1 Lineare Gleichungssysteme

Einstieg

- Tee gibt es in verschiedenen Sorten. Stelle für jede Teesorte die Kosten in Abhängigkeit von der Teemenge grafisch dar. Gib die Art der Zuordnung an.
- Tee wird oft aus verschiedenen Sorten gemischt, damit sich die Aromen oder die gesunden Wirkungen der Teesorten ergänzen können.
  Ein Teehändler mischt grünen Tee aus Indien und Sri Lanka. Bestimme die Massen jeder Sorte, die er nehmen müsste, um 2 kg der Teemischung zum Preis von 3,25 € pro 100 g anbieten zu können.

Herkunftsland	Teesorte	Preis pro 100 g
Indien	Grüner Tee – first cut	4,00 €
Sri Lanka	Grüner Tee – fermentiert	2,80 €
Pakistan	Grüner Tee – Hochlage	3,20 €

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …

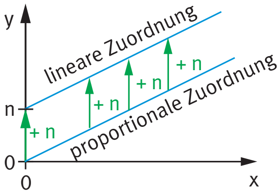
- lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen aufzustellen.
- lineare Gleichungssysteme auf verschiedene Arten zu lösen.
- die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems anzugeben.

Der Eintritt in den Zoo kostet die Familien Meier und Michel insgesamt 91 €. Es gehen insgesamt 4 Erwachsene und 6 Kinder, wobei ein Kind noch keinen Eintritt zahlen muss.

- Mache verschiedene Vorschläge für mögliche Eintrittspreise.
- Begründe, welche Lösung du sinnvoll findest.

Gleichungen können auch mehr als zwei Variablen haben.

Erinnere dich:
$y = m \cdot x + n$



Merkwissen

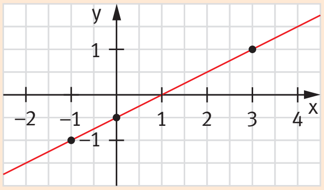
Lineare Gleichungen können auch **zwei Variablen** enthalten.
Jedes **Zahlenpaar (x|y)**, das die Gleichung erfüllt, ist eine **Lösung** der Gleichung.

Beispiel: Bestimme Lösungspaare der linearen Gleichung $-x + 2y = -1$.

Nach y auflösen: $-x + 2y = -1 \quad | + x$
$2y = x - 1 \quad | : 2$
$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

1 Werte für x einsetzen und y berechnen oder 2 Graph zeichnen und Lösungen ablesen

x	–1	0	3
y	–1	$-\frac{1}{2}$	1



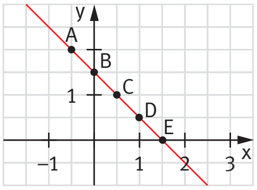
Beispiele

$-x$ bedeutet $-1 \cdot x$.
Also ist die Steigung -1.

I Bestimme grafisch und rechnerisch fünf Lösungspaare der Gleichung $2x + 2y = 3$.

Lösungsmöglichkeit:
Nach y aufgelöst: $y = -x + 1{,}5$

	A	B	C	D	E
x	–0,5	0	0,5	1	1,5
y	2	1,5	1	0,5	0



II Luisa und Katarina schenken ihrer Freundin Leila zum Geburtstag ein Armband mit Anhängern. Luisa kauft die Anhänger im Internet in Dreierpäckchen, Katarina kauft sie in einem Geschäft, das sie paarweise verkauft. Zusammen schenken sie Leila 10 Anhänger. Wie viele Päckchen hat jedes Mädchen gekauft?

Lösungsmöglichkeit:
Sei x die Anzahl der Dreierpäckchen, y die Anzahl der Zweierpäckchen.
Gleichung aufstellen: $3x + 2y = 10$
Nach y aufgelöst: $y = -1{,}5x + 5$
Einsetzen ergibt $x = 2$ und $y = 2$ als einzige realistische Lösung, bei der jedes Mädchen mindestens ein Päckchen kauft und es keinen Rest überzähliger Anhänger gibt.

III Überprüfe, ob die Zahlenpaare (1 | 1) und (0,5 | 1) Lösungen der Gleichung $2x + 2y = 3$ sind.

Lösungsmöglichkeit:
Setze die Punktkoordinaten in die Gleichung ein (Punktprobe):
$2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 4 \neq 3 \Rightarrow$ (1 | 1) ist keine Lösung der Gleichung.
$2 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 1 = 3 \Rightarrow$ (0,5 | 1) ist eine Lösung der Gleichung.

VERSTÄNDNIS

- Begründe, dass eine Gleichung der Form $ax + by = c$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) eine lineare Gleichung ist.
- Erkläre, dass unendlich viele Zahlenpaare eine Gleichung mit zwei Variablen erfüllen (lösen).

AUFGABEN

1 – 4

1 Gib die Zahlenpaare an, die Lösungen der Gleichung $4x = y + 8$ sind.

(–2 | 0) (1 | –2) (–9 | –44) (24 | 8) (20 | –72) (15 | 52)

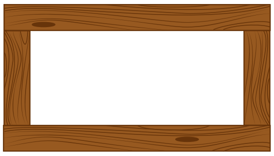
2 Die Zahlenpaare lösen die lineare Gleichung $2y - 4x = -10$.
Vervollständige die Lücken.
a) (2 | $\square$) **b)** (–5 | $\square$) **c)** (0 | $\square$) **d)** ($\square$ | –20) **e)** ($\square$ | 10)

3 Bestimme grafisch und rechnerisch je fünf Zahlenpaare, welche die Gleichung lösen.
a) $y = 2x + 5$ **b)** $5x - 2y + 10 = 0$ **c)** $7x + y = 6x$ **d)** $3x + 3y = 3$

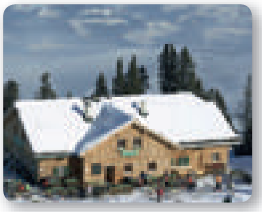
4 ① $x + 2y = 2$ ② $6x - 3y = -6$ ③ $3x - 8 = 2y$ ④ $-0{,}5x - 7 = -2y$
a) Bestimme drei Lösungspaare der linearen Gleichung.
b) Zeichne die zugehörige Gerade g: $y = mx + n$ mit Steigung m und y-Achsenabschnitt n.
Bestimme m und n.

5 Der Umfang eines Grundstücks in Form eines Parallelogramms beträgt 190 m. Benenne drei Lösungspaare (x | y) und bestimme eine Gleichung zu der Gerade, auf der die Punkte liegen.

6 Aus einer 45 cm langen und 2 cm dicken Leiste soll wie abgebildet ein Bilderrahmen gebaut werden.
a) Bestimme verschiedene Seitenlängen x und y, die möglich sind.
b) Stelle den Sachverhalt grafisch dar.
c) Begründe, welche Lösungen realistisch sind.



7 Ergänze so, dass die Zahlenpaare Lösungen der Gleichung sind.
a) $x + y = 12$; (5 | $\square$); ($\square$ | –2)
b) $2x + y = 20$; (6 | $\square$); ($\square$ | 6)
c) $x - 2y = 8$; ($\square$ | 8); (10 | $\square$)
d) $x - y = 13$; (5 | $\square$); ($\square$ | –3)
e) $2x + 3y = 48$; (12 | $\square$); ($\square$ | 10)
f) $3y - 2x = 6$; (3 | $\square$); ($\square$ | 6)
g) $4x - 3y = 0$; (3 | $\square$); ($\square$ | 8)
h) $2 \cdot (x + y) = 12$; ($\square$ | 3); (–1 | $\square$)



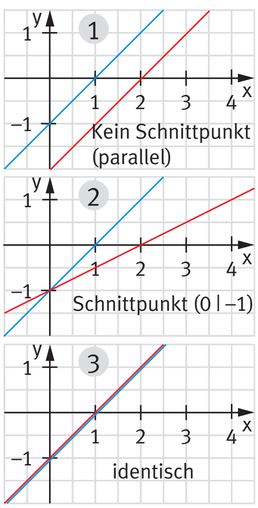
Die Klasse 9a der Leo-Sternberg-Schule fährt auf eine Skifreizeit. In der Jugendherberge gibt es Zwei- und Dreibettzimmer. Insgesamt stehen der Gruppe 10 Zimmer mit 24 Betten zur Verfügung. Zur Bestimmung der Anzahl der Zwei- und Dreibettzimmer werden lineare Gleichungen aufgestellt:

I $x + y = 10$ II $2x + 3y = 24$

- Beschreibe die Bedeutung jeder Gleichung und insbesondere der verwendeten Variablen.

Um die Anzahl der Zimmer zu bestimmen, werden die Zahlenpaare, welche die Gleichungen erfüllen, grafisch dargestellt.

- Ordne den Geraden die zugehörige Gleichung zu. Begründe.
- Bestimme die Anzahl der Zwei- und Dreibettzimmer der Herberge.



Merkwissen

Zwei Geraden können auf drei verschiedene Weisen in einer Ebene liegen, somit gibt es drei Möglichkeiten der Lösung für ein lineares Gleichungssystem.

Lage zweier Geraden in der Ebene	Lösung eines zugehörigen linearen Gleichungssystems
1 Die Geraden haben keinen gemeinsamen Punkt, sie sind **parallel**.	Es gibt kein Zahlenpaar, das beide Gleichungen erfüllt. Es gibt **keine Lösung**. Die Lösungsmenge ist leer: L = { }.
2 Die Geraden **schneiden sich** in genau einem Punkt.	Es gibt genau ein Zahlenpaar, das beide Gleichungen erfüllt. Es gibt genau **eine Lösung**, z. B. L = {(0 | −1)}.
3 Die Geraden sind **identisch** (d. h. sie liegen übereinander).	Jedes Zahlenpaar, das die erste Gleichung erfüllt, ist auch Lösung der zweiten Gleichung. Es gibt **unendlich viele Lösungen**, z. B. L = {(x | y) mit y = x − 1}.

Beispiele

I Bestimme die Lösungsmenge. Beschreibe die Lösungen.

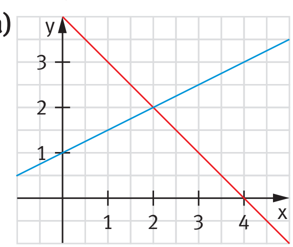
a) I $y = 0{,}5x + 1$
II $y = -x + 4$

b) I $y = 0{,}8x + 1{,}5$
II $y = \frac{4}{5}x$

c) I $y = x + 0{,}5$
II $y = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$

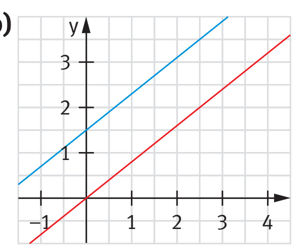
Lösung:

a)



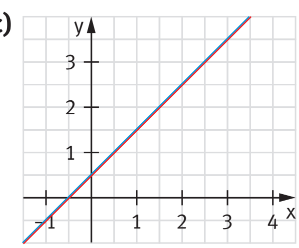
Schnittpunkt S (2 | 2)
L = {(2 | 2)}

b)



parallele Geraden
L = { }

c)



identische Geraden
L = {(x | y) mit $y = x + \frac{1}{2}$}

L = {(x | y) mit y = x + 0,5} bedeutet: Alle Zahlenpaare (x | y), die die Bedingung y = x + 0,5 erfüllen, gehören zur Lösungsmenge.

Verständnis

- Begründe, dass die Probe beim grafischen Lösungsverfahren besonders wichtig ist.
- Beschreibe den Graph von $x = 3$.
- Entscheide, ob die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems aus genau zwei Zahlenpaaren bestehen kann. Begründe.

Aufgaben

oHiMi 1 – 5

1 Überprüfe durch Einsetzen, ob das Zahlenpaar zur Lösungsmenge einer Gleichung gehört oder sogar das lineare Gleichungssystem erfüllt.

a) I $y = x$ II $y = -0{,}5x + 3$ $(2|2)$ $(6|6)$ $(8|3)$

b) I $y = -x + 6$ II $y = \frac{1}{2}x - 3$ $(6|0)$ $(4|-1)$ $(5|1)$

2 Prüfe, welches Zahlenpaar das Gleichungssystem erfüllt.

a) I $0 = 4x + 5y$
II $-5y = -20$

b) I $3x + 3y = -3$
II $-3x + 1{,}5 = 6y$

$(4{,}5|-3{,}5)$ $(0{,}5|2{,}5)$ $(4|5)$ $(2|-5)$ $(-5|4)$
$(3|0)$ $(7|4)$ $(-1{,}5|-3{,}5)$ $(-2{,}5|1{,}5)$

3 Bestimme die Lösungsmenge zeichnerisch. Mache die Probe.

a) I $y = x - 3$
II $y = -x + 7$

b) I $y = 2x$
II $y = 0{,}5x + 3$

c) I $y = x - 3$
II $y = 4 + x$

d) I $y = 4x - 1$
II $y = -0{,}5x + 3{,}5$

Lösungen zu 3:
$L = \{(5|2)\}$; $L = \{(2|4)\}$;
$L = \{\,\}$; $L = \{(1|3)\}$

4 Bestimme die Lösungsmenge zeichnerisch wie in Beispiel I. Forme jede Gleichung zunächst nach y um. Vergiss die Probe nicht.

a) I $-4y = 7 + x$
II $2x = -10 - 6y$

b) I $-5y + 33 = 4x$
II $35 - 5y = 0$

c) I $-2{,}5 + 5y = -3x$
II $-4x = 5y$

d) I $x - y + 5 = 0$
II $x + y + 3 = 0$

e) I $3x - 5y = 5$
II $2x = 5y$

f) I $y = 2x - 1$
II $2y - 2x = 4$

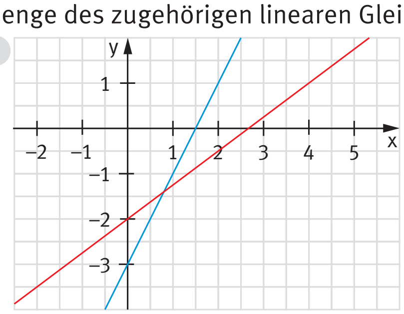
g) I $x - 2y + 6 = 0$
II $x - 2 = 0$

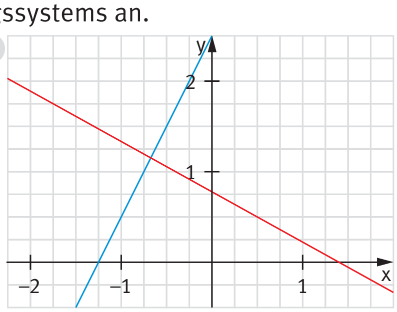
h) I $2{,}4x - 3{,}2y = 4$
II $4y + 3x = 5$

i) I $3{,}1 + 8{,}2y = 2{,}1x$
II $4{,}2x - 2{,}9 = 3{,}2y$

Lösungen zu 4:
$L = \{(-4|1)\}$; $L = \{(-2{,}5|2)\}$;
$L = \left\{\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{1}{4}\right)\right\}$; $L = \{(1|-2)\}$;
$L = \left\{\left(1\frac{2}{3}\middle|0\right)\right\}$; $L = \{(2|4)\}$;
$L = \{(3|5)\}$; $L = \{(5|2)\}$;
$L = \{(-0{,}5|7)\}$

5 **a)** Bestimme zu den Graphen eine zugehörige Gleichung und gib die Lösungsmenge des zugehörigen linearen Gleichungssystems an.

1


2


b) Gib mindestens zwei weitere Gleichungspaare an, die zu den Graphen aus a) passen. Wie viele Gleichungen gibt es?

Xenia und Mia lösen ein lineares Gleichungssystem unterschiedlich ($D = \mathbb{Z}$).

Xenia:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 2x - y = 1 \\ \wedge\ \text{II} & y = -x + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} 2x - (-x + 2) &=& 1 & \\ 2x + x - 2 &=& 1 & \\ 3x - 2 &=& 1 & \mid +2 \\ 3x &=& 3 & \mid :3 \\ x &=& 1 & \end{array}$$

Einsetzen in Gleichung I:

$$\begin{array}{rcll} 2 \cdot 1 - y &=& 1 & \mid -2 \\ -y &=& -1 & \mid \cdot(-1) \\ y &=& 1 & \end{array}$$

Probe mit Gleichung II:

$1 = -1 + 2$ wahr

$L = \{(1 \mid 1)\}$

Mia:

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 2x - y = 1 & \mid +y-1 \\ \wedge\ \text{II} & y = -x + 2 & \end{array}$$

Auflösen nach y:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & y = 2x - 1 \\ \wedge\ \text{II} & y = -x + 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} 2x - 1 &=& -x + 2 & \mid +x+1 \\ 3x &=& 3 & \mid :3 \\ x &=& 1 & \end{array}$$

Einsetzen in Gleichung II:

$y = -1 + 2 = 1$

Probe mit Gleichung I:

$2 \cdot 1 - 1 = 1$ wahr

$L = \{(1 \mid 1)\}$

- Beschreibe das Vorgehen von Xenia und Mia.
- Erstelle jeweils einen Merkzettel zur Lösung eines linearen Gleichungssystems.
- Überprüfe das Vorgehen anhand der folgenden Gleichungssysteme:

  1. I $\frac{1}{4}x - y = -4$; II $y = 2x + 4$
  2. I $y = -x + 5$; II $-2x + y = -6$

*Das Lösungsprinzip für lineare Gleichungssysteme besteht darin, aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen eine Gleichung mit einer Variablen zu erhalten. Man sagt, eine Variable wird **eliminiert**.*

MERKWISSEN

Es gibt verschiedene Verfahren, um ein lineares Gleichungssystem zu lösen.

Einsetzungsverfahren

Löst man **eine der Gleichungen** nach einer Variablen (z. B. y) auf, dann kann man den erhaltenen Term für die Variable in die andere Gleichung **einsetzen**.

Beispiel:

I $-x - 2y = 3$

II $y = 2x - 1$

einsetzen

$-x - 2 \cdot (2x - 1) = 3$

Auflösen liefert: $x = -\frac{1}{5}$

Einsetzen in II: $y = 2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) - 1 = -1\frac{2}{5}$ $\quad L = \left\{\left(-\frac{1}{5} \middle| -1\frac{2}{5}\right)\right\}$

Probe:

I $-\left(-\frac{1}{5}\right) - 2 \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right) = 3$ wahr

II $-1\frac{2}{5} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) - 1$ wahr

Gleichsetzungsverfahren

Löst man **beide Gleichungen** nach einer Variablen (z. B. y) auf, dann kann man die erhaltenen Terme **gleichsetzen**.

Beispiel:

I $y = 2x - 1$

II $y = -x + 5$

gleich-setzen

$2x - 1 = -x + 5$

Es folgt: $x = 2$

Einsetzen in I: $y = 2 \cdot 2 - 1 = 3$ $\quad L = \{(2 \mid 3)\}$

Probe:

I $3 = 2 \cdot 2 - 1$ wahr

II $3 = -2 + 5$ wahr

BEISPIELE

I Löse das lineare Gleichungssystem mithilfe des Einsetzungsverfahrens ($D = \mathbb{Q}$). Beschreibe dein Vorgehen.

I $3x + 4y = 12$
II $x + 3y = 4$

Lösung:

$$\begin{array}{lrl} \text{I} & 3x + 4y = 12 & \\ \text{II} & x + 3y = 4 & \mid -3y \\ \hline \text{I} & 3x + 4y = 12 & \\ \text{II} & x = -3y + 4 & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot (-3y + 4) + 4y &= 12 \\ -9y + 12 + 4y &= 12 \\ -5y + 12 &= 12 \quad \mid -12 \\ -5y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

Einsetzen in II:
$x = -3 \cdot 0 + 4$
$x = 4$

Probe:
I $3 \cdot 4 + 4 \cdot 0 = 12$ wahr
II $4 + 3 \cdot 0 = 4$ wahr
$L = \{(4|0)\}$

Vorgehen:
- Löse eine Gleichung nach einer Variablen (hier: x) auf.
- Setze den Term für x in die andere Gleichung ein. Vergiss die Klammern nicht.
- Berechne y duch Äquivalenzumformungen.
- Setze den Wert für y in eine Gleichung ein, in diesem Fall Gleichung II.
- Berechne den Wert für x.
- Führe die Probe durch.
- Gib die Lösungsmenge an.

VERSTÄNDNIS

- Begründe, dass das Gleichsetzungsverfahren ein Sonderfall des Einsetzungsverfahrens ist.
- Erläutere den Zusammenhang zwischen dem Gleichsetzungsverfahren und dem grafischen Lösen von linearen Gleichungssystemen.

AUFGABEN

1 Löse das lineare Gleichungssystem aus Beispiel I mit dem Gleichsetzungsverfahren und beschreibe ebenso das Vorgehen.

2 Löse nach dem Einsetzungsverfahren ($D = \mathbb{Q}$).

a) I $2x + 5y = 4$
II $y = 2x + 8$

b) I $3x + y = 15$
II $y = 5x - 11$

c) I $x - y = 5$
II $x = 2y - 4$

d) I $4x + y = 9{,}6$
II $3x + y = 9{,}2$

e) I $2x - 15 = 7y$
II $6x = 3y + 9$

f) I $x - 3y = 5$
II $3x - 15 = 10y + 2$

3 Löse nach dem Gleichsetzungsverfahren ($D = \mathbb{Q}$).

a) I $y = 2x - 4$
II $3y = -2x + 12$

b) I $x - y = 65$
II $y = -x + 107$

c) I $6x + 2y = -10$
II $x + 2y = 5$

d) I $x = 3y - 1$
II $x + 5y = -7$

e) I $2x - 3 = 3y$
II $2x = 3$

f) I $3x - 2y = -7$
II $3x - 11 = 0$

g) I $5x + 3y = -1$
II $4x + 8y = 12$

h) I $7x + 32y = 13$
II $9x + 8y = 83$

i) I $2x - 5y = -9$
II $3x + 7y = 1$

oHiMi 1 – 3

Überlege zuerst, ob es günstiger ist, das Verfahren mit Variable y oder mit x durchzuführen.

Lösungen zu 3:
$L = \{(3|2)\}$; $L = \{(1{,}5|0)\}$;
$L = \left\{\left(-\frac{13}{4} \middle| -\frac{3}{4}\right)\right\}$;
$L = \{(86|21)\}$; $L = \{(-3|4)\}$;
$L = \left\{\left(-\frac{11}{7} \middle| \frac{16}{7}\right)\right\}$;
$L = \left\{\left(\frac{11}{3} \middle| 9\right)\right\}$; $L = \{(11|-2)\}$;
$L = \{(-2|1)\}$

1.3 Lineare Gleichungssysteme rechnerisch lösen (1)

4 Sofie und Jenny lösen dasselbe Gleichungssystem ($D = \mathbb{Q}$).

Sofie:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 4x + 2y = 5 \\ \text{II} & 10x + 4y = 6 \\ \hline \text{I} & 2y = -4x + 5 \\ \text{II} & 2y = -5x + 3 \\ \hline & -4x + 5 = -5x + 3 \end{array}$$

Jenny:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 4x + 2y = 5 \\ \text{II} & 10x + 4y = 6 \\ \hline \text{I} & y = -2x + \frac{5}{2} \\ \text{II} & y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2} \\ \hline & -2x + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2} \end{array}$$

a) Vervollständige die Lösungswege in deinem Heft.

b) Vergleiche die Rechenwege. Welches Vorgehen findest du geschickter? Diskutiere mit einem Partner oder einer Partnerin.

c) Löse das lineare Gleichungssystem möglichst geschickt ($D = \mathbb{Q}$).

Vergleiche die Lösungsmengen mit denen aus Kapitel 1.1.

① I $-3x + 2y = 2$
II $18x + 6y = 15$

② I $5x + 4y = 16$
II $x + 7y = 22$

③ I $2x + 2y = 10$
II $2x + 16y = 38$

5 Löse das lineare Gleichungssystem ($D = \mathbb{Q}$). Was fällt dir auf?

a) I $3x - 2y = 8$
II $2y = 3x + 5$

b) I $2x + 5y = 12$
II $y = -\frac{2}{5}x + 2\frac{2}{5}$

c) I $y = 3x + 2{,}5$
II $6x - 5 = 2y$

6 Löse das lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren deiner Wahl ($D = \mathbb{Q}$).

Kontrolliere die Lösungen mit einem Taschenrechner.

a) I $2x - 3y + 3 = 0$
II $2x = 3$

b) I $3x - 3y = -7$
II $3x = 11$

c) I $2x + 6y + 4 = 0$
II $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

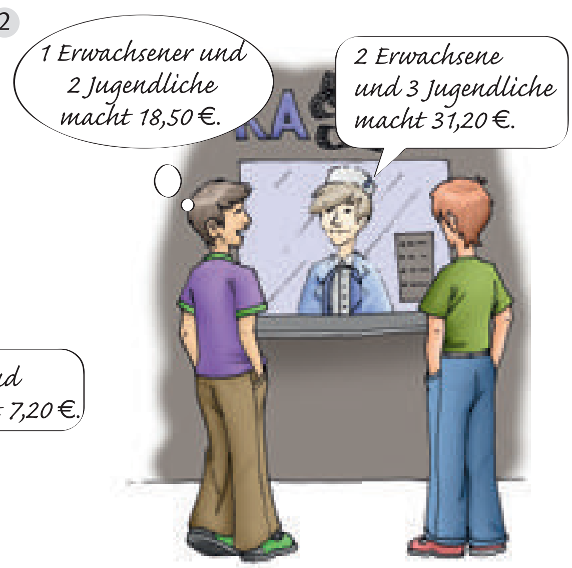
d) I $x + 4y = 2$
II $y = -\frac{1}{4}x + 1$

e) I $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{2}{3}$
II $3x - 5y = 25$

f) I $2x - 5y = -9$
II $2x + 7y = 1$

7 ①

②



a) Formuliere eine passende Aufgabe zu jedem Bild und gib ein zugehöriges lineares Gleichungssystem an.

b) Löse die Gleichungssysteme aus a) mit einem Verfahren deiner Wahl. Begründe deine Wahl.

8 Löse das lineare Gleichungssystem mit einem Verfahren deiner Wahl ($D = \mathbb{Q}$).

a) I $4x + 5y = 7$
II $3y - 4x = 17$

b) I $2x + 5y - 3 = 0$
II $3x + 8y = 4$

c) I $2x - 2y = x - 6$
II $3 \cdot (x + 3) = 4 \cdot (y - 2)$

d) I $7x + 32y = 13$
II $9x + 8y = 83$

e) I $-x + 7y = -12$
II $2x - y = 11$

f) I $3 \cdot (y - 4) = -(x + 8)$
II $x + 1 + 2y - 8 = 0$

9 Die Variablen in einem linearen Gleichungssystem müssen nicht immer x und y heißen. Im Zahlenpaar ordnet man die Koordinaten in alphabetischer Reihenfolge.

(a|b) (v|w) (s|t) ...

a) I $2a - 4b = -10$
II $5a - 3b - 11 = 0$

b) I $4s - 3t = -5$
II $3s = 6 - t$

c) I $2v - 3w = 10$
II $3w + 5v = 25$

d) I $\frac{1}{3}m + \frac{1}{2}n = \frac{2}{3}$
II $3m - 5n = 25$

e) I $u + 4v = 4$
II $v = -\frac{1}{4}u + 1$

f) I $8k - 5l = 3$
II $5 \cdot (l - 3k) = -10$

10 Berechne die Koordinaten des Schnittpunkts S von g = AB und h = CD.

a) A (–4 | 0); B (4 | 4); C (4 | –2); D (0 | 4)
b) A (1 | 2); B (4 | 5); C (–1 | 3); D (1 | 9)
c) A (2 | 3); B (–1 | 6); C (2 | 4); D (8 | 2)
d) A (–3 | 1); B (4 | 3); C (–2 | 3); D (4 | –1)

Lösungen zu 10:
(–2,5 | –1,5); $\left(-\frac{1}{5} \middle| \frac{9}{5}\right)$; (1 | 2,5); (0,5 | 4,5)

11 a) Berechne die Koordinaten von C und D im Quadrat ABCD (A (1 | 2) und B (5 | 1).
b) Bestimme rechnerisch die Koordinaten des Diagonalenschnittpunkts.

12 Wie lauten die rationalen Zahlen? Stelle ein lineares Gleichungssystem auf und löse es.

a) Die doppelte Summe zweier Zahlen ergibt 24, deren dreifache Differenz –6.

b) Eine Zahl ist um 8 größer als eine andere und um 10 kleiner als deren Dreifaches.

Beispiel: Die Summe zweier Zahlen ist 0,5, ihre Differenz –5,5.
I $x + y = 0{,}5$
II $x - y = -5{,}5$

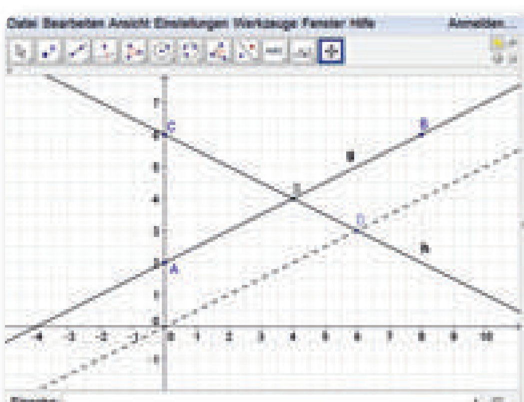
c) Eine zweistellige Zahl ist 2,5-mal so groß wie ihre Quersumme. Vertauscht man die Ziffern der Zahl, ergibt sich eine neue Zahl, die um 6 größer ist als das Dreifache der ursprünglichen Zahl.

d) Gesucht ist eine dreistellige natürliche Zahl. Die Summe aus Einer- und Hunderterziffer ist 8, die Zehnerziffer lautet 5. Vertauscht man Hunderter- und Einerziffer, so erhält man eine Zahl, die um 396 kleiner ist als die ursprüngliche Zahl.

13 Gegeben ist die Gerade g = AB mit A (0 | 2) und B (8 | 6) sowie die Gerade h = CD mit C (0 | 6) und einem beweglichen Punkt D $\left(x \middle| y = \frac{1}{2}x\right)$. Nutze ein Geometrieprogramm.

a) Zeichne für x = 6 die beiden Geraden und lege den Schnittpunkt S von g und h fest.

b) Finde im Geometrieprogramm bei beweglichem D ganzzahlige Zahlenpaare für S. Welche besondere Lage haben alle diese Punkte S?



1.4 Lineare Gleichungssysteme rechnerisch lösen (2)

1 I $-3x + 14y = -1$
II $5x + y = 4$

2 I $2x = y + 27$
II $0{,}5x + y = 68$

- Löse das lineare Gleichungssystems zeichnerisch. Welche Probleme ergeben sich?
- Welche Vor- und Nachteile kann das zeichnerische Lösen eines linearen Gleichungssystems haben? Diskutiere mit einem Partner oder einer Partnerin.

Merkwissen

Das Ziel, aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen eine Gleichung mit einer Variablen zu erhalten, lässt sich auch durch die Addition beider Gleichungen erreichen. Dazu müssen vor einer Variablen betragsgleiche Koeffizienten stehen, die ein unterschiedliches Vorzeichen haben. Man spricht vom **Additionsverfahren.** Mithilfe von Äquivalenzumformungen lassen sich die Koeffizienten zu einer Variablen in beiden Gleichungen auf die gewünschte Form bringen.

Beispiel:

$$\begin{array}{lrl} \text{I} & 2x - 2y = -5 & \\ \text{II} & 4x + 2y = -7 & \\ \hline \text{I + II} & 6x = -12 & \mid :6 \\ \Leftrightarrow & x = -2 & \end{array}$$

Einsetzen in I:
$2 \cdot (-2) - 2y = -5$
$\Leftrightarrow \quad y = \frac{1}{2}$
$L = \left\{\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right)\right\}$

Probe: II $4 \cdot (-2) + 2 \cdot \frac{1}{2} = -7$ wahr

Beispiel:

$$\begin{array}{lrl} \text{I} & 6x - 5y = 9 & \mid \cdot 2 \\ \text{II} & 4x - 7y = -5 & \mid \cdot (-3) \\ \hline \text{I} & 12x - 10y = 18 & \\ \text{II} & -12x + 21y = 15 & \\ \hline \text{I + II} & 11y = 33 & \mid :11 \\ \Leftrightarrow & y = 3 & \end{array}$$

Einsetzen in I:
$6x - 5 \cdot 3 = 9$
$\Leftrightarrow \quad x = 4$
$L = \{(4 \mid 3)\}$

Probe: II $4 \cdot 4 - 7 \cdot 3 = -5$ wahr

Die Probe macht man insbesondere mit der Gleichung, die man nicht für das Einsetzen genutzt hat.

Beispiele

I Löse das lineare Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren.

I $y = -2x + 6{,}5$
II $3y - 4x = 2$

Lösungsmöglichkeit:

1
$$\begin{array}{lrl} \text{I} & y = -2x + 6{,}5 & \mid \cdot 2 \\ \text{II} & 3y = 4x + 2 & \\ \hline \text{I + II:} & 5y = 15 & \\ \hline & y = 3 & \end{array}$$

2 y einsetzen in I: $3 = -2x + 6{,}5$
$L = \{(1{,}75 \mid 3)\}$

Probe:
$3 = -2 \cdot 1{,}75 + 6{,}5$ wahr
$3 \cdot 3 - 4 \cdot 1{,}75 = 2$ wahr

Verständnis

- Erläutere, dass durch ein rechnerisches Verfahren die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems nicht verändert wird.
- Ist auch ein Subtraktionsverfahren denkbar? Erkläre, warum dieses nicht notwendig ist.

AUFGABEN

1 Isa behauptet, dass das Gleichungssystem I $-2x = 18 + y$; II $0 = -2y + 36$ gut mit dem Additionsverfahren zu lösen ist.
Stimmt das? Begründe.

Lösungen zu 2:
$L = \{(1 | 1)\}$; $L = \left\{\left(\frac{1}{2} | -3\right)\right\}$; $L = \{(2{,}3;\ 5{,}7)\}$; $L = \{(8 | 2)\}$

2 Löse mit dem Additionsverfahren ($D = \mathbb{Q}$).

a) I $x + 5y = -14{,}5$; II $-x - y = 2{,}5$
b) I $2x + y = 10{,}3$; II $3x - y = 1{,}2$
c) I $8x - 5y - 3 = 0$; II $5 \cdot (y - 3x) = -10$
d) I $3x - 5y = 14$; II $x + y = 10$

3 Du hast verschiedene rechnerische Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme kennengelernt.

① I $y = 2x + 5$; II $y = -x + 3$
② I $y = 4 - x$; II $2x - y = 8$
③ I $6x - 3y = 5$; II $2x + 3y = 9$

a) Begründe, welches Verfahren für welches der obigen Beispiele dir am geeignetsten erscheint.
b) Löse die linearen Gleichungssysteme mit den von dir gewählten Verfahren.

4 Löse mit dem Additionsverfahren ($D = \mathbb{Q}$).

a) I $3x - 8y = -6{,}5$; II $3x - 4y = 9{,}5$
b) I $5 = 3x - 2y$; II $-7y + 9x = -2$
c) I $-3y = -22{,}5 + 3x$; II $6x = -3y - 7{,}5$
d) I $-11 + x = 0$; II $12 - 4y + 2x = 0$
e) I $-3x = -0{,}5 - 8y$; II $12 = -4y - 10$
f) I $-8x = 4 - 2y$; II $13x = 2y + 3x$

WISSEN

Gauß-Algorithmus

Der Gauß-Algorithmus beschreibt das Lösungsverfahren für Gleichungssysteme mit n Variablen und n Gleichungen. Die Gleichungen werden so umgeformt, dass jede Zeile dank des Additionsverfahrens eine Variable weniger enthält als die Zeile darüber. Damit kann man dann durch Einsetzen in die Gleichungen darüber die restlichen Variablen bestimmen.

Carl Friedrich Gauß
(1777 – 1855)
Deutscher Mathematiker

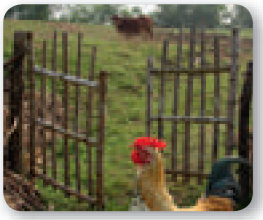
Beispiel:
Nach Umformungen ergibt sich folgendes Gleichungssystem mit drei Variablen und drei Gleichungen:

I $0{,}5x + 2y + z = 12$
II $3y + z = 11$
III $z = 2$

Lösung:
Einsetzen von III in II ergibt $y = 3$.
Einsetzen von $z = 2$ und $y = 3$ ergibt $x = 8$.
$\Longrightarrow \quad L = \{(8 | 3 | 2)\}$

- Suche im Internet Darstellungen des Gauß-Algorithmus und führe die Lösungsschritte anhand eines selbst gewählten Gleichungssystems mit drei Variablen und drei Gleichungen durch.
- Löse ebenso:

a) I $0 = -6 + 2c$; II $-b = -17 + 8c - 2a$; III $4c - 4 = a$
b) I $-6x + 8y + 5z = -3$; II $-x + 8y - z = -3$; III $6z = 0$
c) I $-8{,}5 - 0{,}5x = -z + y$; II $x - 2z = -11$; III $-10 - 2x + 2z = 0$



oHiMi 3 – 5

1 Viele Alltagsaufgaben kann man mithilfe linearer Gleichungssysteme lösen.

Beispiel:
Laurenz ist in den Ferien auf einem Bauernhof. Dort zählt er die Hühner und Kühe und sagt seinem Vater Folgendes: „Zusammen sind es 23 Tiere. Insgesamt haben sie 62 Beine.“ Wie viele Hühner und Kühe sind auf dem Hof?

Lösungsmöglichkeit:

Variablen zuordnen:	Anzahl Kühe: x; Anzahl Hühner: y
Gleichung aufstellen zur 1. Bedingung: Zusammen sind es 23 Tiere.	$x + y = 23$
Gleichung aufstellen zur 2. Bedingung: Insgesamt haben sie 62 Beine.	$4x + 2y = 62$
Lineares Gleichungssystem mit einem Verfahren lösen:	I $\quad x + y = 23$ II $\quad 4x + 2y = 62$ $L = \{(8 \mid 15)\}$
Lösung auf Ausgangssituation beziehen:	Es sind 8 Kühe und 15 Hühner.

a) Erkläre einem Partner oder einer Partnerin mit eigenen Worten das obige Vorgehen.

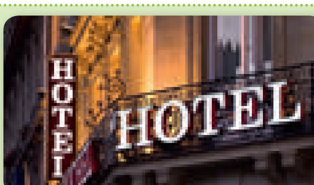
b) Löse ebenso: In Fulda ist am Dienstag Kinotag, dann sind die Eintrittspreise für den Kinobesuch besonders günstig. Ein Erwachsener und sechs Kinder zahlen 34,60 € und drei Erwachsene mit vier Kindern zahlen 36,60 €. Bestimme die Eintrittspreise für Erwachsene und Kinder am Kinotag in Fulda.

2 Die 31 Kinder der Klasse 9c essen am Projekttag in der Schulcafeteria ihr Mittagessen. Das vegetarische Menü kostet 3,50 €, das Menü mit Fleisch kostet 3,60 €. Insgesamt zahlen sie 110,30 €.

3 188 Eier werden in 24 Eierkartons verpackt. Wie viele Kartons von jeder abgebildeten Art hat man verwendet?

4 In einem Hotel gibt es nur Einzel- und Doppelzimmer. Wie viele Einzel- und wie viele Doppelzimmer hat das Hotel?

Ruhige Lage,
116 Zimmer,
192 Betten
Übernachtung
ab 49 g



5 In einem Hotel mit 98 Betten stehen zusammen 60 Einzel- und Doppelzimmer zur Verfügung.

a) Stelle ein lineares Gleichungssystem für den Sachverhalt auf.

b) Löse das Gleichungssystem mithilfe einer Zeichnung (1 cm ≙ 10 Zimmer). Bestätige dein Ergebnis durch eine Rechnung.

6 Bei der Stichwahl für das Amt der Bürgermeisterin siegt Frau Schwab mit einer Mehrheit von 1236 Stimmen gegenüber Frau Beyer. Das Stimmenverhältnis der gültigen Stimmen war 5 : 4.
Wie viele Stimmen hatte jede der beiden Kandidatinnen?

7 Marie kauft für ihre Mitschülerinnen und Mitschüler Radiergummi zu je 0,70 € und Spitzer zu je 1,40 €. Insgesamt zahlt sie 10,50 €. Ermittle die Anzahl der Spitzer und Radiergummi, die sie gekauft haben könnte. Gib alle Möglichkeiten an.

8 Für die Bauplanung eines Hauses werden zwei Heizungsanlagen miteinander verglichen.

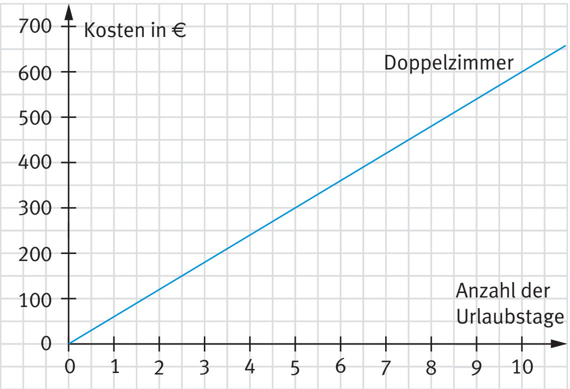
Heizungsanlage mit …	Baukosten	Betriebskosten pro Jahr
Wärmepumpe	16 000 €	500 €
Öl	12 000 €	1500 €

a) Berechne die Gesamtkosten der Heizungsanlage mit Wärmepumpe nach fünf Jahren.
b) Stelle die Gesamtkosten der beiden Heizungsanlagen für mindestens sechs Jahre grafisch dar.
c) Nach wie viel Jahren sind die Gesamtkosten beider Anlagen gleich?
d) Welche Aussage ist wahr? Begründe deine Antwort.
   1 Die Heizungsanlage mit Öl hat höhere Baukosten als die Heizungsanlage mit Wärmepumpe.
   2 Nach drei Jahren Nutzung sind die Gesamtkosten der Heizung mit Wärmepumpe günstiger als die Gesamtkosten der Heizung mit Öl.
   3 Nach sechs Jahren Nutzung spart man durch die Heizung mit Wärmepumpe 2000 € ein.

9 Lea und Steffi planen zusammen ihren Urlaub. Sie vergleichen die Kosten für eine Ferienwohnung und ein Doppelzimmer.

	Kosten pro Tag	Kosten für Endreinigung und Energie
Ferienwohnung	40,00 €	100,00 €
Doppelzimmer	60,00 €	0,00 €

In der grafischen Darstellung sind die Kosten in Abhängigkeit von der Anzahl der Urlaubstage für das Doppelzimmer dargestellt.



a) Ermittle die jeweiligen Kosten für die Ferienwohnung und das Doppelzimmer bei einem Aufenthalt von 3 bzw. 8 Tagen.
b) Übertrage das Koordinatensystem in dein Heft und stelle für die Ferienwohnung diese Abhängigkeit in demselben Koordinatensystem dar.
c) Ermittle, bei welcher Anzahl der Urlaubstage die Kosten gleich sind.

10 Zwei Bratwürste und drei Portionen Pommes kosten 11,60 €, vier Bratwürste und sechs Portionen Pommes kosten 23,20 €.

a) Begründe, wieso man mit den obigen Angaben den Preis für eine Bratwurst bzw. eine Portion Pommes nicht eindeutig berechnen kann.

b) Verändere eine Angabe so, dass die Aufgabe eindeutig lösbar ist, und stelle die veränderte Aufgabe deinem Nachbarn oder deiner Nachbarin. Überprüfe das Ergebnis.

11 Schüttet man 1 l kaltes Wasser in einen Eimer mit 2 l heißem, erhält man 3 l Wasser mit einer Temperatur von 50 °C. Ein Eimer mit 2 l kaltem und 1 l heißem Wasser hat noch eine Temperatur von 40 °C.
Bestimme, wie warm welches Wasser ist.

12 Frau Reuter fährt täglich mit der Bahn zur Arbeit und zurück. Sie vergleicht verschiedene Angebote und geht dabei von 20 Arbeitstagen im Monat aus.

a) Gib jeweils eine Gleichung an, mit der sich die Kosten in Abhängigkeit von den Arbeitstagen berechnen lassen.

b) Stelle die Kosten in Abhängigkeit von den Arbeitstagen für einen Monat beim Kauf von Einzelfahrten, Monatskarte, Bahncard 25 und 50 in einem Diagramm grafisch dar. Interpretiere das Diagramm.

c) Ermittle das für Frau Reuter finanziell interessanteste Angebot. Diskutiere verschiedene Zeiträume.

13 Sarah möchte einen neuen Smartphonevertrag abschließen. Das passende Telefon erhält sie von ihren Eltern. Sie vergleicht dazu drei Tarife, bei allen ist ein Datenpaket von 1 GB inklusive. SMS schreibt Sarah so gut wie nie, deshalb ist sie daran nicht interessiert.
Bei *Kingphone* erhält sie eine Allnet-flat für 12,99 €.
Bei *Teledome* gibt es 50 Freiminuten in alle Telefonnetze für 6,99 €. Allerdings kostet jede weitere Telefonminute 19 ct. Eine zweite Simkarte für ein Tablet oder ein Zweithandy kostet 2 € im Monat extra.
Bei *yodastar* erhält sie 70 Freiminuten in alle Telefonnetze für 9,99 €. Hier kostet jede weitere Minute 9 ct.
Vergleiche die Tarife miteinander. Zeichne jeweils einen passenden Graphen und verwende dazu ein Computerprogramm. Welcher Tarif ist für welche Nutzungsgewohnheiten am günstigsten? Welches Angebot würdest du Sarah empfehlen?

14 An einem Wandertag macht die Klasse 9a der Ziehenschule eine Aktion „Sauberer Fluss“. Die Schülerinnen und Schüler gehen entlang der Nidda und sammeln alle verwertbaren Abfälle in weißen Säcken, allen Müll in schwarzen Säcken.

a) Am Ende der Aktion haben die Schülerinnen und Schüler siebenmal so viele weiße Säcke wie schwarze Säcke gesammelt. Insgesamt waren es 32 Säcke. Ermittle die Anzahl der Säcke, die von jeder Sorte gesammelt wurden.

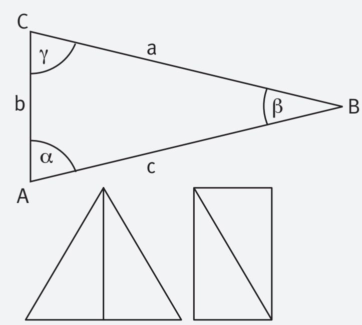
b) Durchschnittlich wog ein weißer Sack 12 kg, ein schwarzer 14 kg. Ermittle die Gesamtmasse an Müll, welchen die Klasse 9a entsorgt hat.

c) Pro Kilogramm „schwarzem“ Müll erhält die Klasse 0,80 € von der Stadtverwaltung für die Klassenkasse. Der Elternbeirat legt noch einmal 30 % des Betrags als Anerkennung oben drauf. Ermittle die Einnahmen für die Klassenkasse.

Wissen

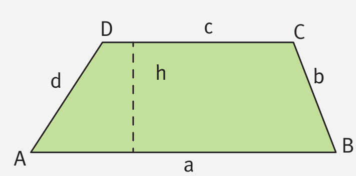
Rund um gleichschenklige Dreiecke

- In einem gleichschenkligen Dreieck ist der Winkel β um 24° kleiner als ein Basiswinkel. Wie groß sind die drei Winkel?
- Bei einem gleichschenkligen Dreieck sind die Schenkel um 3,2 cm länger als die Basis. Der Umfang des Dreiecks beträgt 24,4 cm. Wie lang sind Basis und Schenkel?
- Ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis c = 4,8 cm lässt sich durch Zerteilen und Zusammensetzen in ein flächeninhaltsgleiches Rechteck mit dem Umfang 14,8 cm umwandeln. Wie lang ist die Höhe des Dreiecks?
- Ein Draht von 50 cm Länge soll zu einem gleichschenkligen Dreieck gebogen werden, dessen Basis 2 cm länger (2 cm kürzer) ist als ein Schenkel. Bestimme die Seitenlängen des Dreiecks.



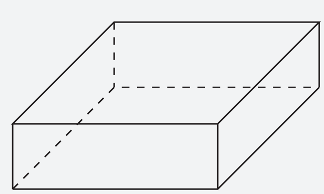
Rund um Vierecke

- Verkürzt man die längere Seite eines Rechtecks um 2 cm und verlängert die andere um 1 cm, dann nimmt der Flächeninhalt um 2 cm² ab. Wird jedoch beim ursprünglichen Rechteck die längere Seite um 3 cm gekürzt und die andere Seite um 3 cm verlängert, dann nimmt der Flächeninhalt um 3 cm² zu. Welche Seitenlängen hat das Ausgangsrechteck?
- Die Seite a eines Trapezes ist 2,4 cm länger als die Seite c. Die Höhe beträgt 4,5 cm. Es gilt: A = 36 cm². Wie lang sind a und c?



Rund um Quader

- Die Klasse 9b soll aus 80 cm langen Drahtstücken Kantenmodelle von Quadern mit quadratischer Grundfläche basteln. Die Körperhöhe soll dabei doppelt so lang sein wie die Kantenlänge der Grundfläche. Welche Kantenlängen hat der Quader?
- Aus einem Draht der Länge 112 cm soll das Kantenmodell eines Quaders mit quadratischer Grundfläche gebaut werden. Dabei ist die Quadratseite um 4 cm kürzer als die Höhe des Quaders. Welche Kantenlängen hat der Quader?



Zu 1.1

1 Bestimme grafisch und rechnerisch jeweils fünf Lösungspaare der jeweiligen Gleichung.

a) $y = 2x - 1$ b) $3x + 3y = 12$

a) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = 1$ b) $0{,}8y - 0{,}1x = 1{,}2$

2 Bestimme a so, dass die Zahlenpaare die Gleichung lösen.

Gleichung: $y = 3x + 4$
a) $(a|2)$ b) $(3|a)$
c) $(0{,}5|a)$, d) $(-a|3{,}5)$
e) $(\frac{3}{4}|a)$ f) $(1|0{,}5a)$

Gleichung: $ay = 4x + 2$
a) $(4|4)$ b) $(-2|1)$
c) $(0{,}8|11)$ d) $(\frac{2}{3}|-1)$
e) $(-2|-\frac{1}{2})$ f) $(3|-3)$

Zu 1.2

3 Übertrage in dein Heft und vervollständige die Lücke so, dass …
a) die Lösungsmenge leer ist.

① I $y = 5x + 7$ II $y = 5x + \square$
② I $y = 3x - 2$ II $y = \square x - 4$

① I $y = -4x + 5$ II $\square y = 2x - 1$
② I $y = -\frac{2}{3}x - 5$ II $y = \square$

b) es unendlich viele Lösungen gibt.

① I $y = -3x + 2$ II $y = -3x + \square$
② I $y = x - 5$ II $y = \square x - 5$

① I $2y = -6x - 2$ II $y = -3x + \square$
② I $y = -\frac{5}{6}x + \frac{3}{2}$ II $3y = \square$

c) die Lösungsmenge aus genau einem Zahlenpaar besteht.

① I $y = \frac{1}{5}x - 4$ II $y = \square x - 4$
② I $y = 2x - 1$ II $y = \square x - 5$

① I $y = -\frac{1}{4}x$ II $4y = \square x + \square$
② I $y = 2{,}5x - 4$ II $2y = \square$

4 Bestimme die Lösungsmenge zeichnerisch.

a) I $-6x = 3y - 27$
II $3y - 21 = -8x$
b) I $10 - 2x + 6y = 0$
II $2x - 13 = 3y$
c) I $x + 2y = 4$
II $2x = 8 - 4y$

a) I $4x - 4y - 6 = 0$
II $0 = 4x - 2y + 20$
b) I $2y = 3x + 5$
II $0{,}4y - 0{,}6x = -1$
c) I $y = -2x + 5$
II $\frac{1}{4}y - 1{,}25 = -\frac{1}{2}x$

5 Stelle die Gleichung auf und löse zeichnerisch.

Anna und ihre kleine Schwester Marie sind zusammen 16 Jahre alt. Anna ist zwei Jahre älter als Marie. Wie alt ist Marie, wie alt ist Anna?

Herr Kachel ist in fünf Jahren doppelt so alt wie sein heute 20 Jahre jüngerer Neffe Tobias. Wie alt sind die beiden heute?

6 Löse mit dem Einsetzungsverfahren. **Zu 1.3**

a) I $2y = -3x + 4$
II $3y = 4x + 6$

b) I $-2x + 4y = -28 - 4y$
II $2x - 4y = 32$

c) I $-3y = -4x + 16$
II $12y - 12x = 0$

a) I $-15x = -8y$
II $-10 = -4y + 5x$

b) I $-4y = -7x - 5{,}5$
II $0 = 4y - 8x$

c) I $0 = -5{,}5 + e - 5f$
II $2e - 5f = -1{,}5$

7 Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren.

a) I $0 = 20x - 15y$
II $-5y = -5x + 20$

b) I $18{,}5 = x + 6y$
II $11{,}5 + x - 2y = 0$

c) I $-3a = -12$
II $9a = 4b - 4$

a) I $22x = -5y + 3{,}5$
II $-0{,}5 = 24x + 5y$

b) I $0 = -7 - y - 4x$
II $3y - 8x - 4y = -3$

c) I $4m - 2n = -10$
II $0 = 4m - 3n + 6$

8 Löse mit dem Additionsverfahren. **Zu 1.4**

a) I $-2e = -7 - 3d$
II $-1 = 15d - 8e$

b) I $0 = -12 + 3x$
II $-4 - 5y + 21x = 0$

c) I $-13q = -4p - 2$
II $4 = 4p - 14q$

a) I $4a - 2b = 4$
II $-36 = -2b$

b) I $-10 - 4c + 4d = 0$
II $6 = -8c + 4d$

c) I $120s - 28t = -10$
II $5t + 2s = 12s - 3t + 8$

9 Löse mit einem beliebigen rechnerischen oder grafischen Lösungsverfahren.

a) I $2y = -2x - 9$
II $2x + 3y + 3{,}5 = 0$

b) I $256x + 16y = 128$
II $y = -16x + 8$

c) I $1{,}2p + 2{,}5q = 5$
II $3{,}75q = 12{,}5 - 3p$

a) I $-5r = -5$
II $0 = 52 + 4s$

b) I $8x + 15y = -36$
II $9\frac{1}{3}x + 17\frac{1}{2}y = 42$

c) I $4x + \frac{1}{4}y = 2$
II $y = -16x + 8$

10 Beim Fußballturnier haben Sabine und Meike zusammen 13 Tore geschossen. Hätte Sabine 2 Tore weniger und Meike 3 Tore mehr geschossen, wären sie in der Treffertabelle torgleich.
Wie viele Tore hat jede der beiden erzielt? Berechne. **Zu 1.5**

Heino und Malte zählen auf einem Autobahnrastplatz Pkw mit 4 Rädern und Lkw mit 10 Rädern, insgesamt 60 Fahrzeuge mit 414 Rädern. Nach einiger Zeit zählt Heino wieder und stellt fest: 428 Räder und 63 Autos. Nach kurzem Überlegen sagt Malte: „Da hast du dich aber ganz schön verzählt.“
Wie kommt Malte darauf? Begründe.

1.7 Vermischte Aufgaben

1 Gib jeweils eine lineare Gleichung so an, dass die gegebenen Zahlenpaare Lösungen der Gleichung sind.

a) (–2 | 1); (2 | –1) **b)** (–1 | –1); (1 | 3) **c)** (–5 | –2); (–3 | –1)

2 Gib jeweils fünf Zahlenpaare an, welche die Gleichung lösen.

a) $3y + 4x = 12$ **b)** $x + y = 1$ **c)** $2x - 2y = 7$

3 Stelle folgende Gleichung grafisch dar.
$-4{,}5x - 10{,}5 = -3y$

Vergiss die Probe nicht.

4 Bestimme die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems zeichnerisch.

a) I $-x - 5y = 41{,}5$
II $5y + 2x + 40{,}5 = 0$

b) I $-2y = x - 11$
II $2y + 2x = 10$

c) I $2x - y = 3$
II $x - y = 1$

5 **a)** Gib jeweils ein lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen so an, dass es ...

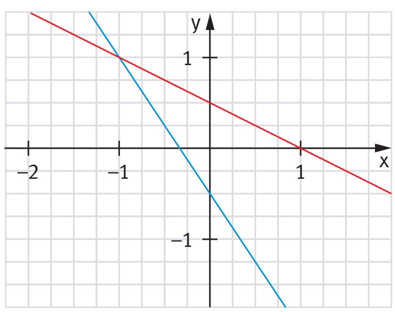
1 keine Lösung hat.
2 genau eine Lösung hat.
3 unendlich viele Lösungen hat.

b) Überprüfe deine Lösungen grafisch.

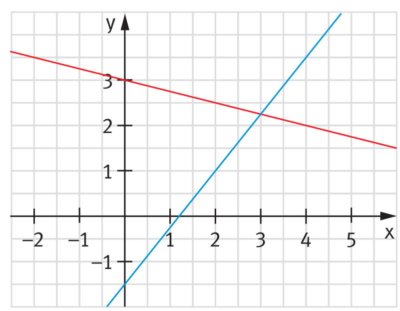
Findest du mehrere Möglichkeiten?

6 Bestimme zu den folgenden Graphen eine zugehörige Gleichung und lies die Lösung ab. Mache jeweils eine Probe.

a)

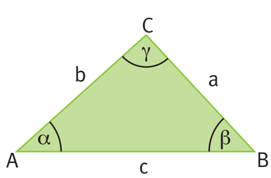


b)

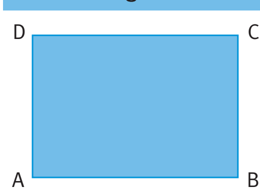


7 Aus der Geometrie. Stelle ein lineares Gleichungssystem auf und löse es.

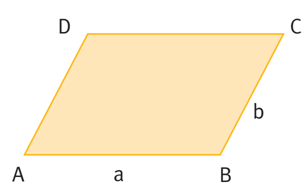
a) Im Dreieck ABC mit $\alpha = 42°$ ist γ um 24° größer als β. Bestimme β und γ.



b) Ein Rechteck hat einen Umfang von 46 cm. Verlängert man eine Seite um 3 cm und verkürzt die andere gleichzeitig um 3 cm, so wächst der Flächeninhalt um 21 cm². Bestimme die Seitenlängen.



c) Ein Parallelogramm hat einen Umfang von 15 cm. Die Seite a ist um 1,5 cm länger als die Seite b. Bestimme a und b.



8 Löse mit dem Einsetzungsverfahren.

a) I $-3x + 3{,}5 = 5y$ II $3x + 2 = -37$
b) I $0 = -x - 8{,}5$ II $-2x = 3y - 4$
c) I $6x + 8y = 8$ II $-12 = 4x + 4y$
d) I $4 = 4x - 2y$ II $4x - y + 12 = 0$

9 Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren.

a) I $y = -x - 10$ II $y = -2x - 6$
b) I $6 + 3x = 0$ II $-4y - 12x = 0$
c) I $-12y + 4x = 4$ II $-10 + 4y = 2x$
d) I $2y + 80 = -5x$ II $-y = 85 + 5x$

10 Löse mit dem Additionsverfahren.

a) I $-4x = 36 + 2y$ II $0 = -2y + 36$
b) I $7{,}5 = 5a$ II $-5b + 50a = -12{,}5$
c) I $-4 = -4r + 4s$ II $-17{,}5 = -s$

11 Löse das lineare Gleichungssystem mit einem beliebigen Verfahren.

a) I $x = 2y - 5$ II $y = \frac{1}{2}(3x - 8)$
b) I $3x + 5y = 7$ II $-5x - 8y + 2 = 0$
c) I $6y + 9x + 12 = 0$ II $x = 45 - 7y$
d) I $x = y + 3$ II $y = \frac{1}{2}(2x - 6)$
e) I $x - 2y = 1{,}5$ II $3{,}8y - 1{,}9x = -2{,}85$
f) I $\frac{4}{7}x - 1 = -y$ II $-2x + \frac{7}{2}y = 1$
g) I $-11{,}5 = -a$ II $-2b - 3{,}5 = -3a$
h) I $52 = -3y + 2x$ II $-3y = -4x + 50$
i) I $-6m = 60 + 4n$ II $-4n - 64 = 4m$

Lösungen zu 11:
$L = \{(-46 \mid 29)\}$;
$L = \left\{\left(-6\frac{4}{19} \mid 7\frac{6}{19}\right)\right\}$;
$L = \{(-1 \mid -18)\}$;
$L = \left\{\left(\frac{5}{8} \mid \frac{9}{14}\right)\right\}$;
$L = \{(2 \mid -18)\}$;
$L = \left\{\left(6\frac{1}{2} \mid 5\frac{3}{4}\right)\right\}$;
$L = \left\{\left(11\frac{1}{2} \mid 15\frac{1}{2}\right)\right\}$;
$L = \left\{(x \mid y) \text{ mit } y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\right\}$;
$L = \{(x \mid y) \text{ mit } y = x - 3\}$

12 Von „Rechenmeister“ Adam Ries, der von 1518 an vier Jahre lang eine Rechenschule in Erfurt leitete, ist folgende Aufgabe überliefert:
Jemand stellt einen Arbeiter für 30 Tage an. Wenn er arbeitet, bekommt er 7 Pfennig am Tag; wenn er nicht arbeitet, muss er 3 Pfennig am Tag bezahlen. Nach 30 Tagen ist keiner dem anderen etwas schuldig.
Wie viele Tage hat der Arbeiter gearbeitet und wie viele frei gehabt?

13 Vervollständige so, dass das lineare Gleichungssystem …

1 keine Lösung hat.
2 unendlich viele Lösungen hat.
3 genau eine Lösung hat.

a) I $-2x + 13 = 2y$ II $x + y = \square$
b) I $\frac{2}{3}x + 2y = 5$ II $\square = 7{,}5 - 3y$
c) I $-2y + 8 = -x$ II $-2x - 5 = \square$

Bei welchem Fall findest du mehrere Lösungen?

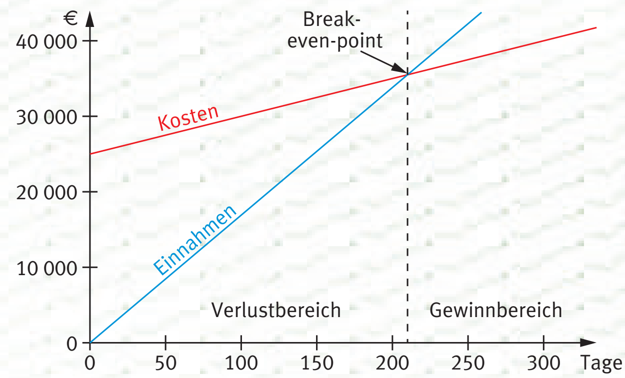
14 In einem Versuch wird die Abhängigkeit der Stromstärke I (in Milli-Ampere) von der Spannung U (in Volt) bei zwei kleinen Elektromotoren gemessen.

U in V	10	20	30	40	50	60
Motor 1: I_1 in mA	15	30	45	60	75	90
Motor 2: I_2 in mA	12	24	36	48	60	72

a) Stelle den Sachverhalt in einem Schaubild dar.
(x-Achse: 1 cm ≙ 10 V; y-Achse: 1 cm ≙ 10 mA)
b) Begründe anhand des Schaubilds, dass eine Funktion vorliegt.
c) Gib für beide Zuordnungen jeweils einen Funktionsterm an.
d) Welche Stromstärken kann man bei beiden Motoren für eine Spannung von 70 V erwarten? Wie groß ist die prozentuale Abweichung, wenn bei dieser Spannung Stromstärken von $I_1 = 100$ mA und $I_2 = 86$ mA gemessen werden?
e) Bestimme, bei welcher Spannung in Motor 1 ein um 10 mA stärkerer Strom fließt als in Motor 2.

Break-even-point: Der Punkt zum Gewinn

Wenn die Kosten höher sind als die Einnahmen, macht ein Unternehmen Verlust. In einem sogenannten Break-even-Diagramm sehen Wirtschaftsfachleute auf einen Blick, in welchem Bereich die Verlustzone und wo die Gewinnzone liegt. Als „Break-even-point" bezeichnet man den Punkt, an dem die Kosten und die Einnahmen eines Unternehmens gleich sind.



a) Ein Verleger möchte Arbeitshefte drucken lassen.

Kosten
- Heft durch einen Grafiker setzen lassen: 2000 € insgesamt
- Farbdruck: 1,70 € pro Heft

Einnahmen
Nettopreis 4,90 € pro Heft

1. Bestimme, wie viele Hefte der Verleger herstellen und verkaufen müsste, um den „Break-even-point" genau zu erreichen.
2. Der Verleger kalkuliert mit 3000 verkauften Heften. Bestimme den Mindestpreis, den der Verlag für den Verkauf pro Heft veranschlagen müsste, damit kein Verlust entsteht.
3. Der Verleger möchte im Durchschnitt pro Heft mindestens einen Euro Gewinn machen. Bestimme die Mindestanzahl verkaufter Hefte, um dieses Ziel zu erreichen.

b) Ein Hotelmanager stellt eine einfache Gewinn-und-Verlustrechnung für sein Hotel mit 80 Betten auf.

Kosten
- Versicherungen, Zinsen, Steuern: 150 000 € pro Jahr
- Unterhaltskosten pro vermietetes Zimmer (Reinigung, Wasser, Strom, Heizung, ...): 25 € pro Tag
- Unterhaltskosten pro leeres Zimmer (Strom, Heizung, ...): 10 € pro Tag

Einnahmen
Zimmermiete: 45 € pro Tag
Das Hotel hat an 365 Tagen im Jahr geöffnet.

Bestimme, wie viele Zimmer am Tag im Durchschnitt mindestens vermietet werden müssten, damit das Hotel am Ende des Jahres (Ende September) den „Break-even-point" erreicht.

Spare, spare, Häusle baue €

Familie Meisel finanziert den Bau eines Eigenheims mit einem Bauspardarlehen und einem Bankkredit. Beide zusammen betragen 320 000 €.
Das Bauspardarlehen ist mit 2,5 %, der Bankkredit mit 3 % verzinst. Die gesamten Zinsen im ersten Jahr betragen 8600 €.
Berechne die Höhe des Bauspardarlehens und des Kredits.

Money, money, money ... €€

Christopher hat 20 000 € geerbt und in zwei Fonds angelegt.

Global-Fonds Aussicht: stabil	4,5 % durchschnittlich erwarteter Ertrag
Öko-Fonds Aussicht: schwankend	5,5 % durchschnittlich erwarteter Ertrag

a) Wie viel Geld hat er in jedem Fonds investiert, wenn er im ersten Jahr 1050 € Zinsen erwartet?

b) Tatsächlich schwankte der Öko-Fonds im ersten Jahr erheblich, sodass nur ein durchschnittlicher Ertrag von 3,5 % erwirtschaftet wurde.
Wie hoch waren die Zinsen in dem Jahr mit den Ergebnissen aus a)?

Alles Theater €€

Ein Theatermanager kalkuliert die Kosten für ein Gastspiel eines bekannten Künstlers wie folgt:

- Der Künstler erhält 10 000 € sowie 40 % der Einnahmen aus dem Kartenverkauf.
- Mietkosten für einen Saal mit 1400 Plätzen, Sicherheitsdienst, Versicherungen, Werbung etc. betragen zusammen 15 000 €

Der Konzertveranstalter plant zwei verschiedene Kartenkategorien: 1. Rang und 2. Rang.

a) Macht Vorschläge, wie der Theatermanager die Kartenpreise kalkulieren sollte, damit er keinen Verlust macht.
Geht von verschiedenen Verkaufszahlen für die Karten aus und stellt eure Ergebnisse der Klasse vor.

b) Der Theatermanager glaubt, dass das Gastspiel ausverkauft ist, wenn er die Preise wie folgt festlegt:
1. Rang: 40 € 2. Rang: 32 €

① Der Term $10\,000 + 0{,}4 \cdot (40x + 32y)$ beschreibt die Kosten für den Künstler. Erläutere, wie man auf diesen Term kommt.

② Wie viele Karten müssen in jedem Rang verkauft werden, wenn der Manager mit einem Gewinn von 5000 € rechnet?

Überprüfe deine Fähigkeiten und Kenntnisse. Bearbeite dazu die folgenden Aufgaben und bewerte anschließend deine Lösungen mit einem Smiley.

☺	😐	☹
Das kann ich!	Das kann ich fast!	Das kann ich noch nicht!

Hinweise zum Nacharbeiten findest du auf der folgenden Seite. Die Lösungen stehen im Anhang.

Aufgaben zur Einzelarbeit

1 Bestimme jeweils fünf Lösungspaare.

a) $x - y = 5$ **b)** $3x + 2y = 8$

c) $5x - 10 = 2y$ **d)** $3y - 24x = y - 4$

2 Bestimme die Lösungsmenge.

a) I $4x - 2y = 10$
II $3x + y = 9$

b) I $-4 + x = 3y$
II $-8y + 3x - 7 = 0$

c) I $1{,}4 - 2x = 5y$
II $-2y + 2{,}4 = 3x$

d) I $2{,}2x + 9 = 4x$
II $3y - 1{,}8 = 5y$

3 Finde heraus, wie der Parameter $a \in \mathbb{Q}$ gewählt werden müsste, damit die folgenden linearen Gleichungssysteme keine (genau eine, unendlich viele) Lösung(en) haben.

a) I $a + x = y$
II $4 - y = 2x$

b) I $3x - 2y = a$
II $5x + a = 7$

c) I $a \cdot x + y = 10$
II $4x - 10 = -y$

d) I $a \cdot (2x - y) = a + 1$
II $4x - 2y = 2{,}2$

4 **a)** Löse die Gleichung nach y auf: $\frac{1}{2}x + y = 5$.

b) Vervollständige die Tabelle.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

c) Stelle die Gleichung grafisch dar.

5 Vervollständige die Lücken so, dass die Zahlenpaare die lineare Gleichung $3y + 4{,}5x = 6$ lösen.

a) (1 | ☐) **b)** (☐ | −13)

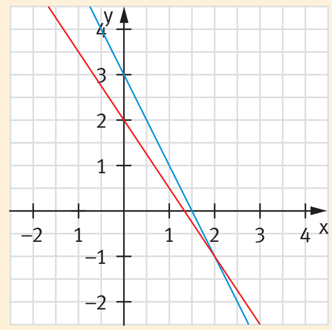
c) (☐ | −5,5) **d)** (−3 | ☐)

6 Entscheide mit einer grafischen Darstellung, welches Zahlenpaar Lösung ist.
(−12,5 | 4); (−5 | 2,5); (−8 | 2); (−2,5 | 3); (1 | 0,5); (3 | −4,5)

a) I $12y = -3x$
II $-2{,}5x + 10y = 40$

b) I $-4x = -2 + 4y$
II $-4 - 4x = 2y$

7 Gib das zugehörige Gleichungssystem und die Lösung an. Mache die Probe.



8 Bestimme zeichnerisch die Lösung des linearen Gleichungssystems. Mache die Probe.

a) I $-3x + 5y = 11{,}5$
II $5y + 9{,}5 = 6x$

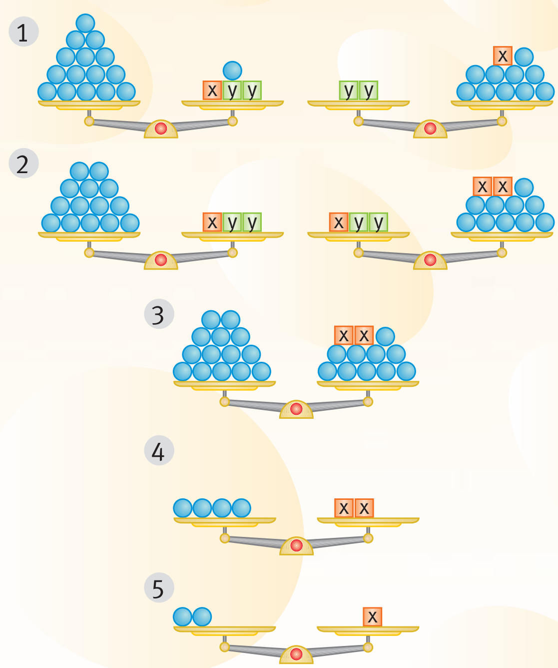
b) I $4y = 4x - 6$
II $-4y + 2x = 4$

9 Gib jeweils an, ob es genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen für das lineare Gleichungssystem gibt.

a) I $3x - 2y = 1$
II $1{,}5x - y = 1$

b) I $2{,}5y = 3{,}5 - 1{,}5x$
II $2x = 7 - 5y$

10



a) Wie lautet das zugehörige Gleichungssystem zu 1?

b) Beschreibe, wie die Lösung des linearen Gleichungssytems bestimmt wird.
Gib die Lösungsmenge an.

11 Löse mit dem Additionsverfahren.

a) I $8y = 4x - 28$
II $-32 = -4x + 4y$

b) I $-2y + 2x = -6$
II $-2x + y = 7$

12 Löse mit dem Einsetzungsverfahren.

a) I $-9 + 3x = 6y$
II $-7{,}5 = -15y + 9x$

b) I $0 = -42 + 4y - 4x$
II $3y = 4x + 44$

13 Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren.

a) I $-24 + 4y = -2x$
II $-2x = -18 + 6y$

b) I $-9 - 2x + y = 0$
II $-y + 3x = -5{,}5$

14 Löse mit einem beliebigen rechnerischen Lösungsverfahren.

a) I $-6b + 31 = 2a$
II $3b = 34 - 2a$

b) I $8x = 5y + 21$
II $-12x = 6 - 10y$

c) I $4y = 2 \cdot (3{,}5 - 0{,}5x)$
II $y = \frac{1}{4} \cdot (-12x - 20)$

d) I $-5a = \left(1 + \frac{1}{2}b\right) \cdot 8$
II $(-3) \cdot (b - 3) = 5a$

15 Löse mit einem beliebigen rechnerischen Lösungsverfahren. Achte auf die Brüche.

a) I $-\frac{3}{8}y = -1 + \frac{1}{2}x$
II $\frac{4}{7}x + \frac{1}{7} = -\frac{1}{2}y$

b) I $-\frac{4}{5} = -\frac{1}{8}y + \frac{1}{20}x$
II $\frac{4}{5}x - \frac{6}{5} = y$

16 Ali und seine Oma sind zusammen 110 Jahre alt. Vor fünf Jahren war seine Oma genau dreimal so alt wie Ali.

17 Ein Unternehmer nimmt zur Finanzierung seiner Maschinen zwei Kredite auf, die zusammen 125 000 € betragen. Der eine Kredit ist mit 7,5 %, der zweite mit 8 % verzinst. Die Zinsen belaufen sich in einem Jahr zusammen auf 9460 €.

18 Diana besorgt für ein Klassenfrühstück Käse- und normale Laugenstangen. Sie bestellt zunächst von jeder Sorte 15 Stück und soll dafür 27,00 € bezahlen. Es entscheiden sich aber drei Schüler um und wollen nun lieber Käselaugenstangen. Nun kostet alles zusammen 27,90 €.

19 Die Quersumme einer aus zwei Ziffern bestehenden Zahl beträgt 10. Vertauscht man die Ziffern, so entsteht eine Zahl, die um 2 kleiner ist als das Dreifache der ersten Zahl.

20 In einem rechtwinkligen Dreieck ist einer der spitzen Winkel fünfmal so groß wie der andere.

Aufgaben für Lernpartner

Arbeitsschritte

1. Bearbeite die folgenden Aufgaben alleine.
2. Suche dir einen Partner und erkläre ihm deine Lösungen. Höre aufmerksam und gewissenhaft zu, wenn dein Partner dir seine Lösungen erklärt.
3. Korrigiere gegebenenfalls deine Antworten und benutze dazu eine andere Farbe.

Sind folgende Behauptungen **richtig** oder **falsch**? Begründe schriftlich.

21 Die grafische Lösungsvariante ist schlechter als die rein algebraische Lösungsvariante.

22 Zur y-Achse gehört die Funktionsgleichung $y = 0$.

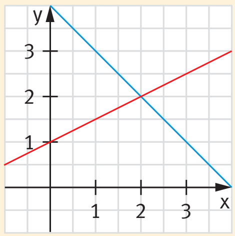
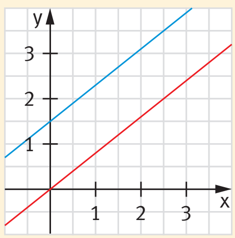
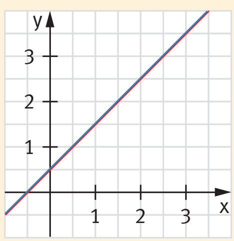
23 Ein lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten kann man grafisch so verstehen, dass die Lage zweier Geraden zueinander dargestellt wird.

24 Hat ein lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen unendlich viele Lösungen, ist die Lösung eine Gerade.

25 Beim Gleichsetzungsverfahren löse ich nach einer Variablen auf und erhalte dann durch Gleichsetzen eine Gleichung mit nur einer Variablen.

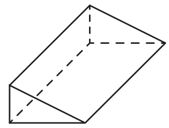
26 Die beiden Gleichungen $x = 3$ und $y = 4$ ergeben kein lineares Gleichungssystem.

Aufgabe	Ich kann …	Hilfe
1, 2, 3, 21	lineare Gleichungen mit zwei Variablen lösen.	S. 8
4, 5, 22, 26	lineare Gleichungen mit zwei Variablen grafisch interpretieren und lösen.	S. 8
6, 7, 8, 23	lineare Gleichungssysteme zeichnerisch lösen.	S. 10
9, 10, 14, 15, 24	die Lösungsmenge linearer Gleichungssysteme angeben.	S. 12
2, 3, 11, 12, 13, 14, 15, 25	lineare Gleichungssysteme rechnerisch lösen.	S. 12
16, 17, 18, 19, 20	Alltagsprobleme auf lineare Gleichungen anpassen und diese mithilfe der Lösungsverfahren lösen.	S. 18

S. 8	fünf Zahlenpaare mit $D = \mathbb{Q}$, die die Gleichung $y = 3x + 7$ erfüllen: $(-2\mid1)$; $(-1\mid4)$; $(0\mid7)$; $(1\mid10)$; $(2\mid13)$	**Lineare Gleichungen** können auch **zwei Variablen** enthalten. Alle Zahlenpaare, welche die Gleichung erfüllen, sind Lösungen der Gleichung.
S. 10	1  2  3 	Sollen Zahlenpaare $(x\mid y)$ **zwei lineare Gleichungen gleichzeitig erfüllen**, so spricht man von einem **linearen Gleichungssystem**. Die **Lösungsmenge L** eines linearen Gleichungssystem ist sowohl ein Element der Lösungsmenge der ersten als auch der zweiten Gleichung. Es können folgende drei Fälle auftauchen: 1 Die Geraden **schneiden sich.** Das lineare Gleichungssystem hat **genau eine Lösung**: $L = \{(2\mid2)\}$ 2 Die Geraden sind **parallel**. Das lineare Gleichungssystem hat **keine Lösung**: $L = \{\ \}$ 3 Die Geraden sind **identisch**. Das lineare Gleichungssystem hat **unendlich viele Lösungen**: $L = \{(x\mid y) \mid y = x + 0{,}5\}$
S. 12	I $-x - 2y = 3$ II $y = 2x$ einsetzen $-x - 2 \cdot (2x) = 3$	**Einsetzungsverfahren** Löst man eine der Gleichungen nach einer Variablen (z. B. y) auf, dann kann man den erhaltenen Term für die Variable in die andere Gleichung einsetzen.
S. 12	I $y = 2x - 1$ II $y = -x + 5$ gleich-setzen $2x - 1 = -x + 5$	**Gleichsetzungsverfahren** Sind beide Gleichungen nach einer Variablen (z. B. y) aufgelöst, kann man die Terme gleichsetzen.
S. 16	I $2x - 2y = -5$ II $4x + 2y = -7$ $6x \quad = -12 \qquad \mid :6$	**Additionsverfahren** Addition beider Gleichungen, wenn vor einer Variablen betragsgleiche Koeffizienten stehen, die ein unterschiedliches Vorzeichen haben.
S. 18	Peter ist zwei Jahre älter als Tina. Zusammen sind sie 30 Jahre alt. Peters Alter: p; Tinas Alter: t I $p = t + 2$ II $p + t = 30$ (...) $p = 16$; $t = 14$ Peter ist also 16, Tina 14 Jahre alt.	Bei **Alltagsaufgaben** betrachtet man den Inhalt der Aufgabenstellung und versucht **Bedingungen** zu finden, die man in Gleichungen mit zwei **Variablen** umwandeln kann, um sie dann mit den bekannten Verfahren zu lösen.

Schrägbilder

1 Skizziere zum Schrägbild jeweils ein Zweitafelbild und das zugehörige Netz.



2 Entscheide, ob es sich um ein Prisma handeln kann oder nicht. Begründe deine Antwort. Der Körper hat …

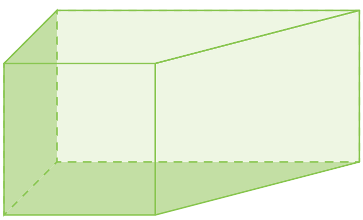
a) 6 Ecken und 5 Flächen.

b) 8 Kanten.

c) eine gerade Anzahl an Flächen und eine ungerade Anzahl an Kanten.

d) mehr als 5 Flächen, aber weniger als 12 Kanten.

3 Betrachte das Schrägbild eines Prismas:

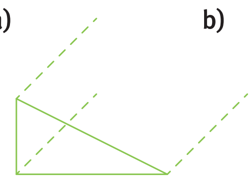


a) Welches Viereck ist die Grundfläche des Prismas? Begründe.

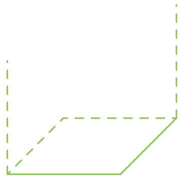
b) Gib die tatsächlichen Längen aller Kanten des Körpers an. Nutze die Zeichnung für Messungen. Senkrecht nach hinten verlaufende Kanten wurden unter 45° und auf die Hälfte verkürzt gezeichnet.
Tipp: Zeichne dir Hilfsfiguren in dein Heft.

4 Welches der begonnenen Schrägbilder lässt sich zum Schrägbild eines Quaders vervollständigen? Vervollständige dann die Schrägbilder.

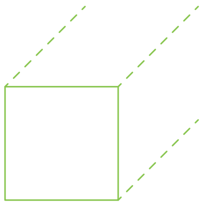
a)



b)

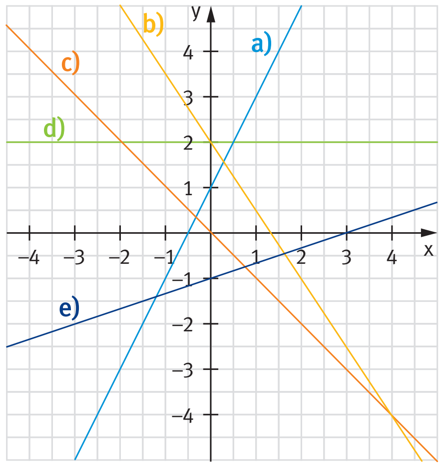


c)



Lineare Funktionen

5 Ermittle jeweils die Gleichung der zugehörigen linearen Funktionen aus den Graphen.



6 Begründe, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

a) Der Punkt A (3 | 4) liegt auf dem Graphen von $y = \frac{3}{4}x$.

b) Die Graphen der Funktionen mit den Gleichungen $y = 4x + 2$ und $y = 3x + 2$ verlaufen parallel zueinander.

c) Die Nullstelle der Funktion $y = -x + 8$ ist N (8 | 0).

7 Zeichne den Graphen der Funktion $y = -2x - 3$. Beschreibe dein Vorgehen, wenn du keine Wertetabelle erstellen möchtest.

8 Betrachte die Gleichung der linearen Funktion $y = 0{,}02x + 112$.

a) Gib den Funktionswert zum x-Wert 50 an.

b) Gib den x-Wert zum Funktionswert 116 an.

c) Bestimme die Schnittpunkte des Graphen mit den Koordinatenachsen.

9 Der Graph einer linearen Funktion verläuft durch die Punkte P (3 | 0) und Q (–3 | –2).

a) Zeichne den Graphen der Funktion.

b) Gib die Monotonie und die Nullstelle der Funktion an.

c) Bestimme die Funktionsgleichung.

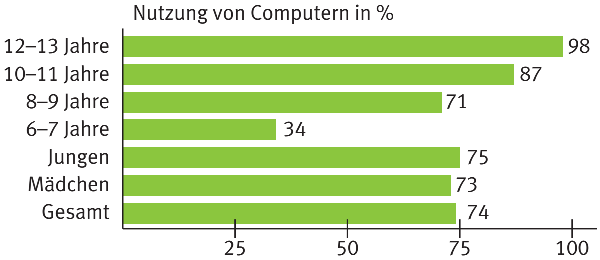
Prozent- und Zinsrechnung

10 Ergänze die Tabelle.

	a)	b)	c)
Grundwert	200 €	☐	28 m
Prozentsatz	12 %	32 %	☐
Prozentwert	☐	25,6 kg	7 m

11 Der Preis eines Gartengrills wird erst um 10 % gesenkt und dann wieder um 7 % angehoben.
In einem anderen Geschäft wird der Preis um 8 % gesenkt und anschließend um 5 % verteuert.
Bestimme, welcher Preis am Ende günstiger ist, wenn beide Gartengrills am Anfang gleich viel gekostet haben.

12 Die Abbildung zeigt die Mediennutzung von Kindern im Jahr 2016. Insgesamt wurden 1220 Kinder befragt.



a) Berechne die Anzahl der befragten Kinder, die schon einmal einen Computer genutzt haben.

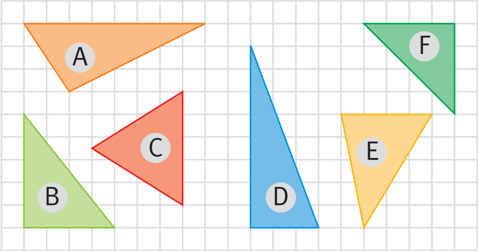
b) Sabrina behauptet: „Von den 12- und 13-Jährigen in der Befragung haben bisher mehr Kinder einen Computer genutzt als von den befragten 10- und 11-Jährigen.“ Nimm Stellung zu der Aussage.

c) Joris meint: „Die Darstellung ist falsch, da kommen ja mehr als 100 % bei Jungen und Mädchen zusammen“ Erkläre Joris’ Fehler.

13 Ein Vermögen wird zu 3,5 % p. a. verzinst. Berechne das Guthaben nach dreijähriger Laufzeit, wenn zu Beginn 12 000 € eingezahlt wurden. Die Zinsen werden mitverzinst.

Dreiecke

14 Welche Dreiecke haben denselben Flächeninhalt?



15 Wie verändern sich ① die Innenwinkel, ② der Flächeninhalt und ③ der Umfang eines Dreiecks, wenn man alle Seitenlängen …

a) verdoppelt? b) drittelt?

16 Begründe, ob sich ein Dreieck ABC mit folgenden Maßen eindeutig konstruieren lässt. Konstruiere es gegebenenfalls.

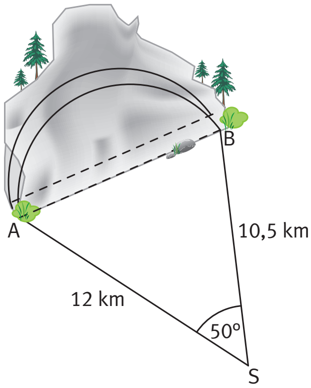
a) $\alpha = 20°$; $\beta = 70°$; $\gamma = 90°$

b) $a = 2{,}5$ cm; $b = 3{,}7$ cm; $c = 5{,}1$ cm

c) $\alpha = 40°$; $c = 7$ cm; $\beta = 37°$; $\gamma = 120°$

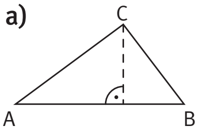
d) $a = 4$ cm; $b = 7{,}2$ cm; $\gamma = 80°$

17 Zur Bestimmung der Länge eines Tunnels von A nach B betrachtet man die Orte vom Punkt S aus.
Bestimme die Länge des Tunnels durch eine maßstäbliche Zeichnung.

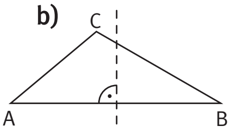


18 Gib an, welche besondere Linie des Dreiecks jeweils gestrichelt eingezeichnet ist.

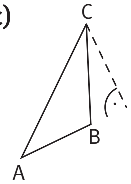
a)



b)



c)



d)