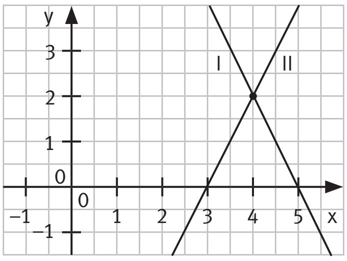
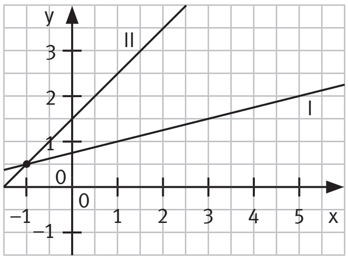
K4 **1** **a)**



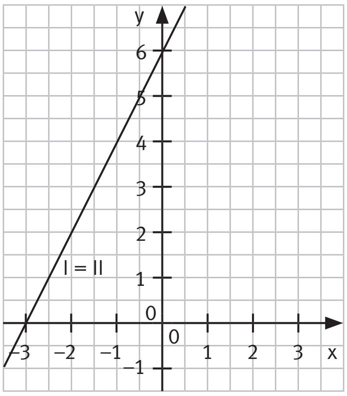
$\mathbb{L} = \{(4|2)\}$

b)



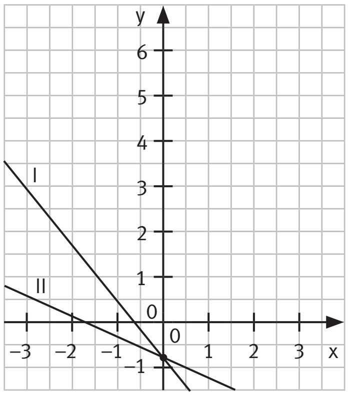
$\mathbb{L} = \{(-1|0{,}5)\}$

c)



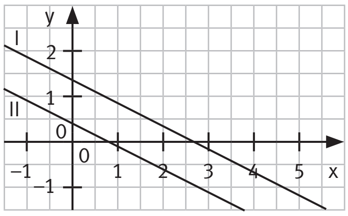
$\mathbb{L} = \{(x|y)\,|\,y = 2x + 6\}$

d)



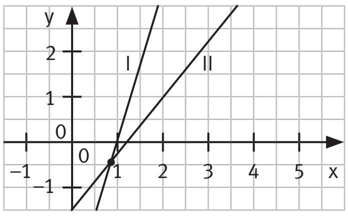
$\mathbb{L} = \{(0|-0{,}75)\}$

e)



$\mathbb{L} = \varnothing$

f)



$\mathbb{L} = \{(0{,}88|-0{,}4)\}$

K4 **2** Es sind individuelle Darstellungen für die Gleichungen des linearen Gleichungssystems möglich (I = blau; II = rot).

①

a) I $y = 3x - 1$

II $y = -0{,}5x + 1{,}5$

b) $\mathbb{L} = \{(0{,}7|1{,}1)\}$ (genau: $\mathbb{L} = \left\{\left(\frac{5}{7}\middle|\frac{8}{7}\right)\right\}$)

②

I $y = -x + 0{,}5$

II $y = -x - 1$

$\mathbb{L} = \varnothing$

K5 **3** (Lösungen zu a) und b) ausführlich, zu c) bis f) verkürzt)

a) I $y = 4x - 4$

II $x + y = 6$

$y = 4x - 4$ in II einsetzen:

$x + 4x - 4 = 6$

$5x = 10$

$x = 2;\ y = 4$

Probe:

I $4 = 4 \cdot 2 - 4$ wahr

II $2 + 4 = 6$ wahr

$\mathbb{L} = \{(2|4)\}$

b) I $x = 8 - 0{,}5y$

II $6x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - 6x$

$y = 40 - 6x$ in I einsetzen:

$x = 8 - 20 + 3x$

$12 = 2x$

$6 = x;\ y = 4$

Probe:

I $6 = 8 - 2$ wahr

II $36 + 4 = 40$ wahr

$\mathbb{L} = \{(6|4)\}$

c) $\mathbb{L} = \left\{\left(1\frac{8}{15}\middle|-2{,}6\right)\right\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{(6|0)\}$ **e)** $\mathbb{L} = \left\{\left(3\frac{1}{7}\middle|4\frac{5}{7}\right)\right\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{(3|-2)\}$

K5 **4** (Lösungen zu a) und b) ausführlich, zu c) bis f) verkürzt)

a) I $y = 6x - 2$
II $y = 2x - 1$
I und II gleichsetzen:
$6x - 2 = 2x - 1$
$4x = 1$
$x = 0{,}25;\ y = -0{,}5$
Probe:
I $-0{,}5 = 1{,}5 - 2$ wahr
II $-0{,}5 = 0{,}5 - 1$ wahr
$\mathbb{L} = \{(0{,}25 \mid -0{,}5)\}$

b) I $2y = 4x - 14 \Leftrightarrow y = 2x - 7$
II $3y = 15 - 6x \Leftrightarrow y = 5 - 2x$
I und II (umgeformt) gleichsetzen:
$2x - 7 = 5 - 2x$
$4x = 12$
$x = 3;\ y = -1$
Probe:
I $-2 = 12 - 14$ wahr
II $-3 = 15 - 18$ wahr
$\mathbb{L} = \{(3 \mid -1)\}$

c) $\mathbb{L} = \{(4 \mid 4)\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{(4 \mid -6)\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{(6 \mid 11)\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{(12 \mid 2)\}$

K5 **5** (Lösungen zu a) und b) ausführlich, zu c) bis f) verkürzt)

a) I $5x - 4y = -37$
II $x + 4y = 7$
I und II addieren:
$6x = -30$
$x = -5;\ y = 3$
Probe:
I $-25 - 12 = -37$ wahr
II $-5 + 12 = 7$ wahr
$\mathbb{L} = \{(-5 \mid 3)\}$

b) I $3x + 4y = 11$
II $3x + 3y = 9 \Leftrightarrow -3x - 3y = -9$
I und II (umgeformt) addieren:
$y = 2;\ x = 1$
Probe:
I $3 + 8 = 11$ wahr
II $3 + 6 = 9$ wahr
$\mathbb{L} = \{(1 \mid 2)\}$

c) $\mathbb{L} = \{(3 \mid 4)\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{(-2 \mid 12)\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{(11 \mid 4)\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{(-4 \mid 2)\}$

K1 **6** Es sind individuelle Lösungswege und Argumente möglich; grundsätzlich kann ein lineares Gleichungssystem mit jedem Verfahren (Einsetzung, Gleichsetzung, Addition oder Zeichnung) gelöst werden.

	1	2	3	4	5	6
a)	Addition	Einsetzung	Einsetzung oder Gleichsetzung	Einsetzung	Gleichsetzung	Addition
b)	$\mathbb{L} = \{(10 \mid 6)\}$	$\mathbb{L} = \{(10 \mid 25)\}$	$\mathbb{L} = \{(x \mid y) \mid y = x + 18\}$	$\mathbb{L} = \{(6 \mid 8)\}$	$\mathbb{L} = \{(3 \mid 8)\}$	$\mathbb{L} = \{(3 \mid 5)\}$

K5 **7** **a)** $\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -10 - 3 = -13$ **b)** $\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 3 + 1 = 4$ **c)** $\begin{vmatrix} 2{,}5 & 1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 3 = 3$

K5 **8** **a)** $D_x = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} = 12 - 8 = 4$ $D_y = \begin{vmatrix} -5 & 6 \\ -10 & 8 \end{vmatrix} = -40 + 60 = 20$

$D_N = \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -10 & 2 \end{vmatrix} = -10 + 10 = 0$ Es gibt keine Lösung. $\mathbb{L} = \emptyset$

b) $D_x = \begin{vmatrix} 11 & 1 \\ 14 & 0{,}5 \end{vmatrix} = 5{,}5 - 14 = -8{,}5$ $D_y = \begin{vmatrix} -1 & 11 \\ 1 & 14 \end{vmatrix} = -14 - 11 = -25$

$D_N = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0{,}5 \end{vmatrix} = -0{,}5 - 1 = -1{,}5$ $x = \frac{D_x}{D_N} = 5\frac{2}{3};\ y = \frac{D_y}{D_N} = 16\frac{2}{3}$ $\mathbb{L} = \left\{\left(5\frac{2}{3} \mid 16\frac{2}{3}\right)\right\}$

K5 **9** Es sind individuelle Lösungswege möglich.

a) $\mathbb{L} = \{(x \mid y) \mid y = 0{,}75x - 0{,}3\}$ **b)** $\mathbb{L} = \left\{\left(-20\frac{2}{11} \mid -13\frac{8}{11}\right)\right\}$

c) $\mathbb{L} = \{(-1 \mid -12)\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{(-10 \mid 3)\}$

K3 **10** Es sei x die Packungsanzahl der 3,5%-igen Milch und y die Packungsanzahl der 0,5%-igen Milch; $x, y \in \mathbb{N}_0$.
I $x + y = 8$ II $3{,}5 \cdot x + 0{,}5 \cdot y = 1{,}25 \cdot 8$ $\mathbb{L} = \{(2|6)\}$
Man muss zwei 1-Liter-Packungen der 3,5%-igen Milch und sechs 1-Liter-Packungen der 0,5%-igen Milch mischen, um acht Liter Milch mit einem Fettgehalt von 1,25 % zu erhalten.

K3 **11** Es sei x das Alter von Carmen und y das Alter von Saskia (in Jahren); $x, y \in \mathbb{N}_0$.
I $x + y = 24$ II $x = y + 4$ $\mathbb{L} = \{(14|10)\}$
Carmen ist 14 Jahre alt und Saskia 10 Jahre.

K3 **12** Es sei s die Seitenlänge und a die Kantenlänge (in cm); $a, s \in \mathbb{Q}^+$. Man beachte die Umrechnung in cm.
I $4a + 4s = 100$ II $s = a + 10$ $\mathbb{L} = \{(7{,}5|17{,}5)\}$
Die Kantenlänge a der Pyramide beträgt 7,5 cm, die Seitenlänge s beträgt 17,5 cm.

K3 **13** Es sei x der Preis für einen Rosenstock und y der Preis für einen Beutel Tulpenzwiebeln (in €); $x, y \in \mathbb{Q}^+$.
I $3x + 5y = 50{,}20$ II $4x + 3y = 49{,}70$ $\mathbb{L} = \{(8{,}9|4{,}7)\}$
Ein Rosenstock kostet 8,90 €, ein Beutel Tulpenzwiebeln kostet 4,70 €.

K3 **14** Es sei x die größere und y die kleinere Zahl; $x, y \in \mathbb{N}$.
I $x = y + 9$ II $x + y = 151$ $\mathbb{L} = \{(80|71)\}$
Die gesuchten natürlichen Zahlen sind 80 und 71.

K1/6 **15** Die Aussage ist falsch. Ein lineares Gleichungssystem kann keine Lösung, eine Lösung oder unendlich viele Lösungen haben. Zwei, drei, vier, … Lösungen kann es jedoch nicht haben.

K1/6 **16** Die Aussage ist richtig. Man kann das Gleichsetzen auch als Einsetzen des Terms für die Variable aus der einen Gleichung in die andere Gleichung ansehen.

K1/6 **17** Die Aussage ist für die rechnerischen Verfahren richtig. Für das zeichnerischen Lösen ist die Aussage falsch, denn in diesem Fall betrachtet man jede lineare Gleichung als Gerade und sucht den Schnittpunkt der Geraden, d. h. das Zahlenpaar, das Lösung beider Gleichungen ist.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Wenn die Geraden der Funktionsgleichungen (echt) parallel zueinander verlaufen, dann hat das lineare Gleichungssystem keine Lösung. Wenn ein lineares Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat, sind die zugehörigen Geraden identisch.

K1/6 **19** Die Aussage ist richtig, in der Regel ist die rechnerische Lösung genauer als die zeichnerische Lösung. Es gibt jedoch auch viele Fälle, in denen sich (insbesondere ganzzahlige) Lösungen beim zeichnerischen Lösen mit der gleichen Genauigkeit bestimmen lassen wie mit rechnerischen Verfahren.
Die Arbeit mit einem GTR hilft bei der exakteren Ermittlung der Lösung.

K1/6 **20** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **21** Die Aussage ist falsch. Beim Additionsverfahren formt man beide Gleichungen zunächst so um, dass die Koeffizienten vor einer der beiden Variablen denselben Betrag, aber ein unterschiedliches Vorzeichen haben. Wenn man dann beide Gleichungen miteinander addiert, wird eine Variable eliminiert.

K1/6 **22** Die Aussage ist falsch. Die Determinante ist eine Funktion, die jedem Koeffizientenschema eindeutig einen Zahlenwert zuordnet. In einem linearen Gleichungssystem treten die Determinanten D_N, D_x und D_y auf, mit deren Hilfe man die Lösungsmenge des Gleichungssystems ermitteln kann.

K5 **1** **a)** $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = 4\,cm^2$ **b)** $g = \frac{2 \cdot A}{h} = 6\,dm$ **c)** $h = \frac{2 \cdot A}{g} = 33\,mm$

K5 **2** $h_b = \frac{2 \cdot A}{b} = 4{,}5\,cm$

K5 **3**

	a	b	h_a	h_b	A
a)	5 cm	4 cm	3 cm	3,75 cm	15 cm^2
b)	3 dm	10,5 dm	7 dm	20 cm = 2 dm	21 dm^2
c)	8 m	8 m	5 m	5 m	40 m^2
d)	3 dm = 30 cm	12 cm	2 cm	5 cm	60 cm^2

K5 **4** $a = \overline{AB} = \overline{CD} = 9\,cm$, $h_a = 5\,cm \Rightarrow A = a \cdot h_a = 45\,cm^2$

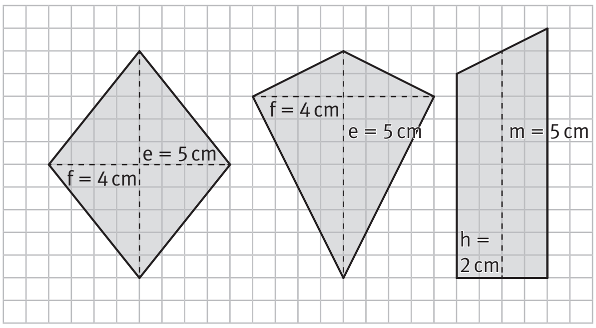
K5 **5**

	a	c	m	h	A
a)	5,6 cm	3 cm	4,3 cm	4 cm	17,2 cm^2
b)	12 cm	2 cm	7 cm	2 cm	14 cm^2
c)	1,4 cm	20,6 cm	11 cm	3,5 cm	38,5 cm^2
d)	z. B. 10 cm	z. B. 8 cm	9 cm	6,6 cm	59,4 cm^2

Aufgabe d) hat mehrere Möglichkeiten; es muss stets gelten: a + c = 18 cm.

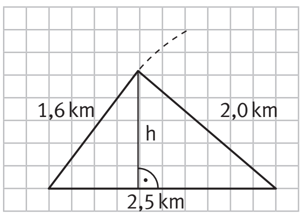
K5 **6** **a)** $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f = 1500\,cm^2 = 15\,dm^2$ **b)** $e = \frac{2 \cdot A}{f} = 4\,cm$ **c)** $f = \frac{2 \cdot A}{e} = 1{,}8\,mm$

K5 **7** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B. mit $A = 10\,cm^2$:



Die einfachste und bequemste Lösung ist es, ein Quadrat zu zeichnen und dieses als Raute, als Drachenviereck und als Trapez zu betrachten.

K3 **8** **a)**



Beim Maßstab von 1 : 50 000 entspricht die Höhe h mit der gemessenen Länge von 2,6 cm 1,3 km in Wirklichkeit. Die Waldfläche beträgt damit $0{,}5 \cdot 2{,}5\,km \cdot 1{,}3\,km = 1{,}625\,km^2 \approx 160\,ha$.

b) Bei einer Fläche von 160 ha kostet die Aufforstung 1,28 Millionen €.

K5 **9** Wegen fehlender Längenangaben kann zu den Figuren 1, 4 und 5 der Umfang nicht berechnet werden.

1 **a)** $A = 1{,}5\,\text{cm} \cdot 7{,}3\,\text{cm} = 10{,}95\,\text{cm}^2$ **b)** –

2 **a)** $A = 32\,\text{m} \cdot 32\,\text{m} = 1024\,\text{m}^2$ **b)** $u = 4 \cdot 32\,\text{m} = 128\,\text{m}$

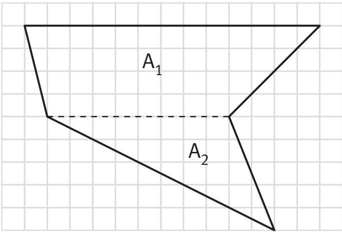
3 **a)** $A = \frac{38\,\text{dm} + 20\,\text{dm}}{2} \cdot 10{,}7\,\text{dm} = 310{,}3\,\text{dm}^2$ **b)** $u = 38\,\text{dm} + 14\,\text{dm} + 20\,\text{dm} + 14\,\text{dm} = 86\,\text{dm}$

4 **a)** $A = \frac{8{,}4\,\text{dm} + 11{,}2\,\text{dm}}{2} \cdot 5{,}5\,\text{dm} = 53{,}9\,\text{dm}^2$ **b)** –

5 **a)** $A = 2\,\text{cm} \cdot 2{,}5\,\text{cm} = 5\,\text{cm}^2$ **b)** –
Die Höhe muss zu einer bekannten Seite des Parallelogramms gewählt werden.

K5 **10** Es sind verschiedene Zerlegungen (oder auch Ergänzungen) möglich:

a) Zerlegung in Trapez (A_1) und Dreieck (A_2):

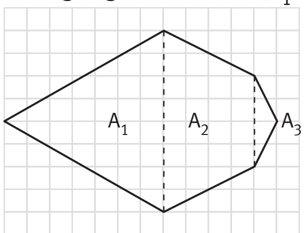


$A_1 = \frac{4\,\text{cm} + 6{,}5\,\text{cm}}{2} \cdot 2\,\text{cm} = 10{,}5\,\text{cm}^2$

$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 4\,\text{cm} \cdot 2{,}5\,\text{cm} = 5\,\text{cm}^2$

$A = A_1 + A_2 = 15{,}5\,\text{cm}^2$

b) Zerlegung in Dreiecke (A_1, A_3) und Trapez (A_2):



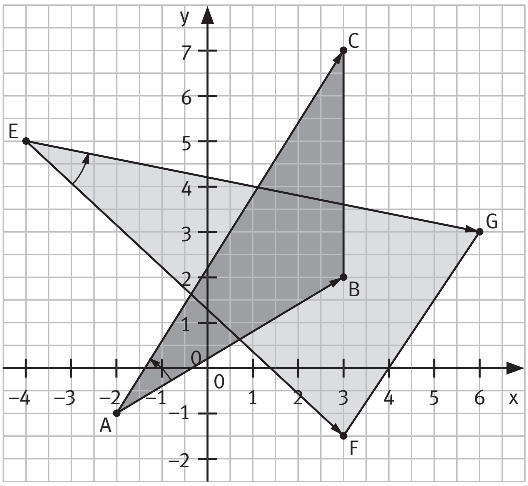
$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4\,\text{cm} \cdot 3{,}5\,\text{cm} = 7\,\text{cm}^2$

$A_2 = \frac{4\,\text{cm} + 2\,\text{cm}}{2} \cdot 2\,\text{cm} = 6\,\text{cm}^2$

$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{cm} \cdot 0{,}5\,\text{cm} = 0{,}5\,\text{cm}^2$

$A = A_1 + A_2 + A_3 = 13{,}5\,\text{cm}^2$

K4 **11**



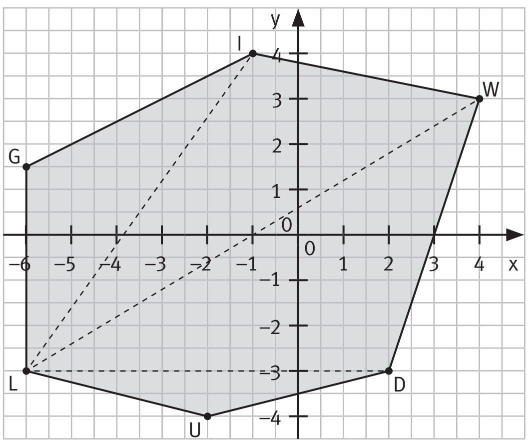
a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$

$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}\,\text{FE} = 12{,}5\,\text{FE}$

b) $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6{,}5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{EG} = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix}$

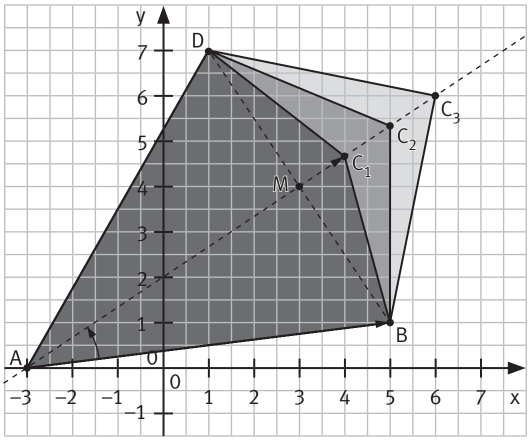
$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 10 \\ -6{,}5 & -2 \end{vmatrix}\,\text{FE} = 25{,}5\,\text{FE}$

K4 **12** Es sind individuelle Zerlegungen möglich, z. B. mit L als Anfangspunkt:



$A_{LUDWIG} = A_{LUD} + A_{LDW} + A_{LWI} + A_{LIG}$
$= 4\,\text{FE} + 24\,\text{FE} + 20\,\text{FE} + 11{,}25\,\text{FE}$
$= 59{,}25\,\text{FE}$

K 5 **13**



a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC_n} = \begin{pmatrix} x+3 \\ \frac{2}{3}x+2 \end{pmatrix}$

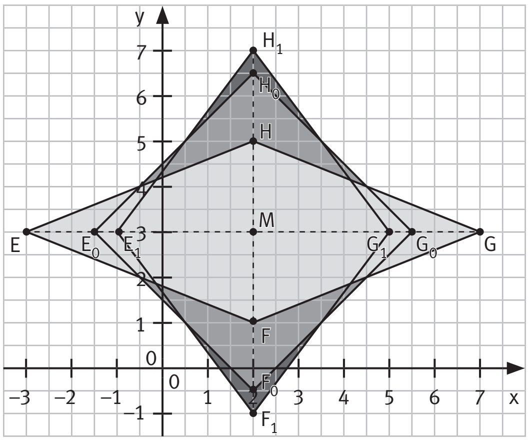
$A(x) = \begin{vmatrix} 8 & x+3 \\ 1 & \frac{2}{3}x+2 \end{vmatrix}$ FE

$= \left(\frac{13}{3}x + 13\right)$ FE

b) $M_{[BD]}(3|4)$

$\Rightarrow x > 3,\ A(x) > 26$ FE

K 5 **14 a)**



b) $A_{EFGH} = \frac{1}{2} \cdot 10\ \text{LE} \cdot 4\ \text{LE} = 20$ FE

$A(x) = \frac{1}{2} \cdot (10 - 2x)\ \text{LE} \cdot (4 + 2x)\ \text{LE}$

$= (-2x^2 + 6x + 20)$ FE

c) $M(2|3) \Rightarrow x \in [0;\ 5[$

d) $-2x^2 + 6x + 20 = -2(x - 1{,}5)^2 + 24{,}5$

$\Rightarrow A_{max} = 24{,}5$ FE für $x = 1{,}5$

K 1/6 **15** Die Aussage ist richtig für $n \in \mathbb{N}$, $n > 3$.

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Damit $A = 0{,}5 \cdot a \cdot h = 15\,\text{cm}^2$ mit $a = 5\,\text{cm}$ erfüllt ist, ist $h = 3\,\text{cm}$. Alle (unendlich viele) Punkte C und D auf der Parallele zu AB im Abstand 3 cm mit $\overline{CD} = 5$ cm ergeben ein entsprechendes Parallelogramm mit $A = 15\,\text{cm}^2$.

K 1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Die Längen der Höhe und der beiden Grundseiten eines Trapezes können beliebig gewählt werden.

K 1/6 **18** Die Aussage ist richtig. Da die beiden Katheten senkrecht aufeinander stehen, können sie als Grundseite und zugehörige Höhe betrachtet werden.

K 1/6 **19** Die Aussage ist richtig. Das Parallelogramm lässt sich in ein flächengleiches Rechteck mit gleicher Grundlinie umformen, wobei die Höhe des Parallelogramms der Breite des Rechtecks entspricht.

K 1/6 **20** Die Aussage ist falsch. Der Flächeninhalt des Drachenvierecks berechnet sich: $A_D = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$.
Der Flächeninhalt des Rechtecks mit den gegebenen Maßen berechnet sich: $A_R = e \cdot f$.

K 1/6 **21** Die Aussage ist richtig. Die Höhe des Dreiecks entspricht dem Abstand des dritten Punktes zur Grundlinie des Dreiecks. Da die Gerade parallel zur Grundlinie verläuft, ist dieser Abstand stets gleich und damit auch die Höhe und der Flächeninhalt des Dreiecks.

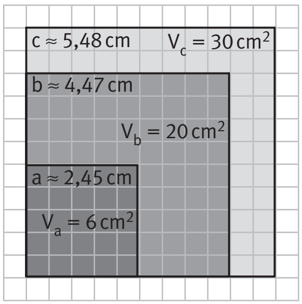
K 1/6 **22** Die Aussage ist richtig. Werden die Vektoren mathematisch negativ in die Determinante eingetragen, so hat das Ergebnis zwar ein negatives Vorzeichen, der Betrag des Flächeninhalts bleibt aber gleich.

K5 **1** **a)** 5; 9; 11; 12; 25; 100 **b)** 0,2; 0,4; $\frac{1}{2}$; 0,5; $\frac{6}{7}$; 0,03

K5 **2** **a)** $\sqrt{3} \approx 1{,}73$; $\sqrt{5} \approx 2{,}24$; $\sqrt{6} \approx 2{,}45$; $\sqrt{10} \approx 3{,}16$; $\sqrt{50} \approx 7{,}07$; $\sqrt{80} \approx 8{,}94$; $\sqrt{111} \approx 10{,}54$; $\sqrt{300} \approx 17{,}32$

b) $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$; $\sqrt{0{,}5} \approx 0{,}71$; $\sqrt{2{,}5} \approx 1{,}58$; $\sqrt{1{,}44} \approx 1{,}2$; $\sqrt{17{,}6} \approx 4{,}20$; $\sqrt{35{,}8} \approx 5{,}98$; $\sqrt{\frac{4}{8}} \approx 0{,}71$

K5 **3** **a)** $\sqrt{6}\,\text{cm} \approx 2{,}45\,\text{cm}$ **b)** $\sqrt{20}\,\text{cm} \approx 4{,}47\,\text{cm}$ **c)** $\sqrt{30}\,\text{cm} \approx 5{,}48\,\text{cm}$



K5 **4** **a)** ①

$\sqrt{4} = 2$ | $\sqrt{40} \approx 6{,}3246$
$\sqrt{400} = 20$ | $\sqrt{4000} \approx 63{,}246$
$\sqrt{40\,000} = 200$ | $\sqrt{400\,000} \approx 632{,}46$
$\sqrt{4\,000\,000} = 2000$ | $\sqrt{40\,000\,000} \approx 6324{,}6$

②

$\sqrt{9} = 3$ | $\sqrt{90} \approx 9{,}4868$
$\sqrt{900} = 30$ | $\sqrt{9000} \approx 94{,}868$
$\sqrt{90\,000} = 300$ | $\sqrt{900\,000} \approx 948{,}68$
$\sqrt{9\,000\,000} = 3000$ | $\sqrt{90\,000\,000} \approx 9486{,}8$

b) Es sind individuelle Formulierungen möglich, z. B.: Multipliziert man eine beliebige natürliche Zahl mit 100, so ist die Wurzel daraus das Zehnfache der Wurzel der ursprünglichen Zahl.

K5 **5**

A in cm²	a in cm	b in cm	c in cm
144	4,5	32	12
625	12,5	50	25
133	7	19	11,53
7	1,4	5	$\sqrt{7}$
150	13	11,54	12,25
462,25	10,75	43	21,5

K5 **6**

a = …	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121
$\mathbb{L}$ = {…}	±2	±3	±4	±5	±6	±7	±8	±9	±10	±11

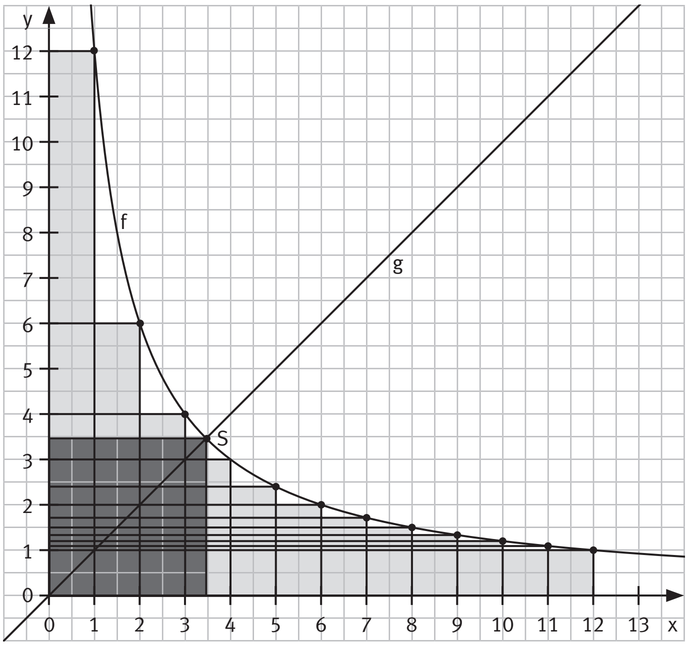
a = …	144	169	196	225	256	289	324	361	400	441
$\mathbb{L}$ = {…}	±12	±13	±14	±15	±16	±17	±18	±19	±20	±21

a = …	484	529	576	625	676	729	784	841	900	961
$\mathbb{L}$ = {…}	±22	±23	±24	±25	±26	±27	±28	±29	±30	±31

K5 **7**

(Gleichungen umgeformt)		$\mathbb{G} = \mathbb{N}_0$	$\mathbb{G} = \mathbb{Q}$	$\mathbb{G} = \mathbb{R}$
a)	$x^2 = 196$	$\mathbb{L} = \{14\}$	$\mathbb{L} = \{-14; 14\}$	$\mathbb{L} = \{-14; 14\}$
b)	$x^2 = 7{,}29$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \{-2{,}7; 2{,}7\}$	$\mathbb{L} = \{-2{,}7; 2{,}7\}$
c)	$x^2 = -169$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \emptyset$
d)	$x^2 = \frac{9}{16}$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \{-0{,}75; 0{,}75\}$	$\mathbb{L} = \{-0{,}75; 0{,}75\}$
e)	$x^2 = 11$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \emptyset$	$\mathbb{L} = \left\{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\right\}$

K4 **8** **a)**



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	12	6	4	3	2,4	2	1,71	1,5	1,33	1,2	1,09	1

b) Durch Einzeichnen der Gerade g: $y = x$ lässt sich der Schnittpunkt von g mit dem Funktionsgraphen f: $xy = 12$ ermitteln: S $(\sqrt{12} \mid \sqrt{12})$ mit $\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 3{,}46$.
Das Quadrat mit der Seitenlänge $x = 3{,}46$ LE hat einen Flächeninhalt von 12 FE.

K5 **9** Korrekturen: **a)** $\sqrt{1600} = 40$ **c)** $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$ **e)** $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$ **f)** $\sqrt{0{,}5^2} = 0{,}5$

K5 **10** **a)** 2 **b)** 6 **c)** 9 **d)** 12 **e)** 15 **f)** 20 **g)** $\frac{2}{3}$ **h)** 1,2 **i)** $\frac{1}{3}$

K5 **11**
a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} = 2\sqrt{6}$ $\sqrt{3} + \sqrt{8} = \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{2}$ $\sqrt{3} : \sqrt{8} = 0{,}5\sqrt{1{,}5}$
b) $\sqrt{27} : \sqrt{18} = \sqrt{1{,}5}$ $\sqrt{27} - \sqrt{18} = 3\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$ $\sqrt{27} \cdot \sqrt{18} = 9 \cdot \sqrt{6}$
c) $\sqrt{99} - \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$ $\sqrt{99} + \sqrt{11} = 4\sqrt{11}$ $\sqrt{99} : \sqrt{11} = 3$
d) $\sqrt{2{,}5} \cdot \sqrt{4} = 2 \cdot \sqrt{2{,}5}$ $\sqrt{2{,}5} + \sqrt{4} = \sqrt{2{,}5} + 2$ $\sqrt{2{,}5} - \sqrt{4} = \sqrt{2{,}5} - 2$

K5 **12** **a)** $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ **b)** $\sqrt{96a^3} = 4a\sqrt{6a}$ **c)** $\sqrt{320xy^2} = 8y\sqrt{5x}$ **d)** $\sqrt{1000a^4b^3c^2} = 10a^2bc\sqrt{10b}$

K5 **13** **a)** $\sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{50}$ **b)** $\sqrt{49} \cdot \sqrt{4} = 2\sqrt{196}$ **c)** $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{100}$ oder $\sqrt{30} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{150}$
d) $\sqrt{432} : \sqrt{12} = 6$ **e)** $\frac{\sqrt{1083}}{\sqrt{3}} = 19$ **f)** $\sqrt{5} \cdot \sqrt{57{,}8} = 17$

K6 **14** **a)** rational: $\sqrt{4}$; $\sqrt{100}$; $\sqrt{400}$ irrational: $\sqrt{6}$; $\sqrt{8}$; $\sqrt{104}$; $\sqrt{1000}$
b) rational: 0; 1; $\sqrt{0}$; $\sqrt{1}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\sqrt{\frac{1}{9}}$ irrational: $\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\sqrt{\frac{12}{7}}$

K5 **15** **a)** $x^2 = 5{,}67$; $\mathbb{L} = \left\{-\sqrt{5{,}67}; \sqrt{5{,}67}\right\}$ **b)** $x^2 = -0{,}36$; $\mathbb{L} = \varnothing$ **c)** $x^2 = 0{,}04$; $\mathbb{L} = \{-0{,}2; 0{,}2\}$

K5 **16** **a)** $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10}\sqrt{7}$ **b)** $\frac{5}{2 + \sqrt{3}} = 10 - 5\sqrt{3}$ **c)** $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2x} - \sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{2} + \sqrt{5x}}{2x - 5}$

K1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $-2 < 1$, aber $(-2)^2 > 1$.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Auch für 0 gilt: $0 = 0^2$.

K1/6 **19** Die Aussage ist richtig. Jede gerade Zahl a lässt sich als $a = 2b$, mit $b \in \mathbb{N}$ darstellen.
$a^2 = 2^2 \cdot b^2$. Das Quadrat der geraden Zahl a enthält auch den Primfaktor 2 und ist ebenfalls gerade.

K1/6 **20** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **21** Die Aussage ist falsch: $\sqrt{5^2} = 5$.

K1/6 **22** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel mit $a = -1$; für die Gleichung $x^2 = -1$ gilt: $\mathbb{L} = \emptyset$.

K1/6 **23** Die Aussage ist richtig: Für $a = 0$ ist $\mathbb{L} = \{0\}$; damit ist die Gleichung $x^2 = 0$ die einzige Gleichung, die genau eine Lösung besitzt. Für alle anderen Gleichungen $x^2 = a$ und $a \in \mathbb{R}^+$ gilt:
$\mathbb{L} = \left\{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\right\}$, d. h., jede dieser Gleichungen hat zwei Lösungen.

K1/6 **24** Die Aussage ist falsch. Ein Quadrat mit dem Flächeninhalt $5\,m^2$ hat die Seitenlänge $\sqrt{5}\,m \approx 2{,}24\,m$.

K1/6 **25** Die Aussage ist richtig. Der Flächeninhalt beträgt jeweils $12\,cm^2$.

K1/6 **26** Die Aussage ist falsch. Es gilt: $\sqrt{100} + \sqrt{49} = 10 + 7 = 17$ und $\sqrt{100 + 49} = \sqrt{149} \approx 12{,}21$; $17 \neq 12{,}21$

K1/6 **27** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **28** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **29** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **30** Die Aussage ist falsch. Keine irrationale Zahl lässt sich als Bruch darstellen.

K1/6 **31** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\frac{1}{3} = 0{,}33333...$

K1/6 **32** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **33** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\sqrt{4} = 2$

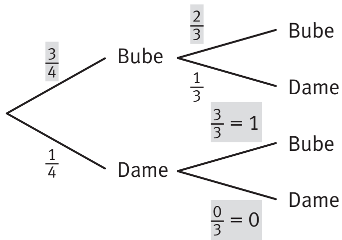
K1/6 **34** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\frac{4}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$ wird nicht mit dem Nenner $(\sqrt{x} - \sqrt{5})$ erweitert, sondern mit $(\sqrt{x} + \sqrt{5})$.

K1/6 **35** Die Aussage ist richtig.

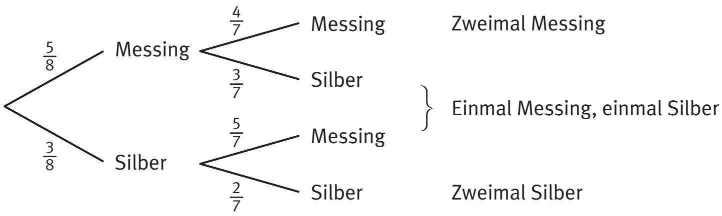
K6 **1** **a)** 13 gleichzeitig ablaufende Teilexperimente „Werfen eines Buchstabenwürfels“.
b) 2 nacheinander ablaufende Teilexperimente „Aufdecken eines Kärtchens“ ohne Zurücklegen.

K6 **2** Für den Schraubverschluss gibt es drei Möglichkeiten: „Öffnung nach oben“, „Öffnung nach unten“ und „Öffnung zur Seite“. Für die Karte gibt es zwei Möglichkeiten und für den Würfel sechs Möglichkeiten. Insgesamt sind $3 \cdot 2 \cdot 6 = 36$ verschiedene Ergebnisse möglich.

K4 **3** Von einem Kartenstapel mit drei Buben und einer Dame wird zweimal hintereinander ohne Zurücklegen eine Karte gezogen.



K4 **4** **a)**



b) Drei Ergebnisse: „Zweimal Messing“; „Zweimal Silber“; „Einmal Messing, einmal Silber“.
c) $P(\text{Zweimal Messing}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} \approx 0{,}357 = 35{,}7\,\%$

$P(\text{Zweimal Silber}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{56} \approx 0{,}107 = 10{,}7\,\%$

$P(\text{Einmal Messing, einmal Silber}) = 2 \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{30}{56} \approx 0{,}536 = 53{,}6\,\%$

K5 **5** **a)** 1 $P(E) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0{,}0046 = 0{,}46\,\%$

2 $P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}5787 = 57{,}87\,\%$

3 $P(E) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}4213 = 42{,}13\,\%$

b) Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:
E = „Bei allen drei Versuchen landet der Kreisel auf einem Vokal.“
$P(E) = \left(\frac{2}{6}\right)^3 = \frac{1}{27} \approx 0{,}0370 = 3{,}70\,\%$

K5 **6** $P(\text{Produktwert ungerade}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 0{,}3 = 30\,\%$

K3 **7** $P(\text{positives Testergebnis}) = 0{,}8 \cdot 0{,}55 + 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}44 + 0{,}04 = 0{,}48 = 48\,\%$

K3 **8** $P(\text{2 Biberix-Figuren bei 2 Zügen}) = \left(\frac{1}{7}\right)^2 \approx 0{,}0204 = 2{,}04\,\%$

K6 **9** Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:
Ein Oktaeder hat acht Seiten mit den Werten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8. Man nimmt eine beliebige Münze und wirft diese dreimal hintereinander, die möglichen Ergebnisse sind (mit K = Kopf, Z = Zahl): KKK, KKZ, KZK, KZZ, ZKK,ZKZ, ZZK, ZZZ. Nun legt man fest, welches Münzwurf-Ergebnis welchem Zahlenwert von 1 bis 8 entspricht. Da Kopf und Zahl beim Münzwurf jeweils die Wahrscheinlichkeit 50 % haben, sind alle diese acht Ergebnisse des dreimaligen Münzwurfs gleich wahrscheinlich mit 12,5 %, sie simulieren so das Werfen eines Oktaeder-Würfels.

K5 **10** Erwartungswert: $\frac{1}{7} \cdot (5\,€ + 10\,€ + 20\,€ + 50\,€ + 100\,€ + 200\,€ + 500\,€) \approx 126{,}43\,€$
Im Mittel kann man einen Betrag von 126,43 € erwarten.

K1 **11** Günters Einsatz sei G (in €). Es gibt folgende mögliche Ergebnisse:

Ergebnis	Gewinn	Wahrscheinlichkeit
Dreimal Augenzahl 1 oder 2	8G	$\left(\frac{1}{3}\right)^3$
Zweimal Augenzahl 1 oder 2	2G	$3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3} = 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$
Einmal Augenzahl 1 oder 2	$\frac{1}{2}$G	$3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$
Keinmal Augenzahl 1 oder 2	$\frac{1}{8}$G	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$

Erwartungswert:
$8G \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 2G \cdot 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{2}G \cdot 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{8}G \cdot 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = (8G + 12G + 6G + 1G) \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{27G}{27} = G$
Günter kann damit rechnen, dass er seinen Einsatz in gleicher Höhe zurückbekommt, das Spiel ist fair.

K5 **12** **a)**

Vergleich	Packung 1	Packung 2
arith. Mittel (in g)	200	200
Varianz (in g^2)	63	4,33
Standardabw. (in g)	7,94	2,08

b) Die Massen der Äpfel aus der ersten Packung sind weiter gestreut als die der zweiten Packung.

K1/6 **13** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **14** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **15** Die Aussage ist falsch, man erhält die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses durch Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades.

K1/6 **16** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **17** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Für die Übersichtlichkeit und zum Überprüfen des erstellten Baumdiagramms kann es hilfreich sein, auch Äste mit der Wahrscheinlichkeit 1 zu zeichnen.

K1/6 **19** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **20** Die Aussage ist richtig, das Spiel wird dann „fair“ genannt.

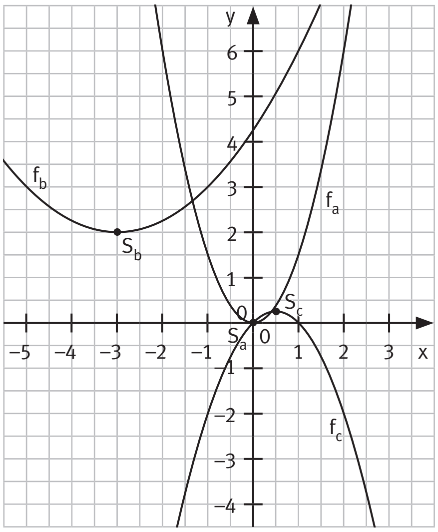
K1/6 **21** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel ist der Erwartungswert beim Werfen eines gewöhnlichen Spielwürfels: Man kann im Schnitt mit dem Erwartungswert 3,5 rechnen, auch wenn der Wert selbst nicht geworfen werden kann.

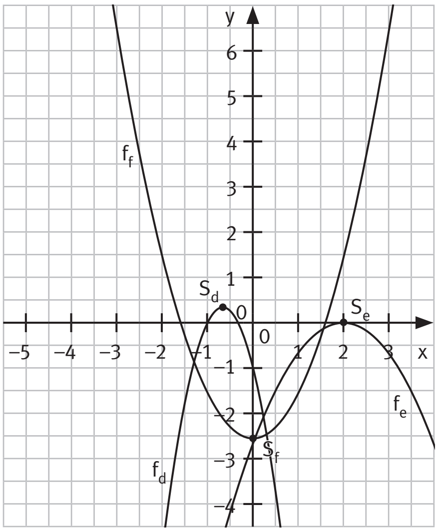
K1/6 **22** Die Aussage ist falsch: Liegt die Varianz zwischen 0 und 1, so ist die Varianz (z. B. 0,64) kleiner als die Standardabweichung (im Beispiel: $0{,}64 < 0{,}8$). Für Werte größer als 1 ist die Aussage richtig.

K5 **1**

	x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
a)	y	37,5	24	13,5	6	1,5	0	1,5	6	13,5	24	37,5
b)	y	3	2,25	2	2,25	3	4,25	6	8,25	11	14,25	18
c)	y	−30	−20	−12	−6	−2	0	0	−2	−6	−12	−20
d)	y	−56	−33	−16	−5	0	−1	−8	−21	−40	−65	−96
e)	y	$-32\frac{2}{3}$	−24	$-16\frac{2}{3}$	$-10\frac{2}{3}$	−6	$-2\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$-2\frac{2}{3}$	−6
f)	y	22,44	13,44	6,44	1,44	−1,56	−2,56	−1,56	1,44	6,44	13,44	22,44

a) Die nach oben geöffnete Parabel ist gestreckt mit S (0|0) und $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$; $\mathbb{W}_f = \mathbb{R}_0^+$.
b) Die nach oben geöffnete Parabel ist gestaucht mit S (−3|2) und $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$; $\mathbb{W}_f = \{y \mid y \geq 2\}$.
c) Die nach unten geöffnete verschobene Normalparabel hat S (0,5|0,25) und $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$; $\mathbb{W}_f = \{y \mid y \leq 0{,}25\}$.
d) Die nach unten geöffnete Parabel ist gestreckt mit $S\left(-\frac{2}{3} \middle| \frac{1}{3}\right)$ und $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$; $\mathbb{W}_f = \left\{y \mid y \leq \frac{1}{3}\right\}$.
e) Die nach unten geöffnete Parabel ist gestaucht mit S (2|0) und $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$; $\mathbb{W}_f = \mathbb{R}_0^-$
f) Die nach oben geöffnete verschobene Normalparabel hat S (0|−2,56) und $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$; $\mathbb{W}_f = \{y \mid y \geq -2{,}56\}$.





K6 **2** **a)** Es gilt: p: $y = ax^2 + bx + c$ bzw. p: $y = a(x - x_S)^2 + y_S$
N (5|0) ∈ p T (0|1) ∈ p $x_S = 2 \Rightarrow$ p: $y = a(x - 2)^2 + y_S$
Einsetzen von T (0|1) und N (5|0) in p: $y = a(x - 2)^2 + y_S$ ergibt:
I $1 = a(0 - 2)^2 + y_S \Leftrightarrow y_S = 1 - 4a$
II $0 = a(5 - 2)^2 + y_S$ $\Rightarrow 0 = 9a + 1 - 4a \Leftrightarrow -1 = 5a \Leftrightarrow a = -0{,}2$; $y_S = 1{,}8$
Die Funktionsgleichung von p lautet: p: $y = -0{,}2\,(x - 2)^2 + 1{,}8$

b) Wenn man nur die Symmetrieachse und die beiden Nullstellen kennt, kann man die Gleichung der quadratischen Funktion nicht eindeutig angeben, da man dabei nicht weiß, ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist, wo auf der Symmetrieachse der Scheitelpunkt liegt und wie stark die zugehörige Parabel gestreckt oder gestaucht ist.

K3 **3** **a)** Es gilt: f: $y = ax^2 + bx + c$ bzw. f: $y = a(x - x_S)^2 + y_S$ mit $a = -1$ (da der Graph von f eine an der x-Achse gespiegelte Normalparabel ist), $x_S = -2$ (da s: $x = -2$ Symmetrieachse ist) und $P(2|-4) \in f$.

$\Rightarrow$ f: $y = -1(x + 2)^2 + y_S$

P(2|–4) in f einsetzen ergibt: $-4 = -1(2 + 2)^2 + y_S \Leftrightarrow y_S = 12$ $\Rightarrow$ f: $y = -1(x + 2)^2 + 12$

Für die allgemeine Form gilt: f: $y = -x^2 - 4x + 8$

b) Es gilt: f: $y = ax^2 + bx + c$ bzw. f: $y = a(x - x_S)^2 + y_S$ mit $a = 1$ (da f eine verschobene Normalparabel beschreibt) und $A(-5|3)$, $B(2|10) \in f$.

A(–5|3) und B(2|10) in f: $y = (x - x_S)^2 + y_S$ einsetzen ergibt:

I $3 = (-5 - x_S)^2 + y_S$

II $10 = (2 - x_S)^2 + y_S$ $\Rightarrow 3 - 10 = (-5 - x_S)^2 - (2 - x_S)^2$

$\Rightarrow -7 = 25 + 10x_S + x_S{}^2 - 4 + 4x_S - x_S{}^2 \Leftrightarrow -2 = x_S;\ y_S = -6;$ $\Rightarrow$ f: $y = (x + 2)^2 - 6$

Für die allgemeine Form gilt: f: $y = x^2 + 4x - 2$

c) P(–4,5|–134) und Q(8,5|–420) in f: $y = ax^2 + bx - 3{,}5$ einsetzen ergibt:

I $-134 = a(-4{,}5)^2 - 4{,}5b - 3{,}5 \Leftrightarrow b = 4{,}5a + 29$

II $-420 = a(8{,}5)^2 + 8{,}5b - 3{,}5$ $\Rightarrow -420 = 72{,}25a + 8{,}5(4{,}5a + 29) - 3{,}5$

$\Leftrightarrow -663 = 110{,}5a \Leftrightarrow a = -6;\ b = 2;$ $\Rightarrow$ f: $y = -6x^2 + 2x - 3{,}5$

d) $P(5|0), Q(0|5) \in$ f: $y = -2{,}5\,(x - x_S)^2 + y_S$

P(5|0) und Q(0|5) in f: $y = -2{,}5\,(x - x_S)^2 + y_S$ einsetzen ergibt:

I $0 = -2{,}5(5 - x_S)^2 + y_S$

II $5 = -2{,}5(0 - x_S)^2 + y_S$ $\Rightarrow 5 = -2{,}5(0 - x_S)^2 + 2{,}5(5 - x_S)^2$

$\Leftrightarrow 5 - 62{,}5 = 25x_S \Leftrightarrow -57{,}5 = -25x_S \Leftrightarrow 2{,}3 = x_S;\ y_S = 18{,}225$

f: $y = -2{,}5(x - 2{,}3)^2 + 18{,}225$

Für die allgemeine Form gilt: f: $y = -2{,}5x^2 + 11{,}5x + 5$

K5 **4** **a)** $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{15}{1{,}6} = 9{,}375$ $y_S = c - \frac{b^2}{4a} = -18 - \frac{225}{3{,}2} = -88{,}3125$ $\Rightarrow$ S(9,375|–88,3125) s: $x = 9{,}375$

b) $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ $y_S = c - \frac{b^2}{4a} = 0 - \frac{16}{4} = -4$ $\Rightarrow$ S(2|–4) s: $x = 2$

c) f: $y = (x + 1)(x - 1) + 2 \Leftrightarrow$ f: $y = x^2 + 1$ $\Rightarrow$ S(0|1) s: $x = 0$

d) f: $y = 6x^2 + 0{,}5$ $\Rightarrow$ S(0|0,5) s: $x = 0$

K4 **5** Mögliches Vorgehen: Man liest die Koordinaten x_S und y_S des Scheitelpunkts S sowie eines weiteren Punktes P der Parabel ab und setzt die Koordinaten von P in die Scheitelpunktsform ein:

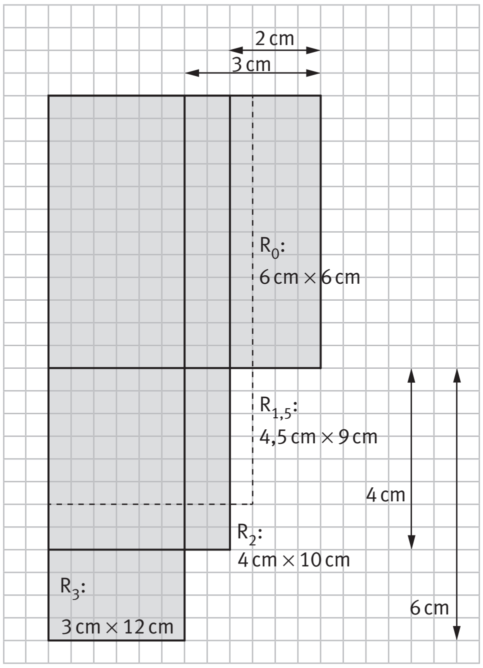
f: $y = a(x - x_S)^2 + y_S$

a) S(–2|–3) und P(0|0)	$0 = a(0 + 2)^2 - 3$	$\Leftrightarrow a = 0{,}75$	$\Rightarrow$ f: $y = 0{,}75(x + 2)^2 - 3$
b) S(0|2) und P(0,5|3)	$3 = a(0{,}5 - 0)^2 + 2$	$\Leftrightarrow a = 4$	$\Rightarrow$ f: $y = 4x^2 + 2$
c) S(2|1) und P(3|2)	$2 = a(3 - 2)^2 + 1$	$\Leftrightarrow a = 1$	$\Rightarrow$ f: $y = (x - 2)^2 + 1$
d) S(4|0) und P(5|–1)	$-1 = a(5 - 4)^2 + 0$	$\Leftrightarrow a = -1$	$\Rightarrow$ f : $y = -(x - 4)^2$

K5 **6** p: $y = -2\,(x + 3)^2 - 4$ $S_p(-3|-4) \xrightarrow{\vec{v} = \binom{-3}{2}} S_p{}'(-6|-2)$ p': $y = -2\,(x + 6)^2 - 2$

$\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$ $\mathbb{W}_p = \{y \mid y \le -4\}$ $\mathbb{D}_{p'} = \mathbb{R}$ $\mathbb{W}_{p'} = \{y \mid y \le -2\}$

K3 **7 a)**

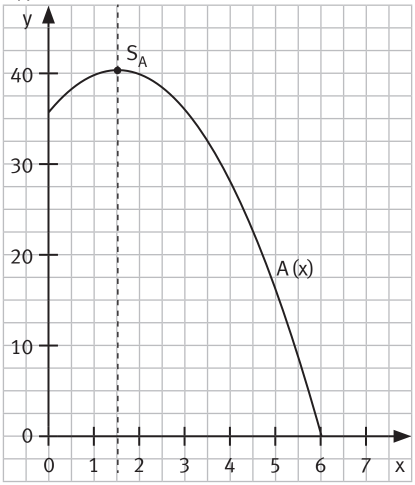


b) Da die Seiten des Quadrats nur begrenzt verkürzt werden können, gilt: $0 \le x < 6$.

c) $A(x) = (6 - x) \cdot (6 + 2x)\,\text{cm}^2 = (-2x^2 + 6x + 36)\,\text{cm}^2$

d) $\mathbb{D}_A = \{x \mid 0 \le x < 6\}$ $\quad \mathbb{W}_A = \{y \mid 0 < y \le 40{,}5\}$

$S_A\,(1{,}5 \mid 40{,}5)$



e) $-2x^2 + 6x + 36 = -2(x - 1{,}5)^2 + 2 \cdot 1{,}5^2 + 36 = -2(x - 1{,}5)^2 + 40{,}5$

$\Rightarrow A(x) = -2(x - 1{,}5)^2\,\text{cm}^2 + 40{,}5\,\text{cm}^2$

Den maximalem Flächeninhalt von $40{,}5\,\text{cm}^2$ bei $x = 1{,}5$ hat das Rechteck mit den Seitenlängen 4,5 cm und 9 cm.

K5 **8** $S(5 \mid 2)$ und $a = 1$ $\quad \Rightarrow p\colon y = (x - 5)^2 + 2$

$P(7 \mid 6)$ und $Q(27 \mid 26)$ in p einsetzen liefert:

$6 = (7 - 5)^2 + 2 \quad \Leftrightarrow 6 = 4 + 2$ (wahr) $\quad \Rightarrow P(7 \mid 6) \in p$

$26 = (27 - 5)^2 + 2 \quad \Leftrightarrow 26 = 486$ (falsch) $\quad \Rightarrow Q(27 \mid 26) \notin p$

K5 **9 a)** $p(b)\colon y = x^2 + bx - 2 = (x + 0{,}5b)^2 - 0{,}25b^2 - 2$ $\quad \Rightarrow S(-0{,}5b \mid -0{,}25b^2 - 2)$

Für den Trägergraphen t_b gilt:

$x = -0{,}5b \Leftrightarrow b = -2x$ $\quad y = -0{,}25b^2 - 2 = -x^2 - 2$ $\quad \Rightarrow t_b\colon y = -x^2 - 2$

$p(c)\colon y = x^2 - 2x + 4c = (x - 1)^2 - 1 + 4c$ $\quad \Rightarrow S(1 \mid -1 + 4c)$

Für den Trägergraphen t_c gilt:

$x = 1$ $\quad y = -1 + 4c$ $\quad \Rightarrow t_c\colon x = 1$

b) Gleichsetzen der beiden Trägergraphen ergibt:

$x = 1$ und $y = -(1)^2 - 2 = -3$ $\quad S(1 \mid -3)$

$S(1 \mid -3)$ in p (b) bzw. p (c) einsetzen liefert: $\quad b = -2;\ c = -0{,}5$

Die Gleichung der gesuchten Parabel lautet: $\quad p\colon y = x^2 - 2x - 2$

K6 **10** Es gilt: $p(a) = x^2 + x + a = (x + 0{,}5)^2 - 0{,}25 + a$

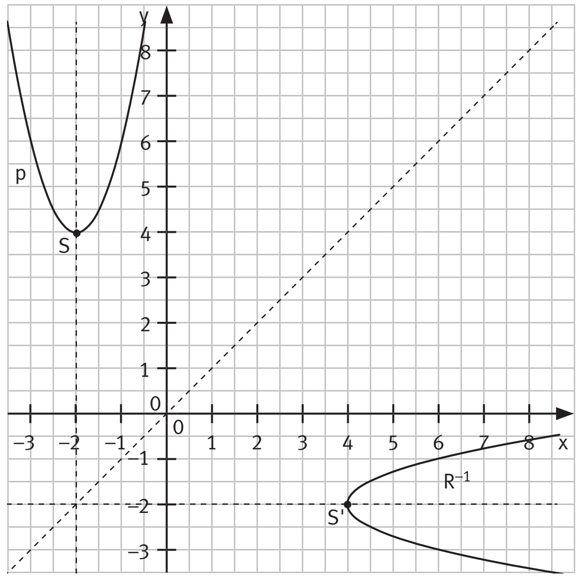
Die Parabelschar hat ihre Scheitelpunkte bei $S_a(-0{,}5 \mid -0{,}25 + a)$.

Da alle Parabeln der Schar nach oben geöffnet sind, stellen die Scheitelpunkte jeweils das Minimum der zugehörigen Graphen dar. Für $a > 0{,}25$ ist $y_S > 0$, die Scheitelpunkte liegen dabei oberhalb der x-Achse. Damit haben die Graphen der Schar für $a > 0{,}25$ keine Nullstellen.

K5 **11** Es gilt für p: $y = 2(x+2)^2 + 4$ mit S $(-2|4)$

a) $\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$ $\mathbb{W}_p = \{y | y \geq 4\}$

b)



c) Es gibt zwei Lösungen für die Teilmenge von $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, auf der p umkehrbar ist:

$\{x | x \geq -2\} \times \{y | y \geq 4\}$ und

$\{x | x \leq -2\} \times \{y | y \geq 4\}$

$x = 2(y+2)^2 + 4$

$\Leftrightarrow 0{,}5x - 2 = (y+2)^2$

$\Leftrightarrow \pm\sqrt{0{,}5x - 2} = y + 2$

$\Leftrightarrow y = -2 \pm \sqrt{0{,}5x - 2}$

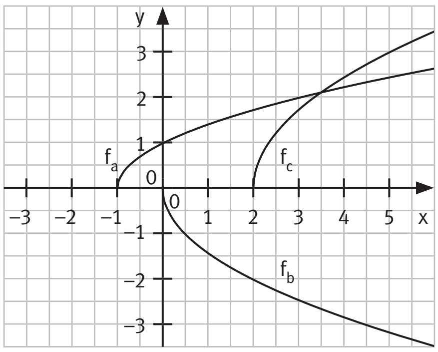
Die Gleichung der Umkehrfunktion zu p mit $\{x | x \geq -2\} \times \{y | y \geq 4\}$ lautet:

p^{-1}: $y = -2 + \sqrt{0{,}5x - 2}$

Die Gleichung der Umkehrfunktion zu p mit $\{x | x \leq -2\} \times \{y | y \geq 4\}$ lautet:

p^{-1}: $y = -2 - \sqrt{0{,}5x - 2}$

K5 **12**



a) $\mathbb{D}_f = \{x | x \geq -1\}$
$\mathbb{W}_f = \mathbb{R}_0^+$

b) $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}_0^+$
$\mathbb{W}_f = \mathbb{R}_0^-$

c) $\mathbb{D}_f = \{x | x \geq 2\}$
$\mathbb{W}_f = \mathbb{R}_0^+$

K1/6 **13** Die Aussage ist richtig. Die Symmetrieachse verläuft parallel zur y-Achse durch den Scheitelpunkt der Parabel.

K1/6 **14** Die Aussage ist falsch. Eine Parabel wird bei einer Spiegelung an der y-Achse nur dann auf sich selbst abgebildet, wenn der Scheitelpunkt auf der y-Achse liegt und damit die die y-Achse Symmetrieachse der Parabel ist.

K1/6 **15** Die Aussage ist richtig. Mit x_1 und x_2 als Nullstellen gilt: $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

K1/6 **16** Die Aussage ist richtig. Da b in beiden Koordinaten des Scheitelpunkts S$\left(-\frac{b}{2a} \middle| c - \frac{b^2}{4a}\right)$ vorkommt, bewirkt eine Änderung von b eine Verschiebung des Scheitelpunkts und damit der ganzen Parabel in x- und y-Richtung.

K1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Wenn man nur die Koordinaten des Scheitelpunkts kennt, weiß man nicht, ob die Parabel nach unten oder nach oben geöffnet ist und ob sie gestaucht oder gestreckt ist.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch: Mit k = 9 gilt: p (9): $y = x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$ und S_k $(3|0)$.
Die x-Koordinate des Scheitelpunkts ist zugleich die (einzige) Nullstelle der Parabel.

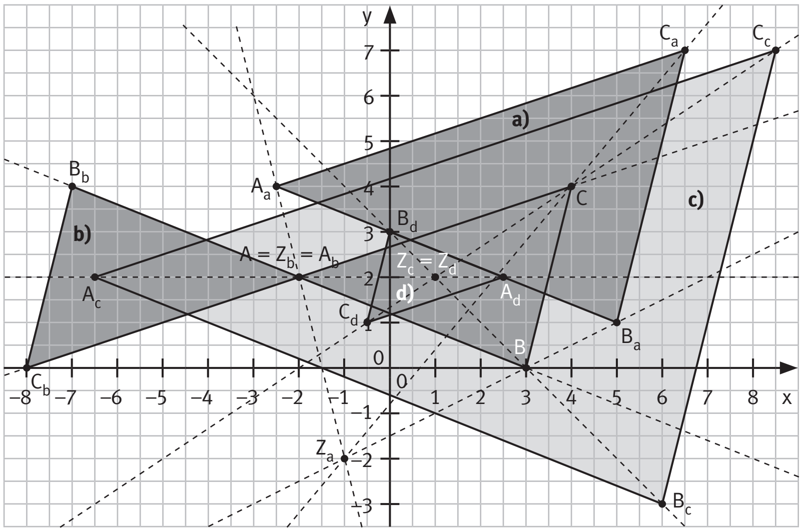
K 1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Der Trägergraph einer Parabelschar kann eine Parabel sein, er kann jedoch auch eine Gerade oder ein Punkt sein.

K 1/6 **20** Die Aussage ist falsch: Die Definitionsmenge einer quadratischen Funktion ist in der Regel $\mathbb{R}$, während die Wertemenge nur eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ ist, da quadratische Terme der Form $T(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \in \mathbb{R}^+$; $b, c \in \mathbb{R}$) immer einen Extremwert besitzen.

K 1/6 **21** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel $f\colon y = (x-2)^2$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$ ist nicht umkehrbar, da die Umkehrrelation $R^{-1}: x = (y-2)^2 \Leftrightarrow \pm\sqrt{x} + 2 = y$ für $x = 1$ zwei y-Werte hat: 1 und 3.

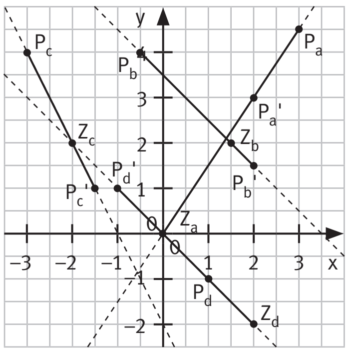
K 1/6 **22** Die Aussage ist in zweifacher Hinsicht falsch: Selbst beim einfachen „Standardfall“ mit $f\colon y = \sqrt{x}$ gibt es mit $f(0) = 0$ einen nicht-positiven Funktionswert. Bei entsprechender Wertemenge kann eine Wurzelfunktion auch negative Funktionswerte annehmen; so haben z. B. die Funktionen $p\colon y = -\sqrt{x}$ und $q\colon y = -\sqrt{x} - 4$ mit $x \in \mathbb{R}_0^+$ negative Funktionswerte.

K4 **1**



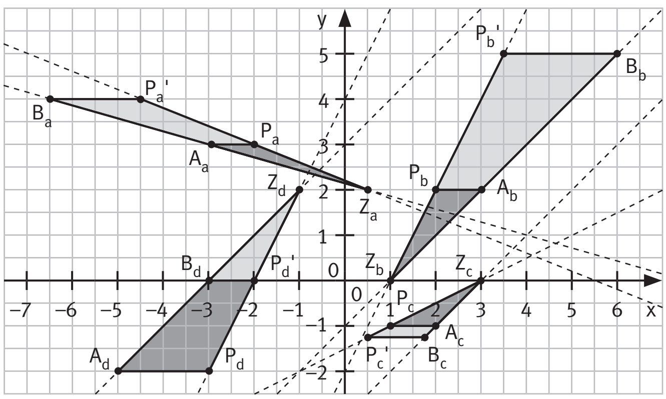
a) Bilddreieck $A_aB_aC_a$ mit: A_a (–2,5 | 4) B_a (5 | 1) C_a (6,5 | 7)
b) Bilddreieck $A_bB_bC_b$ mit: A_b (–2 | 2) B_b (–7 | 4) C_b (–8 | 0)
c) Bilddreieck $A_cB_cC_c$ mit: A_c (–6,5 | 2) B_c (6 | –3) C_c (8,5 | 7)
d) Bilddreieck $A_dB_dC_d$ mit: A_d (2,5 | 2) B_d (0 | 3) C_d (–0,5 | 1)

K4 **2**



a) P_a (3 | 4,5)
b) P_b (–0,5 | 4)
c) P_c (–3 | 4)
d) P_d (1 | –1)

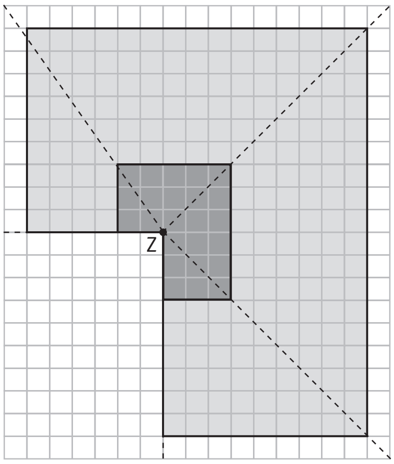
K4 **3**



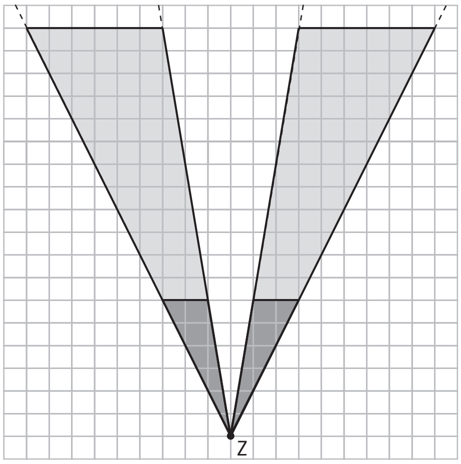
a) Z_a (0,5 | 2)
b) Z_b (1 | 0)
c) Z_c (3 | 0)
d) Z_d (–1 | 2)

K4 **4** Es sind individuelle Lösungen möglich, abhängig von der Position des Streckungszentrums.

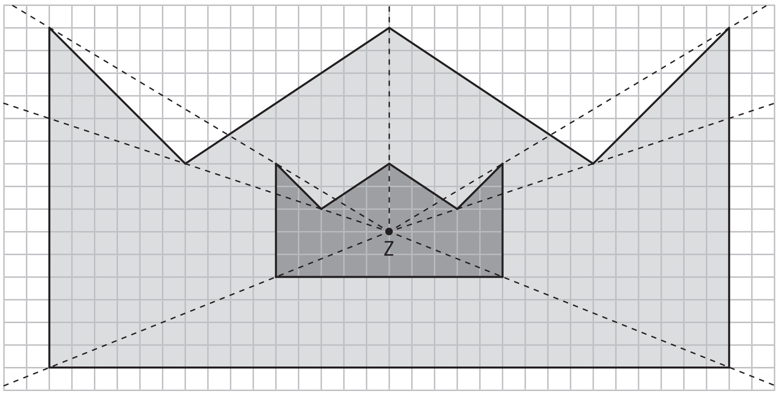
a)



b)



c)



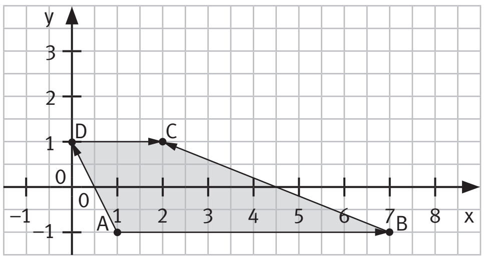
K4 **5** **a)** Vergrößerung: $k = 3$ Verkleinerung: $k = \frac{1}{3}$

b) Vergrößerung: $k = 2{,}5 = \frac{5}{2}$ Verkleinerung: $k = 0{,}4 = \frac{2}{5}$

K5 **6**

	a)	b)	c)	d)
k	0,5	±0,8	±1,2	−2
k^2	0,25	0,64	1,44	4
A	22 cm^2	200 dm^2	360 m^2	12 mm^2
A'	5,5 cm^2	128 dm^2	518,4 m^2	48 mm^2

K1 **7** **a)**



$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$

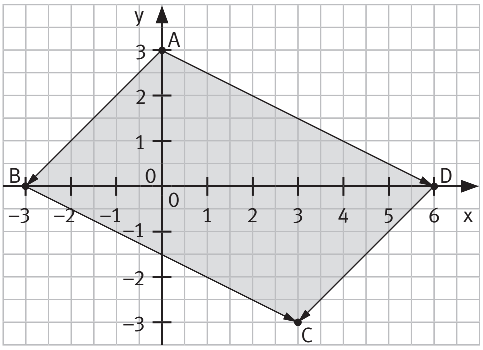
$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = 3 \cdot \overrightarrow{DC} \Rightarrow AB \parallel DC$

Es gibt kein k mit $\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AD} \Rightarrow BC \nparallel AD$

$\Rightarrow$ Das Viereck ABCD ist ein Trapez, aber kein Parallelogramm.

b)



$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

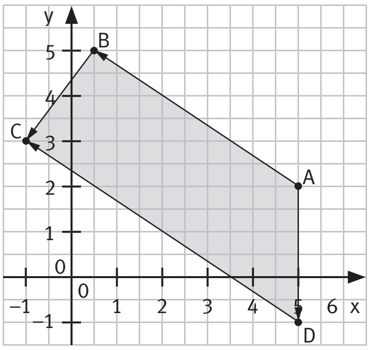
$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow AB \parallel DC$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow BC \parallel AD$

$\Rightarrow$ Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm (und damit auch ein Trapez).

c)



$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -1{,}5 \\ -2 \end{pmatrix}$

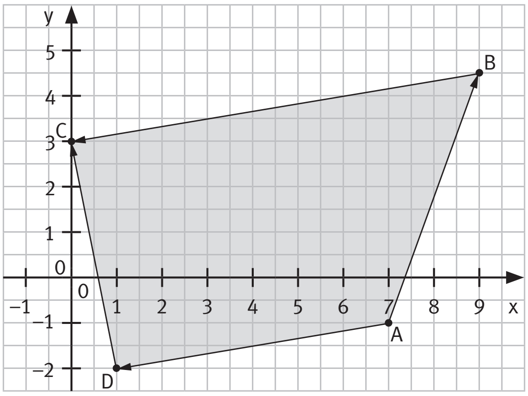
$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DC} \Rightarrow AB \parallel DC$

Es gibt kein k mit $\overrightarrow{BC} = k \cdot \overrightarrow{AD} \Rightarrow BC \nparallel AD$

$\Rightarrow$ Das Viereck ABCD ist ein Trapez, aber kein Parallelogramm.

d)



$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5{,}5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -9 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$

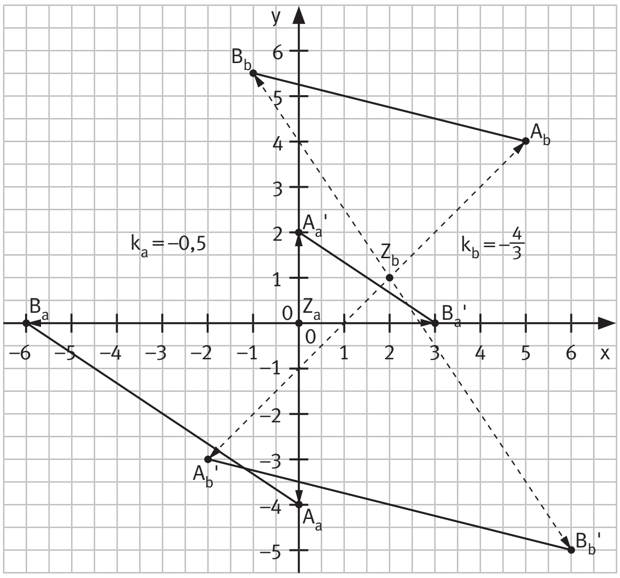
$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$

Es gibt kein k mit $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{DC} \Rightarrow AB \nparallel DC$

$\overrightarrow{BC} = 1{,}5 \cdot \overrightarrow{AD} \Rightarrow BC \parallel AD$

$\Rightarrow$ Das Viereck ABCD ist ein Trapez, aber kein Parallelogramm.

K5 **8 a)** und **b)**



a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{A'B'} = \begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{A'B'} = -0{,}5 \cdot \overrightarrow{AB} \Rightarrow k = -0{,}5$

$\begin{pmatrix}0 - x_Z\\2 - y_Z\end{pmatrix} = -0{,}5 \cdot \begin{pmatrix}0 - x_Z\\-4 - y_Z\end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow$ I $-x_Z = 0{,}5x_Z$ $\Leftrightarrow$ $x_Z = 0$ $\wedge$ II $-y_Z = 2 - 2 + 0{,}5y_Z$ $\Leftrightarrow$ $y_Z = 0$ $\Rightarrow Z\,(0|0)$

b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}-6\\1{,}5\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{A'B'} = \begin{pmatrix}8\\-2\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{A'B'} = -\frac{4}{3} \cdot \overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow k = -\frac{4}{3}$

$\begin{pmatrix}-2 - x_Z\\-3 - y_Z\end{pmatrix} = -\frac{4}{3}\begin{pmatrix}5 - x_Z\\4 - y_Z\end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow$ I $-2 - x_Z = -\frac{20}{3} + \frac{4}{3}x$ $\Leftrightarrow$ $\frac{14}{3} = \frac{7}{3}x_Z$ $\Leftrightarrow$ $2 = x_Z$

II $-3 - y_Z = -\frac{16}{3} + \frac{4}{3}y_Z$ $\Leftrightarrow$ $\frac{7}{3} = \frac{7}{3}y_Z$ $\Leftrightarrow$ $1 = y_Z$ $\Rightarrow Z\,(2|1)$

K5 **9 a)** Lösungsmöglichkeiten:

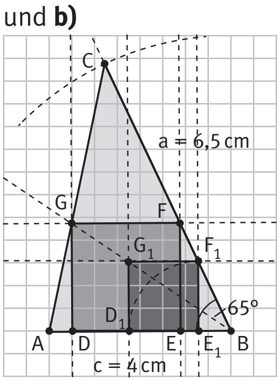
$\frac{m}{n} = \frac{s}{t} \qquad \frac{m+n}{n} = \frac{s+t}{t} \qquad \frac{m+n}{m} = \frac{s+t}{s} \qquad \frac{x}{y} = \frac{m}{m+n} \qquad \frac{x}{y} = \frac{s}{s+t}$

b) $\frac{5}{3} = \frac{6+z}{6}$ $\Leftrightarrow$ $z = 4$ $\qquad \frac{3}{y} = \frac{6}{4}$ $\Leftrightarrow$ $y = 2$

$\frac{6}{4} = \frac{3+x}{3}$ $\Leftrightarrow$ $x = 1{,}5$ $\qquad \frac{5}{3} = \frac{4{,}5+u}{4{,}5}$ $\Leftrightarrow$ $u = 3$

K3 **10** $\frac{h}{1{,}5\,m} = \frac{20{,}4\,m + 1{,}8\,m}{1{,}8\,m}$ $\quad h = 18{,}5\,m$ $\quad$ Der Turm ist 18,5 m hoch.

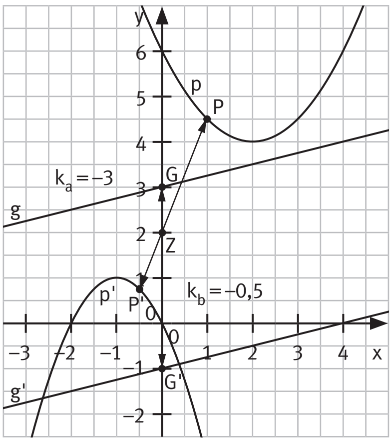
K5 **11 a)** und **b)**



Man konstruiert das Quadrat $D_1E_1F_1G_1$ mit $D_1 \in [AB]$, $E_1 \in [AB]$, $F_1 \in [BC]$.
Nun streckt man das Quadrat mit Streckungszentrum B; man erhält G als Schnittpunkt von $[BG_1$ mit $[AC]$.
Die übrigen Punkte D, E, F erhält man als Schnittpunkte der entsprechenden Geraden mit den Dreiecksseiten.

K 1 **12 a)** $\Delta ABC \nsim \Delta A'B'C'$ (sss nicht erfüllt)
b) $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (www erfüllt)
c) $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sws erfüllt)
d) $\Delta ABC \nsim \Delta A'B'C'$ (Ssw nicht erfüllt)
e) $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (sss und www erfüllt)
f) $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (Durch Konstruktion von $\Delta A'B'C'$ oder mithilfe der Umkehrung des Satzes von Pythagoras erkennt man, dass $\gamma = \gamma' = 90°$ und damit sws erfüllt ist.)

K 5 **13 a)** und **b)**



a) $\begin{pmatrix} x' \\ y'-2 \end{pmatrix} = -3 \cdot \begin{pmatrix} x \\ 0{,}25x+3-2 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y'-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \cdot x \\ -0{,}75x-3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow$ I $\quad x' = -3x \qquad \Leftrightarrow \qquad x = -\frac{1}{3}x'$

II $\quad y' = -0{,}75x - 1$

$\Leftrightarrow y' = -0{,}75\left(-\frac{1}{3}x'\right) - 1$

$\Leftrightarrow y' = 0{,}25x' - 1$

$\Rightarrow$ g': $y = 0{,}25x - 1$

b) $\begin{pmatrix} x' \\ y'-2 \end{pmatrix} = -0{,}5 \cdot \begin{pmatrix} x \\ 0{,}5 \cdot (x-2)^2+4-2 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y'-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}5 \cdot x \\ -0{,}25x^2+x-2 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow$ I $\quad x' = -0{,}5x \qquad \Leftrightarrow \qquad x = -2x'$

II $\quad y' = -0{,}25\,(-2x')^2 - 2x' - 2 + 2$

$\Leftrightarrow y' = -x'^2 - 2x'$

$\Rightarrow$ p': $y = -x^2 - 2x \qquad \Leftrightarrow \qquad$ p': $y = -(x+1)^2 + 1$

K 1/6 **14** Die Aussage ist falsch: Die Urstrecke ist dreimal so lang wie die zugehörige Bildstrecke.

K 1/6 **15** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Bei $k = 2$ gilt: $A_{Bildfigur} = k^2 \cdot A_{Urfigur} = 4 \cdot A_{Urfigur}$; der Flächeninhalt der Bildfigur vervierfacht sich gegenüber dem Flächeninhalt der Urfigur.

K 1/6 **17** Die Aussage ist falsch: Die beiden weiteren Geraden müssen parallel zueinander liegen, damit die Vierstreckensätze angewendet werden können.

K 1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in den Maßen zweier Winkel übereinstimmen.

K 1/6 **20** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **21** Die Aussage ist falsch. Zwei gleichschenklige Dreiecke mit unterschiedlichem Basiswinkel sind nicht zueinander ähnlich.

K5 **1** **a)** $\mathbb{L} = \{-11; 11\}$ **b)** $\mathbb{L} = \{-9; 9\}$ **c)** $\mathbb{L} = \{-3; 3\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{-23; 23\}$

K4 **2** **a)** $x^2 = -x + 2$ $\mathbb{L} = \{-2; 1\}$ **b)** $-x^2 + 3{,}5 = -2x + 3{,}5$ $\mathbb{L} = \{0; 2\}$

K3 **3** $\mathbb{D} = \mathbb{N}$

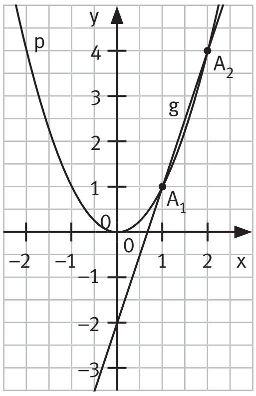
a) $x^2 + 2x = 323$
$x_1 = -19 \notin \mathbb{D}$; $x_2 = 17 \in \mathbb{D}$
Die gesuchte natürliche Zahl ist 17.

b) $x^2 + \frac{1}{2}x = 742{,}5$
$x_1 = -27{,}5 \notin \mathbb{D}$; $x_2 = 27 \in \mathbb{D}$
Die gesuchte natürliche Zahl ist 27.

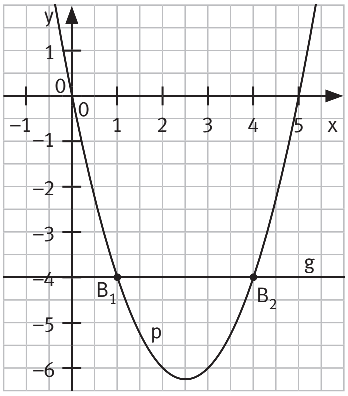
c) $x^2 + \frac{1}{10}x = 101$
$x_1 = -10{,}1 \notin \mathbb{D}$; $x_2 = 10 \in \mathbb{D}$
Die gesuchte natürliche Zahl ist 10.

d) $x^2 - x = x$
$x_1 = 0$; $x_2 = 2 \in \mathbb{D}$
Die gesuchten natürlichen Zahlen sind 0 und 2.

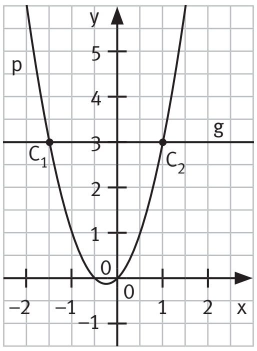
K4 **4** **a)** $\mathbb{L} = \{1; 2\}$



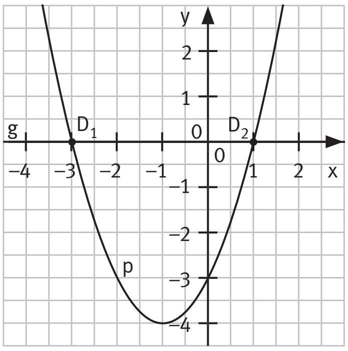
b) $\mathbb{L} = \{1; 4\}$



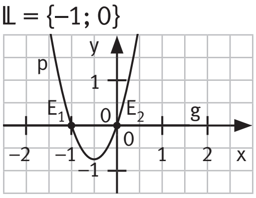
c) $\mathbb{L} = \{-1{,}5; 1\}$



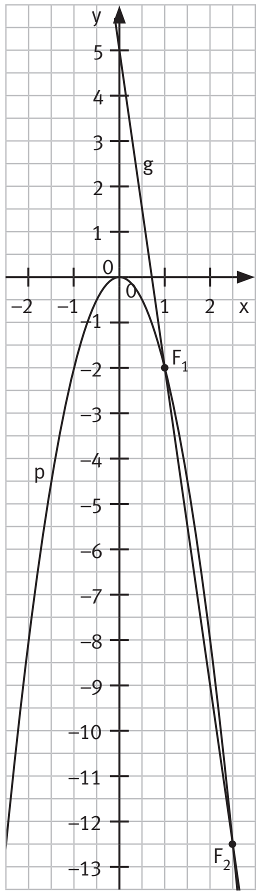
d) $\mathbb{L} = \{-3; 1\}$



e) $\mathbb{L} = \{-1; 0\}$



f) $\mathbb{L} = \{1; 2{,}5\}$



K5 **5** **a)** $(x + 12)(x - 23) = 0$ $\mathbb{L} = \{-12; 23\}$ **b)** $x^2 - 4x - 165 = 0$ $\mathbb{L} = \{-11; 15\}$

c) $x^2 - 4x + 77 = 0$ $\mathbb{L} = \emptyset$ **d)** $x^2 - 0{,}6x - 0{,}72 = 0$ $\mathbb{L} = \{-0{,}6; 1{,}2\}$

K3 **6** Lösungsmöglichkeit (alle Angaben in cm bzw. cm^2; $\mathbb{D} = \mathbb{Q}$ mit $x > 0$)

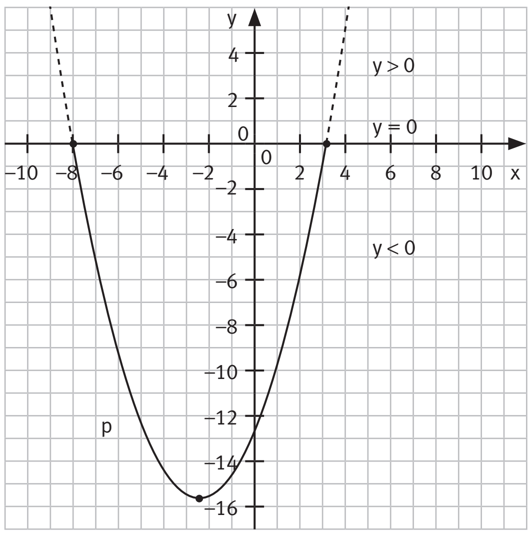
Flächeninhalt der Platte: $A = a^2 = 60^2 = 3600$
Verschnitt: $0{,}125 \cdot 3600 = 450$
Summe der Dreiecksflächen: $4 \cdot \frac{1}{2}x^2 = 2x^2$
Bestimmung von x: $2x^2 = 450 \Rightarrow x_1 = -15 \notin \mathbb{D}$; $x_2 = 15 \in \mathbb{D}$
Es müssen gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke mit der Schenkellänge 15 cm abgeschnitten werden.

K4 **7 a)** Die Parabel p wird beschrieben durch: $p: y = -2(x-4)^2 + 4{,}5$
Der rot markierte Bereich wird beschrieben durch: $p(x) > 0$
$-2(x-4)^2 + 4{,}5 > 0$ ist erfüllt für $2{,}5 < x < 5{,}5$, d. h.: $\mathbb{L} =]2{,}5;\ 5{,}5[$
Rechnerisch:
$-2(x-4)^2 + 4{,}5 > 0 \quad \Leftrightarrow 2{,}25 > (x-4)^2$
$\Rightarrow -1{,}5 < x - 4 < 1{,}5 \Leftrightarrow 2{,}5 < x < 5{,}5$ $\qquad \mathbb{L} =]2{,}5;\ 5{,}5[$

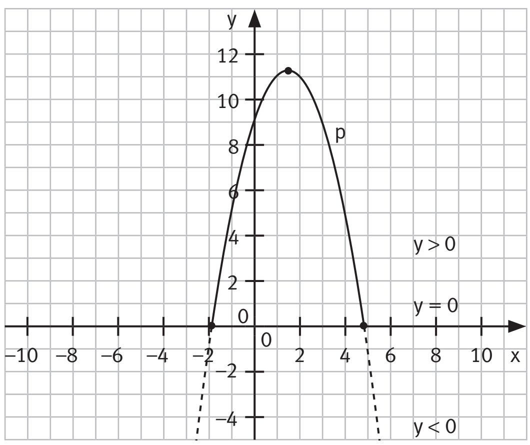
b) Die Parabel p wird beschrieben durch: $p: y = (x+1)^2 - 4$
Der rot markierte Bereich wird beschrieben durch: $p(x) > 0$
$(x+1)^2 - 4 > 0$ ist erfüllt für $x < -3$ oder $x > 1$, d. h.: $\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus [-3;\ 1]$
Rechnerisch:
$(x+1)^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 > 4$
1. Fall: $(x+1) < -2 \quad \Rightarrow x < -3$
2. Fall: $(x+1) > 2 \quad \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x < -3$ oder $x > 1$ $\qquad \mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus [-3;\ 1]$

K3 **8 a)** $(x + 0{,}5) \cdot (x - 2) \leq 0$ bzw. $x^2 - 1{,}5 - 1 \leq 0$
b) $(x + 8) \cdot (x - 23) > 0$ bzw. $x^2 - 15x - 184 > 0$

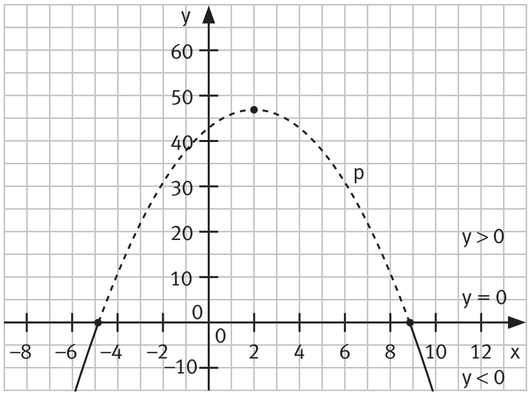
K5 **9 a)** $x^2 + 5x - 15 \leq 10$
$\Leftrightarrow x^2 + 5x \leq 25$
$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 2{,}5^2 \leq 25 + 2{,}5^2$
$\Leftrightarrow (x + 2{,}5)^2 \leq 31{,}25$
$\Rightarrow x + 2{,}5 \leq 5{,}59 \wedge x + 2{,}5 \geq -5{,}59$
$\Rightarrow x \leq 3{,}09 \wedge x \geq -8{,}09$
$\mathbb{L} = \{x \mid -8{,}09 \leq x \leq 3{,}09\}$



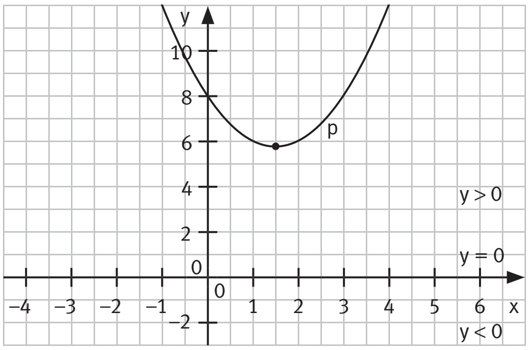
b) $-x^2 + 3x + 9 > 0$
$\Leftrightarrow 9 > x^2 - 3x$
$\Leftrightarrow 9 + 1{,}5^2 > x^2 - 3x + 1{,}5^2$
$\Leftrightarrow 11{,}25 > (x - 1{,}5)^2$
$\Rightarrow -3{,}35 < x - 1{,}5 < 3{,}35$
$\Rightarrow -1{,}85 < x < 4{,}85$
$\mathbb{L} = \{x \mid -1{,}85 < x < 4{,}85\}$



c) $-x^2 + 4x + 43 < 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - 4 - 43 > 0$
$\Leftrightarrow (x - 2)^2 > 47$
$\Rightarrow x - 2 < -6{,}86 \vee x - 2 > 6{,}86$
$\Rightarrow x < -4{,}86 \vee x > 8{,}86$
$\mathbb{L} = \{x \mid x < -4{,}86 \vee x > 8{,}86\}$



d) $x^2 - 3x + 8 \geq 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1{,}5^2 - 1{,}5^2 + 8 \geq 0$
$\Leftrightarrow (x - 1{,}5)^2 \geq -5{,}75$
$\Rightarrow \mathbb{L} = \mathbb{R}$



K 5

10 a) $\mathbb{D} = \{x \mid x \geq 1\}$
$\sqrt{x - 1} = -2x + 5$
$x - 1 = 4x^2 - 20x + 25$
$0 = 4x^2 - 21x + 26$
$x_{1/2} = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 416}}{8} = \frac{21 \pm 5}{8}$
$\Rightarrow x_1 = 2;\ x_2 = 3{,}25$
Probe:
$\sqrt{2 - 1} = -4 + 5 \quad \Leftrightarrow 1 = 1$ w
$\sqrt{3{,}25 - 1} = -6{,}5 + 5 \Leftrightarrow 1{,}5 = -1{,}5$ f
$\mathbb{L} = \{2\}$

b) $\mathbb{D} = \{x \mid x \geq 2\}$
$\sqrt{x - 2} = 4 - x$
$x - 2 = (4 - x)^2$
$x - 2 = 16 - 8x + x^2$
$0 = x^2 - 9x + 18$
$x_{1/2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2}$
$x_1 = 3;\ x_2 = 6$
Probe:
$\sqrt{3 - 2} = 4 - 3 \Leftrightarrow \sqrt{1} = 1$ w
$\sqrt{6 - 2} = 4 - 6 \Leftrightarrow 2 = -2$ f
$\mathbb{L} = \{3\}$

c) $\mathbb{D} = \{x \mid x \geq -0{,}25\}$
$7 - 2x = \sqrt{4x + 1}$
$49 - 28x + 4x^2 = 4x + 1$
$x^2 - 8x + 12 = 0$
$x_{1/2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2};\ x_1 = 2;\ x_2 = 6$
Probe:
$7 - 4 = \sqrt{8 + 1} \quad \Leftrightarrow 3 = 3$ w
$7 - 12 = \sqrt{48 + 1} \Leftrightarrow -5 = 7$ f
$\mathbb{L} = \{2\}$

d) $\mathbb{D} = \{x \mid x \leq 3{,}25\}$
$x - 4 = \sqrt{13 - 4x}$
$x^2 - 8x + 16 = 13 - 4x$
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2};\ x_1 = 1;\ x_2 = 3$
Probe:
$1 - 4 = \sqrt{13 - 4} \quad \Leftrightarrow -3 = 3$ f
$3 - 4 = \sqrt{13 - 12} \Leftrightarrow -1 = 1$ f
$\mathbb{L} = \varnothing$

e) $\mathbb{D} = \{x \mid x \leq -1{,}12 \vee x \geq 2{,}24\}$

$\sqrt{8x^2 - 9x - 20} = 4 - 3x$

$8x^2 - 9x - 20 = (4 - 3x)^2$

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$x_{1/2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 144}}{2}$; $x_1 = 3$; $x_2 = 12$

Probe:

$9 + \sqrt{72 - 27 - 20} = 4 \quad \Leftrightarrow 14 = 4 \quad$ f

$36 + \sqrt{1152 - 108 - 20} = 4 \Leftrightarrow 68 = 4 \quad$ f

$\mathbb{L} = \varnothing$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+$

$(\sqrt{x} + 2)^2 = 2x + 8$

$x + 4\sqrt{x} + 4 = 2x + 8$

$4\sqrt{x} = x + 4$

$16x = x^2 + 8x + 16$

$(x - 4)^2 = 0$; $x = 4$

Probe:

$(\sqrt{4} + 2)^2 = 8 + 8 \Leftrightarrow 16 = 16 \quad$ w

$\mathbb{L} = \{4\}$

K5 **11** **a)** $2x^2 - 2{,}5x - 2 = 0$

$D = 6{,}25 + 16 = 22{,}25 > 0$

$x_{1/2} = \frac{2{,}5 \pm \sqrt{22{,}25}}{4}$

$x_1 \approx -0{,}55$; $x_2 \approx 1{,}8$

$S_1\,(-0{,}55 \mid 1{,}72)$; $S_2\,(1{,}8 \mid 2{,}9)$

b) $0{,}25x^2 + 0{,}375x + 0{,}25 = 0$

$D = 0{,}140625 - 0{,}25 < 0$

Kein Schnittpunkt

c) $x^2 + 3x + 2{,}25 = 0$

$(x + 1{,}5)^2 = 0$

$x = -1{,}5$

$S\,(-1{,}5 \mid 4{,}75)$

d) $0{,}75x^2 - 4{,}5x + 6 = 0$

$D = 20{,}25 - 18 = 2{,}25 > 0$

$x_{1/2} = \frac{4{,}5 \pm \sqrt{2{,}25}}{1{,}5}$

$x_1 = 2$; $x_2 = 4$

$S_1\,(2 \mid 2)$; $S_2\,(4 \mid 6)$

e) $0{,}375x^2 + 1{,}75x + 2{,}5 = 0$

$D = 3{,}0625 - 3{,}75 < 0$

Kein Schnittpunkt

f) $2x^2 - 2x - 2 = 0$

$D = 4 + 16 = 20 > 0$

$x_{1/2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x_1 \approx -0{,}6$; $x_2 \approx 1{,}6$

$S_1\,(-0{,}6 \mid 0)$; $S_2\,(1{,}6 \mid 0)$

K5 **12** **a)** $x^2 + 1 = -2x + t \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - t = 0$

$D = 4 - 4(1 - t) = 4t = 0 \Rightarrow t = 0$

Für $t = 0$ ist g Tangente an p.

b) $-0{,}5x^2 + 2x = -x + t \Leftrightarrow 0{,}5x^2 - 3x + t = 0$

$D = 9 - 2t = 0 \Rightarrow t = 4{,}5$

Für $t = 4{,}5$ ist g Tangente an p.

K5 **13** $P\,(2 \mid -4)$ in $y = mx + t$ einsetzen:

$-4 = 2m + t \Leftrightarrow t = -4 - 2m \qquad g\,(m)$: $y = mx - 4 - 2m$

$g\,(m)$ und p gleichsetzen:

$x^2 - 6x + 8 = mx - 4 - 2m$

$\Leftrightarrow x^2 - (6 + m)x + 2m + 12 = 0$

$D = (6 + m)^2 - 4(2m + 12) = m^2 + 4m - 12 = 0$

$m_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = -2 \pm 4$

$m_1 = -6 \qquad g\,(-6)$: $y = -6x + 8$

$m_2 = 2 \qquad g\,(2)$: $y = 2x - 8$

Tangentengleichungen mit p gleichsetzen:

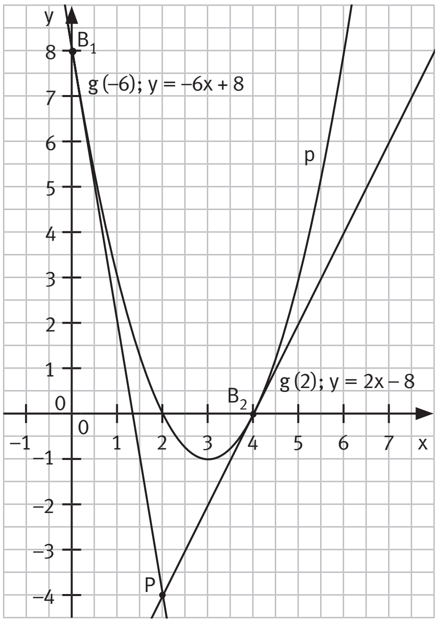
$g\,(-6)$: $x^2 - 6x + 8 = -6x + 8$

$\Leftrightarrow x^2 = 0 \qquad x = 0$; $B_1\,(0 \mid 8)$

$g\,(2)$: $x^2 - 6x + 8 = 2x - 8 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \qquad x = 4$; $B_2\,(4 \mid 0)$

Die Berührpunkte liegen bei $B_1\,(0 \mid 8)$ und $B_2\,(4 \mid 0)$.



K5 **14** $x^2 - 2kx + k^2 + k = x - 0{,}25 \Leftrightarrow x^2 - (2k + 1)x + k^2 + k + 0{,}25 = 0$

$D = (2k + 1)^2 - 4(k^2 + k + 0{,}25) = 4k^2 + 4k + 1 - 4k^2 - 4k - 1 = 0$

Die Gerade $y = x - 0{,}25$ berührt die Parabeln der Parabelschar p (k) in jedem Fall, unabhängig von k.

K5 **15** p (k): $y = x^2 - 4kx + 8k^2 - 1 = (x - 2k)^2 + 4k^2 - 1$ $\Rightarrow S_k(2k \mid 4k^2 - 1)$

I $x = 2k \Leftrightarrow k = \frac{x}{2}$ $\wedge$ II $y = 4k^2 - 1$

$k = \frac{x}{2}$ in II einsetzen: $y = 4\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 1 = x^2 - 1$ $\Rightarrow$ t: $y = x^2 - 1$

Die Gleichung des Trägergraphen, auf dem alle Scheitelpunkte der Parabeln der Schar p (k) liegen, lautet $y = x^2 - 1$.

K1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Eine reinquadratische Gleichung ist eine quadratische Gleichung, bei der die Variable nur quadratisch vorkommt: $ax^2 + c = 0$.

K1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Eine reinquadratische Gleichung der Form $x^2 = d$ mit $d \geq 0$ ist lösbar und hat die Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{-\sqrt{d}; \sqrt{d}\}$. Mit $d < 0$ ist $x^2 = d$ nicht lösbar.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Die Diskriminante lautet:
$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 5 = 4 + 60 = 64$ (also nicht: $-4 + 60 = 56$)

K1/6 **19** Die Aussage ist richtig. Die Lösungen der Gleichung entsprechen den x-Koordinaten der Schnittpunkte der Parabeln p_1: $y = ax^2 + bx + c$ und p_2: $y = dx^2 + ex + f$.

K1/6 **20** Die Aussage ist falsch, nicht jede Lösung der quadrierten Gleichung ist auch eine Lösung der Wurzelgleichung. Beim Quadrieren der Links- und der Rechtsterme der Wurzelgleichung können Lösungen hinzukommen, die nicht Lösung der Ausgangsgleichung sind. Daher ist bei Wurzelgleichungen die Probe zur Überprüfung der Lösungen wichtig.

K1/6 **21** Die Aussage ist richtig, falls man nur Geraden der Form $y = mx + t$ mit $m, t \in \mathbb{R}$, $m \neq 0$ zulässt. Betrachtet man auch die zueinander parallelen Geraden der Schar $x = k$ mit $k \in \mathbb{R}$, so ist die Aussage falsch, da jede Gerade der Schar $x = k$ die Parabel schneidet und es somit keine Gerade der Schar gibt, die Tangente an die Parabel ist.

K1/6 **22** Die Aussage ist richtig, man betrachte z. B. die Parabelschar p (c): $y = x^2 + c$, $c \in \mathbb{R}$: Für zwei Parabeln p_1 und p_2 der Schar mit $c_1 \neq c_2$ gilt $p(c_1) \cap p(c_2) = \emptyset$. Begründung: $x^2 + c_1 = x^2 + c_2 \Leftrightarrow c_1 = c_2$ ergibt einen Widerspruch zur Voraussetzung $c_1 \neq c_2$.

K1/6 **23** Die Aussage ist falsch. Eine Wurzelgleichung ist eine Gleichung, bei der die Variable im Radikanden einer Wurzel auftritt, d. h., die Gleichung enthält mindestens eine Wurzel, die eine Variable enthält. Dies ist bei der angegebenen Gleichung nicht der Fall.

K1/6 **24** Die Aussage ist falsch. Es gilt: $\mathbb{L} = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$

K1/6 **25** Die Aussage ist richtig.

K6 **1** **a)** $c = q + p = \overline{AB}$ $a = \overline{BC}$ $b = \overline{CA}$ $h = h_c$ $a^2 + b^2 = c^2$ $b^2 = qc$ $a^2 = pc$ $h^2 = pq$
b) $g = t + s = \overline{EF}$ $e = \overline{FG}$ $f = \overline{GE}$ $h = h_g$ $e^2 + f^2 = g^2$ $f^2 = tg$ $e^2 = sg$ $h^2 = ts$

K5 **2** **a)** $c = \sqrt{a^2 + b^2} \approx 10{,}3\,cm$ **b)** $a = \sqrt{c^2 - b^2} \approx 7{,}48\,cm$
c) $c = \sqrt{a^2 + b^2} \approx 9{,}18\,cm$ (da $b = 8\,cm$) **d)** $b = \sqrt{c^2 - a^2} \approx 31{,}62\,cm$ (da $a = 12{,}5\,cm$)

K5 **3** **a)** Hypotenusenlänge 6 cm und Kathetenlänge 5,1 cm:
$a^2 = (6\,cm)^2 - (5{,}1\,cm)^2 \quad \Rightarrow \quad a \approx 3{,}16\,cm$
b) Hypotenusenlänge 2,8 cm und Kathetenlänge $\frac{4{,}2\,cm}{2} = 2{,}1\,cm$:
$a^2 = (2{,}8\,cm)^2 - (2{,}1\,cm)^2 \quad \Rightarrow \quad a \approx 1{,}85\,cm$
c) Kathetenlängen 4 m und $\frac{26\,m}{2} = 13\,m$:
$a^2 = (4\,m)^2 + (13\,m)^2 \quad \Rightarrow \quad a \approx 13{,}6\,m$

K5 **4**

	Summe der Kathetenquadrate	=/≠	Hypotenusenquadrat	rechtwinklig?
a)	$a^2 + b^2 = (6\,cm)^2 + (5\,cm)^2 = 61\,cm^2$	≠	$c^2 = (8\,cm)^2 = 64\,cm^2$	nein
b)	$a^2 + b^2 = (5{,}5\,dm)^2 + (4{,}8\,dm)^2 = 53{,}29\,dm^2$	=	$c^2 = (7{,}3\,dm)^2 = 53{,}29\,dm^2$	ja
c)	$a^2 + c^2 = (4\,m)^2 + (0{,}3\,m)^2 = 16{,}09\,m^2$	≠	$b^2 = (5\,m)^2 = 25\,m^2$	nein
d)	$a^2 + c^2 = (12\,m)^2 + (5\,m)^2 = 169\,m^2$	=	$b^2 = (13\,m)^2 = 169\,m^2$	ja

K5 **5** Satz des Pythagoras: $a^2 = c^2 - b^2 \quad \Rightarrow \quad a \approx 7{,}48\,cm$
Kathetensatz: $b^2 = qc \quad \Rightarrow \quad q \approx 2{,}78\,cm$ und $p = c - q \approx 6{,}22\,cm$
Höhensatz: $h_c^{\,2} = pq \quad \Rightarrow \quad h_c \approx 4{,}16\,cm$

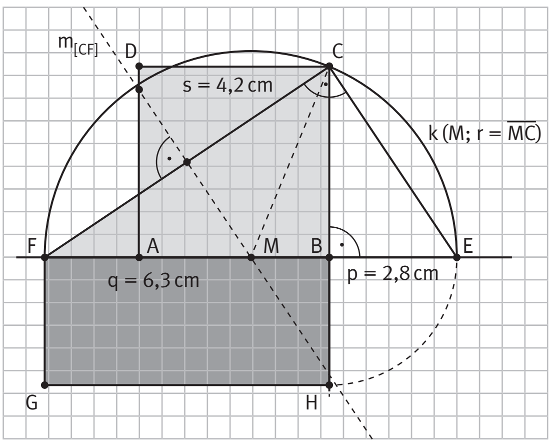
K5 **6**

	a)	b)	c)	d)
a	5,95 cm	8,2 cm	1,74 km	8 dm
b	4,89 cm	5,72 cm	3,0 km	13,86 dm
c	7,7 cm	10 cm	3,47 km	16 dm
h_c	3,78 cm	4,69 cm	1,5 km	6,93 dm
p	4,6 cm	6,72 cm	0,87 km	4 dm
q	3,1 cm	3,28 cm	2,6 km	12 dm

K5 **7** **a)** Mit $q = c - p = 9{,}4$ cm und $h = \sqrt{pq} \approx 7{,}51$ cm gilt: $A = \frac{1}{2}c \cdot h \approx 57{,}83\,cm^2$
b) Mit $h = \sqrt{a^2 - p^2} \approx 6{,}4$ cm und $c = \frac{a^2}{p} \approx 13{,}33$ cm gilt: $A = \frac{1}{2}c \cdot h \approx 42{,}66\,cm^2$
c) Mit $b = \sqrt{qc} \approx 9{,}02$ cm, $p = c - q = 9{,}3$ cm und $h = \sqrt{pq} \approx 7{,}15$ cm gilt: $A = \frac{1}{2}c \cdot h \approx 52{,}91\,cm^2$

K4 **8** Höhensatz mit h = s: $h^2 = pq \Leftrightarrow p = \frac{h^2}{p} \Leftrightarrow q = \frac{h^2}{p}$

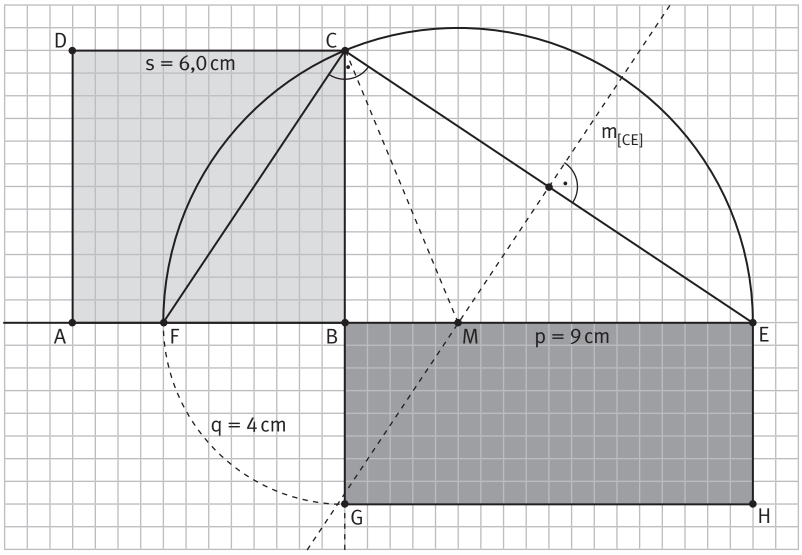
a)



$p = \frac{4{,}2^2}{6{,}3}\,cm = 2{,}8\,cm$

b) (Ohne Abbildung) $q = \frac{4{,}5^2}{2{,}5}$ cm = 8,1 cm

c)



$q = \frac{6^2}{9}$ cm = 4 cm

K5 **9** Es gilt: $d = \sqrt{a^2 + b^2}$

a) $d = \sqrt{5{,}6^2 + 4{,}3^2}$ dm ≈ 7,06 dm

b) $d = \sqrt{7{,}4^2 + 6{,}5^2}$ cm ≈ 9,85 cm

c) $d = \sqrt{18^2 + 9^2}$ cm ≈ 20,12 cm

K5 **10** **a)** $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \approx 7{,}06$ dm $\quad d_2 = \sqrt{a^2 + c^2} \approx 5{,}73$ dm $\quad d_3 = \sqrt{b^2 + c^2} \approx 4{,}46$ dm

b) $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \approx 9{,}85$ cm $\quad d_2 = \sqrt{a^2 + c^2} \approx 8{,}56$ cm $\quad d_3 = \sqrt{b^2 + c^2} \approx 7{,}79$ cm

c) c = 9 cm; b = 18 cm; a = 36 cm.

$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \approx 40{,}25$ cm $\quad d_2 = \sqrt{a^2 + c^2} \approx 37{,}11$ cm $\quad d_3 = \sqrt{b^2 + c^2} \approx 20{,}12$ cm

K5 **11** **a)** Höhe x im gleichseitigen Dreieck mit Seitenlänge s = 6 cm:

$x = \sqrt{6^2 - 3^2}$ cm ≈ 5,20 cm

b) Kathete x im rechtwinkligen Dreieck mit Hypotenusenlänge 8 m und Kathetenlänge 2,5 m:

$x = \sqrt{8^2 - 2{,}5^2}$ m = 7,60 m

c) Höhe x im gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck mit p = q = 7 mm:

$x = \sqrt{7 \cdot 7}$ mm = 7 mm

K5 **12** Es gilt: $\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ LE

a) $\overline{AB} = \sqrt{(-6{,}4)^2 + (-1)^2}$ LE ≈ 6,48 LE

b) $\overline{AB} = \sqrt{(-0{,}5)^2 + (4{,}6)^2}$ LE ≈ 4,63 LE

c) $\overline{AB} = \sqrt{(-5)^2 + (-8)^2}$ LE ≈ 9,43 LE

K5 **13** **a)** $\left|\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ Länge des zugehörigen Pfeils: 5 LE

b) $\left|\begin{pmatrix} 3 \\ -4{,}5 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{3^2 + (-4{,}5)^2} \approx 5{,}41$ Länge des zugehörigen Pfeils: 5,41 LE

c) $\left|\begin{pmatrix} 2{,}5 \\ -3{,}8 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{2{,}5^2 + (-3{,}8)^2} \approx 4{,}55$ Länge des zugehörigen Pfeils: 4,55 LE

d) $\left|\begin{pmatrix} -25 \\ 38 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{(-25)^2 + 38^2} \approx 45{,}49$ Länge des zugehörigen Pfeils: 45,49 LE

K5 **14 a)** Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $h_a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$, also
$h_a^2 = 6^2\,cm^2 + 2{,}5^2\,cm^2 = 42{,}25\,cm^2$, also $h_a = 6{,}5\,cm$.
Die Höhe einer Seitenfläche beträgt 6,5 cm.

b) Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $s^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Mit h_a^2 aus a) folgt:
$s^2 = 42{,}25\,cm^2 + 2{,}5^2\,cm^2 = 48{,}5\,cm^2$, also $s \approx 7{,}0\,cm$.
Die Kante einer Dreiecksseite ist etwa 7,0 cm lang.

K1/6 **15** Die Aussage ist falsch: Die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$ gilt nur, wenn c die Länge der Hypotenuse ist, d. h. die Länge der Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt. Wenn a (oder b) die Länge der Seite ist, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, lautet die Gleichung: $b^2 + c^2 = a^2$ (bzw $a^2 + c^2 = b^2$).

K1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Die Gleichung $h^2 = pq$ gilt nur in rechtwinkligen Dreiecken mit der zur Hypotenuse gehörenden Höhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q.

K1/6 **17** Die Aussage ist falsch: Zu einer gegebenen Strecke [AB] ergeben alle Punkte C_n, die auf dem Thaleskreis über [AB] liegen, ein rechtwinkliges Dreieck ABC_n mit der Hypotenuse $c = \overline{AB}$. Nur wenn C_0 auf der Mittelsenkrechte zu [AB] liegt, gilt für das Dreieck ABC_0, dass die zugehörige Höhe die Hypotenuse in zwei gleich lange Abschnitte teilt. Für alle $C_n \neq C_0$ sind die Hypotenusenabschnitte unterschiedlich lang.

K1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **19** Die Aussage ist richtig: Mit $A\,(x_A\,|\,y_A)$ und $B\,(x_B\,|\,y_B)$ gilt für [AB]:

$$|\overline{AB}| = \left|\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}\right|\,LE = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}\,LE$$

K1/6 **20** Die Aussage ist richtig: Man nutzt die gleiche Formel, muss dabei aber beachten, die Längeneinheit korrekt anzugeben: Beim Betrag des Vektors ohne LE, bei der Länge des Pfeils mit LE.

K1/6 **21** Die Aussage ist richtig: Die Diagonale des Rechtecks entspricht hierbei der Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten der Länge a und b, der Satz des Pythagoras ist gültig:
$a^2 + b^2 = d^2 \Leftrightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2}$

K1/6 **22** Die Aussage ist falsch: Im Quadrat mit der Seitenlänge a und der Diagonalen d gilt mit dem Satz des Pythagoras: $a^2 + a^2 = d^2 \Leftrightarrow d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} \neq \sqrt{3a^2}$

K1/6 **23** Die Aussage ist falsch. Die gesuchten Dreiecke müssen rechtwinklig sein.

K1/6 **24** Die Aussage ist falsch. Die Länge der Raumdiagonale erhält man als Wurzel aus der Summe der Längen-Quadrate:
$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

K5 **1** **a)** $u \approx 35{,}8\,cm$; $A \approx 102{,}0\,cm^2$ **b)** $u \approx 15{,}7\,cm$; $A \approx 19{,}6\,cm^2$
c) $u \approx 113{,}0\,mm$; $A \approx 1017{,}4\,mm^2$ **d)** $u \approx 942\,m$; $A \approx 7{,}1\,ha$
e) $u \approx 19{,}5\,cm$; $A \approx 30{,}2\,cm^2$ **f)** $u \approx 6{,}0\,km$; $A \approx 2{,}9\,km^2$

K5 **2** **a)** $r \approx 26{,}27\,m$; $A \approx 2167\,m^2$ **b)** $r \approx 0{,}32\,km$; $A \approx 0{,}32\,km^2$
c) $r \approx 1{,}43\,m$; $A \approx 6{,}42\,m^2$ **d)** $r \approx 1{,}18\,dm$; $A \approx 4{,}37\,dm^2$
e) $r \approx 6369\,km$; $A \approx 127\,371\,465\,km^2$ **f)** $r = 1{,}0\,m$; $A = \pi\,m^2 \approx 3{,}14\,m^2$

K5 **3** **a)** $r \approx 13{,}2\,cm$; $u \approx 82{,}9\,cm$ **b)** $r \approx 0{,}80\,m$; $u \approx 5{,}02\,m$
c) $r = 25{,}0\,m$; $u = 157{,}08\,m$ **d)** $r \approx 1{,}57\,km$; $u \approx 9{,}86\,km$
e) $r \approx 387\,m$; $u \approx 2430\,m$ **f)** $r = 1\,km$; $u = 6{,}28\,km$

K5 **4** $d \approx 29{,}9\,cm$; $A \approx 702\,cm^2$ ($d \approx 6{,}5\,dm$; $A \approx 33{,}2\,dm^2$) ($d \approx 1{,}20\,m$; $A \approx 1{,}13\,m^2$)

K5 **5** $d \approx 1{,}13\,cm$ ($d \approx 10{,}1\,mm$) ($d \approx 6{,}6\,mm$)

K5 **6**

π			$A \approx 201{,}062\,cm^2$	$u \approx 50{,}265\,cm$
Anzahl gültiger Stellen	π	Intervall für π	Intervall für 64π	Intervall für 16π
2	$\pi \approx 3{,}1$	[3,05; 3,15[	[195,2; 201,6[	[48,8; 50,4[
3	$\pi \approx 3{,}14$	[3,135; 3,145[	[200,64; 201,28[	[50,16; 50,32[

K5 **7**

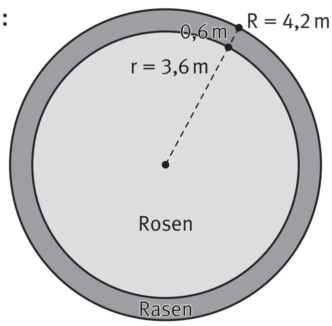
	a)	b)	c)	d)
r	5 dm	4,8 cm	7,53 dm	180,1 mm
d	10 dm	9,6 cm	15,06 dm	360,2 mm
μ	40°	125°	64,68°	35°
b	3,49 dm	10,47 cm	8,5 dm	110 mm
A_S	$8{,}73\,dm^2$	25,13 cm	$32\,dm^2$	$9907{,}0\,mm^2$

K5 **8**

	a)				b)			
	blau	grün	rot	gelb	blau	grün	rot	gelb
μ	60°	60°	120°	120°	90°	45°	90°	135°
b (in LE)	1,05	1,05	2,09	2,09	1,57	0,79	1,57	2,36
A (in FE)	0,52	0,52	1,05	1,05	0,79	0,39	0,79	1,18

K5 **9** $A_{Kreisring} = \pi \cdot (7{,}5^2\,cm^2 - 5{,}8^2\,cm^2) \approx 71{,}0\,cm^2$
Der Kreisring hat einen Flächeninhalt von ungefähr $71\,cm^2$.

K3 **10** **a)** Skizze:



b) $A_{Streifen} = \pi \cdot [(4{,}2\,m)^2 - (3{,}6\,m)^2] \approx 14{,}70\,m^2$
Der Flächeninhalt des Rasenstreifens beträgt $14{,}70\,m^2$.

c) $u_{Streifen} = 2\pi \cdot (4{,}2\,m + 3{,}6\,m) \approx 49{,}01\,m$
Die Länge des einzugrenzenden Streifens beträgt 49,01 m.

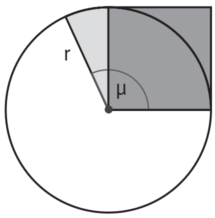
K3 **11** Für den Kreis mit Radius r und das Quadrat mit Seitenlänge a gilt bei gleichem Umfang:

$u_{Kreis} = u_{Quadrat} \quad \Leftrightarrow \quad 2\pi r = 4a \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{2a}{\pi}$

$\Rightarrow \quad \frac{A_{Kreis}}{A_{Quadrat}} = \frac{r^2\pi}{a^2} = \frac{4a^2\pi}{\pi^2 a^2} = \frac{4}{\pi} \approx 1{,}273$

Der Flächeninhalt des Kreises ist um 27,3 % größer als der des Quadrats.

K3 **12** Skizze:



Für den Sektor des Kreises mit Radius r und Mittelpunktswinkel μ und das Quadrat mit Seitenlänge r gilt bei gleichem Flächeninhalt:

$A_{Sektor} = A_{Quadrat} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mu}{360°} \cdot r^2\pi = r^2 \quad \Leftrightarrow \quad \mu = \frac{360°}{\pi} \approx 114{,}59°$

Die Größe des Mittelpunktswinkels beträgt 114,59°.

K3 **13** Erdradius r: $2\pi r = 40\,024\,\text{km} \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{40\,024\,\text{km}}{2\pi} \approx 6370{,}02\,\text{km}$

Das rechtwinklige Dreieck mit den Eckpunkten E (Erdmittelpunkt), S (Satellit) und T (Berührpunkt der Tangente von S an den Erdkreis) hat die Seitenlängen t, r = 6370,02 km und s = (36 000 km + 6370,02 km) = 42 370,02 km.

Für t gilt: $t = \sqrt{(42\,370{,}02\,\text{km})^2 - (6370{,}02\,\text{km})^2} \approx 41\,888{,}44\,\text{km}$

Die Tangentiallänge t beträgt 41 888,44 km.

K3 **14**

Rad mit n Zoll	Durchmesser d: $d = n \cdot 2{,}54\,\text{cm}$	Kreisumfang u: $u = \pi \cdot d$	Anzahl z an Umdrehungen: $z = \frac{150\,000\,\text{cm}}{u}$
16 Zoll	40,64 cm	127,67 cm	1174,9
18 Zoll	45,72 cm	143,63 cm	1044,4
20 Zoll	50,80 cm	159,59 cm	939,9

Ein Einrad mit einem Durchmesser von 16, 18 bzw. 20 Zoll macht auf einer Wegstrecke von 1,5 km = 150 000 cm (nach oben aufgerundet) 1175, 1045 bzw. 940 Umdrehungen.

K3 **15** **a)** Bei Kettenblatt-Zähnezahl $Z_K = 48$ und Ritzel-Zähnezahl Z_R gilt für die Übersetzung i_R der Gänge: $i_R = \frac{Z_K}{Z_R} = \frac{48}{Z_R}$

$Z_R = 24{:}\ i_{24} = \frac{48}{24} = 2 : 1 \qquad Z_R = 20{:}\ i_{20} = \frac{48}{20} = 2{,}4 : 1 \qquad Z_R = 16{:}\ i_{16} = \frac{48}{16} = 3 : 1$

Bei einer Umdrehung der Pedale macht das Hinterrad 2 bzw. 2,4 bzw. 3 Umdrehungen.

b) Anzahl z an Umdrehungen für ein Drittel der 9 km, d. h. für 3 km = 300 000 cm, mit Raddurchmesser d = 67 cm:

$z = \frac{300\,000\,\text{cm}}{\pi \cdot 67\,\text{cm}} \approx 1425{,}27$

Das Hinterrad macht auf einer Strecke von 3 km 1425,27 Umdrehungen.

3 km in kleinem Gang:	1425,27 : 2,0 ≈	712,64 Umdrehungen der Tretkurbel
3 km in mittlerem Gang:	1425,27 : 2,4 ≈	593,86 Umdrehungen der Tretkurbel
3 km in großem Gang:	1425,27 : 3,0 ≈	475,09 Umdrehungen der Tretkurbel
9 km insgesamt (Summe):		1781,59 Umdrehungen der Tretkurbel

Für die ganze Strecke muss der Radfahrer rund 1782-mal die Tretkurbel treten.

K3 **16** Die Breite b der Platte beträgt 211 mm. Die Länge l der Platte ergibt sich aus dem Durchmesser des großen Halbkreises: l = 2 · 118 mm = 236 mm

$A_{Platte} = 211\,mm \cdot 236\,mm = 49\,796\,mm^2$

Die Fläche des Holzabfalls ergibt sich aus der Fläche A_{Platte} der Holzplatte abzüglich der Fläche des Halbkreisringes mit R = 118 mm und r = 0,5 · 128 mm = 64 mm und abzüglich der Trapezfläche mit Seitenlängen a = 133 mm, c = 236 mm und Höhe h = (211 – 118) mm = 93 mm.

$$\begin{aligned} A_{Abfall} &= 211\,mm \cdot 236\,mm - \tfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot [(118\,mm)^2 - (64\,mm)^2] - 93\,mm \cdot \tfrac{133 + 236}{2}\,mm \\ &= 49\,796\,mm^2 \quad - 0{,}5 \cdot \pi \cdot (9828\,mm^2) \quad - (93\,mm \cdot 184{,}5\,mm) \\ &\approx 49\,796\,mm^2 \quad - 15\,437{,}8\,mm^2 \quad - 17\,158{,}5\,mm^2 \\ &\approx 17\,199{,}7\,mm^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{Abfallfläche}}{\text{Holzplattenfläche}} = \frac{17\,199{,}7\,mm^2}{49\,796{,}0\,mm^2} \approx 0{,}345$$

Der Holzabfall beträgt 34,5 %.

K3 **17** Im Bild sind drei Kreise zu erkennen: ein kleiner, ein mittelgroßer und ein großer Kreis mit den Radien r_1 = 1 LE, r_2 = 2 LE und r_3 = 3 LE und den Flächen $A_1 = \pi$ FE, $A_2 = 4\pi$ FE und $A_3 = 9\pi$ FE.
Außerdem sind die zugehörigen Halbkreise zu sehen mit den Flächen $0{,}5A_1 = 0{,}5\pi$ FE, $0{,}5A_2 = 2\pi$ FE und $0{,}5A_3 = 4{,}5\pi$ FE. Es gilt für $A_{grün} = A_{blau}$:

$$\begin{aligned} A_{grün} &= 0{,}5A_3 + 0{,}5A_1 - 0{,}5A_2 = 0{,}5\pi \cdot (9 + 1 - 4)\text{ FE} = 3\pi\text{ FE} \\ A_{gelb} &= A_2 - A_1 = 4\pi\text{ FE} - \pi\text{ FE} = 3\pi\text{ FE} \end{aligned}$$

$\Rightarrow A_{grün} = A_{blau} = A_{gelb} = 3\pi$ FE

Die drei Flächen sind gleich groß.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch, da die Dezimalbruchentwicklung von π unendlich nichtperiodisch ist.

K1/6 **19** Die Aussage ist richtig, weil in der Formel $u = 2\pi r$ der Faktor 2π konstant ist.

K1/6 **20** Die Aussage ist falsch, denn mit $A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$ gilt beispielsweise:
$d_1 = 2\,cm$ und $A_1 \approx 3{,}14\,cm^2$, aber $d_2 = 4\,cm = 2d_1$, aber $A_2 \approx 12{,}57\,cm^2 \neq 2A_1$

K1/6 **21** Bei konstantem Radius r ist die Aussage richtig, hier gilt: $b = \frac{r\pi}{180°} \cdot \mu$ mit konstantem Faktor $\frac{r\pi}{180°}$.

K1/6 **22** Die Aussage ist richtig, es gilt: $u_{Sektor} = b + 2r = b + d$.

K1/6 **23** Die Aussage ist falsch: Zur Berechnung des Kreissektor-Flächeninhalts A_S benötigt man den Mittelpunktswinkel μ.

K1/6 **24** Die Aussage ist falsch.
Ein Ring habe den äußeren Radius R, den inneren Radius r und die Fläche $A_1 = \pi \cdot (R^2 - r^2)$.
Verdoppelt man die Radien, so gilt für den neu entstandenen Ring:
$A_2 = \pi \cdot [(2R)^2 - (2r)^2] = 4\pi \cdot (R^2 - r^2) = 4 \cdot A_1$
Verdoppelt man die beiden Radien, so vervierfacht sich die Fläche.

K 1/6 **25** Die Aussage ist falsch.

Betrachtet man bei konstantem Radius r = 1 LE die Mittelpunktswinkel $\mu_1 = 0°$ und $\mu_2 = 180°$, so könnte man zunächst denken, die Behauptung sei richtig, da für $\mu_1 = 0°$ bzw. $\mu_2 = 180°$ gilt:

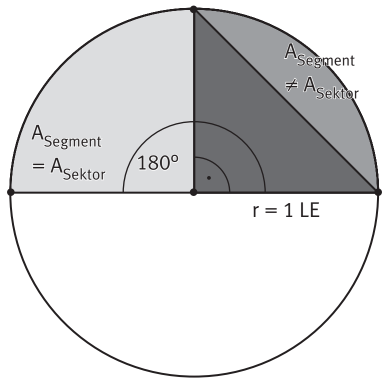
$A_{Dreieck} = 0\,cm^2$

$\mu_1 = 0°$: $A_{Segment} = \frac{0°}{360°} \cdot \pi\ FE - A_{Dreieck} = 0\ FE = A_{Sektor}$

$\mu_2 = 180°$: $A_{Segment} = \frac{180°}{360°} \cdot \pi\ FE - A_{Dreieck} = \frac{180°}{360°} \cdot \pi\ FE = A_{Sektor} \Rightarrow \frac{A_{Segment}}{A_{Sektor}} = 1$

Falls die Flächen direkt proportional wären, hätte der Proportionalitätsfaktor k den Wert 1, wie er bei $\mu_2 = 180°$ scheinbar ermittelt wurde. Damit müsste für alle μ gelten:

$\frac{A_{Segment}}{A_{Sektor}} = 1$, d. h.: $A_{Sektor} = A_{Segment}$



Dies lässt sich mit einem Gegenbeispiel widerlegen:

Für $\mu_3 = 90°$ gilt:

$A_{Dreieck} = 0{,}5$ FE, d. h.:

$A_{Segment} = A_{Sektor} - A_{Dreieck}$
$= A_{Sektor} - 0{,}5\ FE$

$\Rightarrow$ Es gibt Mittelpunktswinkel mit $A_{Segment} \neq A_{Sektor}$.

Damit können die Flächen von Kreissegment und zugehörigem Kreissektor nicht direkt proportional sein.

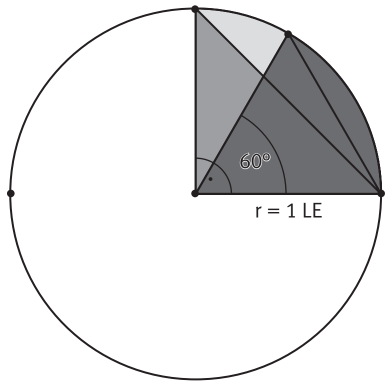
K 1/6 **26** Die Aussage ist falsch.

Gegenbeispiel sind die Mittelpunktswinkel $\mu_1 = 60°$ und $\mu_2 = 90°$ am Kreis mit r = 1 LE.

Die zugehörigen Dreiecke sind gleichseitig bzw. rechtwinklig, ihr Flächeninhalt A_1 bzw. A_2 lässt sich leicht berechnen:

$A_1 = 0{,}25 \cdot \sqrt{3}\ FE \approx 0{,}433\ FE$ für $\mu_1 = 60°$

$A_2 = 0{,}5\ FE$ für $\mu_2 = 90°$



Damit gilt:

$\mu_1 = 60°$: $A_{Segment} = \frac{60°}{360°} \cdot \pi\ FE - A_1$
$\approx 0{,}524\ FE - 0{,}433\ FE \approx 0{,}091\ FE$

$\mu_2 = 90°$: $A_{Segment} = \frac{90°}{360°} \cdot \pi\ FE - A_2$
$= 0{,}785\ FE - 0{,}5\ FE \approx 0{,}285\ FE$

$\Rightarrow \frac{60°}{0{,}091\ FE} \approx 659°/FE$ und $\frac{90°}{0{,}285\ FE} \approx 316°/FE$

$\Rightarrow \frac{60°}{0{,}091\ FE} \neq \frac{90°}{0{,}285\ FE}$

$\Rightarrow$ Es gibt keinen Proportionalitätsfaktor k mit $\frac{\mu_1}{A_1} = k \cdot \frac{\mu_2}{A_2}$.

K5 **1**

	a)	b)	c)
Grundfläche	rechtwinkl. Dreieck	Parallelogramm	gleichschenkl. Trapez
Seiten und Höhen der Grundfläche	$a = 3{,}6\,cm$ $b = 2{,}4\,cm$ $h_a = b = 2{,}4\,cm$ $c = \sqrt{3{,}6^2 + 2{,}4^2}\,cm$ $\approx 4{,}3\,cm$	$a = 8{,}4\,cm$ $b = 6{,}2\,cm$ $h_a = 5{,}0\,cm$	$a = 7{,}0\,cm$ $c = 4{,}0\,cm$ $h_a = 2{,}8\,cm$ $b = d = \sqrt{1{,}5^2 + 2{,}8^2}\,cm$ $\approx 3{,}2\,cm$
Umfang der Grundfläche	$u = a + b + c$ $u = 10{,}3\,cm$	$u = 2\,(a + b)$ $u = 29{,}2\,cm$	$u = a + c + 2b$ $u = 17{,}4\,cm$
A_G	$A_G = \frac{1}{2}\,ab$ $A_G = 4{,}32\,cm^2$	$A_G = a \cdot h_a$ $A_G = 42{,}0\,cm^2$	$A_G = \frac{a + c}{2} \cdot h_a$ $A_G = 15{,}4\,cm^2$
h	$h = 5{,}6\,cm$	$h = 5{,}6\,cm$	$h = 5{,}6\,cm$
$A_M = u \cdot h$	$A_M = 57{,}68\,cm^2$	$A_M = 163{,}52\,cm^2$	$A_M = 97{,}44\,cm^2$
$O = 2 \cdot A_G + A_M$	$O = 66{,}32\,cm^2$	$O = 247{,}52\,cm^2$	$O = 128{,}24\,cm^2$
$V = A_G \cdot h$	$V = 24{,}192\,cm^3$	$V = 235{,}2\,cm^3$	$V = 86{,}24\,cm^3$

K5 **2** $a = b = c = 12\,cm$

$h_a{}^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = (12\,cm)^2 - (6\,cm)^2 = 108\,cm^2$

$h_a \approx 10{,}4\,cm$

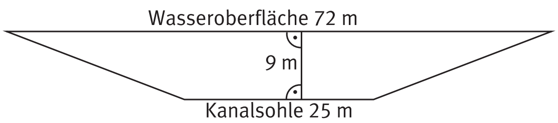
$A_{Dreieck} = \frac{1}{2}\,a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 12\,cm \cdot 10{,}4\,cm = 62{,}4\,cm^2$

$V_{Prisma} = A_{Dreieck} \cdot h = 62{,}4\,cm^2 \cdot 8\,cm = 499{,}2\,cm^3$

$O = 2 \cdot A_{Dreieck} + 3 \cdot a \cdot h = 2 \cdot 62{,}4\,cm^2 + 3 \cdot 12\,cm \cdot 8\,cm = 412{,}8\,cm^2$

Das Volumen beträgt etwa $500\,cm^3$ und die Oberfläche $413\,cm^2$.

K3 **3** **a)**



b) $A_{Trapez} = \frac{a + c}{2} \cdot h_a$

$= \frac{72\,m + 25\,m}{2} \cdot 9\,m = 436{,}5\,m^2$

$V_{Prisma} = A_{Trapez} \cdot h$

$= 436{,}5\,m^2 \cdot 98\,000\,m \approx 42\,777\,000\,m^3$

$\approx 0{,}043\,km^3 < 1\,km^3$

Tom hat nicht Recht mit seiner Behauptung.

K5 **4** Hinweis: Alle Ergebnisse wurden auf eine Dezimale gerundet. Es wurde mit den gerundeten Werten weitergerechnet.

	a)	b)	c)	d)	e)
r	$3{,}6\,cm$	$2{,}5\,cm$	$6{,}8\,cm$	$3{,}1\,dm$	$8{,}7\,dm$
A_G	$40{,}7\,cm^2$	$19{,}6\,cm^2$	$145{,}3\,cm^2$	$30{,}2\,dm^2$	$240\,dm^2$
h	$7{,}8\,cm$	$7{,}3\,cm$	$22{,}4\,cm$	$12\,dm$	$3{,}2\,dm$
A_M	$176{,}4\,cm^2$	$114{,}7\,cm^2$	$957{,}1\,cm^2$	$233{,}7\,dm^2$	$174{,}9\,dm^2$
V	$317{,}6\,cm^3$	$143{,}3\,cm^3$	$3249\,cm^3$	$360\,l$	$750\,l$

K3 **5** $V = \pi \cdot (0{,}7\,m)^2 \cdot 8\,m \approx 12{,}3\,m^3$

Der Brunnen kann maximal $12{,}3\,m^3$ Wasser fassen.

K5 **6**

	a)	b)	c)	d)
a	50,00 cm	9,75 m	17,86 cm	8,49 cm
h	80,00 cm	3,00 m	4,50 cm	16,18 cm
h_a	83,82 cm	5,72 m	10,00 cm	16,73 cm
s	87,47 cm	7,52 m	13,41 cm	17,26 cm
A_G	2500,00 cm²	95,00 m²	318,98 cm²	72,00 cm²
A_M	8382,00 cm²	111,54 m²	357,20 cm²	284,00 cm²
O	10 882,00 cm²	206,54 m²	676,18 cm²	356,00 cm²
V	66 666,67 cm³	95,00 m³	487,47 cm³	388,32 cm³

K5 **7** $h_a \approx 90\,\text{mm}$ $A_{\text{Dreieck a}} = \frac{a}{2} \cdot h_a = 2025\,\text{mm}^2$ $h_b \approx 88\,\text{mm}$ $A_{\text{Dreieck b}} = \frac{b}{2} \cdot h_b = 2640\,\text{mm}^2$
$O = 2 \cdot (A_{\text{Dreieck a}} + A_{\text{Dreieck b}}) + ab = 12\,030\,\text{mm}^2 = 120{,}3\,\text{cm}^2$ $V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3}\,abh = 76\,500\,\text{mm}^3$

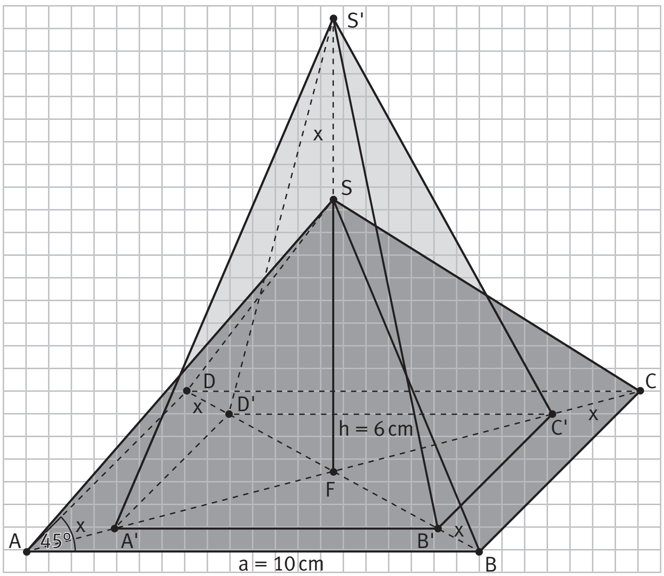
K5 **8** $a = 150\,\text{mm}$ $h_a \approx 130\,\text{mm}$
$A_{\text{Dreieck}} = 9750\,\text{mm}^2$ $O_{\text{Pyramide}} = 39\,000\,\text{mm}^2 = 390\,\text{cm}^2$ $V_{\text{Pyramide}} = 398\,125\,\text{mm}^3$

K5 **9**
a) $V_{\text{Kegel}} \approx 142{,}4\,\text{cm}^3$; $s \approx 9{,}4\,\text{cm}$; $O_{\text{Kegel}} \approx 168{,}4\,\text{cm}^2$
b) $r \approx 40\,\text{mm}$; $V_{\text{Kegel}} \approx 75\,398\,\text{mm}^3$; $O_{\text{Kegel}} \approx 12\,566\,\text{mm}^2$
c) $r \approx 1{,}43\,\text{m}$; $s = 5{,}0\,\text{m}$; $V_{\text{Kegel}} \approx 10{,}28\,\text{m}^3$; $O_{\text{Kegel}} \approx 28{,}9\,\text{m}^2$
d) $r = 1{,}4\,\text{cm}$; $h \approx 3{,}1\,\text{cm}$; $V_{\text{Kegel}} \approx 6{,}4\,\text{cm}^3$; $O_{\text{Kegel}} \approx 21{,}1\,\text{cm}^2$

K5 **10**

	a)	b)	c)	d)
r	8,46 cm	6,37 dm	0,06 cm	6,00 cm
$h = \sqrt{s^2 - r^2}$	12,00 cm	493,29 dm	17,00 cm	24,00 cm
$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 h$	900,00 cm³	20 960,89 dm³	0,06 cm³	904,78 cm³
$s = \sqrt{r^2 + h^2}$	14,86 cm	493,33 dm	17,00 cm	24,74 cm
$A_M = \pi \cdot r \cdot s$	394,95 cm²	9872,52 dm²	3,40 cm²	466,34 cm²
$O = A_M + r^2\pi$	619,80 cm²	10 000 dm²	3,41 cm²	579,44 cm²
$u = 2\pi \cdot r$	53,16 cm	40,00 dm	0,38 cm	37,70 cm

K5 **11** **a)**



b) Für die ursprüngliche Diagonale d gilt:
$d = \sqrt{(10\,\text{cm})^2 + (10\,\text{cm})^2} \approx 14{,}14\,\text{cm}$
Für die neue Diagonale d', die neue Seitenlänge a' und die neue Höhe h' gilt:
$d' = 14{,}14\,\text{cm} - 2x\,\text{cm}$ mit $x \in\,]0;\, 7{,}07[$
$a'^2 + a'^2 = d'^2 \Leftrightarrow a' = \frac{d'}{\sqrt{2}}$
$a' = \frac{14{,}14 - 2x}{\sqrt{2}}\,\text{cm}$
$h' = 6\,\text{cm} + x\,\text{cm}$
$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{14{,}14 - 2x}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot (6 + x)\,\text{cm}^3$
$= \frac{1}{6} \cdot (14{,}14 - 2x)^2 \cdot (6 + x)\,\text{cm}^3$

K5 **12**

	a)	b)	c)	d)
r	6 cm	2,88 m	0,35 m	1,67 m
O	452,16 cm²	104,17 m²	1,5 m²	35,05 m²
V	904,32 cm³	100,01 m³	0,18 m³	19,66 m³

K3 **13** $30{,}8\,\text{ml} = 30{,}8\,\text{cm}^3$ und $V_{\text{Kugel}} - V_{\text{Hohlraum}} = \frac{4}{3}\pi \cdot (5\,\text{cm})^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot (x\,\text{cm})^3$

$V_{\text{Kugel}} - V_{\text{Hohlraum}} = 30{,}8\,\text{cm}^3 \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi \cdot (5\,\text{cm})^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot (r\,\text{cm})^3 = 30{,}8\,\text{cm}^3$

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 - 30{,}8 = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \Leftrightarrow 125 - \frac{3 \cdot 30{,}8}{4\pi} = r^3 \Leftrightarrow 117{,}65 \approx r^3$

$\Rightarrow r \approx 4{,}9$ und $x\,\text{cm} = 5{,}0\,\text{cm} - 4{,}9\,\text{cm} = 0{,}1\,\text{cm}$

Die Wand der Hohlkugel ist 0,1 cm dick.

K5 **14** $r = \frac{u}{2\pi} = \frac{58\,\text{cm}}{2\pi} \approx 9{,}2\,\text{cm}$ $\quad O = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (9{,}2\,\text{cm})^2 \approx 1071\,\text{cm}^2$

Oberfläche mit Verschnitt: $O_{\text{gesamt}} = 1{,}15 \cdot O = 1{,}15 \cdot 1071\,\text{cm}^2 \approx 1232\,\text{cm}^2$

Man benötigt etwa $1232\,\text{cm}^2$ Leder.

K5 **15** $r = 6\,\text{cm} = 0{,}6\,\text{dm}$ $\quad V \approx \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}6\,\text{dm})^3 \approx 0{,}9\,\text{dm}^3$ $\quad m = 2{,}4\,\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0{,}9\,\text{dm}^3 = 2{,}16\,\text{kg}$

Die Kugel wiegt etwa 2,2 kg.

K5 **16** **a)** $V_{\text{Gesamt}} = V_{\text{Quader}} - V_{\text{Halbzylinder}} \approx 70\,875\,\text{mm}^3 - 8553\,\text{mm}^3 = 62\,322\,\text{mm}^3$ $\quad O_{\text{Gesamt}} \approx 10\,535\,\text{mm}^2$

b) $V_{\text{Gesamt}} = V_{\text{Quader}} - 3 \cdot V_{\text{Zylinder}} \approx 456\,\text{mm}^3 - 118\,\text{mm}^3 = 338\,\text{mm}^3$ $\quad O_{\text{Gesamt}} \approx 556\,\text{mm}^2$

c) $V_{\text{Gesamt}} = V_{\text{äußerer Zylinder}} - V_{\text{innerer Zylinder}} \approx 74\,613\,\text{mm}^3 - 57\,780\,\text{mm}^3 = 16\,833\,\text{mm}^3$ $\quad O_{\text{Gesamt}} \approx 12\,107\,\text{mm}^2$

K1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Die Grundfläche ist abhängig vom Kreisradius, die Mantelfläche dagegen ist abhängig vom Radius r und von der Seitenkante s.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel ist ein Kegel mit $r = h = 1\,\text{cm}$, $V = \pi\,\text{cm}^3$ und $O = 4\pi\,\text{cm}^3$.

K1/6 **19** Die Aussage ist falsch, das Volumen verachtfacht sich.

K1/6 **20** Die Aussage ist falsch. Das Volumen des Kegels ist ein Drittel des Produkts aus Grundfläche und Höhe.

K1/6 **21** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **22** Die Aussage ist falsch, sie gilt nur für gerade Pyramiden.

K1/6 **23** Die Aussage ist falsch. Die Oberfläche besteht aus einer Kreisfläche und einem Kreissektor.

K1/6 **24** Die Aussage ist falsch. Das Volumen eines Prismas ist das Produkt aus dem Flächeninhalt der Grundfläche und der Höhe des Prismas.

K1/6 **25** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **26** Die Aussage ist richtig.

$O_{\text{neu}} = 4 \cdot O_{\text{alt}} = 4 \cdot (4\pi \cdot r_{\text{alt}}^2) = 4\pi \cdot (2r_{\text{alt}})^2 \Rightarrow r_{\text{neu}} = 2r_{\text{alt}}$

$V_{\text{neu}} = \frac{4}{3}\pi \cdot r_{\text{neu}}^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (2r_{\text{alt}})^3 = 8 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi \cdot r_{\text{alt}}^3\right) = 8 \cdot V_{\text{alt}}$

K1/6 **27** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel mit $r_{\text{alt}} = 1\,\text{cm}$, $r_{\text{neu}} = 2\,\text{cm}$ und $h = h_{\text{neu}} = h_{\text{alt}} = 1\,\text{cm}$:

$O_{\text{alt}} = 2\pi \cdot (1\,\text{cm})\,(1\,\text{cm} + 1\,\text{cm}) = 4\pi\,\text{cm}^2 \Rightarrow 2 \cdot O_{\text{alt}} = 8\pi\,\text{cm}^2$

$O_{\text{neu}} = 2\pi \cdot (2\,\text{cm})\,(2\,\text{cm} + 1\,\text{cm}) = 12\pi\,\text{cm}^2 \neq 2 \cdot O_{\text{alt}}$

K1/6 **28** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel ist ein Tetraeder mit dreieckiger Grundfläche.