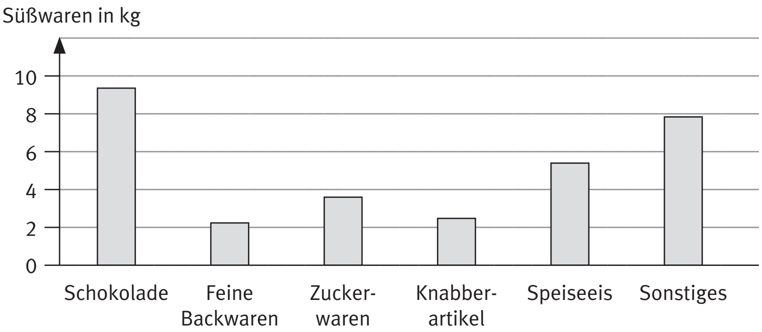
K4 **1** **a)** $\bar{x} = 3$ **b)** $\bar{x} = 32$ **c)** 28 **d)** 82

K4 **2** **a)** durchschnittlicher Jahreskonsum: 31 kg
durchschnittlicher Tageskonsum: $31\,kg : 365 \approx 0{,}0849\,kg = 84{,}9\,g$

b) Beispiel Säulendiagramm:



K4 **3** **a)** beliebteste Zirkusnummer: Clown (Kinder und Erwachsene)
unbeliebteste Zirkusnummer: Trapez (Kinder), Pferde (Erwachsene)

b)

Zirkusnummer	Clown	Zauberer	Pferde	Raubtiere	Trapez	Jongleur
Anzahl der Erwachsenen	36	24	12	30	33	15
Anzahl der Kinder	50	42	14	11	1	2

K4 **4** **a)** $\frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\,\%$

b) $\frac{16}{100} = \frac{4}{25} = 0{,}16 = 16\,\%$

c) $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$

d) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\,\%$

e) $\frac{8}{25} = 0{,}32 = 32\,\%$

f) $\frac{7}{10} = 0{,}7 = 70\,\%$

2 Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K 5
- Nachts kühlt es aufgrund des wolkenlosen Himmels stark ab. So z. B. kann die Temperatur tagsüber 12 Stunden lang bei 40 °C und nachts 12 Stunden lang bei 10 °C liegen, sodass die Durchschnittstemperatur 25 °C beträgt.

K 5
- Dies bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem Tag regnet, sehr gering ist. Betrachtet man mehrere Jahre, so wird es nur an vereinzelten Tagen geregnet haben.

K 5
- Dies bedeutet nur, dass es dort sehr selten regnet. Damit man mit Sicherheit sagen kann, dass es dort nie regnet, müsste man seit der Entstehung der heutigen Sahara untersucht haben, ob es geregnet hat. Eine Annäherung an die Regenwahrscheinlichkeit könnte man erhalten, indem man seit Beginn der Wetteraufzeichnungen die Anzahl der Regentage bestimmt.

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

Kap. 2.2

Den Bogen raus haben

K3
- 1. Platz: Durchschnitt = (240 + 220 + 263 + 293) : 4 = 1016 : 4 = 254,00
  2. Platz: Durchschnitt = (201 + 194 + 269 + 246) : 4 = 910 : 4 = 227,50
  3. Platz: Durchschnitt = (191 + 182 + 240 + 249) : 4 = 862 : 4 = 215,50

Kap. 2.4 und 2.5

Schere, Stein, Papier

- K5 Da man mit einem Symbol mit gleicher Wahrscheinlichkeit gewinnen, verlieren und ein Unentschieden erhalten kann, liegt die Gewinnwahrscheinlichkeit bei 1 : 3, also 33,33 %.
- K1 Mit dem Wissen der Untersuchung könnte man versuchen, den nächsten Zug des Gegners vorauszusagen. Verliert der Gegner, so wird er vermutlich das „niedrigere" Symbol wählen. Somit sollte man das Symbol auswählen, für das er sich zuvor entschieden hat. Gewinnt der Gegner jedoch, so wird er wahrscheinlich bei seinem Symbol bleiben. In diesem Fall sollte man das „höhere" Symbol wählen. Bei einem Unentschieden wird er das „höhere" Symbol wählen, sodass man das wiederum dazu „höhere" Symbol aussuchen sollte. Falls Thorndikes Untersuchungen stimmen, wird diese Strategie die Gewinnchancen erhöhen.

Kap. 2.6

Astragali – Vorläufer unserer Spielwürfel

- K5 Wirft man einen Astragalus häufig genug und zählt die Häufigkeiten der einzelnen Seiten, so lässt sich die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses als das Verhältnis der Häufigkeit der entsprechenden Seite zur Gesamtzahl der Würfe bestimmen. Je öfter man den Würfel wirft, desto genauer wird das Ergebnis.
- K5 Da die Astragali verschieden geformt sind, gelten die Wahrscheinlichkeiten nur für genau den Astragalus, für den man die Wahrscheinlichkeiten zuvor bestimmt hat.
- K5 Bei Spielwürfeln sind die Wahrscheinlichkeiten für alle Seiten und alle Würfel gleich groß. Somit lässt sich ein Ergebnis ohne ein Häufigkeitsexperiment mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6} \approx 16{,}67\,\%$ vorhersagen.
- K1 Beim langsamen Rollen auf eine nach innen gewölbte Seite kann der Körper nicht weiterrollen. Am häufigsten wird daher das Ergebnis von vier nach außen gewölbten Breitseiten (4–4–4–4) gewesen sein, da dann die nach innen gewölbte Breitseite unten liegt, auf welcher der Astragalus am ehesten liegen bleibt. Eher unwahrscheinlich ist dagegen, dass er auf der vollen Schmalseite liegen bleibt. Deshalb ist das seltenste Ergebnis die 6–6–6–6.

Kap. 2.7

Klappe zu …

K 3
- $9 = 8 + 1 = 7 + 2 = 6 + 3 = 4 + 5 = 6 + 2 + 1 = 5 + 3 + 1 = 4 + 3 + 2$
  $7 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3 = 4 + 2 + 1$

K 1
- Die wenigsten Klappen lassen sich mit der Kombination 1 und 1 schließen. In diesem Fall kann nur die 2 geschlossen werden. Mit einer 10, 11 oder 12 als Ergebnis lassen sich die meisten Klappen schließen, da sich diese drei Zahlen in vier Summanden zerlegen lassen:
  $10 = 1 + 2 + 3 + 4$
  $11 = 1 + 2 + 3 + 5$
  $12 = 1 + 2 + 3 + 6 = 1 + 2 + 4 + 5$
  Insgesamt sind mit zwei Würfeln 36 Kombinationen möglich. Die Wahrscheinlichkeit für zwei Einsen liegt also bei $\frac{1}{36} \approx 2{,}78\,\%$. Es gibt 3 Möglichkeiten eine 10 zu erhalten, 2 Möglichkeiten für eine 11 und eine Möglichkeit, eine 12 als Ergebnis zu bekommen. Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit für eines dieser Ergebnisse $\frac{1+2+3}{36} = \frac{1}{6} \approx 16{,}67\,\%$.

Entdecken

K4
- Rangliste:
  8; 11; 12; 12; 14; 17; 21; 21; 22; 23; 27; 31; 34; 34; 45; 49; 51; 63; 65; 65; 76; 77; 101; 121

K4
- größter Wert: 121; kleinster Wert: 8; Differenz beider Werte (Spannweite): 113

K4
- Modalwerte: 12; 21; 34; 65; Median: 32,5; arithmetisches Mittel: (978 : 24) = 40,75

Nachgefragt

K5
- möglichst große Spannweite: z. B. Anzahl der Gänge beim Fahrrad
  möglichst kleine Spannweite: z. B. Gewichtsschwankungen bei abgepackten Produkten

K1
- Beispiel: 7, 7, 7, 7 (Maximum = arithmetisches Mittel = Modalwert = 7)

K1
- Der Median ist der Wert, der genau in der Mitte (im Zentrum) einer Rangliste liegt. Da er „zentral" liegt, bezeichnet man ihn als Zentralwert.

Aufgaben

K4 **1** **a)**

	Minimum	Maximum	Spannweite
1	10	30	20
2	–5	4	9
3	–100 000	400 000	500 000
4	1,0	28,3	27,3
5	0,2	1,2	1,0

b)

	Rangliste	Mittelwerte		
		Modalwert	Median	$\overline{x}$
1	10; 15; 15; 15; 15; 20; 25; 25; 30; 30	15	17,5	20
2	–5; –3; –2; 0; 0; 0; 0; 2; 4; 4	0	0	0
3	–100 000; –100 000; 100 000; 200 000; 400 000	–100 000	100 000	100 000
4	1,0; 2,5; 12,6; 14,1; 14,8; 19,3; 27,9; 28,3	Jeder Wert wäre Modalwert.	14,45	15,0625
5	0,2; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 1,2	Jeder Wert wäre Modalwert.	0,65	$\frac{2}{3} \approx 0{,}67$

K4 **2** **a)** 24,8775 s; Das arithmetische Mittel gibt die durchschnittlich gelaufene Zeit an.
b) 34,35; Das arithmetische Mittel gibt die mittlere Schuhgröße der sechs Personen an.
c) Die mittlere Tageshöchsttemperatur beträgt in dieser Woche 27 °C.
d) Eine Pizza kostet im Mittel 11,04 €.

K4 **3** **a)** Lösungsmöglichkeiten:
1 50; 99; 100; 100; 101 oder 50; 99; 100; 101; x (mit $x > 100$)
2 50; 99; 100; 101; 102

b) 1 9988; 9991; 10 000; 10 001 oder 9991; 10 000; 10 001; 10 004
2 Da die Spannweite bereits 13 beträgt, kann eine beliebige Zahl eingesetzt werden, deren Wert zwischen den beiden Zahlen 27 und 40 liegt.

c) In diesem Fall muss die 21 am häufigsten in der Liste vorkommen.
① 99; 21; 13 000; 11; 21
② 22; 23; 23; 21; 21 (In diesem Fall gibt es zwei Modalwerte: 21 und 23)

d) ① 3; 19; 29; 30; 44
$25 = \frac{3 + 19 + 30 + 44 + x}{5}$
$125 = 3 + 19 + 30 + 44 + x = 96 + x$
$x = 29$

② 17, 22, 23, 38
$25 = \frac{17 + 22 + 23 + x}{4}$
$100 = 17 + 22 + 23 + x = 62 + x$
$x = 38$

K4 **4** **a)** Rangliste: 5,1 5,2 5,3 5,4 5,4 5,4 5,5 5,6 5,8
b) Minimum: 5,1 Maximum: 5,8 Spannweite: 0,7
c) Modalwert: 5,4 Median: 5,4 arithmetisches Mittel: $5{,}4\overline{1}$
d) Rangliste nach der Streichung der Werte: 5,3 5,4 5,4 5,4 5,5

	Minimum	Maximum	Spannweite	Modalwert	Median	$\overline{x}$
vor der Streichung	5,1	5,8	0,7	5,4	5,4	$5{,}4\overline{1}$
nach der Streichung	5,3	5,5	0,2	5,4	5,4	5,4

- Das **Minimum** nimmt nach der Streichung um 0,2 Punkte zu, da die schlechtesten Wertungen wegfallen.
- Das **Maximum** nimmt nach der Streichung um 0,3 Punkte ab, da die besten Wertungen wegfallen.
- Durch die Streichung wird auch die **Spannweite** zwischen Minimum und Maximum kleiner.
- Ja nachdem, welche Zahlen weggestrichen werden, kann sich auch der **Modalwert** ändern, im vorliegenden Fall bleibt er allerdings gleich.
- Der **Median** bleibt trotz Streichung immer derselbe, da die Streichung symmetrisch auf beiden Seiten erfolgt.
- Das **arithmetische Mittel** verändert sich im Allgemeinen nach der Streichung. In diesem Fall bleibt es jedoch in etwa gleich.

e) Es sind verschiedene Gründe möglich: Um Manipulationen vorzubeugen, um keine extremen Schwankungen bei den Wertungen zu haben, …

K1 **5** **a)** z. B. 1, 2, 2, 2, 3. Hier gilt Modalwert = Median = 2.
b) z. B. 2, 7, 7, 12. Hier gilt Modalwert = arithmetisches Mittel = 7.
c) z. B. 7, 8, 9. Hier gilt Median = arithmetisches Mittel = 8.

K2 **6** **a)** Ranglisten der getroffenen Ringe:
① Marius: 6 6 7 8 8 8 8 9 9 10 10 11
② Sascha: 2 5 6 6 6 8 8 8 8 9 10 12

b)

	Minimum	Maximum	Spannweite
① Marius	6	11	5
② Sascha	2	12	10

Der schlechteste Schuss (Minimum) von Marius hat in Ring 6 getroffen, der beste Treffer (Maximum) in Ring 11. Der Unterschied dieser beider Werte (Spannweite) beträgt 5.
Sascha hat hingegen seinen schlechtesten Treffer (Minimum) in Ring 2 getroffen, sein bester Schuss (Maximum) trifft hingegen genau in die Mitte (Ring 12). Der Unterschied dieser beiden Werte (Spannweite) beträgt 10.
Folgende Vermutung liegt nahe: Marius trifft immer in etwa in dieselben Ringe, wobei die Neigung zur Mitte vorhanden ist. Sascha hingegen deckt fast die gesamte Scheibe ab, was annehmen lässt, dass er ein weniger geübter Schütze ist. Der Schuss in die Mitte kann bei ihm als Glückstreffer gewertet werden.

c)

	Modalwert	Median	$\overline{x}$
1 Marius	8	8	$8,\overline{3}$
2 Sascha	8	8	$7,\overline{3}$

d) Ausgehend vom arithmetischen Mittel ist Marius der bessere Schütze, da er im Durchschnitt höher gewertete Ringe getroffen hat.

K2 **7** **a)** 1 torreichstes Spiel (mit 10 Toren):
Costa Rica : Griechenland

torärmste Spiele (mit jeweils einem Tor):
Argentinien : Schweiz
Frankreich : Deutschland
Argentinien : Belgien
Deutschland : Argentinien

2 Es fielen 61 Tore in 16 Spielen, das ergibt einen Durchschnitt von 3,81 Toren pro Spiel.

3

Land	Algerien	Argentinien	Belgien	Brasilien	Chile	Costa Rica
Tore	1	6	2	7	3	9
Anteil	≈1,6%	≈9,8%	3,3%	≈11,5%	≈4,9%	≈14,8%
Land	Deutschland	Frankreich	Griechenland	Kolumbien	Mexiko	Niederlande
Tore	11	2	4	3	1	11
Anteil	≈18,0%	≈3,3%	≈6,6%	≈4,9%	≈1,6%	≈18,0%
Land	Nigeria	Schweiz	Uruguay	USA		
Tore	0	0	0	1		
Anteil	0%	0%	0%	≈1,6%		

b) 1

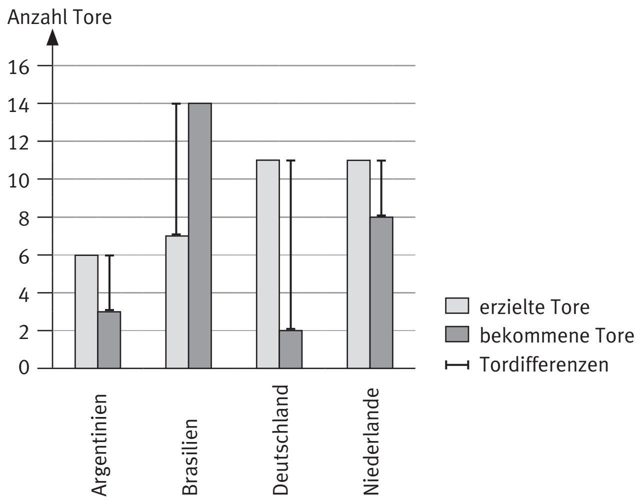
	Argentinien	Brasilien	Deutschland	Niederlande
erzielte Tore	6	7	11	11
bekommene Tore	3	14	2	8

2

	Argentinien	Brasilien	Deutschland	Niederlande	Spannweite	Min.	Max.
erzielte Tore	6	7	11	11	5	6	11
bekommene Tore	3	14	2	8	12	2	14
Tordifferenz	3	–7	9	3			

Die Spannweite der erzielten Tore beträgt 5. Deutschland und die Niederlande haben somit mit jeweils 11 erzielten Toren 5 Tore mehr geschossen als Argentinien, das mit 6 Toren die wenigsten Tore hat.
Bei den bekommenen Toren liegt Deutschland mit 2 Toren an der Spitze, wobei Brasilien 14 Bälle der gegnerischen Mannschaft nicht aufhalten konnte.
Betrachtet man die Tordifferenz zwischen erzielten und bekommenen Toren, zeigt sich, dass Brasilien die Tordifferenz –7 hat, wohingegen Deutschland mit 9 Toren die größte Differenz hat.

3



K2 **8** Die verschiedenen Möglichkeiten sind:

1; 2; 4; 5; 6   1; 3; 4; 5; 6   1; 2; 4; 6; 7   1; 2; 4; 7; 8   1; 3; 4; 6; 7
1; 3; 4; 7; 8   2; 3; 4; 5; 6   2; 3; 4; 6; 7   2; 3; 4; 7; 8

Maximalwert: Rangliste 2; 3; 4; 7; 8   Minimalwert: Rangliste 1; 2; 4; 5; 6

$\bar{x}_{max} = (2 + 3 + 4 + 7 + 8) : 5 = 4{,}8$ $\bar{x}_{min} = (1 + 2 + 4 + 5 + 6) : 5 = 3{,}6$

K1 **9** Rangliste: 2 €   2 €   3 €   3 €   5 €   5 €   5 €   7 €

a) Modalwert: 5 €
Lösungsmöglichkeiten:
- Zwei der Größen werden zu 5 € geändert.
- Zwei Größen (jedoch nicht diejenigen, die 5 € entsprechen), werden zu beispielsweise 6 € geändert.

b) arithmetisches Mittel: 4 €
Auch hier gibt es viele Lösungsmöglichkeiten: Die Summe aller Einzelwerte muss 32 € betragen.

c) Median: 4 €   Modalwert: 5 €
Lösungsmöglichkeiten:
- Aus zwei Größen, die ungleich 5 € sind, werden 5 € gemacht (Median = 5 €)
- Zwei Größen, die ungleich 5 € sind, werden zu 4 € verändert.

d) arithmetisches Mittel: 4 €   Modalwert: 5 €
Das arithmetische Mittel ist 4 €, da die Summe der 8 Einzelwerte 32 € beträgt. Das arithmetische Mittel verändert sich, sobald die Summe der Einzelwerte nicht mehr 32 € ergibt. Der häufigste Wert muss 5 € bleiben.
Lösungsmöglichkeiten:
- 2 Werte zu 5 € verändern
- 2 Werte ($\neq$ 5 €) vergrößern/verkleinern (Dabei darf man nicht die beiden 2 € zu 3 € vergößern oder die beiden 3 € zu 2 € verkleinern, da sich sonst der Modalwert ändert.)

K2 **10** **a)** Lösungsmöglichkeit: Die Durchschnittsgröße von 12-jährigen Jungen wird ermittelt. Dazu wurde eine Stichprobe durchgeführt. Folgende Werte wurden gemessen:
1,34 m   1,39 m   1,40 m   1,46 m   1,46 m   1,51 m   1,54 m   1,59 m   1,65 m   1,68 m

b) Lösungsmöglichkeit: Der BMI von 13-jährigen Mädchen wird untersucht. Dazu geben 12 Mädchen ihr Körpergewicht an:
40 kg   42 kg   42 kg   42 kg   42 kg   46 kg   47 kg   48 kg   49 kg   50 kg   53 kg   57 kg

K4 Werkzeug

Tabellenkalkulation

- Rangliste der besten Weiten (sortiert nach Spalte E, bester Wurf):

	A	B	C	D	E	F
1	**Schlagballwurf 7c am 16.05. (Weiten in Meter)**					
2	**Name**	**1. Wurf**	**2. Wurf**	**3. Wurf**	**Bester Wurf**	**Rang**
3	Stefan	53,9	60,3	57,2	=MAX(B3:D3)	1
4	Marie	38,8	58,3	49,7	58,3	2
5	Jakob	45,8	48,9	42,3	48,9	3
6	Sebastian	45,1	38,7	41,0	45,1	4
7	Pascal	41,8	43,0	38,1	43,0	5
8	Sarah	31,9	33,5	39,0	39,0	6
9	Nico	36,9	38,7	37,4	38,7	7
10	Paul	37,0	31,8	37,9	37,9	8
11	Linda	34,7	16,7	35,6	35,6	9
12	Laura	22,4	31,7	29,9	31,7	10
13	Alina	26,6	30,0	19,0	30,0	11
14	Mert	9,6	27,2	25,8	27,2	12
15	Sophia	18,3	22,9	20,7	22,9	13

K4 ■ Das arithmetische Mittel kann der Tabelle im nächsten Aufzählungspunkt entnommen werden.

K4 ■ Rangliste nach arithmetischem Mittel sortiert:

	A	B	C	D	E	F
1	Schlagballwurf 7c am 16.05. (Weiten in Meter)					
2	Name	1. Wurf	2. Wurf	3. Wurf	Mittelwert	Rang
3	Stefan	53,9	60,3	57,2	=MITTELWERT(B3:D3)	1
4	Marie	38,8	58,3	49,7	48,9	2
5	Jakob	45,8	48,9	42,3	45,7	3
6	Sebastian	45,1	38,7	41,0	41,6	4
7	Pascal	41,8	43,0	38,1	41,0	5
8	Nico	36,9	38,7	37,4	37,7	6
9	Paul	37,0	31,8	37,9	35,6	7
10	Sarah	31,9	33,5	39,0	34,8	8
11	Linda	34,7	16,7	35,6	29,0	9
12	Laura	22,4	31,7	29,9	28,0	10
13	Alina	26,6	30,0	19,0	25,2	11
14	Mert	9,6	27,2	25,8	20,9	12
15	Sophia	18,3	22,9	20,7	20,6	13

K5 ■ Vergleich beider Ranglisten: Die Reihenfolge der Schüler bleibt fast identisch. Sarah rutscht von Platz 6 auf Platz 8 ab, wodurch Nico und Paul in der Rangliste des arithmetischen Mittels um einen Platz nach vorne rutschen.

K4 ■ Mittelwert aller durchgeführter Würfe
Befehl: =MITTELWERT(B3:D15) oder: =MITTELWERT(E3:E15)
Der Mittelwert (arithmetisches Mittel) beträgt gerundet 35,89 m.

K5 ■ Vergleich von Modalwert, Median und arithmetischem Mittel:
Median: 37,02 Befehl: =MEDIAN(B3:D15)
arithmetisches Mittel: 35,89 Befehl: =MITTELWERT(B3:D15)
Modalwert: Da kein Wert doppelt auftritt, existiert kein sinnvoller Modalwert.
Befehl: =MODALWERT(B3:D15)

Vergleich der Mittelwerte:
Da jeder Wert Modalwert ist, können diese nicht mit den anderen beiden Mittelwerten verglichen werden.
Vergleicht man den Median mit dem arithmetischen Mittel, so sind diese sehr ähnlich. Der Unterschied dieser beiden Werte beträgt 1,13 m.

K5 ■ Mit dem arithmetischen Mittel kann die Weite eines durchschnittlichen Wurfes angegeben werden. Dieser beträgt 35,89 m.
Der (nicht sinnvoll zu ermittelnde) Modalwert besagt, dass keine Weite zweimal vorkam. Alle Schüler haben demnach unterschiedliche Weiten erreicht.

Die Mitte aller Werte bildet der Median. Dieser entspricht mit 37,02 m fast dem arithmetischen Mittel. Dass der Median größer ist als das arithmetische Mittel, bedeutet, dass mehr als die Hälfte aller Würfe weiter war als 35,89 m. Die weniger weiten Würfe müssen also deutlich schlechter gewesen sein, um den Durchschnitt trotz ihrer geringen Anzahl senken zu können.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 48

Entdecken

K5 ■ Die Zitate beschreiben die Problematik, dass allein ein Mittelwert keine hinreichende Information ist, um einen Sachverhalt zu beschreiben. Oft lässt sich, wie in den Beispielen, ein arithmetisches Mittel gar nicht sinnvoll auf eine Statistik anwenden.

K5 ■ Weiteres Beispiel: Im Schnitt trägt ein Einwohner Deutschlands 0,6 Brillen. Auch hier ist die Mitteilung unsinnig. Stattdessen könnte man sagen, dass 60 % der Deutschen eine Brille tragen.

Nachgefragt

K5 ■ Oberes Quartil: Drei Viertel aller Werte der Probe sind kleiner oder gleich diesem Wert.
Oder: Höchstens ein Viertel aller Werte ist größer.
Unteres Quartil: Ein Viertel aller Werte der Probe ist kleiner oder gleich diesem Wert.
Oder: Höchstens drei Viertel aller Werte sind größer.

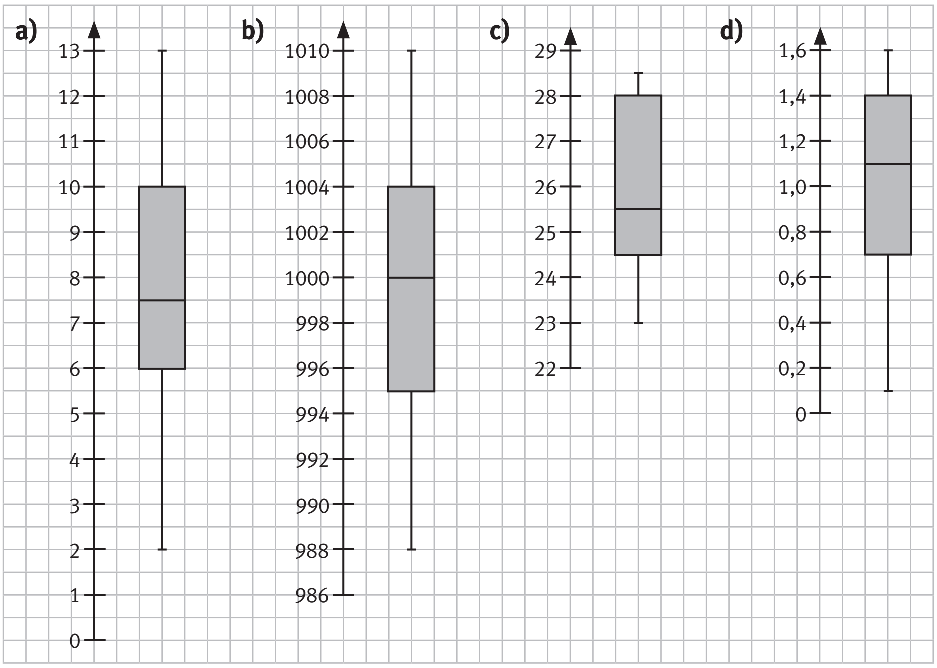
K5 ■ In der Box befindet sich die mittlere Hälfte aller Daten.
Die Antennen geben die Spannweite sowie das Minimum und Maximum der Datenreihen an.
Jede Antenne umfasst ein Viertel der Werte.

K5 ■ Ein Boxplot hat z. B. gegenüber einem Säulendiagramm für die absoluten Häufigkeiten den Vorteil, dass die wichtigsten statistischen Aussagen breit gestreuter Werteverteilungen auf den ersten Blick zu erkennen sind. Liegen jedoch z. B. nur sechs Ereignisse wie beim Würfeln vor, besitzt ein Boxplot keine Aussagekraft. Hier wäre z. B. ein Kreisdiagramm, aus dem man die Wahrscheinlichkeiten direkt ablesen kann, geeigneter.

Aufgaben

K4 **1**

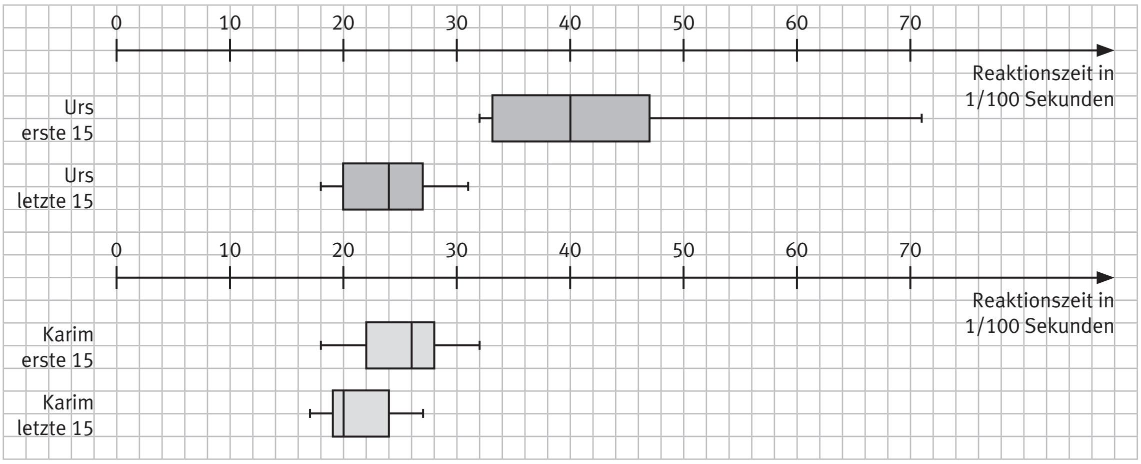
	Minimum	Maximum	Spannweite	Median	unteres Quartil	oberes Quartil
a)	Rangliste: 2; 5; 6; 6; 7; 8; 9; 10; 12; 13					
	2	13	11	7,5	6	10
b)	Rangliste: 988; 990; 994; 996; 998; 999; 1001; 1002; 1003; 1005; 1006; 1010					
	988	1010	22	1000	995	1004
c)	Rangliste: 23; 23,5; 24,5; 25; 25,5; 25,5; 27; 27; 28; 28,5; 28,5					
	23	28,5	5,5	25,5	24,5	28
d)	Rangliste: 0,1; 0,1; 0,5; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,2; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,6					
	0,1	1,6	1,5	1,1	0,7	1,4



K4 **2**

	Minimum	Maximum	Spannweite	Median	unteres Quartil	oberes Quartil
a)	2	18	16	13	9	15
b)	0	1000	1000	600	500	700
c)	390	730	340	500	420	640
d)	1,5	6,5	5,0	3,0	2,5	5,0

K4 **3** **a)**



b)

	Minimum	Maximum	Spannweite	Median	unteres Quartil	oberes Quartil
Urs 1–15	32	71	39	40	33	47
Urs 85–100	18	31	13	24	20	27
Karim 1–15	18	32	14	26	22	28
Karim 85–100	17	27	10	20	19	24

Sowohl unter den ersten als auch unter den letzten 15 Durchgängen war Karim schneller als Urs. Dies zeigt sich in allen Werten.

K3 **4** Der Boxplot zeigt nicht die Niederschläge in Ravensburg, da der Boxplot viel zu hohe Werte darstellt. So liegt der Median des Niederschlags in Ravensburg bei etwa 74 mm, während der Boxplot etwa 162 mm anzeigt.

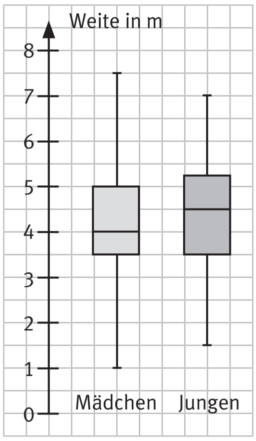
K3 **5 a)**

	absolute Häufigkeit			relative Häufigkeit in %		
Weite in m	Mädchen (60)	Jungen (57)	alle Teilnehmer (117)	Mädchen	Jungen	alle Teilnehmer
1	1	0	1	≈ 1,67	0	≈ 0,85
1,5	2	1	3	≈ 3,33	≈ 1,75	≈ 2,56
2	2	1	3	≈ 3,33	≈ 1,75	≈ 2,56
2,5	6	1	7	10	≈ 1,75	≈ 5,98
3	3	7	10	5	≈ 12,28	≈ 8,55
3,5	8	11	19	≈ 13,33	≈ 19,30	≈ 16,24
4	11	7	18	≈ 18,33	≈ 12,28	≈ 15,38
4,5	8	9	17	≈ 13,33	≈ 15,79	≈ 14,53
5	6	6	12	10	≈ 10,53	≈ 10,26
5,5	2	7	9	≈ 3,33	≈ 12,28	≈ 7,69
6	5	2	7	≈ 8,33	≈ 3,51	≈ 5,98
6,5	2	1	3	≈ 3,33	≈ 1,75	≈ 2,56
7	3	4	7	5	≈ 7,02	≈ 5,98
7,5	1	0	1	≈ 1,67	0	≈ 0,85

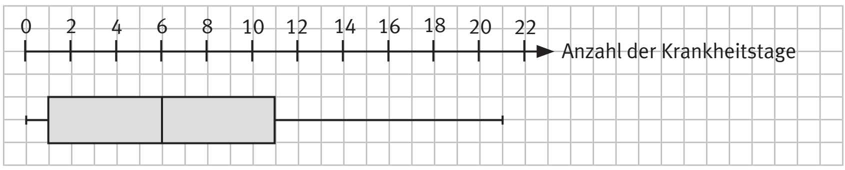
b)

	Minimum	Maximum	Median	unteres Quartil	oberes Quartil
Mädchen	1 m	7,5 m	4 m	3,5 m	5 m
Jungen	1,5 m	7 m	4,5 m	3,5 m	5,25 m

Den Wettbewerb haben die Jungen gewonnen. Die Antennen der Mädchen-Box erstrecken sich zwar weiter, doch die Box der Jungen ist etwas größer als die der Mädchen. Insgesamt sind die Werte (außer dem Maximum) bei den Jungen im Vergleich zu den Mädchen leicht nach oben verschoben.



K2 **6 a)** Minimum: 0 Maximum: 21 Spannweite: 21 Median: 6 unteres Quartil: 1 oberes Quartil: 11



Lösungsmöglichkeit:

$\frac{3}{4}$ aller Schüler waren 11 oder weniger Tage krank (gesamte Box und untere Antenne).

Die Hälfte der Schüler war 6 oder weniger Tage krank (untere Box und Antenne).

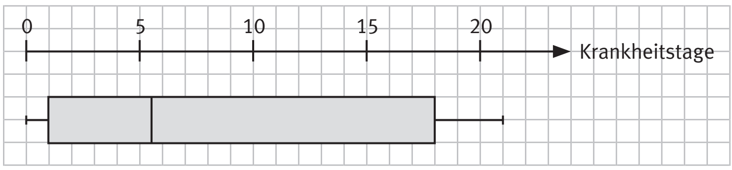
$\frac{1}{4}$ aller Schüler war 11 oder mehr Tage krank (obere Antenne).

b) Fehler:
- Der Median liegt in Wirklichkeit bei 6 und nicht bei 5,5.
- Das obere Quartil liegt in Wirklichkeit bei 11 und nicht bei 18.
- Die Beschriftung des Zahlenstrahls fehlt.

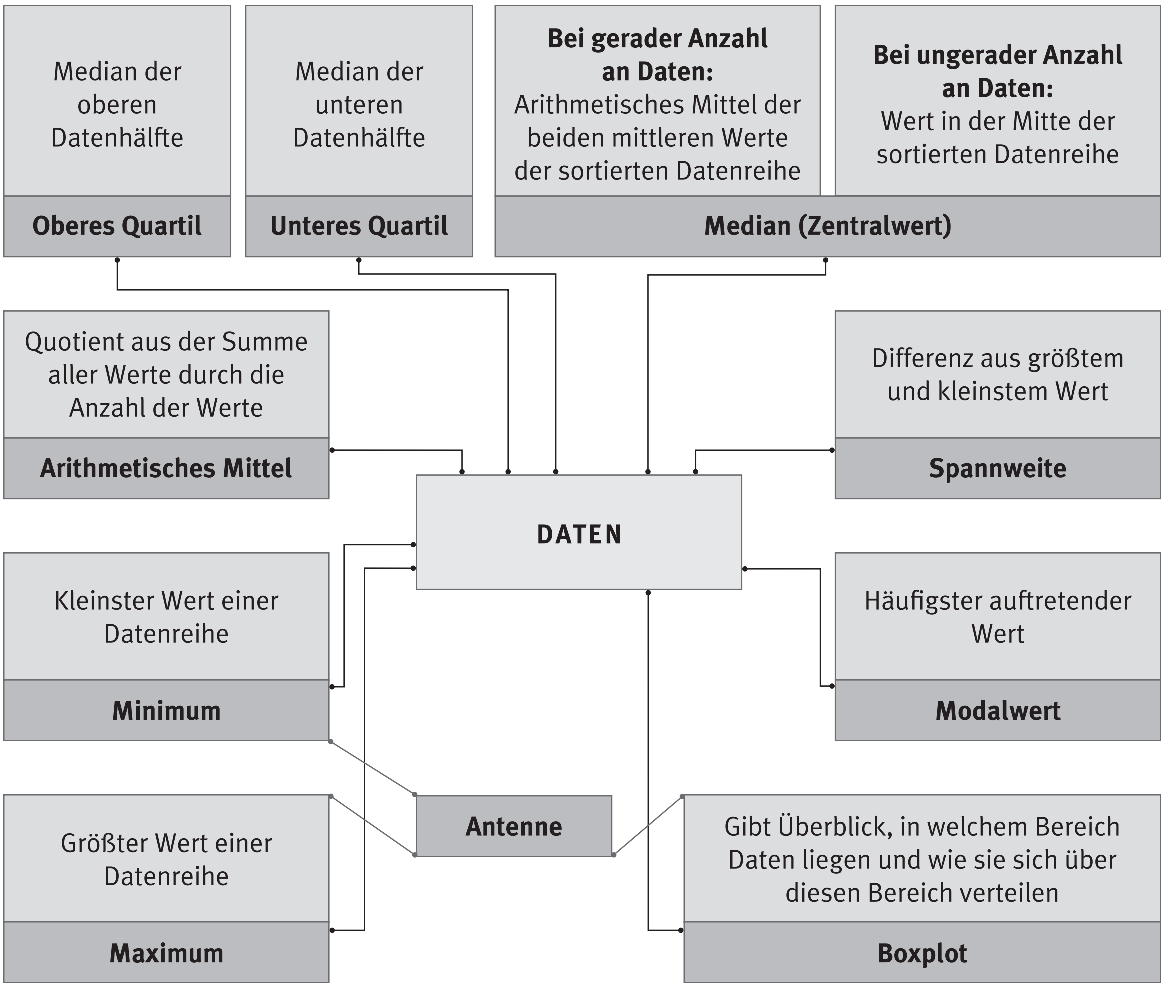
c) Lösungsmöglichkeit:

Minimum: 0 Maximum: 21 Spannweite: 21 Median: 5,5 unteres Quartil: 1 oberes Quartil: 18

0	0	0	0	1	1	1	1	3	3	4	4	5
6	7	8	12	13	15	18	18	19	20	20	20	21



K5 **7**



K3 **8** Bei den Körpergrößen der Jungen und Mädchen sind sowohl der Median als auch das Minimum und das Maximum und somit auch die Spannweite gleich. Die kleinere Box bei den Mädchen bedeutet, dass die mittleren 50 % der Daten dichter um den Median liegen als bei den Jungen. Bei der Box der Jungen sind dafür die beiden Antennen kürzer, d. h., die unteren und die oberen 25 % der Daten liegen jeweils dichter beisammen als bei den Mädchen.

K1 **9**
a) Die Aussage ist wahr. Die Spannweite beider Boxplots beträgt 7.
b) Die Aussage ist falsch. Von der Spannweite kann nicht auf Minimum und Maximum geschlossen werden. Boxplot 1 hat sein Minimum bei 22 kg und sein Maximum bei 29 kg, wohingegen Boxplot 2 sein Minimum bei 21 kg und das Maximum bei 28 kg hat.
c) Die Aussage ist falsch, da beim Boxplot immer 50 % aller Daten in der Box liegen. Bei 2 streuen die Daten jedoch mehr, sodass die Box insgesamt größer wird.
d) Die Aussage ist wahr.
e) Die Aussage ist falsch. Es befinden sich in der Box 50 % der Daten und außerhalb ebenfalls.
f) Die Aussage ist wahr.

K1 **10** Der Boxplot passt nicht zu der Datenreihe, da der Median 9 Punkte beträgt. Im Boxplot ist dieser jedoch bei 11 Punkten eingetragen.

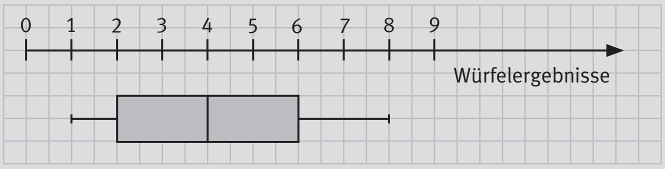
Werkzeug

Boxplots digital

K5 ▪ Der Befehl gibt den Median aus (2. Quartil), da 50 % darüber und 50 % darunter liegen.

K4 ▪ individueller Boxplot

K4 ▪ 1



2 individuelle Ergebnisse

K1 **11** Die Boxplots der zweiten und dritten Datenreihe sind identisch.
Median: 13; unteres Quartil: 10; oberes Quartil: 14

K1 **12** Die Datenreihen 2 und 4 passen zum Boxplot, wie man anhand der Werte für Minimum, Maximum etc. erkennen kann (in der Tabelle sind die Abweichungen zu den Boxplot-Werten grau unterlegt).

	Minimum	Maximum	Spannweite	Median	unteres Quartil	oberes Quartil
Boxplot	15	110	95	65	50	95
1	15	110	95	70	55	97,5
2	15	110	95	65	50	95
3	10	110	100	70	32,5	97,5
4	15	110	95	65	50	95

K1 **13** Der Boxplot Nummer 3 gibt die Ergebnisse richtig wieder. Das Minimum liegt bei 1, das Maximum bei 22, der Median bei 2,5, das untere Quartil bei 1 und das obere Quartil bei 5.

K1 **14** **a)** arithmetisches Mittel: 9,1 Runden Median: 10 Runden

b) Der Boxplot in der Mitte ist korrekt, da nur hier der Median von 10 Runden richtig eingetragen ist.

c) Im Falle des ersten Boxplot lägen die Rundenzahlen zwischen 2 und 12, wobei der Median 7 Runden beträgt. Der Median der kürzeren Kämpfe läge bei 3 Runden; bei den längeren Kämpfen bei 10,5 Runden.
Auch beim dritten Boxplot läge der Median bei 7 Runden, während die Rundenzahlen zwischen 4 und 12 schwanken. Der Median der kürzeren Kämpfe läge bei 5 Runden; bei den längeren Kämpfen bei 11,5 Runden.

d) Hätte er den letzten Kampf in der 10. Runde beendet, so würde lediglich der Median der oberen Hälfte auf 11 Runden sinken. Wäre dies bereits in der ersten Runde geschehen, so würde der Median auf 8,5, der Median der oberen Hälfte auf 11,5 und der Median der unteren Hälfte auf 6 Runden sinken. Außerdem würde die untere Antenne bis zum neuen Minimum von einer Runde reichen.

K2 **15** Falls die Klasse mit dem weitesten Einzelergebnis gewinnt, so gewinnt die 7a mit 4,9 Metern. Gewinnt die Klasse mit dem größten Median-Ergebnis, so liegen die Klassen 7a, 7b und 7d gleichauf. Betrachtet man nur die Ergebnisse der oberen Hälfte, so würde Klasse 7c gewinnen, da hier der Median der oberen Hälfte mit 4,7 m am größten ist.

K1 **16** **a)** In der ersten Gruppe gibt es kein Mittelfeld: Die Gruppe ist in einen leistungsschwachen und einen leistungsstarken Teil gespalten. Der Median liegt mit zehn Punkten im Mittelfeld.
In der zweiten Gruppe ist die Punkteverteilung stärker um den Median von zehn Punkten konzentriert. Es gibt wenige gute und schlechte Testteilnehmer, dafür jedoch eine Menge im Mittelfeld.
In der letzten Gruppe ist der Test eher schlecht ausgefallen. Der Median liegt bei drei Punkten. Es gibt zwar Leistungsträger, jedoch liegen drei von vier Ergebnisse bei sechs und weniger Punkten.

b) 1 – C; 2 – A; 3 – B

Entdecken

K4 ■ Georg hat Spielkarten gewonnen.

K5 ■ Kais Aussage ist richtig, da es drei grüne Felder gibt, auf denen man ein T-Shirt gewinnt, und nur ein schwarzes Feld gibt, wo man den Gutschein gewinnt. Die Wahrscheinlichkeit, ein T-Shirt zu gewinnen, ist also dreimal so groß.

K1 ■ Am häufigsten wird man T-Shirts oder Spielkarten gewinnen (drei Gewinnfelder), während der Taschenrechner und der Gutschein am seltensten zu gewinnen sind (nur je ein Gewinnfeld).

Nachgefragt

K5 ■ Beispiele sind eine Münze oder zwei Karten zum Ziehen. Diese „Geräte“ sind sinnvoll, da zwischen zwei Ereignissen (Mannschaft A oder B stößt an) mit gleicher Wahrscheinlichkeit von 50 % ausgewählt werden kann, sodass die Entscheidung gerecht gefällt wird.

K5 ■ Ja, beim Würfeln kann man zehnmal hintereinander eine „6“ werfen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist jedoch gering.

Aufgaben

K5 **1** **a)** Ja, da das Ergebnis nicht vorhersehbar ist.
b) Nein, da es für den Wert des Terms nur ein Ergebnis gibt, welches immer eintritt.
c) Ja, da das Ergebnis nicht vorhersehbar ist.
d) Nein, da das Ergebnis von vorherigen Ereignissen abhängt. Z. B. können die Noten am Ende der 6. Klasse das Besuchen der 7. Klasse verhindern.
e) Ja, da das Ergebnis nicht vorhersehbar ist. Der Reißnagel kann in zwei verschiedenen Positionen zum Stillstand gelangen.
f) Nein, da die Teilnehmer nicht zufällig, sondern nach vorherigen Leistungen ausgewählt werden.
g) Nein, da der Trainer die Spiele nicht zufällig, sondern nach ihren Fähigkeiten und Einsatzbereichen auswählt.
h) Ja, da das Ergebnis nicht vorhersehbar ist.
i) Ja, da das Ergebnis nicht vorhersehbar ist.
j) Nein, da Annas Mathematikleistungen bekannt sind und somit die Lösung der Aufgabe kein Zufall mehr ist.
k) Nein, da der Schiedsrichter die gelbe Karte nur nach bestimmten Regeln vergibt. Somit ist es (recht gut) vorhersehbar und kein Zufallsexperiment.
l) Nein, da Margot frei entscheiden kann, ob sie Auto fährt oder nicht.

K1 **2** Mögliche Ausgänge mit Nieten (N) und Treffern (T):
a) ohne Reihenfolge: {N, N, N}; {N, N, T}; {N, T, T}
b) mit Reihenfolge: (N, N, N); (N, N, T); (N, T, N); (T, N, N); (N, T, T); (T, N, T); (T, T, N)

K1 **3** **a)** Augensumme: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
b) Ziehung aus der Urne: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
c) Würfeln mit einem Körper mit acht gleich großen Flächen (Oktaeder): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

K 1 **4** **a)** mögliche Quersummenwerte: {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17}

b) mögliche Primzahlen: {13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97}
Davon haben 23, 29, 41, 43, 47, 61, 67, 83, 89 wieder eine Primzahl als Quersumme.

K 1 **5** **a)** Bei Addition sind möglich: {0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12}
Bei Multiplikation sind möglich: {0, 1, 2, 4, 6, 12, 36}

b) Bei den Zahlen 0, 2 und 6 sind sowohl die Addition als auch die Multiplikation möglich, da die Zahlen in beiden Ergebnismengen vorkommen. Die 3 ist jedoch nur durch die Addition und die 36 nur durch eine Multiplikation erhältlich.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 48

Entdecken

K 3 ■ Individuelle Ergebnisse.

Nachgefragt

K 1 ■ Der größte Wert, den die relative Häufigkeit haben kann, ist 1, das heißt: Die absolute Häufigkeit stimmt mit der Anzahl der durchgeführten Experimente überein. Der kleinste mögliche Wert für die relative Häufigkeit ist 0. In diesem Fall ist das betrachtete Ergebnis nie aufgetreten und die absolute Häufigkeit 0.

K 1 ■ Addiert man alle relativen Häufigkeiten, so erhält man 100 % = 1.

K 1 ■ Von der absoluten Häufigkeit kann man auf die relative Häufigkeit schließen, indem man sie durch die Anzahl aller Durchführungen dividiert. Von der relativen Häufigkeit kann man jedoch nicht auf die absolute Häufigkeit schließen. Das Beispiel zeigt, dass man mit gleichen relativen Häufigkeiten unterschiedliche absolute Häufigkeiten erhalten kann:

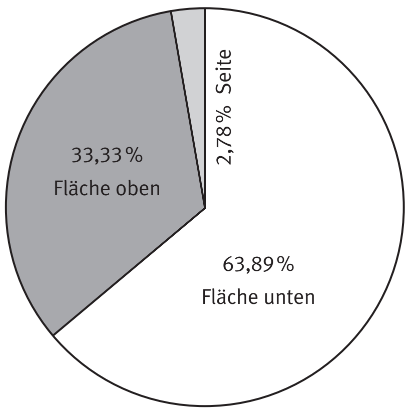
1. Eine Münze wird 5-mal geworfen. 3-mal zeigt die Münze Kopf an.
   Absolute Häufigkeit:
   H (Kopf) = 3, relative Häufigkeit: $\frac{3}{5} = 60\,\%$
2. Ein Reißnagel wird 15-mal geworfen, 9-mal zeigt die Spitze nach oben.
   Absolute Häufigkeit:
   H (Spitze zeigt nach oben) = 9, relative Häufigkeit: $\frac{9}{15} = 60\,\%$

Aufgaben

K 4 **1**

	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit
Seite	1	$\frac{1}{36} = \frac{10}{360} = 2{,}78\,\%$
Fläche unten	23	$\frac{23}{36} = \frac{230}{360} = 63{,}89\,\%$
Fläche oben	12	$\frac{12}{36} = \frac{120}{360} = 33{,}33\,\%$

Relative Häufigkeit



K 2 **2** Diese Aufgabe können die Schülerinnen und Schüler selbst aktiv durchführen. Die Ergebnisse fallen unterschiedlich aus; es ist anzunehmen, dass die Werte für die relative Häufigkeit bei **c)** nahe bei 50 % liegen je öfter die Münze geworfen wird.

K 3 **3** **a)** $34\,\% = 0{,}34 = \frac{34}{100} = \frac{17}{50}$ Die absolute Häufigkeit für Position 1 betrug 17.

b) $75\,\% = 0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{30}{40}$ Ines hat den Reißnagel 40-mal geworfen.

c) Kevins Vermutung kann richtig oder falsch sein. Der Nenner 25, der von Hannah angegeben wird, kann die Anzahl der Würfe anzeigen. Es kann sich bei Hannahs Angabe aber auch um einen gekürzten Bruch handeln, dann ist die Anzahl der Würfe ein Vielfaches von 25.

K5 **4** Sophies Aussage ist korrekt, da es in Relation zu den gesamten Ferientagen in den Herbstferien mehr Tage mit schönem Wetter gab.
$h = \frac{3}{5} = 0{,}6$ bedeutet, dass es in den Herbstferien an 60 % der Tage schönes Wetter gab.
$h = \frac{3}{12} = 0{,}25$ bedeutet, dass es in den Weihnachtsferien an 25 % der Tage schönes Wetter gab.

K1 **5** **a)** $h(1) = \frac{31}{100} = 31\,\%$
$h(2) = \frac{40}{100} = 40\,\%$
$h(3) = \frac{29}{100} = 29\,\%$
Dreht man das Glücksrad öfter, werden sich die relativen Häufigkeiten der drei Ereignisse dem Wert $\frac{1}{3}$ annähern, da die drei Sektoren des Glücksrads gleich groß sind und ihre Wahrscheinlichkeit gedreht zu werden somit auch identisch ist.
b) Möchte man das Auftreten eines Ereignisses in Bezug auf die Durchgeführten Versuche betrachten, ist die relative Häufigkeit aussagekräftiger. Über die absolute Häufigkeit lassen sich keine Rückschlüsse auf die Anzahl der Durchgänge eines Zufallsexperiments machen.

K5 **6** **a)** Die Zahl 28 beschreibt die Anzahl von Befragten, welche Rentner sind und ein Haustier besitzen.
Die Zahl 17 beschreibt die Anzahl von Befragten, welche Rentner sind und kein Haustier besitzen.
Die Zahl 45 beschreibt die Anzahl von Befragte, welche Rentner sind.
Die Zahl 19 beschreibt die Anzahl von Befragten, welche keine Rentner sind und ein Haustier besitzen.
Die Zahl 35 beschreibt die Anzahl von Befragten, welche keine Rentner sind und kein Haustier besitzen.
Die Zahl 54 beschreibt die Anzahl von Befragten, welche keine Rentner sind.
Die Zahl 47 beschreibt die Anzahl von Befragten, welche ein Haustier besitzen.
Die Zahl 52 beschreibt die Anzahl von Befragten, welche kein Haustier besitzen.
Die Zahl 99 beschreibt die Anzahl der Befragten.
b) $h(\text{Rentner, Haustier}) = \frac{28}{45} \approx 62{,}22\,\%$
$h(\text{Haustier}) = \frac{47}{99} \approx 47{,}47\,\%$
c) 1

Es haben ...	einen Hund	keinen Hund	Anzahl gesamt
eine Katze	31	46	77
keine Katze	12	11	23
Gesamt	43	57	100

2 $h(\text{Hund}) = \frac{12}{100} = 12\,\%$
$h(\text{Katze}) = \frac{46}{100} = 46\,\%$
$h(\text{Hund, Katze}) = \frac{31}{100} = 31\,\%$

K4 **7** **a)**

	Anzahl der Jungen	Anzahl der Mädchen	Anzahl gesamt
möchten ein Pferd	110	140	250
möchten kein Pferd	190	60	250
Gesamt	300	200	500

b)

	Anzahl der Jungen	Anzahl der Mädchen	Anzahl gesamt
möchten ein Pferd	22 %	28 %	50 %
möchten kein Pferd	38 %	12 %	50 %
Gesamt	60 %	40 %	100 %

50 % der Befragten wünschen sich kein Pferd.

K4 **8** **a)**

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Relative Häufigkeit nach 100 Würfen	0,1	0,27	0,18	0,17	0,11	0,17
Relative Häufigkeit nach 200 Würfen	0,12	0,22	0,2	0,155	0,145	0,16
Relative Häufigkeit nach 300 Würfen	0,12	0,1867	0,1933	0,1833	0,1633	0,1533

b) $0{,}13 = \frac{H(1)}{400} \Leftrightarrow H(1) = 52$

$H(4) = 400 - 52 - 71 - 74 - 65 - 62 = 76$

c) $\frac{4}{25} = 0{,}16 = \frac{H(5)}{500} \Leftrightarrow H(5) = 80$

$H(3) = 500 - 71 - 89 - 88 - 80 - 82 = 90$

K4 **9** **a)**

	Anzahl Jungen	Anzahl Mädchen	Anzahl Gesamt
haben ein Smartphone	345	299	644
haben kein Smartphone	112	26	138
Gesamt	457	325	782

b)

	Anzahl Jungen	Anzahl Mädchen	Anzahl Gesamt
haben ein Smartphone	44,12 %	38,24 %	82,36 %
haben kein Smartphone	14,32 %	3,32 %	17,64 %
Gesamt	58,44 %	41,56 %	100 %

K2 **10** **a)** Nein. Die Angaben beziehen sich nicht auf Personen, sondern auf Familien.

b) Der Großteil der Familien lebt in der Ehe. Dieser Anteil ist im Westen größer als im Osten. Jedoch hat der Anteil der Ehepaare von 1996 bis 2007 in beiden Regionen abgenommen, sodass es mehr Lebensgemeinschaften und Alleinerziehende gibt.

c) Juristisch gibt es die „nichteheliche Lebensgemeinschaften“, in welchen die Partner nicht verheiratet sind, jedoch trotzdem zusammen leben. Außerdem gibt es „sozialpädagogische Lebensgemeinschaften“, in welchen pädagogische Fachkräfte mit Kindern zusammenleben, die z. B. spezieller Betreuung bedürfen.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 48

Entdecken

K5
- Individuelle Ergebnisse.

Nachgefragt

K5
- Falsch. Man kann nur die Wahrscheinlichkeit angeben, mit welcher das Ergebnis eintritt.

K1
- Falsch. Um dies zu überprüfen, müsste man sehr oft würfeln. Wenn dann die relative Häufigkeit einer Zahl wesentlich von $\frac{1}{6}$ abweicht, so ist der Würfel gezinkt. Bei drei Würfen lässt sich jedoch noch keine Aussage treffen.

K1
- Die Aussage stimmt nicht, es ist nicht egal, wie häufig das Zufallsexperiment durchgeführt wird, um den Mittelwert der relativen Häufigkeiten als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit zu verwenden. Das Experiment muss oft genug durchgeführt werden, damit sich die relative Häufigkeit stabilisieren kann. Gegenbeispiel: Wenn man eine Reißzwecke nur einmal wirft und diese auf dem Kopf landet, so hätte man als Mittelwert der relativen Häufigkeit für „Kopf“ 1 und als Mittelwert der relativen Häufigkeit für „Seite“ 0. Damit wäre der Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit von „Kopf“ 1 (sicheres Ereignis) und für „Seite“ 0 (unmögliches Ereignis).

Aufgaben

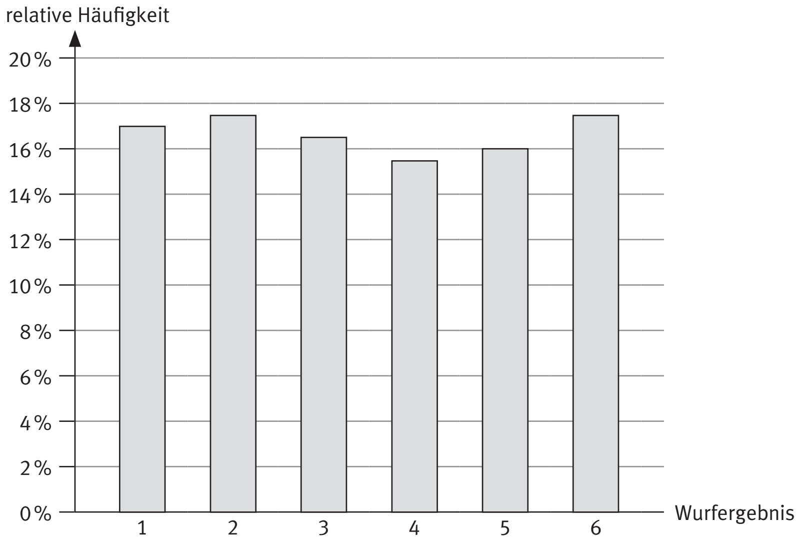
K1
1 Nelson hat nicht Recht. Die Häufigkeit der Würfe ist mit 10 Würfen zu niedrig, um eine Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, sie ist nicht repräsentativ.

K3
2 **a)**

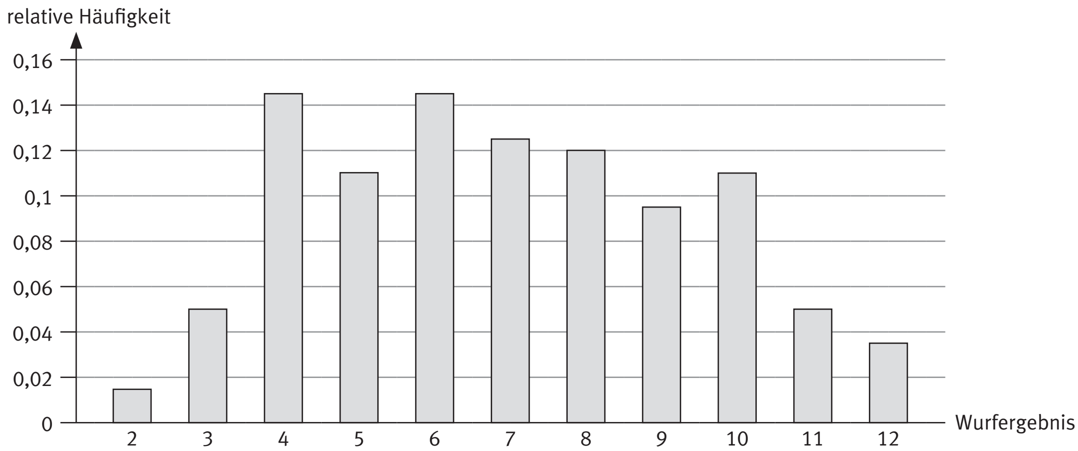
Augenzahl	1	2	3	4	5	6
relative Häufigkeit	17 %	17,5 %	16,5 %	15,5 %	16 %	17,5 %

b) Die Zahlen 1, 2, 3 und 5 sind Primzahlen. Die absolute Häufigkeit beträgt 34 + 35 + 33 + 32 = 134, die relative Häufigkeit 134 : 200 = 67 %.

c)



d) Mithilfe einer Tabellenkalkulation lassen sich je zwei Zufallszahlen von 1 bis 6 erzeugen, welche dann addiert werden. Der Befehl dazu lautet =ZUFALLSBEREICH(1;6). Mit Hilfe des Befehls z. B. =WENN(C1=2;1;0) lässt sich dann in einer weiteren Spalte überprüfen, ob in der Summenspalte C eine „2“ vorkommt. So legt man nun für die Summen „2“ bis „12“ je eine „WENN“ Spalte an und summiert die absoluten Häufigkeiten. Dividiert man nun durch 200, um die relativen Häufigkeiten zu erhalten, so ergibt sich z. B. folgendes Diagramm:



e) Auf „gute“ Werte könnte man kommen, indem man die Anzahl der Durchgänge des Experiments erhöht. Dann nähern sich die relativen Häufigkeiten den Wahrscheinlichkeiten an.

K3 **3** Die Ziffern 0, 1, 2, … 9 kommen insgesamt 8586-mal vor.

Ziffer	Vorkommen	**a)** relative Häufigkeit $\bar{x}$	**b)** Schätzwert
0	938	$\frac{938}{8586} \approx 0{,}109 = 10{,}9\,\%$	11 %
1	694	$\frac{694}{8586} \approx 0{,}081 = 8{,}1\,\%$	8 %
2	1158	$\frac{1158}{8586} \approx 0{,}135 = 13{,}5\,\%$	14 %
3	861	$\frac{861}{8586} \approx 0{,}100 = 10{,}0\,\%$	10 %
4	870	$\frac{870}{8586} \approx 0{,}101 = 10{,}1\,\%$	10 %
5	1208	$\frac{1208}{8586} \approx 0{,}141 = 14{,}1\,\%$	14 %
6	626	$\frac{626}{8586} \approx 0{,}073 = 7{,}3\,\%$	7 %
7	532	$\frac{532}{8586} \approx 0{,}062 = 6{,}2\,\%$	6 %
8	762	$\frac{762}{8586} \approx 0{,}089 = 8{,}9\,\%$	9 %
9	937	$\frac{937}{8586} \approx 0{,}109 = 10{,}9\,\%$	11 %

K1 **4** **a)** 1 gehört zum kleinen Holzzylinder, da die Mantelfläche des Zylinders kleiner ist als beim großen Holzzylinder. Es ist wahrscheinlicher, dass der Holzzylinder auf der Sternfläche liegen bleibt, als dass er auf die Seite kippt.

2 gehört zum großen Holzzylinder, da die Mantelfläche des Zylinders größer ist als beim kleinen Holzzylinder. Es ist wahrscheinlicher, dass der Holzzylinder auf der Seite liegen bleibt, als dass er auf die Sternfläche kippt.

b) 1 Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „Stern“: $\frac{30\,000}{50\,000} = 0{,}6 = 60\,\%$

2 Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „Stern“: $\frac{15\,000}{50\,000} = 0{,}3 = 30\,\%$

K2 **5** **a)** Startet man das Spiel, so ist es z. B. unwahrscheinlicher, zehnmal dieselbe Zahl zu würfeln als neunmal. Hat man jedoch bereits neunmal dieselbe Zahl gewürfelt, so beträgt die Wahrscheinlichkeit, sie noch ein zehntes mal zu würfeln, wieder $\frac{1}{6}$. Man sagt, der Zufall habe kein Gedächtnis.

b) Mithilfe einer Tabellenkalkulation lassen sich je zwei Zufallszahlen von 1 bis 6 erzeugen, welche dann addiert werden. Der Befehl dazu lautet =ZUFALLSBEREICH(1;6).

c) Man wird feststellen, dass die relative Häufigkeit, zweimal dasselbe Ergebnis hintereinander zu würfeln, bei etwa $\frac{1}{6}$ liegt, da dies in 6 der 36 möglichen Fälle eintritt. Für drei gleiche Ausgänge liegt sie bei etwa $\frac{1}{36}$, da dies in 6 der 216 Fälle eintritt.

K2 **6** **a)** und **b)** und **c)**
Es gibt individuelle Lösungsmöglichkeiten.

K5 **7** **a)** Niklas – 2; Lisa – 3; Elias – 1; Sevil – 4

b) Niklas hat Recht, da die absolute Häufigkeit für eine 6 bei Sevil etwa dreimal so groß wie bei Lisa oder Niklas ist.

K1 **8** **a)** Das Zufallsexperiment könnte das Würfeln mit einem sechsseitigen Würfel sein, da langfristig die relative Häufigkeit für ein Ereignis bei $\frac{1}{6} \approx 0{,}17$ liegt, welches der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses beim Würfeln entspricht.

b) Man erkennt, dass für große Anzahlen an Durchgängen die relative Häufigkeit sich der Wahrscheinlichkeit annähert. Dies nennt man das „empirische Gesetz der großen Zahlen“.

c) z. B. Münzwurf, Glücksrad, …

K4

Werkzeug

Tabellenkalkulation
Münzwurf simulieren
Aufgabenteile 1

Auch bei dieser Aufgabe soll der Umgang mit Excel geübt werden. Die Schüler erstellen das Tabellenblatt wie im Schulbuch beschrieben.

- Um die Wurfnummern fortzusetzen, empfiehlt es sich, den ersten Wurf in A9 mit 1 zu nummerieren und die Folgenummern über den Befehl „=SUMME(A9;1)“ zu erzeugen.
- In B9 wird durch den Befehl „=ZUFALLSZAHL()“ eine Zufallszahl generiert.
- In C9 wird über den Bedingungsbefehl „=WENN(B9<0,5;1;0)“ festgestellt, ob (in der Simulation) Kopf gewürfelt wurde oder nicht; ebenso wird in D9 über „=WENN(B9<0,5;0;1)“ festgestellt, ob Zahl gewürfelt wurde oder nicht.
- In C6 und in D6 werden über die Befehle „=SUMME(C9:C5008)“ bzw. „=SUMME(D9:D5008)“ alle Vorkommen von „Kopf“ bzw. von „Zahl“ addiert, und zwar im angegebenen Bereich, hier also bis zum 5000. Wurf.

Nimmt man in Zelle B3 anstelle von 0,5 einen anderen Wahrscheinlichkeitswert an, so lautet der Bedingungsbefehl für C9 bzw. D9: „=WENN(B9<B3;1;0)“ bzw. „=WENN(B9<B3;0;1)“.

Aufgabenteile 2

Die Schüler erstellen das Tabellenblatt „Münzwurf – relative Häufigkeit für Kopf“ wie beschrieben unter Verwendung der Tabelle aus den Aufgaben a) und b), d. h. mit Wurf-Nr., Zufallszahl und Kopf wie bei a) und b).

- Die absolute Häufigkeit von „Kopf“ erfolgt in Spalte D über den Befehl „=C4“ in D4 bzw. „=D4+C5“ in D5 und dann über Kopieren des Befehls in D5 in die Folgezellen von D5 in Spalte D.
- Die relative Häufigkeit von „Kopf“ erfolgt in Spalte E über den Befehl „=D4/A4“ in E4 und dann über Kopieren des Befehls in E4 in die Folgezellen in Spalte E.

Mit Ansteigen der Anzahl der Würfe nähert sich die relative Häufigkeit für „Kopf“ immer mehr dem Wert 0,5 an.

2.6 Laplace-Wahrscheinlichkeiten

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 49

Entdecken

K1
- Man erwartet, dass jede Farbe mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{4} = 25\,\%$ gewürfelt wird, da die Seiten geometrisch ununterscheidbar sind.

K4
- Individuelle Ergebnisse.

K1
- Ein Würfel hat sechs Seiten. Also beträgt die Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes Ergebnis $\frac{1}{6} \approx 16{,}7\,\%$.

Nachgefragt

K5
- Die Wahrscheinlichkeit eines Laplace-Experiments bestimmt man annäherungsweise, indem man die Durchgänge, in denen ein bestimmtes Ereignis eingetreten ist, durch die gesamte Anzahl der Durchgänge des Experiments teilt. Sie lässt sich auch exakt ausrechnen. (siehe 3. Punkt)

K1
- Nein, die Laplace-Wahrscheinlichkeit für ein mögliches Ergebnis bei einem Zufallsexperiment kann nicht 75 % betragen, da man hier nur Zufallsexperimente betrachtet, deren Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind. Die Wahrscheinlichkeit bei n Ergebnissen beträgt jeweils $\frac{1}{n}$. 75 % lässt sich so nicht als Bruch darstellen.

K1
- Besteht ein Ereignis aus mehreren Ausgängen, so kann man die Wahrscheinlichkeiten aller Ausgänge addieren, um die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis zu erhalten. Anstatt $\frac{1}{n}$ erhält man also als Formel: P(E) = Anzahl der Ausgänge, die zum Ereignis E gehören, mal $\frac{1}{n}$.

Aufgaben

K1 **1** **a)** Hier lässt sich die Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da es zwei mögliche Ergebnisse gibt, die gleich wahrscheinlich sind.

b) Hier lässt sich die Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da es 49 – 6 = 43 Ergebnisse gibt, die alle gleich wahrscheinlich sind.

c) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da die beiden Ergebnisse (Aufkommen auf der Halbkugel bzw. Aufkommen auf der Kreisfläche) nicht gleich wahrscheinlich sind.

d) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben (vgl. **c)**).

e) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da die beiden Ergebnisse (Niete oder Gewinn) nicht gleich wahrscheinlich sind, sondern von der Verteilung der Nieten bzw. Gewinnlose abhängt: Wenn im Lostopf beispielsweise 90 Nieten und 10 Gewinnlose sind, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit für Gewinn 10 %, die für Niete dagegen 90 %.

K1 **2** 1 : Glücksrad   2 : Würfel   3 : Urne

K1 **3** **a)** $16{,}\overline{6}\,\%$ **b)** 25 %   **c)** 12,5 %

K1 **4** **a)** 1 : $\frac{1}{32} = 3{,}125\,\%$ 2 : $\frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 50\,\%$ 3 : $\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 25\,\%$ 4 : $\frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$

5 : $\frac{12}{32} = \frac{3}{8} = 37{,}5\,\%$ 6 : $\frac{16}{32} = \frac{1}{2} = 50\,\%$ 7 : $\frac{2}{32} = \frac{1}{16} = 6{,}25\,\%$ 8 : $\frac{3}{32} = 9{,}375\,\%$

b) Sind alle n Ereignisse gleich wahrscheinlich, dann ist die Wahrscheinlichkeit für jedes einzelne Ergebnis $\frac{1}{n}$ oder – als Anteile formuliert – „1 Teil von n Teilen“.

K1 **5** **a)** 1 : 12,5 %   2 : 10 %   3 : $8{,}\overline{3}\,\%$

b) 1 : 25 mal (45 mal)   2 : 20 mal (36 mal)   3 : gerundet: 17 mal (30 mal)

K 1 **6** **a)** 1: 20 % 2: $16,\overline{6}$ % 3: $11,\overline{1}$ %
b) 1: 24 mal 2: gerundet: 20 mal 3: gerundet: 13 mal

K 1 **7** **a)** 1 und 2: $\frac{1}{37} = 2,\overline{702}$ %
3 und 4: $\frac{18}{37} = 48,\overline{648}$ %
5 $\frac{12}{37} = 32,\overline{432}$ %: („aus dem 1. Dutzend“ und „aus einer Kolonne“)
b) Mögliche Antwort: Da es hier um Millionen von Spiele geht und die Beträge, um die gespielt wird, ebenfalls in die Millionen gehen, stellt die Provision von $\frac{1}{37} = 2,\overline{702}$ %, die das Casino für sich einbehält, einen großen Wert dar. Das Spiel ist nicht fair, denn insgesamt ist das Casino der Gewinner und die Spieler sind die Verlierer.

K 1 **8** **a)** blau: 12 gelb: 12 **b)** blau: 8 gelb: 16
c) blau: 15 gelb: 9 **d)** blau: 4 gelb: 20

K 1 **9** Es sind unterschiedliche Antworten möglich, z. B.:
Hannas Überlegung ist nicht richtig, beide hatten die gleiche Chance, da die verschiedenen Zahlenkombinationen jeweils genau einmal vorkommen.

K 1 **10** Ginas Wurf ist unabhängig von den vorausgehenden Würfen, die Wahrscheinlichkeit beträgt 50 %.

K 1 **11** **a)** 2 % **b)** 50 % **c)** 30 % (15 von 50)
d) 14 % (7 von 50) **e)** 10 % (5 von 50) **f)** 0 % (0 von 50)

K 2 **12** **a)** 1: $16,\overline{6}$ % (6 von 36) 2: $27,\overline{7}$ % (10 von 36) 3: 50 % (18 von 36)
b) 1

Summe der Augenzahlen	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl der Möglichkeiten	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
Wahrscheinlichkeit in %	$2,\overline{7}$	$5,\overline{5}$	$8,\overline{3}$	$11,\overline{1}$	$13,\overline{8}$	$16,\overline{16}$	$13,\overline{8}$	$11,\overline{1}$	$8,\overline{3}$	$5,\overline{5}$	$2,\overline{7}$

2 Primzahlen (Addition der entsprechenden Werte aus 1)

Summe der Augenzahlen	2, 3, 5, 7 oder 11
Anzahl der Möglichkeiten	1 + 2 + 4 + 6 + 2 = 15
Wahrscheinlichkeit in %	$2,\overline{7} + 5,\overline{5} + 11,\overline{1} + 16,\overline{16} + 5,\overline{5} = 41,\overline{6}$

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 49

Entdecken

K5
- Die Regenwahrscheinlichkeit gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit es am morgigen Tag mindestens einmal regnet. Wenn man also eine große Anzahl an Tagen betrachtet, bei denen die Regenwahrscheinlichkeit 40 % beträgt, so wird es an 40 % der Tage eine Form von Niederschlag beliebiger Dauer und Ausdehnung geben. Dies widerspricht allen Aussagen.

Nachgefragt

K5
- Das Zitat stammt aus der Poetik des Aristoteles (24. Kapitel), die sich mit den unterschiedlichen Arten der Dichtung befasst. Dabei geht Aristoteles auch darauf ein, was ein Dichter bei der Arbeit an seinem Werk beachten sollte, um damit bei seinem Publikum eine erwünschte Wirkung zu erzielen. In diesem Zusammenhang steht das genannte Zitat. Laut Aristoteles steht es einem Dichter frei, in sein Werk ein unmögliches Ereignis aufzunehmen, wenn dieses sich in die innere Stimmigkeit des Werkes – etwa für eine besonders pointierte Darstellung – zwanglos einfügt. Aufgrund der Erfahrung mögliche Ereignisse sollte der Dichter jedoch nur darstellen, wenn sie sich schlüssig in den Aufbau und in die Handlung seines Werks einfügen (Vermeidung einer „wenig überzeugenden Möglichkeit“).
  Eine umfassende Untersuchung hierzu findet man in Gerrit Kloss: Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit im 9. Kapitel der Aristotelischen Poetik. Rheinisches Museum 146 (2003), 160–183.

K5
- Schicksal und Glück sind beides Ausdrücke für ein zufälliges Ereignis. Während Glück positiv aufgefasst wird, kann Schicksal sowohl Glück als auch Pech bedeuten.

K1
- Severin hat nicht Recht. Von den vier Kombinationen von Söhnen und Töchtern fällt nur die Kombination Tochter-Tochter weg. Somit bleiben drei Möglichkeiten und die Wahrscheinlichkeit, dass der Vater zwei Söhne hat, beträgt $\frac{1}{3}$.

Aufgaben

K3 **1** ① Nein, das stimmt nicht. Eine Wahrscheinlichkeit von 75 % bedeutet, dass in Zeiträumen von 10 Jahren, die von den äußeren Bedingungen mit der jetzigen Situation übereinstimmen, der Vulkan in 75 % aller Fälle ausbrechen würde. Die Angabe von 75 % Ausbruchswahrscheinlichkeit macht aber keine Aussagen darüber, ob der Vulkan überhaupt ausbricht und wenn ja, wann.

② Bei einer 75 %-Wahrscheinlichkeit ist es keinesfalls sicher, dass der Grimsvötn ausbricht. Nur bei einer Wahrscheinlichkeit von 100 % ist ein Gegenereignis ausgeschlossen und der Ausbruch garantiert.

③ Diese Aussage ist richtig. Das Gegenereignis zu „Ausbruch“ ist „kein Ausbruch“ und beträgt 25 %. 75 % Ausbruchswahrscheinlichkeit sind dreimal so viel wie 25 % Wahrscheinlichkeit, dass er nicht ausbricht.

K3 **2** **a)** Mögliche Trefferfläche von Schiffen: $4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$; $\frac{20}{100} = 20\,\%$
Die Wahrscheinlichkeit, gleich beim ersten Zug ein gegnerisches Schiff zu treffen, beträgt 20 %.

b) Trifft man ein gegnerisches Schiff, so ist es im Falle eines Einerbootes gleich versenkt. Falls nicht, dann sollte man gezielt im direkt angrenzenden Umfeld des Treffers einen Angriff starten, um den Rest des Schiffes ausfindig zu machen und es zu versenken. Hat man erst einmal „die Richtung“ eines Schiffes gefunden, so ist sichergestellt, dass an den anliegenden Kästchen keine Schiffe lagern, weil sich die Schiffe laut Regel nicht berühren dürfen. Durch diese Taktik kann man die Trefferwahrscheinlichkeit erhöhen.

c) Aron hat einen Glückstreffer gelandet, da der erste „Schuss“ ein reines Zufallsprodukt ist. Erst später kann man mit Taktik spielen. Die Wahrscheinlichkeit, einen Eimer zu treffen, liegt bei 4 %, die für genau diesen Eimer bei 1 %.

d) Restliche mögliche Treffer: $20 - 7 = 13$; restliche mögliche Spielfelder: $100 - 7 - 11 = 82$;
$\frac{13}{82} \approx 15{,}9\,\%$

K1 **3** Es ist nicht geschickt, bei diesem Spiel mitzumachen. Ist mindestens eine der beiden gedachten Zahlen gerade, so ist auch das Produkt gerade. Der Produktwert ist also nur bei zwei ungeraden Zahlen ebenfalls ungerade, also nur in 25 % der Fälle.

K5 **4** Individuelle Diskussionsbeiträge. Die Zitate können in Gruppen diskutiert werden. Danach kann jede Gruppe das Ergebnis ihrer Diskussion den anderen Gruppen präsentieren und es dort wiederum zur Diskussion, auch im Zusammenhang mit den anderen Zitaten, stellen.

K2 **5** **a)** Würfelt der Lehrer, so wird jede Note mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6} \approx 16{,}7\,\%$ auftreten.

b) Die Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Ausgang der vier Würfe beträgt $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 6{,}25\,\%$. Für die Ereignisse „Note 1“ und „Note 5“ gibt es nur einen Ausgang (viermal oder keinmal „Wappen“). Somit beträgt deren Wahrscheinlichkeit 6,25 %. Für die Ereignisse „Note 2“ und „Note 4“ gibt es vier mögliche Ausgänge. Also beträgt die Wahrscheinlichkeit für diese Ereignisse $4 \cdot 6{,}25\,\% = 25\,\%$. Alle übrigen Ausgänge haben die „Note 3“ als Ereignis. Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit hier $100\,\% - 25\,\% - 25\,\% - 6{,}25\,\% - 6{,}25\,\% = 47{,}50\,\%$.

c) und **d)** Individuelle Ergebnisse.

K3 **1**

a) Mittel: 106,625 °C

b) Gruppe 5 hat falsch abgelesen, da der Wert zu sehr von den anderen abweicht. Außerdem ist bekannt, dass reines Wasser eine Siedetemperatur von 100 °C hat.

c) Mittel = 100 °C = Median

a) Median: 100,5 °C

b) Gruppe 5 hat falsch abgelesen, da der Wert zu sehr von den anderen abweicht. Außerdem ist bekannt, dass reines Wasser eine Siedetemperatur von 100 °C hat.

c) Mittel = 100 °C = Median

K3 **2**

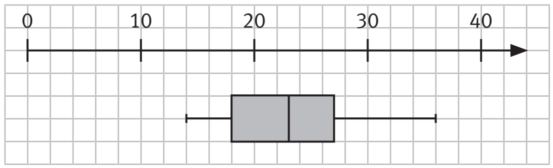
a) größte Anzahl: 36
kleinste Anzahl: 14

b) Durchschnitt: 23

c) Der Durchschnitt der ersten z. B. fünf Durchgänge liegt mit 18,4 wesentlich unter dem Durchschnitt der letzten fünf Durchgänge mit 28,2.

a) Minimum: 14
Maximum: 36
Median: 23
Unteres Quartil: 18
Oberes Quartil: 27
arithmetisches Mittel: 23

b)



c) Aus dem Boxplot kann man keine Verbesserung ablesen, da er keine Angabe über die Reihenfolge der Ergebnisse macht.

K5 **3**

a) Alle Ampeln sind entweder rot oder grün.

b) Zwei der Ampeln sind rot.

c) Mindestens zwei Ampeln sind grün.

a) {(1,5); (2,4); (3,3); (4,2); (5,1); (6,6)}

b) {(1,6); (2,5); (3,4); (4,3); (5,2); (6,1)}

c) {(1,1); (1,2); (2,1); (1,3); (3,1); (2,2); (1,4); (4,1); (2,3); (3,2); (1,5); (2,4); (3,3); (4,2); (5,1); (4,6); (6,4); (5,5); (6,6)}

d) {(1,1); (1,2); (2,1); (1,4); (4,1); (2,3); (3,2); (1,6); (2,5); (3,4); (4,3); (5,2); (6,1); (5,6); (6,5)}

K4 **4**

a) 1: $\frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$
2: $\frac{8}{40} = \frac{1}{5} = 20\,\%$
3: $\frac{9}{40} = 22{,}5\,\%$
4: $\frac{3}{40} = 7{,}5\,\%$
5: $\frac{7}{40} = 17{,}5\,\%$
6: $\frac{8}{40} = \frac{1}{5} = 20\,\%$

b) gerade Augenzahlen: $\frac{19}{40} = 47{,}5\,\%$

a) Quadratzahlen sind die 1 und die 4:
$\frac{8}{40} = \frac{1}{5} = 20\,\%$

b) Alle Quadratzahlen sind kleiner gleich 6.
Also ist die relative Häufigkeit 100 %.

K3 **5** Individuelle Ergebnisse.

Individuelle Ergebnisse.

K3 **6**

a) Man sollte als „6“ eine der großen Flächen verwenden.

b) Individuelle Ergebnisse.

Die Wahrscheinlichkeit auf einer der Seiten zu landen ist für beide Seiten gleich. Dennoch erscheint es gefühlt so, dass es immer auf die Marmeladenseite fällt.

K1 **7** Falsch. Die Chance, eine Niete zu ziehen, beträgt $\frac{150}{250} = 60\,\%$. Also ist die Chance, keine Niete zu ziehen, 40 %.

Richtig. Die Chance auf einen Hauptgewinn beträgt $\frac{2}{250} = 0{,}8\,\%$.

K3 **8** Wahrscheinlichkeit für ein:

a) E: $\frac{5}{48} \approx 10{,}4\,\%$

b) A: $\frac{10}{48} \approx 20{,}8\,\%$

c) W: 0 %

d) A oder S: $\frac{10+3}{48} \approx 27{,}1\,\%$

Wahrscheinlichkeit für einen:

a) Vokal: $\frac{24}{48} \approx 50\,\%$

b) Umlaut: $\frac{1}{48} \approx 2{,}1\,\%$

c) E, U, R, O, P, A: $\frac{25}{48} \approx 52{,}1\,\%$

K3 **9** Von den 60 Bausteinen sind ...

a) 6 im Innern nicht lackiert, also 10 %.

b) 20 an einer Kante auf zwei Flächen lackiert, also 33,3 %.

c) 8 an den Ecken auf drei Flächen lackiert, also 13,3 %.

Von den 60 Bausteinen sind ...

a) 0 % auf allen Flächen lackiert.

b) 52 auf höchstens zwei Flächen lackiert, also 86,7 %.

c) 28 auf mindestens zwei Flächen rot lackiert, also 46,7 %.

K4 **1**

	Maximum	Minimum	Spannweite	Modalwert	Mittelwert	Median
Mathematik	8	2	6	–	4	3
Deutsch	5	2	2	4	4	4
Englisch	10	1	9	1	4	2,5

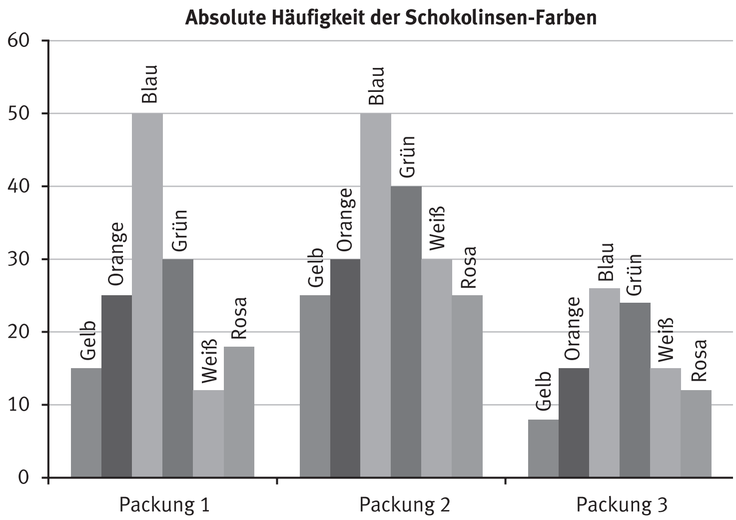
Der Mittelwert der Punktzahlen ist in allen Fächern identisch. Jedoch streuen die Ergebnisse in Deutsch am geringsten, während in Englisch die Punktzahlen weit auseinander liegen.

K4 **2** **a)** z. B. 0, 48, 20, 15, 30
b) z. B. 0, 48, 1, 47, 20, 20, 15, 30, 15, 30, 20, 20

K1 **3** **a)** Dies ist kein Zufallsexperiment, da das Ergebnis der Handlung nicht vom Zufall abhängt.
b) Dies ist ein Zufallsexperiment, da das Ergebnis vom Zufall abhängt und sich nicht mit Sicherheit vorhersagen lässt.
c) Dies ist kein Zufallsexperiment, da das Ergebnis der Handlung nicht vom Zufall abhängt.
d) Dies ist ein Zufallsexperiment, da das Ergebnis vom Zufall abhängt und sich nicht mit Sicherheit vorhersagen lässt.
e) Dies ist ein Zufallsexperiment, da das Ergebnis vom Zufall abhängt und sich nicht mit Sicherheit vorhersagen lässt.

K3 **4** **a)** $h = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 40\,\%$
b) $h = \frac{78}{104} = 75\,\%$ **c)** $h = \frac{8}{10} = 80\,\%$ **d)** $h = \frac{27}{30} = 90\,\%$ **e)** $h = \frac{91}{100} = 91\,\%$

K4 **5**



K3 **6** **a)** $45{,}8\overline{3}\,\%$ **b)** 25% **c)** $83{,}\overline{3}\,\%$ **d)** $41{,}\overline{6}\,\%$ **e)** $68{,}0\overline{5}\,\%$ **f)** 0%

K1 **7** **a)** 1 Lösungsmöglichkeiten für ein unmögliches Ereignis:
„Das Produkt ist 3."
„Das Produkt ist negativ."

2 $\Omega = \{0; 1; 2; 4; 6; 12; 36\}$

3 Es handelt sich nicht um ein Laplace-Experiment, weil nicht alle Produktwerte gleich wahrscheinlich sind. Beispiel:
$P(4) = P(\text{gelb}\,|\,\text{gelb}) = \frac{1}{36}$
$P(36) = P(\text{rot}\,|\,\text{rot oder rot}\,|\,\text{blau oder blau}\,|\,\text{rot oder blau}\,|\,\text{blau}) = 4 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{9}$

4 Der Würfel muss die Zahlen 0, 1, 3 und 4 enthalten.

b) 1 Die Zahlen 1,2,3,4 treten gleich wahrscheinlich auf. Die Wahrscheinlichkeit kann durch die relative Häufigkeit $\frac{39}{300} = 13\,\%$ des Experiments für die „3" angenähert werden. Die restlichen $100\,\% - 4 \cdot 13\,\% = 48\,\%$ teilen sich auf die Ereignisse „5" und „6" auf. Beide Ereignisse treten also mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 24 % auf.

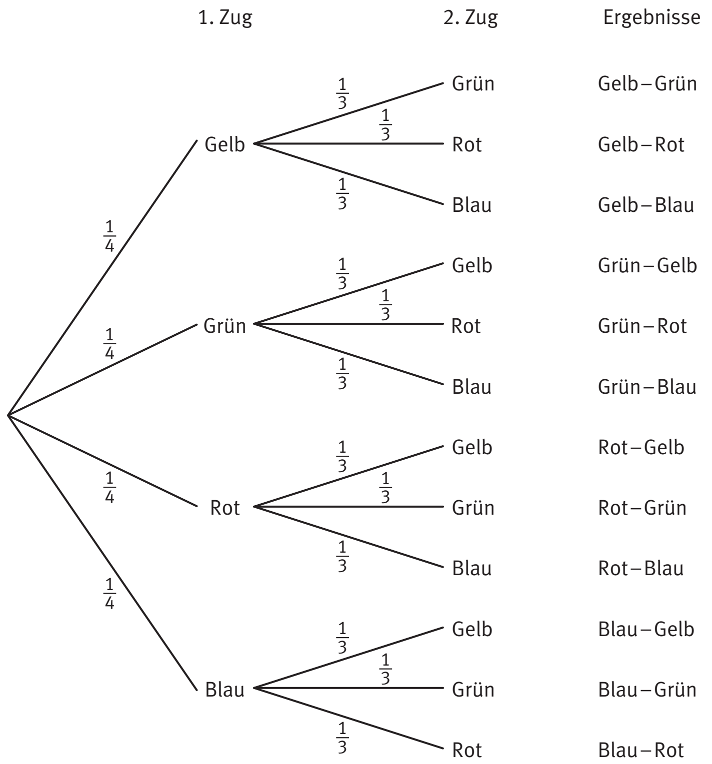
2 Die Zahlen 1, 2, 3 und 5 sind Primzahlen. Summiert man deren Ereigniswahrscheinlichkeiten, so kommt man auf $3 \cdot 13\,\% + 24\,\% = 63\,\%$.

3 Nur die 6 ist durch 2 und 3 teilbar. Also beträgt die Wahrscheinlichkeit 24 %.

K1 **8** **a)** Für jede Ziffer ist eine gleich große Wahrscheinlichkeit zu erwarten, also 16,7 %.

b) Michas Meinung ist gerechtfertigt: Die Voraussetzung für ein Laplace-Glücksrad ist, dass alle möglichen Ereignisse gleich wahrscheinlich sind. Das trifft auf das Glücksrad von Micha und Eva zu.

K3 **9** **a)** Hinweis: Das Erstellen eines Baumdiagramms ist nicht zwingend, es erleichtert lediglich die Übersicht.



b) Bestimmung durch Abzählen am Baumdiagramm oder aufgrund des Ergebnisraums:

1 $P(E_{\text{Gelb-und-Blau}}) = \frac{2}{12} \approx 16{,}67\,\%$ 2 $P(E_{\text{nicht-Gelb}}) = \frac{6}{12} = 50\,\%$ 3 $P(E_{\text{gleiche-Farbe}}) = \frac{0}{12} = 0\,\%$

c) Mögliche Antworten: E: „Die erste der gezogenen Kugeln ist gelb."
E: „Die zweite der gezogenen Kugeln ist grün."

K3 **10** **a)** Ω = {OLE; OEL; ELO; EOL, LEO; LOE}
b) P (OEL) = $\frac{1}{6}$
c) P (LEO; OLE) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
d) P (weder LEO noch OLE noch OEL) = P (ELO; EOL, LOE) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ oder
P (weder LEO noch OLE noch OEL) = 1 – P (LEO; OLE; OEL) = $1 - \frac{3}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

K1 **11** **a)** 2 % **b)** 50 % **c)** 30 % (15 von 50)
d) 14 % (7 von 50) **e)** 10 % (5 von 50) **f)** 28 % (14 von 50)

K3 **12** **a)** 1 $16{,}\overline{6}$ % 2 0 % 3 50 %
b) Eine der roten Figuren von Uli auf dem Brett kommt mit jeder der drei Würfelzahlen 2, 3, 4 ins Haus. Dies sind 3 von 6 Möglichkeiten, also 50 %.
Pia kannn mit den Würfelzahlen 3, 4, 5, 6 ins Haus kommen, die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt also $66{,}\overline{6}$ %.

K3 **13** **a)** Mögliche Antwort/Vermutung:
Die 6 und die 1 werden am häufigsten gewürfelt (etwa 90 %), da diese die größten Flächen haben. Dass die Seitenlagen 3 und 4 bzw. 5 und 2 gewürfelt werden, ist sehr unwahrscheinlich (etwa 10 %).
b) und **c)** Es sind individuelle Ergebnisse möglich.

K5 **14** Beispiele für Beobachtungen:
In der Gruppe der Testpersonen steigt das Gewicht mit der Körpergröße an. Dies sieht man an den ansteigenden Quartilen und dem Median.
In der Gruppe der 175 cm großen Personen ist die Spannweite des Gewichtes sehr groß. Es wird also mehrere besonders schwere und leichte Personen geben.

K2 **15** **a)** Für die Firma ist die Maschine 1 am günstigsten, da mehr als 50 % der Schachteln weniger als 200 g Schrauben enthalten. Für den Kunden ist Maschine 3 am günstigsten, da die schwersten 25 % mehr als 4 g zu schwer sind, während die leichtesten 25 % der Schachteln nur weniger als 1 g zu leicht sind.
b) Der Boxplot einer idealen Maschine ist derjenige für Maschine Nr. 2.

K2 **16** Der Zufall kennt keine Vergangenheit. Bei jeder Zugfahrt ist die Wahrscheinlichkeit eines Unglücks dieselbe. Deshalb ist Charles Dickens Aussage irrational.

K3

Experiment

Wahrscheinlichkeiten einschätzen
- Individuelle Versuchsergebnisse.

K3 **Das Oktaeder**

a) und **b)** Individuelle Versuchsergebnisse.

c) Alle Zahlen treten mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Das Experiment ist ein Laplace-Experiment.

K3 **Das Hexaeder – ein normaler Würfel**

a) und **b)** Individuelle Versuchsergebnisse, vergleiche Kapitel 2.5 Aufgabe 2.

c) Es gibt $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ Kombinationen ohne „6“, da es für jeden Würfel noch 5 andere Möglichkeiten („1“ bis „5“) gibt. Insgesamt gibt es jedoch $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$ Kombinationen, sodass es 671 Kombinationen für alle Ereignisse mit mindestens einer „6“ gibt. Da man in der Mehrzahl der Ereignisse also verliert, sollte man nicht in das Spiel einwilligen.

K3 **Das Dodekaeder**

a) Der Dodekaeder hat, wie alle platonischen Körper, deckungsgleiche Flächen und ist punktsymmetrisch. Somit ist die Wahrscheinlichkeit, auf einer bestimmten Fläche zu landen, für alle Flächen identisch.

b) Individuelle Versuchsergebnisse.

c) Um Aussagen über die Wahrscheinlichkeiten zu machen, sollte man nach dem Gesetz der großen Zahlen das Experiment mit den meisten Durchgängen verwenden, da sich dann die relativen Häufigkeiten den Wahrscheinlichkeiten annähern.

K2 **Das Tetraeder**

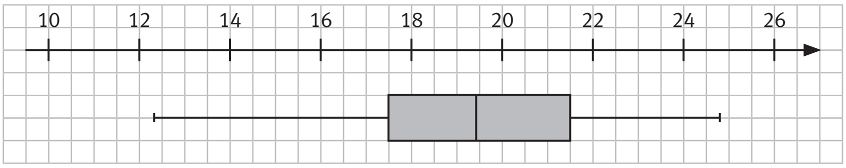
a) und **b)** Individuelle Versuchsergebnisse.

c) Da drei von vier Seiten mit dem Stern-Symbol versehen sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit 75 %, dieses als Wurfereignis zu erhalten. Dementsprechend entfallen 25 % auf das Smiley.

Am Ziel!

K4 **1** **a)** Median: 19,4; Minimum: 12,3; Maximum: 24,8; Spannweite: 12,5

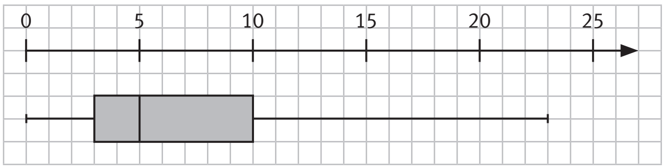
b)



c) Alle Werte kommen genau einmal vor, es gibt also keinen häufigsten Wert.

K5 **2** Der Median der Datenreihe ist 4. Unteres Quartil ist 2, oberes Quartil 7. Das heißt, die Hälfte der Katzen hat innerhalb dieses Jahres zwischen 2 und 7 Katzenbabys geboren, wobei von diesen 10 Katzen 5 zwischen 2 und 4 und die anderen 5 zwischen 4 und 7 Katzen geboren haben. Das Minimum der geborenen Katzenbabys lag bei 0, das Maximum bei 8 Katzenbabys. 5 Katzen haben zwischen 0 und 2, die restlichen 5 zwischen 7 und 8 Katzenbabys geboren.

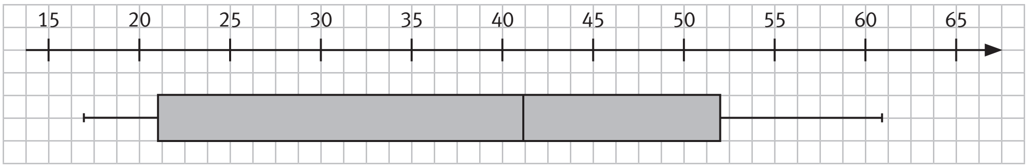
K3 **3**



K3 **4** **a)** Zwischen 17 und 61 Fahrgästen haben die Zeitung gelesen. Dabei liegen 50 % der Messwerte zwischen 21 und 52 Lesern.

b) Antwortmöglichkeiten: Zeitpunkt der Datenerhebung, Anzahl aller Fahrgäste.

c)



K1 **5** Für ein Zufallsexperiment muss gelten:

- Die Durchführung erfolgt nach festgelegten Regeln und ist beliebig oft wiederholbar.
- Es müssen mindestens zwei verschiedene Ausgänge möglich sein.
- Betrachtet man jedes Zufallsexperiment für sich, so ist sein Ausgang nicht vorhersagbar.

a) Kein Zufallsexperiment, da keine der Eigenschaften erfüllt ist.

b) Zufallsexperiment.

c) Kein Zufallsexperiment, da keine festgelegten Regeln gelten.

d) Zufallsexperiment.

K5 **6** Man wiederholt den Zufallsversuch so oft, bis sich die relativen Häufigkeiten für die drei Positionen stabilisieren. Diese relativen Häufigkeiten sind ein Schätzwert für die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.

K3 **7** Till zieht den „Schwarzen Peter“ mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5} = 20\,\%$.

K3 **8** Michelle kann das Spiel beenden, wenn sie eine 6 würfelt. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt $\frac{1}{6} = 16{,}\overline{6}\,\%$.

K5 **9** **a)** Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$.

b) Sie könnte das Experiment genügend oft wiederholen und die relativen Häufigkeiten der einzelnen Farben berechnen. Diese sollten dann etwa $\frac{1}{8}$ betragen.

K3 **10** Für alle Teilaufgaben gilt: Ein Jahr hat 365 Tage.

a) Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{365} \approx 0{,}27\,\%$.

b) Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{31}{365} \approx 8{,}49\,\%$

c) Annahme: Nach den meteorologischen Jahreszeiten dauert der Herbst von 1. September bis 30. November. Dies sind 91 Tage.
Die Wahrscheinlichkeit beträgt also $\frac{91}{365} \approx 24{,}93\,\%$.

d) Annahme: Ein Jahr hat 52 Wochen.
Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{52}{365} \approx 14{,}25\,\%$.

Aufgaben für Lernpartner

K 1/5 **A** Die Aussage ist falsch. Bei einer geraden Anzahl an Werten ist der Median das arithmetische Mittel der beiden mittleren Werte. Dieses arithmetische Mittel ist genau dann ein tatsächlich vorkommender Wert, wenn die beiden mittleren Werte identisch sind.

K 1/5 **B** Die Aussage ist falsch.

K 1/5 **C** Die Aussage ist richtig (wenn der Rand zum „Inneren" gehört).

K 1/5 **D** Die Aussage ist falsch. Minimum bzw. Maximum können gleichzeitig unteres bzw. oberes Quartil sein.

K 1/5 **E** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: 0; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 8
Median, unteres und oberes Quartil sind 4. Das Maximum beträgt 8, das Minimum beträgt 0.

K 1/5 **F** Die Aussage ist falsch. Nach dem empirischen Gesetz der großen Zahlen nähern sich die relativen Häufigkeiten für die einzelnen Augenzahlen bei genügend häufiger Wiederholung des Experiments $\frac{1}{6}$, dies bedeutet aber nicht, dass jede Zahl genau 1000-mal fällt.

K 1/5 **G** Die Aussage ist richtig, denn $\frac{0}{n} = 0$.

K 1/5 **H** Die Aussage ist richtig, denn die relative Häufigkeit 1 entspricht einer Wahrscheinlichkeit von 100 %.

K 1/5 **I** Die Aussage ist falsch. Es stabilisiert sich die relative Häufigkeit.

K 1/5 **J** Die Aussage ist richtig.

K 1/5 **K** Die Aussage ist richtig.

K 1/5 **L** Die Aussage ist falsch. Bei einem Laplace-Experiment müssen alle Ausgänge gleich wahrscheinlich sein. Dies gilt nicht für jedes Zufallsexperiment.

K 1/5 **M** Die Aussage ist falsch. Beide Ausgänge haben die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{216}$.

K 1/5 **N** Die Aussage ist richtig, denn 4 von 32 Karten sind Asse. Dies entspricht einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.