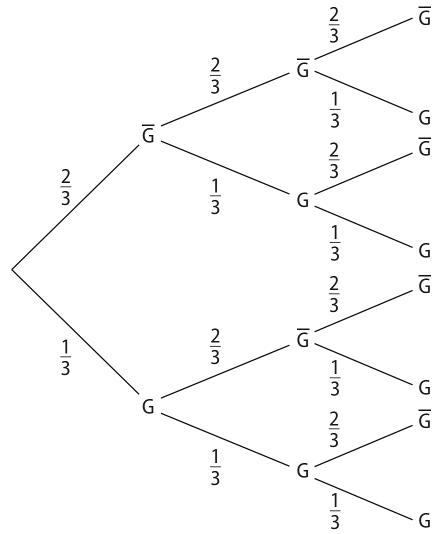
b) $P(\{\overline{G}\,\overline{G}\,G;\ \overline{G}\,\overline{G}\,\overline{G}\}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

c) P („mindestens einmal G“)

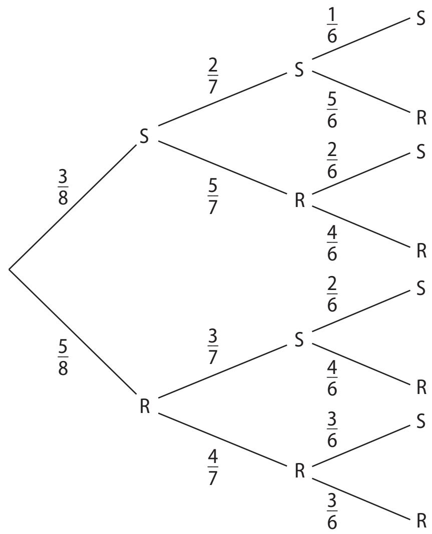
$= 1 - P$ („keinmal G“) $= 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{19}{27}$

d) P („spätestens beim dritten Wurf“)

$=$ P („mindestens einmal G“) $= \frac{19}{27}$



K4/5 **2** **a)**



b) **1** P („nur gleichfarbige Kugeln“) $= \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{66}{336} = \frac{11}{56}$

2 P („zwei rote und eine schwarze Kugel“) $= \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{180}{336} = \frac{15}{28}$

3 P („abwechselnd verschiedenfarbige Kugeln“) $= \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{90}{336} = \frac{15}{56}$

K2/5 **3**

$$\begin{aligned} P(B) &= 0{,}3 \\ p \cdot 0{,}6 + (1 - p) \cdot 0{,}2 &= 0{,}3 \\ 0{,}6p + 0{,}2 - 0{,}2p &= 0{,}3 \\ 0{,}4p &= 0{,}1 \\ p &= 0{,}25 \end{aligned}$$

K3/5 **4** Ein mögliches Urnenexperiment ist das zehnmalige Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit 12 schwarzen und 88 weißen Kugeln.

P („mindestens einmal kommt es zu Nebenwirkungen“)

$= 1 - P$ („keinmal kommt es zu Nebenwirkungen“) $= 1 - 0{,}88^{10} \approx 72{,}1\,\%$

K3/6 **5** Ein passendes Urnenexperiment ist …

a) das 27-malige Ziehen ohne Zurücklegen aus einer Urne mit 27 unterscheidbaren (z. B. nummerierten) Kugeln.

b) das zehnmalige Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit einer schwarzen („Dreier“) und fünf weißen („kein Dreier“) Kugeln.

c) das siebenmalige Ziehen ohne Zurücklegen aus einer Urne mit 26 mit den Großbuchstaben beschrifteten Kugeln.

K4/5 **6** **a)** Ein mögliches Urnenexperiment ist das zweimalige Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit einer blauen (Hauptgewinn), acht grünen (Kleingewinn) und 27 weißen (Niete) Kugeln.

b)

	A	B
1	**Glücksrad**	
2	Zufallszahl	Gewinn
3	=ZUFALLSBEREICH(1;36)	=WENN(A3<2;"Hauptgewinn";WENN(A3<10;"Kleingewinn";"Niete"))
4	=ZUFALLSBEREICH(1;36)	=WENN(A4<2;"Hauptgewinn";WENN(A4<10;"Kleingewinn";"Niete"))
5		

c) P („mindestens ein Hauptgewinn“) = 1 – P („kein Hauptgewinn“) $= 1 - \frac{35}{36} \cdot \frac{35}{36} = \frac{71}{1296} \approx 5{,}5\,\%$

K4/6 **7** **a)** 14 zufällige Punkte liegen innerhalb des Viertelkreises $\Rightarrow\ h = \frac{14}{18}\ \Rightarrow\ \pi^* = 4 \cdot h = 4 \cdot \frac{14}{18} \approx 3{,}11$

b) In der Formel wurde mit 2 multipliziert (*) statt potenziert (^).
Die Formel lautet richtig WENN(A4^2+B4^2<=1;1;0).

K1/6 **8** Bei **1** wären alle Augensummen gleich wahrscheinlich, jedoch ist z. B. die Augensumme 2 weniger wahrscheinlich als die Augensumme 7.

Mit **3** würde das Werfen nur eines Würfels simuliert, dessen Augenzahl man doppelt nimmt. Also wäre dabei z. B. eine Augensumme von 3 nicht möglich.

Mit **2** wird die Augensumme korrekt simuliert.

Aufgaben für die Lernpartner

K1/6 **A** Die Aussage ist richtig (1. Pfadregel).

K1/6 **B** Die Aussage ist falsch. Es muss „addiert“ statt „multipliziert“ heißen.

K1/6 **C** Die Aussage ist falsch. Damit sich die Wahrscheinlichkeiten beim Würfelwurf nicht ändern, muss man die Kugeln wieder zurücklegen.

K1/6 **D** Die Aussage ist falsch. Da das Ergebnis vom Zufall abhängt, kann man keinen sicheren Wert für die Genauigkeit angeben.

K1/6 **E** Die Aussage ist richtig: P („Es wird zweimal Schwarz gezogen.“) $= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10\,\%$.

K1/6 **F** Die Aussage ist richtig. Da die Wahrscheinlichkeit $P(A) = \frac{1}{3}$ beträgt, entspricht das Intervall $\left[0;\ \frac{1}{3}\right[$ dem entsprechenden Anteil am Intervall [0; 1[.

K1/6 **G** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Das Ergebnis A: „Man zieht drei schwarze Kugeln.“ beim Ziehen mit Zurücklegen aus einer Urne mit 9 schwarzen und einer weißen Kugel hat die Wahrscheinlichkeit $P(A) = 0{,}9^3 = 0{,}729$.
Das Ergebnis B: „Man zieht zweimal ‚Zahl‘.“ beim zweifachen Münzwurf mit einer Laplace-Münze hat eine kleinere Wahrscheinlichkeit: $P(B) = 0{,}5^2 = 0{,}25$.

K1/6 **H** Die Aussage ist richtig. Je größer die Anzahl der Kugeln ist, umso weniger wirkt es sich auf die Wahrscheinlichkeiten aus, ob bei der nächsten Stufe eine Kugel fehlt oder nicht.

K1/6 **I** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Glücksrad mit drei Sektoren der Größe 180°, 90° und 90°.

K1/6 **J** Die Aussage ist falsch. Es ist unmöglich, genau drei Briefe richtig einzusortieren, dann wäre der vierte automatisch auch im richtigen Umschlag. Somit ist die Wahrscheinlichkeit dafür gleich null.

K1/6 **K** Die Aussage ist falsch. Die Funktion ZUFALLSZAHL( ) er zeugt „zufällig“ eine Dezimalzahl aus dem Intervall [0; 1[.

K1/6 **L** Die Aussage ist falsch. Das vollständige Baumdiagramm besteht aus zwei Stufen mit jeweils sechs Ästen.

K1/6 **M** Die Aussage ist falsch, da man nicht weiß, ob mit oder ohne Zurücklegen gezogen wird. Sie würde nur beim Ziehen mit Zurücklegen gelten.