1 Zufall und Wahrscheinlichkeit

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K1 ■ Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{6}$, sie ist für jede Zahl des Würfels gleich hoch.

K1 ■ Durch häufiges Würfeln lässt sich feststellen, dass die Zahlen von 1 bis 6 jeweils (fast) gleich häufig vorkommen.

K6 ■ Die Ergebnisse lassen sich z. B. durch den Modalwert, also den Wert, der am häufigsten vorkommt, beschreiben. Die Häufigkeit der einzelnen Würfe kann man in einem Säulendiagramm darstellen.

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

1 Das kann ich schon …

KX **1** **a)** Es sind individuelle Lösungen möglich.
b) Es sind individuelle Lösungen möglich.

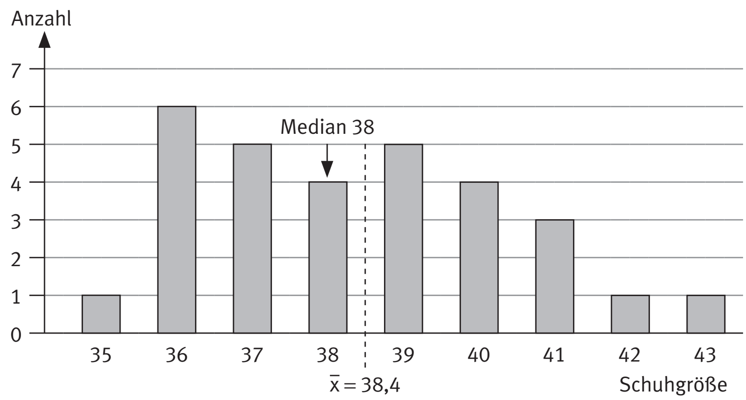
KX **2** **a)**

Anzahl Geschwister	H	h
0	9	$\frac{9}{20}$
1	5	$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$
2	4	$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$
3	1	$\frac{1}{20}$
4	1	$\frac{1}{20}$

b) $\frac{9}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{20}{20} = 1 = 100\,\%$
Die relative Häufigkeit gibt den Anteil eines Ergebnisses an der Gesamtzahl der Ergebnisse an. Addiert man alle relativen Häufigkeiten, sind dort alle Ergebnisse enthalten. Daher muss der Anteil 100 % betragen.

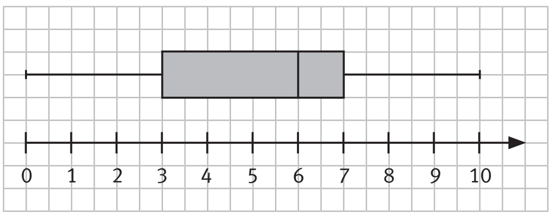
KX **3** **a)** Der Modalwert für die Umfrage ist Rot, weil die Farbe am häufigsten genannt wurde.
b) Weitere Mittelwerte können bei dieser Umfrage nicht berechnet werden, da es sich bei den Farben um qualitative Merkmale handelt. Für diese lässt sich lediglich der Modalwert als sinnvoller Mittelwert angeben.

KX **4** **a)** Modalwert: 36; Median: 38; $\bar{x} \approx 38{,}4$; Minimum: 35; Maximum: 43; Spannweite: 8
b)



c) Es würde sich das arithmetische Mittel (≈ 38,6), das Maximum (45) und die Spannweite (10) ändern.

KX **5** **a)**



b) Damit der Boxplot gleich bleibt, müssen auch die entsprechenden Kennwerte gleich bleiben. Das ist der Fall, wenn Melanie 7 oder weniger Punkte erzielt. Andernfalls ändert sich der Wert für das obere Quartil.

Kap. 1.1

Kx
- Die Anzahl der Spielrunden kann je nach verfügbarer Zeit variiert werden. Zudem kann das 2-€-Stück auch durch ein beliebiges anderes Geldstück getauscht werden.

Kx
- Bei diesem Spiel werden alle Werte des Würfels mit dem Wert der Wappenseite bzw. der Zahlseite multipliziert. Mögliche Werte sind dann also 1, 2, 3, 4, 5, 6 bzw. 2, 4, 6, 8, 10, 12. Zusammengefasst erhält man {1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12} als Ergebnismenge.

Kx
- Es ist sinnvoll auf einen der Werte zu wetten, der bei der Ermittlung der möglichen Ergebnisse doppelt vorkommt. Also 2, 4 oder 6, da die Wahrscheinlichkeit für einen dieser Werte doppelt so hoch ist wie die Wahrscheinlichkeit eines der anderen Werte.

Kx
- Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:
  Immer wenn eine gerade Zahl gewürfelt wird und die Münze Wappen zeigt, ist das Ergebnis automatisch 8. Ansonsten gelten die bisherigen Regeln. Dadurch gibt es vier Möglichkeiten die 8 zu bekommen, während es für die anderen Zahlen jeweils nur eine Möglichkeit gibt.

Kap. 1.2

Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:

Kx
- Nach 40 Würfen würde ich sagen, dass der Chip drinnen liegen bleibt (drinnen 26: draußen 14).

Kx
- Relative Häufigkeit:
  Drinnen $\frac{32}{50} = \frac{16}{25} = 64\,\%$
  Draußen $\frac{18}{50} = \frac{9}{25} = 36\,\%$

Kx
- Die Wahrscheinlichkeit, dass der Chip drinnen liegt, beträgt bei dem beispielhaften Experiment 64 % und kann durch häufiges Wiederholen überprüft werden (z. B. 1000-mal). Auch ein Vergleich mit den Ergebnissen der Mitschülerinnen und Mitschüler kann hilfreich sein.

Kap. 1.3

Kx
- Streichholz ziehen ist unfair, da die Wahrscheinlichkeit für Spieler B zu verlieren kleiner ist als zu gewinnen. Die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler B verliert, beträgt $\frac{1}{3}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler B gewinnt, beträgt $\frac{2}{3}$.

Kx
- Das Würfelspiel ist fair, da beide Spieler die gleiche Siegeswahrscheinlichkeit haben.

Kx
- Schere-Stein-Papier ist fair, da jede Kombination die gleiche Wahrscheinlichkeit hat und damit die Wahrscheinlichkeit für jedes Ergebnis gleich groß ist.

Kx
- Roulett ist unfair, da die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen immer nur $\frac{18}{37}$ beträgt und die Wahrscheinlichkeit zu verlieren $\frac{19}{37}$. Ausschlaggebend dafür ist die Null, weil der Spieler bei dieser Zahl immer verliert.

Kap. 1.4

Kx
- Die Chance, im ersten Wurf eine 6 zu würfeln, beträgt $\frac{1}{6}$, da die Wahrscheinlichkeit für jede Augenzahl $\frac{1}{6}$ beträgt.

Kx
- Die Chance, im zweiten Wurf eine 6 zu würfeln, ist ebenfalls $\frac{1}{6}$, der erste Wurf hat keinen Einfluss auf das Ergebnis des zweiten Wurfs.

Kx
- Bei jedem Wurf beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine 6 zu würfeln, $\frac{1}{6}$. Je öfter man allerdings würfelt, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem der Würfe auch eine 6 dabei ist.
  Ändert man die Anzahl der erlaubten Würfe zu Beginn, hat das keinen Einfluss auf die Siegchancen, da die Regeln für jeden Spieler gelten. Allerdings würde sich die Spielmechanik verändern, da man nun im Schnitt dreimal so viele Züge benötigt, um starten zu dürfen. Das könnte für mehr Frustration sorgen, speziell wenn jemand durch einen „glücklichen" Wurf bereits im ersten Zug starten darf, während die anderen Spieler vermutlich noch ein paar Züge warten müssen.

Kx
- Man muss durchschnittlich sechsmal würfeln, um eine 6 zu bekommen und starten zu dürfen.
  Bei den Standardregeln wären das zwei Züge, bei den veränderten Regeln sechs Züge.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 16

Entdecken

KX ■ Mögliche Ergebnisse sind: rechteckige Fläche oben, gewölbte Fläche oben und zweimal Halbkreis oben

KX ■ Mögliche Wetterlagen bei dem Halbzylinder: Regen, kein Niederschlag und Hagel.
Eine Alternative wäre ein Würfel, wobei jede Seite eine andere Wetterlage beschreibt, z. B.:
- sonnig
- Regen
- Hagel
- bewölkt
- Schnee
- Gewitter

Dort ist allerdings jedes Ereignis gleich wahrscheinlich, was nicht unbedingt dem realen Wetterverhalten entspricht. Ein unregelmäßiger Körper dagegen würde berücksichtigen, dass gewisse Wetterlagen wahrscheinlicher sind als andere (je nach Jahreszeit und Ort).

Nachgefragt

K6 ■ Es gibt verschiedene Lösungsmöglichkeiten, z. B.: Drehen am Glücksrad, Würfeln beim Mensch-ärgere-dich-nicht, einmaliges Ziehen eines Legobausteins aus dem Lego-Koffer, …

K1 ■ Es handelt sich um ein Zufallsexperiment, denn die Durchführung erfolgt nach genauen Regeln, es sind mindestens zwei Ergebnisse möglich und das Ergebnis ist nicht vorhersagbar.

K1 ■ Das Werfen dieses Würfels ist kein Zufallsexperiment, weil das Ergebnis vorhersagbar ist. Zudem müssen immer mindestens zwei verschiedene Ergebnisse möglich sein.

Aufgaben

K1 **1** **a)** Ja, da das Ergebnis nicht vorhersagbar ist und mindestens zwei verschiedene Ergebnisse möglich sind. Ergebnisse: 1-mal: {1; 2; …; 6}; 2-mal: {11; 12; 13; …; 64; 65; 66} oder {2; 3; 4; …; 10; 11; 12}

b) Nein, da der Schiedsrichter ein „Foul“ nur nach bestimmten Regeln vergibt. Somit ist es (recht gut) vorhersagbar und kein Zufallsexperiment.

c) Ja, da das Ergebnis nicht vorhersagbar ist und mindestens zwei verschiedene Ergebnisse möglich sind. Die Ergebnisse sind Abhängig von der Gestaltung des Glücksrads.

d) Ja, da das Ergebnis (Wappen oder Zahl) nicht vorhersagbar ist und zwei verschiedene Ergebnisse möglich sind.

e) Nein, da Selma das Ergebnis beeinflussen kann, also es von ihrer Entscheidung abhängt, ob sie springt oder nicht.

f) Nein, da das Lösen nicht vom Zufall abhängt, sondern von Martins Kompetenz.

g) Ja, da das Ergebnis nicht vorhersagbar ist und mindestens zwei verschiedene Ergebnisse möglich sind.

h) Nein, da das Ergebnis recht gut vorhersagbar ist.

K1 **2** **a)** Ziehung aus der Urne: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

b) Würfeln mit einem Körper mit acht gleich großen Flächen (Oktaeder): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

c) Augensumme: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

K6 **3** **a)**

Ereignis	Ergebnisse
Zahl ist kleiner als 4.	1, 2, 3
Zahl ist ungerade.	1, 3, 5, 7, 9
Zahl ist größer als 5.	6, 7, 8, 9, 10
Zahl ist größer als 0.	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (sicheres Ereignis)

b) Lösungsmöglichkeiten:
sichere Ereignisse:
- Zahl ist kleiner als 11
- Zahl ist gerade oder ungerade
- Zahl ist eine ganze Zahl
- Zahl ist positiv

unmögliche Ereignisse:
- Zahl ist größer als 10
- Zahl ist 0
- Zahl ist negativ
- Zahl ist durch 13 teilbar

K3 **4** **a)** Ergebnismenge Ω = {11; 21; 22; 31; 32; 33; 41; 42; 43; 44; 51; 52; 53; 54; 55; 61; 62; 63; 64; 65; 66}

b) A: „Die Zahl ist gerade." A = {22; 32; 42; 44; 52; 54; 62; 64; 66}
B: „Die Zahl ist ungerade." B = {11; 21; 31; 33; 41; 43; 51; 53; 55; 61; 63; 65}
C: „Die Zahl ist durch 3 teilbar." C = {21; 33; 42; 51; 54; 63; 66}
D: „Die Zahl ist kleiner als 50." D = {11; 21; 22; 31; 32; 33; 41; 42; 43; 44}
E: „Die Zahl ist eine Quadratzahl." E = {64}
F: „Die Zahl ist größer als 15." F = {21; 22; 31; 32; 33; 41; 42; 43; 44; 51; 52; 53; 54; 55; 61; 62; 63; 64; 65; 66}

K3 **5** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:

a)
- Zahl ist 100
- Zahl ist größer als 60
- Zahl ist durch 3 teilbar

b) Ergebnismenge: {30; 70; 120; 20; 80; 50; 90; 100; 40}

Ereignis	Ergebnisse
100	100, 100
größer als 60	70, 100, 120, 80, 90, 100
durch 3 teilbar	30, 120, 90

c)
- Zahl ist 100: $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
- Zahl ist größer als 60: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
- Zahl ist durch 3 teilbar: $\frac{3}{10}$

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 16

Entdecken

Kx
- Es gibt insgesamt 30 Spiele in der Gruppenphase, 15 Spiele pro Gruppe. An jedem Spieltag sind drei Spiele pro Gruppe möglich. Da jedes Team fünf verschiedene Gegner haben kann, muss es fünf Spieltage geben, bis jedes Team gegeneinander gespielt hat. Man hat also pro Gruppe $3 \cdot 5 = 15$ Spiele.

Nachgefragt

K1
- Ein Würfel wird dreimal hintereinander geworfen.
  Ein Outfit kann aus drei Mützen, drei Oberteilen, drei Hosen und drei Paar Schuhen kombiniert werden.

K1
- Ein von links nach rechts geschriebenes Baumdiagramm hat den Vorteil, dass die einzelnen Pfade in Leserichtung besser verfolgt werden können. Nachteilig ist hingegen, dass die einzelnen Stufen nicht so schnell erfasst werden können.
  Ein von oben nach unten geschriebenes Baumdiagramm stellt die Stufen übersichtlich untereinander dar. Das Verfolgen der einzelnen Pfade hingegen ist komplizierter.

Aufgaben

KX

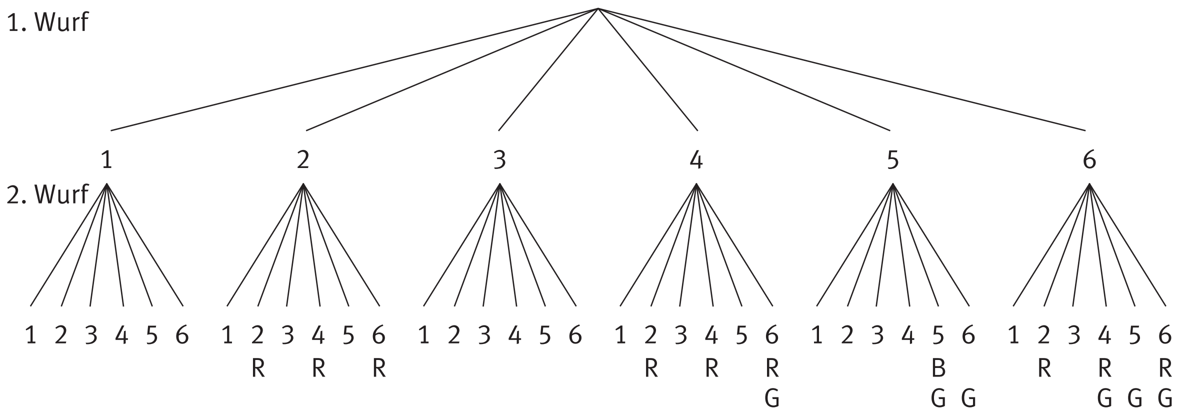
1 **a)** Das Baumdiagramm hat drei Stufen, da Nico drei verschiedene Eissorten haben möchte. Jede Stufe entspricht also einer Eiskugel.

b) Auf der ersten Stufe stehen 6 verschiedene Eissorten zur Verfügung. Da Nico verschiedene Eissorten haben möchte, stehen auf der zweiten Stufe noch 5 und auf der dritten Stufe noch 4 Sorten zur Verfügung. Es gibt also insgesamt $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ Möglichkeiten.

c) In diesem Fall gibt es auf jeder Stufe 6 Möglichkeiten, also insgesamt $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ Möglichkeiten.

K4

2 **a)** und **b)** Es gibt $6 \cdot 6 = 36$ Ergebnisse.



K2

3 $4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 144$ Möglichkeiten

K6 **4** **a)** Es gibt keine Zahlenschlösser mit nur einer verstellbaren Zahl, da so nur zehn Möglichkeiten für den richtigen Code existieren. Diese Möglichkeiten lassen sich schnell überprüfen, sodass ein Dieb leichtes Spiel hätte.

b) Schloss 1: $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$ Kombinationen
Schloss 2: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ Kombinationen
Antwort: Das erste Schloss bietet mit 1296 Kombinationen 296 Kombinationen mehr als Schloss 2. Dies sagt jedoch nur wenig über die Güte eines Fahrradschlosses aus, da Faktoren wie Material, Konstruktion und Einsatzgebiet nicht beachtet werden.

c) Sie braucht im schlimmsten Fall 1296 Sekunden, also 21,6 Minuten.

K2 **5** **a)**

$2 \cdot 3 = 6$ Möglichkeiten eine Pizza zusammenzustellen

b) $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ Möglichkeiten eine Pizza zusammenzustellen

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 17

Entdecken

KX
- Individuelle Lösungen möglich, z. B.:

Anzahl geworfener Verschlüsse	absolute Häufigkeit			relative Häufigkeit		
	H (o)	H (u)	H (S)	h (o)	h (u)	h (S)
10	5	4	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$
50	29	13	8	$\frac{29}{50}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{8}{50}$
100	47	40	13	$\frac{47}{100}$	$\frac{40}{100}$	$\frac{13}{100}$
...						

KX
- Man kann mit zunehmender Anzahl der Würfe erkennen, dass sich ein Großteil der Ergebnisse bei o und u sammelt und S eher seltener vorkommt. Die Wahrscheinlichkeit nähert sich jeweils einem festen Wert an. Wenn man die Daten der Klasse zusammenfasst, müsste man zu einem ähnlichen Resultat kommen (unter der Voraussetzung, dass jeweils sehr ähnliche Schraubverschlüsse verwendet wurden).

Nachgefragt

K1
- Die Aussage stimmt nicht, es ist nicht egal, wie häufig das Zufallsexperiment durchgeführt wird, um den Mittelwert der relativen Häufigkeiten als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit zu verwenden. Das Experiment muss oft genug durchgeführt werden, damit sich die relative Häufigkeit stabilisieren kann. Gegenbeispiel: Wenn man eine Reißzwecke nur einmal wirft und diese auf dem Kopf landet, so hätte man als Mittelwert der relativen Häufigkeit für „Kopf“ 1 und als Mittelwert der relativen Häufigkeit für „Seite“ 0. Damit wäre der Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit von „Kopf“ 1 (sicheres Ereignis) und für „Seite“ 0 (unmögliches Ereignis).

K6
- Bei der ersten Lösungsmöglichkeit werden alle tatsächlichen Würfe addiert und anschließend durch die Summe aller Wurf-Durchgänge dividiert. Bei der zweiten Lösungsmöglichkeit liegt das Augenmerk auf den einzelnen Durchgängen. Hierzu werden zuerst die relativen Häufigkeiten je Durchgang ermittelt, anschließend werden diese addiert und durch die Anzahl der Durchgänge dividiert. Die Lösungsmöglichkeiten sind von ihrer Wertigkeit her gleich, sie unterscheiden sich jedoch darin, dass die relativen Häufigkeiten im zweiten Lösungsansatz schon als gekürztes Verhältnis addiert werden.

Aufgaben

K2
1 Individuelle Ergebnisse sind möglich, dabei wird sich der Wert für Kopf 36,4 % annähern. Beeinflusst werden kann das Ergebnis unter anderem von der Beschaffenheit der Reißzwecken.

K1
2 Nelson hat nicht Recht. Die Häufigkeit der Würfe ist mit 10 Würfen zu niedrig, um eine Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, sie ist nicht repräsentativ. Bei der Spielkarte ist bei vielen Würfen von einer Wahrscheinlichkeit von 50 % auszugehen.

Kx **3** **a)**

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S. 34	11,2 %	8,8 %	14,3 %	9,2 %	9,9 %	14,7 %	7,7 %	5,7 %	8,1 %	10,4 %
S. 187	10,5 %	7,4 %	12,2 %	9,9 %	11,0 %	14,2 %	6,9 %	7,4 %	9,5 %	10,9 %
S. 342	11,0 %	7,9 %	13,7 %	11,1 %	9,5 %	13,3 %	7,2 %	5,7 %	9,2 %	11,5 %

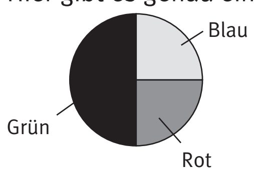
b) Die Ziffern 0, 1, 2, ... 9 kommen insgesamt 8586-mal vor.

Ziffer	Vorkommen	relative Häufigkeit h
0	938	$\frac{938}{8586} \approx 0{,}109 = 10{,}9\,\%$
1	694	$\frac{694}{8586} \approx 0{,}081 = 8{,}1\,\%$
2	1158	$\frac{1158}{8586} \approx 0{,}135 = 13{,}5\,\%$
3	861	$\frac{861}{8586} \approx 0{,}100 = 10{,}0\,\%$
4	870	$\frac{870}{8586} \approx 0{,}101 = 10{,}1\,\%$
5	1208	$\frac{1208}{8586} \approx 0{,}141 = 14{,}1\,\%$
6	626	$\frac{626}{8586} \approx 0{,}073 = 7{,}3\,\%$
7	532	$\frac{532}{8586} \approx 0{,}062 = 6{,}2\,\%$
8	762	$\frac{762}{8586} \approx 0{,}089 = 8{,}9\,\%$
9	937	$\frac{937}{8586} \approx 0{,}109 = 10{,}9\,\%$

K3 **4** 1 Die Kreissektoren für Rot und Blau müssen jeweils gleich groß sein, die restliche Fläche ist grün. Es gibt also unendlich viele Möglichkeiten. Beschränkt man sich bei den Winkeln auf ganzzahlige Maße, so sind es 179 Möglichkeiten (von der unterschiedlichen Reihenfolge der Sektoren abgesehen).

Winkelsumme	Rot	Blau	Grün	Möglichkeit Nr.
360°	1°	1°	358°	1
360°	2°	2°	356°	2
360°	3°	3°	354°	3
360°	4°	4°	352°	4
...	...	...	...	...
360°	179°	179°	2°	**179**

2 Hier gibt es genau eine Möglichkeit:



3 Der Kreissektor für Grün muss doppelt so groß sein wie der für Blau, der Rest entfällt auf Rot. Beschränkt man sich bei den Winkeln auf ganzzahlige Maße, so sind es 90 Möglichkeiten:

Winkelsumme	Blau	Grün	Rot	Möglichkeit Nr.
360°	1°	2°	357°	1
360°	2°	4°	354°	2
360°	3°	6°	351°	3
360°	4°	8°	348°	4
...	...	...	...	...
360°	90°	180°	90°	**90**

Übrigens erfüllt das Glücksrad unter 2 alle Bedingungen 1 bis 3 gleichzeitig.

Kx **5** **a)** 1 ↔ C: Die Flächen aller Würfelergebnisse sind jeweils gleich groß, somit sind die Häufigkeiten der verschiedenen Ergebnisse gleich verteilt.

2 ↔ A: Die Fläche der Würfelaugen „Vier" und „Drei" sind hier am kleinsten und treten somit mit einer geringeren Häufigkeit auf.

3 ↔ B: Die Fläche der Würfelaugen „Eins" und „Sechs" sind hier am kleinsten, und treten somit mit einer geringeren Häufigkeit auf.

b) Coras Behauptung ist falsch, da jede Seite zwar gleichwahrscheinlich ist, aber die relative Häufigkeit lediglich eine Annäherung an die Wahrscheinlichkeit ist. Sie wird immer exakter, je öfter man würfelt. Somit lässt sich begründen, dass der Würfel 1 unter Berücksichtigung kleinerer Abweichungen zum Diagramm C gehört.

c) Die Säulen im Diagramm würden ungefähr gleich hoch sein und sich noch geringer voneinander unterscheiden.

d) Individuelle Lösungen möglich, z. B.:

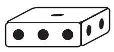
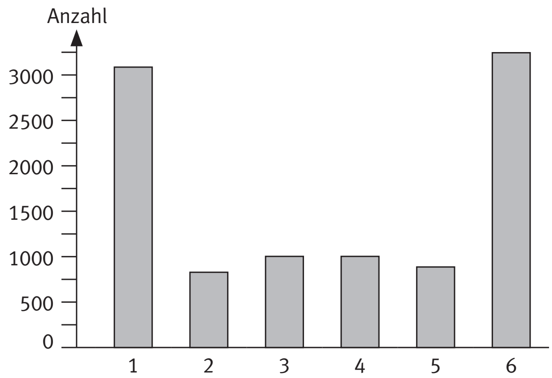
Würfel: 

Diagramm:



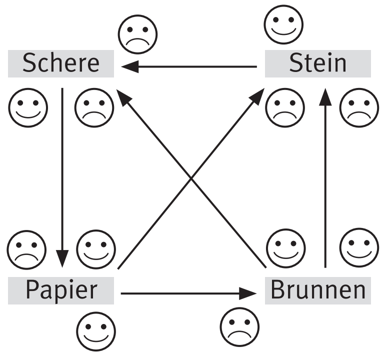
K2 **6** **a)** Die Gewinnchancen sind ausgeglichen.

Kombination	Gewinner	Verlierer
Schere und Papier	Schere	Papier
Schere und Stein	Stein	Schere
Papier und Stein	Papier	Stein

b) Mögliche Antwort: Die Behauptung stimmt; am sichersten gewinnt man, wenn man Papier oder Brunnen wählt und nicht Stein oder Schere.

Kombination	Gewinner	Verlierer
Schere und Papier	Schere	Papier
Schere und Stein	Stein	Schere
Papier und Stein	Papier	Stein
Brunnen und Papier	Papier	Brunnen
Schere und Brunnen	Brunnen	Schere
Brunnen und Stein	Brunnen	Stein

c) Die Skizze ist hilfreich, da man anhand der Smileys leicht erkennt, wie viele Möglichkeiten zu gewinnen oder zu verlieren jedes Zeichen hat. Damit lässt sich dann auch die Verteilung der Wahrscheinlichkeiten ermitteln.



d) Für faire Regeln müsste jedes Zeichen zwei andere Zeichen besiegen und von zwei Zeichen besiegt werden. Dies ist mit vier Zeichen allerdings nicht möglich. Um das Problem zu beheben, könnte man z. B. ein Unentschieden einführen, wenn Papier und Stein bzw. Brunnen und Schere aufeinander treffen.

K 4

Alltag

Münzeinwurf simulieren

Auch bei dieser Aufgabe soll der Umgang mit Excel geübt werden. Die Schüler erstellen das Tabellenblatt wie im Schulbuch beschrieben.

- Um die Wurfnummern fortzusetzen, empfiehlt es sich, den ersten Wurf in A9 mit 1 zu nummerieren und die Folgenummern über den Befehl „=SUMME(A9;1)“ zu erzeugen.
- In B9 wird durch den Befehl „=ZUFALLSZAHL()“ eine Zufallszahl generiert.
- In C9 wird über den Bedingungsbefehl „=WENN(B9<0,5;1;0)“ festgestellt, ob (in der Simulation) Kopf gewürfelt wurde oder nicht; ebenso wird in D9 über „=WENN(B9<0,5;0;1)“ festgestellt, ob Zahl gewürfelt wurde oder nicht.
- In C6 und in D6 werden über die Befehle „=SUMME(C9:C5008)“ bzw. „=SUMME(D9:D5008)“ alle Vorkommen von „Kopf“ bzw. von „Zahl“ addiert, und zwar im angegebenen Bereich, hier also bis zum 5000. Wurf.

Nimmt man in Zelle B3 anstelle von 0,5 einen anderen Wahrscheinlichkeitswert an, so lautet der Bedingungsbefehl für C9 bzw. D9: „=WENN(B9<B3;1;0)“ bzw. „=WENN(B9<B3;0;1)“.

Die Schüler erstellen das Tabellenblatt „Münzwurf – relative Häufigkeit für Kopf“ wie beschrieben unter Verwendung der Tabelle aus den vorherigen Aufgaben, d. h. mit Wurf-Nr., Zufallszahl und Kopf.

- Die absolute Häufigkeit von „Kopf“ erfolgt in Spalte D über den Befehl „=C4“ in D4 bzw. „=D4+C5“ in D5 und dann über Kopieren des Befehls in D5 in die Folgezellen von D5 in Spalte D.
- Die relative Häufigkeit von „Kopf“ erfolgt in Spalte E über den Befehl „=D4/A4“ in E4 und dann über Kopieren des Befehls in E4 in die Folgezellen in Spalte E.

Mit Ansteigen der Anzahl der Würfe nähert sich die relative Häufigkeit für „Kopf“ (bzw. dann auch „Zahl“) immer mehr dem Wert 0,5 an.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 17

Entdecken

KX
- Die relative Häufigkeit für rot bzw. blau sollte jeweils $\frac{1}{4}$ betragen. Begründung: Es gibt vier gleich große Flächen mit jeweils anderer Farbe. Daher hat jede Farbe bzw. Fläche die gleiche Wahrscheinlichkeit.

KX
- Nach häufigem Würfeln sollte eine annähernde relative Häufigkeit von $\frac{1}{4}$ beobachtbar sein. 100 Würfe sind allerdings noch keine ausreichend große Anzahl, um eine feste Aussage treffen zu können. Es kann bei diesem Umfang daher auch zu Abweichungen vom erwarteten Wert kommen.

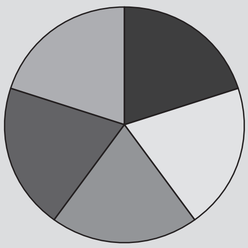
KX
- Für einen Spielwürfel sollte die Wahrscheinlichkeit für jede Zahl $\frac{1}{6}$ betragen.

Nachgefragt

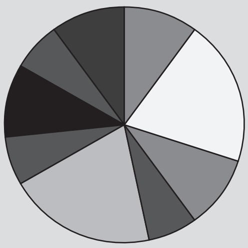
K1
- Die Aussage ist richtig, da beide Ergebnisse, Wappen oder Zahl, gleich wahrscheinlich sind. Die Aussage kann überprüft werden, indem mithilfe des Gesetzes der großen Zahlen die relative Häufigkeit der Ergebnisse stabilisiert wird. Eine andere Möglichkeit ist, mithilfe der (annähernden) Symmetrie der Münze zu argumentieren: Weil die Münze symmetrisch ist und der Schwerpunkt der Münze mit deren Mittelpunkt zusammenfällt, ist eine Münze ein Laplace-Zufallsgerät.

K6
- Sind bei einem Glücksrad n mögliche Ergebnisse vorgesehen, so müssen es n gleich große Kreissektoren sein. Alternativ können es auch mehrere Kreissektoren sein, die zum selben Ergebnis gehören. Die Summe der Kreissektoren, die zu einem Ergebnis gehören, muss aber $\frac{1}{n}$ der Gesamtfläche entsprechen. Beispiel für n = 5:

5 Sektoren:



9 Sektoren:



Aufgaben

K3
1 **a)** $\frac{1}{8}$ **b)** $\frac{1}{12}$ **c)** $\frac{1}{20}$

K1
2 **a)** Hier lässt sich die Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da es zwei mögliche Ergebnisse gibt, die gleich wahrscheinlich sind.

b) Hier lässt sich die Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da es 49 – 6 = 43 Ergebnisse gibt, die alle gleich wahrscheinlich sind.

c) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da die beiden Ergebnisse (Aufkommen auf der Halbkugel bzw. Aufkommen auf der Kreisfläche) nicht gleich wahrscheinlich sind.

d) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben (vgl. **c)**).

e) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da die beiden Ergebnisse (Niete oder Gewinn) nicht gleich wahrscheinlich sind, sondern von der Verteilung der Nieten bzw. Gewinnlose abhängen: Wenn im Lostopf beispielsweise 90 Nieten und 10 Gewinnlose sind, dann beträgt beim ersten Ziehen die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn 10 %, die für eine Niete dagegen 90 %. Ausnahme: Lostrommel, die ausschließlich nummerierte Gewinnlose enthält. Dann wird jeder Gewinn mit derselben Wahrscheinlichkeit gezogen.

f) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da die Wahrscheinlichkeit, das richtige Ergebnis getippt zu haben und die Wahrscheinlichkeit, falsch getippt zu haben, nicht gleich sind.

K5 **3** Im Becher sind insgesamt 15 Kugeln.

a) $\frac{5}{15} = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\,\%$ **b)** $\frac{7}{15} \approx 46{,}7\,\%$ **c)** $\frac{10}{15} = \frac{2}{3} \approx 66{,}7\,\%$

d) $\frac{15}{15} = 1 = 100\,\%$ (sicheres Ergebnis) **e)** $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 80\,\%$ **f)** $\frac{0}{15} = 0 = 0\,\%$ (unmögliches Ergebnis)

K5 **4** **a)** $A = \{4\}$ $P(A) = \frac{1}{6} \approx 16{,}7\,\%$ **b)** $B = \{3; 4; 5; 6\}$ $P(B) = \frac{4}{6} \approx 66{,}7\,\%$

c) $C = \{2; 3; 5\}$ $P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\,\%$ **d)** $D = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ $P(D) = \frac{5}{6} \approx 83{,}3\,\%$

e) $E = \{6\}$ $P(E) = \frac{1}{6} \approx 16{,}7\,\%$ **f)** $F = \{3; 6\}$ $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\,\%$

K3 **5**

	blaue Kugeln	gelbe Kugeln
a)	12	12
b)	8	16
c)	15	9
d)	4	20

K1 **6** **a)** Lösungsmöglichkeit: 1 violette Kugel; 2 rote Kugeln:
Jede dritte Kugel ist eine violette, also muss die Gesamtzahl an Kugeln ein Vielfaches von 3 sein.
Es gibt also unendlich viele Möglichkeiten von Kugelkonstellationen.

b) Lösungsmöglichkeit: 7 violette Kugeln; 1 rote Kugel:
7 von 8 Kugeln sind violett, also muss die Gesamtzahl an Kugeln ein Vielfaches von 8 sein.
Es gibt also unendlich viele Möglichkeiten von Kugelkonstellationen.

c) Lösungsmöglichkeit: 3 violette Kugeln; 4 rote Kugeln:
3 von 7 Kugeln sind violett, also muss die Gesamtzahl an Kugeln ein Vielfaches von 7 sein.
Es gibt also unendlich viele Möglichkeiten von Kugelkonstellationen.

d) Lösungsmöglichkeit: 2 violette Kugeln; 3 rote Kugeln:
2 von 5 Kugeln sind violett, also muss die Gesamtzahl an Kugeln ein Vielfaches von 5 sein.
Es gibt also unendlich viele Möglichkeiten von Kugelkonstellationen.

e) Lösungsmöglichkeit: Dieses Ergebnis ist unter der Voraussetzung, dass sich rote und violette Kugeln im Becher befinden, nicht möglich. Sieht man davon ab, dann sind in dem Becher beliebig viele rote Kugeln, aber keine violette.

Entdecken

KX ■ Es gibt $6 \cdot 6 = 36$ Möglichkeiten

KX ■ Das Baumdiagramm zeigt die Wahrscheinlichkeiten bei 2 Würfen eine 6 oder keine 6 im jeweiligen Wurf zu würfeln, dabei ist die Wahrscheinlichkeit eine 6 zu würfeln $\frac{1}{6}$ und keine 6 zu würfeln $\frac{5}{6}$.

KX ■ Das Baumdiagramm eignet sich nicht, da nur zwischen „6“ und „keine 6“ unterschieden wird und nicht zwischen den einzelnen Zahlen die gewürfelt werden können.

KX ■ Die Wahrscheinlichkeit zweimal hintereinander eine 6 zu Würfeln ist $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$. Die Wahrscheinlichkeit erst keine 6 und dann eine 6 zu würfeln ist $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$. Das Baumdiagramm ist hilfreich, da man einfach die Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades multiplizieren muss, um die Wahrscheinlichkeit für das Endergebnis zu erhalten.

Nachgefragt

K6 ■ Beim Ziehen ohne Zurücklegen verändern sich die Wahrscheinlichkeiten für die beiden Farben. Im Extremfall: Enthält der Beutel unter vielen weißen Kugeln nur eine schwarze, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine schwarze Kugel gezogen wird, beim Ziehen ohne Zurücklegen gleich null, sobald diese ein einziges Mal gezogen wurde.
Beim Ziehen mit Zurücklegen bleiben die Wahrscheinlichkeiten immer gleich.

Kx ■ Es lohnt sich nicht ein vollständiges Baumdiagramm zu zeichnen, da alle Pfade außer dem einen, bei dem jedes Mal die 1 geworfen wird, unwichtig sind. Also genügt es, nur diesen Pfad zu zeichnen oder nur ein einstufiges Baumdiagramm, da dieses sich in jeder Stufe immer wieder nur wiederholt.

Aufgaben

Kx **1** **a)** $P(\text{dreimal Z}) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ **b)** $P(\text{ZKZ}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ **c)** $P(\text{KKZ}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Da jede Seite die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ hat, kommt bei einem 3-maligen Wurf auch unter Berücksichtigung der Reihenfolge der Ergebnisse für jedes Ergebnis $\frac{1}{8}$ raus. Es kann zwar 8 verschiedene Ergebnisse geben, jedes Ergebnis hat aber die gleiche Wahrscheinlichkeit.

K5 **2** **a)** ① $P(\text{beide treffen}) = 0{,}9 \cdot 0{,}7 = 0{,}63 = 63\,\%$

② $P(\text{keiner trifft}) = 0{,}1 \cdot 0{,}3 = 0{,}03 = 3\,\%$

③ $P(\text{Jannis trifft, Carlo nicht}) = 0{,}9 \cdot 0{,}3 = 0{,}27 = 27\,\%$

b) Die Werte für die Wahrscheinlichkeiten verändern sich nicht. Die Reihenfolge der Faktoren innerhalb des Produkts ändert sich zwar, dies macht jedoch aufgrund des Kommutativgesetzes für den Produktwert keinen Unterschied.

K5 **3** **a)** $P(\text{Sechserkniffel beim ersten Versuch}) = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{7776}$

b) $P(\text{Kniffel beim ersten Versuch}) = \left(\frac{1}{6}\right)^6 = \frac{1}{46656}$

c) Die Wahrscheinlichkeit für einen Kniffel mit Sechsen mit n Würfeln beim ersten Versuch lässt sich durch $P(\text{Kniffel beim ersten Versuch}) = \left(\frac{1}{6}\right)^n = \frac{1}{6^n}$ beschreiben. Entsprechend erhält man für $n = 10$ und $n = 15$ folgende Ergebnisse:

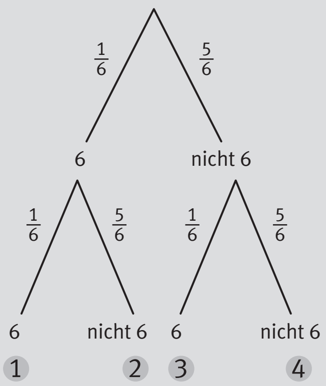
$n = 10$: $P(\text{Kniffel beim ersten Versuch}) = \left(\frac{1}{6}\right)^{10} = \frac{1}{60466176} \approx 1{,}7 \cdot 10^{-8}$

$n = 15$: $P(\text{Kniffel beim ersten Versuch}) = \left(\frac{1}{6}\right)^{15} \approx 2{,}1 \cdot 10^{-12}$

1.6 Zweite Pfadregel

Entdecken

KX



KX ■ Zum Ereignis E: „Es wird mindestens einmal eine 6 geworfen“ gehören die Ergebnisse 1, 2 und 3.

KX ■ $P(1) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ $\qquad P(2) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{36}$

$P(3) = \left(\frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{36}$ $\qquad P(E) = \frac{1}{36} + 2 \cdot \frac{5}{36} = \frac{11}{36}$

KX ■ Zunächst berechnet man über die erste Pfadregel die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Ergebnisse. Anschließend addiert man alle Wahrscheinlichkeiten, die zum Ereignis E gehören.

Nachgefragt

K6 ■ 2-mal Wappen und 2-mal Zahl kann man auf unterschiedliche Arten anordnen: WWZZ, WZZW, ZZWW, WZWZ, ZWZW. Für 4-mal Zahl gibt es nur eine Anordnung: ZZZZ. Deshalb ist es wahrscheinlicher, zweimal Wappen und zweimal Zahl zu werfen, als viermal Zahl.

KX ■ Für ein Pasch gibt es 6 Möglichkeiten: (6,6), (5,5), (4,4), (3,3), (2,2), (1,1). Für die Augensumme 6 jedoch nur 5 Möglichkeiten: (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3). Deshalb ist es wahrscheinlicher, ein Pasch zu würfeln, als die Augensumme 6.

Aufgaben

K3 **1** **a)** $P(\text{zwei Mädchen}) = 0{,}487^2 = 0{,}237169 \approx 23{,}7\,\%$

$P(\text{zwei Jungen}) = 0{,}513^2 = 0{,}263169 \approx 26{,}3\,\%$

b) $P(\text{zwei Mädchen und ein Junge}) = P(MMJ) + P(MJM) + P(JMM) = 3 \cdot 0{,}487^2 \cdot 0{,}513 \approx 36{,}5\,\%$

K3 **2** **a)** $2^{12} = 4096$

b) 1 $P_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} = 0{,}03125 = 3{,}125\,\%$

2 $P_2 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{32} = 0{,}15625 = 15{,}625\,\%$

3 $P_3 = P_2 + P(\text{alle 5 richtig}) = \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{6}{32} = 0{,}1875 = 18{,}75\,\%$

4 $P_4 = 1 - P_3 = 1 - 0{,}1875 = 0{,}8125 = 81{,}25\,\%$

K3 **3** **a)** individuelle Schätzungen

b) $P(1.\,\text{Versuch}) = \left(\frac{1}{10}\right)^4 = \frac{1}{10\,000} = 0{,}01\,\%$

c) $P(2.\,\text{Versuch}) = \frac{9999}{10\,000} \cdot \frac{1}{9999} = 0{,}01\,\%$

$P(3.\,\text{Versuch}) = \frac{9999}{10\,000} \cdot \frac{9998}{9999} \cdot \frac{1}{9998} = 0{,}01\,\%$

d) $P(1.\,\text{Versuch}) + P(2.\,\text{Versuch}) + P(3.\,\text{Versuch}) = 0{,}03\,\%$

K2 **4** Mögliche Ziffern: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9: Endziffern können auch mehrfach auftreten. Pro Endziffer tritt also eine Laplace-Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{10}$ auf.

1 EZ: $\frac{1}{10} = 10\,\%$

2 EZ: $\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100} = 1\,\%$

3 EZ: $\left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1000} = 0{,}1\,\%$

4 EZ: $\left(\frac{1}{10}\right)^4 = \frac{1}{10\,000} = 0{,}01\,\%$

5 EZ: $\left(\frac{1}{10}\right)^5 = \frac{1}{100\,000} = 0{,}001\,\%$

6 EZ: $\left(\frac{1}{10}\right)^6 = \frac{1}{1\,000\,000} = 0{,}0001\,\%$

7 EZ: $\left(\frac{1}{10}\right)^7 = \frac{1}{10\,000\,000} = 0{,}00001\,\%$

K1 **1** **a)** kein Zufallsexperiment, da keine sich voneinander unterscheidenden Ergebnisse

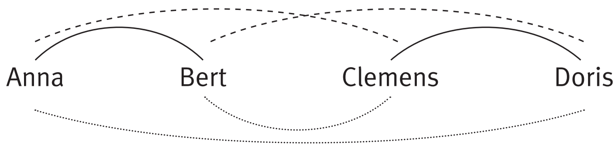
b) Zufallsexperiment, mit Ergebnisraum, der die Schüler der Klasse beinhaltet. Das Auslosen stellt ein zufälliges Ziehen eines Namens dar.

a) kein Zufallsexperiment, da die Werte beim Weitsprung nicht zufällig ermittelt werden, sondern durch Fähigkeiten, Kraft, Technik, … bestimmt werden

b) Zufallsexperiment, wenn Familie Schlau zufällig in einen der angebotenen Filme geht.

K1 **2** Ω = {1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 2,1; …; 6,5; 6,6}
sicheres Ereignis:
E = {mind. 1 Würfel zeigt eine Augenzahl, die größer oder gleich 1 ist}
unmögliches Ereignis:
E = {1, 0}

Ω = {Anna/Bert, Clemens/Doris; Anna/Clemens, Bert/Doris; Anna/Doris, Bert/Clemens}



sicheres Ereignis:
E = {Anna sitzt mit einem Mädchen oder Jungen zusammen im Boot}
unmögliches Ereignis:
E = {Anna sitzt alleine im Boot}

K3 **3** **a)**

Zahl	1	2	3	4	5	6
rel. Häuf. h	0,1276	0,1448	0,1676	0,1228	0,1984	0,2388
in %	12,76	14,48	16,76	12,28	19,84	23,88

b) In ca. 24 % aller Fälle wird mit diesem Würfel eine 6 geworfen.

c) Luca könnte noch mehr Durchgänge durchführen und die Häufigkeiten ermitteln.

a) Der Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit in Prozent: P ≈ 24 %

b) P (5 oder 6 würfeln) = 0,1984 + 0,2388 = 0,4372
P (1 oder 4 würfeln) = 0,1276 + 0,1228 = 0,2504
Die Aussage kann nach Lucas' Werten nicht bestätigt werden.

K3 **4** **a)** P (blau) = $\frac{1}{8}$ = 12,5 % [Oktaeder]
P (blau) = $\frac{1}{12}$ = $8,\overline{3}$ % [Dodekaeder]
P (blau) = $\frac{1}{20}$ = 5 % [Ikosaeder]

b) Alle möglichen Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich, d. h. bei n möglichen Ergebnissen beträgt die Wahrscheinlichkeit für ein einzelnes Ergebnis $\frac{1}{n}$.

a) 2 Würfelseiten beim Oktaeder
3 Würfelseiten beim Dodekaeder
5 Würfelseiten beim Ikosaeder

b) Alle genutzten Farben müssen gleich oft auf die Spielwürfelseiten gefärbt sein, sodass jede Farbe die gleiche Wahrscheinlichkeit hat erwürfelt zu werden.

K3 **5** P (blau) = $\frac{1}{8} = \frac{4}{32}$
Es gibt 4 blaue Kugeln in dem Becher.

P (blau) = $\frac{3}{8}$, z. B.: 3 blaue und 5 rote Kugeln, 6 blaue und 10 rote Kugeln, 12 blaue und 20 rote Kugeln, …

K3 **6** **a)** z. B. unmögliches Ergebnis: E = {3}

b) einzelne Würfe:
Ω = {0,0; 0,1; 0,2; 0,6; 1,0; 1,1; 1,2; 1,6; 2,0; 2,1; 2,2; 2,6; 6,0; 6,1; 6,2; 6,6}
multiplizierte Augenzahlen:
Ω = {0; 1; 2; 6; 4; 12; 36}

c) Kein Laplace-Experiment, da nicht alle Augenzahlen gleich auf dem Würfel verteilt sind und somit nicht jedes Ergebnis gleich wahrscheinlich ist

d) z. B.

	2	
6	0	0
	1	
	0	

a) einzelne Würfe:
Ω = {0,0; 0,1; 0,2; 0,6; 1,0; 1,1; 1,2; 1,6; 2,0; 2,1; 2,2; 2,6; 6,0; 6,1; 6,2; 6,6}
multiplizierte Augenzahlen:
Ω = {0; 1; 2; 6; 4; 12; 36}

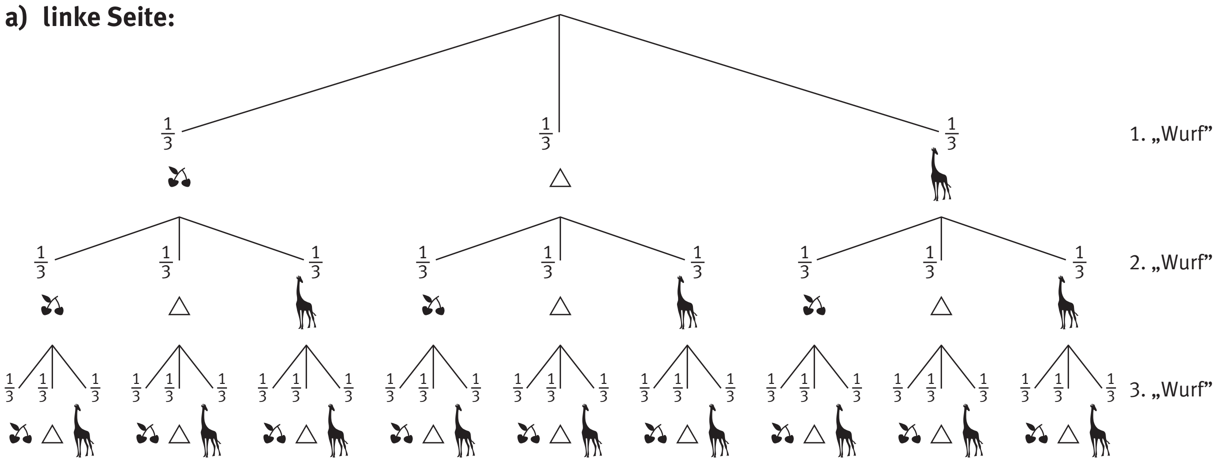
b) z. B.

	1	
3	0	4
	1	
	0	

c) möglichst oft die 4, z. B.

	4	
4	3	4
	1	
	0	

K4 **7 a) linke Seite:**



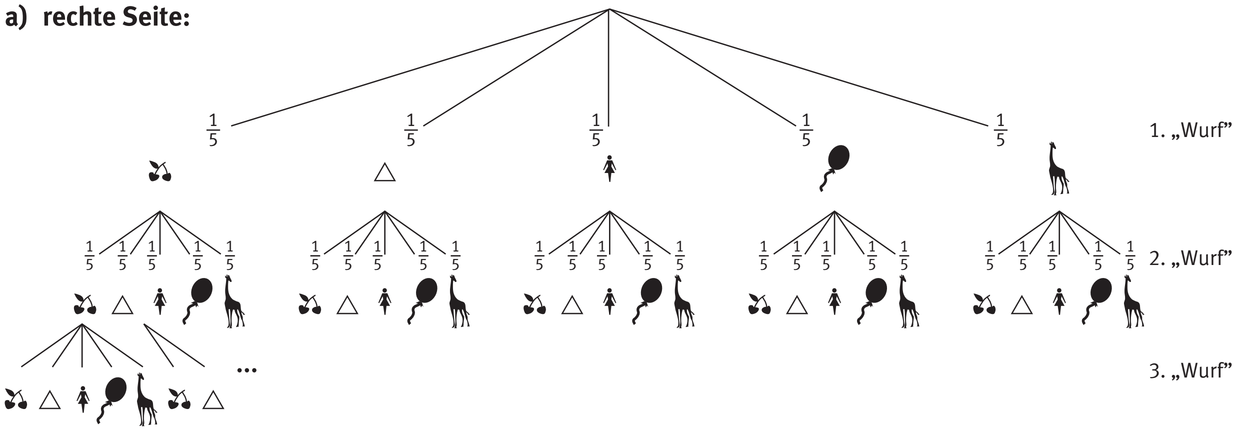
Es sind 3 · 3 · 3 = 27 mögliche Kombinationen.

b) P(🍒🍒🍒; △△△; 🦒🦒🦒)

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$

$= \frac{1}{9} = 11{,}\overline{1}\,\%$

a) rechte Seite:



Es gibt 5 · 5 · 5 = 125 Möglichkeiten.

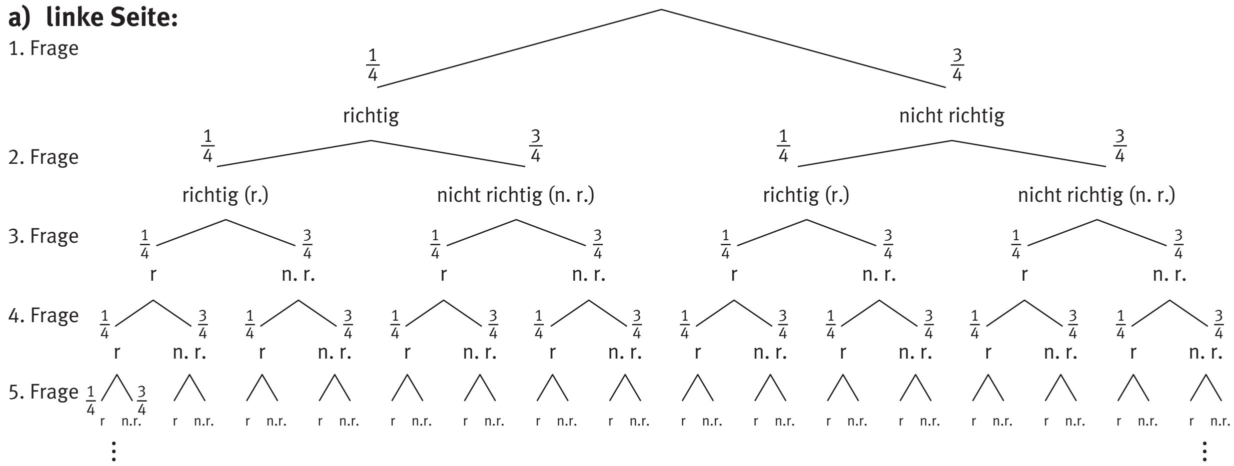
b) P(🍒🍒🍒; △△△; 🚺🚺🚺; 🎈🎈🎈; 🦒🦒🦒)

$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}$

$+ \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3$

$= \frac{1}{25} = 4\,\%$

K4 **8** **a) linke Seite:**



Insgesamt gibt es $4^6 = 4096$ mögliche Antwortkombinationen. Um Wahrscheinlichkeiten für richtige und falsche Antworten zu berechnen, lässt sich das Baumdiagramm wie oben dargestellt vereinfachen.

b) P (alle 6 Fragen richtig)
$= \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{1}{4096} \approx 0{,}024\,\%$

c) P (genau eine Frage richtig)
$= 6 \cdot \left(\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5\right) = \frac{729}{2048} \approx 35{,}6\,\%$

d) P (erste und letzte richtig)
$= \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{4096} \approx 1{,}98\,\%$

a) P (2, 4, 6 richtig)
$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{4096} \approx 0{,}6592\,\%$

b) P (maximal eine falsch)
$= \left(\frac{1}{4}\right)^6 + \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{1024} \approx 0{,}09766\,\%$

c) P (alle Fragen richtig)
$= \left(\frac{1}{4}\right)^n \le \frac{1}{100} = 1\,\% \;\Rightarrow\; \frac{1}{4^n} \le \frac{1}{100} \;\Rightarrow\; 4^n \ge 100$
$\Rightarrow\; n \ge 4$
Bei mindestens vier Fragen liegt die Wahrscheinlichkeit, alle Fragen richtig zu beantworten, unter 1 %.
Bei drei oder weniger ist die Wahrscheinlichkeit größer als 1 %.

K1 **1** **a)** Es handelt sich um ein Zufallsexperiment, da die Durchführung nach genauen Regeln erfolgt und das Experiment beliebig wiederholbar ist. Es sind mindestens zwei verschiedene Ergebnisse möglich (hier: sechs) und das Ergebnis ist nicht vorhersehbar.

a) Für jede Ziffer ist eine gleich große Wahrscheinlichkeit zu erwarten, also $\frac{1}{6} \approx 16{,}7\,\%$.

b) Michas Meinung ist gerechtfertigt: Die Voraussetzung für ein Laplace-Glücksrad ist, dass alle möglichen Ereignisse gleich wahrscheinlich sind. Die Überprüfung liefert etwa die gleichen relativen Häufigkeiten für alle Zahlen, wobei die Anzahl der Durchführungen nicht ausreichend ist. Die Geometrie des Glücksrads spricht ebenfalls für ein Laplace-Glücksrad.

K1 **2** **a)** $\frac{3}{6} = 50\,\%$ **b)** $\frac{2}{6} = 33{,}\overline{3}\,\%$ **c)** $\frac{3}{6} = 50\,\%$

K3 **3** **a)** 27 Jungen; 27 Mädchen **b)** 7 Jungen; 47 Mädchen
c) 36 Jungen; 18 Mädchen **d)** 24 Jungen; 30 Mädchen

Kx **4** **a)** $P(A) = \frac{(A)}{(X)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b) $P(B) = \frac{(B)}{(X)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

c) $P(C) = \frac{(C)}{(X)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

K5 **5** **a)** $P = 25\,\%$ **b)** $P = \frac{4}{7} \approx 57{,}1\,\%$ **c)** $P = 40\,\%$

K3 **6** Mögliche Ergebnisse: {1; 2; 3; 4; 5; …; 45; 46; 47; 48; 49}
Wahrscheinlichkeit für jede Zahl $\frac{1}{49}$

A: „Die Zahl ist gerade.“	A = {2; 4; 6; …; 44; 46; 48}	$P(A) = \frac{24}{49} \approx 49{,}0\,\%$
B: „Die Zahl ist eine Quadratzahl.“	B = {1; 4; 9; 16; 25; 36; 49}	$P(B) = \frac{7}{49} \approx 14{,}3\,\%$
C: „Die Zahl hat zwei gleiche Ziffern.“	C = {11; 22; 33; 44}	$P(C) = \frac{4}{49} \approx 8{,}2\,\%$

K6 **7** **a)** Die Niederschlagswahrscheinlichkeit beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem Punkt im Vorhersagegebiet ein Niederschlagsereignis gibt. Beispiel:
Eine Niederschlagswahrscheinlichkeit von 70 % bedeutet, dass es an 70 % der Tage, an denen die gleiche Wetterlage herrscht, regnet. Nähere Informationen hierzu finden sich z. B. unter:
http://de.wikipedia.org/wiki/Niederschlagswahrscheinlichkeit

b) Alexander hat die Angabe nicht richtig verstanden, denn er hat das Gegenereignis falsch interpretiert: Das Gegenereignis von „Regen“ ist „nicht Regen“, aber nicht unbedingt „Sonnenschein“.
Es kann also auch bewölkt oder neblig (ohne Regen) sein.

K4 **8** **a)**

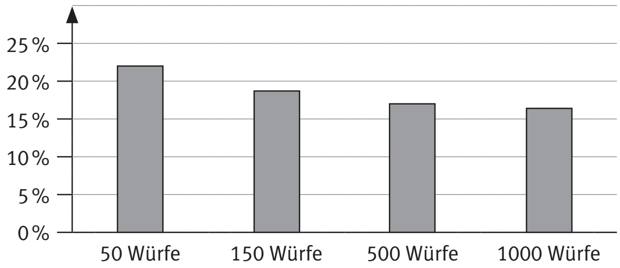
Augenzahl	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit bei 1000 Würfen	202	168	164	170	164	132
relative Häufigkeit bei 1000 Würfen	20,2 %	16,8 %	16,4 %	17,0 %	16,4 %	13,2 %

Jenny hat mit ihrer Vermutung, dass der Würfel nicht in Ordnung ist, ziemlich sicher Recht: Nach dem Gesetz der großen Zahlen sollten sich die Wahrscheinlichkeiten für alle sechs Augenzahlen bei rund $\frac{1}{6}$ stabilisieren. Für die Augenzahlen 2, 3, 4 und 5 ist dies gegeben, nicht jedoch für die Augenzahlen 1 und 6, deren Wahrscheinlichkeit davon stark abweicht. Die Augenzahl 1 wird auffällig oft gewürfelt.

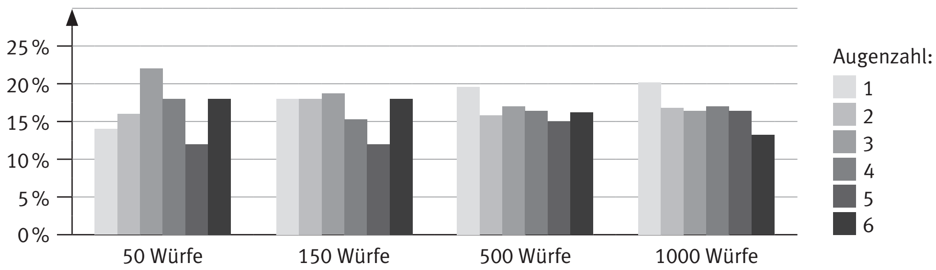
b)

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
50 Würfe	14,0 %	16,0 %	22,0 %	18,0 %	12,0 %	18,0 %
150 Würfe	18,0 %	18,0 %	18,7 %	15,3 %	12,0 %	18,0 %
500 Würfe	19,6 %	15,8 %	17,0 %	16,4 %	15,0 %	16,2 %
1000 Würfe	20,2 %	16,8 %	16,4 %	17,0 %	16,4 %	13,2 %

Entwicklung der relativen Häufigkeiten für die Augenzahl 3



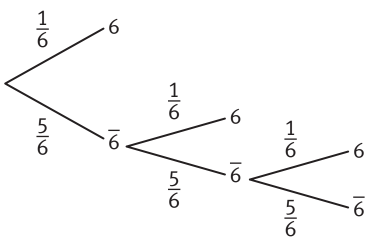
Entwicklung der relativen Häufigkeiten für die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6



K1 **9** Es wird angenommen, dass das Ergebnis, an einem bestimmten der 365 Tage des Jahres Geburtstag zu haben, gleich wahrscheinlich ist.

a) $\frac{1}{365} = 0{,}27\,\%$ **b)** $\frac{31}{365} = 8{,}49\,\%$ **c)** $\frac{1}{4} = 25\,\%$ **d)** $\frac{52}{365} = 14{,}25\,\%$

K3 **10** **a)**



$\frac{1}{6}$

$\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{216}$

$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$

b) P (man darf starten) $= 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$

c) P (Timo schlägt einen anderen Stein) = P (Timo würfelt 3 oder 5) $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

K1 **11** **a)** Es handelt sich um ein Laplace-Experiment, weil er die erhaltenen Zahlen nacheinander aufschreibt, und dadurch alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich eintreten.

b) 1 P (E) = P (gerade Zahl) $= \frac{1}{2}$

2 P (E) = P (durch vier teilbare Zahl) $= \frac{1}{4}$

3 P (E) = P (Quersumme 8) = P (6-mal 1 und 1-mal 2) $= \frac{7}{6^7} = \frac{7}{279\,936} \approx 0{,}000025$

4 P (E) = P (Zahl größer als 6 000 000) $= \frac{1}{6}$

K3 **12** **a)** P (es ist das ganze Wochenende sonnig) $= 0{,}7^2 = 0{,}49 = 49\,\%$

b) P (es scheint an mindestens einem Tag die Sonne) = 1 – P (es regnet das ganze Wochenende)
$= 0{,}3 \cdot \frac{2}{3} = 0{,}2 = 20\,\%$

c) P (am Wochenende regnet es und am Montag scheint die Sonne) $= 0{,}3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{30} = 0{,}0\overline{6} \approx 6{,}7\,\%$

d) P (Regen bis zum nächsten Freitag) $= 0{,}3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{32}{1215} \approx 2{,}6\,\%$

K3 **13** **a)** Nein, Tarek irrt sich. Denn in den Behältern liegen nicht gleich viele Kugeln.

b) 1 $P(A) = \frac{1}{4}$ $\quad P(B) = \frac{1}{2}$ $\quad P(C) = \frac{3}{4}$

2 $P(A) = \frac{1}{5}$ $\quad P(B) = \frac{2}{5}$ $\quad P(C) = \frac{4}{5}$

3 $P(A) = \frac{1}{3}$ $\quad P(B) = \frac{1}{2}$ $\quad P(C) = \frac{5}{6}$

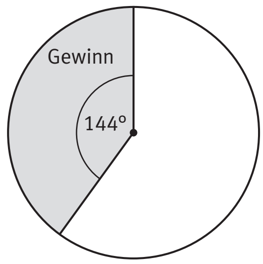
Kx **14** Am nächsten an 30 % ist das zweite Glücksrad, wo rot mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3} \approx 0{,}33 = 33\,\%$ gezeigt wird.

Kx **15** **a)** $P(134) = 2 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{6}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6}\right) + 2 \cdot \left(\frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{28}$

b) $P(222) = \left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{56}$

Kx **16** Es sind individuelle Lösungen möglich.

K3 **17** Zeichne zunächst einen Kreis mit beliebigem Radius. 40 % der Kreisfläche müssen in Form eines Kreissektors schraffiert werden, was einem Mittelpunktswinkel von $40 \cdot 3{,}6° = 144°$ entspricht. Man kann das Glücksrad natürlich auch in mehr als zwei Sektoren unterteilen. Dann ist lediglich darauf zu achten, dass bei den Sektoren, die zu einem Gewinn führen, die Summe der Mittelpunktswinkel 144° beträgt.



K6 **18** Erfasste Bewohner: 46 von 180, also gut 25 %

Mädchen: $\frac{14}{46} \approx 0{,}30 = 30\,\%$ $\quad 180 \cdot 0{,}3 = 54$ $\quad$ Jungen: $\frac{16}{46} \approx 0{,}35 = 35\,\%$ $\quad 180 \cdot 0{,}35 = 63$

Frauen: $\frac{7}{46} \approx 0{,}15 = 15\,\%$ $\quad 180 \cdot 0{,}15 = 27$ $\quad$ Männer: $\frac{9}{46} \approx 0{,}2 = 20\,\%$ $\quad 180 \cdot 0{,}2 = 36$

Je nachdem, wo und zu welchem Zeitpunkt die Erhebung durchgeführt wird, kann es vorkommen, dass überproportional viele Menschen einer Kategorie erfasst werden. Bsp.: Die Erhebung wird am Freitagabend in unmittelbarer Nähe des Jugendtreffs durchgeführt.

K5 **19** **a)** $\frac{1}{50} = 2\,\%$ $\quad$ **b)** $\frac{1}{2} = 50\,\%$ $\quad$ **c)** $\frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 30\,\%$

d) $\frac{7}{50} = 14\,\%$ $\quad$ **e)** $\frac{5}{50} = \frac{1}{10} = 10\,\%$ $\quad$ **f)** $\frac{0}{50} = 0\,\%$ (unmögliches Ereignis)

K3 **20** **a)** $P = \frac{1}{10} = 0{,}1$ $\quad$ **b)** $P = \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 0{,}001$ $\quad$ **c)** $P = \frac{1}{10 \cdot 10} = 0{,}01$

K6 **21** **Sebastian:** Bisher wurde die 6 am häufigsten geworfen, woraus Sebastian ableitet, dass die Wahrscheinlichkeit für eine 6 wohl höher sein müsse als die für die anderen Zahlen. Er folgert, dass auch im nächsten Wurf die 6 mit einer höheren Wahrscheinlichkeit kommt als eine der anderen fünf Zahlen. Allerdings war die Zahl der Versuche bei weitem nicht so groß, dass man nach dem Gesetz der großen Zahlen schon eine Wahrscheinlichkeit ableiten kann. Die Argumentation ist also falsch.

Marie: Sie geht wohl davon aus, dass auch bei wenigen Würfen jeweils alle Zahlen gleich häufig auftreten und deshalb die 1 (da sie noch nicht fiel) als nächstes gewürfelt werden wird. Auch diese Argumentation ist falsch, denn eine ungefähre Gleichheit der relativen Häufigkeiten stellt sich nach dem Gesetz der großen Zahlen nur auf lange Sicht ein. Zudem hat ein Würfel kein Gedächtnis, er kann sich also nicht daran erinnern, welche der Zahlen bisher am häufigsten oder am seltensten gewürfelt worden war.
Insgesamt lässt sich sagen, dass nicht vorherzusehen ist, welche Zahl als nächste auftritt (unter der Voraussetzung, dass der Würfel ein Laplace-Würfel ist). Sowohl für das Ereignis von Marie als auch für das von Sebastian gilt also: $P = \frac{1}{6}$.

Kx **22** Es sind individuelle Lösungen möglich.
Mögliche Lösungen:

a) Münzwurf, Würfel mit dreimal Augenzahl 1 und dreimal Augenzahl 2, …

b) Ziehen von Kugeln aus einer Urne mit 20 verschiedenen Kugeln, einen von 20 durchnummerierten Zetteln ziehen, …

c) Blind einen von 5 Stiften mit verschiedenen Farben ziehen, eine von 20 Murmeln aus einem Beutel ziehen, wobei von jeder Murmelfarbe immer 4 im Beutel sind, …

K3 **23** **a)** Nein, das stimmt nicht. Eine Wahrscheinlichkeit von 75 % bedeutet, dass in Zeiträumen von 10 Jahren, die von den äußeren Bedingungen mit der jetzigen Situation übereinstimmen, der Vulkan in 75 % aller Fälle ausbrechen würde. Die Angabe von 75 % Ausbruchswahrscheinlichkeit macht aber keine Aussagen darüber, ob der Vulkan überhaupt ausbricht und wenn ja, wann.

b) Bei einer 75 %-Wahrscheinlichkeit ist es keinesfalls sicher, dass der Grimsvötn ausbricht. Nur bei einer Wahrscheinlichkeit von 100 % ist ein Gegenereignis ausgeschlossen und der Ausbruch garantiert.

c) Diese Aussage ist richtig. Das Gegenereignis zu „Ausbruch“ ist „kein Ausbruch“ und beträgt 25 %. 75 % Ausbruchswahrscheinlichkeit sind dreimal so viel wie 25 % Wahrscheinlichkeit, dass er nicht ausbricht.

K 1 **Lauter Karten**

a) 1 $\frac{1}{32} = 3{,}125\,\%$ 2 $\frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 50\,\%$ 3 $\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 25\,\%$ 4 $\frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$

5 $\frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 37{,}5\,\%$ 6 $\frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 50\,\%$ 7 $\frac{2}{32} = \frac{1}{16} = 6{,}25\,\%$ 8 $\frac{3}{32} = 9{,}375\,\%$

b) Sind alle n Ergebnisse gleich wahrscheinlich, dann ist die Wahrscheinlichkeit für jedes einzelne Ergebnis $\frac{1}{n}$. Fasst man mehrere Ergebnisse zu einem Ereignis zusammen, darf man diese Anteile addieren.

K 1 **Würfelei**

a) 1 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 16{,}7\,\%$

2 $\frac{10}{36} = \frac{5}{18} \approx 27{,}7\,\%$

3 $\frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 50\,\%$

b) 1

Summe der Augenzahlen	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl der Möglichkeiten	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

2 Primzahlen (Addition der entsprechenden Werte aus 1)

Summe der Augenzahlen	2, 3, 5, 7 oder 11
Anzahl der Möglichkeiten	1 + 2 + 4 + 6 + 2 = 15
Wahrscheinlichkeit	$\frac{15}{36} = \frac{5}{12} \approx 41{,}7\,\%$

K 1 **Nichts geht mehr**

a) 1 und 2 $\frac{1}{37} \approx 2{,}7\,\%$

3 und 4 $\frac{18}{37} \approx 48{,}6\,\%$

5 $\frac{12}{37} \approx 32{,}4\,\%$ („aus dem 1. Dutzend“ und „aus einer Kolonne“)

b) Mögliche Antwort: Da es hier um Millionen von Spielen geht und die Beträge, um die gespielt wird, ebenfalls in die Millionen gehen, stellt die Provision von $\frac{1}{37}$, die das Casino für sich einbehält, einen großen Wert dar. Das Spiel ist nicht fair, denn insgesamt ist das Casino der Gewinner und die Spieler sind die Verlierer.

K 1 **6 Richtige**

Es sind unterschiedliche Antworten möglich, z. B.:
Hedwigs Überlegung ist nicht richtig, beide hatten die gleiche Chance, da die verschiedenen Zahlenkombinationen jeweils genau einmal vorkommen.

K 1 **Hopp oder Topp**

a) Ginas Wurf ist unabhängig von den vorausgehenden Würfen, die Wahrscheinlichkeit für Wappen beträgt 50 %.

b) 1 Ginas Vermutung wird eher falsch sein, denn eine 2-€-Münze kann nicht so einfach gezinkt werden. Zum anderen kann es durchaus vorkommen, dass man dreimal hintereinander „Zahl“ erhält, die Wahrscheinlichkeit hierfür liegt bei $\frac{1}{8}$.

2 Um die Vermutung zu überprüfen, muss man oft genug die 2-€-Münze werfen und die Ergebnisse notieren. Auf diese Weise wird das Gesetz der großen Zahlen angewandt, mit dessen Hilfe sich ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit ermitteln lässt. Sollte dabei das Ergebnis „Zahl“ auffällig häufiger vorgekommen sein als „Wappen“, so ist die Münze mit großer Wahrscheinlichkeit gezinkt.

Das kann ich!

Kx **1** **a)** Wenn man die Münze immer zufällig wirft, dann handelt es sich um ein Zufallsexperiment.
b) H (W) = 11, Anteil: h (W) = $\frac{11}{22}$

Kx **2** Man führt einen Zufallsversuch zum Werfen des Deckels sehr häufig durch. Die sich stabilisierenden relativen Häufigkeiten können als Schätzwerte für die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten angesehen werden.

Kx **3** Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{5} = 20\,\%$.

Kx **4** Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{6} \approx 17\,\%$.

Kx **5**

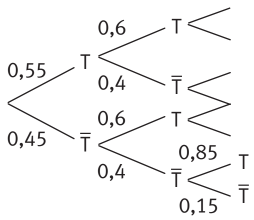
A: „Die Zahl ist ungerade.“	$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	mögliches Ereignis
B: „Die Zahl ist größer als 1.“	$P(B) = \frac{5}{6}$	mögliches Ereignis
C: „Die Zahl ist eine Primzahl.“	$P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	mögliches Ereignis
D: „Die Zahl ist der größte oder kleinste Wert.“	$P(D) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	mögliches Ereignis
E: „Die Zahl ist eine 9.“	$P(E) = 0$	unmögliches Ereignis
F: „Die Zahl ist der größte Wert.“	$P(F) = \frac{1}{6}$	mögliches Ereignis

Kx **6** Es handelt sich um einen Zufallsversuch, bei dem jede Kugel mit der gleichen Wahrscheinlichkeit gezogen wird. Die Ziehungen, die Lucy und Hank zugrunde legen, scheinen noch nicht ausreichend viele zu sein, sodass sich die relativen Häufigkeiten noch nicht stabilisiert haben. Es lässt sich nicht mit Sicherheit sagen, welche Zahl als nächstes gezogen wird.

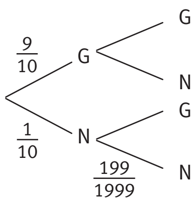
Kx **7** **a)** P („Rot“) = P („Gelb“) = ... = $\frac{1}{6} \approx 16{,}7\,\%$
b) $P(g, g) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$; Das Gegenereignis kann z. B. so beschrieben werden: P (nicht zweimal gelb)

Kx **8** Man kann erwarten, dass etwa die Hälfte der Gefangenen frei kommt, da sich bei der großen Anzahl von Gefangenen die relative Häufigkeit bei $\frac{1}{2}$ stabilisieren müsste.

Kx **9** P (kein Treffer) =
$0{,}45 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}15 = 0{,}027 = 2{,}7\,\%$



Kx **10** P (mindestens ein Gewinn) =
$1 - P(\text{kein Gewinn}) = 1 - \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{199}{1999}\right) \approx 0{,}99$



Kx **11** **a)** $\Omega = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ **b)** $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$

Kx **12** **a)** $P\{A; H\} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ **b)** $P\{B; \overline{P}\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$
c) Es musste angenommen werden, dass die Aufteilung der Übernachtungen sowohl bei den Bahnreisenden als auch bei den Autofahrern den angegebenen Werten entspricht. In der Realität ist das vermutlich nicht der Fall und es sind jeweils leicht unterschiedliche Verteilungen zu erwarten.

Aufgaben für Lernpartner

K 1/6 **A** Die Aussage ist falsch. Die absolute Häufigkeit wird immer größer, die relative Häufigkeit nähert sich einem festen Wert an.

K 1/6 **B** Die Aussage ist so allgemein nicht richtig. Laplace-Wahrscheinlichkeiten liegen nur bei Zufallsexperimenten vor, bei denen jedes Ergebnis mit gleicher Wahrscheinlichkeit vorkommt.

K 1/6 **C** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **D** Die Aussage ist größtenteils richtig. Eine Garantie, bei 60 Würfen eine „1" zu würfeln, gibt es aber nicht. Auch nach 60 Würfen hat der nächste Wurf wieder eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$ für eine „1".

K 1/6 **E** Die Aussage ist falsch. Jede Kugel hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden.

K 1/6 **F** Die Aussage ist falsch. Jede Zahlenkombination hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, gewürfelt zu werden.

K 1/6 **G** Die Aussage ist falsch. Wegen der geringen Anzahl an Versuchsdurchführungen kann man nicht auf eine gezinkte Münze schließen.

K 1/6 **H** Die Aussage ist richtig, denn die Summe aller Wahrscheinlichkeiten beträgt 100 %. Sofern der Würfel alle Ziffern von 1 bis 6 umfasst, bleiben für die ungeraden Ziffern nur noch 25 % Wahrscheinlichkeit insgesamt übrig.

K 1/6 **I** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **J** Die Aussage ist falsch, die Wahrscheinlichkeiten müssen multipliziert werden.