# FORMEL 9

## Mathematik

Berlin
Brandenburg

C.C.BUCHNER

TEILDRUCK
Der vollständige Band
erscheint im Festeinband

# FORMEL 9

## Mathematik

Herausgegeben von Katrin Haugk und Martina Liebchen

Bearbeitet von Grit Ehlert, Carola Hoppe, Kerstin Landsberg,
Martina Liebchen, Gretel Ost und Elke Skrip

C.C.Buchner

# Inhaltsverzeichnis

## Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .141

## Fußball und Mathematik . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .157

## Quadratische Funktionen und Gleichungen. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .165

# Grundlagentraining

**Liebe Schülerinnen und Schüler,**

schon wieder ist ein Jahr vergangen. Wir hoffen, ihr habt weiterhin so erfolgreich gelernt wie die Schülerinnen und Schüler auf dem Foto. Vermutlich kennt ihr unser Schulbuch schon aus den vergangenen Jahren und wisst, wie ihr damit arbeiten könnt.
Eine regelmäßige Wiederholung grundlegender Inhalte ist wichtig. Für die Schülerinnen und Schüler aus Berlin steht am Ende des 9. Schuljahres bereits die erste Prüfung an, die zu dem Schulabschluss der Berufsbildungsreife führt. Deshalb haben wir vor die eigentlichen Themen des 9. Jahrgangs ein Kapitel gesetzt, das die wesentlichen Inhalte der BBR-Prüfung wiederholt.
Einiges werdet ihr vermutlich können, anderes vergessen haben und einiges wird für euch neu sein. Löst deshalb die Aufgaben des Basiswissenchecks (Teil 1) auf Seite 7 zunächst ohne Taschenrechner und besprecht dann mit euren Lehrerinnen und Lehrern, welche der folgenden Seiten ihr bearbeitet. Für den Basiswissencheck (Teil 2) auf Seite 16 könnt ihr einen Taschenrechner benutzen und dann entscheiden, welche Inhalte ihr noch einmal wiederholen wollt.

Viel Erfolg wünscht euch das Autorenteam von Formel 9

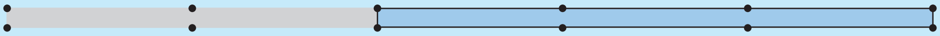
# Basiswissencheck 1

## Anteile und rationale Zahlen

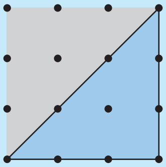
**Anteile bestimmen**
**S. 8/9**

**1** Gib den Anteil der gefärbten Fläche als Bruch und in Prozentschreibweise an.

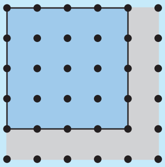
a)



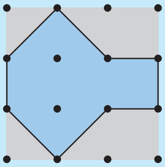
b)



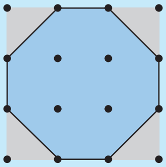
c)



d)



e)



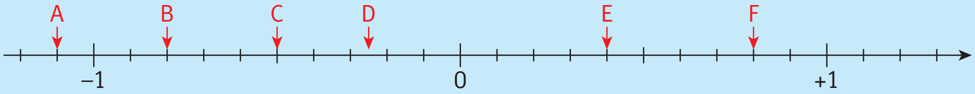
**2** Berechne.

a) $\frac{1}{5}$ von 320 km  b) $\frac{2}{3}$ von 600 g  c) $\frac{4}{5}$ von 2 min

d) 5 % von 400 l  e) 2 % von 70 kg  f) 1 % von 8 m

**rationale Zahlen vergleichen**
**S. 9**

**3** Gib die markierten Zahlen jeweils als gekürzten Bruch und als Dezimalzahl an.



**4** Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

a) –3  5  2  –1  –4  –9  b) 2,3  –5,3  3,2  –1,8  1,0  –0,2

**Mit rationalen Zahlen rechnen**
**S. 10/11**

**5** Berechne.

a) $4 - 23$  b) $-6 + 25 - 4$  c) $-5{,}4 + 8{,}5$  d) $2{,}3 - 5{,}6 - 7{,}3$

e) $4 \cdot (-5)$  f) $2{,}2 \cdot (-3) \cdot (-5)$  g) $84 : (-3) : (-7)$  h) $15{,}5 : (-3{,}1)$

i) $1\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$  j) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$  k) $\frac{3}{4} + 0{,}5$  l) $-2\frac{1}{2} - 1{,}25$

m) $4\frac{4}{5} : 0{,}1$  n) $\frac{2}{5} \cdot (-0{,}2)$  o) $(-\frac{3}{5}) \cdot \frac{5}{9}$  p) $1\frac{1}{2} : 5$

q) $-2 \cdot 16 + (-2) \cdot (-16)$  r) $(12 - 15) \cdot (-3 - 8) \cdot \frac{1}{3} + 15$

## Dreiecke und Winkel, Flächen und Körper

**Dreiecke konstruieren**
**S. 12**

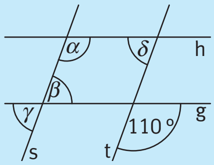
**6** Konstruiere die Dreiecke, benenne sie und gib die Größe aller Winkel an.

a) $a = 4{,}5$ cm; $b = 5{,}5$ cm; $c = 6{,}5$ cm  b) $c = 4{,}5$ cm; $b = 5$ cm; $\beta = 65°$

c) $b = 5$ cm; $\alpha = 55°$; $\gamma = 60°$  d) $a = 8$ cm; $b = 5$ cm; $\gamma = 90°$

**Winkelgrößen ermitteln**
**S. 13**

**7** Bestimme die Größe der auftretenden Winkel.
Die Geraden g und h sowie s und t sind zueinander parallel.



**Flächen und Körper untersuchen**
**S. 14/15**

**8** Zeichne die Vierecke und benenne sie (Einheit cm). Trage jeweils die Symmetrieachsen ein. Welchen Namen haben diese besonderen Linien?

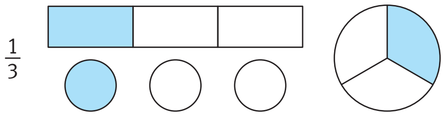
a) A (3|1); B (6|1); C (1|6); D (1|3)  b) E (7|3); F (8|4,5); G (7|7); H (6|4,5)

**9** Welche geometrischen Körper haben

a) nur Rechtecke als Begrenzungsflächen?  b) Rechtecke als Seitenflächen?

### Brüche als Anteile

Teilt man ein Ganzes in zwei (drei, vier, …) gleiche Teile, erhält man die Hälfte (ein Drittel, ein Viertel, …) vom Ganzen. Die Anteile kann man als Bruch schreiben.



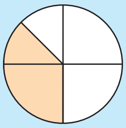
„Jeder dritte Kunde kauft ein Brot.“

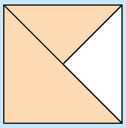
„Einer von drei Kunden kauft ein Brot.“

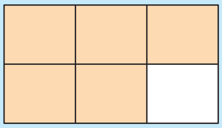
Der Anteil $\frac{2}{3}$ vom Ganzen lässt sich bestimmen, indem man das Ganze in drei Teile zerlegt und anschließend zwei Teile auswählt.

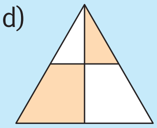
$\frac{2}{3}$ von 270 km sind: $\frac{2}{3} \cdot 270\text{ km} = 270\text{ km} : 3 \cdot 2 = 180\text{ km}$

① Gib den Anteil der gefärbten Fläche als Bruch an.

a) 

b) 

c) 

d) 

② Schreibe den Anteil als Bruch.

a) Fünf von sieben Kugeln sind blau. b) 21 von 24 Kindern haben ein Handy.

③ Schreibe als Aufgabe mit einem Bruch und berechne.

a) Ein Drittel von 45 Brezeln wurde schon in der ersten Pause verkauft.
b) Drei Fünftel von 25 Schülern haben einen Tanzkurs belegt.
c) Herr Witte ist schon drei Viertel der 200 km langen Strecke gefahren.
d) Sechs Zehntel eines 75 kg schweren Menschen bestehen aus Wasser.

*Beim Erweitern multiplizierst du Zähler und Nenner mit derselben Zahl. Beim Kürzen dividierst du Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl.*

### Brüche, Dezimalzahlen und Prozentschreibweise

Brüche mit dem Nenner 10, 100, 1 000, … kann man als endliche Dezimalzahl schreiben und umgekehrt. Einige Brüche lassen sich so erweitern oder kürzen, dass sie den Nenner 10, 100, 1 000, … haben.
Brüche mit dem Nenner 100 kann man auch in Prozentschreibweise angeben. Für den Bruch $\frac{1}{100}$ sagt man 1 Prozent (1 %).

$\frac{8}{25} = \frac{8 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{32}{100} = 0{,}32 = 32\,\%$ $35\,\% = 0{,}35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

④ Schreibe als Dezimalzahl und in der Prozentschreibweise.

a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{9}{100}$ c) $\frac{8}{50}$ d) $\frac{13}{20}$ e) $\frac{72}{600}$

⑤ Schreibe als Dezimalzahl und als Bruch.

a) 80% b) 8% c) 0,8% d) 800%

⑥ Schreibe die Anteile in Prozentschreibweise.

a) 13 kg von 26 kg
6 kg von 24 kg

b) 7 € von 35 €
12 € von 15 €

c) 45 m von 125 m
44 m von 80 m

## Vergleich von Anteilen

Gleichnamige Brüche kann man vergleichen, indem man ihre Zähler betrachtet. Derjenige Bruch ist größer, der den größeren Zähler hat.
Um ungleichnamige Brüche zu vergleichen, macht man sie zuerst gleichnamig. Dazu sucht man durch Erweitern einen gemeinsamen Nenner.

Welcher Anteil ist größer: $\frac{2}{5}$ oder $\frac{3}{8}$?

gleichnamig machen: $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{16}{40}$ $\quad \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{15}{40}$

vergleichen: $\frac{16}{40} > \frac{15}{40}$, also $\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$

*Brüche mit gleichem Nenner heißen gleichnamig.*

*Beim Vergleich von Anteilen als Bruch, Dezimalzahl oder in der Prozentschreibweise muss man sich für eine Darstellung entscheiden.*

**7** Setze das richtige Zeichen ein: =, < oder >.

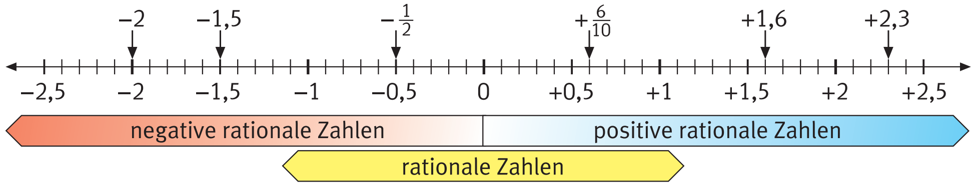
a) $\frac{3}{4}$ ■ $\frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{6}$ ■ $\frac{6}{8}$ c) $\frac{3}{8}$ ■ $\frac{4}{9}$ d) $\frac{9}{11}$ ■ $\frac{8}{12}$ e) $\frac{11}{12}$ ■ $\frac{9}{10}$ f) $\frac{6}{11}$ ■ $\frac{7}{12}$

**8** Ordne die Anteile. Beginne mit dem größten.

a) 90 % 0,75 $\frac{8}{10}$ $\frac{12}{15}$ b) 0,2 2 % $\frac{1}{50}$ $\frac{12}{80}$

## Die Menge der ganzen und rationalen Zahlen

Zur Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ gehören alle natürlichen Zahlen und ihre Gegenzahlen: $\mathbb{Z} = \{...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...\}$
Zur Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ gehören zusätzlich Brüche und Dezimalzahlen (auch periodische). Auf der Zahlengeraden liegt die kleinere Zahl immer links von der größeren.



*Periodische Dezimalzahlen:*

*$\frac{1}{3} = 0{,}33... = 0{,}\overline{3}$*

*$\frac{2}{3} = 0{,}66... = 0{,}\overline{6}$*

*$\frac{1}{9} = 0{,}11... = 0{,}\overline{1}$*

**9** Suche mindestens zwei passende ganze Zahlen.

a) –10 < ■ < –3 b) –5 < ■ < 2 c) –14 < ■ < –11
d) –7 < ■ < 1 e) –2 < ■ < 1 f) –3 < ■ < 3

**10** Setze das richtige Zeichen ein: =, < oder >.

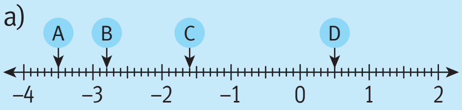
a) –11 ■ –9 b) –5 ■ –6 c) 3,2 ■ –3,2
d) –5,8 ■ –5,7 e) –0,25 ■ $-\frac{1}{4}$ f) $-1\frac{1}{2}$ ■ $-\frac{3}{2}$

**11** Zeichne eine Zahlengerade und trage ein.

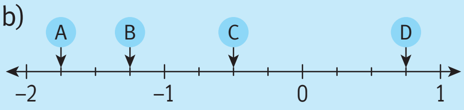
a) –6 0 6 9 –3 3 b) –5,5 4,0 –1,5 0 –3,0 3,5
c) $1\frac{1}{4}$ $-\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ d) –3,5 4,5 2,3 –1,8 –3,1 –2,4

**12** Notiere die markierten Zahlen.

a)



b)



# Grundrechenarten bei rationalen Zahlen wiederholen

### Addition und Subtraktion rationaler Zahlen

Beim Addieren und Subtrahieren von rationalen Zahlen gilt:
Bei gleichem Vor- und Rechenzeichen werden die Beträge addiert.
Das Vorzeichen wird im Ergebnis übernommen.
428 + 17 = 445      –428 – 17 = –445

Bei unterschiedlichen Vor- und Rechenzeichen werden die Beträge subtrahiert.
Die Zahl mit dem größeren Betrag bestimmt das Vorzeichen des Ergebnisses.
428 – 17 = 411      –428 + 17 = –411

Addiert oder subtrahiert man mehrere Zahlen, kann man durch das Anwenden des Kommutativgesetzes geschickt rechnen.
28 – 14 + 5 – 32 + 9 + 16 = 28 + 5 + 9 + 16 – 14 – 32 = 58 – 46 = 12

① Übertrage und ergänze das fehlende Vorzeichen.
a) 7 – 15 = ■8      b) –9 + 23 = ■14      c) –11 – 12 = ■23
d) ■9,4 + 10,4 = ■1      e) ■2,4 – 3,6 = ■6      f) ■5,5 – 10,5 = ■5

② Bestimme die fehlenden Zahlen.
a) ■ – 32 = 22      b) ■ – 27 = –50      c) –36 + ■ = 30
d) ■ – 12 = 50      e) –22 – ■ = –50      f) 92 – ■ = –7

③ Addiere und subtrahiere. Nutze gegebenenfalls Rechenvorteile.
a) 17 + 25      b) 16 – 36      c) –8 – 19      d) –23 + 37 – 7
e) 4,5 – 8,5      f) –1,7 – 12,3      g) –3,1 + 7,5      h) –4,7 + 2,5 + 5,2
i) –36 + 57 – 42 – 78      j) –7,7 + 3,4 + 5 – 11,8 + 12,1 –18

*Kommutativgesetz der Addition:*
*a + b = b + a*

*Auch bei der Multiplikation gilt das Kommutativgesetz:*
*a · b = b · a*

### Multiplikation und Division rationaler Zahlen

Beim Multiplizieren und Dividieren rationaler Zahlen gilt:
Bei gleichem Vorzeichen ist das Ergebnis positiv.
(+4) · (+7) = 4 · 7 = 28      (–36) : (–4) = –36 : (–4) = 9
Bei unterschiedlichem Vorzeichen ist das Ergebnis negativ.
(+4) · (–7) = 4 · (–7) = –28      (–36) : (+4) = –36 : 4 = –9

④ Bestimme die fehlenden Zahlen.
a) ■ · 12 = 144      b) ■ · 9 = –117      c) –15 · ■ = 150
d) 84 : ■ = –21      e) –1 000 : ■ = –125      f) ■ : (–9) = 0,9

⑤ Multipliziere. Nutze gegebenenfalls Rechenvorteile.
a) –15 · 2      b) –6 · (–6)      c) 11 · (–9)      d) –3 · (–2) · (–4)
e) 1,2 · (–6)      f) –0,4 · (–5)      g) –0,15 · 20      h) –8 · 5 · 0,5
i) 5 · 11 · (–2) · (–10)      j) 2,5 · 6 · (–4) · 2

⑥ Dividiere.
a) 72 : (–9)      b) –56 : 8      c) –125 : (–5)      d) 140 : (–20) : (–2)
e) –55 : 5,5      f) –8,4 : (–4)      g) 145 : (–10)      h) 6,6 : (–1,1) : 1,5

## Addition und Subtraktion von Brüchen

Brüche mit ungleichem Nenner werden addiert oder subtrahiert, indem man die Nenner gleichnamig macht. Man sucht durch Erweitern einen gemeinsamen Nenner. Dann addiert oder subtrahiert man nur den Zähler. Den Nenner behält man bei.

$\frac{5}{8} + \frac{1}{2} = \frac{5}{8} + \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{5}{8} + \frac{4}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$

**7** Addiere und subtrahiere.

a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ b) $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$ c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$
f) $-\frac{1}{6} + \frac{2}{6}$ g) $-\frac{3}{11} - \frac{5}{11}$ h) $\frac{2}{8} - \frac{3}{4}$ i) $-\frac{5}{4} - \frac{7}{4} + \frac{3}{4}$ j) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$
k) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} - \frac{9}{10}$ l) $-\frac{1}{3} - \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$ m) $-1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ n) $-0{,}7 + \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$ o) $1{,}7 - \frac{1}{2} - 1\frac{1}{5}$

## Multiplikation und Division von Brüchen

Zwei Brüche werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.
Zwei Brüche werden dividiert, indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten multipliziert.

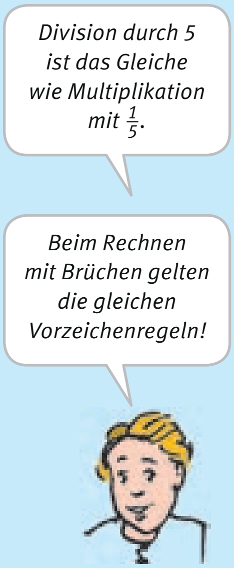
$\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}$ $\frac{3}{10} : 5 = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{10 \cdot 5} = \frac{3}{50}$ $\frac{3}{7} : \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{15}{28}$

**8** Multipliziere.

a) $4 \cdot \frac{1}{5}$ b) $3 \cdot \frac{2}{7}$ c) $2 \cdot 1\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$ e) $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3}$
f) $-\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{11}$ g) $\frac{8}{9} \cdot \frac{4}{5}$ h) $-\frac{4}{8} \cdot (-\frac{2}{5})$ i) $\frac{9}{10} \cdot (-\frac{2}{3})$ j) $1\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{5}$

**9** Dividiere.

a) $\frac{3}{5} : 4$ b) $\frac{1}{2} : 3$ c) $\frac{5}{8} : (-5)$ d) $-\frac{7}{9} : 14$ e) $2\frac{2}{3} : 8$
f) $\frac{5}{7} : \frac{25}{28}$ g) $\frac{21}{10} : (-\frac{14}{15})$ h) $\frac{9}{22} : \frac{4}{33}$ i) $-\frac{5}{12} : (-\frac{5}{16})$ j) $-\frac{32}{35} : \frac{48}{28}$



## Verbindung der Grundrechenarten

Bei der Verbindung der Grundrechenarten ist die Punkt-vor-Strich- und die „Klammern zuerst“-Regel zu beachten.

Punkt vor Strich:
$-5 \cdot 6 + 12 = -30 + 12 = -18$
$-12 - 30 : 5 = -12 - 6 = -18$

„Klammern zuerst“:
$4 \cdot (12 - 20) = 4 \cdot (-8) = -32$
$(-20 - 45) : (-5) = -65 : (-5) = 13$

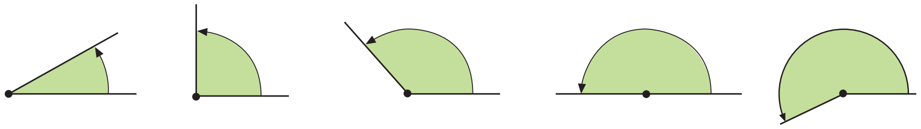
**10** Berechne.

a) $3 \cdot (-2) + 7$ b) $23 - 12 : (-4)$ c) $55 : (-5) + 4 \cdot (-5)$
d) $(12 - 5) \cdot (-6)$ e) $(13 - 23) \cdot (5 - 19)$ f) $(-5 - 16) : (-5 + 2)$
g) $\frac{1}{2} \cdot (-9{,}5 - 2{,}5)$ h) $(45 - 34) : (-\frac{1}{4})$ i) $(2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}) \cdot (-6 + 10)$

# Winkel und Dreiecke wiederholen

## Winkelarten

Man unterscheidet folgende Winkelarten:



$0^\circ < \alpha < 90^\circ$ spitzer Winkel

$\alpha = 90^\circ$ rechter Winkel

$90^\circ < \alpha < 180^\circ$ stumpfer Winkel

$\alpha = 180^\circ$ gestreckter Winkel

$180^\circ < \alpha < 360^\circ$ überstumpfer Winkel

① Zeichne folgende Winkel. Gib die Winkelart an.
a) 20° b) 35° c) 45° d) 72° e) 90° f) 100° g) 135° h) 160° i) 220°

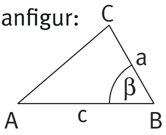
## Konstruktion von Dreiecken nach den Kongruenzzsätzen

Dreiecke sind genau dann kongruent (deckungsgleich), wenn sie …

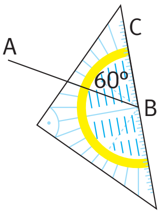
… in der Länge zweier Seiten und der Größe des eingeschlossenen Winkels übereinstimmen (SWS).

Gegeben:
$c = 6$ cm
$\beta = 60^\circ$
$a = 4$ cm

Planfigur:



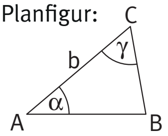
Zeichenschritte:



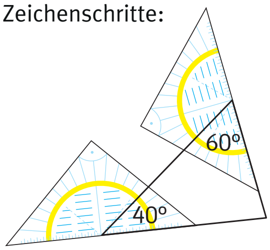
… in der Länge einer Seite und der Größe beider anliegenden Winkel übereinstimmen (WSW).

Gegeben:
$b = 5$ cm
$\alpha = 40^\circ$
$\gamma = 60^\circ$

Planfigur:



Zeichenschritte:

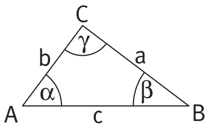


… in der Länge aller Seiten übereinstimmen (SSS)

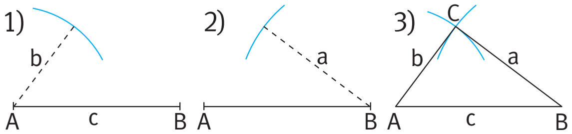
Gegeben:

$a = 4$ cm
$b = 3$ cm
$c = 5$ cm

Planfigur:



Zeichenschritte:



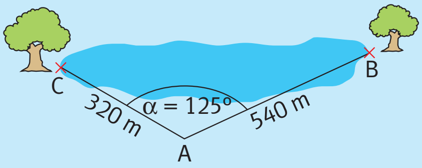
*Für die Konstruktion von Dreiecken brauchst du immer drei Angaben. Eine muss eine Seitenlänge sein.*

*Der Maßstab 1 : 100 bedeutet zum Beispiel: 6 cm in der Zeichnung sind 6 cm · 100 = 600 cm = 6 m in der Wirklichkeit.*

② Konstruiere die Dreiecke. Benutze einen Zirkel.
a) $a = 4{,}5$ cm $c = 5{,}5$ cm $\beta = 48^\circ$
b) $a = 6{,}3$ cm $b = 7{,}0$ cm $c = 5{,}5$ cm
c) $c = 8{,}2$ cm $\alpha = 110^\circ$ $\beta = 30^\circ$

③ Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck, bei dem die Seiten, die den 90°-Winkel einschließen, 4,5 cm und 6 cm lang sind.

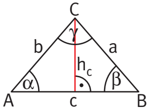
④ Zeichne das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 10 000 und bestimme die Länge des Sees.



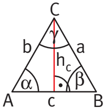
## Dreiecksarten

Dreiecke lassen sich nach der Länge der Seiten oder der Winkelart ihres größten Winkels einteilen.
Eine besondere Linie in einem Dreieck ist die Höhe: sie verläuft senkrecht von einem Eckpunkt auf die gegenüberliegende Seite.

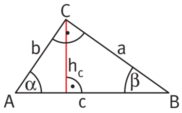
gleichschenkliges Dreieck (a = b)



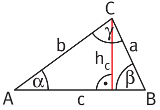
gleichseitiges Dreieck (a = b = c)



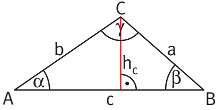
rechtwinkliges Dreieck



spitzwinkliges Dreieck



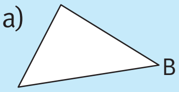
stumpfwinkliges Dreieck

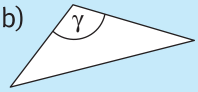


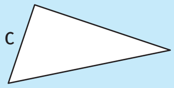
a, b: Schenkel; c : Basis

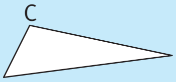
*Die Seite a liegt dem Eckpunkt A gegenüber, die Seite b dem Eckpunkt B, die Seite c dem Eckpunkt C.*

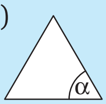
⑤ Skizziere die Dreiecke und benenne sie. Zeichne jeweils die Höhe $h_c$ ein.

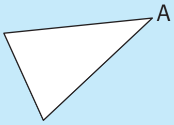
a)


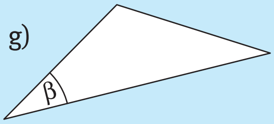
b)


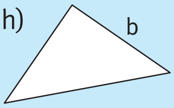
c)


d)


e)


f)


g)


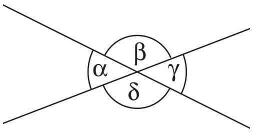
h)


*Aufpassen! Eine Höhe kann auch außerhalb des Dreiecks liegen oder auch mit einer Dreiecksseite übereinstimmen.*

## Winkelsumme im Dreieck und Winkel an Geraden

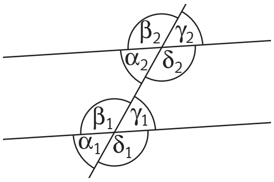
Die Winkelsumme in jedem Dreieck beträgt 180 Grad: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Wenn zwei Geraden sich schneiden, gilt für die Winkel:



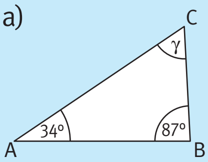
z. B.:
α und γ sind **Scheitelwinkel**: $\alpha = \gamma$
α und β sind **Nebenwinkel**: $\alpha + \beta = 180°$

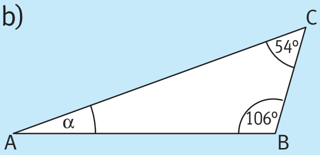
Wenn zwei parallele Geraden durch eine Gerade geschnitten werden, gilt:

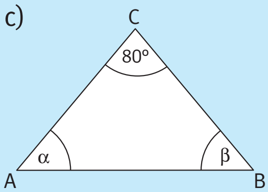


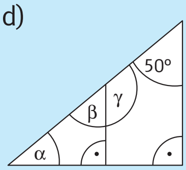
z. B.:
$\alpha_1$ und $\alpha_2$ sind **Stufenwinkel**: $\alpha_1 = \alpha_2$
$\alpha_1$ und $\gamma_2$ sind **Wechselwinkel**: $\alpha_1 = \gamma_2$

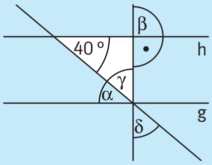
⑥ Bestimme die Größen aller markierten Winkel.

a)


b)


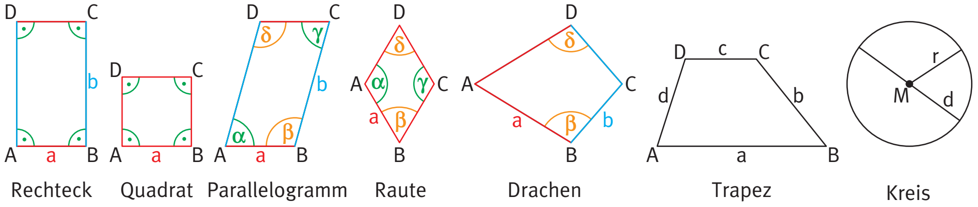
c)


d)


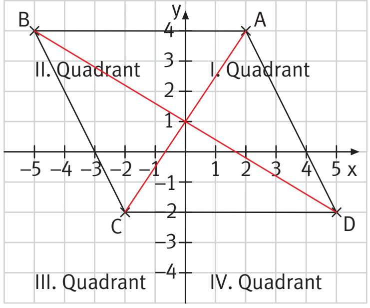
e)


## Flächenarten und Koordinatensystem

Man unterscheidet folgende **Flächenarten**:



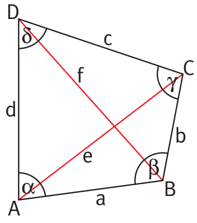
Die Lage jedes Punktes im Koordinatensystem beschreibt man mit zwei Koordinaten:



A(2|4), B (–5|4), C(–2|–2), D(5|–2)

Eine Fläche, die man so falten kann, dass beide Teile genau aufeinander liegen, heißt achsensymmetrisch. Die Faltlinie nennt man **Symmetrieachse**. Flächen haben je nach Art eine unterschiedliche Anzahl an Symmetrieachsen.

Die hier entstandene Fläche heißt Raute. Eine Raute hat zwei **Symmetrieachsen**.

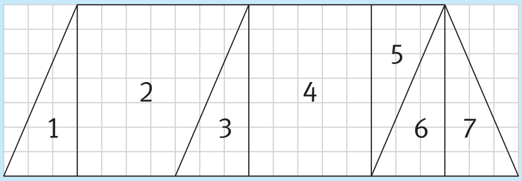


*Die Diagonalen bezeichnet man mit e und f.*

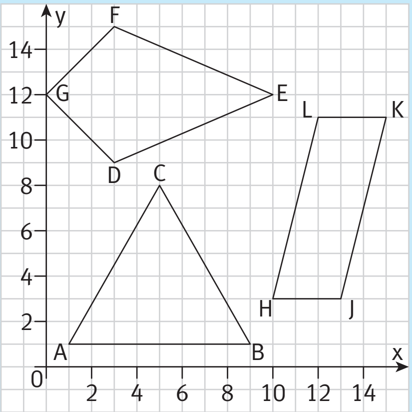
*Quadrat:*
- *Alle Seiten sind gleich lang.*
- *Alle Winkel betragen 90°.*
- *Gegenüberliegende Seiten sind parallel.*
- *Die Diagonalen sind gleich lang, stehen senkrecht zueinander und halbieren sich.*
- *Die Diagonalen sind die Symmetrieachsen.*

**1** a) Übertrage die Figuren aus dem Merkkasten und zeichne die Diagonalen ein.
b) Gib zu jeder Figur die Eigenschaften an. Beschreibe auch die Eigenschaften der Diagonalen.

**2** Welche Teile bilden zusammen ein gleichschenkliges Dreieck, ein Quadrat, ein Rechteck, ein Parallelogramm oder ein Trapez? Mehrere Lösungen sind möglich.



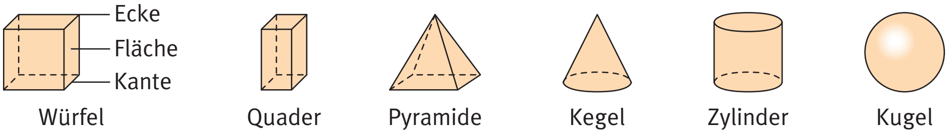
**3** a) Übertrage das Koordinatensystem mit den Figuren und gib die Koordinaten der Eckpunkte an.
b) Benenne die Figuren und zeichne die Symmetrieachsen ein.
c) Übertrage die gegebenen Punkte in ein weiteres Koordinatensystem und verbinde sie zu jeweils einem Viereck.
Ⓐ A (2|2); B (–3|2); C (–3|–3); D (2|–3)
Ⓑ A (3|3); B (–2|3); C (–2|–3,5); D (3|–3,5)
d) Benenne die Figuren und zeichne die Symmetrieachsen ein.

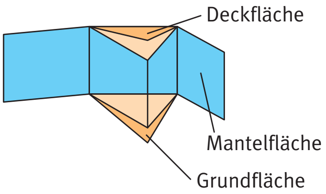


**4** Von einer Raute sind die Punkte A (6|1), B (11|4) und der Schnittpunkt der Diagonalen M (6|4) gegeben. Zeichne die Figur vollständig in ein Koordinatensystem.

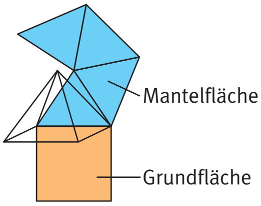
## Körperarten, Schrägbilder und Netze

Man unterscheidet folgende **geometrische Grundkörper**:





Körper bestehen aus Flächen. Wird ein Körper entlang seiner Kanten aufgeschnitten, entsteht ein **Körpernetz**.

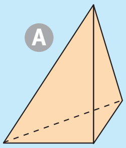


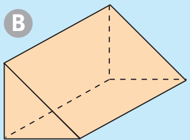
*Prismen haben kongruente Vielecke als Grund- und Deckfläche und Rechtecke als Mantelfläche.*

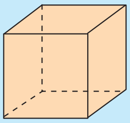
④ Welche der Körper haben als Begrenzungsflächen ...

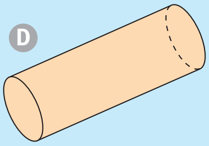
a) zwei Dreiecke und drei Rechtecke?
b) sechs Rechtecke?
c) zwei Trapeze und vier Rechtecke?
d) vier Dreiecke?
e) zwei Parallelogramme und vier Rechtecke?
f) sechs Quadrate?

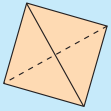
Beschreibe auch den noch nicht angegebenen Körper.

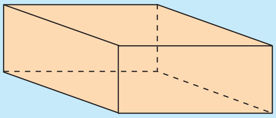
A


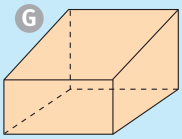
B


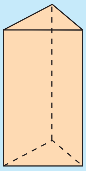
C


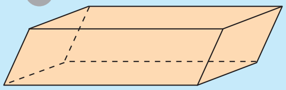
D


E


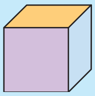
F


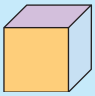
G


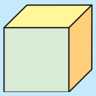
H


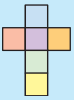
I


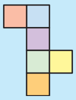
⑤ Ordne jedem Würfel ein Netz zu.

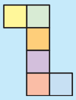
a)


b)


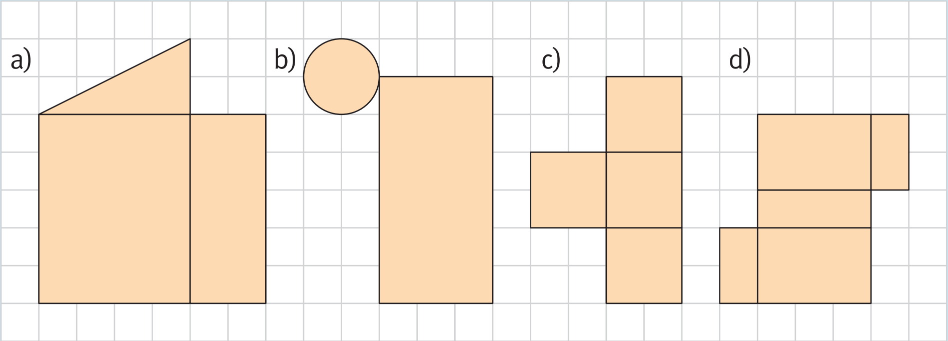
c)


A


B


C


⑥ Das Netz ist jeweils unvollständig. Welcher Körper kann zu dem Netz passen? Übertrage und ergänze das Netz.



# Basiswissencheck 2

**Proportionalität und Antiproportionalität**
**S. 18/19**

① Übertrage die Tabellen und berechne die fehlenden Größen. Liegt eine proportionale oder eine antiproportionale Zuordnung vor? Begründe.

a)

| Erdbeeren in g | Preis in € |
|---|---|
| 250 | 1,50 |
| ■ | ■ |
| 800 | ■ |

b)

| Anzahl Personen | Beitrag pro Person |
|---|---|
| 12 | 140 |
| 4 | ■ |
| 8 | ■ |

c)

| Anzahl LKW | Fahrten pro LKW |
|---|---|
| 6 | 12 |
| ■ | ■ |
| 9 | ■ |

② a) Ein Buch hat 196 Seiten mit jeweils 60 Zeilen. Wie viele Seiten würde der gleiche Inhalt in einem Buch mit 70 Zeilen je Seite benötigen?
b) Sofia verbringt mit ihrer Familie ein Wochenende an der Nordsee. Für die Hinreise muss der Vater noch tanken und bezahlt für 18 l Benzin 25,20 €. Für die Rückreise muss nochmals mit 35 l zum selben Preis aufgetankt werden. Berechne, wie viel die Familie für das Benzin insgesamt bezahlen muss.

**Prozentrechnung**
**S. 20/21**

③ Ein Geschäft wirbt mit großen Rabatten. Am Montag werden 8 %, am Dienstag 15 % Nachlass auf alle Kleidungsstücke und Schuhe angeboten.
a) Ein Kleid wurde ursprünglich für 79 € angeboten. Wie viel kostet es am Montag?
b) Ein Paar Stiefel werden am Dienstag für 136 € verkauft. Wie viel kosten sie ohne Rabatt?
c) Am Mittwoch geht die Rabattaktion weiter: Ein T-Shirt wird von 22 € auf 16,06 € herabgesetzt. Wie viel Prozent Rabatt gibt es am Mittwoch?

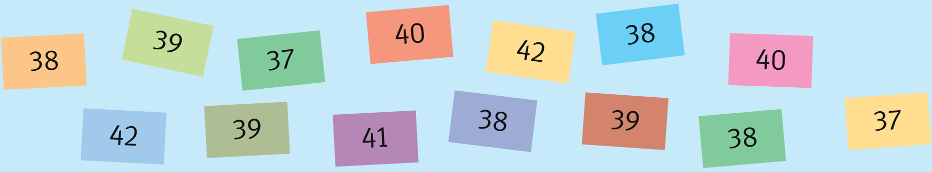
**Terme und Gleichungen**
**S. 22/23**

④ Löse die Gleichungen.
a) $4x - 2 = x + 7$    b) $5x + 2,5 = 0,7 - x$

⑤ Ein Taxifahrer verlangt eine Grundgebühr von 4 € und pro Kilometer einen Preis von 2,10 €. Herr Sperling bezahlt insgesamt 12,40 €. Stelle eine Gleichung auf und berechne, wie lange die Fahrstrecke vom Hotel zum Flughafen ist.

**Diagramme und statistische Kennwerte**
**S. 24/25**

⑥ Ein Vergleich von Schuhgrößen der Jungen der Klasse 9b ergibt diese Ergebnisse:



a) Stelle die Daten in einer Häufigkeitstabelle und einem Säulendiagramm dar.
b) Bestimme das Minimum, das Maximum und die Spannweite der Werte.
c) Berechne den Durchschnittswert.

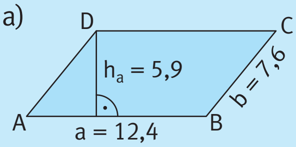
**Wahrscheinlichkeitsrechnung**
**S. 26/27**

⑦ In einem Gefäß befinden sich 3 gelbe, 5 rote und 2 blaue Kugeln.
a) Gib die Wahrscheinlichkeit, eine rote Kugel zu ziehen als Bruch und in Prozentschreibweise an.
b) Gib ebenso die Wahrscheinlichkeit an, keine gelbe Kugel zu ziehen.

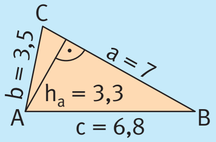
**Flächenberechnungen**
**S. 29/30**

⑧ Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der Figuren (Maße in cm).

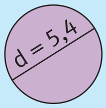
a)



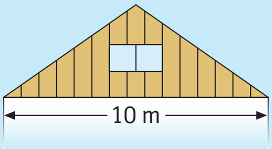
b)



c)



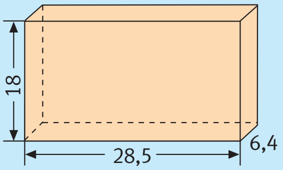
⑨ Herr Schulz will den Giebel seines Hauses mit Brettern verkleiden. Er ist 3,5 m hoch. Wie groß ist die Fläche, wenn das Fenster eine Länge von 2,10 m und eine Höhe von 1,10 m hat?



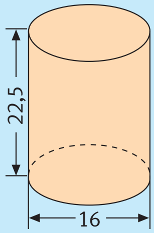
**Körperberechnungen**
**S. 30/31**

⑩ Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt der Körper (Maße in cm).

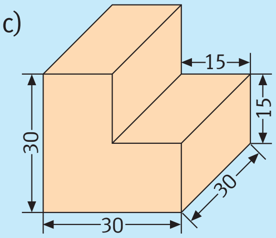
a)



b)

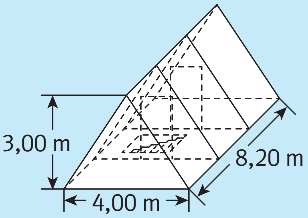


c)



⑪ Ein quaderförmiges Becken ist 6,20 m lang, 4,40 m breit und 0,85 m tief. Es darf nur bis 10 cm unter der Oberkante gefüllt werden. Berechne das Fassungsvermögen in l.

⑫ Der Dachraum eines Hauses soll ausgebaut werden. Geplant sind drei gleich große Räume. Wie groß ist der umbaute Raum des gesamten Dachgeschosses, wie groß der eines Zimmers?



**Satz des Pythagoras**
**S. 33 ff.**

⑬ Eine 6,20 m lange Leiter wird an eine Mauer gestellt. Die Leiter steht am Boden 1,80 m von der Mauer entfernt. Wie hoch reicht die Leiter?

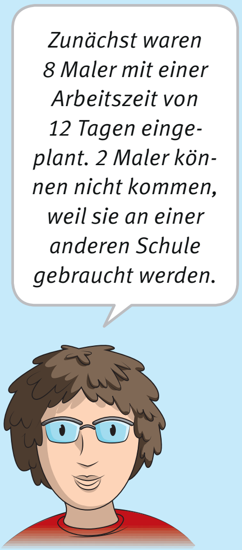
**Lineare Funktionen**
**S. 75 ff.**

⑭ Die Stadtwerke Cottbus haben eine Kostenübersicht für den Wasserverbrauch in einer Tabelle veröffentlicht.

| verbrauchte Wassermenge ($m^3$) | 5 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|
| Kosten (€) | 12,50 | 20,00 | 27,50 | 35,00 |

a) Stelle die Funktion Verbrauch ($m^3$) → Kosten (€) im Koordinatensystem dar.
b) Lies die Grundgebühr aus dem Graphen ab.
c) Bestimme mithilfe des Graphens den Preis für 1 $m^3$ Wasser.
d) Gib die Funktionsgleichung an.
e) Berechne die Kosten bei einem Verbrauch von 30 $m^3$ (45 $m^3$; 75 $m^3$) Wasser.
f) Berechne den Verbrauch in $m^3$, wenn Kosten in Höhe von 78,50 € (222,50 €) angefallen sind.

# Proportionalität und Antiproportionalität wiederholen



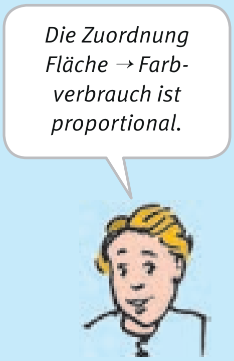
**Fragen:**

Ⓐ Wie viele Liter Farbe werden für alle Flure benötigt? Wie viele Eimer Farbe müssen gekauft werden?

Ⓑ Wie lange dauert die Arbeit, wenn nur 6 Maler gekommen sind?

**Rechnung und Antwort zu Ⓐ:**

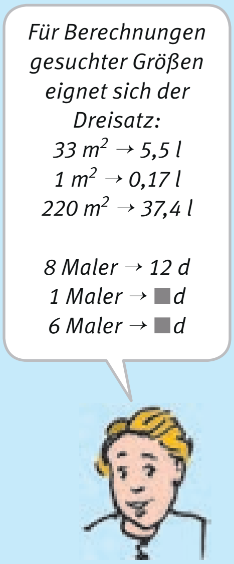
Verdoppelt sich die zu streichende Fläche, verdoppelt sich auch der Farbverbrauch. Einen solchen Zusammenhang nennt man proportional.
Für 1 $m^2$ braucht man circa $5{,}5 : 33 \approx 0{,}17$ (l) Farbe.
Für 220 $m^2$ braucht man dann $0{,}17 \cdot 220 = 37{,}4$ (l) Farbe.
Insgesamt werden also rund 40 l Farbe benötigt und damit vier 10-l-Eimer Farbe gekauft.



### Proportionale und antiproportionale Zuordnungen

Verschiedene Sachsituationen lassen sich durch proportionale oder antiproportionale Zuordnungen beschreiben. Jeder Ausgangsgröße wird dabei eine andere Größe zugeordnet. Zuordnungen können als Graph in einem Koordinatensystem dargestellt werden.

| proportionale Zuordnung | antiproportionale Zuordnung |
|---|---|
| Zum Doppelten (zum Dreifachen, …, zur Hälfte, …) der Ausgangsgröße gehört das Doppelte (das Dreifache, …, die Hälfte, …) der zugeordneten Größe.<br>Der Graph ist eine Gerade, die durch den Ursprung verläuft. | Zum Doppelten (zum Dreifachen, …, zur Hälfte, …) der Ausgangsgröße gehört die Hälfte (ein Drittel, …, das Doppelte, …) der zugeordneten Größe.<br>Der Graph ist eine fallende Kurve, die Hyperbel heißt. |



① Berechne, wie lange 6 Maler für das Streichen der Schulflure brauchen. Rechne zuerst auf einem geeigneten Zwischenwert und dann auf die gesuchte Größe.

② Entscheide zunächst, ob eine proportionale oder antiproportionale Zuordnung vorliegt und beschreibe die Situation mit eigenen Worten. Übertrage und vervollständige dann die Tabellen. Rechne zuerst auf einen geeigneten Zwischenwert und dann auf die gesuchte Größe.

a)

| Euro | US-Dollar |
|---|---|
| 120 | 180 |
| ■ | ■ |
| 180 | ■ |

b)

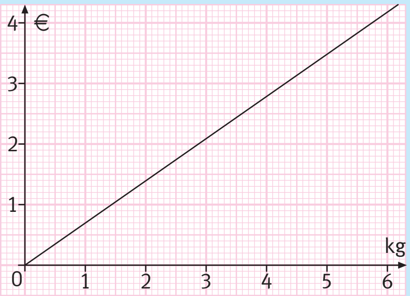
| Anzahl an Pumpen | Füllzeit in h |
|---|---|
| 5 | 93 |
| ■ | ■ |
| 3 | ■ |

c)

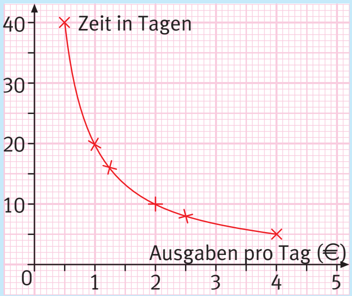
| Anzahl Kopien | Preis in € |
|---|---|
| 450 | 13,50 |
| ■ | ■ |
| 800 | ■ |

**3** Zu welcher Zuordnung gehört welcher Graph? Ordne zu und beschreibe eine mögliche Sachsituation.

a)



b)



**4** Entscheide zunächst, ob es sich um eine proportionale oder um eine antiproportionale Zuordnung handelt und berechne dann.

a) Eine Schulklasse möchte eine Stadtführung durch Berlin machen. Die Führung wird zu einem Festpreis angeboten. Bei 14 Teilnehmen muss jeder 15 € zahlen. Wie viel muss jeder zahlen, wenn 28 Personen teilnehmen?

b) Eine Schachtel mit Futter reicht für zwei Meerschweinchen 25 Tage lang. Wie lange reicht sie für fünf Meerschweinchen?

c) Svenja macht für sich und drei weitere Personen 600 g Spaghetti. Ihr Bruder kommt überraschend dazu. Wie viel Spagetti sollte sie nun kochen?

d) Eine Fußballmannschaft erzielte in 5 Spielen 15 Tore. Wie viele Tore erzielt die gleiche Mannschaft in 10 Spielen?

**5** Ein Supermarkt bietet Vanillepudding in zwei unterschiedlich großen Bechern an. Welches Angebot ist billiger? Begründe, indem du jeweils den Preis für 1 kg Vanillepudding berechnest.

Ⓐ 200 g für 0,78 €

Ⓑ 125 g für 0,45 €

**6** In einer Druckerei drucken vier Maschinen in einer Stunde 20 000 Werbezettel.

a) Berechne, wie viele Werbezettel vier Maschinen in fünf Stunden drucken.

b) Berechne, wie viele Werbezettel zwei Maschinen in sechs Stunden drucken.

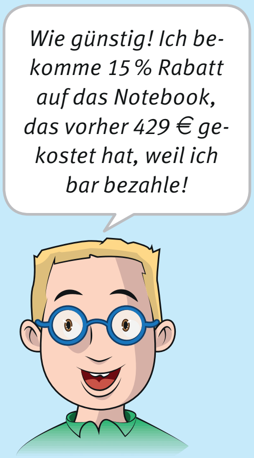
**7** Für die Schulcafeteria werden 25 Kästen Orangensaft, 12 Kästen Schokomilch und 7 Kästen Eistee bestellt. Berechne die Gesamtkosten, wenn 1 Kasten Orangensaft 7,90 €, 1 Kasten Schokomilch 11,99 € und 1 Kasten Eistee 5,59 € kostet.

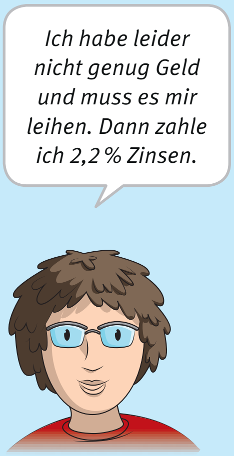
**8** Um Apfelsaft herzustellen, werden die Äpfel in einer Presse zerquetscht. 100 kg Äpfel ergeben im Durchschnitt 65 l Saft.

a) Berechne, wie viel Liter Apfelsaft hergestellt wird, wenn 2 300 kg Äpfel verarbeitet werden.

b) Berechne, wie viele Flaschen Apfelsaft mit 0,7 l Fassungsvermögen damit gefüllt werden können.

# Prozentrechnung wiederholen





**Fragen:**

Ⓐ Wie viel kostet das Notebook, nachdem der Rabatt abgezogen wurde?

Ⓑ Wie viel kostet das Notebook, wenn man sich das Geld leihen muss?

**Rechnung und Antwort zu Ⓐ:**

Der ursprüngliche Preis des Notebooks (429 €) entspricht dem Grundwert G, der Rabatt in Höhe von 15 % dem Prozentsatz p. Gesucht ist die Höhe des Rabatts, die dem Prozentwert W entspricht.

Diese Größe berechnet man mit der Grundformel der Prozentrechnung: $\frac{W}{p} = \frac{G}{100}$

$G = 429\,€;\ p = 15 \qquad \frac{W}{15} = \frac{429}{100} \qquad W = \frac{429}{100} \cdot 15 = 64{,}35\ (€)$

Das Notebook kostet noch 429 € – 64,35 € = 364,65 €.

## Prozent- und Zinsrechnung

Der Grundwert G entspricht 100 %. Er bezeichnet immer das Ganze.

Der Prozentwert W entspricht einem Teil vom Ganzen.

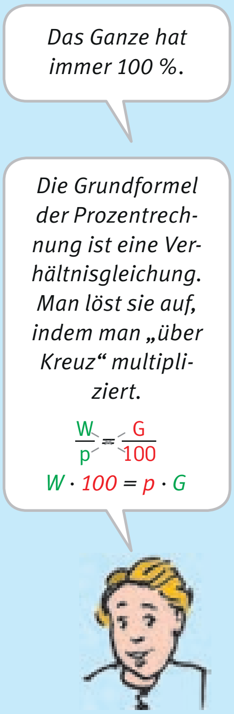
Der Prozentsatz p entspricht dem Anteil in %.

Gesuchte Größen lassen sich mit der Formel berechnen.

Es gilt: $\frac{W}{p} = \frac{G}{100} \qquad \frac{Z}{p} = \frac{K}{100}$

Die Zinsrechnung ist eine Anwendung der Prozentrechnung, hier gilt $\frac{Z}{p} = \frac{K}{100}$:

| Prozentrechnung | Zinsrechnung |
|---|---|
| Grundwert G | Kapital K (Guthaben, Kreditbetrag, ...) |
| Prozentwert W | Zinsen Z |
| Prozentsatz p | Zinssatz p |



① Berechne den Preis für das Notebook, wenn man sich das Geld zu einem Zinssatz von 2,2 % leihen muss.

② Übertrage die Tabellen und berechne die fehlenden Größen.

| Grundwert | Prozentwert | Prozentsatz |
|---|---|---|
| 200 g | ■ | 40 % |
| 150 g | 18 g | ■ |
| ■ | 28,00 € | 7 % |

| Kapital | Zinsen | Zinssatz |
|---|---|---|
| 2 100 € | ■ | 5 % |
| 30 000 € | 2 400 € | ■ |
| ■ | 12,50 € | 2 % |

③ Überlege zuerst, welcher Grundbegriff gesucht ist. Berechne anschließend.

a) Milena geht gerne joggen. Von ihrer 5-km-Runde hat sie heute schon 850 m geschafft.

b) In einer Nuss Nougat Creme sind 56 % Zucker enthalten. Das sind 140 g Zucker.

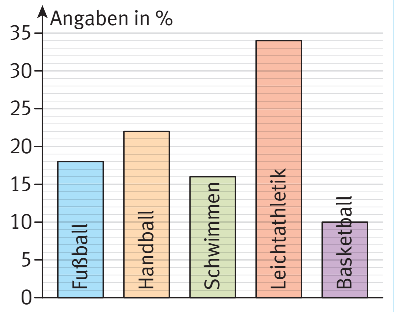
c) Für ein Fußballspiel wurden schon 780 Karten verkauft, das sind 65 % aller Karten.

④ Im Winterschlussverkauf gibt es große Preissenkungen, um die Lager zu räumen. In einem Bekleidungsgeschäft heißt es: 40 % auf alle Waren. Bestimme den neuen Verkaufspreis:

a) Hose 90 €
b) Kleid 125 €
c) Pulli 55 €
d) Schuhe 110 €

40 % auf 150 €:
neuer Preis:
60 % des alten Preises
$150\,€ \cdot (1 - \frac{40}{100})$
$= 150\,€ \cdot 0{,}6 = 90\,€$

⑤ Ein Sportverein hat viele verschiedene Abteilungen. In der Abteilung Fußball gibt es zurzeit 108 Spieler, das sind 18 %.
a) Berechne, wie viele Sportler der Verein insgesamt hat.
b) Lies den prozentualen Anteil der Vereinsmitglieder in den anderen Abteilungen aus dem Diagramm ab und berechne damit jeweils die Anzahl der Mitglieder.
c) Ballsportarten sind sehr beliebt. Im letzten Jahr ist die Mitgliederzahl in der Abteilung Fußball um 25 % und in der Abteilung Basketball um 15 % gestiegen. Handball hatte als Spitzenreiter 75 % Zuwachs. Berechne die neuen Mitgliederzahlen.



90 Mitglieder, 10 % Zuwachs
neue Mitgliederzahl:
110 % der bisherigen Zahl
$90 \cdot (1 + \frac{1}{10})$
$= 90 \cdot 1{,}1 = 99$

⑥ Mit ihrer neuen Sparspülung an der Toilette verbraucht Rebeccas Familie nur noch 50 % der ursprünglichen Wassermenge, das sind 4,5 Liter pro Spülgang.
a) Berechne die Wassermenge, die vor dem Einbau der Sparspülung pro Spülgang verbraucht wurde.
b) Die Familie besteht aus vier Personen. Im Schnitt betätigt jeder dreimal am Tag die Spülung. Berechne, wie viel Liter Wasser sie so im Jahr sparen.

⑦ Zu welchem Zinssatz muss ein Kapital von 20 000 € angelegt werden, wenn es im ersten Jahr 150 € Zinsen erbringen soll?

⑧ Carmen legt 35 000 € neun Monate lang zu einem Zinssatz von 0,6 % bei einer Bank an. Welchen Zinsbetrag erzielt sie?

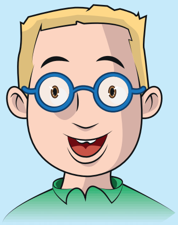
⑨ Familie Schön besitzt zwei Sparverträge: 15 000 € hat sie als Festgeld zu einem Zinssatz von 1,25 % angelegt. Die zweite Anlage ist zu 0,9 % verzinst und bringt halbjährlich 45 € Zinsen. Reicht ihr Kapital nach einem Jahr schon, um sich ein Elektroauto für 30 000 € zu kaufen?

*Wenn der Grundwert um p vermindert (vermehrt) wird, kann auch gleich mit dem vermehrten (verminderten) Prozentsatz 100 % +/– p % rechnen. Dazu multipliziert man G mit dem Faktor $(1 \pm \frac{p}{100})$.*

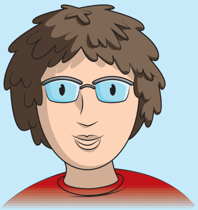
*Zinsen für einen Monat kann man berechnen, indem man die Jahreszinsen durch 12 dividiert.*

# Terme und Gleichungen wiederholen

*Ich nehme 4 Kugeln, meine Schwester 2 und mein großer Bruder 5.*



*Meine Klasse geht gemeinsam Eis essen. Unsere Lehrerin hat zusätzlich einen Kaffee für 2,80 € getrunken. Insgesamt haben wir aus der Klassenkasse 59,05 € bezahlt.*



**Fragen:**

Ⓐ Wie viel bezahlt jede einzelne Person für ihr Eis? Wie viel kostet das Eis insgesamt?

Ⓑ Wie viele Kugeln Eis hat die Klasse bestellt?

**Rechnung und Antwort zu Ⓐ:**

Der Preis für eine Kugel Eis ist immer derselbe; es verändert sich die Anzahl der Kugeln.

Den Preis für ein Eis kann man mit einem allgemeinen Rechenausdruck (Term) mit einer Variablen x für die Anzahl der Eiskugeln beschreiben: $0{,}75\,€ \cdot x$

| | |
|---|---|
| Preis für 4 Kugeln Eis: | $0{,}75\,€ \cdot 4 = 3\,€$ |
| Preis für 2 Kugeln Eis: | $0{,}75\,€ \cdot 2 = 1{,}50\,€$ |
| Preis für 5 Kugeln Eis: | $0{,}75\,€ \cdot 5 = 3{,}75\,€$ |
| Gesamtpreis: | $0{,}75\,€ \cdot 11 = 8{,}25\,€$ |

## Terme und Gleichungen

Viele Sachsituationen lassen sich durch Terme und Gleichungen beschreiben.
Terme lassen sich oft vereinfachen:

- Kommen in Termen die gleichen Variablen mehrfach vor, kann man sie durch Addition oder Subtraktion zusammenfassen und als Produkt aus einer Zahl und einer Variablen schreiben.
- Ein Produkt aus Termen mit Zahlen und Variablen wird vereinfacht, indem man Zahlen mit Zahlen und Variablen mit Variablen multipliziert. Dividiert man einen Term durch eine Zahl, dividiert man die Zahlen.

Gleichungen kann man durch äquivalente Umformungen lösen:

① zuerst auf beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl (das gleiche Vielfache der Variablen) addieren oder subtrahieren

② dann auf beiden Seiten der Gleichung mit der gleichen Zahl multiplizieren (durch die gleiche Zahl dividieren)

*Beispiele:*

*Terme vereinfachen:*

a) $x + x + x = 3x$
b) $8y - y = 7y$
c) $-3z + 5z = 2z$
d) $4 \cdot 3x = 12x$
e) $12x : 4 = 3x$

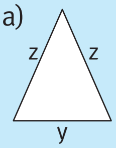
*Gleichungen lösen:*

a) $x + 3 = 15 \quad | -3$
$x = 12$
b) $6 = \frac{1}{2}x \quad | \cdot 2$
$12 = x$
c) $3x - 6 = 27 \quad | +6$
$3x = 33 \quad | :3$
$x = 11$

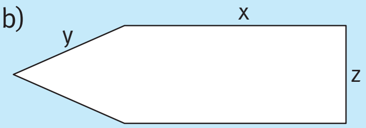
**1** Stelle eine Gleichung für die Berechnung der Anzahl der Eiskugeln auf, die die Klasse bestellt hat. Löse sie dann mit den Umformungsregeln.

**2** Notiere jeweils einen vereinfachten Term für den Umfang der Figur. Berechne den Umfang für x = 5,5 cm, y = 3 cm und z = 2,5 cm.

a)

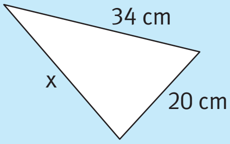


b)

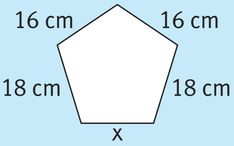


**3** Jede Figur hat einen Umfang von 84 cm. Stelle eine Gleichung auf und berechne x.

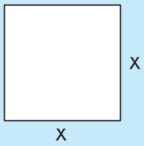
a)



b)



c)



④ Ordne Texte und Terme einander zu. Erkläre die Bedeutung der Variablen.

a) Sabine ist halb so alt wie Stefan.
b) Tim besitzt doppelt so viele Briefmarken wie Birgit.
c) Ina bekommt 2 € mehr Taschengeld als Samuel.

Ⓐ $2 : x$
Ⓑ $x + 2$
Ⓒ $x : 2$
Ⓓ $x \cdot 2$

⑤ Welche Gleichung passt zum Text? Wofür steht die Variable x? Berechne.

Wenn ich mein Taschengeld 6 Monate spare und die 60 € vom Geburtstag dazulege, dann habe ich genau 150 €.

Ⓐ $60 \cdot x + 6 = 150$
Ⓑ $6 \cdot x - 60 = 150$
Ⓒ $60 \cdot x - 6 = 150$
Ⓓ $6 \cdot x + 60 = 150$

⑥ Löse mithilfe von Gleichungen.

a) Martina kauft in der Bäckerei drei Stück Kuchen und Brezeln und bezahlt 9,90 €. Ein Stück Kuchen kostet 2,30 €, ein Brezel 0,60 €. Berechne, wie viele Brezeln Martina gekauft hat.
b) Familie Salomon mietet für 14 Tage eine Ferienwohnung. Für die Endreinigung zahlt sie 30 €. Insgesamt bezahlt Herr Salomon 807 €. Wie teuer ist die Ferienwohnung pro Tag?

⑦ Ersetze im Term $-5 \cdot (9 + 4a) - (2b - 18)$ a durch 2 und b durch –3. Berechne das Ergebnis schrittweise.

⑧ Vereinfache die Terme.

a) $17x + 8 + 13x - 3$
b) $-3y + 1{,}5x - 7 + 5y + 13 - 3{,}5x$
c) $2a - 3\frac{1}{4}b - 4{,}5a + \frac{1}{4}b + 4 \cdot \frac{1}{2}a$
d) $18c : 6 + 3 \cdot 1{,}5d - 5d - 10\,c$

⑨ Löse die Gleichungen schrittweise.

a) $7x - 1 = 4x + 8$
b) $2{,}5y - 3{,}2 = y - 1{,}7$
c) $-3z + 4 = -12 + 5z$

⑩ Zahlenrätsel: Stelle Terme und Gleichungen auf und berechne.

a) Addiere 17 zur Differenz aus 22 und 15.
b) Bilde den Quotienten aus 49 und 7 und subtrahiere 5.
c) Multipliziere 8 und –12 und dividiere das Ergebnis durch 3.
d) Bilde die Summe aus 14 und 6 und subtrahiere davon das Produkt aus 5 und –2.
e) Das Vierfache einer Zahl ergibt 32.
f) Subtrahiert man 15 von einer Zahl, so erhält man 25.
g) Vermindert man das Dreizehnfache einer Zahl um 38, so erhält man –12.
h) Das Produkt aus –8 und einer Zahl ergibt die Summe aus 60 und 12.

⑪ Vereinfache die Terme mithilfe des Distributivgesetzes.

a) $(22 + 4z) \cdot 3$
b) $\frac{3}{4} \cdot (16y + 1)$
c) $8x - 3 \cdot (2x + 3)$

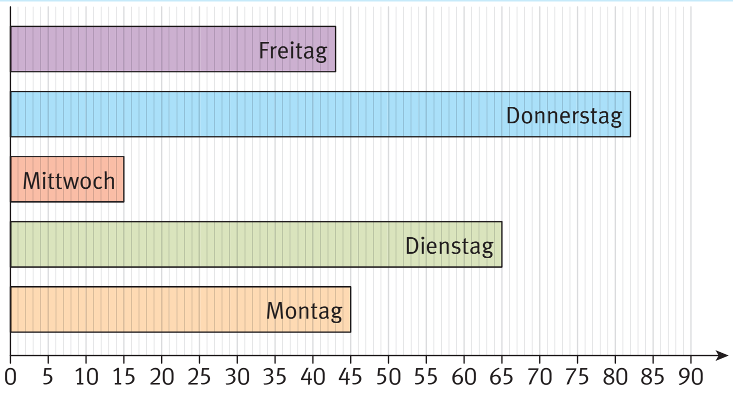
⑫ Löse die Gleichungen schrittweise.

a) $4 \cdot (3 + a) = 20$
b) $3 \cdot (b - 2) = b + 14$
c) $4x - (x - 8) = 32$

**Addition:**
*Summand + Summand = Summe*
**Subtraktion:**
*Minuend – Subtrahend = Differenz*
**Multiplikation:**
*Faktor · Faktor = Produkt*
**Division:**
*Dividend : Divisor = Quotient*

*Distributivgesetz:*
$a \cdot (b + c) = ab + ac$
$a \cdot (b - c) = ab - ac$
*Wenn a = –1, gilt:*
$-(b + c) = -b - c$
$-(b - c) = -b + c$

# Diagramme und statistische Kennwerte wiederholen



**Fragen:**

Ⓐ Wie viele Mittagessen werden pro Tag im Durchschnitt verkauft?

Ⓑ Wie groß ist der Unterschied zwischen der niedrigsten und dem höchsten Zahl an verkauften Essen?

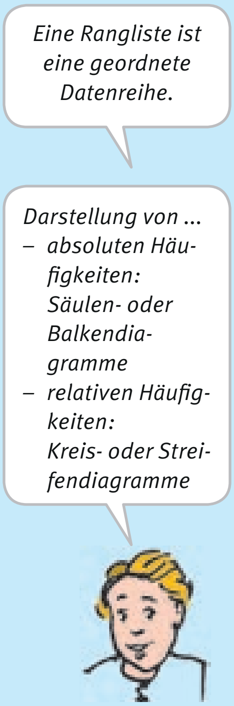
**Rechnung und Antwort zu Ⓐ:**
Im Balkendiagramm kann man die Anzahl der verkauften Mittagessen ablesen.
Für den Durchschnittswert addiert man die Anzahl der Mittagessen für jeden Tag und dividiert die Summe durch die Anzahl der Tage.
(45 + 65 + 15 + 82 + 42) : 5 = 49,8
Pro Tag wurden im Durchschnitt 50 Essen verkauft.

## Diagramme und statistische Kennwerte

Datenreihen lassen sich mithilfe von Kenngrößen beschreiben und auswerten.
Man berechnet **den Durchschnittswert** $\overline{x}$ (arithmetisches Mittel), indem man alle Einzelwerte addiert und die Summe durch die Anzahl der Einzelwerte dividiert.

$$\overline{x} = \frac{\text{Summe der Einzelwerte}}{\text{Anzahl der Einzelwerte}}$$

Der **Zentralwert** (**Median**) ist bei einer ungeraden Anzahl der Werte der mittlere Wert in einer Rangliste, bei einer geraden Anzahl der Durchschnittswert der beiden mittleren Werte.
**Minimum**, **Maximum** und **Spannweite** sagen etwas über die Verteilung der Daten in einer Datenreihe aus. Das Minimum ist der kleinste Wert einer Datenreihe, das Maximum der größte. Die Spannweite s ist die Differenz dieser beiden Werte:
Spannweite = Maximum – Minimum.



① Berechne die Spannweite der verkauften Essen.

② a) Runde die Flusslängen jeweils auf 100 km. Zeichne dann ein Balkendiagramm, in dem die Flüsse der Länge nach geordnet sind.
b) Berechne den Durchschnittswert und kennzeichne diesen im Diagramm. Nenne die Flüsse, die länger sind als der Durchschnitt.
c) Berechne die Spannweite.

| | |
|---|---|
| Rhein | 1048 km |
| Oder | 866 km |
| Elbe | 1094 km |
| Donau | 2811 km |

**3** Death Valley, das „Tal des Todes“ in Kalifornien (USA), ist das heißeste Gebiet der Erde. Die Tabelle zeigt die mittleren Monatstemperaturen aus einem der letzten Jahre.

| Monat | J | F | M | A | M | J | J | A | S | O | N | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Temperatur in °C | 13 | 17 | 21 | 27 | 32 | 38 | 40 | 38 | 34 | 27 | 20 | 14 |

a) Nenne den wärmsten und den kältesten Monat und berechne die Spannweite.
b) Berechne die mittlere Jahrestemperatur.
c) Gib jeweils mithilfe der Daten an, ob die Aussage wahr oder falsch ist.
  - A Der heißeste Tag des Jahres war im Juli.
  - B Im April gab es Temperaturen unter 30 °C.
  - C Im Februar war die Temperatur immer unter 20 °C.

**4** Nach einer Umfrage der ARD-ZDF Onlinestudie 2017 nutzen das Internet in Deutschland

2008 – 42,7 Mio. Menschen

2011 – 51,7 Mio. Menschen

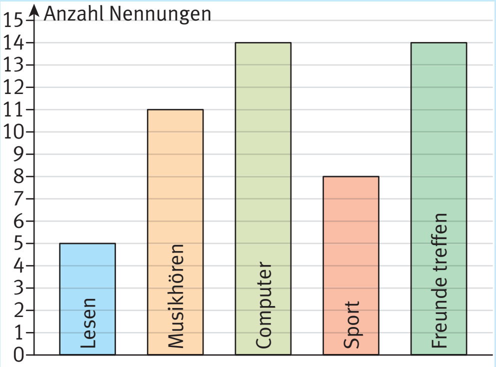
2014 – 55,6 Mio. Menschen

2017 – 62,4 Mio. Menschen

a) Runde die Angaben geeignet und stelle sie in einem Säulendiagramm dar.
b) Wie viele Millionen Menschen nutzten von 2008 bis 2017 nach diesen Angaben im Durchschnitt das Internet? Berechne.

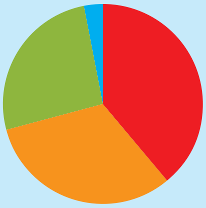
**5** Das Diagramm zeigt die Auswertung einer Umfrage in einer 9. Klasse zum Thema Hobbys. Entscheide, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Begründe.

a) Die meisten Schüler haben als Hobby „Freunde treffen“ angegeben.
b) Die wenigsten Schüler haben als Hobby „Lesen“ angegeben.
c) Addiert man alle Nennungen, dann kennt man die Anzahl der Schüler in der Klasse.
d) Etwa die Hälfte aller Befragten hat als Hobby „Lesen“, „Musikhören“ oder „Sport“ angegeben.



**6** Bei der Shell-Studie werden Jugendliche u.a. zu ihrer Grundhaltung im „social web“ befragt.

a) Berechne den Prozentsatz der Jugendlichen, die sich kritisch geben und sich nicht auf alles einlassen.
b) Stelle die Angaben in einem Streifendiagramm dar.



■ % geben sich kritisch und lassen sich nicht auf alles ein.
32 % geben sich kritisch, sind aber mit dabei.
26 % sind eher unkritisch und mit dabei.
3 % lehnen die Kritik am Internet ab.

**7** Das sind Slavces Ergebnisse beim Weitwurf:

| 1. Wurf | 2. Wurf | 3. Wurf | 4. Wurf | 5. Wurf | 6. Wurf |
|---|---|---|---|---|---|
| 45,10 m | 42,70 m | 44,60 m | 37,80 m | 35,90 m | 41,50 m |

a) Gib das Minimum und das Maximum seiner Würfe an.
b) Um sich für den Wettkampf zu qualifizieren, muss Slavce eine durchschnittliche Weite von 42 m haben. Wird er zum Wettkampf geschickt? Begründe.
c) Bestimme den Zentralwert. Wäre er ein besseres Auswahlkriterium? Begründe.

**Fragen:**

Ⓐ Warum ist das Spiel nicht fair, wenn man den Baustein einsetzt? Worin besteht der Unterschied zwischen dem Baustein und dem Spielwürfel?

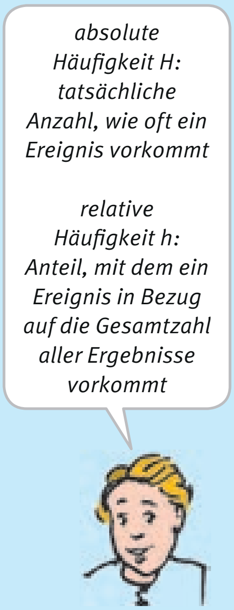
Ⓑ Wie bestimmt man die Wahrscheinlichkeit, mit dem Spielewürfel eine gerade oder ungerade Zahl zu würfeln?

**Rechnung und Antwort zu Ⓐ:**
Der Baustein und der Spielwürfel sind beides Zufallsgeräte, mit denen man Zufallsversuche durchführen kann. Bei dem Spielwürfel sind alle Seitenflächen gleich groß.
Beim Baustein ist das nicht der Fall. Es gibt jeweils zwei Seitenflächen in drei verschiedenen Größen. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten müssen experimentell bestimmt werden.
Man muss sehr oft damit würfeln und die Ergebnisse in einer Strichliste festhalten. Aus den Aufzeichnungen kann man die relativen Häufigkeiten der einzelnen Seitenflächen bestimmen. Nach dem Gesetz der großen Zahl kann man dann voraussagen, welches Ereignis wahrscheinlicher ist.
Hier ist es am wahrscheinlichsten, dass der Baustein auf die Ober- oder die Unterseite fällt.

### Wahrscheinlichkeiten

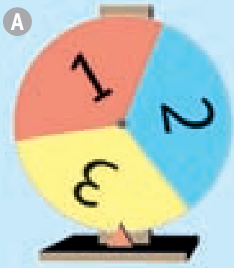
Haben alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsversuchs die gleiche Chance, so sagt man, dass jedes Ergebnis gleich wahrscheinlich ist. Solche Zufallsversuche heißen Laplace-Versuche. Für das Ereignis E gilt dann:

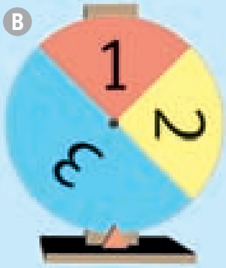
$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$



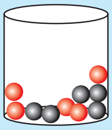
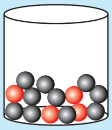
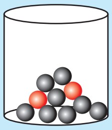
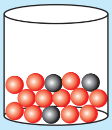
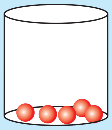
① Bestimme die Wahrscheinlichkeit für die Ereignisse $E_1$ (gerade Zahl) und $E_2$ (ungerade Zahl) als Bruch und in Prozentschreibweise.

② Tanja und Jennifer besuchen ein Fest. Dort entdecken sie zwei Glücksräder.
a) Bei welchem Glücksrad haben sie für die Zahlen 1, 2 und 3 jeweils die gleiche Wahrscheinlichkeit?
b) Wie hoch ist bei beiden Glücksrädern die Wahrscheinlichkeit für die drei Zahlen?

Ⓐ


Ⓑ


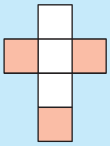
**3** Mit verbundenen Augen wird eine Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es eine rote?

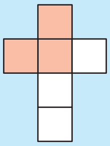
a)  b)  c)  d)  e) 

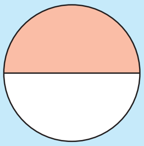
**4** In einer Schachtel liegen gut gemischt 100 Zettel, jeder mit einer Zahl von 1 bis 100. Ein Zettel wird blind gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es

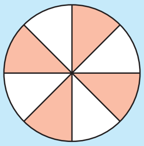
a) eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern?
b) eine Zahl mit zwei verschiedenen Ziffern?
c) eine zweistellige Zahl ohne 0 als Ziffer?
d) eine Zahl mit zwei ungeraden Ziffern?
e) eine durch 9 teilbare Zahl?
f) eine nicht durch 9 teilbare Zahl?
g) eine Zahl ohne 7 als Ziffer?
h) eine durch 4 teilbare Zahl?

**5** Rot gewinnt und du bist an der Reihe. Wäre es dir egal, mit welchem der beiden Würfel oder Glücksräder du spielen müsstest? Begründe deine Meinung.

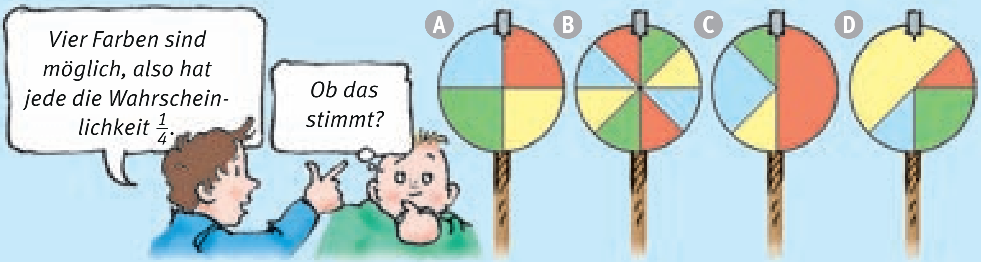




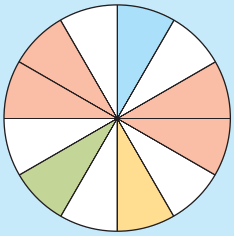




**6**



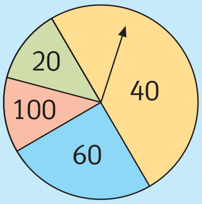
**7**



a) Auf welche Farbe würdest du bei diesem Glücksrad setzen, damit die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn möglichst hoch ist? Begründe deine Entscheidung.
b) Ein Losbudenbesitzer bietet an: „Blau gewinnt 12 €“. Wie teuer sollte er ein Los verkaufen? Mache Vorschläge und begründe.

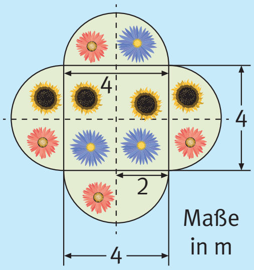
**8** a) Jede der sechs Flächen eines Würfels ist gefärbt. Einige Flächen sind rot, die restlichen sind blau. Beim Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine rote Fläche oben liegt, $\frac{2}{3}$. Wie viele Flächen des Würfels sind rot bzw. blau gefärbt?
b) Ein Spieler hat schon viermal hintereinander eine 6 gewürfelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim fünften Wurf wieder eine 6 kommt?

**9** Bei dem Glücksrad bekommt der Spieler so viele Cent, wie das Feld anzeigt, auf dem der Pfeil nach dem Drehen stehen bleibt.



a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt der Spieler 60 Ct bzw. weniger als 60 Ct?
b) Für ein Spiel muss der Spieler 60 Ct Gebühr entrichten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt er mehr, als er bezahlen muss?

# Berechnungen an Flächen wiederholen



**Fragen:**

Ⓐ Wie groß ist der Flächeninhalt A des Beetes?
Ⓑ Wie lang ist der Umfang u dieser Fläche?

**Rechnung und Antwort zu Ⓐ:**

Die Fläche lässt sich in ein Quadrat und 4 Halbkreise (= 2 Kreise) zerlegen. Die Summe der Flächeninhalte der einzelnen Figuren entspricht dem Flächeninhalt des Blumenbeetes.

$A_{\text{Quadrat}} = a \cdot a = 4\text{ m} \cdot 4\text{ m} = 16\text{ m}^2$

$A_{\text{2 Kreise}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot (2\text{ m})^2 \approx 25{,}13\text{ m}^2$

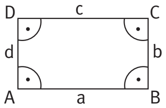
$A_{\text{Gesamt}} = A_{\text{Quadrat}} + A_{\text{2 Kreise}}$
$= 16\text{ m}^2 + 25{,}13\text{ m}^2 = 41{,}13\text{ m}^2 \approx 41\text{ m}^2$

Der Flächeninhalt des Beetes ist ungefähr 41 $\text{m}^2$ groß.

### Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren

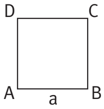
Für den Umfang und den Flächeninhalt ebener Figuren gilt:

Rechteck



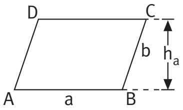
$u = 2 \cdot (a + b)$
$A = a \cdot b$

Quadrat



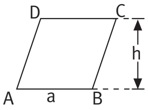
$u = 4 \cdot a$
$A = a \cdot a$

Parallelogramm



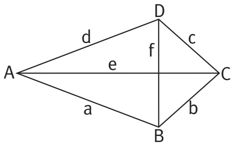
$u = 2 \cdot (a + b)$ hier:
$A = g \cdot h$ $A = a \cdot h_a$

Raute



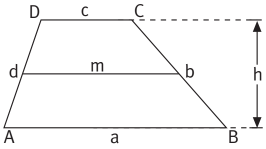
$u = 4 \cdot a$
$A = a \cdot h$

Drachen



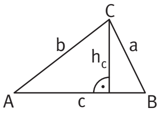
$u = 2 \cdot (a + b)$
$A = \frac{e \cdot f}{2}$

Trapez



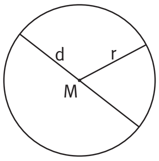
$u = a + b + c + d$
$A = \frac{a + c}{2} \cdot h = m \cdot h$

Dreieck



$u = a + b + c$
$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$
hier: $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

Kreis

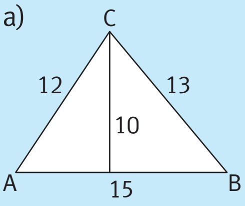


$u = 2 \cdot \pi \cdot r$
$u = \pi \cdot d$
$A = \pi \cdot r^2$

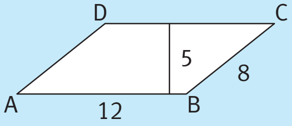
① Berechne den Umfang des Beetes.

② Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Figuren (Maße in cm).

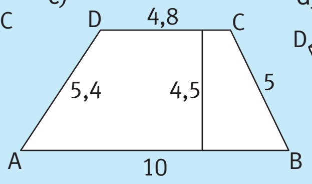
a)



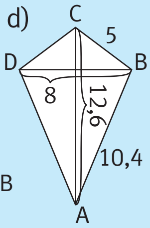
b)



c)



d)

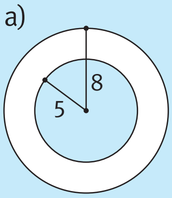


**3** Zeichne die Parallelogramme und die Dreiecke in ein Koordinatensystem und berechne den Flächeninhalt und den Umfang. Entnimm geschickt benötigte Längen der Zeichnung.

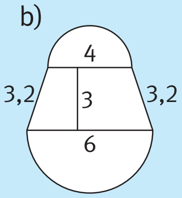
a) A (1|2); B (7|2); C (8|4,5); D (2|4,5)
b) E (–1|1); F (1|6); G (–1|6)
c) H (2|–4,5); I (2|0); J (–2,5|1); K (–2,5|–3,5)
d) L (0|5); M (5|1); N (5|5)

**4** Berechne den Flächeninhalt und wenn möglich den Umfang der Figuren (Maße in cm).

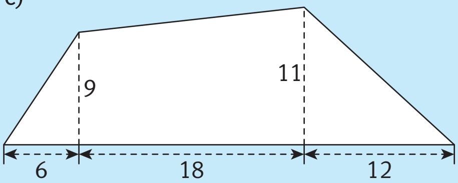
a)



b)

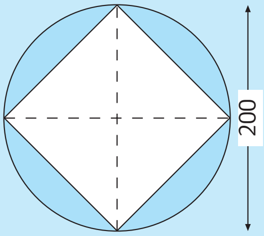


c)

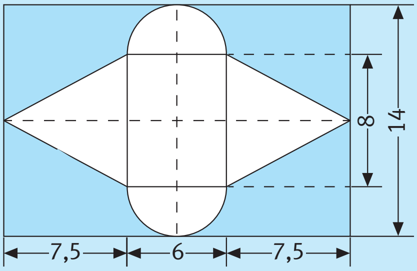


**5** Berechne den Flächeninhalt der blau gefärbten Fläche, indem du zuerst den Flächeninhalt der weißen Fläche bestimmst (Maße in cm).

a)



b)



**6** a) Aus einem roten quadratischen Papier von 12 cm Seitenlänge soll für die Abschlussfeier ein kreisförmiger Untersetzer geschnitten werden. Welchen Flächeninhalt hat dieser Untersetzer, wenn das Blatt maximal ausgenutzt wird? Fertige zuerst eine beschriftete Skizze an.

b) Berechne den Flächeninhalt der übrig gebliebenen Fläche.

c) Ändert sich diese Fläche, wenn man aus dem Quadrat vier gleiche, möglichst große Kreise ausschneidet? Berechne.

*Rechenweg:*
1. *Fertige eine Skizze an.*
2. *Nummeriere die Teilflächen.*
3. *Schreibe die passende Formel auf.*
4. *Setze die Werte ein.*
5. *Rechne das Ergebnis aus.*
6. *Runde gegebenenfalls.*

**7** Die Küche von Familie Milosevic ist 4 m lang und 3,5 m breit.

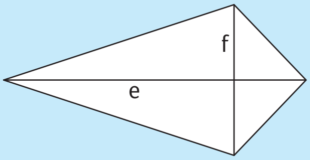
a) Die Familie möchte den Boden mit quadratischen Fliesen (a = 25 cm) auslegen. Berechne die Anzahl der benötigten Fliesen. Fertige dazu einen beschrifteten Grundriss des Zimmers im Maßstab 1 : 50 an.

b) In einer Packung sind immer 25 Fliesen. Wie viele Packungen muss die Familie kaufen?

c) An den Wänden der Küche sollen Leisten angebracht werden. Berechne die Gesamtlänge der Leisten, wenn die Tür 1,2 m breit ist.

*Ein Maßstab von 1 : 50 bedeutet: 1 cm auf dem Blatt sind 50 cm in der Wirklichkeit.*

**8** Ein Drachen hat einen Flächeninhalt von 72 cm$^2$.
Finde alle möglichen ganzzahligen Diagonalenlängen e und f.



# Berechnungen an Körpern wiederholen

**Fragen:**

Ⓐ Wie groß ist der Oberflächeninhalt des Zylinders?

Ⓑ Wie groß ist das Volumen des Zylinders?

**Rechnung und Antwort zu Ⓐ:**

Die Oberfläche eines Zylinders besteht aus zwei Kreisen (Grund- und Deckfläche) und einem Rechteck (Mantelfläche) und wird deshalb so berechnet:

$A_O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + u \cdot h_K = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_K$

(u: Umfang der Grundfläche)

$A_O = 2 \cdot \pi \cdot (20\text{ cm})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 20\text{ cm} \cdot 55\text{ cm}$

$\approx 2513\text{ cm}^2 + 6912\text{ cm}^2$

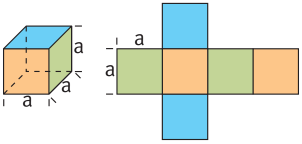
$= 9425\text{ cm}^2 = 0{,}9825\text{ m}^2 \approx 1\text{ m}^2$

Man muss mindestens 1 $m^2$ roten Stoff besorgen.

## Volumen und Oberflächeninhalt von Körpern

Für das Volumen und den Oberflächeninhalt von Körpern gilt:

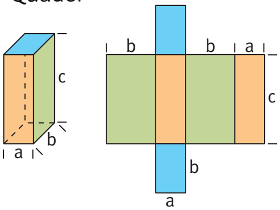
Würfel



$V = a \cdot a \cdot a = a^3$

$A_O = 6 \cdot a \cdot a = 6a^2$

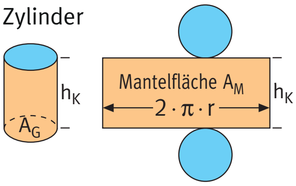
Quader



$V = a \cdot b \cdot c$

$A_O = 2ab + 2ac + 2bc$

Zylinder

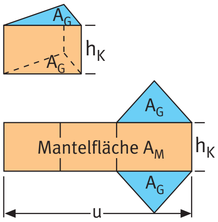


$V = A_G \cdot h = r^2 \cdot \pi \cdot h_K$

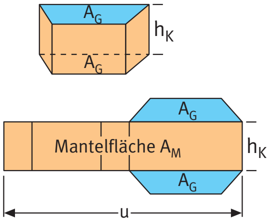
$A_O = A_M + 2 \cdot A_G$

$A_O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$

dreiseitiges Prisma



vierseitiges Prisma



Volumen = Grundfläche · Körperhöhe

$V = A_G \cdot h_K$

Mantelfläche = Umfang der Grundfläche · Körperhöhe

$A_M = u \cdot h_K$

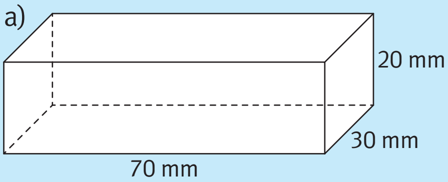
Oberfläche = Mantelfläche + 2 · Grundfläche

$A_O = A_M + 2 \cdot A_G$

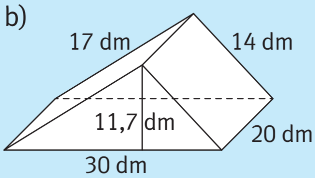
① Berechne das Volumen der Sitzgelegenheit.

② Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt der Körper.

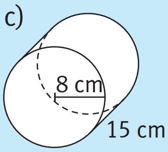
a)



b)

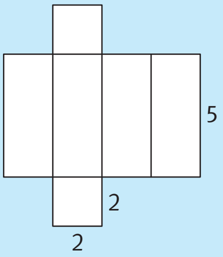


c)

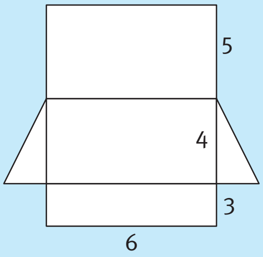


**3** Die Abbildungen zeigen die Netze von Prismen sowie einem Zylinder (Maße in cm). Berechne jeweils das Volumen und den Oberflächeninhalt.

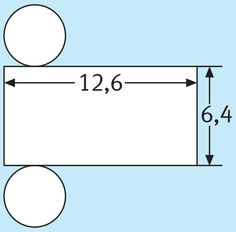
a)



b)

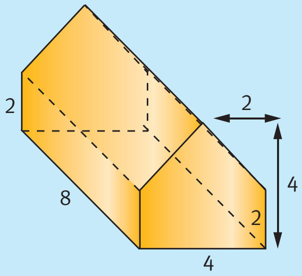


c)

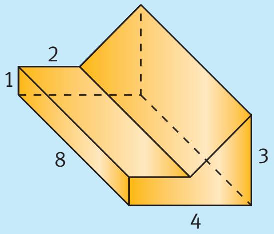


**4** Berechne das Volumen der Körper (Maße in cm).

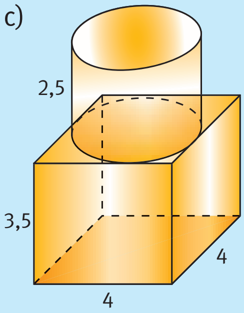
a)



b)



c)

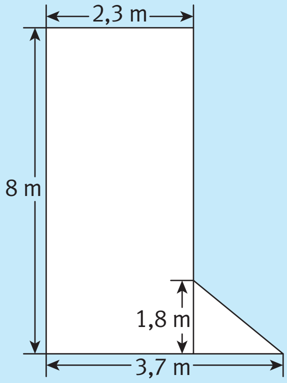


**5** Ein Aquarium ist 80 cm lang, 50 cm breit und 50 cm hoch. Wie viele Liter Wasser müssen eingefüllt werden, wenn das Wasser bis 10 cm unter den Rand stehen soll?

**6** Die mittelalterliche Stadtmauer in Bernau diente dem Schutz der Stadt. Sie ist heute noch auf einer Länge von 1,3 km erhalten und wird von vielen Besuchern besichtigt. Die Grafik rechts zeigt die Mauer im Querschnitt.

a) Ein Mitarbeiter des Heimatvereins will eine genaue Zeichnung des Querschnitts der Stadtmauer im Maßstab 1 : 40 anfertigen. Bestimme durch eine Rechnung, wie lang er die Höhe der Mauer zeichnen muss.

b) Berechne das Volumen der Stadtmauer. Dazu bestimme zunächst die Größe der Querschnittsfläche.



*Rechenweg:*
1. *Fertige eine Skizze an.*
2. *Nummeriere die Teilkörper.*
3. *Schreibe die passende Formel auf.*
4. *Setze die Werte ein.*
5. *Rechne das Ergebnis aus.*
6. *Runde gegebenenfalls.*

*1 l = 1 $dm^3$*
*= 1000 $cm^3$*

**7** Der Nord-Ostsee-Kanal ist 98 km lang und durchschnittlich 9 m tief. Seine Querschnittsfläche ist ein symmetrisches Trapez. An der Wasseroberfläche ist der Kanal 72 m und auf der Kanalsohle 25 m breit.

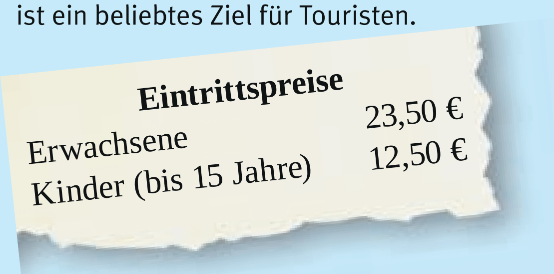
a) Fertige eine beschriftete Skizze der Querschnittsfläche an.

b) Tom behauptet, dass in diesem Kanal mehr als 1 $km^3$ Wasser ist. Hat er Recht?

**8** Ein zylinderförmiger Gasbehälter hat eine Grundfläche von 300 $m^2$. Er fasst 7 200 $m^3$ Gas. Wie hoch ist dieser Behälter?

Fit für die ABSCHLUSSPRÜFUNG

① Das Panoptikum Madame Tussauds in Berlin ist ein beliebtes Ziel für Touristen.



**Eintrittspreise**

| | |
|---|---|
| Erwachsene | 23,50 € |
| Kinder (bis 15 Jahre) | 12,50 € |

a) Wenn man die Tickets im Internet bucht, erhält man einen Rabatt von 20 %. Familie Chauvet aus Paris (Eltern, die 12-jährige und die 17-jährige Tochter) besucht das Panoptikum und bucht die Eintrittskarten im Internet. Entscheide, ob der Term für die Berechnung des Rabatts richtig oder falsch ist.

Ⓐ $(2 \cdot 23{,}50\,\text{€} + 2 \cdot 12{,}50\,\text{€}) \cdot \frac{20}{100}$

Ⓑ $\frac{1}{5} \cdot (70{,}50\,\text{€} + 12{,}50\,\text{€})$

Ⓒ $\frac{20 \cdot (23{,}50\,\text{€} + 23{,}50\,\text{€} + 23{,}50\,\text{€} + 12{,}50\,\text{€})}{100}$

b) Berechne, wie viel Euro Familie Chauvet für den Eintritt bezahlt.

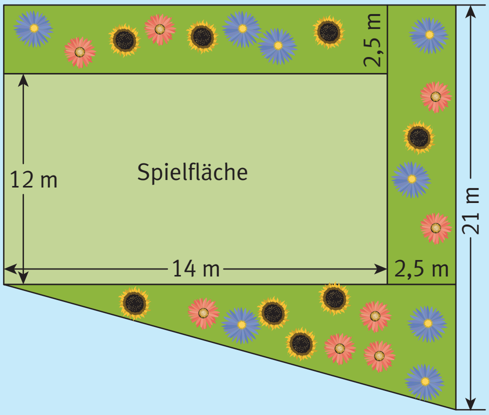
② In der Hinrunde der Saison 2017/18 haben die Berliner Basketballspieler von Alba Berlin 17 Spiele absolviert.

a) Während der Hinrunde erzielten sie insgesamt 1 530 Körbe. Berechne, wie viele Körbe sie durchschnittlich in einem Spiel geworfen haben.

b) In den letzten Jahren haben die Alba-Spieler in einer Saison von 32 Spielen 18 Spiele gewonnen; in einer anderen Saison waren es bei 34 Spielen 27 gewonnene. Vergleiche den jeweiligen Anteil der gewonnenen Spiele prozentual.

c) In einer Spielpause werden 25 Eintrittskarten für das Eurocup-Spiel gegen die Mannschaft aus Istanbul verlost. Die Lostrommel enthält 380 Lose. Mikhail darf als bester Spieler der Jugendmannschaft als erster ziehen. Berechne die Wahrscheinlichkeit in Prozent, mit der er eine Eintrittskarte gewinnt.

③ Der Kinderspielplatz am Schillerpark in Wedding wird neu gestaltet. Um die Spielfläche wird eine Blumenwiese gesät.
Berechne, ob drei Packungen dieser Samen ausreichen.



# Potenzen und Wurzeln

Auf der Erde gibt es ungefähr 1,4 Millionen Tierarten, von denen der größte Teil mit ungefähr einer Million Insekten sind. Es kommt Erstaunliches heraus, wenn man Tiere einer Art miteinander vergleicht:
Der größte Vogel ist der Strauß. Er wird bis zu 2,8 m hoch und bis zu 160 kg schwer. Ein Straußenei wiegt im Durchschnitt 1,9 kg.
Dagegen ist der kleinste Vogel, der Kolibri, ein Winzling. Der kleinste seiner Gattung, die Bienenelfe ist gerade mal knapp 6 cm lang und wiegt knapp 2 g. Die Eier sind so klein wie Erbsen und ungefähr 0,3 g schwer.
Vergleiche:

- Wie viel Mal schwerer ist ein Strauß als ein Kolibri?
- Wie viel Mal größer ist ein Strauß als ein Kolibri?
- Wie viel Mal leichter ist ein Ei des Kolibris gegenüber einem Straußenei?

Unterschiedliche Frösche leben in Papua-Neuguinea und Westafrika. Erst 2009 wurde der kleinste Frosch mit einer Größe von circa 8 mm und einem Gewicht von 15 g entdeckt. Dagegen ist der Goliathfrosch mit einer Größe von bis zu 33 cm und einem Gewicht von bis zu 3 kg ein Riese.

- Vergleiche die Größe und das Gewicht der Frösche.

Der Quizmaster einer Show behauptet, dass alle Ameisen der Erde zusammen mehr als alle Menschen wiegen.
Überprüfe diese Aussage mithilfe der folgenden Angaben: Auf der Welt leben knapp 8 000 000 000 Menschen und 10 000 Billionen Ameisen. Eine Ameise wiegt 4 – 12 mg, das durchschnittliche Körpergewicht eines Menschen beträgt 60 kg.
Welche Schwierigkeiten gibt es beim Lösen dieser Aufgabe?

# BASISWISSENCHECK

## Rechenregeln

**Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation erkennen**

① Schreibe als Multiplikationsaufgabe und berechne ohne Taschenrechner.

a) $6 + 6 + 6 + 6$

b) $14 + 14 + 14 + 14 + 14$

c) $2 + 2$

d) $7 + 7 + 7 + 9 + 9$

e) $-10 - 10 - 10 - 10 - 10 - 10$

f) $-(1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1)$

g) $0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25 - 0{,}3 - 0{,}3$

h) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

i) $\frac{6}{10} + 1{,}6 + 1{,}6 + 1{,}6 + \frac{6}{10}$

j) $-1{,}5 - 1{,}5 - \frac{3}{4} - 1{,}5 - \frac{3}{4} - 1{,}5$

**Mit rationalen Zahlen rechnen**

② Berechne ohne Taschenrechner. Vergleiche.

a) $5 \cdot (-3)$ $\quad -5 \cdot 3$ $\quad -5 \cdot (-3)$ $\quad 5 \cdot 3$

b) $27 : 9$ $\quad 27 : (-9)$ $\quad -27 : 9$ $\quad -27 : (-9)$

③ Berechne ohne Taschenrechner.

a) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2)$
$-10 \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10)$
$-\frac{1}{4} \cdot (-\frac{1}{4}) \cdot (-\frac{1}{4})$
$-0{,}1 \cdot (-0{,}1) \cdot (-0{,}1)$

b) $5 \cdot 8 \cdot 5 \cdot (-8)$
$-4 \cdot (-5) \cdot (-20)$
$-4 \cdot 8 \cdot (-2) \cdot (-1)$
$9 \cdot (-2) \cdot (-5)$

c) $-18 : 1{,}5 : (-4)$
$95 : (-5) : (-\frac{1}{2})$
$(-\frac{1}{8}) : (-\frac{1}{4}) \cdot 2$
$0{,}75 : \frac{1}{4} : (-1)$

Eine fortgesetzte Addition gleicher Summanden kann man verkürzt als Multiplikation schreiben:

$\underbrace{a + a + \ldots + a}_{b\text{-mal}} = b \cdot a$ Summand: a, Anzahl der Summanden: b

Beim Multiplizieren und Dividieren zweier rationaler Zahlen gilt:
Bei gleichem Vorzeichen ist das Ergebnis positiv. Bei unterschiedlichem Vorzeichen ist das Ergebnis negativ.
Multipliziert man eine gerade Anzahl negativer Faktoren miteinander, ist das Produkt positiv, bei einer ungeraden Anzahl von negativen Faktoren ist das Produkt negativ. Entsprechendes gilt für die Division.

$-4 - 4 - 4 - 4 - 2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 4 \cdot (-4) + 3 \cdot (-2\frac{1}{2}) = 16 - 7{,}5 = 8{,}5$

**Klammer- und Punkt-vor-Strich-Regel beachten**

④ Berechne ohne Taschenrechner. Vergleiche.

a) $9 \cdot 4 + 6$
$9 + 4 \cdot 6$

b) $5 \cdot 7 + 8$
$5 \cdot (7 + 8)$

c) $6 + 8 \cdot 5 + 15$
$(6 + 8) \cdot (5 + 15)$

d) $2 \cdot (9 + 6) - 4 \cdot 5$
$2 \cdot 9 + (6 - 4) \cdot 5$

⑤ Berechne ohne Taschenrechner.

a) $-23 - 27 : 9$

b) $21 : (-10 + 7)$

c) $(50 + 22) : (-10 - 2)$

d) $\frac{1}{2} \cdot (-3{,}2 - 4{,}6)$

e) $(13 - 57) : \frac{1}{4}$

f) $(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}) \cdot (-8 - 12)$

Bei der Verbindung der Grundrechenarten gelten folgende Regeln.
① Die Klammern zuerst berechnen ② Punkt-vor-Strich-Rechnung
$-2 \cdot (-56 : 7 + 9 : 3) = -2 \cdot (-8 + 3) = -2 \cdot (-5) = 10$

## Rechnen mit Systemzahlen und Hunderstelbrüchen

**Mit Systemzahlen rechnen**

⑥ Berechne.

a) $6 \cdot 10$
$-3{,}7 \cdot 100$
$0{,}5 \cdot 1\,000$

b) $7 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$
$0{,}008 \cdot 10 \cdot 10$
$-4{,}8 : 10 : 10$

c) $800 : 10$
$240 : 100$
$-8{,}25 \cdot 1\,000 \cdot 10$

**Mit Hundertstelbrüchen rechnen**

⑦ Schreibe als Dezimalzahl.

a) $\frac{1}{10}$
$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{1\,000}$

b) $7{,}4 \cdot \frac{1}{10}$
$7{,}4 \cdot \frac{1}{100}$
$7{,}4 \cdot \frac{1}{1\,000}$

c) $-6 \cdot \frac{1}{10}$
$-125 \cdot \frac{1}{100}$
$-12 \cdot \frac{1}{1000}$

Beim Multiplizieren oder Dividieren mit (durch) Systemzahlen verschiebt sich das Komma nach rechts oder nach links.

$45{,}6 \cdot 100 = 4\,560$ | $626{,}3 : 100 = 6{,}263$

2 Stellen nach rechts | 2 Stellen nach links

Beim Multiplizieren mit Hundertstelbrüchen verschiebt sich das Komma entsprechend der Anzahl der Nullen im Nenner des Hundertstelbruchs nach links. Das Produkt wird kleiner.

$54 \cdot \frac{1}{1\,000} = \frac{54}{1\,000} = 54 : 1\,000 = 0{,}0054$ (vier Stellen nach links)

## Terme

**Terme vereinfachen**

⑧ Vereinfache die Terme.

a) $5x + 7x + 4x$
b) $-6x + 7 - 2x + 10$
c) $4x - 7y - 2x + 3y$
d) $2 \cdot 2{,}5a - \frac{1}{2} \cdot 12b$
e) $-35c : 7 - 13 \cdot 2c + 10d$
f) $-\frac{1}{4} \cdot 16e + 4 \cdot 2f + 28f : 14$
g) $6 \cdot (3x + 8)$
h) $-4 \cdot (5x - 5)$
i) $\frac{1}{2} \cdot (3y - 8) + 0{,}75$

Terme lassen sich durch Zusammenfassen oder Multiplizieren und Dividieren vereinfachen.
Wird eine Summe oder eine Differenz mit einem Faktor multipliziert, dann wird jedes Glied mit dem Faktor multipliziert (Distributivgesetz).
$2 \cdot 3a - 8b : 2 + 7a - 6b = 6a - 4b + 7a - 6b = 13a - 10b$
$6 \cdot (-2x - 5) = 6 \cdot (-2x) + 6 \cdot (-5) = -12x - 30$

## Runden

**Zahlen runden**

⑨ Runde die Zahlen auf zwei Stellen (eine Stelle) nach dem Komma.

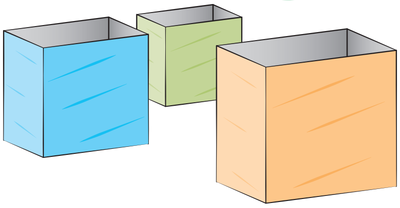
a) 0,737 b) 7,582 c) 34,0943 d) 7,85429 e) 7,3
f) 9,993 g) 0,9963 h) 1,8948 i) 12,5974 j) 9,234982

Beim Runden von Dezimalzahlen entscheidet die Ziffer rechts neben der Rundungsstelle über die Rundung.
Bei 0, 1, 2, 3, 4 wird abgerundet, bei 5, 6, 7, 8, 9 wird aufgerundet.

$5{,}341 \approx 5{,}34$ | $9{,}679 \approx 9{,}68$

# Quadrat- und Kubikzahlen berechnen

| Boxengröße | Länge | Breite | Höhe |
|---|---|---|---|
| Größe 1 | 12 cm | 12 cm | 12 cm |
| Größe 2 | 20 cm | 20 cm | 20 cm |
| Größe 3 | 31 cm | 31 cm | 31 cm |



**1** Tom möchte endlich Ordnung in seinem Zimmer schaffen. Dafür hat er sich drei würfelförmige Ordnungsboxen in unterschiedlichen Größen gekauft. Suche zur Beantwortung von Toms Fragen aus der Formelsammlung (S. 195) die benötigten Formeln heraus und notiere sie. Wie musst du jeweils rechnen?

Quadrat- und Kubikzahlen

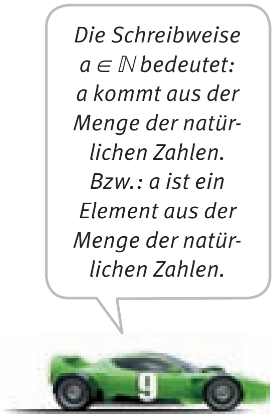
Das Produkt aus zwei gleichen natürlichen Zahlen nennt man **Quadratzahl**.
Schreibweise: $a \cdot a = a^2$ für $a \in \mathbb{N}$

$25 \cdot 25 = 25^2 = 625$
625 ist eine Quadratzahl.

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$
125 ist eine Kubikzahl.

Das Produkt aus drei gleichen natürlichen Zahlen nennt man **Kubikzahl**.
Schreibweise: $a \cdot a \cdot a = a^3$ für $a \in \mathbb{N}$

250 ist keine Quadratzahl, denn es gibt keine natürliche Zahl a für die gilt:
$a^2 = 250$
$15^2 = 225 < 250 < 256 = 16^2$



**2** Beantworte nun Toms Fragen.

**3** Übertrage die Tabelle und vervollständige sie. Rechne im Kopf. Die hier auftretenden Quadrat- und Kubikzahlen solltest du auswendig lernen.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quadratzahl | $1^2 = 1$ | $2^2 = 4$ | $3^2 = 9$ | ■ | ■ | ■ |
| Kubikzahl | $1^3 = 1$ | $2^3 = 8$ | $3^3 = 27$ | ■ | ■ | ■ |

**4** Untersuche: Handelt es sich um eine Quadrat- oder eine Kubikzahl?

a) 1000
b) 49
c) 8000
d) 27
e) 64
f) 1000000
g) 10000
h) 324
i) 125

**5** a) Nenne mindestens drei Quadratzahlen zwischen 500 und 1000.
b) Finde mindestens drei Kubikzahlen zwischen 10000 und 20000.

**6** Übertrage die Tabelle und vervollständige sie.

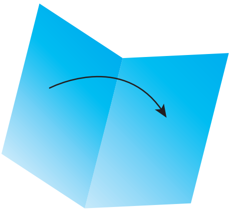
| | a | b | $a^2$ | $b^3$ | $b^3 - a^2$ | $(a + b)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | 9 | 1 | ■ | ■ | ■ | ■ |
| b) | 4 | 3 | ■ | ■ | ■ | ■ |
| c) | 2 | 10 | ■ | ■ | ■ | ■ |

# Potenzen mit natürlichen Exponenten berechnen

**1** a) Falte ein DIN-A4-Blatt fortlaufend, so dass sich die Fläche halbiert. Wie oft kannst du das machen?

b) Stell dir vor, man könnte es zehnmal machen. Übertrage die Tabelle und fülle sie aus. Erkläre, wie es bei der 11. (12., 13., …) Faltung weitergeht.

| Anzahl Faltungen | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anzahl Papierschichten | 1 | 2 | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |



Produkte aus lauter gleichen Faktoren kann man als Potenz schreiben:

| 5 gleiche Faktoren | | Potenz | | Potenzwert |
|---|---|---|---|---|
| $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ | = | $2^5$ | = | 32 |

Basis $2^5$ Exponent

Man spricht: „2 hoch 5“

Diese Schreibweise gilt auch für **rationale Zahlen** a als Basis:

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}} \qquad a \in \mathbb{Q}$

Weiterhin gilt:
$\mathbf{a^1 = a}$ für alle $a \in \mathbb{Q}$
$\mathbf{a^0 = 1}$ für alle $a \in \mathbb{Q}$ und $a \neq 0$

Für $a \in \mathbb{N}$ gilt:
Die Potenz $\mathbf{a^2 = a \cdot a}$ nennt man **Quadratzahl**.
Die Potenz $\mathbf{a^3 = a \cdot a \cdot a}$ nennt man **Kubikzahl**.

Potenzen

**rationale Zahlen** $\mathbb{Q}$
*Ganze Zahlen, Brüche und Dezimalzahlen (auch periodische):*
$\{\ldots; -2; -1{,}5; -\frac{1}{2}; 0{,}\overline{3}; \frac{3}{7}; 3, \ldots\}$

**2** Schreibe die Anzahl der Papierschichten bis einschließlich zur 10. Faltung als Potenz. Ergänze dazu die Tabelle aus Aufgabe 1 um eine weitere Zeile.

**3** Bestimme den Unterschied zwischen $4^3$ und $3^4$, indem du jeweils die richtige Schreibweise zuordnest.

$3 \cdot 4$ $\qquad$ $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ $\qquad$ $4 + 4 + 4$ $\qquad$ $4 \cdot 4 \cdot 4$

**4** Schreibe als Potenz.

$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$
$= \frac{2^5}{3^5} = (\frac{2}{3})^5$

$x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$
$= x^5$

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
b) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
c) $19 \cdot 19 \cdot 19$
d) $x \cdot x \cdot x \cdot x$
e) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$
f) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$
g) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$
h) $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8}$
i) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$
j) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$
k) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$
l) $\frac{3}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}$

$3^4 = 81$
*1. Eingabe mit der* $\boxed{x^y}$*- oder* $\boxed{y^x}$*-Taste:*
$\boxed{3}\,\boxed{x^y}\,\boxed{4} = 81$ *oder*
$\boxed{3}\,\boxed{y^x}\,\boxed{4} = 81$

*2. Eingabe mit der* $\boxed{\wedge}$*-Taste:*
$\boxed{3}\,\boxed{\wedge}\,\boxed{4} = 81$
*Wie rechnet dein Taschenrechner?*

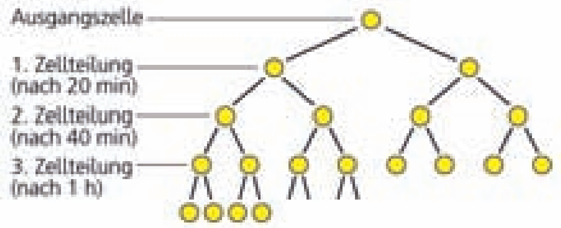
**5** Berechne die Potenzen zuerst im Kopf. Überprüfe mit dem Taschenrechner.

a) $4^3$ b) $5^4$ c) $3^5$ d) $2^6$ e) $10^7$ f) $0{,}5^2$ g) $0{,}2^4$

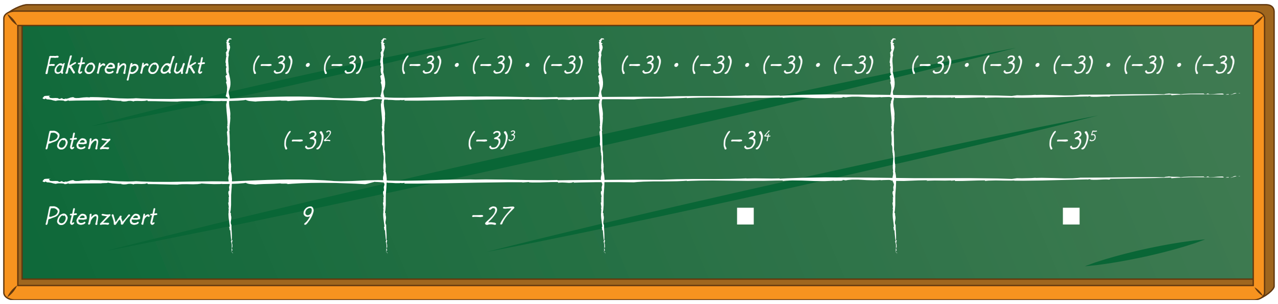
**6** Bakterien vermehren sich durch Teilung. Eine Bakterienart teilt sich alle 20 Minuten.

a) Wie viele Bakterien sind es nach einer (zwei, drei) Stunde(n)?

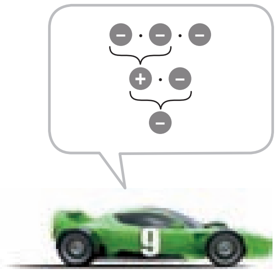
b) Nach der wievielten Teilung sind es über eine Million Bakterien?



# Potenzen mit natürlichen Exponenten berechnen



| *Faktorenprodukt* | $(-3) \cdot (-3)$ | $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ | $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ | $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$ |
|---|---|---|---|---|
| *Potenz* | $(-3)^2$ | $(-3)^3$ | $(-3)^4$ | $(-3)^5$ |
| *Potenzwert* | 9 | −27 | ■ | ■ |



Vorzeichenregeln bei Potenzen mit negativer Basis

**1** a) Übertrage die Tabelle und setze die Reihe bis $(-3)^8$ fort.
b) Erkläre, wann der Potenzwert positiv und wann er negativ wird.
c) Formuliere mit den Textbausteinen zwei Merksätze.

Exponent
negative Basis
gerade Zahl
Potenzwert
ungerade Zahl
positiv
negativ

**2** Übertrage und ergänze das fehlende Vorzeichen.
a) $(-4)^2 = \blacksquare 16$ b) $-8^4 = \blacksquare 4096$ c) $(-1)^5 = \blacksquare 1$ d) $(-1)^6 = \blacksquare 1$
e) $(-2)^4 = \blacksquare 16$ f) $(-7)^1 = \blacksquare 7$ g) $(-\frac{1}{2})^6 = \blacksquare \frac{1}{64}$ h) $(-0{,}1)^4 = \blacksquare 0{,}0001$

**3** Schreibe als Potenz und berechne den Wert.
a) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
c) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$ d) $(-0{,}3) \cdot (-0{,}3) \cdot (-0{,}3)$

**4** Schreibe als Produkt und berechne.
a) $5^3$ $(-4)^1$ $8^3$ $(-5)^4$ b) $0{,}1^4$ $(\frac{1}{5})^3$ $(-\frac{1}{6})^2$ $\frac{1}{4^4}$

**5** Vergleiche die Potenzwerte mithilfe der Zeichen <, > oder =.
a) $-2^3$ und $2^3$ b) $(-4)^4$ und $-4^4$ c) $-(-5)^2$ und $-5^2$
d) $-3^3$ und $(-3)^3$ e) $-6^2$ und $-(-6)^2$ f) $8^3$ und $-(-8)^3$

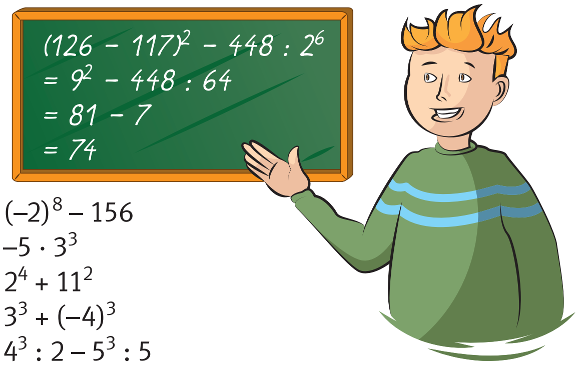
**6** Übertrage und ergänze das fehlende Vorzeichen.
a) $\blacksquare (3)^3 = -27$
$(\blacksquare 3)^3 = +27$
$(-3)^3 = \blacksquare 27$
$-(3)^3 = \blacksquare 27$
b) $(+5)^4 = \blacksquare 625$
$(-5)^4 = \blacksquare 625$
$(\blacksquare 5)^4 = 625$
$-5^4 = \blacksquare 625$
c) $(-1)^2 \cdot (-4)^3 = \blacksquare 64$
$(-1)^3 \cdot (-4)^3 = \blacksquare 64$
$(-1)^2 \cdot (+4)^3 = \blacksquare 64$
$(-1)^3 \cdot (+4)^3 = \blacksquare 64$

**7** Übertrage und setze die Zeichen <, > oder = ein.
a) $2^3 \blacksquare 3^2$ b) $(-1{,}2)^4 \blacksquare (+1{,}2)^4$ c) $0{,}7^3 \blacksquare (-0{,}7)^3$
d) $(-4)^2 \blacksquare 2^4$ e) $(-\frac{1}{7})^3 \blacksquare \frac{1}{(-7)^3}$ f) $(-0{,}4)^4 \blacksquare -0{,}44^1$
g) $1{,}9^3 \blacksquare (+1{,}9)^3$ h) $-(-2{,}5)^3 \blacksquare -2{,}5^3$ i) $-3{,}1^2 \blacksquare 3{,}1^2$

**8** Berechne mit dem Taschenrechner. Überlege zunächst, ob das Ergebnis positiv oder negativ ist. Denke bei der Eingabe an die Klammern.
a) $(-23)^2$ b) $-34^2$ c) $(-1{,}4)^3$ d) $(-8)^6$ e) $(-7)^5$ f) $(+15)^4$ g) $-16^3$ h) $(-45)^3$

# Terme mit Potenzen berechnen und vereinfachen

**1** Erkläre, wie Kevin den Term mit Potenzen berechnet. Erweitere dazu den Merksatz aus dem Basiswissencheck von S. 54.



$(126 - 117)^2 - 448 : 2^6$
$= 9^2 - 448 : 64$
$= 81 - 7$
$= 74$

**2** Berechne ohne Taschenrechner.

a) $171 + 9^3$ b) $4^3 - 624$ c) $(-2)^8 - 156$
d) $184 - (-2)^4$ e) $2 \cdot 5^3$ f) $-5 \cdot 3^3$
g) $3 \cdot (-6)^2$ h) $(-1)^5 \cdot 15$ i) $2^4 + 11^2$
j) $10^4 - 10^2$ k) $(-8)^2 - 2^6$ l) $3^3 + (-4)^3$
m) $15 \cdot 2^2 + 2 \cdot 12^2$ n) $3 \cdot 5^3 + 7^2 - 10^2$ o) $4^3 : 2 - 5^3 : 5$

**3** Berechne ohne Taschenrechner.

a) $(15 - 13)^5$ b) $(11 - 21)^2 - (12 - 18)^2$ c) $(27 - 8 \cdot 3)^3 - (6 - 3)^4$
d) $(21 - 13) \cdot 3^4$ e) $5^3 \cdot (112 : 2 - 6 \cdot 8) + 5^3$ f) $2^8 - (5^4 - 5^3) : 2^2$

*Die Klammer sagt: „Zuerst komm ich", Potenz vor Punkt und Punkt vor Strich, und was man noch nicht rechnen kann, das schreibt man unverändert an.*

**4** Vergleiche und setze die Zeichen <, > oder = ein.

a) $(3 + 4)^2$ ■ $3^2 + 4^2$ b) $(19 - 13)^2$ ■ $19^2 - 13^2$
c) $(6 \cdot 6)^2$ ■ $6^2 \cdot 6^2$ d) $(12 : 4)^3$ ■ $12^3 : 4^3$

**5**

*Ich habe so gerechnet.*

Tim

$6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3$
$= 216 + 216 + 216 + 216$
$= 864$

$6^3 + 6^3 + 6^3 + 6^3$
$= 4 \cdot 6^3$
$= 4 \cdot 216 = 864$

*Ich rechne schneller!*

Tobias

a) Erkläre die unterschiedlichen Rechenwege von Tim und Tobias.
b) Rechne wie Tobias.

Ⓐ $8^2 + 8^2 + 8^2 + 8^2$ Ⓑ $(-5)^4 + (-5)^4 + (-5)^4 + (-5)^4$
Ⓒ $3^4 + 3^4 + 3^4 - 3^4 - 3^4$ Ⓓ $(-5)^6 + (-5)^6 - (-5)^6 - (-5)^6$

**6** Kevin hat einen Term so zusammengefasst: $3b^2 + 6b^2 = (3 + 6)b^2 = 9b^2$
Begründe, warum man diese beiden Terme nicht vereinfachen kann.

$3x^3 + 4x^2 + 9x^4$ $6x^3 - 5y^3$

Übertrage den Satz und vervollständige ihn:
Potenzen kann man addieren bzw. subtrahieren, wenn sie die gleiche ■ und den gleichen ■ haben.

*Distributivgesetz:*
*ausmultiplizieren*
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
*ausklammern*
*Auflösen von Minusklammern:*
$-(b + c) = -b - c$
$-(-b - c) = b + c$

**7** Fasse die Terme so weit wie möglich zusammen.

a) $5b^3 + 12b^3 + 8b^3$ b) $4x^4 + 23b^4 - 15b^4 + x^4$ c) $2s^5 + 47s^5 - 50s^5$
d) $-12\,a^3 + 23\,b^2 - 6\,a^3 - 17b^3$ e) $-54x^3 + 17y^5 - 12x^3 - 2y^4 + 4y^5$
f) $3 \cdot (x^2 + y^2) - 4 \cdot 2x^2 + 20y^2 : 5$ g) $(a^3 - b^4) \cdot 7 - 2(a^3 + b^4) - (b^4 - 3a^3)$

# Potenzen mit gleicher Basis untersuchen

$3^3 \cdot 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 3^{3+2} = 3^5$

$5^4 \cdot 5^3 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5$

$8^7 \cdot 8^3 = (8 \cdot 8 \cdot 8$

$9^5 \cdot 9^4 =$

$4^5 : 4^3 = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{4 \cdot 4 \cdot 4} = 4^{5-3} = 4^2$

$7^6 : 7^2 = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7} =$

$2^9 : 2^6 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2}$

$6^6 \cdot 6^5 =$

**1** Führe die Aufgaben zu Ende. Welche Regel kannst du erkennen?

1./2. Potenzgesetz:
Potenzen mit gleicher
Basis

### 1. Potenzgesetz

**Potenzen mit gleicher Basis** werden **multipliziert**, indem man die **Exponenten addiert.**

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$7^2 \cdot 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$

### 2. Potenzgesetz

**Potenzen mit gleicher Basis** werden **dividiert**, indem man die **Exponenten subtrahiert.**

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$9^5 : 9^3 = 9^{5-3} = 9^2$

**2** Schreibe auf verschiedene Arten als ...

① Produkt zweier Potenzen.
$(-3{,}2)^5 = (-3{,}2)^2 \cdot (-3{,}2)^3$

② Quotient zweier Potenzen.
$(-3{,}2)^5 = (-3{,}2)^7 : (-3{,}2)^2$

a) $4^6$ $3{,}2^7$ $0{,}6^5$ $1{,}45^{13}$ $\left(\frac{2}{7}\right)^9$

b) $(-4{,}5)^4$ $(-1)^7$ $\left(-\frac{4}{5}\right)^{10}$ $(-0{,}3)^3$ $7^2$

**3** Bestimme x und y.

a) $3^x \cdot 3^6 = 3^{10}$ b) $10^5 : 10^2 = 10^x$ c) $7^2 \cdot 7^x = 7^5$ d) $3^3 : 3 = 3^x$

e) $(3^5 : 3^2) \cdot 3^3 = x^3$ f) $x^4 : x^2 = 5^y$ g) $4^x \cdot 4^6 \cdot (4^y : 4^2) = 4^{10}$

**4** Vereinfache zunächst und berechne dann.

a) $2^3 \cdot 2^5$ b) $4^4 \cdot 4^2$ c) $5{,}5^2 \cdot 5{,}5^2$ d) $0{,}3^3 \cdot 0{,}3^4$

e) $8^9 : 8^6$ f) $7^{10} : 7^7$ g) $4{,}2^6 : 4{,}2^3$ h) $0{,}7^5 : 0{,}7^3$

i) $(-5)^5 \cdot (-5)^2$ j) $(-0{,}9)^5 \cdot (-0{,}9)^8$ k) $(-3{,}2)^3 : (-3{,}2)^2$ l) $\left(-\frac{2}{3}\right)^8 : \left(-\frac{2}{3}\right)^6$

**5** Übertrage und setze <, > oder = ein.

a) $5^3 + 5^2$ ■ $5^3 \cdot 5^2$ b) $-6 \cdot (-6)^3$ ■ $-6^4$ c) $2^3 : 2^2$ ■ $2 \cdot 2$

d) $(-3{,}2)^4 \cdot (-3{,}2)$ ■ $3{,}2^7$ e) $1{,}8^4 - 1{,}8^3$ ■ $1{,}8^4 : 1{,}8^3$ f) $(-2{,}5)^4 : (-2{,}5)^3$ ■ $(-2{,}5)^0$

**6** Vereinfache die Terme.

a) $a^3 \cdot a^6$ b) $(-b)^4 : (-b)^2$ c) $c^3 \cdot c^4 \cdot c^5$ d) $d^7 : d^3 : d^2$

e) $e^4 \cdot e^7 \cdot e^3$ f) $f^2 \cdot f^4 \cdot f$ g) $(g^7 : g^5) : g^2$ h) $(-h)^4 \cdot (-h)^2 : (-h)^3$

# Potenzen mit negativem Exponenten untersuchen

$9^3 : 9^5$ $\quad$ $9^6 : 9^4$ $\quad$ $11^3 : 11^2$ $\quad$ $11^2 : 11^3$ $\quad$ $7^5 : 7^5$ $\quad$ $7^5 \cdot 7^5$

$7^0$ $\quad$ $9^2$ $\quad$ $11^{-1}$ $\quad$ $11^1$ $\quad$ $9^{-2}$ $\quad$ $7^{10}$

**1** a) Ordne jeder Aufgabe ein Ergebnis zu, indem du das 1. und 2. Potenzgesetz anwendest.
b) Untersuche, wann der Exponent im Ergebnis Null ist und erkläre. Finde drei weitere Aufgabenbeispiele.
c) Untersuche, wann der Exponent im Ergebnis negativ ist und erkläre. Finde drei weitere Aufgabenbeispiele.

Potenzen mit negativen Exponenten

Mit dem Potenzgesetz können wir auch folgende Fälle erklären:

| Der Exponent ist negativ. | Der Exponent ist 0. |
|---|---|
| **Beispiel:**<br>$5^3 : 5^5 = 5^{3-5} = \mathbf{5^{-2}}$<br>$\frac{5^3}{5^5} = \frac{5\cdot5\cdot5}{5\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5} = \frac{1}{5\cdot5} = \mathbf{\frac{1}{5^2}}$<br>Somit ist $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ (Kehrbruch von $5^2$)<br>**Allgemein:**<br>$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ für alle natürlichen Zahlen | **Beispiel:**<br>$6^4 : 6^4 = 6^{4-4} = \mathbf{6^0}$<br>$\frac{6^4}{6^4} = \frac{6\cdot6\cdot6\cdot6}{6\cdot6\cdot6\cdot6} = \frac{1}{1} = \mathbf{1}$<br>Also muss gelten: $6^0 = 1$<br>**Allgemein:**<br>$a^0 = 1$ für $a \neq 0$ |

Somit ist auch ein **ganzzahliger Exponent** möglich.

**2** Schreibe als Bruch oder als Potenz mit einem negativen Exponenten.
a) $2^{-3}$ b) $10^{-2}$ c) $4^{-1}$ d) $\frac{1}{64}$ e) $\frac{1}{32}$ f) $\frac{1}{625}$
g) $x^{-5}$ h) $a^{-2}$ i) $b^{-3}$ j) $y^{-x}$ k) $\frac{1}{x^2}$ l) $\frac{1}{a^m}$

Beachte:
$a + (-b) = a - b$
$a - (-b) = a + b$

**3** Vereinfache zunächst und berechne dann.

$3^6 \cdot 3^{-4} = 3^{6+(-4)} = 3^2$
$3^7 : 3^{-2} = 3^{7-(-2)} = 3^9$

a) $2^{10} \cdot 2^{-3}$ b) $5^5 \cdot 5^{-7}$ c) $4^{-7} \cdot 4^{-3}$ d) $3^8 \cdot 3^{-8}$
e) $15^9 : 15^7$ f) $6^2 : 6^{-2}$ g) $9^{-12} : 9^{-10}$ h) $11^{-4} : 11^{-4}$

**4** Welche Terme haben gleiche Ergebnisse?

$\frac{6\cdot6\cdot6\cdot6\cdot6}{6\cdot6\cdot6}$ $\quad$ $\frac{6^3}{6^5}$ $\quad$ $6^{3-5}$ $\quad$ $6^5 : 6^3$ $\quad$ $6^{-2}$ $\quad$ $\frac{1}{6^2}$ $\quad$ $\frac{6^3}{6^2\cdot6^3}$

$6^3 : 6^5$ $\quad$ $\frac{1}{36}$ $\quad$ $6^{5-3}$ $\quad$ $\frac{6\cdot6\cdot6}{6\cdot6\cdot6\cdot6\cdot6}$ $\quad$ $36$ $\quad$ $6^{-3} : 6^{-5}$ $\quad$ $6^{-5} : 6^{-3}$

$2^{-5} = 0{,}03125$
Eingabe:
$\boxed{2}\,\boxed{x^y}\,\boxed{5}\,\boxed{+/-}\,\boxed{=}$
Anzeige: 0,03125

**5** Erläutere das Beispiel und berechne ebenso.

$6a^6 : 3a^4 = (6:3) \cdot a^{6-4} = 2 \cdot a^2 = 2a^2$

a) $12b^3 : 4b^{-3}$ b) $21m^7 : 7m^6$ c) $84u^{-12} : 12u^{-13}$ d) $27x^7 : 3x^{-3}$
e) $51n^{-9} : 3n^{-6}$ f) $225r^{14} : 15r^{12}$ g) $144y^2 : 12y^{-3}$ h) $4{,}5z^{-5} : 1{,}5z^{-10}$

# Potenzen mit gleichen Exponenten untersuchen

$3^2 \cdot 2^2 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) = (3 \cdot 2)^2 = 6^2$

$4^3 \cdot 6^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$

$2^{-3} \cdot 5^{-3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot$

$8^2 : 2^2 = \frac{8 \cdot 8}{2 \cdot 2} = \frac{8}{2} \cdot \frac{8}{2} = (\frac{8}{2})^2 = 4^2$

$5^3 : 8^3 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{8 \cdot 8 \cdot 8} =$

$4^{-3} : 2^{-3} =$

**1** Führe die Aufgaben zu Ende. Welche Regel kannst du erkennen?

3./4. Potenzgesetz: Potenzen mit gleichen Exponenten

**3. Potenzgesetz**

**Potenzen mit gleichen Exponenten** werden **multipliziert**, indem man die **Basen multipliziert**. Der Exponent wird beibehalten.
$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

$7^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 = (7 \cdot \frac{1}{2})^4 = 3{,}5^4$

**4. Potenzgesetz**

**Potenzen mit gleichen Exponenten** werden **dividiert**, indem man die **Basen dividiert**. Der Exponent wird beibehalten.
$a^m : b^m = (a : b)^m$

$5^5 : (\frac{1}{2})^5 = (5 : \frac{1}{2})^5 = 10^5$

**2** Berechne auf zwei verschiedene Arten.

① $(3 \cdot 4)^2 = 12^2 = 144$

② $(3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$

a) $(2 \cdot 3)^2$ $(2 \cdot 5)^2$ $(2 \cdot 6)^3$

b) $(11 \cdot 2)^2$ $(-2 \cdot 8)^2$ $(-7 \cdot 5)^4$

c) $(\frac{1}{2})^3$ $(\frac{2}{3})^5$ $(\frac{3}{4})^3$

d) $(-\frac{2}{3})^3$ $(-\frac{1}{4})^2$ $(-\frac{4}{7})^4$

**3** Vereinfache.

a) $3^4 \cdot 4^4$ b) $10^8 \cdot 0{,}3^8$ c) $0{,}25^5 \cdot 6^5$ d) $7^{-6} \cdot 3^{-6}$
e) $5{,}2^{-3} \cdot 4{,}5^{-3}$ f) $36^3 : 12^3$ g) $10^7 : 5^7$ h) $4{,}5^8 : 3^8$
i) $36^{-4} : 4^{-4}$ j) $7{,}2^{-5} : 3{,}6^{-5}$ k) $12^4 : 4^4$ l) $7{,}5^{-3} : 2{,}5^{-3}$

**4** Schreibe als Potenz und berechne im Kopf.

a) $5^4 \cdot 2^4$ b) $10^6 \cdot 0{,}01^6$ c) $0{,}125^4 \cdot 8^4$ d) $3^3 \cdot 2^3$
e) $125^2 \cdot 8^2$ f) $40^5 : 4^5$ g) $60^3 : 12^3$ h) $4{,}2^6 : 2{,}1^6$
i) $12{,}3^3 : 4{,}1^3$ j) $250^4 : 2{,}5^4$ k) $15{,}3^4 : 5{,}1^4$ l) $39{,}9^5 : 13{,}3^5$

**5** Erkläre die Ergebnisse.

a) $2^9 \cdot 0{,}5^9$ b) $0{,}25^{-5} \cdot 4^{-5}$ c) $5^3 \cdot 0{,}2^3$ d) $0{,}125^{-4} \cdot 8^{-4}$

**6** Vereinfache die Terme.

a) $x^5 \cdot y^5$ b) $x^4 : y^4$ c) $a^4 \cdot b^4 \cdot c^4$ d) $v^{-6} \cdot w^{-6} \cdot 2^{-6}$
e) $a^{-3} : a^{-2}$ f) $(x^2 : 2^2) \cdot y^2$ g) $((-3)^4 \cdot a^4) : b^4$ h) $(z^{-2} : 2^{-2}) \cdot o^{-2}$

$(10^2)^3 = 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 10^{2+2+2} = 10^{3 \cdot 2} = 10^6$

$(3^3)^4 = 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 = 3^{3+}$

$(4^{-2})^3 = 4^{-2} \cdot$

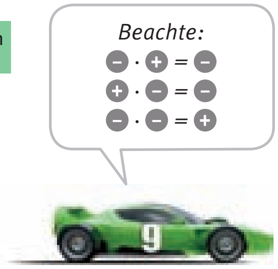
$(5^3)^{-4} = \frac{1}{5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3} = \frac{1}{5^{3+3+3+3}} =$

$(7^2)^{-5} = \frac{1}{7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2} =$

$(2^{-3})^{-3} = \frac{1}{2^{-3} \cdot}$

**1** a) Führe die Aufgaben zu Ende. Welche Regel kannst du erkennen?
b) Formuliere einen Merksatz:
Potenzen werden potenziert, indem ▬▬▬▬.
c) Welche Beispiele passen zu diesem Merksatz? Notiere sie dazu.

$(7^4)^3 = 7^{12}$ | $2^3 \cdot 2^4 = 2^7$ | $(7^{-2})^3 = 6^{-6}$ | $4^3 \cdot 5^3 = 20^3$ | $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ | $(a^m)^n = a^{m+n}$



**2** Ergänze die fehlenden Exponenten.
a) $(5^3)^6 = 5^{\blacksquare}$ b) $(3^{\blacksquare})^{-4} = 3^8$ c) $(10^2)^{\blacksquare} = 10^{-6}$ d) $(9^{-3})^{\blacksquare} = 9^{-12}$
e) $6^{-4} = 36^{\blacksquare}$ f) $25^{\blacksquare} = 5^6$ g) $(4^2)^{\blacksquare} = 16^6$ h) $2^{-8} = 8^{\blacksquare}$

**3** Vereinfache zunächst und berechne dann.
a) $(2^2)^3$ b) $(4^4)^3$ c) $(6^3)^2$ d) $(1{,}2^5)^2$
e) $(3^{-4})^2$ f) $(9^{-2})^2$ g) $(10^{-5})^3$ h) $(2{,}6^{-3})^3$

**4** Notiere die Basis als Potenz, dann berechne.

$9^3 = (3^2)^3 = 3^6$

a) $4^7$ b) $36^4$ c) $25^{-3}$ d) $64^{-4}$ e) $125^2$
f) $81^3$ g) $16^7$ h) $0{,}49^5$ i) $1000^{-4}$ k) $900^3$

**5** Schreibe mithilfe der Potenzgesetze als eine Potenz.
a) $(10^{-3})^{-3}$ b) $4^4 \cdot 4^{-3}$ c) $5^3 : 5^5$ d) $100^{-4} \cdot 0{,}1^{-4}$ e) $(10^{-2})^3$
$(2^{-3})^{-3}$ $5^{-4} \cdot 5^3$ $8^{-2} : 4^{-2}$ $0{,}01^{-2} : 10^{-2}$ $(0{,}1^{-4})^2$
$(5^{-4})^{-4}$ $9^{-2} \cdot 9^{-2}$ $6^{-3} : 0{,}5^{-3}$ $10^{-2} : 0{,}01^{-2}$ $(0{,}1^{-2})^{-3}$

**6** Schreibe als eine Potenz.
a) $(x^{-2})^3$ b) $(y^3)^{-3}$ c) $(x^{-2})^{-1}$ d) $(y^{-2})^4$ e) $a^{-2} \cdot a^3$
f) $x^2 : x^{-5}$ g) $y^{-2} \cdot y^{-4}$ h) $a^{-4} : b^{-4}$ i) $x^{-4} \cdot y^{-4}$ k) $a^{-2} : b^{-2}$

**7** Beachte alle Rechengesetze für die Multiplikation von Potenzen.

$a \cdot 5^2 \cdot a \cdot 3^2 = (5 \cdot 3)^2 \cdot a^{(1+1)} = 15^2 \cdot a^2 = 225a^2$

a) $2^5 \cdot b^9 \cdot 3^5 \cdot b^{-8}$ b) $x^3 \cdot 4^{-2} \cdot 5^{-2} \cdot x^6$ c) $5^{-3} \cdot 3^5 \cdot 3^{-3} \cdot 5^5$
d) $3^2 \cdot 7^{-11} \cdot 7^{12} \cdot 2^2 \cdot 5^2$ e) $a^6 \cdot 2^{14} \cdot 0{,}5^{14} \cdot a^{-4}$ f) $2^4 \cdot 5^4 \cdot 2^{-6} \cdot 5^{-6} \cdot 10^2$
g) $2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^{-3} \cdot 2^3 \cdot 2^{-3}$ h) $9^{22} \cdot n^7 \cdot 9^{-18} \cdot m^7 \cdot 9^{-4}$ i) $(4^3)^2 \cdot b^3 \cdot 4^6 \cdot b^{-6}$
j) $n^9 \cdot 10 \cdot n \cdot n^0 \cdot (10^2)^2$ k) $(x^2)^{-3} \cdot 11^2 \cdot 4^2 \cdot x^6$ l) $3^3 \cdot z^{-4} \cdot (a^6)^{-1} \cdot z^{-4} \cdot a^3$

**8** a) Bilde jeweils die größte (kleinste) Zahl, die man mit den drei Ziffern 3, 4 und 5 schreiben kann.
b) Mit welcher Zahl muss man $5^3$ multiplizieren, damit man $15^3$ erhält?
c) Durch welche Zahl muss man $9^5$ dividieren, um $3^5$ zu erhalten?

# Große Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben

| | | | |
|---|---|---|---|
| Merkur | 58 000 000 km | Venus | 108 000 000 km |
| Erde | 149 000 000 km | Mars | 228 000 000 km |
| Jupiter | 778 000 000 km | Saturn | 1 430 000 000 km |
| Uranus | 2 870 000 000 km | Neptun | 4 500 000 000 km |

**1** Die Abbildung zeigt die mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne. Diese sehr großen Zahlen sind umständlich zu schreiben und nicht leicht zu lesen. Man verwendet zur besseren Übersichtlichkeit Zehnerpotenzen.
Setze die Tabelle um weitere sechs Stufenzahlen fort und erkläre.

| Stufenzahl | Stufenname | Produkt | Zehnerpotenz |
|---|---|---|---|
| 10 | Zehn | 10 | $10^1$ |
| 100 | Hundert | $10 \cdot 10$ | $10^2$ |
| 1 000 | Tausend | $10 \cdot 10 \cdot 10$ | $10^3$ |

$\cdot$ 10

$\cdot$ 10

Zehnerpotenzen mit positiven Exponenten

Zum Schreiben sehr großer Zahlen verwendet man **Zehnerpotenzen**.

Die Entfernung des Merkurs zur Sonne kann man in ein Produkt aus einer Vorzahl und einer Stufenzahl zerlegen. Die Stufenzahl schreibt man dann als **Zehnerpotenz mit positivem Exponenten**.
$58\,000\,000 = 5{,}8 \cdot 10\,000\,000 = 5{,}8 \cdot 10^7$ (km)

Möchte man umgekehrt die große Zahl ausschreiben, dann gibt der Exponent in der Zehnerpotenz an, um wie viele Stellen man das Komma nach rechts rücken muss. Nicht besetzte Stellen werden mit Nullen aufgefüllt.
Entfernung Sonne – Venus: $1{,}08 \cdot 10^8 = \mathbf{1}\,,\underbrace{\mathbf{08}000000}_{\text{8 Stellen nach rechts}}, = 108\,000\,000$ (km)

**2** Schreibe die Entfernungen der anderen Planeten zur Sonne mit Zehnerpotenzen.

**3** Die Schreibweise mit Zehnerpotenzen und einer Vorzahl zwischen 1 und 10 bezeichnet man als Standardschreibweise. Schreibe die Zahlen in Standardschreibweise. Runde die Vorzahl wenn nötig auf zwei Stellen nach dem Komma.

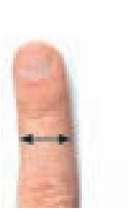
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 34 000 | 4 560 000 | 36 580 000 | 4 594 770 | 23 500 000 | 9 458 259 |

**4** Schreibe ohne Zehnerpotenzen.
a) $8 \cdot 10^3$ b) $4 \cdot 10^7$ c) $3{,}2 \cdot 10^4$ d) $7{,}93 \cdot 10^3$ e) $0{,}9 \cdot 10^5$ f) $0{,}09 \cdot 10^6$

**5** Die unvorstellbar großen Entfernungen im Weltall werden in Lichtjahren gemessen. Ein Lichtjahr ist die Strecke, die das Licht in einem Jahr zurücklegt. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa 300 000 km je Sekunde.
a) Welche Entfernung legt das Licht in einer Stunde zurück?
b) Wie viele Kilometer legt das Licht in einem Jahr zurück?

# Kleine Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben

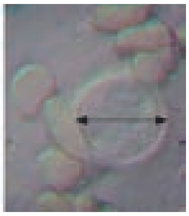
Hand
0,1 m



Finger
0,01 m

Fingernagelhaut
0,001 m

Hautfalte
0,0001 m

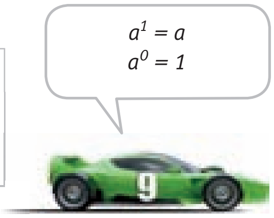


weißes Blutkörperchen
0,00001 m

**1** a) Bilde jeweils einen Satz zu den Abbildungen.
b) Sehr kleine Zahlen sind ebenfalls umständlich zu schreiben und nicht leicht zu lesen. Man verwendet zur besseren Übersichtlichkeit Zehnerpotenzen.
Setze die Tabelle um weitere vier Stufenzahlen fort und erkläre.

| Stufenzahl | Stufenname | Produkt | Zehnerpotenz |
|---|---|---|---|
| 10 | Zehn | 10 | $10^1$ |
| 1 | Eins | 1 | $10^0$ |
| 0,1 | Zehntel | $\frac{1}{10}$ | $10^{-1}$ |
| 0,01 | Hundertstel | $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ | |

: 10
: 10



Zehnerpotenzen mit negativen Exponenten

Zum Schreiben sehr kleiner Zahlen verwendet man **Zehnerpotenzen**.

Den Durchmesser eines roten Blutkörperchens kann man in ein Produkt aus einer Vorzahl und einer Stufenzahl zerlegen. Die Stufenzahl schreibt man dann als **Zehnerpotenz mit negativem Exponenten**.
$0{,}000007 = 7 \cdot 0{,}000001 = 7 \cdot 10^{-6}$ (m)

Möchte man umgekehrt die Dezimalzahl ausschreiben, dann gibt der Exponent in der Zehnerpotenz an, um wie viele Stellen man das Komma nach links rücken muss. Nicht besetzte Stellen werden mit Nullen aufgefüllt.

$$3{,}2 \cdot 10^{-5} = 0\,{,}\,\underbrace{0\,0\,0\,0\,\mathbf{3}}_{\text{5 Stellen nach links}}\,{,}\,\mathbf{2} = 0{,}000032$$

**2** Schreibe in Standardschreibweise bzw. als Dezimalzahl.

a)

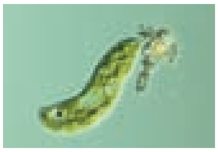
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,2 | 0,091 | 0,0006 | 0,125 | 0,0000000037 | 0,000054 | 0,000000224 |

b)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $2{,}4 \cdot 10^{-3}$ | $5{,}25 \cdot 10^{-2}$ | $6 \cdot 10^{-6}$ | $6{,}65 \cdot 10^{-4}$ | $4{,}4 \cdot 10^{-8}$ | $2{,}002 \cdot 10^{-8}$ |

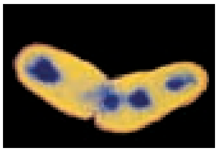
**3** Bilde jeweils eine Aussage zu den Abbildungen mit den Angaben als Dezimalzahl.

Pantoffeltierchen
$3 \cdot 10^{-1}$ mm



Augentierchen
$5 \cdot 10^{-2}$ mm

Typhus-Bakterien
$6 \cdot 10^{-3}$ mm



Tbc-Bakterien
$25 \cdot 10^{-4}$ mm

# Große und kleine Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben

Eingabe großer Zahlen in den Taschenrechner

Zwei Beispiele für
$3\,500\,000\,000 = 3{,}5 \cdot 10^9$

1. Eingabe mit der $\boxed{x^y}$-Taste
   Eingabe: $\boxed{3.5}\boxed{\times}\boxed{10}\boxed{x^y}\boxed{9}\boxed{=}$
   Anzeige: $3.5^{09}$
2. Eingabe mit der $\boxed{\wedge}$-Taste
   Eingabe: $\boxed{3.5}\boxed{\times}\boxed{10}\boxed{\wedge}\boxed{9}\boxed{=}$
   Anzeige: $3.5^{09}$

Wie rechnet dein Taschenrechner?

Eingabe kleiner Zahlen in den Taschenrechner

Zwei Beispiele für
$0{,}000000024 = 2{,}4 \cdot 10^{-8}$

1. Eingabe mit der $\boxed{x^y}$-Taste
   Eingabe: $\boxed{2.4}\boxed{\times}\boxed{10}\boxed{x^y}\boxed{8}\boxed{+/-}$
   Anzeige: $2.4^{-08}$
2. Eingabe mit der $\boxed{\wedge}$-Taste
   Eingabe: $\boxed{2.4}\boxed{\times}\boxed{10}\boxed{\wedge}\boxed{8}\boxed{+/-}$
   Anzeige: $2.4^{-08}$

Wie rechnet dein Taschenrechner?

**1** a) Gib in deinen Taschenrechner die Zahl 3,5 ein und multipliziere sie mehrmals mit 1 000. Was fällt dir auf?

b) Gib die Zahlen in den Taschenrechner ein. Notiere die Anzeige.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $260 \cdot 10^8$ | $13 \cdot 10^{12}$ | $520 \cdot 10^9$ | $4{,}4 \cdot 10^9$ | $0{,}078 \cdot 10^6$ |
| $330{,}5 \cdot 10^8$ | $15 \cdot 10^{12}$ | $0{,}2 \cdot 10^{18}$ | $2\,100 \cdot 10^7$ | $23{,}4 \cdot 10^{14}$ |

**2** Berechne. Was stellst du fest?

| | | | |
|---|---|---|---|
| $4{,}25 \cdot 10^7 \cdot 2000$ | $42{,}5 \cdot 10^6 \cdot 2000$ | $4{,}25 \cdot 10^{10} \cdot 2$ | $0{,}425 \cdot 10^{10} \cdot 20$ |
| $425 \cdot 10^5 \cdot 2000$ | $4{,}25 \cdot 10^8 \cdot 200$ | $4{,}25 \cdot 10^9 \cdot 20$ | $0{,}425 \cdot 10^{11} \cdot 2$ |

**3** Berechne.

a) $7 \cdot 10^5 \cdot 21$ b) $5 \cdot 10^7 \cdot 36$ c) $0{,}4 \cdot 10^3 \cdot 333$
d) $3{,}5 \cdot 10^9 \cdot 30$ e) $0{,}04 \cdot 10^2$ f) $5{,}45 \cdot 10^{21} : 5$
g) $1{,}8 \cdot 10^{12} : 9$ h) $3{,}2 \cdot 10^6 \cdot 22$ i) $0{,}45 \cdot 10^{18} : 15$

**4** a) Gib in deinen Taschenrechner die Zahl 2,4 ein und dividiere sie mehrmals durch 10. Was fällt dir auf?

b) Gib die Zahlen in den Taschenrechner ein. Notiere die Anzeige.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $0{,}1 \cdot 10^{-6}$ | $0{,}025 \cdot 10^{-4}$ | $45 \cdot 10^{-10}$ | $0{,}06 \cdot 10^{-4}$ | $331 \cdot 10^{-8}$ |
| $89 \cdot 10^{-15}$ | $1{,}203 \cdot 10^{-5}$ | $1{,}3 \cdot 10^{-5}$ | $2\,505 \cdot 10^{-10}$ | $0{,}807 \cdot 10^{-3}$ |

**5** Bestimme das richtige Ergebnis. Erkläre.

a) $3 \cdot 10^{-2} = 0.03$ oder 0.3
b) $1{,}2 \cdot 10^{-4} = 0.00012$ oder 0.0012

## TRIMM-DICH-ZWISCHENRUNDE

① Schreibe als Potenz und berechne ohne Taschenrechner.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ b) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$ c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ d) $-4 \cdot 4$

② Berechne ohne Taschenrechner.

a) $10^3 - 10^2$ b) $5 \cdot 8^3 - 2^5$ c) $3 + 3^3 + 5 + 3^2$ d) $10 \cdot (2^0 + 2 \cdot 12^1)$

③ Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $8^2 + x^5 + 3^3$ b) $24x^3 - 15{,}5x^3 + 32$ c) $9y^2 + \frac{1}{2}z - 10{,}8y^2 - \frac{3}{4}z^2$

④ Notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise. Runde geeignet.

a) 87 500 000 000 b) 94 670 000 000 c) 6 785 000 000 000
d) 0,0000806 e) 0,000000657 f) 0,000000000894

⑤ Vergleiche und setze <, > oder = ein.

a) $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ ■ 0,0012 b) $4{,}2 \cdot 10^7$ ■ $0{,}042 \cdot 10^9$
c) $4{,}1 \cdot 10^{-6}$ ■ 0,0000006 d) $0{,}041 \cdot 10^4$ ■ 410
e) $5{,}7 \cdot 10^{-4}$ ■ 5 700 000 f) $9{,}2 \cdot 10^5$ ■ 0,000092

# Mit Zehnerpotenzen rechnen (Nano bis Tera)

| | | |
|---|---|---|
| Fahrstrecke Berlin-Istanbul | ■ | $2{,}2 \cdot 10^3$ km |
| Umfang des Äquators | 40 Megameter | |
| Entfernung, die das Licht an einem Tag zurücklegt | ■ | $26 \cdot 10^{12}$ m |
| Größe roter Blutkörperchen | ■ | $7 \cdot 10^{-6}$ |
| Herpesvirus | 180 Nanometer | ■ |
| Dickes eines Haares | 0,07 Millimeter | ■ |

| Faktor | Vorsilbe | Symbol |
|---|---|---|
| $10^{12}$ | Tera | T |
| $10^9$ | Giga | G |
| $10^6$ | Mega | M |
| $10^3$ | Kilo | k |
| $10^2$ | Hekto | h |

| Faktor | Vorsilbe | Symbol |
|---|---|---|
| $10^{-1}$ | Dezi | d |
| $10^{-2}$ | Zenti | c |
| $10^{-3}$ | Milli | m |
| $10^{-6}$ | Mikro | µ |
| $10^{-9}$ | Nano | n |

**1** Zehnerpotenzen werden im Sprachgebrauch häufig mit einer Vorsilbe abgekürzt. Übertrage die Tabelle und vervollständige sie mithilfe der Informationen rechts.

**2** Schreibe mithilfe einer Zehnerpotenz und ordne der Größe nach. Beginne jeweils mit der kleinsten Angabe.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) Größe in Metern: | 180 nm | 7,5 µm | 14 nm | 1 µm | 700 mm |
| b) Leistung in Watt: | 2500 MW | 15 TW | 2000 GW | 430kW | 25 MW |

**3** Berechne. Schreibe dazu die Angaben, wenn nötig, zuerst als Potenz ohne Vorsilben.

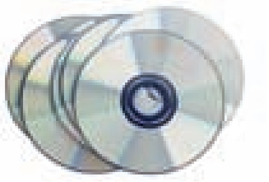
a) Die Zugriffszeiten auf Arbeitsspeicher betragen etwa 70 ns. Festplatten haben eine Zugriffszeit von 9 ms. Um wieviel Mal schneller ist der Arbeitsspeicher?

b) Ein Haar hat einen Durchmesser von 0,07 mm, ein Atom 0,0001 µm. Wie viele Haare (Atome) haben aneinandergereiht auf einem 1-mm-Abschnitt Platz?

c) Die größte Photovoltaikanlage der Welt hat insgesamt eine Leistung von 150 MW. Wie viele Glühlampen mit 30 Watt könnte man damit zum Leuchten bringen?

d) Der Mond hat eine Masse von 73 490 000 000 000 000 000 000 kg. Wieviel mal schwerer ist die Erde mit einer Masse von $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg?

**4** Speichermedien haben verschiedene Kapazitäten.



a) Vergleiche die Speicherkapazität eines USB-Sticks (32 GB), einer DVD (8,5 GB) und einer externen Festplatte (1,5 TB) miteinander.

b) Eine Werbefirma möchte 225 kurze Videosequenzen mit je 12,5 GB auf einer externen Festplatte speichern. Bestimme, ob eine 2-TB-Platte reicht.

c) Eine vollgeschriebene DIN-A4-Seite hat etwa eine Datenmenge von 4 kB. Wie viele solcher Seiten lassen sich auf einem USB-Stick (16 GB) speichern?

d) Berechne die Zeit, die eine Schreibkraft brauchen würde, bis eine 8,5 GB-DVD voll ist, wenn sie 175 Byte pro Minute tippen kann.

# Quadrat- und Kubikwurzeln berechnen

**1** Eine Kita hat zum Spielen und Sitzen für die Kinder würfelförmige Kissen in drei unterschiedlichen Größen gekauft. Die Spielewürfel haben Seitenflächen von 900 $cm^2$ und 1 600 $cm^2$. Die Sitzwürfel haben ein Volumen von 125 000 $cm^3$.
Welche Kantenlängen haben die quadratischen Seitenflächen? Suche zunächst die passenden Formeln aus der Formelsammlung (S. 195) heraus. Wie musst du jeweils rechnen?

Quadrat- und Kubikwurzel

*Bedeutung: Ein Quadrat mit einem Flächeninhalt von 81 $cm^2$ hat die Seitenlänge 9 cm. Ein Würfel mit einem Volumen von 729 $cm^3$ hat die Kantenlänge 9 cm.*

Für positive Zahlen b ist das **Wurzelziehen die Umkehrung des Potenzierens.**

Unter einer **Quadratwurzel** aus einer positiven Zahl b versteht man eine Zahl a, die mit sich selbst multipliziert wieder die Zahl b ergibt.

$\sqrt{b} = a$ mit $a \cdot a = a^2 = b$ $\quad$ $\sqrt{81} = 9$, da $9 \cdot 9 = 9^2 = 81$

„Die Quadratwurzel aus 81 ist 9.“

Unter einer **Kubikwurzel** aus einer positiven Zahl b versteht man eine Zahl a, deren dritte Potenz wieder die Zahl b ergibt.

$\sqrt[3]{b} = a$ mit $a \cdot a \cdot a = a^3 = b$ $\quad$ $\sqrt[3]{729} = 9$, da $9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^3 = 729$

„Die Kubikwurzel aus 729 ist 9.“

**2** Berechne nun die Kantenlängen der Sitz- und Spielewürfel aus Aufgabe 1. Nutze die Wurzelschreibweise.

**3** Übertrage die Tabellen und vervollständige sie. Rechne im Kopf.

| Quadratzahl | ■ | ■ | 324 | 361 | ■ |
|---|---|---|---|---|---|
| Quadratwurzel | 10 | 15 | ■ | ■ | 50 |

| Kubikzahl | 1 000 | 27 | ■ | ■ | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| Kubikwurzel | 10 | ■ | 5 | 50 | ■ |

*Beachte:*
*$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$*

**4** Berechne die Wurzeln im Kopf. Notiere auch die Umkehraufgabe.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt{121}$ | $\sqrt[2]{169}$ | $\sqrt[2]{5^4}$ | $\sqrt{1\,600}$ | $\sqrt{10\,000}$ | $\sqrt[2]{0{,}16}$ | $\sqrt{1{,}69}$ |
| $\sqrt[3]{8}$ | $\sqrt[3]{64}$ | $\sqrt[3]{2^6}$ | $\sqrt[3]{343}$ | $\sqrt[3]{10^6}$ | $\sqrt[3]{0{,}064}$ | $\sqrt[3]{7{,}29}$ |

**5** Berechne. Runde ggf. auf zwei Stellen nach dem Komma.

a) $\sqrt{1{,}21 + 1{,}69}$ b) $\sqrt{1\,502 - 46}$ c) $\sqrt{12 \cdot 14}$ d) $\sqrt{2\,548 : 13}$

e) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{1\,131}$ f) $3 \cdot \sqrt[3]{0{,}027}$ g) $\sqrt[3]{81} \cdot 4 - \sqrt[3]{81}$ h) $2 \cdot \sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{100}$

$\sqrt[3]{1728} = 12$
1728 SHIFT $x^y$ 3 =
Anzeige: 12

Wie rechnet dein Taschenrechner?

**6** Richtig oder falsch? Korrigiere gegebenenfalls.

a) $\sqrt{28} = 14$ b) $\sqrt[3]{3\,375} = 15$ c) $(250 : 10)^2 = 625$

d) $(96 - 87)^3 = 729$ e) $\sqrt{1\,369} = -37$ f) $\sqrt[3]{512} = -8$

# Höhere Wurzeln berechnen

$\sqrt[2]{100}$ $\sqrt[3]{1\,000}$ $\sqrt[4]{10\,000}$

$\sqrt[5]{100\,000}$ $\sqrt[6]{1\,000\,000}$

**1** a) Hat Ivelina Recht? Begründe mit der Umkehraufgabe.
b) Setze die Reihe noch drei Zahlen fort.

Höhere Wurzeln

> Für positive Zahlen b ist das **Wurzelziehen die Umkehrung des Potenzierens.**
> Es gilt allgemein:
>
> $\sqrt[n]{b} = a$, a ist eine positive Zahl mit $a^n = b$ $\qquad \sqrt[5]{32} = 2$, weil $2^5 = 32$

**2** Berechne die Wurzeln im Kopf. Notiere auch die Umkehraufgabe.

a) $\sqrt[4]{16}$ b) $\sqrt[6]{64}$ c) $\sqrt[5]{243}$ d) $\sqrt[4]{3^4}$ e) $\sqrt[9]{512}$ f) $\sqrt[7]{128}$

g) $\sqrt[8]{10^8}$ h) $\sqrt[6]{64\,000\,000}$ i) $\sqrt[4]{0{,}0001}$ j) $\sqrt[7]{0{,}0000128}$ k) $\sqrt[7]{\frac{16}{81}}$ l) $\sqrt[5]{\frac{1024}{243}}$

**3** Ergänze die fehlende Zahl.

a) $\sqrt[4]{\blacksquare} = 10$ b) $\sqrt[6]{\blacksquare} = 1$ c) $\sqrt[7]{\blacksquare^7} = 5$ d) $\sqrt[3]{\blacksquare} = 5^2$

e) $\sqrt[\blacksquare]{2\,187} = 3$ f) $\sqrt[\blacksquare]{3\,200\,000} = 20$ g) $\sqrt[\blacksquare]{0{,}000001} = 0{,}1$ h) $\sqrt[\blacksquare]{\frac{32}{3\,125}} = \frac{2}{5}$

**4** Berechne die Wurzeln mit dem Taschenrechner. Runde ggf. auf zwei Stellen nach dem Komma.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt[4]{54}$ | $\sqrt[3]{100}$ | $\sqrt[5]{780}$ | $\sqrt[4]{12}$ | $\sqrt[7]{9}$ | $\sqrt[3]{15{,}3}$ | $\sqrt{45}$ | $\sqrt[11]{111}$ |

$\sqrt[4]{2\,401} = 7$
2401 SHIFT $x^y$ 4 =
Anzeige: **7**

Wie rechnet dein Taschenrechner?

**5** Setze die Reihe noch drei Zahlen weiter fort und erkläre.

$$\begin{tikzcd}
3^8 = 6\,561 \arrow[r, bend left, ": 2"] \arrow[r, bend right, "\sqrt{\phantom{x}}"'] & 3^4 = 81 \arrow[r, bend left, ": 2"] \arrow[r, bend right, "\sqrt{\phantom{x}}"'] & 3^2 = 9 \arrow[r, bend left, ": 2"] \arrow[r, bend right, "\sqrt{\phantom{x}}"'] & 3^1 = 3 \arrow[r, bend left, ": 2"] \arrow[r, bend right, "\sqrt{\phantom{x}}"'] & 3^{\frac{1}{2}} = ? \arrow[r, bend left, ": 2"] \arrow[r, bend right, "\sqrt{\phantom{x}}"'] & 3^{\frac{1}{4}} = ?
\end{tikzcd}$$

Potenzschreibweise von Wurzeln

> Wurzeln kann man auch als Potenz mit einem Bruch im Exponenten schreiben.
>
> $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\qquad \sqrt{64} = 64^{\frac{1}{2}}$ $\qquad \sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}}$ $\qquad \sqrt[4]{81} = 81^{\frac{1}{4}}$

**6** Schreibe als Potenz und berechne.

a) $\sqrt{1089}$ b) $\sqrt[3]{2197}$ c) $\sqrt[4]{1296}$ d) $\sqrt[5]{3125}$ e) $\sqrt[6]{262144}$

f) $\sqrt[7]{2187}$ g) $\sqrt[8]{6561}$ h) $\sqrt[10]{1024}$ i) $\sqrt[11]{177147}$ k) $\sqrt[12]{4096}$

**7** Schreibe wie im Beispiel und runde auf zwei Stellen nach dem Komma.

$312^{\frac{1}{2}} = \sqrt{312} \approx 17{,}66$ a) $180^{\frac{1}{2}}$ b) $725^{\frac{1}{3}}$ c) $81^{\frac{1}{5}}$ d) $925^{\frac{1}{4}}$ e) $36\,745^{\frac{1}{8}}$

# Potenzen und Wurzeln wiederholen

## Potenzen

Potenzen berechnen
S. 56 f.

Produkte aus lauter gleichen Faktoren kann man als Potenz schreiben.
Dabei gilt für alle rationalen Zahlen a als Basis: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$ $\quad a \in \mathbb{Q}$

Weiterhin gilt:
**$a^1 = a$** für alle $a \in \mathbb{Q}$
**$a^0 = 1$** für alle $a \in \mathbb{Q}$ und $a \neq 0$

Für $a \in \mathbb{N}$ gilt:
Die Potenz **$a^2 = a \cdot a$** nennt man **Quadratzahl.**
Die Potenz **$a^3 = a \cdot a \cdot a$** nennt man **Kubikzahl.**

| 5 gleiche Faktoren | | Potenz | | Potenzwert |
|---|---|---|---|---|
| $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ | = | $2^5$ | = | 32 |

Basis $2^5$ Exponent

## Standardschreibweise mit Zehnerpotenzen

Zehnerpotenzschreibweise anwenden
S. 64 f.

Zum Schreiben großer (kleiner) Zahlen verwendet man Zehnerpotenzen.

Große Zahlen:
$1{,}08 \cdot 10^8 = \mathbf{1}\,,\underbrace{\mathbf{0}\,\mathbf{8}\,0\,0\,0\,0\,0\,0}_{\longrightarrow}, = 108\,000\,000$ 8 Stellen nach rechts

Kleine Zahlen:
$3{,}2 \cdot 10^{-5} = 0\,,\underbrace{0\,0\,0\,0\,\mathbf{3}}_{\longleftarrow}\,,\,\mathbf{2} = 0{,}000032$ 5 Stellen nach links

## Wurzelziehen als Umkehrung des Potenzierens

Quadrat- und Kubikwurzeln berechnen
S. 68

Er-Wissen: Höhere Wurzeln berechnen
S. 69

Die **Quadratwurzel** $\sqrt{b} = a$ ist die **positive** Zahl a, die mit sich selbst multipliziert b ergibt.
Die **Kubikwurzel** $\sqrt[3]{b} = a$ ist die **positive** Zahl a, die mit 3 potenziert b ergibt.
Für allgemeine Wurzeln gilt: $\sqrt[n]{b} = a$, a ist eine positive Zahl mit $a^n = b$.

$\sqrt{25} = 5$, da $5 \cdot 5 = 5^2 = 25$ $\qquad \sqrt[3]{27} = 3$, da $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$

$\sqrt[5]{32} = 2$, weil $2^5 = 32$ $\qquad \sqrt[4]{16} = 2$, weil $2^4 = 16$

## Potenzgesetze

Er-Wissen: Potenzgesetze anwenden
S. 60 ff.

| | | |
|---|---|---|
| Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert (dividiert), indem man die Exponenten addiert (subtrahiert).<br>$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$<br>$a^m : a^n = a^{m-n}$ | Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert (dividiert), indem man die Basen multipliziert (dividiert).<br>$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$<br>$a^m : b^m = (a : b)^m$ | Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.<br>$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ |

$7^2 \cdot 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$ $\qquad 7^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 = (7 \cdot \frac{1}{2})^4 = 3{,}5^4$ $\qquad (7^4)^3 = 7^{4 \cdot 3} = 7^{12}$

$9^5 : 9^3 = 9^{5-3} = 9^2$ $\qquad 5^5 : (\frac{1}{2})^5 = (5 : \frac{1}{2})^5 = 10^5$ $\qquad (4^{-5})^{-3} = 4^{-5 \cdot (-2)} = 4^{10}$

Für eine Potenz mit negativem Exponenten gilt: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\qquad 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

## Aufgaben zur Differenzierung

**Basis-Aufgaben** | **Vertiefende Aufgaben**

**1** Schreibe als Potenz bzw. als Produkt und berechne.

a) $5 \cdot 5 \cdot 5$  b) $3 \cdot 3$  c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

e) $4^3$  f) $1^6$  g) $3^4$

Wandle in Potenzen um. Finde verschiedene Möglichkeiten.

a) 81  b) 256  c) 625

d) $\frac{1}{16}$  e) $\frac{16}{81}$  f) $\frac{1}{10000}$

**2** Entscheide zuerst, ob der Potenzwert positiv oder negativ ist, dann rechne im Kopf.

a) $(-2)^3$  b) $(-4)^4$  c) $(-6)^3$

d) $(-2)^5$  e) $-(-1)^7$  f) $(-10)^9$

g) $(-6)^0$  h) $(-50)^2$  i) $-5^3$

a) $(-\frac{1}{2})^4$  b) $(-\frac{1}{3})^5$  c) $(-\frac{1}{10})^8$

d) $(-\frac{1}{16})^3$  e) $-(-\frac{2}{7})^2$  f) $(-\frac{3}{10})^4$

g) $(-\frac{4}{5})^0$  h) $(-0,3)^2$  i) $-0,1^5$

**3** Berechne im Kopf.

a) $(3 + 8)^2$  b) $(56 : 8)^3$

c) $(\frac{1}{4} + \frac{1}{2})^3$  d) $(66 - 55)^2 + (111 - 97)^2$

e) $0,5 + 0,5^2$  f) $(23 - 25)^5 - (2^3 - 3^2)$

Vereinfache die Terme.

a) $45s^2 + 67s^2 - 109s^2$

b) $12a^3 + 23\,b^3 - 6a^3 - 17\,b^3$

c) $3,5c^3 - 4,2d^2 - 2c^2 - 1,8c^3 + 6,7d^2$

d) $6\,(s^2 - t^4) + 23s^2 - (s^2 + t^4)\,25 + 27t^4$

**4** Schreibe in Standardschreibweise mithilfe einer Zehnerpotenz. Runde ggf. auf zwei Stellen nach dem Komma.

a) 30 000  b) 750 000

c) 34 000 000  d) 0,003

e) 0,000054  f) 0,00022

a) 756 000  b) 0,00045

c) 234 567  d) 1 225 900

e) 0,009999  f) 0,058233

**5** Der Abstand unseres nächsten Nachbarplaneten Mars zur Erde schwankt zwischen 56 und 401 Millionen Kilometer.

Schreibe die Entfernungen ...

a) ausführlich als Zahl.

b) in Standardschreibweise.

Der Mond braucht für einen Umlauf um die Erde 27,322 Tage.

Wie viele Minuten (Sekunden) sind das?

Schreibe die Angaben ...

a) ausführlich als Zahl.

b) in Standardschreibweise.

**6** Berechne die Wurzeln im Kopf.

a) $\sqrt{81}$  b) $\sqrt{144}$

c) $\sqrt{10000}$  d) $\sqrt{4900}$

e) $\sqrt[3]{216}$  f) $\sqrt[3]{1000}$

g) $\sqrt[3]{8000}$  h) $\sqrt[3]{12^3}$

a) $\sqrt{0,49}$  b) $\sqrt{\frac{36}{64}}$

c) $\sqrt{0,0009}$  d) $\sqrt{0,0625}$

e) $\sqrt[3]{0,027}$  f) $\sqrt[3]{\frac{64}{216}}$

g) $\sqrt[3]{0,000008}$  h) $\sqrt[3]{(\frac{1}{2})^3}$

# AUF EINEN BLICK

**1** Ordne jeder Aufgabe das richtige Ergebnis zu.

$5^2$ $2^3$ $5^3$ $10^3$ $7^2$ $11^2$

25 8 49 1 000 121 125

**2** Berechnungen rund um den Würfel:

a) Für den Freizeitbereich sind würfelförmige Sitzhocker angeschafft worden. Alle Flächen sollen mit einer Schutzschicht angestrichen werden. Die Kanten sind 40 cm lang. Wie groß ist die Fläche, die gestrichen werden muss?

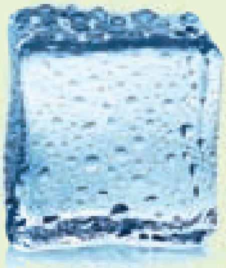
b) Ein Stück Würfelzucker hat eine Kantenlänge von 1,2 cm. Welches Volumen hat ein Stück Würfelzucker?

c) Ein Parfumflakon hat die Form eines Würfels. Die Innenkanten sind 6,5 cm lang. Wie viel Parfum befindet sich in dem Flakon, wenn er bis zum Rand gefüllt ist?

d) In einer Kita gibt es zum Sitzen Holzwürfel mit einer Kantenlänge von 25 cm. Es sollen passende Kissen genäht werden. Wie viel Stoff benötigt man mindestens für ein Kissen, das genau auf den Hocker passt? Rechne 15 % Verschnitt dazu.

**3** a) Ein Eiswürfel hat eine Grundfläche von 6,76 $\text{cm}^2$. Berechne die Kantenlänge und das Volumen des Eiswürfels.

b) Ein anderer Eiswürfel hat ein Volumen von 110,592 $\text{cm}^3$. Berechne die Kantenlänge und den Oberflächeninhalt des Eiswürfels.



**4** Kennst du Kettenmails?
Sevgi schreibt an sieben Freunde eine Mail mit der Bitte, sie jeweils an sieben andere Freunde weiterzuleiten. Diese sollen genauso verfahren und die Mail wieder an sieben Freunde weiterleiten. Wie viele Mails werden in der 4. Runde weitergeleitet?

**5** Übertrage und ergänze Basis bzw. Exponent.

a) $\blacksquare^3 = 27$
b) $\blacksquare^4 = 81$
c) $\blacksquare^6 = 64$
d) $\blacksquare^2 = \frac{1}{9}$
e) $\blacksquare^5 = \frac{1}{32}$
f) $4^{\blacksquare} = 1024$
g) $3^{\blacksquare} = 729$
h) $5^{\blacksquare} = 625$
i) $\left(\frac{1}{10}\right)^{\blacksquare} = \frac{1}{10000}$
k) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\blacksquare} = \frac{27}{125}$

**6** Schreibe als Potenz mit Basis 3.

a) 27; 81; 234; 2 187
b) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{81}$; $\frac{1}{729}$

**7** Notiere die Größe der Kontinente als Potenzen in der Standardschreibweise.

| | |
|---|---|
| Afrika | 30 300 000 $\text{km}^2$ |
| Nordamerika | 24 900 000 $\text{km}^2$ |
| Südamerika | 17 800 000 $\text{km}^2$ |
| Australien/Ozeanien | 8 500 000 $\text{km}^2$ |
| Antarktis | 12 200 000 $\text{km}^2$ |
| Europa | 10 500 000 $\text{km}^2$ |
| Asien | 44 400 000 $\text{km}^2$ |

**8** Man schätzt, dass die Wasservorräte der Erde ca. $1{,}38 \cdot 10^{18}$ t betragen.
Diese verteilen sich auf:

| | |
|---|---|
| $1{,}344 \cdot 10^{18}$ t | Weltmeere |
| $2{,}78 \cdot 10^{16}$ t | Polareis, Meereis, Gletscher |
| $7{,}91 \cdot 10^{15}$ t | Grundwasser, Bodenfeuchte |
| $2{,}9 \cdot 10^{14}$ t | Seen und Flüsse |

a) Schreibe die Zahlen ohne Potenzen.

b) Gib die Größen in Litern an (1 000 l Wasser wiegen 1 t). Verwende die Potenzschreibweise.

**9** Familie Hagen möchte in ihrer Küche eine Fläche von 4 $m^2$ neu fliesen. Sie hat zwei Fliesengrößen zur Auswahl: Kleine Fliesen mit den Maßen 7 cm x 7 cm oder größere mit den Maßen 12 cm x 12 cm. Wie viele Fliesen werden jeweils benötigt?

**10** Ein Container hat ein Fassungsvermögen von 2560 $dm^3$. In dem Container befinden sich 320 quadratische Kartons mit Glasvasen. Berechne die Kantenlänge der Kartons.

**11** Aus der Länge des Bremsweges s in Meter lässt sich die Geschwindigkeit v in $\frac{km}{h}$ mit $v = 10 \cdot \sqrt{s}$ schließen.

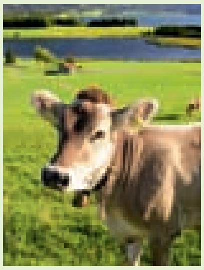
a) Der Bremsweg s (in m) ist jeweils gegeben. Berechne v und runde das Ergebnis auf ganze Zahlen.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 45 | 75 | 150 | 200 |

b) Die Geschwindigkeit v (in $\frac{km}{h}$) ist jeweils gegeben. Berechne den Bremsweg s.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 50 | 100 | 130 | 180 |

**12** Untersuchungen haben ergeben, dass sich die Anzahl der Keime in frisch gemolkener Milch etwa jede halbe Stunde verdoppelt. Zu Beginn wurden 350 Keime gezählt.



a) Wie viele Keime sind es nach 8 Stunden?

b) Wie lange dauert es, bis sich etwa eine Million Keime gebildet hat?

**13** Berechne

a) die Summe aus $10^6$ und $10^5$.

b) die Differenz aus $10^7$ und $10^3$.

c) das Produkt aus $10^5$ und $10^2$.

d) den Quotienten aus $10^8$ und $10^6$.

e) das Produkt aus $10^{-8}$ und $10^3$.

f) den Quotienten aus $10^4$ und $10^{-5}$.

g) die Summe aus $10^{-2}$ und $10^{-4}$.

h) die Differenz aus $10^{-3}$ und $10^{-4}$.

**14** Die Erde hat eine Masse von 5 974 000 000 000 000 000 000 t.

a) Notiere die Erdmasse mit einer Zehnerpotenz.

b) Gib die Masse des Jupiters, der etwa die 300-fache Erdmasse besitzt, in Potenzschreibweise an.

c) Der Mars hat etwa $\frac{1}{10}$ der Erdmasse. Gib auch für den Mars die Masse an.

**15** Hier stimmt etwas nicht. Finde die Fehler und berichtige.

a) $x^2 \cdot x^4 = x^8$ b) $5^2 \cdot 7^2 = 21^2$

c) $3^6 \cdot 4^6 = 7^6$ d) $20^4 : 4^4 = 5^0$

e) $4^2 \cdot 4^{-3} = 4$ f) $(a^2 \cdot a^{-3})^{-1} = a^{-1}$

g) $(2^3)^4 = 2^7$ h) $x^5 : x^{-5} - x^0 = 0$

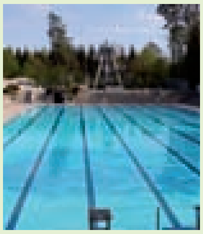
**16** Schreibe die Wurzel als Potenz, dann berechne.

a) $\sqrt{1\,369}$ b) $\sqrt{2{,}25}$ c) $\sqrt{14{,}44}$

d) $\sqrt[3]{15\,625}$ e) $\sqrt[4]{6\,561}$ f) $\sqrt[5]{32\,768}$

**17** Bei einem Motorrad-Grand-Prix-Rennen benötigte der Schnellste für eine Runde (3 670 m) 84,776 s. Damit war er nur 11 ms schneller als der Zweite.
Wie viel Meter Vorsprung bedeutete dies?

**18** Das Volumen eines Wassertropfens beträgt 5 $mm^3$.



a) Wie viele dieser Tropfen ergeben zusammen 10 Liter Wasser? Gib das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standardschreibweise an.

b) Im Schwimmerbecken eines Freibades befinden sich $8{,}5 \cdot 10^{11}$ dieser Wassertropfen. Wie viele Liter Wasser sind das?

c) Im Nichtschwimmerbecken sind $2{,}125 \cdot 10^6$ l Wasser. Es wird in 8 h von 6 Pumpen vollständig geleert. Wie viele l Wasser fördert eine Pumpe in einer Minute? Runde auf ganze Liter.

**1** Berechne die Potenzwerte und Wurzeln im Kopf.

a) $2^4$ b) $(-3)^3$ c) $1{,}5^2$ d) $40^3$ e) $(-\frac{2}{3})^5$

f) $\sqrt{25}$ g) $\sqrt{625}$ h) $\sqrt{40\,000}$ i) $\sqrt{1{,}44}$ j) $\sqrt{\frac{121}{10\,000}}$

k) $\sqrt[3]{125}$ l) $\sqrt[3]{27\,000}$ m) $\sqrt[3]{0{,}125}$ n) $\sqrt[3]{0{,}216}$ o) $\sqrt{\frac{125}{1\,000\,000}}$

**2** Vergleiche und setze <, > oder = ein.

a) $5^2$ ■ $5 \cdot 2$ b) $3^2$ ■ $2^3$ c) $6 \cdot 6$ ■ $6^2$ d) $9 \cdot 10$ ■ $10^9$

e) $8^2$ ■ $4^4$ f) $0{,}5^2$ ■ $0{,}5^3$ g) $1^2$ ■ $2^1$ h) $0{,}9^2$ ■ $0{,}9 \cdot 2$

i) $0{,}0025 \cdot 10^4$ ■ $2{,}5$ j) $38 \cdot 10^6$ ■ $0{,}38 \cdot 10^8$ k) $4{,}7 \cdot 10^{-5}$ ■ $0{,}00047$

**3** Schreibe die Zahlen ohne Potenzen.

a) $8{,}56 \cdot 10^4$ b) $8{,}1 \cdot 10^6$ c) $5{,}3 \cdot 10^{-3}$ d) $0{,}9 \cdot 10^9$ e) $0{,}1 \cdot 10^{-3}$

**4** Notiere die Angaben in Standardschreibweise.

a) Die Wellenlänge des sichtbaren Lichts liegt zwischen 0,00000039 m und 0,00000075 m.

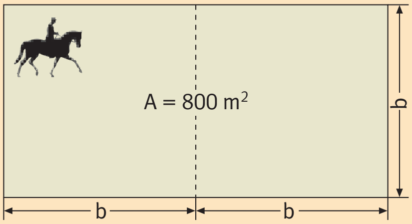
b) Ein erwachsener Mensch besteht aus 100 Billionen Zellen.

c) Der Umfang des Äquators beträgt 40 075 016,686 m.

d) Die Hauptentladung eines Blitzes dauert nur 0,00003 s.

**5** Jede Sekunde kommen circa fünf Menschen zur Welt. Notiere mithilfe von Zehnerpotenzen. Wie viele Menschen werden pro Tag (Monat, Jahr) geboren?

**6** Der Dressurplatz bei Pferdeleistungsprüfungen ist doppelt so lang wie breit. Sein Flächeninhalt beträgt 800 m². Berechne die Maße des Dressurplatzes.



Er

**7** Ein würfelförmiger Kristall hat eine Kantenlänge von $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ mm.

a) Gib die Kantenlänge in Mikrometern an ($1\ \mu m = 10^{-6}$ m).

b) Berechne seine Oberfläche in mm² und das Volumen in mm³.

**8** Vereinfache mit einem Potenzgesetz und berechne, wenn möglich.

a) $7^3 \cdot 7^4$ b) $2^4 \cdot 2^6$ c) $6^3 \cdot 6^2$ d) $4^7 : 4^3$

e) $9^7 : 9^4$ f) $1{,}5^6 : 1{,}5^3$ g) $6^3 \cdot 7^3$ h) $4^5 \cdot 0{,}5^5$

i) $2{,}2^3 \cdot 4^3$ j) $26^3 : 26^3$ k) $5^6 : 10^6$ l) $1{,}2^5 : 0{,}2^5$

m) $(3^3)^3$ n) $(1{,}2^2)^4$ o) $(4^3)^{-4}$ p) $(6^8)^{0{,}5}$

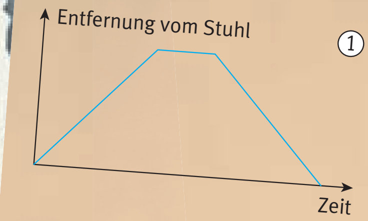
q) $(5^{-2})^{-2}$ r) $(9^{-4})^2$ s) $x^4 \cdot x^{-3}$ t) $a^5 \cdot b^5$

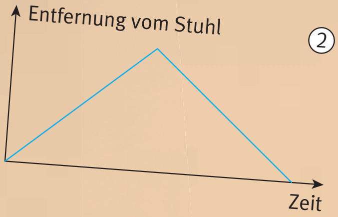
u) $(y^{-2})^{-3}$ v) $x^8 : x^4$ w) $a^5 : b^5$ x) $(x^4)^{-3}$

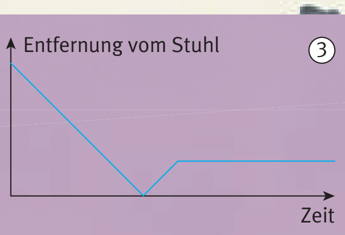
# Lineare Funktionen und Gleichungssysteme

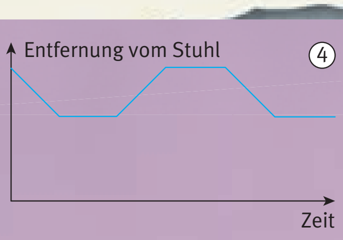
Die Klasse 9b schreibt eine Klassenarbeit. Der Mathematiklehrer, Herr Tran, sitzt auf seinem Stuhl am Lehrertisch. Es hat geklopft. Er geht zur Tür, öffnet sie und wartet dort einen Moment. Aber es kommt keiner und er geht im gleichen Tempo wieder zurück und setzt sich.

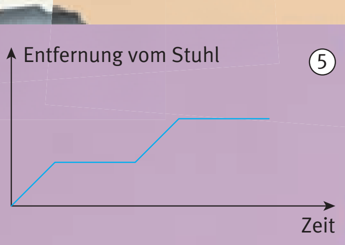
- Passt Graph ① oder ② zu dieser Geschichte? Woran hast du das erkannt?
- Diese Graphen werden Bewegungsgraphen oder auch Weg-Zeit-Diagramme genannt. Begründe.
- Überlegt euch zu den Graphen ③ bis ⑧ ähnliche Bewegungen. Spielt sie euch gegenseitig vor und lasst die anderen begründen, welchen Graphen ihr gewählt habt. Kündigt die Bewegung mit „Start“ und das Ende mit „Stop“ an.
- Überlegt euch selbst Bewegungen und dazugehörige Graphen.

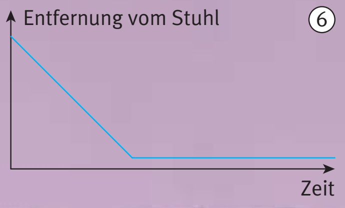


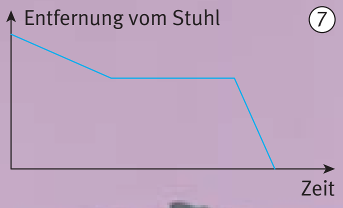


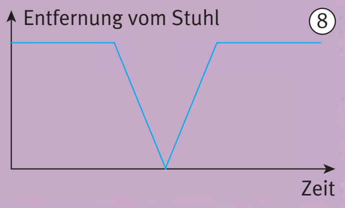










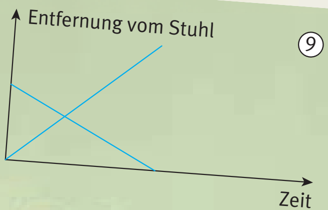


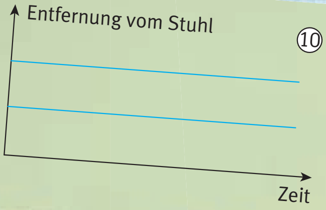
Ersin und Sali spielen zusammen Bewegungen vor.

Ⓐ Sie sitzen zu zweit auf dem Stuhl; Ersin bewegt sich schneller als Sali vom Stuhl weg.

Ⓑ Ersin und Sali stehen in einiger Entfernung vom Stuhl und unterhalten sich; Sali ist dem Stuhl näher als Ersin. Dann bewegt sich Sali zum Stuhl und setzt sich und Ersin zur Tür. Beide starten gleichzeitig und haben das gleiche Tempo.

- Versuche, die Bewegungen Ⓐ und Ⓑ in einem Graphen darzustellen.
- Beschreibe die dargestellten Bewegungen der Graphen ⑨ und ⑩.





## Terme und Gleichungen

**Termwerte berechnen**

① Berechne den Termwert für $x = 3$ und $y = -4$.
a) $20x - (5y + 4x) + (6x - 7y) + 12$  b) $6 - (-x) + 8y - (-12y) - 10$

**Terme aufstellen und Termwerte berechnen**

② Pia gibt mehrere Flaschen und einen Kasten am Pfandautomaten zurück. Sie hat x Flaschen zu je 0,25 €. Für den Kasten bekommt sie 2,50 €.
a) Stelle einen Term zur Berechnung des Pfands auf.
b) Berechne die Termwerte für $x = 7$, $x = 12$ und $x = 19$.

Ein Term ist eine Verbindung aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen. Zum Berechnen eines Termwertes setzt man Zahlen für die Variablen ein.

Valentina kauft zwei Pullover für je 20 € und eine Hose für x €.
Term zur Berechnung der Gesamtkosten in €: $2 \cdot 20 + x$

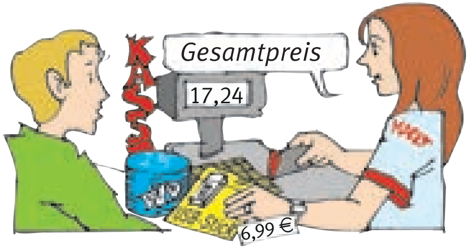
| x (Preis der Hose in €) | 45 | 60 | 85 |
|---|---|---|---|
| Gesamtkosten in € | $2 \cdot 20 + 45 = 85$ | $2 \cdot 20 + 60 = 100$ | $2 \cdot 20 + 85 = 125$ |

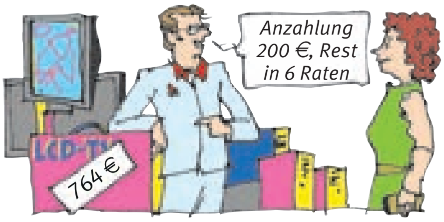
**Gleichungen lösen**

③ Löse die Gleichungen und führe die Probe durch.
a) $-8a - 4 = 20 - 12a$  b) $2b + 6 = 7b + 41$  c) $1{,}2c - 1{,}5 = \frac{7}{10}c + 4{,}5$

**Gleichungen aufstellen und lösen (Sachzusammenhänge)**

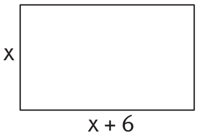
④ Stelle eine Rechenfrage und löse mithilfe einer Gleichung.

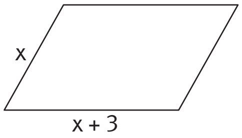


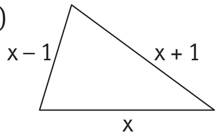


**Gleichungen aufstellen und lösen (Geometrie)**

⑤ Jede Figur hat einen Umfang von 66 cm. Berechne die Seitenlängen.

a)


b)


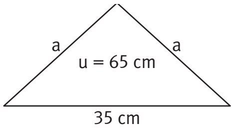
c)


Gleichungen kann man durch äquivalente Umformungen in dieser Reihenfolge lösen.
① auf beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl (das gleiche Vielfache der Variablen) addieren oder subtrahieren
② auf beiden Seiten der Gleichung mit der gleichen Zahl multiplizieren (durch die gleiche Zahl dividieren)

$$\begin{aligned} 8x - 17 &= 2x + 25 && \mid -2x \\ 6x - 17 &= 25 && \mid +17 \\ 6x &= 42 && \mid :6 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Probe: $8 \cdot 7 - 17 = 2 \cdot 7 + 25$
$39 = 39$ ✓

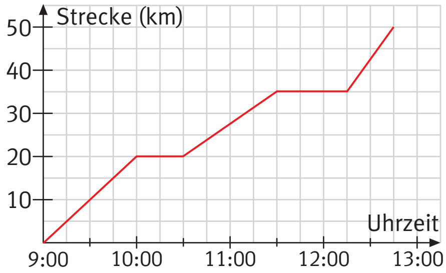
$$\begin{aligned} u &= 2a + c \\ 65 &= 2a + 35 && \mid -35 \\ 30 &= 2a && \mid :2 \\ 15 &= a \end{aligned}$$



Die beiden gleich langen Seiten im gleichschenkligen Dreieck sind jeweils 15 cm lang.

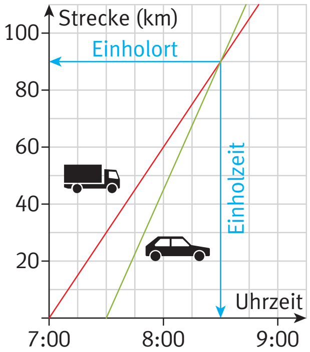
**Graphen interpretieren**

⑥ Michael hat zu seiner Radtour einen Graphen gezeichnet.



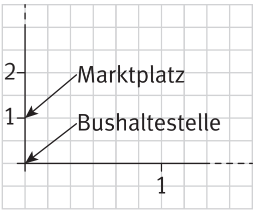
a) Gib an, welche Größen einander zugeordnet werden.
b) Um wie viel Uhr erreichte er sein Ziel?
c) Wie viele Minuten machte er insgesamt Pause?
d) Wann hatte er die höchste Geschwindigkeit?

⑦ Der Graph zeigt die Bewegung eines LKWs und eines PKWs, der dem LKW einige Zeit später auf dem gleichen Weg folgt.
a) Lies die jeweilige Startzeit ab.
b) Bestimme die jeweilige Durchschnittsgeschwindigkeit.
c) Wie viele Kilometer hat der LKW zur Startzeit des PKW schon zurückgelegt?
d) Um wie viel Uhr holt der PKW den LKW ein?



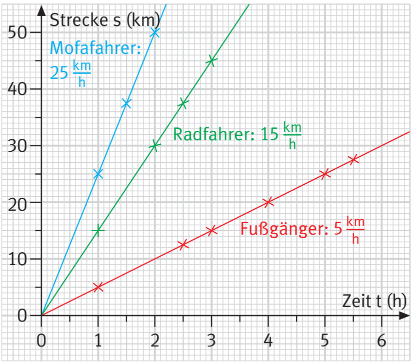
**Graphen zeichnen und beurteilen**

⑧ Drei Einheimische und eine Touristengruppe aus Berlin wandern zum Liepnitzsee. Die Einheimischen starten am Marktplatz und wandern ohne Pause gleichmäßig pro Stunde 2,5 km. Nach 2 Stunden sind sie am Ziel.
a) Übertrage und vervollständige das Koordinatensystem. Zeichne den zugehörigen Graphen ein.
b) Die Touristengruppe startet an der Bushaltestelle. Sie gehen zunächst zügig mit einer Geschwindigkeit von 4 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ los. Nach einer Stunde machen sie 30 Minuten Pause. Ergänze den Graphen zu ihrer bisherigen Wanderung im Koordinatensystem.

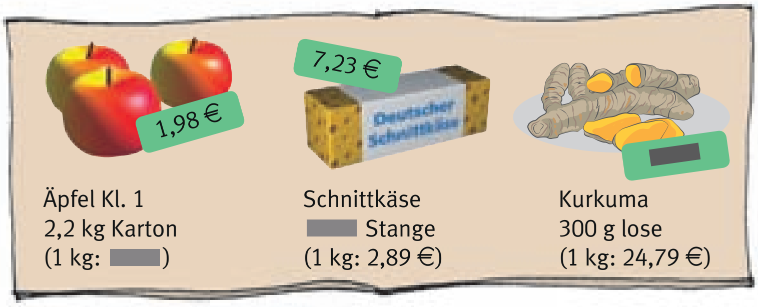


c) Gib an, mit welcher Geschwindigkeit die Touristen die letzte Etappe laufen müssen, um gleichzeitig mit den Einheimischen am Ziel anzukommen.
d) Erkläre die Bedeutung der Schnittpunkte der Graphen.

Funktionen können in einem Koordinatensystem grafisch dargestellt werden, dabei wird jedem Wert der Ausgangsgröße (unabhängige Größe; x-Wert) genau ein Wert der anderen Größe (abhängige Größe; y-Wert) zugeordnet.
In Weg-Zeit-Diagrammen wird für Bewegungen der Zusammenhang zwischen einer Zeit t (unabhängige Größe) und der Strecke s (abhängige Größe) dargestellt. Geschwindigkeiten lassen sich mithilfe des Anstiegs der Graphen einordnen und bestimmen.



# Lineare Funktionen erkennen und darstellen



Äpfel Kl. 1
2,2 kg Karton
(1 kg: ■)

Schnittkäse
■ Stange
(1 kg: 2,89 €)

Kurkuma
300 g lose
(1 kg: 24,79 €)

**1** Berechne die fehlenden Angaben aus den Werbeangeboten.
Runde gegebenenfalls geeignet.

**2** a) Gib zum nebenstehenden Angebot die unabhängige Größe (x-Wert) und die abhängige Größe (y-Wert) an.
b) Erstelle eine Wertetabelle von 0 bis 1000 g in 250-g-Schritten.
c) Ermittle die Preise für 50 g, 400 g und 1,5 kg Teeblätter.

| Länge (m) | 1,5 | 3 | 4,5 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| Preis (€) | 7,95 | 15,90 | 23,85 | 47,70 |

**3** a) Beschreibe einen möglichen Sachzusammenhang.
b) Bilde den Quotienten zusammengehöriger Wertepaare y : x.
c) Diesen Quotienten y : x nennt man Proportionalitätsfaktor. Erkläre, was er in diesem Sachzusammenhang bedeutet.

**4** a) Übertrage und ergänze die Wertetabellen zu den nebenstehenden Angeboten.
b) Stelle die Funktionen grafisch dar. Erkläre, wo du den Proportionalitätsfaktor direkt ablesen kannst und gib ihn an. Findest du mehrere sinnvolle Möglichkeiten?
c) Stelle beide Funktionsgleichungen auf.

| Gewicht in kg (Oliven) | 0,1 | 0,5 | 1,0 | 1,5 |
|---|---|---|---|---|
| Preis in € | ■ | ■ | ■ | ■ |

| Gewicht in kg (Weintrauben) | 0,1 | 0,5 | 1,0 | 4,5 |
|---|---|---|---|---|
| Preis in € | ■ | ■ | ■ | ■ |

Proportionale Funktion
$f(x) = y = mx$
$(m, x \in \mathbb{Q})$

**Proportionale Funktionen** haben Gleichungen der Form **$f(x) = y = mx$**. Der **Proportionalitätsfaktor m** ist der **gleichbleibende Quotient** $\frac{y}{x}$ aus zugeordneter (abhängige) Größe und Ausgangsgröße (unabhängige Größe). Der Graph einer proportionalen Funktion ist eine Gerade durch den Ursprung.

In einer Eisdiele kosten zwei Kugeln Eis 2,40 €.

① Wertetabelle:

| Anzahl Kugeln (x) | 1 | 2 | 5 |
|---|---|---|---|
| Preis in € (y) | 1,20 | 2,40 | 10,00 |

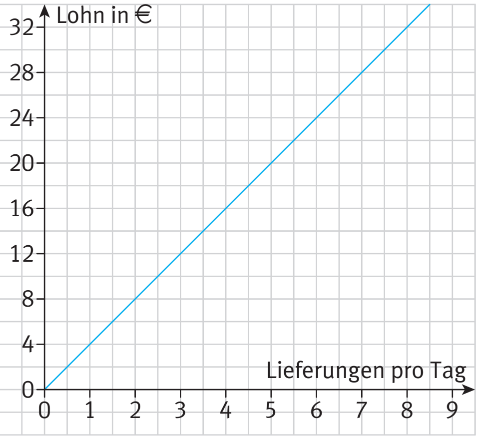
② Proportionalitätsfaktor:

$$\frac{1{,}20\,€}{1} = \frac{2{,}40\,€}{2} = \frac{10{,}00\,€}{5} = 1{,}20\,€/\text{Kugel}$$

③ Funktionsgleichung: $f(x) = y = 1{,}2x$

Statt y = ... schreibt man oft auch f(x) = ... .

**5** Gegeben sind die Funktionsgleichungen einer proportionalen Funktion
a) $f(x) = y = 3x$
b) $f(x) = y = -3x$
Zeichne mithilfe einer Wertetabelle die Graphen der Funktionen. Wähle für die x-Werte alle ganzen Zahlen zwischen –4 und 4.



**1** Kevin arbeitet in den Ferien bei einem Fahrradkurierdienst. Der Graph zeigt, wie viel € Kevin pro Tag in Abhängigkeit der Anzahl der Lieferungen verdient.

a) Übertrage den Graphen und lies den Lohn pro Lieferung ab.

b) Stelle die Funktionsgleichung auf und berechne damit den Lohn für 9 (13; 23) Lieferungen.

c) Kevin hat 68 € verdient. Gib die Anzahl der Lieferungen an.

**2** Arbeitet Kevin am Samstag, erhält er zusätzlich pauschal 12 €.

a) Übertrage die Wertetabelle und vervollständige sie bis zu einer Anzahl von 10 Lieferungen.

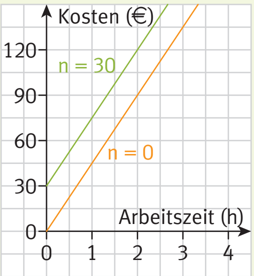
b) Zeichne den Graphen in das Koordinatensystem von Aufgabe 1a).

c) Erkläre die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors und des Schnittpunkts des Graphens mit der y-Achse.

| Anzahl Lieferungen am Samstag | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| Lohn in € | ■ | ■ | ■ |

**Lineare Funktionen** haben Gleichungen der Form **$f(x) = y = mx + n$**. $m$ ist der **Proportionalitätsfaktor**. Der **feste und unabhängige Wert** $n$ ist die zugeordnete Größe für den Ausgangswert $x = 0$ (Schnittstelle mit der y-Achse).
Eine proportionale Funktion ist ein Spezialfall einer linearen Funktion für den Wert $n = 0$. Der Graph einer linearen Funktion ist eine entlang der y-Achse verschobene Gerade.

Die Firma Waschmaschinen-Engel aus Bernau bietet Reparaturen zu einem Stundenlohn von 45 € an. Die Reparaturkosten in Abhängigkeit von der Arbeitszeit werden durch den orangenfarbenen Graphen dargestellt.
Außerhalb der Stadt verlangt die Firma zusätzlich 30 € Anfahrtsgebühr. Die Reparaturkosten inkl. Anfahrtsgebühr werden durch den grünen Graphen dargestellt.



Funktionsgleichungen:

$f_1(x) = 45x$ $f_2(x) = 45x + 30$

$m = 45$ (Lohn pro Stunde); $n = 30$ (Anfahrtsgebühr)

Lineare Funktion
$f(x) = y = mx + n$
($m, n, x \in \mathbb{Q}$)

**3** Übertrage die Wertetabellen und berechne die fehlenden Werte für die Funktionsgleichungen $f_1(x) = 2x - 3$ und $f_2(x) = -3x + 1$.

a)

| x | –1 | 0 | 1 | ■ |
|---|---|---|---|---|
| y | ■ | ■ | ■ | 3 |

b)

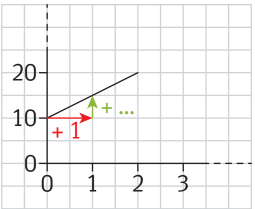
| x | –3 | ■ | 0 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| y | ■ | 4 | ■ | ■ |

# Mit der Steigung und dem y-Achsenabschnitt arbeiten

**1** Im Garten der Familie Kleinschmidt gibt es eine 80 cm hohe Regentonne, in der das Wasser zu Beginn 10 cm hoch steht. Während eines Regenschauers steigt der Wasserstand in der Tonne gleichmäßig an.

| t (min) | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| h (cm) | 10 | 15 | 20 |

a) Setze die Wertetabelle bis zu einem sinnvollen Endwert fort.
b) Beschreibe mithilfe der Wertetabelle, wie sich der Wasserstand pro Minute (pro Zeiteinheit) ändert.
c) Übertrage den Graphen und setze ihn bis zur fünften Minute fort.
d) Markiere im Graphen den y-Achsenabschnitt und erkläre seine Bedeutung.
e) Zeichne mithilfe von Pfeilen am Graphen ein, wie sich der Wasserstand pro Minute ändert.

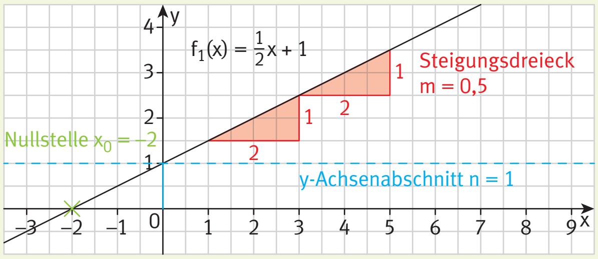


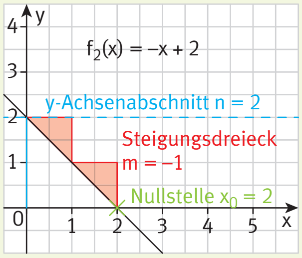
f) Erkläre dein Ergebnis. Übertrage dazu den Satz und vervollständige ihn: Erhöht sich der x-Wert um 1 Einheit, dann ■.
Die Gerade hat die Steigung m = ■.
g) Stelle die Funktionsgleichung auf.

**2** Wie würden die Graphen aussehen, wenn folgende Bedingungen gelten?
① Der Wasserstand beträgt zu Beginn 10 cm und steigt pro Minute um 10 cm.
② Die Tonne ist zu Beginn leer. Der Wasserstand steigt pro Minute um 5 cm (10 cm).
a) Zeichne und vergleiche mit dem Graphen aus Aufgabe 1.
b) Gib jeweils die Funktionsgleichung an.

Steigung m
y-Achsenabschnitt n
Nullstelle

Bei **linearen Funktionen der Form** $f(x) = y = mx + n$ gibt **m** die **Steigung** und **n** den **y-Achsenabschnitt** an.
Den x-Wert des Schnittpunktes $(x_0|0)$ des Graphens mit der x-Achse nennt man **Nullstelle** der Funktion. An dieser Stelle gilt immer y = 0.





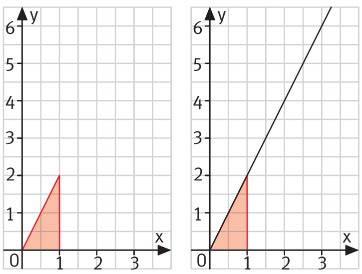
*Die Steigung m ist der Quotient aus Höhe und Breite des Steigungsdreiecks. Das Steigungsdreieck kann überall am Graphen angetragen werden.*
*m > 0: die Gerade steigt.*
*m < 0: die Gerade fällt.*

**3** Zeichne die Gerade, die durch die Punkte A (–1|4) und B (4|–1) verläuft. Gib die Funktionsgleichung, die Steigung, den y-Achsenabschnitt und die Nullstelle an.

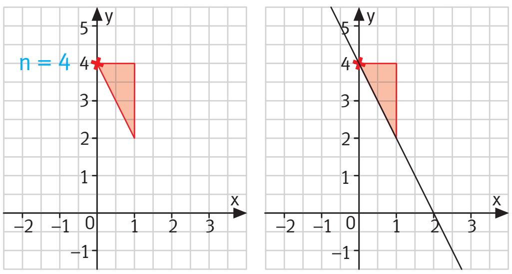
**4** Gib wie im Beispiel die Steigung und den y-Achsenabschnitt an und beschreibe den Verlauf der Geraden.
a) $f(x) = y = 3x$
b) $f(x) = y = -x + 3$
c) $f(x) = y = -4 + \frac{1}{2}x$
d) $f(x) = y = 5$

$f(x) = y = -2x + 5$
m = –2 n = 5
Die Gerade fällt und schneidet die y-Achse im Punkt (0|5).

a) $f(x) = y = 2x$



b) $f(x) = y = -2x + 4$



*1. Achsenabschnitt festlegen*
*2. Steigungsdreieck zeichnen*

**1** Erkläre, wie Okan mithilfe der Funktionsgleichung die Graphen zeichnet.

**2** Zeichne die Graphen folgender Funktionen ebenso.

a) $f(x) = y = 3x$
b) $f(x) = y = \frac{1}{2}x$
c) $f(x) = y = -2x$
d) $f(x) = y = 2x + 0,5$
e) $f(x) = y = 1,5x - 1$
f) $f(x) = y = 3x - 2$
g) $f(x) = y = 2x - 3$
h) $f(x) = y = -x - 1$
i) $f(x) = y = -0,5x - 2$

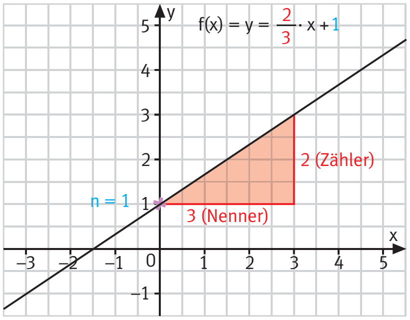
**3** Bringe die Funktionsgleichungen zunächst jeweils auf die Form $y = mx + n$. Zeichne dann die Graphen.

a) $y - 3 = x$
b) $y - 2x = 3$
c) $y + 3x = 1$
d) $y - 4x - 2 = 0$
e) $1,5x + y - 2 = 0$
f) $2 - y = -0,5x$
g) $4y = 8x + 6$
h) $0,25y = x - 0,5$
i) $4,5x - 3y - 9 = 0$
j) $-0,5y - 0,125x = -2$

$$\begin{aligned} 2y - 6 &= 2x && \mid +6 \\ 2y &= 2x + 6 && \mid :2 \\ y &= x + 3 \end{aligned}$$

**4** Zeichne die Graphen mithilfe des y-Achsenabschnitts und eines Steigungsdreiecks wie im Beispiel.

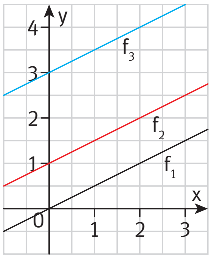
a) $f(x) = y = \frac{3}{5}x$
b) $f(x) = y = \frac{2}{5}x + 1$
c) $f(x) = y = \frac{1}{3}x - 2$
d) $f(x) = y = -\frac{1}{5}x + 2$
e) $f(x) = y = -\frac{3}{4}x - 1$
f) $f(x) = y = 1\frac{1}{3}x$
g) $f(x) = y = \frac{1}{6}x + 0,5$
h) $f(x) = y = -\frac{3}{7}x + 3$



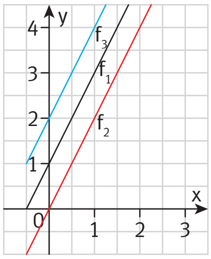
**5** Drei Geraden können sich in keinem, in einem, in zwei oder sogar in drei Punkten schneiden.

a) Skizziere für alle vier Fälle ein Beispiel.
b) Entscheide, möglichst ohne zu zeichnen, wie viele Schnittpunkte die Geraden besitzen. Begründe.

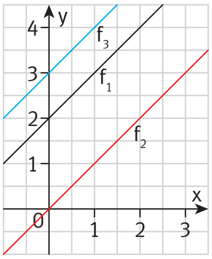
Ⓐ $f_1(x) = \frac{1}{2}x - 2$ $\quad f_2(x) = -\frac{1}{3}x + 1$ $\quad f_3(x) = \frac{1}{2}x + 3$
Ⓑ $f_1(x) = -\frac{1}{5}x - 2$ $\quad f_2(x) = \frac{1}{3}x + 2$ $\quad f_3(x) = -5x + 3$
Ⓒ $f_1(x) = \frac{1}{5}x - 2$ $\quad f_2(x) = -\frac{1}{3}x - 2$ $\quad f_3(x) = -\frac{5}{2}x - 2$
Ⓓ $f_1(x) = \frac{3}{5}x - 2$ $\quad f_2(x) = \frac{3}{5}x + 2$ $\quad f_3(x) = \frac{3}{5}x + 7,5$

a)


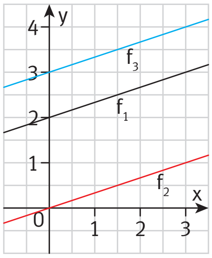
$f_1(x) = \frac{1}{2}x$

b)


$f_1(x) = 2x + 1$

c)


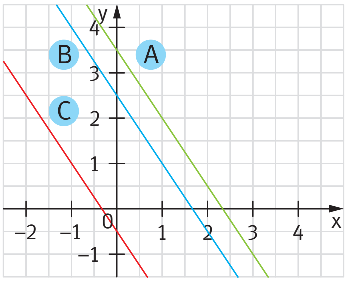
$f_1(x) = x + 2$

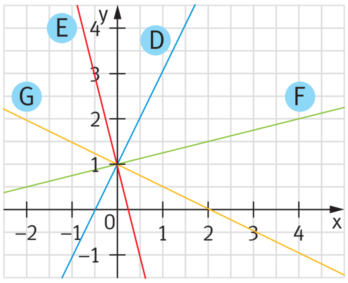
d)


$f_1(x) = \frac{1}{3}x + 2$

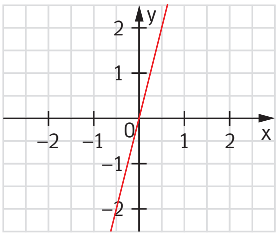
**1** Die Funktionsgleichung der schwarz eingezeichneten Geraden ist jeweils gegeben. Stelle jeweils die Funktionsgleichung zu den beiden anderen Geraden auf.

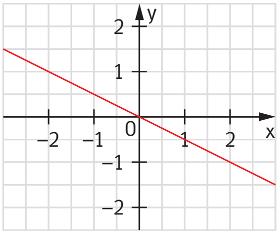
**2** a) Beschreibe den Verlauf der Geraden Ⓐ bis Ⓒ bzw. Ⓓ bis Ⓖ.
b) Stelle die Funktionsgleichungen auf.

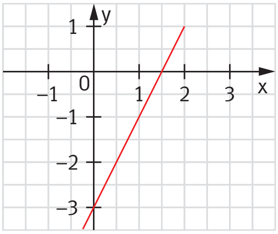




**3** Stelle die Funktionsgleichungen auf.

a)


b)


c)


*Mit einer Punktprobe stellt man fest, ob ein Punkt auf einem Graphen liegt.*

**4** a) Nasren hat Punktproben durchgeführt. Erkläre, wie sie vorgegangen ist.

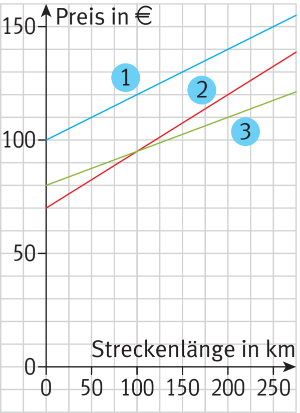
f(x) = 1,5x – 8 P (12 | 10)
x = 12; f(12) = 1,5 · 12 – 8 = 10
y = 10
Der Punkt P liegt auf dem Graphen von f.

f(x) = 1,5x – 8 Q (–4 | –8)
x = –4; f(–4) = 1,5 · (–4) – 8 = –14
y = –8
Der Punkt Q liegt nicht auf dem Graphen von f.

b) Überprüfe, welche der folgenden Punkte auf dem Graphen von f liegen.
P (0|–8); Q (2|5); R (3|–3,5); S (8|4); T (–8|–4); U (0,5|–7,25)

**5** Bestimme die fehlende Koordinate des Punktes P so, dass P auf dem Graphen der Funktion liegt.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) | f(x) = x + 5 | P (1\|■) | b) | f(x) = 2 – 0,5x | P (■\|0) |
| c) | f(x) = 9,1 – 1,3x | P (■\|0) | d) | f(x) = 5 | P (3\|■) |
| e) | f(x) = 4,4 – 0,5x | P (2,2\|■) | f) | f(x) = x | P (■\|2) |



**1** Der Graph zeigt Tagesangebote einer Autovermietung.

a) Gib jeweils die Grundgebühr und den Preis pro Kilometer an.

b) Stelle für jedes Angebot eine Funktionsgleichung auf.

c) Bestimme die Mietkosten für jeden Fahrzeugtyp, wenn man das Auto einen Tag mietet und 100 km (150 km, 250 km) weit fährt.

d) Für welches Angebot entscheidest du dich, wenn du 50 km (200 km) weit fährst? Begründe.

1

2

3

**2** Frau Kortsch wohnt 700 m von der Marheineke-Halle entfernt. Sie verlässt das Haus um 9:00 Uhr und erreicht die Halle um 9:14 Uhr.

a) Zeichne den Graphen der Funktion mit x (Zeit in Minuten) → y (Entfernung von der Halle in m) und stelle die Funktionsgleichung auf.

b) Gib die Bedeutung des y-Achsenabschnitts und der Nullstelle in diesem Zusammenhang an.

c) Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit von Frau Kortsch in $\frac{km}{h}$.

## TRIMM-DICH-ZWISCHENRUNDE

① Eine Schnecke bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 3 cm pro Minute.

a) Erstelle eine Wertetabelle für x = 0 (min) bis x = 5 (min).

b) Zeichne den Graphen und stelle die Funktionsgleichung auf.

② Entnimm den Funktionsgleichungen die Steigung m und den y-Achsenabschnitt n. Stelle anschließend die Funktionen grafisch dar.

a) $f(x) = y = -2x - 4$  b) $f(x) = y = \frac{1}{2}x$  c) $f(x) = y = \frac{3}{2}x + 1$  d) $f(x) = y = 1,5$

③ Ordne den Geraden jeweils die passende Funktionsgleichung zu.

$f_1(x) = 3x + 4$

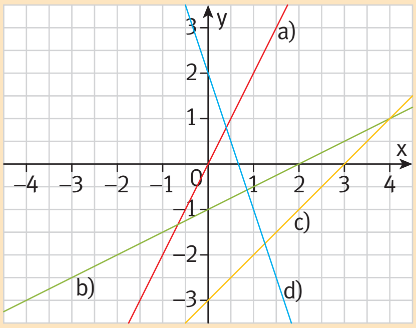
$f_2(x) = x - 3$

$f_3(x) = \frac{1}{2}x - 1$

$f_4(x) = -3x + 2$

$f_5(x) = 2x$

$f_6(x) = 2x - 1$



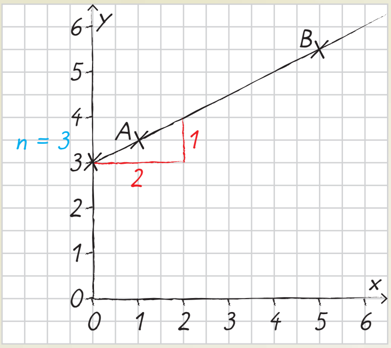
④ Überprüfe rechnerisch. Welcher Punkt gehört zu welcher Funktion?

A (1|−3)  B (−2|4)  C (4|1)  D (2|5)

$f_1(x) = 5x - 5$  $f_2(x) = -6x - 8$  $f_3(x) = 12x - 15$  $f_4(x) = -\frac{5}{4}x + 6$

## Er-Seite Funktionsgleichungen aufstellen und damit rechnen

Jenna:



$n = 3$ $m = \frac{1}{2}$

Funktionsgleichung aufstellen:
$f(x) = y = \frac{1}{2}x + 3$

Cahide:

$m = \frac{5{,}5 - 3{,}5}{5 - 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$f(x) = y = m \cdot x + n$
$5{,}5 = \frac{1}{2} \cdot 5 + n$
$3 = n$

Funktionsgleichung aufstellen:
$f(x) = y = \frac{1}{2}x + 3$

**1** Die beiden Punkte A (1|3,5) und B (5|5,5) legen eine Gerade fest. Jenna und Cahide stellen auf verschiedene Art die Funktionsgleichung auf. Beschreibe ihre Vorgehensweisen und beurteile die beiden Möglichkeiten.

*m ist der Quotient aus Höhe und Breite des Steigungsdreiecks.*

Wenn zwei Punkte A $(x_1|y_1)$ und B $(x_2|y_2)$ bekannt sind, lässt sich die Funktionsgleichung der Geraden durch diese beiden Punkte rechnerisch bestimmen.
Die Höhe des Steigungsdreiecks entspricht der Differenz der y-Werte $y_2 - y_1$.
Die Breite des Steigungsdreiecks entspricht der Differenz der x-Werte $x_2 - x_1$.

Also gilt für die **Steigung m**: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Den **y-Achsenabschnitt n** berechnet man, indem man die Koordinaten von A oder B und die ermittelte **Steigung m** in die allgemeine Funktionsgleichung $f(x) = y = mx + n$ einsetzt und nach n auflöst.

**2** Bestimme wie Cahide die zugehörige Funktionsgleichung der Geraden durch die gegebenen Punkte. Kontrolliere deine Lösung grafisch.

a) U (0|0); V (2|1)
b) U (0|4); V (1|5)
c) U (2|2); V (6|2)
d) U (0|–1); V (3|1)
e) U (0|–4); V (–3|–1)
f) U (0|–2,5); V (–0,5|1,5)

**3** Fabio hat in seiner Hausaufgabe die Funktionsgleichung ermittelt, deren Gerade durch die Punkte M (3|–4) und N (–2|–3) verläuft. Überprüfe die Lösung und berichtige.

geg.: M (3 | –4); N (–2 | –3)
ges.: Gleichung $f(x) = y = mx + n$
Lösung: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 3}{3 - 2} = -\frac{7}{1}$
$y = -7x + n$
$-2 = -7 \cdot (-3) + n$
$n = -23$
$\Rightarrow f(x) = y = -7x - 23$

**4** Löse die Aufgaben rechnerisch.

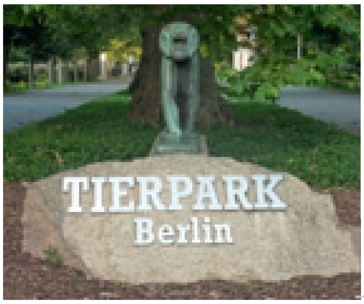
a) Die Gerade g geht durch die Punkte A (–3|17) und B (6|–19).
Die Gerade h verläuft durch die Punkte C (–3|–7) und D (6|29).
Bestimme die Funktionsgleichungen. Was fällt dir auf?

b) Die Gerade g verläuft durch die Punkte A (–18|1) und B (24|22), die Gerade h durch die Punkte C (6|–5) und D (30|13).
Finde heraus, ob die beiden Geraden parallel zueinander liegen.

**1** Florian und Kasper haben ihre Führerscheinprüfung bei der Fahrschule Krause bestanden. Esra möchte auch ihren Führerschein machen und fragt sich, wie hoch die Anmeldegebühr und der Preis für eine Fahrstunde bei dieser Fahrschule sind.

a) Gib an, wofür die Variablen x und y und die Angaben m und n stehen.
b) Leite aus den Angaben der Jungen zwei Wertepaare $(x_1|y_1)$ und $(x_2|y_2)$ ab.
c) Stelle nun die Funktionsgleichung auf und lies die Höhe der Anmeldegebühr und den Preis für eine Fahrstunde ab.

**2** Frau Kretschmer und Frau Monetti arbeiten als Tierpflegerinnen im Tierpark. Ihr Lohn setzt sich aus dem Grundgehalt und der Sonderzahlung für geleistete Überstunden zusammen. Am Monatsende erhält Frau Kretschmer mit 20 Überstunden einen Bruttoarbeitslohn von 3 210 €. Frau Monetti leistet 25 Überstunden ab und bekommt 3 300 €. Berechne die Höhe des Grundgehalts und den Lohn für eine Überstunde.



*Funktionen können auch abschnittsweise linear sein.*

**3** Eric ist mit seinem Fahrrad unterwegs. Nachdem er in einer Stunde 20 Kilometer weit gefahren ist, legt er eine Pause von 30 Minuten ein. Danach braucht er für die restlichen 15 Kilometer eine Stunde.

a) Stelle den Sachverhalt grafisch dar.
b) Stelle für jeden Abschnitt seiner Fahrt die Funktionsgleichung auf.

**4** Toni und Madleen fahren mit ihren Fahrrädern von Ludwigsfelde ins etwa 18 km entfernte Zossen. Madleen startet um 9:00 Uhr und schafft in einer Stunde 12 Kilometer. Toni fährt 30 min später los und schafft mit seinem Sportrad pro Stunde ungefähr 20 km. Sie verabreden, eine 45-minütige Pause einzulegen, sobald Toni Madleen eingeholt hat.

a) Stelle den Sachverhalt bis zu diesem Zeitpunkt grafisch dar.
b) Gib die Nullstellen und die Koordinaten des Schnittpunktes der beiden Graphen an. Welche Bedeutung haben diese?
c) Stelle zu Madleens und Tonis Fahrt im ersten Abschnitt und für die Pause die Funktionsgleichung auf.
d) Als sie weiterfahren wollen, stellen sie fest, dass Madleens Hinterreifen einen Platten hat. Sie schieben das letzte Stück und erreichen Zossen eine dreiviertel Stunde später. Ergänze den Graphen aus a) um diesen letzten Abschnitt. Wann erreichen sie das Ziel?
e) Stelle für den letzten Abschnitt der Tour die Funktionsgleichung auf.

# Lineare Gleichungen mit zwei Variablen kennenlernen

**1** Anna und Emilian besuchen mit ihren Eltern und Großeltern einen Wildpark. Insgesamt zahlen sie für sechs Personen 22,00 €.
- a) Mache verschiedene Vorschläge für mögliche Eintrittspreise.
- b) Begründe, welche Lösungen du sinnvoll findest.
- c) Die Gleichung $2x + 4y = 22$ beschreibt diesen Sachverhalt. Gib an, wofür die Variablen x und y stehen.

Lineare Gleichungen mit zwei Variablen

**Lineare Gleichungen** können auch **zwei Variablen** enthalten.
Alle Zahlenpaare **(x|y)**, die die Gleichung erfüllen, sind Lösungen der Gleichung. Die Zahlenpaare können mithilfe einer Wertetabelle oder grafisch bestimmt werden. Dazu löst man die lineare Gleichung zuerst nach y auf. Man erhält die Funktionsgleichung der zugehörigen linearen Funktion $\mathbf{f(x) = y = mx + n}$.

Gesucht sind die Lösungspaare der linearen Gleichung $6x - 3y = 3$.

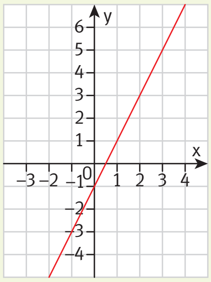
① Gleichung nach y auflösen:

$$6x - 3y = 3 \quad | - 6x$$
$$-3y = -6x + 3 \quad | : (-3)$$
$$y = 2x - 1$$

② Lösung mit einer Wertetabelle:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| x | –2 | –1 | –0,5 | 0 | 1,5 | 3 |
| y | –5 | –3 | –2 | –1 | 2 | 5 |

③ Grafische Lösung:
Alle Zahlenpaare (x|y), die die Gleichung lösen, sind Punkte auf einer Geraden. Es gibt unendlich viele Lösungen.



④ Alle Zahlenpaare (x|y) bzw. alle Punkte (x|y) auf der Geraden sind Lösungen der Gleichung $6x - 3y = 3$.
Beispiele für Lösungspaare:
(–2|–5); (–1|–3); (–0,5|–2); (0|–1); (1,5|2); (3|5)

*Für eine Probe setzt man das Zahlenpaar in die Gleichung ein.*

**2**
- a) Löse die Gleichung aus Aufgabe 1c) mithilfe einer Wertetabelle.
- b) Zeichne den Graphen der Funktion.
- c) Lies weitere Zahlenpaare (x|y) ab, die sinnvolle Lösungen der Gleichung sind.

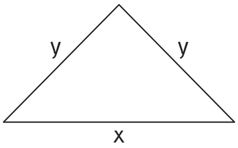
**3** Ein Betrag von 60 € soll mit 5-€- und 10-€-Scheinen gezahlt werden.
- a) Finde dafür drei verschiedene Möglichkeiten.
- b) Überlege, wofür die Variablen x und y stehen und stelle eine Gleichung auf.
- c) Erstelle eine Wertetabelle und zeichne den Graphen. Lies weitere sinnvolle Lösungspaare ab.

**4** Zu einer Großbaustelle müssen 120 $m^3$ Kies gefahren werden. Es stehen Bagger mit einer Tragfähigkeit von 4 $m^3$ und 6 $m^3$ zur Verfügung.
- a) Bestimme drei sinnvolle Möglichkeiten, die Bagger einzusetzen.
- b) Stelle eine Gleichung auf.
- c) Löse die Gleichung mithilfe einer Wertetabelle und grafisch. Lies weitere sinnvolle Lösungspaare ab.

# Lineare Gleichungen mit zwei Variablen kennenlernen

**1** a) Stelle die Gleichung für den Umfang des gleichschenkligen Dreiecks auf.

b) Überprüfe, welche Zahlenpaare (x|y) Lösungen der Gleichung sind, wenn der Umfang 20 cm betragen soll. Arbeite systematisch mithilfe einer Tabelle.



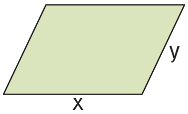
(2|9) (3|6) (7|6,5) (5,5|8)

| x | y | Gleichung: ■ | richtig/falsch | Länge der Basis/eines Schenkels |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 9 | ■ | ■ | ■ |

c) Löse die Gleichung nach y auf.

d) Zeichne den Graphen und lies weitere Wertepaare ab.

**2** Der Umfang eines Grundstücks in Form eines Parallelogramms beträgt 190 m. Bestimme drei Lösungspaare (x|y) und die Gleichung zu der Geraden, auf der die Punkte liegen.

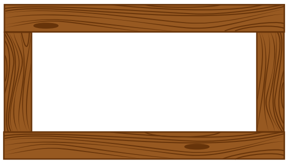


**3** Aus einer 45 cm langen und 2 cm dicken Leiste soll ein Bilderrahmen ohne Verschnitt gebaut werden.

a) Bestimme verschiedene Seitenlängen x und y, die möglich sind.

b) Stelle eine Gleichung auf und löse sie grafisch.

c) Begründe, welche Lösungen realistisch sind.



**4** Welche Zahlenpaare sind Lösungen der Gleichung $4x = y + 8$? Prüfe durch Einsetzen. Fertige eine Tabelle wie in Aufgabe 1 an.

(−2|0) (1|−2) (−9|−44) (24|8) (20|−72) (15|52)

**5** Die Zahlenpaare lösen die lineare Gleichung $2y - 4x = -10$. Übertrage und vervollständige die Lücken.

a) (2|■) b) (−5|■) c) (0|■) d) (■|−20) e) (■|10)

**6** Bestimme grafisch und rechnerisch jeweils fünf Zahlenpaare, die die Gleichung lösen.

a) $y = 2x + 5$ b) $7x + y = 6x$ c) $3x + 3y = 3$ d) $5x - 2y + 10 = 0$

**7** Ergänze so, dass die Zahlenpaare Lösungen der Gleichung sind.

a) $x + y = 12$
(5|■); (■|−2)

b) $2x + y = 20$
(6|■); (■|6)

c) $x - 2y = 8$
(■|8); (10|■)

d) $x - y = 13$
(5|■); (■|−3)

e) $2x + 3y = 48$
(12|■); (■|10)

f) $3y - 2x = 6$
(3|■); (■|6)

g) $4x - 3y = 0$
(3|■); (■|8)

h) $2 \cdot (x + y) = 12$
(■|3); (−1|■)

**8** Bestimme a so, dass die Gleichung $2y = ax + 4$ jeweils durch das angegebene Zahlenpaar gelöst wird.

a) (1|4) b) (1|−2) c) (3|$\frac{1}{2}$) d) (−3|5) e) (6|2)

# Lineare Gleichungssysteme kennenlernen

*Wie viele Lebkuchen werde ich wohl mit nach Hause nehmen können?*

**1** Das Hexenhaus, zu dem sich Hänsel und Gretel im Märchen verlaufen, ist mit Lebkuchen in verschiedenen Formen verziert.

a) Hänsel knabbert drei Herzen und sechs Sterne. Alle Lebkuchen zusammen wiegen 480 Gramm. Überlege, wofür die Variablen x und y stehen und stelle eine Gleichung auf.

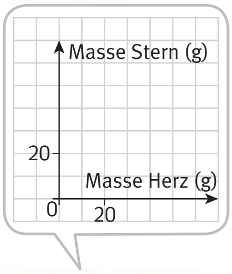
b) Welche Zahlenpaare sind Lösungen dieser Gleichung?

(30|50) (40|60) (50|30) (80|40)

c) Löse die Gleichung nach y auf und erstelle eine Wertetabelle bis x = 80.

d) Zeichne den Graphen der zugehörigen Funktion.

| x | 0 | 10 | 20 |
|---|---|---|---|
| y | ■ | ■ | ■ |



**2** Gretel schafft mit 280 Gramm nicht ganz so viel wie Hänsel, aber immerhin doch vier Herzen und zwei Sterne.

a) Stelle die zugehörige Gleichung auf.

b) Löse die Gleichung nach y auf, erstelle eine Wertetabelle und ergänze den Graphen der zugehörigen Funktion im Koordinatensystem von Aufgabe 1d).

Lineare Gleichungssysteme

**Zwei lineare Gleichungen** bilden ein **lineares Gleichungssystem**.
Das Zahlenpaar **(x|y)**, das beide Gleichungen erfüllt, ist die Lösung des linearen Gleichungssystems. Dieses kann mithilfe einer Wertetabelle oder grafisch bestimmt werden.

① Gleichungen nach y auflösen:

I $6x - 3y = 3 \Leftrightarrow y = 2x - 1$

II $-2x + 2y = 4 \Leftrightarrow y = x + 2$

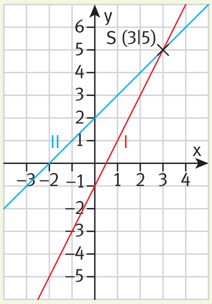
② Lösung mit einer Wertetabelle:
Wertetabelle für I:

| x | –2 | –1 | 0 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | –5 | –3 | –1 | 5 | 7 |

Wertetabelle für II:

| x | –2 | –1 | 0 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | 0 | 1 | 2 | 5 | 6 |

③ Grafische Lösung:
Der Schnittpunkt S (3|5) beider Geraden entspricht der Lösung des linearen Gleichungssystems.



④ Das Zahlenpaar (3|5) erfüllt beide Gleichungen, es ist die Lösung des linearen Gleichungssystems.

*Für eine Probe setzt man das Zahlenpaar in beide Gleichungen ein.*

**3** Bestimme mithilfe der Wertetabellen und der grafischen Darstellung die Masse eines Herzens und die Masse eines Sterns.

**4** a) Hänsel und Gretel haben vor, ihren Eltern Lebkuchen vom Hexenhaus mitzubringen. Stelle ihnen einen 3 kg schweren Korb aus Herzen und Sternen zusammen. Überlege, wofür die Variablem x und y hier stehen.

b) Gretel möchte gleich viele Herzen und Sterne einpacken.

| Gleichung I | | |
|---|---|---|
| x | y | $y = 2x + 6$ |
| 0 | 6 | $y = 2 \cdot 0 + 6$ |
| 1 | ■ | $y = 2 \cdot 1 + 6$ |
| 2 | ■ | y |

| Gleichung II | | |
|---|---|---|
| x | y | $y = 4x - 4$ |
| 0 | –4 | $y = 4 \cdot 0 - 4$ |
| 1 | ■ | $y = 4 \cdot 1 - 4$ |
| 2 | ■ | y |

① I $y = 2x$
II $y = 3 - x$

② I $y = 3x + 1$
II $y = 5x - 5$

③ I $y = -x - 4$
II $y = 2x - 10$

④ I $3x + 2y = 16$
II $2x + 3y = 19$

**1** Bestimme jeweils das Zahlenpaar, das die Lösung des Gleichungssystems ist. Vervollständige zuerst die Tabelle mit dem Beispiel und arbeite dann ebenso.

**2** Prüfe, welches Zahlenpaar das Gleichungssystem erfüllt.

a) I $0 = 4x + 5y$
II $-5y = -20$

b) I $3x + 3y = -3$
II $-3x + 1{,}5 = 6y$

(4,5|–3,5) (–2,5|1,5) (4|5) (2|–5) (–5|4)

**3** Löse das Gleichungssystem grafisch und führe die Probe durch.

a) I $y = x - 3$
II $y = -x + 7$

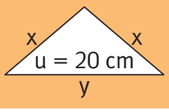
b) I $y = 2x$
II $y = 0{,}5x + 3$

c) I $y = 0{,}5x + 1$
II $y = -x + 4$

d) I $y = 4x - 1$
II $y = -0{,}5x + 3{,}5$

**4** Der Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 20 cm. Ein Schenkel ist um 2 cm kürzer als die Basis. Übertrage die Lösungsschritte und vervollständige sie.

Skizze zeichnen / Variablen festlegen



Aussagen formulieren
I Der Umfang beträgt 20 cm.
II Ein Schenkel ist 2 cm kürzer als die Basis.

Gleichungssystem aufstellen
I $y + 2x = 20$
II $x + ■ = ■$

Beide Gleichungen nach y auflösen
I $y = ■$
II $y = ■$

Graph zeichnen/Wertetabelle erstellen und Lösung ablesen

Lösungsmenge angeben
$\mathbb{L} = \{(■|■)\}$
Probe durchführen und Antwortsatz formulieren

**5** Ein Betrag von 60 € soll mit 5-€- und 10-€-Scheinen gezahlt werden. Die Anzahl der 5-€-Scheine ist doppelt so groß wie die Anzahl der 10-€-Scheine.
a) Finde die Lösung zuerst durch Probieren.
b) Löse dann wie im Schema von Aufgabe 4.

*Die Lösungen von Gleichungssystemen kann man in einer Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{(■|■)\}$ darstellen.*

**6** Zu einer Großbaustelle müssen 120 $m^3$ Kies mit Baggern von 4 $m^3$ und 6 $m^3$ Tragfähigkeit. Insgesamt stehen 25 Bagger zur Verfügung.
a) Beschreibe diesen Sachverhalt durch ein lineares Gleichungssystem.
b) Bestimme grafisch und mithilfe einer Wertetabelle die Anzahl der Bagger.

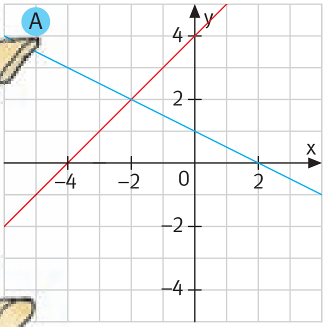
**7** Frau Keba bepflanzt die Terrasse ihrer neuen Wohnung. Sie zahlt für einen Blumenkübel und drei Astern 9,00 €. Ihrem Nachbarn gefällt die Bepflanzung und er kauft ebenfalls acht Astern und zwei Blumenkübel. Er bezahlt 22,00 €. Bestimme, wie viel eine Aster und ein Blumenkübel kosten.

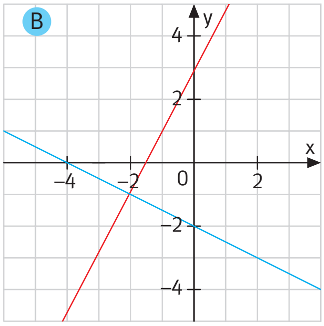
# Lineare Gleichungssysteme grafisch lösen

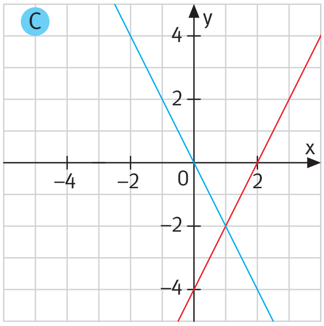
①
I $y = -0{,}5x + 1$
II $y = x + 4$

②
I $y = -2x$
II $y = 2x - 4$

③
I $y = 2x + 3$
II $y = -0{,}5x - 2$







**1** a) Ordne die Gleichungssysteme den Graphen zu.
b) Lies das Lösungspaar ab und überprüfe durch eine Probe.

**2** Löse das Gleichungssystem grafisch und führe die Probe durch.

a) I $y = 2x - 1$
II $y = -x + 5$

b) I $y = -x + 2$
II $y = -3x - 2$

c) I $y = 2x - 3$
II $y = 1{,}5x - 1$

d) I $y = 0{,}5x - 2$
II $y = -0{,}5x + 4$

e) I $x - y + 5 = 0$
II $x + y + 3 = 0$

f) I $y = 2x - 1$
II $2y - 2x = 4$

g) I $y - 2x + 6 = 0$
II $y - 2 = 0$

h) I $3x - 5y = 5$
II $2x = 5y$

**3** a) Stelle die linearen Gleichungssysteme grafisch dar.

① I $y = \frac{4}{5}x + 1{,}5$
II $y = \frac{4}{5}x$

② I $y = x + 0{,}5$
II $y = x + 0{,}5$

b) Beschreibe jeweils die Lage der beiden Geraden zueinander und überlege, welche Bedeutung diese für die Lösung der linearen Gleichungssysteme haben. Übertrage den Text und vervollständige ihn mithilfe der nebenstehenden Wortbausteine.

- parallel
- identisch
- liegen übereinander
- kein Zahlenpaar
- jedes Zahlenpaar
- unendlich viele Lösungen
- keine Lösung

*1. Die Geraden verlaufen ▬. ▬ erfüllt beide Gleichungen. Das Gleichungssystem hat ▬.*

*2. Die Geraden sind ▬ (d.h. sie ▬). ▬, das die erste Gleichung erfüllt, löst auch die zweite Gleichung. Das Gleichungssystem hat ▬.*

*Schreibweisen:*
*keine Lösung:*
$\mathbb{L} = \{\}$

*unendlich viele Lösungen:*
$\mathbb{L} = \{(x|y) \text{ mit } y = mx + n\}$

**4** Löse beide Gleichungen nach y auf. Begründe dann mithilfe der Gleichungen, ob das Gleichungssystem keine oder unendlich viele Lösungen hat.

a) I $y + 2 = 2x$
II $y - 3 = 2x$

b) I $3x - 2y = -8$
II $2y = 3x - 1$

c) I $5x - 3 = 2y$
II $2y - 5x = -3$

d) I $2y - 4x = -8$
II $2x - y = 14$

**5** Gib zuerst die Anzahl der Lösungen an. Bestimme das Lösungspaar, falls vorhanden, grafisch.

a) I $x - y = 4$
II $2x - 2y = 8$

b) I $4y = -10 - 4x$
II $0 = 4 - 4y - 8x$

c) I $x + 0{,}5y = 3{,}5$
II $3x + 1{,}5y = 10$

d) I $6x - 4y + 6 = 0$
II $4x + 2y - 3 = 0$

e) I $-x + 8y = 12$
II $4y - 3x = -4$

f) I $5y - 3x + 5 = 0$
II $-\frac{3}{5}x + y = 2$

I Die Zahl y ist doppelt so groß wie die Zahl x.
II Die Zahl y ist um 4 größer als die Zahl x.

**1** a) Entscheide, welches Gleichungssystem zum Zahlenrätsel passt.

① I $y = \frac{1}{2}x$
II $y = 4 - x$

② I $y = 2x$
II $y = x + 4$

③ I $y = 4x$
II $y = x - 4$

b) Löse das Gleichungssystem grafisch oder durch Probieren.

**2** Löse die Zahlenrätsel, indem du ein Gleichungssystem aufstellst und es durch Probieren oder grafisch löst.

a) Die Summe zweier natürlicher Zahlen x und y ist 16. Die Zahl y ist um 2 größer als die Zahl x.
b) Die Zahl y ist dreimal so groß wie die Zahl x. Die Zahl x ist um 6 kleiner als die Zahl y.
c) Die Summe zweier natürlicher Zahlen x und y ist 15; ihre Differenz ist 3.

**3** Die 64 Schüler der 9. Klassen der Goethe-Schule werden auf ihrer Klassenfahrt auf 9 Hütten einer Freizeitanlage verteilt. Es gibt 6er- und 8er-Hütten. Wie viele Hütten jeder Sorte belegen die Klassen? Löse nach folgendem Schema:

Variablen festlegen
x: Anzahl 6er-Hütten
y: Anzahl 8er-Hütten

Aussagen formulieren
I 64 Schüler werden auf 6er- und 8er-Hütten verteilt.
II ■

Gleichungssystem aufstellen
I ■
II ■

Beide Gleichungen nach y auflösen
I y = ■
II y = ■

Graph zeichnen und Lösung ablesen

Lösungsmenge angeben: $\mathbb{L} = \{(■|■)\}$
Probe durchführen und Antwortsatz formulieren

**4** Löse wie in Aufgabe 3.

a) In einer Kasse befinden sich 32 € in 1-€- und 2-€-Münzen. Insgesamt sind es 20 Münzen. Bestimme, wie viele Münzen von jeder Sorte in der Kasse liegen.
b) In einem Blumenladen kostet ein Strauß mit zwei Margeriten und einer Rose 6 €. Für einen Strauß mit acht Margeriten und zwei Rosen zahlt man 16 €. Bestimme den Preis für eine Margerite und eine Rose.
c) Im Kino läuft ein Weihnachtsfilm. Familie Steiner (zwei Kinder und zwei Erwachsene) zahlt insgesamt 20 € Eintritt. Frau Thomas geht mit ihren drei Enkelkindern auch in diesen Film und zahlt 17 €. Bestimme den Eintrittspreis für Erwachsene und Kinder.

**5** a) An einem Imbissstand kosten eine Currywurst und eine Portion Pommes 2,80 €. Ingo kauft drei Currywürste und zwei Portionen Pommes für 7,20 €. Bestimme, wie viel eine Currywurst und eine Portion Pommes kosten.
b) Welchen Nachteil der grafischen Lösung erkennst du hier?

Das Gleichsetzungsverfahren

Lineare Gleichungssysteme können rechnerisch mit dem Gleichsetzungsverfahren gelöst werden. Dazu löst man beide Gleichungen nach einer Variablen (z. B. y) auf. Dann kann man die Terme gleichsetzen, um eine Gleichung mit einer Variablen zu erhalten.

I Eine Currywurst und eine Portion Pommes kosten 2,80 €.
II Drei Currywürste und zwei Portionen Pommes kosten 7,20 €.
Gesucht wird: Der Preis für eine Currywurst (x) und für eine Portion Pommes (y)

① Gleichungssystem aufstellen:
I $x + y = 2{,}80$
II $3x + 2y = 7{,}20$

② Beide Gleichungen nach y auflösen und Terme gleichsetzen:
I $y = -x + 2{,}80$
II $y = -1{,}5x + 3{,}60$
gleichsetzen
I = II

I = II $-x + 2{,}80 = -1{,}5x + 3{,}60$

③ Erste Variable x berechnen:
$-x + 2{,}80 = -1{,}5x + 3{,}60 \quad | + 1{,}5x$
$0{,}5x + 2{,}80 = 3{,}60 \quad | - 2{,}80$
$0{,}5x = 0{,}80 \quad | : 0{,}5$
$x = 1{,}60$

④ Zweite Variable y berechnen:
Den Wert der Variablen x in eine der Gleichungen einsetzen:
$y = -1{,}60 + 2{,}80 = 1{,}20$

⑤ Lösungsmenge angeben, Probe durchführen und Antwortsatz formulieren: $\mathbb{L} = \{(1{,}60|1{,}20)\}$

Zur Probe wird das Zahlenpaar in beide Gleichungen eingesetzt.
I $1{,}60 + 1{,}20 = 2{,}80$
$2{,}80 = 2{,}80$ ✓
II $3 \cdot 1{,}60 + 2 \cdot 1{,}20 = 7{,}20$
$7{,}20 = 7{,}20$ ✓

Eine Currywurst kostet 1,60 €, eine Portion Pommes 1,20 €.

*Die Gleichungen können auch nach x aufgelöst werden.*

**1** Löse wie im Merkkasten. Im Kino läuft ein Film mit Überlänge. Familie Steiner zahlt mit zwei Kindern und zwei Erwachsenen insgesamt 32 € Eintritt. Frau Thomas geht mit ihren drei Enkelkindern auch in diesen Film und zahlt 29 €. Bestimme den Eintrittspreis für Erwachsene und Kinder.

**2** Löse die Gleichungssysteme mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

a) I $y = 2x + 4$ II $y = 3x + 1$
b) I $y = 3x - 2$ II $y = x + 6$
c) I $y = -2x + 9$ II $y = -x + 3$
d) I $y = 4x - 2$ II $y = 3x + 5$
e) I $y = 3x + 9$ II $y = 5x + 7$
f) I $x = y - 10$ II $x = 5y - 70$
g) I $x = y - 8$ II $x = 3y - 48$
h) I $x = 2y + 2$ II $x = 3y - 2$

**3** Übertrage und vervollständige das Beispiel und arbeite dann ebenso.

| | |
|---|---|
| Gleichungssystem | I $y + x = 5$<br>II $y - 2x = -4$ |
| Beide Gleichungen nach y auflösen | I $y = 5 - x$<br>II $y = -4 + 2x$ |
| Gleichsetzen und lösen | I = II |

a) I $y - 2x = 6$ II $y = 6x + 2$
b) I $9x + y = 17$ II $3x + y = 5$
c) I $2x - y = 4$ II $6x - 2y = 16$
d) I $15x + 5y = 25$ II $2x + 3y = -6$
e) I $x + 2y = 5$ II $5x + 6y = 21$
f) I $2x + 7y = 1$ II $x + 5y = -1$

# Das Gleichsetzungsverfahren anwenden

I $4x + 2y = 5$
II $10x + 4y = 6$

I $2y = -4x + 5$
II $2y = -5x + 3$

I = II $-4x + 5 = -5x + 3$

Anastasia

I $4x + 2y = 5$
II $10x + 4y = 6$

I $y = -2x + \frac{5}{2}$
II $y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$

I = II $-2x + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$

Jenny

**1** Anastasia und Jenny lösen dasselbe Gleichungssystem.
a) Übertrage und vervollständige die Lösungswege.
b) Vergleiche die Lösungswege. Welches Vorgehen findest du geschickter?

**2** Löse die Gleichungssysteme möglichst geschickt.

a) I $2x + 2y = 10$
II $2x + 16y = 38$

b) I $5x + 4y = 16$
II $x + 5y = 20$

c) I $-3x + 2y = 2$
II $18x + 6y = 15$

**3** Überprüfe die Lösungswege. Berichtige.

a) I $2a - b = 2$
II $2a = 5b - 22$

I = II $-b + 2 = 5b - 22$
$b = -4$ in I
$2a - 4 = 2$
$a = 3$ $\mathbb{L} = \{(-4|3)\}$

b) I $79 = u + 6v$
II $-3u = -6v + 51$

I = II $79 - u = -3u - 51$
$u = 65$ in I
$79 = 65 + 6v$
$24 = v$ $\mathbb{L} = \{(65|24)\}$

## TRIMM-DICH-ZWISCHENRUNDE

① Welches Zahlenpaar löst das Gleichungssystem? Prüfe durch Einsetzen.
I $y = 2x - 1$
II $y = -x + 5$

(7|4) (2|3) (4|7)

② Löse das Gleichungssystem grafisch und führe die Probe durch.

a) I $y = \frac{1}{2}x - 2$
II $y = -2x + 3$

b) I $5y = 10x - 5$
II $2y - 6x = -4$

③ Löse die Gleichungssysteme mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

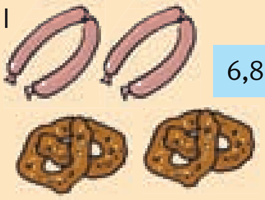
a) I $x - y = 8$
II $x + y = 15$

b) I $6y = 2 - 8x$
II $6y = 20 - 14x$

c) I $2y = 8x + 4$
II $y = 3x + 4$

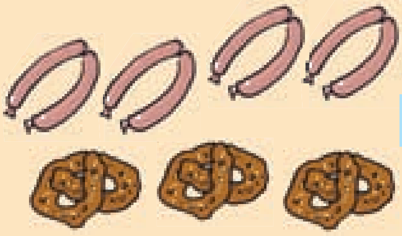
④ Überlege, wofür die Variablen x und y stehen und stelle das Gleichungssystem auf. Löse dann rechnerisch.

I



6,80 €

II



12,40 €

## Das Einsetzungsverfahren anwenden

I $y = -3x + 15$
II $y = 5x - 9$

I = II $5x - 9 = -3x + 15$
$8x = 24$
$x = 3$
x in II $y = 5 \cdot 3 - 9 = 6$

Helene

II in I $6x + 2(5x - 9) = 30$
$6x + 10x - 18 = 30$
$16x = 48$
$x = 3$
x in II $y = 5 \cdot 3 - 9$
$y = 6$

Andreas

**1** Helene und Andreas lösen auf unterschiedlichen Wegen das Gleichungssystem. Beide erhalten die Lösungsmenge $\mathbb{L} = \{(3|6)\}$. Vergleiche die Vorgehensweisen.

I $6x + 2y = 30$
II $y = 5x - 9$

Das Einsetzungsverfahren

Lineare Gleichungssysteme können rechnerisch auch mit dem **Einsetzungsverfahren** gelöst werden. Dazu löst man eine der Gleichungen nach einer Variablen (z. B. y) auf. Dann kann man den erhaltenen Term für die Variable (hier: y) in die andere Gleichung einsetzen.

① Den Term für y aus Gleichung I in Gleichung II einsetzen:
I $y = 5 - x$
II $6x - 3y = 21$
einsetzen
I in II $6x - 3(5 - x) = 21$

② Erste Variable x berechnen:
$6x - 15 + 3x = 21 \quad | + 15$
$9x = 36 \quad | : 9$
$x = 4$

③ Zweite Variable y berechnen:
Den Wert der Variablen x in eine der Gleichungen einsetzen:
$y = 5 - 4 = 1$

④ Lösungsmenge angeben und Probe durchführen:
$\mathbb{L} = \{(4|1)\}$

Zur Probe wird das Zahlenpaar in beide Gleichungen eingesetzt.
I $1 = 5 - 4$
$1 = 1$ ✓
II $6 \cdot 4 - 3 \cdot 1 = 21$
$21 = 21$ ✓

⑤ Bei Sachaufgaben einen Antwortsatz formulieren

**2** Löse die Gleichungssysteme mithilfe des Einsetzungsverfahrens.

a) I $3x + y = 25$
II $y = 2x$

b) I $x + 2y = 15$
II $y = 7x$

c) I $5 - x = y$
II $2x - y = 7$

d) I $3x = 14 - y$
II $y = x - 2$

e) I $2x = 2y - 6$
II $x = 2y + 3$

f) I $4x + 3y = 42$
II $x = y + 7$

g) I $3x + 2y = 2$
II $x = 10 - 3y$

h) I $3x + 8y = 48$
II $4y - 4 = x$

**3** Übertrage und vervollständige das Beispiel und arbeite dann ebenso.

| | |
|---|---|
| Gleichungssystem | I $6x + 2y = 28$<br>II $-x + y = -2$ |
| Eine Gleichung nach einer Variablen umformen | II $y = x - 2$ |
| Einsetzen und | II in I eingesetzt: |

a) I $2y = 4x + 4$
II $7x - 5y = -1$

b) I $y - x = 25$
II $3y = 3 - 3x$

c) I $x + 3y = 5$
II $x - 2y = 10$

d) I $2x = 3y - 3$
II $x - 3y = -9$

e) I $4y - 2x = 16$
II $4x - 5y = -2$

f) I $x - 2y = -4$
II $x - y = 5$

# Das Einsetzungsverfahren anwenden

Variablen festlegen:
Anzahl der Einzelzimmer: x
Anzahl der Doppelzimmer: y

Gleichungssystem aufstellen:
I $x + 2y = 30$
II $x + y = 21$

Gleichungssystem lösen:
I x = ■
I in II ■ = ■

Lösungsmenge angeben:
$\mathbb{L} = \{(■ | ■)\}$

Probe durchführen und Antwortsatz formulieren:
Das Jugendhotel hat ■ Einzel- und ■ Doppelzimmer.

**1** Ein Jugendhotel kann 30 Gäste in Einzel- und Doppelzimmern unterbringen. Insgesamt sind 21 Zimmer vorhanden. Wie viele Einzel- und wie viele Doppelzimmer hat das Jugendhotel?

a) Formuliere die beiden Aussagen, die das Aufstellen des Gleichungssystems ermöglichen.

b) Ergänze den Lösungsablauf und beantworte die Rechenfrage.

c) Berechne, wenn die Zahl der Doppelzimmer mit x festgelegt wird.

**2** a) In einer Jugendherberge gibt es nur Drei- und Fünfbettzimmer. Es sind insgesamt 15 Zimmer mit 63 Betten. Wie viele Drei- und wie viele Fünfbettzimmer hat die Jugendherberge?

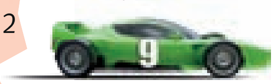
b) In einer Pension stehen Einzel- und Zweibettzimmer zur Verfügung, insgesamt 20 Zimmer mit 34 Betten. Berechne die Anzahl der Einzel- bzw. der Doppelzimmer.

**3** Die 31 Schüler der Klasse 9c essen am Projekttag in der Schulcafeteria ihr Mittagessen. Das vegetarische Menü kostet 3,50 €, das Menü mit Fleisch kostet 3,60 €. Insgesamt zahlen sie 110,30 €.

**4** 188 Eier werden in 24 Eierkartons verpackt. Berechne, wie viele Kartons von jeder Sorte verwendet wurden.

**5** Sechs Bratwürste und neun Portionen Pommes kosten 34,80 €. Sechs Bratwürste und vier Portionen Pommes kosten 22,80 €. Bestimme den Preis für eine Bratwurst und eine Portion Pommes.

*Manchmal ist es sinnvoll, eine der beiden Gleichungen nach einem Vielfachen von x oder y aufzulösen.*



**6** Aussagen
I Der Vater war vor 8 Jahren dreimal so alt wie sein Sohn Tobias.
II In zwei Jahren wird Tobias halb so alt wie sein Vater sein.

Variablen festlegen

| | Vater | Sohn |
|---|---|---|
| Alter heute | x | y |
| Alter vor 8 Jah. | $x - 8$ | $y - 8$ |
| Alter in 2 Jah. | $x + 2$ | $y + 2$ |

Gleichungssystem aufstellen
I $x - 8 = (y - 8) \cdot 3$
II $x + 2 = (y + 2) \cdot 2$

Erkläre, wie das Gleichungssystem aufgestellt wurde. Berechne das jeweilige Alter.

**7** Bei einem Fußballturnier haben Hakan und Thomas zusammen 13 Tore geschossen. Hätte Hakan 2 Tore weniger und Thomas 3 Tore mehr geschossen, hätten beide gleich viele Tore geschossen. Berechne, wie viele Tore jeder erzielt hat.

# Lineare Funktionen und Gleichungssysteme wiederholen

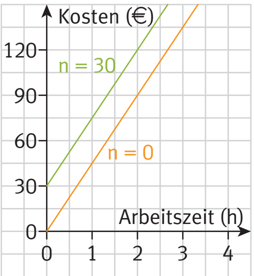
## Lineare Funktionen

**Lineare Funktionen erkennen und darstellen S. 78 f.**

Die allgemeine Funktionsgleichung einer linearen Funktion lautet
$f(x) = y = mx + n$ (m: Proportionalitätsfaktor; n: fester Wert für $x = 0$).
Der Graph einer linearen Funktion ist eine entlang der y-Achse verschobene Gerade. Ist $n = 0$, so handelt es sich um eine proportionale Funktion.

Die Firma Waschmaschinen-Engel aus Bernau bietet Reparaturen zu einem Stundenlohn von 45 € an (siehe orangefarbener Graph).
Außerhalb der Stadt verlangt sie zusätzlich 30 € Anfahrtsgebühr (siehe grüner Graph).

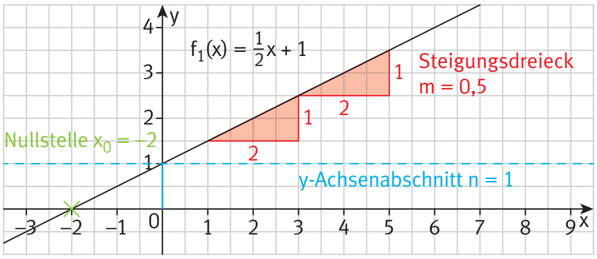
Funktionsgleichungen:
$f_1(x) = 45x$ $f_2(x) = 45x + 30$
$m = 45$ (Lohn pro Stunde); $n = 30$ (Anfahrtsgebühr)

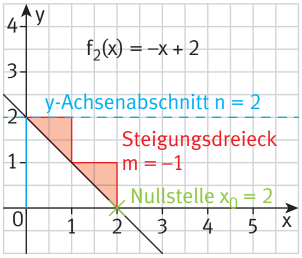


## Steigung, y-Achsenabschnitt, Nullstellen

**Eigenschaften linearer Funktionen untersuchen S. 80 ff.**

Bei einer linearen Funktionen der Form $f(x) = y = mx + n$ gibt m die Steigung und n den y-Achsenabschnitt an.
Den x-Wert des Schnittpunktes $(x_0|0)$ des Graphen mit der x-Achse nennt man Nullstelle der Funktion. An dieser Stelle gilt immer $y = 0$.





## Funktionsgleichungen aufstellen

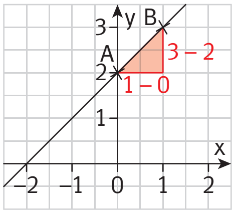
**Er-Wissen: Funktionsgleichungen aufstellen S. 84**

Wenn zwei Punkte A $(x_1|y_1)$ und B $(x_2|y_2)$ bekannt sind, lässt sich die Funktionsgleichung der Geraden durch diese beiden Punkte rechnerisch bestimmen.

Für die Steigung m gilt: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Den y-Achsenabschnitt n berechnet man, indem man die Koordinaten von A oder B und die Steigung m in die allgemeine Funktionsgleichung $f(x) = y = mx + n$ einsetzt und nach n auflöst..

Funktionsgleichung der Geraden durch A (0|2) und B (1|3):
Bestimmung von m: $m = \frac{3-2}{1-0} = 1$
Bestimmung von n:
Einsetzen des Punktes A (0|2) und m in die allgemeine Funktionsgleichung $f(x) = y = mx + n$
$2 = 1 \cdot 0 + n \quad \Leftrightarrow \quad 2 = n \quad \Rightarrow \quad f(x) = y = 1x + 2$



# Lineare Funktionen und Gleichungssysteme wiederholen

## Lineare Gleichungen mit zwei Variablen, Lineare Gleichungssysteme

Lineare Gleichungen mit zwei Variablen haben als Lösungen alle Zahlenpaare (x|y), die diese Gleichung erfüllen.

① Lineare Gleichung:
$6x - 3y = 3 \Leftrightarrow y = 2x - 1$

② Lösung mit Wertetabelle:

| x | –2 | –1 | 0 | 1,5 |
|---|---|---|---|---|
| y | –5 | –3 | –1 | 2 |

③ Grafische Lösung: Graph der zugehörigen Funktion zeichnen und Lösungen ablesen

④ Alle Zahlenpaare (x|y) bzw. alle Punkte (x|y) auf der Geraden sind Lösungen der Gleichung $6x - 3y = 3$, z. B.:
(–2|–5); (–1|–3); (0|–1); (1,5|2)

**Lineare Gleichungen lösen**
**S. 88**

Zwei lineare Gleichungen bilden ein lineares Gleichungssystem. Das Zahlenpaar (x|y), das beide Gleichungen erfüllt, ist die Lösung des linearen Gleichungssystems.

① Lineares Gleichungssystem:
I $\quad 6x - 3y = 3 \Leftrightarrow y = 2x - 1$
II $\quad -2x + 2y = 4 \Leftrightarrow y = x + 2$

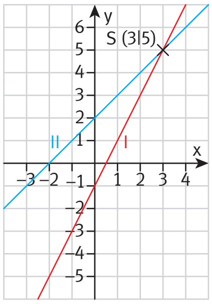
② Lösung mit Wertetabelle:
Wertetabelle für I:

| x | –1 | 0 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| y | –3 | –1 | 5 | 7 |

Wertetabelle für II:

| x | –1 | 0 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| y | 1 | 2 | 5 | 6 |

③ Grafische Lösung:
Der Schnittpunkt S (3|5) beider Geraden entspricht der Lösung des linearen Gleichungssystems.



④ Das Zahlenpaar (3|5) erfüllt beide Gleichungen, es ist die Lösung des linearen Gleichungssystems.

**Lineare Gleichungssysteme lösen**
**S. 90**

## Rechnerische Lösung linearer Gleichungssysteme/Sachaufgaben

| Das Gleichsetzungsverfahren | Das Einsetzungsverfahren |
|---|---|
| Beide Gleichungen werden nach einer Variablen aufgelöst. Dann kann man die Terme gleichsetzen. | Eine Gleichung wird nach einer Variablen aufgelöst. Dann kann man den erhaltenen Term für die Variable in die andere Gleichung einsetzen. |

Lösungsschema für Sachaufgaben:

Skizze zeichnen / Variablen festlegen
Aussagen formulieren
Gleichungssystem aufstellen
Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungs- oder Einsetzungsverfahren lösen
Lösungsmenge angeben, Probe durchführen und Antwortsatz formulieren

I $\quad 2x + y = 6 \quad \Leftrightarrow \quad y = -2x + 6$
II $\quad 8x + 2y = 16 \Leftrightarrow \quad y = -4x + 8$
I = II: $-2x + 6 = -4x + 8$ ...
$x = 1$ (einsetzen in I)
$y = 4 \qquad \mathbb{L} = \{(1|4)\}$

I $\quad 2x + y \; = 6 \quad \Leftrightarrow \quad y = -2x + 6$
II $\quad 8x + 2y = 16$
I in II: $8x + 2 \cdot (-2x + 6) = 16$ ...
$x = 1$ (einsetzen in I)
$y = 4 \qquad \mathbb{L} = \{(1|4)\}$

**Das Gleichsetzungsverfahren anwenden**
**S. 92**

**Er-Wissen: Das Einsetzungsverfahren anwenden**
**S. 94**

## Aufgaben zur Differenzierung

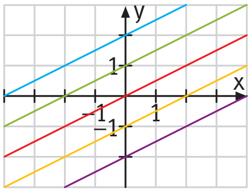
**Basis-Aufgaben** **Vertiefende Aufgaben**

**1** a) Überprüfe rechnerisch, ob der Punkt auf dem Graphen der Funktion liegt.
b) Bestimme die Nullstellen der Funktionen rechnerisch.
c) Zeichne die Graphen und überprüfe damit deine Ergebnisse.

① $f(x) = y = 2x - 1$ P (5|9)
② $f(x) = y = -0{,}5x + 6$ Q (−2|6)

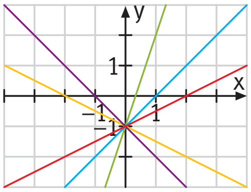
① $5x + 2y = 8$ P (1|2)
② $4y - 3x - 8 = 0$ Q $(-3|\frac{1}{4})$

**2** a) Die Funktionsgleichung zur grünen Geraden lautet: $f_1(x) = 0{,}5x + 1$. Gib zu den weiteren Geraden die Funktionsgleichungen an.



$f_1$, $f_2$, $f_3$, $f_4$, $f_5$

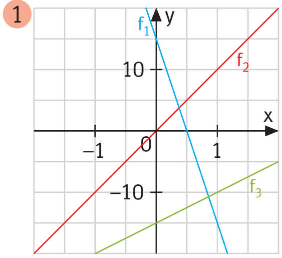
b) Die Funktionsgleichung zur grünen Geraden lautet: $f_1(x) = 3x - 1$. Gib zu den weiteren Geraden die Funktionsgleichungen an.



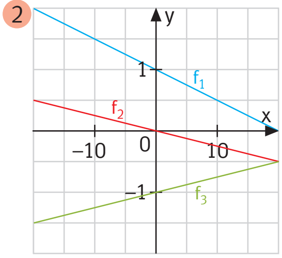
$f_1$, $f_2$, $f_3$, $f_4$, $f_5$

a) Bestimme die Funktionsgleichungen. Beachte die unterschiedlichen Einheiten.

①



②



b) Bestimme die Schnittpunkte der Geraden und die Nullstellen der Funktionen rechnerisch.

**3** a) Zeichne die Graphen zu den linearen Gleichungen in ein Koordinatensystem.
b) Bestimme grafisch und rechnerisch fünf Lösungspaare der Gleichungen.

① $2x - 5 = y$ ② $3x + y = 2$

① $2x + 10 = 4y$ ② $\frac{1}{4}x - 0{,}5\,y = 3{,}5$

**4** Löse das Gleichungssystem mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens und führe die Probe durch.

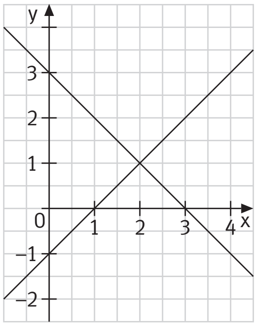
a) I $y = x - 17$
II $y = -x + 21$

b) I $2y = -10 - 6x$
II $2y = 5 - x$

a) I $x = -8y + 19$
II $2x = -2y + 10$

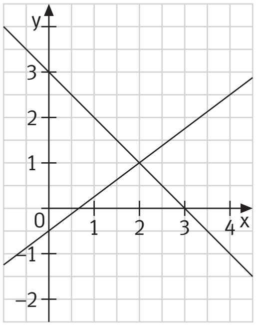
b) I $22x = -5y + 3{,}5$
II $-1 = 48x + 10y$

**5** a) Ordne zu. Welches Gleichungssystem gehört zur grafischen Darstellung?
b) Lies die Lösung ab und führe die Probe durch.
c) Löse das andere Gleichungssystem ebenfalls grafisch und führe die Probe durch.



① I $y = -x + 3$
II $y = x - 1$

② I $y = x - 3$
II $y = 1 - x$



① I $2x + 2y = 6$
II $3x - 4y = 2$

② I $2y = 2x - 1$
II $4y + 3x = 12$

**1** Notiere eine Funktionsgleichung, deren Graph im Vergleich zum Graphen von $f(x) = y = 2x + 3$
- a) parallel verläuft.
- b) stärker steigt.
- c) schwächer steigt.
- d) den gleichen y-Achsenabschnitt hat.

**2** Begründe mithilfe der Funktionsgleichungen, ob die Geraden sich schneiden oder parallel verlaufen. Überprüfe zeichnerisch. Bestimme die Schnittpunkte, falls vorhanden, auch rechnerisch.

a) $f_1(x) = 2x$ und $f_2(x) = 2x + 2$
b) $f_1(x) = 3x$ und $f_2(x) = x + 3$
c) $f_1(x) = x + 0{,}5$ und $f_2(x) = 0{,}5x + 1$
d) $f_1(x) = 1{,}5x + 2$ und $f_2(x) = 1{,}5x - 2$

**3** Lea und Steffi planen einen Urlaub nach Paris. Sie vergleichen die Kosten für eine Ferienwohnung und ein Doppelzimmer.

| | Kosten Pro Tag | Kosten Endreinigung |
|---|---|---|
| Ferienwohnung | 40,00 € | 100,00 € |
| Doppelzimmer | 60,00 € | 0,00 € |

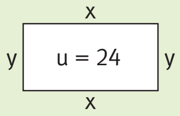
- a) Sie können entweder 3 oder 8 Tage bleiben. Ermittle mithilfe einer Funktionsgleichung die jeweiligen Kosten für die Ferienwohnung und das Doppelzimmer.
- b) Stelle die Funktionen grafisch dar.
- c) Ermittle, bei welcher Anzahl der Urlaubstage die Kosten gleich sind und bestätige dein Ergebnis rechnerisch.

**4** Vervollständige die Lücken so, dass die Zahlenpaare die lineare Gleichung $3y + 4{,}5x = 6$ lösen.

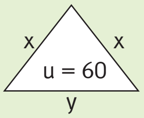
a) (1|■) b) (■|–13) c) (■|–5,5) d) (–3|■)

**5** Stelle eine Gleichung auf und gib zwei Lösungen an (Angaben in cm).

a)

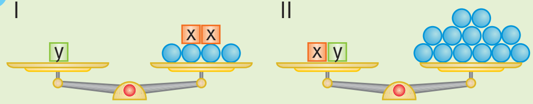


b)

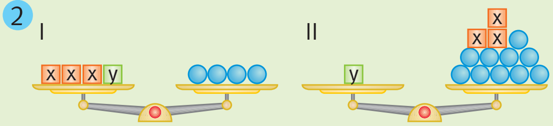


**6**

①



②



- a) Wie lauten die dazugehörigen Gleichungssysteme?
- b) Löse grafisch und rechnerisch mit dem Gleichsetzungsverfahren.

**7**

- a) Stelle ein Gleichungssystem auf.
- b) Bestimme den Eintrittspreis für Erwachsene und Jugendliche.

**8** Für eine 18 km lange Fahrt mit dem Taxi bezahlt Frau Vettori einschließlich der Grundgebühr 30,30 €. Herr Kick bezahlt nach einer 15 km langen Fahrt 25,80 €. Wie hoch sind die Grundgebühr und die Kosten für einen gefahrenen Kilometer?

a) Ergänze die Tabelle und erkläre, wie das Gleichungssystem entsteht.

| | Preis für km | Grundgebühr | Gesamtpreis |
|---|---|---|---|
| I Frau Vettori | 18x | y | ■ |
| II Herr Kick | ■ | ■ | ■ |

b) Löse das Gleichungssystem und beantworte die Rechenfrage.

**9** Die Gerade $g_1$ hat die Funktionsgleichung $f_1(x) = \frac{1}{2}x$. Die Gerade $g_2$ ist die Parallele zu $g_1$ durch den Punkt P (0|5). Die Gerade $g_3$ ist durch die Punkte $Q_1$ (2|1) und $Q_2$ (3,5|–2) bestimmt. Sie verläuft senkrecht zu den Geraden $g_1$ und $g_2$.

a) Zeichne die drei Geraden in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm.

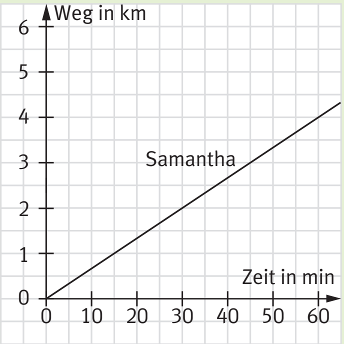
b) Stelle die Funktionsgleichungen zu den Geraden $g_2$ und $g_3$ auf.

c) Die Gerade $g_4$ verläuft parallel zu $g_3$ durch den Punkt R (0|1). Gib ihre Funktionsgleichung an.

d) Notiere zwei weitere Funktionsgleichungen, deren Gerade jeweils parallel zu $g_3$ verläuft.

**10** Samantha und Roman wohnen im gleichen Haus und laufen täglich 30 Minuten zur Schule.

a) Entnimm dem Graphen die Länge des Schulwegs.



Roman hat verschlafen und kommt 20 Minuten später mit dem Rad nach. Die beiden kommen zur gleichen Zeit in der Schule an.

b) Übertrage den Graphen und ergänze im Koordinatensystem Romans Wegs mit dem Fahrrad.

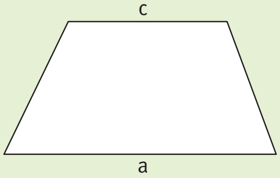
c) Mit welchen Geschwindigkeiten in $\frac{km}{h}$ legen Samantha zu Fuß und Roman mit dem Fahrrad den Schulweg zurück?

d) Erkläre die Bedeutung der Nullstellen.

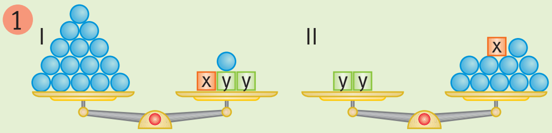
e) Lies den Schnittpunkt ab und erkläre auch dessen Bedeutung.

f) Stelle zu Samanthas und Romans Bewegung jeweils eine Funktionsgleichung auf und bestätige dein Ergebnis rechnerisch.

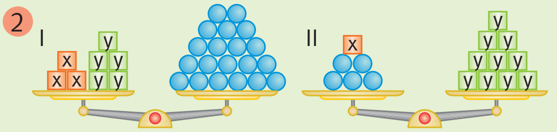
**11** Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 25,2 $cm^2$, die Höhe misst 4,2 cm. Wie lang sind die Grundlinien a und c? Finde verschiedene Möglichkeiten.



**12** ①



②



a) Wie lauten die dazugehörigen Gleichungssysteme?

b) Löse grafisch und rechnerisch.

**13** Vervollständige so, dass …

a) die Lösungsmenge leer ist.

① I $y = 5x + 7$ ② I $y = 3x - 2$
II $y = 5x +$ ■ II $y =$ ■ $x - 4$

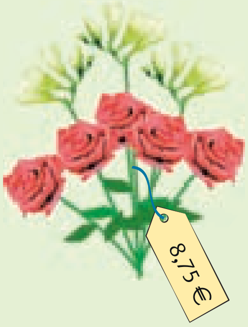
b) es unendlich viele Lösungen gibt.

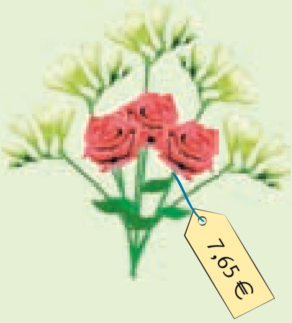
① I $y = -3x + 2$ ② I $y = x - 5$
II $y = -3x +$ ■ II $y =$ ■ $x - 5$

c) die Lösungsmenge aus genau einem Zahlenpaar besteht.

① I $y = \frac{1}{5}x - 4$ ② I $y = 2x - 1$
II $y =$ ■ $x - 4$ II $y =$ ■ $x - 5$

**14** Romeo und Leonardo kaufen für Leonies Geburtstag beim gleichen Blumenhändler einen Strauß aus Rosen und Iris. Stelle ein Gleichungssystem auf und löse.

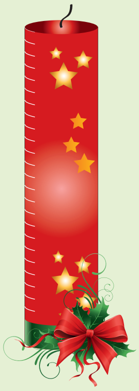




**15** Eine Gerade geht durch die Punkte A und B. Stelle eine Funktionsgleichung auf und prüfe, ob der Punkt C auf dem Graphen liegt.

a) A (2|2), B (5|11), C (–1|–7)
b) A (0|3), B (4|17), C (12|45)
c) A (–3|14), B (2|9), C (4|6)

**16** Die Firma Weihnachtsglück bietet 26 cm hohe Adventskerzen an, auf der die Zahlen 1 bis 24 aufgeprägt sind. Bei einer täglichen Brenndauer von zwei Stunden ist die Kerze am 24. 12. abends bis auf 2 cm abgebrannt.



a) Stelle das Abbrennen der Kerze mit der Funktion Brenndauer in h → Restlänge der Kerze in cm grafisch dar.
b) Gib die Funktionsgleichung an.
c) Familie Hektisch lässt die ersten 12 Dezembertage die Kerze täglich nur eine Stunde brennen. Wie viele Stunden muss die Kerze an den restlichen Tagen jeweils brennen, damit sie am 24. 12. abends bis auf 2 cm abgebrannt ist? Ergänze die beiden Graphen.
d) Gib für die zwei Teilstücke ebenfalls die Funktionsgleichung an.

**17** Mia behauptet, dass beide Gleichungssysteme gut mit dem Einsetzungsverfahren zu lösen sind. Stimmt das? Begründe und löse.

a) I $2x + 5y = 4$
II $y = 2x + 8$

b) I $6x + 8y = 8$
II $-12 - 4x = 4y$

**18** Hier stimmt etwas nicht. Korrigiere und vervollständige die Lösung.

I $4y + 11x + 45 = 0 \quad | -4y$
II $-10x - 4y - 46 = 0$

---

I $11x + 45 = -4y$
II $-10x - 4y - 46 = 0$

---

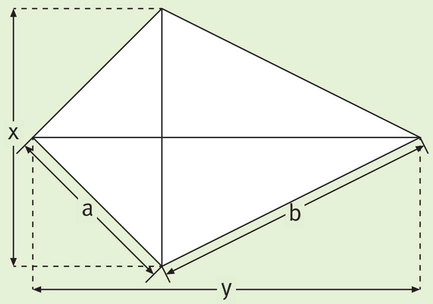
*I einsetzen in II:*
$-10x - (11x + 45) - 46 = 0$
$-10x - 11x - 45 - 46 = 0$
…

**19** Maltes kleiner Bruder zählt auf einem Autobahnrastplatz PKW mit 4 Rädern und LKW mit 10 Rädern, insgesamt 60 Fahrzeuge mit 414 Rädern. Nach einiger Zeit zählt er wieder und stellt fest: 428 Räder und 63 Autos. Nach kurzem Überlegen sagt Malte: „Da hast du dich aber ganz schön verzählt.“

**20** 12 Laugenstangen und 18 Brezeln kosten 27,90 €. 24 Laugenstangen und 36 Brezeln kosten 55,80 €.
Begründe, wieso man mit diesen Angaben den Preis für eine Laugenstange und eine Brezel nicht eindeutig berechnen kann.

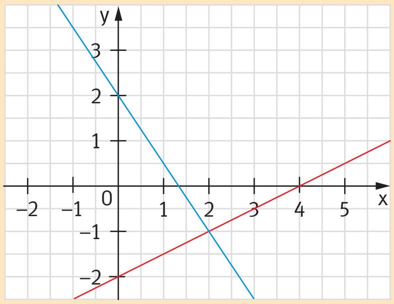
**21** Berechne das Alter von Tom und seiner Mutter.

**22**

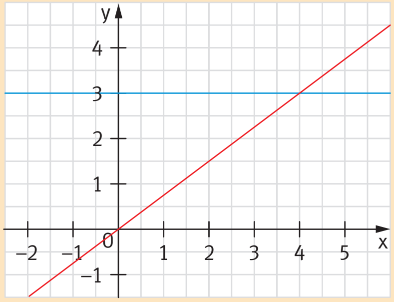


a) Tim baut einen Drachen. Aus einer 160 cm langen dünnen Leiste stellt er das Diagonalkreuz her. In der Anleitung liest er, dass die Diagonallänge y das 1,5-Fache der Diagonallänge x sein muss. Welche Längen muss Tim wählen, wenn er die Leiste ganz verbrauchen will?
b) Die längeren Seiten eines Drachens sind um 26,3 cm länger als die kürzeren. Der Umfang beträgt 233,8 cm. Berechne die Länge der Seiten.

①



②



**1** a) Stelle jeweils die zwei Funktionsgleichungen auf.
b) Lies den Schnittpunkt ab und überprüfe durch Einsetzen.

**2** Löse die Gleichungssysteme grafisch.
a) I $y - 2x = 0$
II $-2y = -2x - 2$
b) I $y - 2 = 3x$
II $1{,}5x + \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}y$
c) I $4y - 8x = 4$
II $2x = 4 + y$
d) I $2x + y - 3 = 0$
II $2y = 6 - 4x$

**3** Löse die Gleichungssysteme mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens.
a) I $y = -x - 10$
II $y = -2x - 6$
b) I $x = -y - 2$
II $x = -2y + 4$
c) I $2y + 80 = -5x$
II $-y = 85 + 5x$
d) I $6y + 3x = 0$
II $-4y - 12x = 0$

**4** In einem Gasthof gibt es Zwei- und Dreibettzimmer. Insgesamt hat der Gasthof 10 Zimmer mit 24 Betten. Wie viele Zweibett- und Dreibettzimmer gibt es?
a) Stelle ein Gleichungssystem auf.
b) Löse das Gleichungssystem grafisch.
c) Bestätige dein Ergebnis rechnerisch.

**5** Sandro und Jenny kaufen in der Schulmensa für sich und ihre Freunde ein. Sandro kauft sechs belegte Brötchen und vier Trinkpäckchen und bezahlt 8,10 €. Jenny kauft fünf belegte Brötchen und drei Trinkpäckchen und bezahlt 6,55 €. Berechne, wie viel Euro Sandro und Jenny von ihren Freunden jeweils für ein belegtes Brötchen und ein Trinkpäckchen kassieren müssen.

Er

**6** Stelle Funktionsgleichungen auf.
a) $m = 2$ P (2|3)
b) $m = -\frac{1}{2}$ Q (–1|–2)
c) A (–2|0) B (0|2)
d) C (–1|–2) D (2|1)
e) $n = 2$ R (–3|1)
f) $n = -3{,}5$ S (–2,5|1,5)

**7** Löse die Gleichungssysteme mithilfe des Einsetzungsverfahrens.
a) I $y = 2x - 3$
II $y - 3x = -8$
b) I $0 = 3y + 14 - x$
II $x = 5y + 22$
c) I $3x - 5y = 14$
II $x + y - 10 = 0$
d) I $4 = 4x - 2y$
II $4x - y + 12 = 0$

**8** Laurenz ist in den Ferien auf einem Bauernhof. Dort zählt er die Hühner und Kühe und sagt zu seinem Vater: „Zusammen sind es 23 Tiere. Insgesamt haben sie 62 Beine. Wie viele Hühner und Kühe sind auf dem Hof?“

# FORMEL 9

## Mathematik

Herausgegeben von Katrin Haugk und Martina Liebchen

Bearbeitet von Grit Ehlert, Carola Hoppe, Kerstin Landsberg, Martina Liebchen,
Gretel Ost und Elke Skrip unter Mitarbeit der Verlagsredaktion

Bitte beachten: An keiner Stelle im Schülerbuch dürfen Eintragungen vorgenommen werden.
Das gilt besonders für die Lösungswörter und die Leerstellen in Aufgaben und Tabellen.

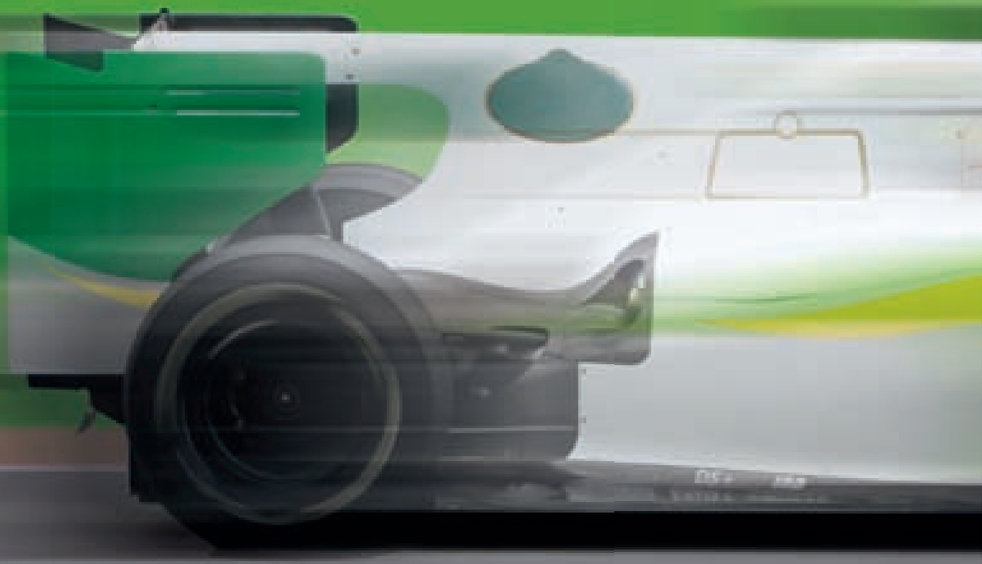
Dieses Werk folgt der reformierten Rechtschreibung und Zeichensetzung. Ausnahmen bilden Texte, bei denen künstlerische und lizenzrechtliche Gründe einer Änderung entgegenstehen.

Teildruck
1. Auflage, 1. Druck 2018
Alle Drucke dieser Auflage sind, weil untereinander unverändert, nebeneinander benutzbar.

www.ccbuchner.de

Redaktion: Sonja Krause
Grafische Gestaltung: ARTBOX Grafik und Satz GmbH, Bremen
Illustrationen: Nils Sprenger, sprengpunkt.de, Bremen

ISBN der vollständigen Ausgabe 978-3-661-**60039**-0



C.C.BUCHNER T60039