14 *RL*- und *RC*-Glieder, Frequenzfilter

Ph12 Lernbereich 2: Elektromagnetische Induktion und Schwingungen

Die Schülerinnen und Schüler erschließen sich aus differentiellen Zusammenhängen die Amplitudenverhältnisse und Phasenbeziehungen zwischen Spannung und Stromstärke für einen Kondensator und eine Spule im Wechselstromkreis. **Sie beschreiben das Verhalten von *RL*- und *RC*-Gliedern durch Zeigerdiagramme und erläutern anhand dieser Diagramme technische Anwendungen.**

Voraussetzung: AB13 „Spule und Kondensator im Wechselstromkreis"

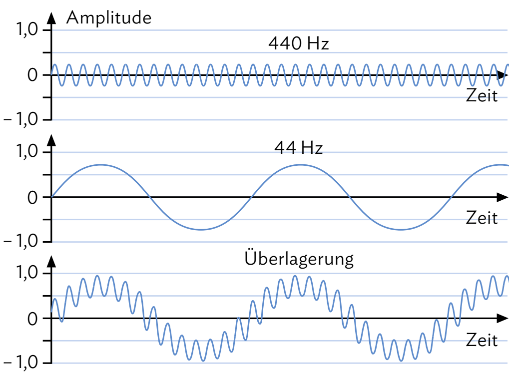
Frequenzfilter – Wechselstromwiderstand im technischen Stromkreis

Die Eigenschaft der Frequenzabhängigkeit des Wechselstromwiderstandes von L und C (vgl. AB13 *„Spule und Kondensator im Wechselstromkreis"*) lässt sich z. B. in sogenannten Frequenzfiltern oder -weichen nutzen. Das sind Schaltungen, an deren Eingang eine Überlagerung von Wechselspannungssignalen unterschiedlicher Frequenzen anliegt, die an einem oder mehreren Ausgängen aber nur die Wechselspannung einer bestimmten Frequenz oder eines Frequenzbereiches ausgeben. Es werden also aus den gemischten Signalen bestimmte Frequenzen herausgefiltert.

Typische Anwendungsbeispiele hierfür sind Musiksignale, die in einer Lautsprecherbox an Hoch- und Tieftöner weitergegeben werden. Dabei soll der Hochtöner nur die hohen, der Tieftöner nur die tiefen Töne wiedergeben.

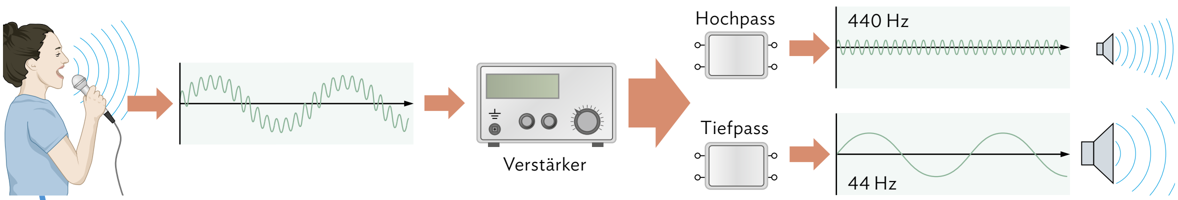
Auch die Funksignale unterschiedlicher Trägerfrequenzen (Fernsehen UHF und Rundfunk UKW), die von zwei verschiedenen Antennen empfangen und dann von ***einem*** Kabel übertragen werden, müssen vor der Ausgabe an die Endgeräte von einer Frequenzweiche aufgeteilt werden.

In B1 ist in der unteren Spur der Spannungsverlauf eines Audiosignals zweier überlagerter unterschiedlicher Töne dargestellt: Der eine Ton hat die Frequenz 440 Hz („Kammerton a" – siehe auch obere Spur), der andere ist ein typischer Basston mit 44 Hz (siehe auch mittlere Spur). Er ist mit dem Ohr kaum wahrnehmbar.



B1 Oben/Mitte: Audiosignale unterschiedlicher Frequenz; Unten: Beide Audiosignale überlagert.

Der Hochtöner soll nun nur den Kammerton a (440 Hz) wiedergeben, der Tieftöner nur den Basston der Frequenz 44 Hz. Hierfür müssen die beiden Einzelsignale aus dem gemischten Signal gefiltert werden:



B2 Schematische Darstellung der Funktionsweise von Hoch- und Tiefpass.

Ein Filter, der nur Spannungen tiefer Frequenzen ungehindert hindurchlässt (passieren lässt), wird auch als Tiefpass bezeichnet, entsprechendes gilt für Spannungen hoher Frequenzen (Hochpass). Ein Tief- bzw. Hochpass besteht oftmals aus einer Reihenschaltung eines Ohmschen Widerstandes und einer Spule bzw. Kondensator, man spricht dann von einem *RL*- bzw. *RC*-Glied. Je nachdem, zu welchem der beiden Bauteile der Lautsprecher selbst dann parallelgeschaltet wird, fungiert die Schaltung dann als Hoch- oder eben als Tiefpass.

Wiederholung: Elektrische Reihenschaltung Ohmscher Widerstände

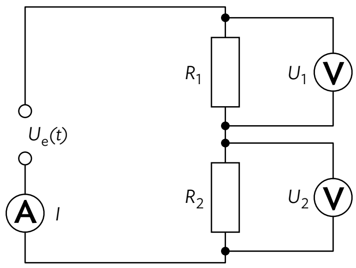
Wir erinnern uns: In einer elektrischen Reihenschaltung bestehend aus Ohmschen Widerständen addieren sich die Teilspannungen an den in Reihe geschalteten elektrischen Geräten zur anliegenden Gesamtspannung:

$U_e = U_1 + U_2$

Zudem ist die Stromstärke I im Stromkreis überall gleich groß.

Wegen $R = \frac{U}{I}$ gilt dann: $R_1 = \frac{U_1}{I}$ bzw. $U_1 = R_1 \cdot I$ bzw. $U_2 = R_2 \cdot I$.

Wäre R_1 im Vergleich zu R_2 nun sehr klein, würde demnach fast die gesamte Spannung U_e an R_2 anliegen und an R_1 nur ein sehr kleiner Teil.

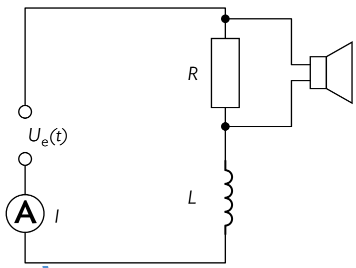


B3 Ohmsche Widerstände in Reihe geschaltet.

Hoch- oder Tiefpass mit Spule und Widerstand (*RL*-Glied)

RL-Glied als Tiefpass

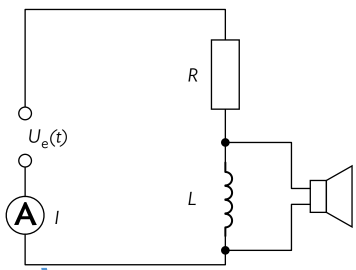
Die Schaltung für einen einfachen *RL*-Stromkreis aus Ohmschen Widerstand und Spule ist rechts dargestellt. Für tiefe Töne, also niedrige Frequenzen ω der Spannung, wird der Wechselstromwiderstand $\boldsymbol{X_L = \omega L}$ der Spule ebenfalls klein – fast die gesamte Spannung $U_e(t)$ liegt daher am Ohmschen Widerstand an. Schaltet man parallel zum Ohmschen Widerstand einen Lautsprecher, kann dieser daher ein starkes Signal ausgeben – der Ton ist laut. Der Lautsprecher gibt also bei niedrigen Frequenzen einen lauten Ton aus – die Schaltung stellt einen Tiefpass dar.



B4 *RL*-Stromkreis als Tiefpass.

RL-Glied als Hochpass

Für hohe Frequenzen wird im *RL*-Stromkreis der Wechselstromwiderstand $\boldsymbol{X_L = \omega L}$ der Spule groß. Deshalb liegt fast die gesamte Spannung an der Spule an und ein parallel zur Spule geschalteter Lautsprecher kann ein starkes Signal ausgeben. Der Lautsprecher gibt also bei hohen Frequenzen einen lauten Ton aus – die Schaltung stellt einen Hochpass dar.



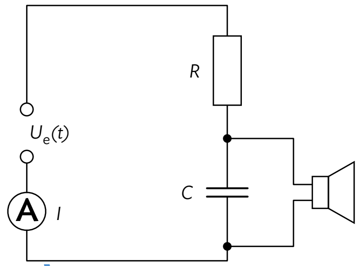
B5 *RL*-Stromkreis als Hochpass.

In einem Stromkreis aus Spule und Ohmschen Widerstand (*RL*-Glied) ist der Wechselstromwiderstand der Spule abhängig von der Frequenz der angelegten Spannung: $\boldsymbol{X_L = \omega L}$.
Bei tiefer Frequenz gibt ein parallel zum **Ohmschen Widerstand** geschalteter Lautsprecher ein starkes Signal aus (**Tiefpass**).
Bei hoher Frequenz gibt ein parallel zur **Spule** geschalteter Lautsprecher ein starkes Signal aus (**Hochpass**).

Hoch- oder Tiefpass mit Kondensator und Widerstand (*RC*-Glied)

RC-Glied als Tiefpass

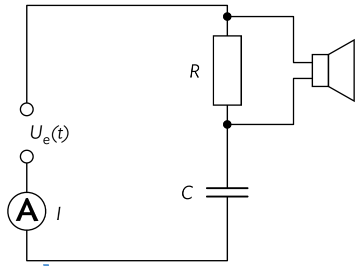
Die Schaltung für einen einfachen *RC*-Stromkreis aus Ohmschen Widerstand und Kondensator ist rechts dargestellt. Für tiefe Töne, also niedrige Frequenzen ω der Spannung, wird der Wechselstromwiderstand $X_C = \frac{1}{\omega C}$ des Kondensators groß – und verhält sich damit genau entgegengesetzt zum *RL*-Glied. Fast die gesamte Spannung $U_e(t)$ liegt daher am Kondensator an. Schaltet man parallel zum Kondensator einen Lautsprecher, kann dieser daher ein starkes Signal ausgeben – der Ton ist laut. Der Lautsprecher gibt also bei niedrigen Frequenzen einen lauten Ton aus – die Schaltung stellt einen Tiefpass dar.



B6 *RC*-Stromkreis als Tiefpass.

RC-Glied als Hochpass

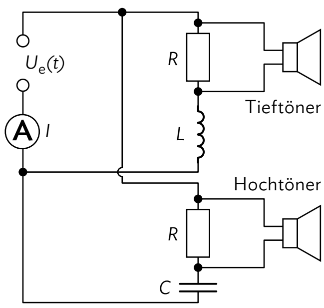
Für hohe Frequenzen wird im *RC*-Stromkreis der Wechselstromwiderstand $X_C = \frac{1}{\omega C}$ des Kondensators klein. Deshalb liegt fast die gesamte Spannung am Ohmschen Widerstand an und ein parallel zum Ohmschen Widerstand geschalteter Lautsprecher kann ein starkes Signal ausgeben. Der Lautsprecher gibt also bei hohen Frequenzen einen lauten Ton aus – die Schaltung stellt einen Hochpass dar.



B7 *RC*-Stromkreis als Hochpass.

In einem Stromkreis aus Kondensator und Ohmschen Widerstand (*RC*-Glied) ist der Wechselstromwiderstand des Kondensators abhängig von der Frequenz der angelegten Spannung:
$X_C = \frac{1}{\omega C}$.
Bei tiefer Frequenz gibt ein parallel zum **Kondensator** geschalteter Lautsprecher ein starkes Signal aus (**Tiefpass**).
Bei hoher Frequenz gibt ein parallel zum **Ohmschen Widerstand** geschalteter Lautsprecher ein starkes Signal aus (**Hochpass**).

Anmerkung: Als reales Bauelement hat der abgebildete Lautsprecher oben selbst auch einen Ohmschen Widerstand, der somit parallel zum Wechselstromwiderstand geschaltet ist. In der Praxis kann dieser Ohmsche Widerstand den in den Schaltungen eingezeichneten Widerstand mit der Bezeichnung *R* ersetzen. Es werden dann *RL*- und *RC*-Glied parallelgeschaltet (vgl. B8).



B8 Links: *RL*-Glied und *RC*-Glied parallelgeschaltet; Rechts: Anordnung in der Realität.

Schaltet man *L*, *C* und *R* in Reihe, so werden Signale oberhalb bzw. unterhalb eines bestimmten Frequenzbereichs herausgefiltert. Ein solche Schaltung wird als **Bandpass** bezeichnet.

Methode

Zeigerdiagramme

In AB12 *„Zeigerdiagramme als fachtypische Darstellungsform"* werden die Zeigerdiagramme erstmals eingeführt. Sie sind ein hilfreiches Werkzeug dafür, um den zeitlichen Verlauf von sinusförmigen Größen zu veranschaulichen. So lässt sich damit in der Mechanik der zeitliche Verlauf der Amplitude von Pendelschwingungen übersichtlich darstellen oder in der Elektrotechnik der zeitliche Verlauf von Spannung oder Stromstärke in einem Wechselstromkreis. Die allgemeingültigen Regeln zum Zeichnen solcher Diagramme werden auch schon in AB12 dargestellt:

Allgemeingültige Regeln

1. Die **Länge** eines Zeigers entspricht der Amplitude der jeweiligen Schwingungsgröße, also beispielsweise der maximalen Spannung oder der maximalen Stromstärke in einem Wechselstromkreis. Für die Zeigerlänge ist ein geeigneter Maßstab zu wählen, also zum Beispiel 1,0 A ≙ 1,0 cm oder 5,0 mV ≙ 1 Kästchenlänge.
   Die Länge eines Zeigers kann zur besseren Übersicht mit einem Kreis gekennzeichnet werden, dessen Radius der Zeigerlänge entspricht. Die Zeigerlänge ist für die gleiche Welle zu jedem Zeitpunkt gleich.
2. Die **Rotation** eines Zeigers erfolgt immer mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω entgegen des Uhrzeigersinns. Das Rotationszentrum ist dabei der Ursprung des Zeigerdiagramms.
3. Der **Winkel** eines Zeigers zur Horizontalen entspricht der Phasenverschiebung $\varphi = \omega t$, sofern man als Grundannahme von $\varphi(t = 0) = 0$ ausgeht. Zu Beginn der Schwingung zeigt der Zeiger dann in Richtung der Horizontalen.
   Es sind natürlich auch andere Startpositionen möglich. Bei einem kosinusförmigen Verlauf einer Schwingung würde die Phasenverschiebung zu Beginn z. B. $\varphi(t = 0) = \frac{\pi}{2}$ betragen und der Zeiger in Richtung der Vertikalen zeigen. Für $t > 0$ wird die Phasenverschiebung dann also nicht in Relation zur Horizontalen gebildet, sondern in diesem Beispiel zur Vertikalen – allgemein also immer zur anfänglichen Ausrichtung des Zeigers.

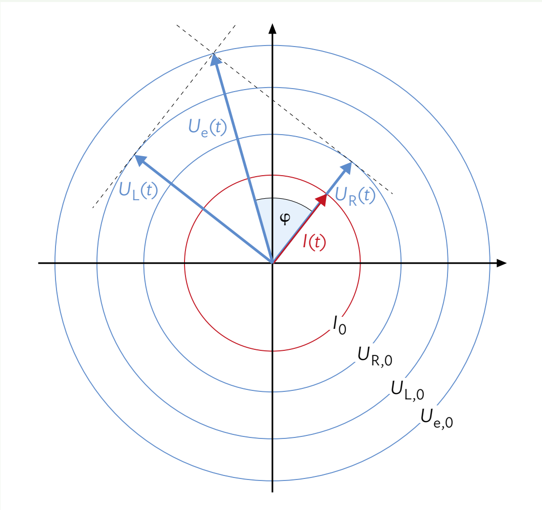
Zeigeraddition

Wenn man die Überlagerung von zwei Schwingungen betrachten will, kann man dafür auch die Zeigerdarstellung verwenden. Wie Sie wissen, werden die Amplituden von zwei Wellen zu einem bestimmten Zeitpunkt und an einem bestimmten Ort addiert, um damit die Amplitude der resultierenden Welle zu bestimmen (Superpositionsprinzip).

Auch bei Zeigerdiagrammen wird dann die Amplitude der Zeiger addiert. Hierfür geht man ähnlich wie bei Kräften oder anderen richtungsabhängigen Größen vor: Man legt den Fußpunkt des einen Zeigers an die Spitze des anderen Zeigers. Im so entstehenden Zeiger-Parallelogramm entspricht die Diagonale dem resultierenden Zeiger.

Wir betrachten dafür zum Beispiel einen *RL*-Schaltkreis (näheres dazu auf der nächsten Seite), für den gilt: $\vec{U}_e(t) = \vec{U}_R(t) + \vec{U}_L(t)$

Die resultierende Spannung $U_e(t)$ ergibt sich zu einem bestimmten Zeitpunkt t aus der Addition der Zeiger von $U_R(t)$ und $U_L(t)$, vgl. B9.



B9 Zeigerdiagramm der Spannungen an den Bauteilen eines *RL*-Schaltkreises.

Zeigerdiagramm eines Tiefpassfilters mit *RL*-Glied

Tiefpassfilter werden in der Praxis am *RL*-Glied realisiert. Es ist daher sinnvoll, diesen Fall genauer mithilfe eines Zeigerdiagramms zu untersuchen. Dafür fassen wir zunächst die grundlegenden Eigenschaften dieser Art der Schaltung zusammen (vgl. auch AB13 „*Spule und Kondensator im Wechselstromkreis*"):

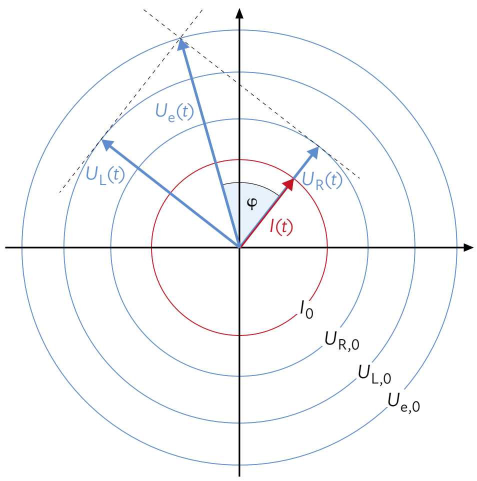
- Die Spannung $U_R(t)$ am Ohmschen Widerstand ist mit der Stromstärke $I(t)$ in Phase. Im Zeigerdiagramm liegen die jeweiligen Pfeile also immer übereinander und unterscheiden sich nur in ihrer Länge.
- Die Spannung $U_L(t)$ an der Spule dagegen geht der Stromstärke $I(t)$ um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus. Der Pfeil für $U_L(t)$ geht dem Pfeil von $I(t)$ und damit $U_R(t)$ also immer um $\frac{\pi}{2}$ voraus.

Auswertung des Zeigerdiagramms

Das Zeigerdiagramm liefert uns nun eine Möglichkeit, per Pfeiladdition (vgl. Methode „Zeigerdiagramme" auf der vorherigen Seite) einen mathematischen Zusammenhang zwischen den Maximalwerten $U_{e,0}$ und $U_{L,0}$ bzw. $U_{R,0}$ herzustellen, deren einfache Addition aufgrund der Phasenverschiebung im Gegensatz zur Reihenschaltung Ohmscher Widerstände (vgl. Wiederholung: Elektrische Reihenschaltung Ohmscher Widerstände) nicht zulässig ist.

Man addiert also die Pfeile von $U_R(t)$ und $U_L(t)$ um den Pfeil von $U_e(t)$ zu erhalten: $\vec{U}_e(t) = \vec{U}_R(t) + \vec{U}_L(t)$.

Dazu wird der Fuß von $U_R(t)$ an die Spitze von $U_L(t)$ verschoben. Als resultierenden Pfeil erhält man den von $U_e(t)$, dessen Länge dem Wert $U_{e,0}$ entspricht.



B10 Zeigerdiagramm mit $U_L(t)$, $U_R(t)$ und $U_e(t)$.

Aufgrund der Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$ zwischen $U_L(t)$ und $U_R(t)$ gilt für $U_{e,0}$, $U_{L,0}$ und $U_{R,0}$ der Satz des Pythagoras und damit die Beziehung:

$U_{e,0}^2 = U_{L,0}^2 + U_{R,0}^2$.

Statt die Pfeiladdition nun geometrisch maßstabsgetreu auszuwerten, kann mit diesen Erkenntnissen also direkt gerechnet und können so zum Beispiel die Maximalspannungen rechnerisch bestimmt werden.

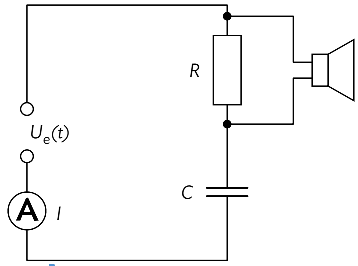
Auch die Phasenverschiebung φ zwischen Eingangsspannung $U_e(t)$ und Spannung am Widerstand $U_R(t)$ kann direkt berechnet werden. Hierfür wird wieder das rechtwinklige Dreieck betrachtet und der folgende trigonometrische Zusammenhang ausgenutzt: $\tan(\varphi) = \frac{U_{L,0}}{U_{R,0}} = \frac{U_{L,eff}}{U_{R,eff}}$.

Die gleiche Phasenverschiebung φ besteht auch zwischen $I(t)$ und $U_e(t)$, da $U_R(t)$ und $I(t)$ wie oben auf der Seite beschrieben in Phase sind.

Für einen **Tiefpassfilter mit *RL*-Glied** ergeben sich folgende Beziehungen:

- $U_R(t)$ und $I(t)$ sind in Phase.
- $U_L(t)$ geht $U_R(t)$ und $I(t)$ um $\frac{\pi}{2}$ voraus.
- Für die Maximalspannungen gilt: $U_{e,0}^2 = U_{L,0}^2 + U_{R,0}^2$.
- Für die Phasenverschiebung φ zwischen $U_e(t)$ und $U_R(t)$ bzw. $I(t)$ gilt: $\tan(\varphi) = \frac{U_{L,0}}{U_{R,0}} = \frac{U_{L,eff}}{U_{R,eff}}$.

Zeigerdiagramm eines Hochpassfilters mit *RC*-Glied



B11 *RC*-Stromkreis als Hochpass.

Für den Hochpass wird in der Praxis ein *RC*-Glied verwendet. Dafür fassen wir zunächst die grundlegenden Eigenschaften dieser Art der Schaltung zusammen (vgl. auch AB13 *„Spule und Kondensator im Wechselstromkreis“*):

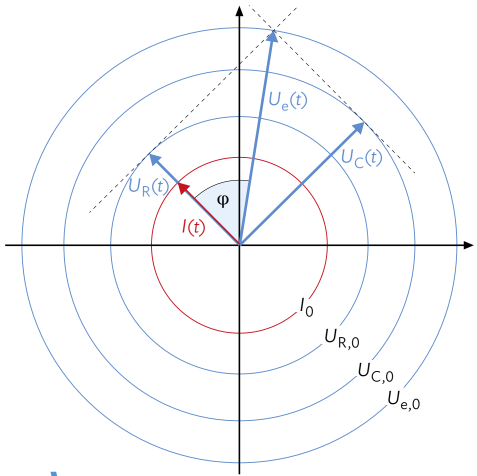
- Die Spannung $U_R(t)$ am Ohmschen Widerstand ist mit der Stromstärke $I(t)$ in Phase. Im Zeigerdiagramm liegen die jeweiligen Pfeile also immer übereinander und unterscheiden sich nur in ihrer Länge.
- Die Stromstärke $I(t)$ geht der Spannung $U_C(t)$ am Kondensator dagegen um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus. Der Pfeil für $U_C(t)$ läuft dem Pfeil von $I(t)$ und damit $U_R(t)$ also immer um $\frac{\pi}{2}$ hinterher.

Auswertung des Zeigerdiagramms

Für $U_{e,0}$, $U_{C,0}$ und $U_{R,0}$ gilt aufgrund des Satzes des Pythagoras die Beziehung (vgl. die Betrachtungen am *RL*-Glied auf der Vorseite): $U_{e,0}^2 = U_{C,0}^2 + U_{R,0}^2$.

Die Phasenverschiebung φ zwischen Eingangsspannung und Spannung am Widerstand ergibt sich durch den Tangens: $\tan(\varphi) = \frac{U_{C,0}}{U_{R,0}} = \frac{U_{C,\text{eff}}}{U_{R,\text{eff}}}$.

Die gleiche Phasenverschiebung φ besteht auch zwischen $I(t)$ und $U_e(t)$, da $U_R(t)$ und $I(t)$ in Phase sind.



B12 Zeigerdiagramm mit $U_C(t)$, $U_R(t)$ und $U_e(t)$.

Hinweis: Aus den Zeigerdiagrammen wird deutlich, dass das Vorhandensein eines Widerstandes, der in Reihe zu Spule bzw. Kondensator geschaltet ist, immer eine Phasenverschiebung zwischen Stromstärke I und U_L bzw. U_C bewirkt. Bei der Messung zum Arbeitsauftrag 3 in AB13 haben wir darum den Widerstand *R*, über den wir die Stromstärke gemessen haben, möglichst klein gehalten.

In der Praxis beträgt die Phasenverschiebung zwischen I und U also nie exakt $\frac{\pi}{2}$, da die reale Spule im Experiment immer auch einen nicht zu vernachlässigenden Ohmschen Widerstand hat.

Für einen **Hochpassfilter mit *RC*-Glied** ergeben sich folgende Beziehungen:
- $U_R(t)$ und $I(t)$ sind in Phase.
- $U_C(t)$ läuft $U_R(t)$ und $I(t)$ um $\frac{\pi}{2}$ hinterher.
- Für die Maximalspannungen gilt: $U_{e,0}^2 = U_{C,0}^2 + U_{R,0}^2$.
- Für die Phasenverschiebung φ zwischen $U_e(t)$ und $U_R(t)$ bzw. $I(t)$ gilt:
  $\tan(\varphi) = \frac{U_{C,0}}{U_{R,0}} = \frac{U_{C,\text{eff}}}{U_{R,\text{eff}}}$.

Ein Ohmscher Widerstand in der Schaltung führt in der Praxis immer zu einer Phasenverschiebung zwischen I und U_L bzw. U_C.

Musteraufgabe

Rechnerische Auswertung mithilfe eines Zeigerdiagramms

Für einen Tiefpassfilter, bestehend aus der Reihenschaltung einer idealen Spule der Induktivität $L = 120\,\text{mH}$ und einem Widerstand von $R = 220\,\Omega$, soll die effektive Ausgangsspannung $U_{\text{R,eff}}$ ermittelt werden, die bei einer Eingangsfrequenz von $f = 44\,\text{Hz}$ und einer Amplitude der Eingangsspannung von $U_{\text{e,0}} = 40\,\text{V}$ anliegt. Es soll entschieden werden, ob die Schaltung als Tiefpass eingesetzt werden kann.

a) Berechnen Sie zunächst die Wechselstromwiderstand X_{L} der Spule.

b) Bestimmen Sie dann den Effektivwert der Stromstärke, indem Sie ein Zeigerdiagramm anfertigen und eine mathematische Beziehung zwischen den Spannungen daraus ableiten.

c) Bestimmen Sie mithilfe der Stromstärke aus b) den Spannungsabfall am Widerstand und an der Spule. Vergleichen Sie die beiden Werte miteinander.

d) Bestimmen Sie den Winkel φ der Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke in Grad.

e) Berechnen Sie die Höhe des Spannungsabfalls am Widerstand für eine Frequenz der Eingangsspannung von 4400 Hz und beurteilen Sie mithilfe der Ergebnisse aus c) und d), ob die Schaltung als Tiefpass eingesetzt werden kann.

Lösung

a) $X_{\text{L}} = \omega L = 2\pi \cdot 44\tfrac{1}{\text{s}} \cdot 120 \cdot 10^{-3}\,\text{H} = 33\,\Omega$

b) Da es sich um ein *RL*-Glied handelt, kann das Zeigerdiagramm analog zu den Ausführungen oben gezeichnet und die dort hergeleiteten Beziehungen verwendet werden:

$U_{\text{e,0}}^2 = U_{\text{L,0}}^2 + U_{\text{R,0}}^2$

Mit $U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ folgt daraus:

$$(U_{\text{e,eff}} \cdot \sqrt{2})^2 = (U_{\text{L,eff}} \cdot \sqrt{2})^2 + (U_{\text{R,eff}} \cdot \sqrt{2})^2 \Rightarrow U_{\text{e,eff}}^2 = U_{\text{L,eff}}^2 + U_{\text{R,eff}}^2$$

Wir dividieren nun beide Seiten durch I_{eff}^2, um die Stromstärke in die Gleichung einzubringen:

$$\frac{U_{\text{e,eff}}^2}{I_{\text{eff}}^2} = \frac{U_{\text{L,eff}}^2}{I_{\text{eff}}^2} + \frac{U_{\text{R,eff}}^2}{I_{\text{eff}}^2}$$

Da die Stromstärke in allen Bauteilen gleich ist, können wir so die Widerstände einbringen:

$$\frac{U_{\text{e,eff}}^2}{I_{\text{eff}}^2} = X_{\text{L}}^2 + R^2 \Leftrightarrow \frac{U_{\text{e,eff}}}{I_{\text{eff}}} = \sqrt{X_{\text{L}}^2 + R^2} \Leftrightarrow I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{e,eff}}}{\sqrt{X_{\text{L}}^2 + R^2}}$$

Einsetzen der Werte: $I_{\text{eff}} = \dfrac{\frac{40\,\text{V}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{(33\,\Omega)^2 + (220\,\Omega)^2}} = \dfrac{28{,}3\,\text{V}}{222\,\Omega} = 0{,}13\,\text{A}$

c) Damit fallen an den einzelnen Komponenten folgende Effektivspannungen ab:

Widerstand: $U_{\text{R,eff}} = R \cdot I_{\text{eff}} = 220\,\Omega \cdot 0{,}13\,\text{A} = 28\,\text{V}$

Spule: $U_{\text{L,eff}} = X_{\text{L}} \cdot I_{\text{eff}} = 33\,\Omega \cdot 0{,}13\,\text{A} = 4{,}2\,\text{V}$

Der Spannungsabfall am Widerstand ist also deutlich größer als an der Spule. Mit $U_{\text{e,eff}} = \frac{U_{\text{e,0}}}{\sqrt{2}} = \frac{40\,\text{V}}{\sqrt{2}} = 28{,}3\,\text{V}$ liegen also 99 % am Widerstand (und damit am Lautsprecher) an. Der Ton mit der Frequenz 44 Hz wird vom Lautsprecher also fast ungedämpft abgestrahlt.

d) $\tan(\varphi) = \frac{U_{\text{L,eff}}}{U_{\text{R,eff}}} \Leftrightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{U_{\text{L,eff}}}{U_{\text{R,eff}}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}2\,\text{V}}{28\,\text{V}}\right) = 8{,}5°$

e) $X_{\text{L}} = \omega L = 2\pi \cdot 4400\tfrac{1}{\text{s}} \cdot 120 \cdot 10^{-3}\,\text{H} = 3{,}32\,\text{k}\Omega$; $\quad I_{\text{eff}} = \dfrac{\frac{40\,\text{V}}{\sqrt{2}}}{\sqrt{(3{,}32\,\text{k}\Omega)^2 + (220\,\Omega)^2}} = 0{,}0085\,\text{A}$

$U_{\text{R,eff}} = R \cdot I_{\text{eff}} = 220\,\Omega \cdot 0{,}0085\,\text{A} = 1{,}9\,\text{V}$ $\quad (U_{\text{L,eff}} = X_{\text{L}} \cdot I_{\text{eff}} = 3{,}32\,\text{k}\Omega \cdot 0{,}0085\,\text{A} = 28\,\text{V})$

Vom Effektivwert der Eingangsspannung 28,3 V liegen also 7 % am Widerstand an. Der Ton mit der Frequenz von 4400 Hz wird also sehr stark gedämpft bzw. nicht abgestrahlt. Niedrige Frequenzen werden also fast ungedämpft abgestrahlt und hohe Frequenzen fast gar nicht – die Schaltung eignet sich demzufolge gut als Tiefpass.

Arbeitsauftrag

1 \ Beschreiben Sie mithilfe Ihres Wissens über das Verhalten von Kondensatoren und Spulen beim Auf- und Entladen, dass es in einem Wechselstromkreis zu einer Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke kommt.

2 \ Die Reihenschaltung eines Ohmschen Widerstandes mit $R = 80{,}0\,\Omega$ und einer Spule mit Induktivität $L = 240\,\text{mH}$ liegt an einer sinusförmigen Spannungsquelle mit $U(t) = 42{,}0\,\text{V} \cdot \sin(\omega t)$, die eine Frequenz $f = 50\,\text{Hz}$ besitzt. Es stellt sich eine effektive Stromstärke der Höhe 270 mA ein.

a) Berechnen Sie den Wechselstromwiderstand X_L der Spule.

b) Berechnen Sie mithilfe eines Zeigerdiagramms den gesamten Wechselstromwiderstand der *RL*-Reihenschaltung.

c) Bestimmen Sie aus dem Zeigerdiagramm den Winkel φ der Phasenverschiebung zwischen Eingangsspannung und Stromstärke in Grad und in Bogenmaß.

3 \ Die Reihenschaltung eines Ohmschen Widerstandes mit $R = 4{,}0\,\text{k}\Omega$ und eines Kondensators mit der Kapazität $C = 0{,}22\,\mu\text{F}$ ist an die Wechselspannung des Haushaltsstromnetzes mit $U = 230\,\text{V}$ und $f = 50\,\text{Hz}$ angeschlossen. Es stellt sich eine effektive Stromstärke der Höhe 15,3 mA ein.

a) Recherchieren Sie die Bedeutung der Angabe $U = 230\,\text{V}$. Begründen Sie, ob es sich um den Effektivwert $U_{e,eff}$ oder den Maximalwert $U_{e,0}$ der Eingangsspannung an der Schaltung handelt.

b) Berechnen Sie den Wechselstromwiderstand X_C des Kondensators.

c) Berechnen Sie mithilfe eines Zeigerdiagramms den gesamten Wechselstromwiderstand der *RC*-Reihenschaltung.

d) Bestimmen Sie aus dem Zeigerdiagramms den Winkel φ der Phasenverschiebung zwischen Eingangsspannung und Stromstärke in Grad und in Bogenmaß.

4 \ Um die Klangqualität zu optimieren, sind heutzutage in nahezu allen Audiosystemen sowohl Hoch- als auch Tiefpassfilter verbaut.

a) Erklären Sie zunächst mit eigenen Worten die Funktionsweise eines Tiefpassfilters.

b) Beschreiben Sie, inwiefern ein Tiefpassfilter die Klangqualität verbessern kann. Denken Sie dabei z. B. daran, ob Sie das Geräusch einer Sirene als angenehm oder unangenehm empfinden.