5 Prüfungen am Ende der Jahrgangsstufe 10

Einstieg

Am Ende der Jahrgangsstufe 10 wird eine Prüfung geschrieben.
Dieses Kapitel soll dich auf die Aufgaben und Aufgabentypen der Prüfung nochmals vorbereiten.

KX

- Im Abschnitt „Aufgaben zum Üben“ werden Aufgaben aus verschiedenen Bereichen wiederholt. Aufgaben, die in einer früheren Prüfung gestellt wurden, erkennst du an diesem Zeichen:
  Prüfung ✓

KX

- Im Abschnitt „Prüfungsaufgaben“ sind sogenannte „Basisaufgaben“, die hilfsmittelfrei lösbar sind, und eine Prüfung von 2016 abgebildet.

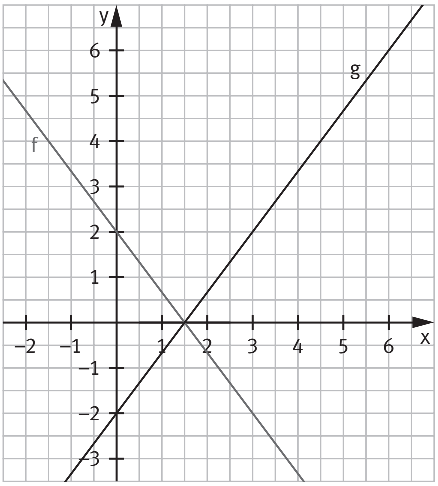
Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

Funktionen

KX **1** **a)** Die Funktion $f(x) = -\frac{4}{3}x + 2$ ist streng monoton fallend.

b) 1



$y = \frac{4}{3}x - 2$

2 Der Schnittpunkt mit der y-Achse bleibt bei einer Spiegelung an dieser konstant und somit n unverändert. Das Vorzeichen der Steigung m wird umgedreht.

$y = \frac{4}{3}x + 2$

c) 1 Die Parabel geht durch die Punkte $P_1 = (1{,}5 \mid 0)$ und $P_2 = (0 \mid 2)$. Da der Ort des Scheitels durch P_1 festgelegt ist, ergibt sich mit der Scheitelform $p(x) = a \cdot (x - 1{,}5)^2 + 0 = a \cdot (x - 1{,}5)^2$. Wir können nun den Punkt P_2 einsetzen und nach a auflösen:

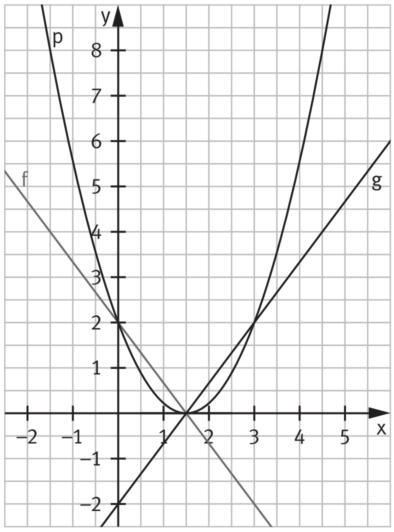
$2 = a \cdot (0 - 1{,}5)^2 \Leftrightarrow 2 = a \cdot 2{,}25 \Leftrightarrow a = \frac{8}{9}$

Daraus folgt: $p(x) = \frac{8}{9} \cdot (x - 1{,}5)^2 =$

$\frac{8}{9} \cdot (x^2 - 3x + 2{,}25) = \frac{8}{9}x^2 - \frac{8}{3}x + 2$

Also: $a = \frac{8}{9}$, $b = -\frac{8}{3}$, $c = 2$

2



KX **2** **a)** Wir setzen die x-Koordinate des Punkts S in g (x) und p (x) ein:

$\left.\begin{array}{l} g(3) = -2 \cdot 3 - 3 = -9 \\ p(3) = -3^2 = -9 \end{array}\right\} \Rightarrow$ S ist also ein Schnittpunkt von g und p.

b) Mögliche Lösungen:

$f(x) = x + 1$; $f(x) = -x + 2$

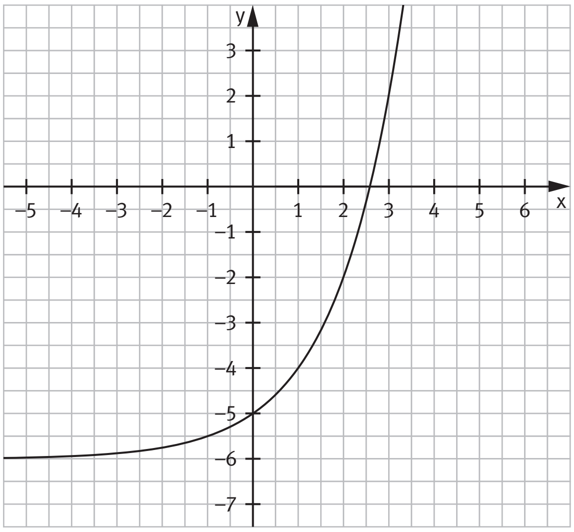
KX **3** **a)** Es könnte sich z. B. um eine Parabel handeln.

b) Die allgemeine Funktionsgleichung einer Parabel ist $p(x) = ax^2 + bx + c$. Aufgrund der Variablen a, b und c benötigt man auch drei Punkte auf dem Graphen. Ist ein Punkt $P(x_P \mid y_P)$ aber der Scheitelpunkt der Parabel, kann der Faktor a der Scheitelform $p(x) = a \cdot (x - x_P)^2 + y_P$ mit einem weiteren Punkt bestimmt werden. Man benötigt in diesem Fall also lediglich 2 Punkte.

KX **4** **a)** $\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{W} =]-6; +\infty[$; h: $y = -6$

b)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3
f (x)	–5,94	–5,88	–5,75	–5,5	–5	–4	–2	2



K6 **5** Pauls Aussage ist falsch, da $-(f(x) + 2) \neq -f(x) + 2$.

KX **6** **a)** Tom hat bei einer Höhe von 2400 Metern das Flugzeug verlassen und ist nach 260 Sekunden am Boden gelandet.

b) Nur Gleichung Nummer 3 ist möglich, da diese Parabel nach unten geöffnet ist und die y-Achse bei einem positiven Wert schneidet.

c) Innerhalb von 100 Sekunden legt Tom einen Weg von 1200 m – 700 m = 500 m zurückgelegt.

$v = \frac{500\,m}{100\,s} = 5\,\frac{m}{s} = 0{,}005\,\frac{km}{s} = 0{,}005 \cdot 3600\,\frac{km}{h} = 18\,\frac{km}{h}$

d) Tom legt in 100 Sekunden einen Weg von 500 m zurück. Die Steigung beträgt mit Beachtung der Vorzeichen $m = \frac{-500}{100} = -5$. Ein Punkt auf der Geraden ist z. B. der Zeitpunkt als Tom den Fallschirm öffnet $P\,(20\,|\,1200)$. Einsetzen von P liefert: $y = -5 \cdot (x - 20) + 1200 = -5x + 1300$

K3 **7** Lösungsmöglichkeiten:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$ **b)** $f(x) = -x$

K5 **8** **a)** $0 = -2x + 3 \Leftrightarrow x = 1{,}5$

b) Lösungsmöglichkeit: $h(x) = \frac{1}{2}x + 3$ (allgemein: $h(x) = \frac{1}{2}x + n$ mit $n \in \mathbb{R}$)

KX **9** **a)**

Anzahl der Schwingungen	0	1	2	3
Maximal erreichte Höhe in m	2,00	1,8	1,62	1,46

b) $f(x) = 2 \cdot 0{,}9^x$

c) $2 \cdot 0{,}9^x = 0{,}25$

$0{,}9^x = 0{,}125$

$x = \log_{0,9}(0{,}125) \approx 19{,}74$

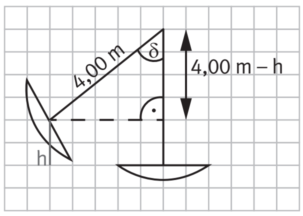
Nach 20 Schwinungen beträgt die maximal erreichte Höhe erstmals weniger als 0,25 m.

Die Höhe h nach der vierten Schwingung beträgt:

$h = 2 \cdot 0{,}9^4 = 1{,}3122$

Es gilt nach:

$\cos\delta = \frac{4 - h}{4} = \frac{4 - 1{,}3122}{4} = \frac{2{,}6878}{4} \Rightarrow \delta \approx 47{,}78°$



K6 **10** Die Sinusfunktion wurde um den Faktor 3 gestreckt und danach um –1 in x-Richtung und –2 in y-Richtung verschoben.

K6 **11** Die Funktionswerte nähern sich bei großen Argumenten der Geraden $y = -2$: $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = -2$

KX **12** **a)** $f(x) = 120 \cdot 1{,}35^x$

b) $f(3) = 120 \cdot 1{,}35^3 \approx 295$

c) $120 \cdot 1{,}35^x = 500$

$1{,}35^x = \frac{25}{6}$

$x = \log_{1{,}35}\left(\frac{25}{6}\right) \approx 4{,}8$

Am 5. Versuchstag ist die Anzahl der Wasserflöhe erstmals größer als 500.

d) $120 \cdot b^7 = 838$

$b \approx 1{,}32$

Das Wachstum betrugt 32 % pro Tag. Estelles Annahme ist nahe an der Realität.

Gleichungen und lineare Gleichungssysteme

K5 **1** **a)** $a^3b^{-5} = \frac{a^3}{b^5}$ **b)** $\frac{5}{2}$ **c)** $x - 5$

K6 **2** Der Lösungsweg ist falsch bzw. unvollständig.
Die richtige Lösung ist: $\mathbb{L} = \{-2; 0; 2\}$.
Der Fall $a = 0$ muss zunächst gesondert behandelt werden.

K6/1 **3** **a)** Zur Lösung kann man ...
- ein Gleichungssystem aufstellen, z. B.: $z + s = 6$ und $4z + 2s = 20$.
- systematisch Probieren, z. B.:

Anzahl Zebras	Anzahl Strauße	Köpfe = Anzahl der Tiere	Beine	Vergleich
2	4	6	16	
3	3	6	18	
4	2	6	20	richtige Lösung
5	1	6	22	

b) Mögliche Begründungen:
- Lineare Gleichungssysteme haben keine Lösung, eine Lösung oder unendlich viele Lösungen. Letzteres tritt nur dann auf, wenn die Gleichungen äquivalent sind, was offensichtlich nicht der Fall ist.
- Die Summe der Anzahl der Tiere ist 6. Da nur natürliche Zahlen als Lösung vorkommen, genügt es, die Paare (1 | 5), (2 | 4), (3 | 3), (4 | 2) und (5 | 1) zu untersuchen. Dabei stellt man fest, dass nur das Wertepaar (4 | 2) (entspricht: 4 Zebras, 2 Strauße) die im Text gegebene Bedingung erfüllt.
- Die obigen Gleichungen können als lineare Funktionen aufgefasst werden, deren Graphen sich in höchstens einem Punkt schneiden (sofern die Funktionsgleichungen nicht äquivalent sind, was offensichtlich nicht der Fall ist).

KX **4** Länge der rosa Kerze nach x Stunden: $12\,\text{cm} - x \cdot 1{,}5\,\text{cm}$
Länge der grünen Kerze nach x Stunden: $18\,\text{cm} - x \cdot 2{,}5\,\text{cm}$

a) $12\,\text{cm} - x \cdot 1{,}5\,\text{cm} = 18\,\text{cm} - x \cdot 2{,}5\,\text{cm} \quad | - 12\,\text{cm} + x \cdot 2{,}5\,\text{cm}$
$x \cdot 1\,\text{cm} = 6\,\text{cm} \quad | : (1\,\text{cm})$
$x = 6$
Nach sechs Stunden sind beide Kerzen gleich lang.

b) $18\,\text{cm} - x \cdot 2{,}5\,\text{cm} = 12\,\text{cm} - x \cdot 1{,}5\,\text{cm} + 2\,\text{cm} \quad | - 18\,\text{cm} + x \cdot 1{,}5\,\text{cm}$
$-x \cdot 1\,\text{cm} = -4\,\text{cm} \quad | : (-1\,\text{cm})$
$x = 4$
Nach vier Stunden ist die grüne Kerze um 2 cm länger als die rosa Kerze.

c) $12\,\text{cm} - x \cdot 1{,}5\,\text{cm} = 18\,\text{cm} - x \cdot 2{,}5\,\text{cm} + 1\,\text{cm} \quad | - 12\,\text{cm} + x \cdot 2{,}5\,\text{cm}$
$x \cdot 1\,\text{cm} = 7\,\text{cm} \quad | : (1\,\text{cm})$
$x = 7$
Nach sieben Stunden ist die rosa Kerze um 1 cm länger als die grüne Kerze.

KX **5** Britta ist b Jahre, Martin m Jahre und Tina t Jahre alt.
1 $b + m + t = 50$ 2 $m + t = b + 20$ 3 $b + t = m + 14$
1 – 2 $b = 50 - (b + 20) = 50 - b - 20 = 30 - b$; $| + b$ $2b = 30$; $| : 2$ $b = 15$
1 – 3 $m = 50 - (m + 14) = 36 - m$; $| + m$ $2m = 36$; $| : 2$ $m = 18$
$b = 15$ und $m = 18$ in 1
$15 + 18 + t = 50$; $33 + t = 50$; $| - 33$ $t = 17$
Wegen $b < 16$, $m \geq 16$ und $t \geq 16$ darf nur Britta nicht in die Disko.

KX **6** (1) $K_1 \cdot 0{,}04 + K_2 \cdot 0{,}05 = 72\,€$ | $\cdot 500$
(2) $K_1 \cdot 0{,}05 + K_2 \cdot 0{,}04 = 63\,€$ | $\cdot (-400)$
(1') $20K_1 + 25K_2 = 36\,000\,€$
(2') $-20K_1 - 16K_2 = -25\,200\,€$
(1') + (2') $9K_2 = 10\,800\,€$ | $: 9$
$K_2 = 1200\,€$ in (1')
$20K_1 + 25 \cdot 1200\,€ = 36\,000\,€$;
$20K_1 + 30\,000\,€ = 36\,000\,€$ | $- 30\,000\,€$
$20K_1 = 6000\,€$ | $: 20$
$K_1 = 300\,€$
Frau Will legt die Geldbeträge 300 € und 1200 € an.

KX **7** s: $y = x + t$
Es ist $0 = 2 + t$ | $- t$
$-t = 2$ | $\cdot (-1)$
$t = -2$
s: $y = x - 2$; $\mathbb{D}_s = \{x \,|\, 2 \le x \le 6\}$
s*: $y = -x + 2$; $\mathbb{D}_{s*} = \{x \,|\, 0 \le x \le 2\}$
s**: $y = x + 2$; $\mathbb{D}_{s**} = \{x \,|\, 0 \le x \le 3{,}5\}$

KX **8** In der Dose waren anfangs x rote, y gelbe und z weiße Gummibärchen.
(1) $x + y + z = 60$
Ersetzt man alle roten Gummibärchen durch gelbe, so gilt
(2) $x + y = 2z$ in (1)
Ersetzt man alle weißen Gummibärchen durch gelbe, so gilt
(3) $y + z = 3x$
$2z + z = 60$
$3z = 60$ | $: 3$
$z = 20$ in (3) und in (1)
$y + 20 = 3x$ | $- 20$
(4) $y = 3x - 20$ in (1)
$x + (3x - 20) + 20 = 60$
$4x = 60$ | $: 4$
$x = 15$ in (4) $y = 45 - 20 \Rightarrow y = 25$
In der Dose waren anfangs 15 rote, 25 gelbe und 20 weiße Gummibärchen; also war anfangs $\left(\frac{15}{60} =\right)$ ein Viertel aller Gummibärchen rot.
Probe: $15 + 25 + 20 = 60$ ✓
Ersetzt man alle roten Gummibärchen durch gelbe, dann sind insgesamt $(15 + 25 =)$ 40 gelbe Gummibärchen in der Dose, und $40 = 2 \cdot 20$. ✓
Ersetzt man stattdessen alle weißen Gummibärchen durch gelbe, dann sind insgesamt $(25 + 20 =)$ 45 gelbe Gummibärchen in der Dose, und $45 = 3 \cdot 15$. ✓

KX **9** **a)** Durch Überlegen findet man, dass eine Tafel Marzipanschokolade 0,90 €, eine Tafel Nougatschokolade 1,05 € und eine Tafel Vollmilchschokolade 0,50 € kostet.

b) Preis einer Tafel Marzipanschokolade: x €
Preis einer Tafel Nougatschokolade: y €
Preis einer Tafel Vollmilchschokolade: z €

1 $3x + 2y = 4{,}80$
2 $10x + 4y = 13{,}20 \quad | : (-2)$
3 $x + y + 2z = 2{,}95$
2' $-5x - 2y = -6{,}60$
1 + 2' $-2x = -1{,}80 \quad | : (-2)$
x = 0,90 eingesetzt in 1:
$2{,}70 + 2y = 4{,}80 \quad | -2{,}70$
$2y = 2{,}10 \quad | : 2$
$y = 1{,}05$
x = 0,90 und y = 1,05 eingesetzt in 3:
$0{,}90 + 1{,}05 + 2z = 2{,}95$
$1{,}95 + 2z = 2{,}95 \quad | -1{,}95$
$2z = 1{,}00 \quad | : 2$
$z = 0{,}50$
Eine Tafel Marzipanschokolade kostet 0,90 €, eine Tafel Nougatschokolade 1,05 € und eine Tafel Vollmilchschokolade 0,50 €.

KX **10** **a)** Länge jeder der Katheten der gleichschenkligen Dreiecke: $x \leq 10\,\text{cm}$
$A_R = 30\,\text{cm} \cdot 20\,\text{cm} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} = 600\,\text{cm}^2 - 2x^2$
$600\,\text{cm}^2 - 2x^2 = 0{,}88 \cdot 600\,\text{cm}^2$;
$600\,\text{cm}^2 - 2x^2 = 528\,\text{cm}^2 \quad | -600\,\text{cm}^2$
$-2x^2 = -72\,\text{cm}^2 \quad | : (-2)$
$x^2 = 36\,\text{cm}^2$
$x = 6\,\text{cm}$.
Die Seiten jedes der vier gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecke sind 6 cm, 6 cm bzw. $6\sqrt{2}\,\text{cm}$ (≈ 8,5 cm) lang.
$u_{GELB} = 2 \cdot (30\,\text{cm} + 20\,\text{cm}) = 100\,\text{cm}$
$u_R = 2 \cdot (30\,\text{cm} - 12\,\text{cm}) + 2 \cdot (20\,\text{cm} - 12\,\text{cm}) + 4 \cdot 6\sqrt{2}\,\text{cm}$
$= 36\,\text{cm} + 16\,\text{cm} + 24\sqrt{2}\,\text{cm} = 52\,\text{cm} + 24\sqrt{2}\,\text{cm} \approx 86\,\text{cm}$
u_R ist um etwa 14 cm, also um etwa $\left(\frac{14}{100} =\right)$ 14 % kleiner als u_{GELB}.

b) $A_{R\,min} = 30\,\text{cm} \cdot 20\,\text{cm} - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10\,\text{cm} \cdot 10\,\text{cm} = 600\,\text{cm}^2 - 200\,\text{cm}^2 = 400\,\text{cm}^2$
R nimmt mindestens $\left(\frac{14}{100} =\right)\frac{2}{3} \approx 67\,\%$ der Fläche des Rechtecks GELB ein.

KX **11** $1{,}1 = 1{,}5 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{5730\,a}}; \; | : 1{,}5$
$0{,}5^{\frac{x}{5730a}} = \frac{1{,}1}{1{,}5}$
$\frac{x}{5730a} \log 0{,}5 = \log \frac{1{,}1}{1{,}5}$
$x \approx 2564\,a$
Die Knochen waren etwa 2600 Jahre alt.

KX **12** Anzahl der (ursprünglich) angemeldeten Personen: $x \in \mathbb{N} \setminus \{1; 2; 3; 4; 5\}$

Fahrpreis pro Person: $\frac{450\,€}{x}$

Anzahl der Mitfahrer: $x - 5$

Fahrpreis pro Mitfahrer: $\frac{450\,€}{x-5}$

$\frac{450\,€}{x-5} = \frac{450\,€}{x} + 1\,€ \qquad |:€$

$\frac{450}{x-5} = \frac{450}{x} + 1 \qquad |\cdot (x-5)\cdot x$

$450x = 450 \cdot (x-5) + x \cdot (x-5)$

$450x = 450x - 2250 + x^2 - 5x \qquad |-450x + 2250 - x^2 + 5x$

So erhält man:

$-x^2 + 5x + 2250 = 0 \quad |\cdot(-1)$

$x^2 - 5x - 2250 = 0$

$(x-50)(x+45) = 0$

$x_1 = 50 \qquad x_2 = -45 \notin \mathbb{G}$

Es hatten sich zunächst 50 Personen angemeldet. Der Fahrpreis pro Person war somit zunächst (450 € : 50 =) 9 €. Da aber nur (50 – 5 =) 45 Personen mitfuhren, betrug der Fahrpreis pro Person (450 € : 45 =) 10 €.

Der Fahrpreis verteuerte sich somit für jede Person um $\left(\frac{1\,€}{9\,€} = \frac{1}{9} \approx\right) 11\,\%$.

KX **13 A a)** Die größere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die kleinere x – 8.

$x + x - 8 = 52 \quad |+8$

$2x = 60 \quad |:2$

$x = 30$

Die natürlichen Zahlen sind 30 und 22, ihr Produkt hat den Wert 660.

b) Die größere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die kleinere y.

1 $x + y = 52$

2 $y = x - 8$

Setzt man 2 in 1 ein, so erhält man die Gleichung von Teilaufgabe a).

Die natürlichen Zahlen sind 30 und 22, ihr Produkt hat den Wert 660.

B a) Die kleinere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die größere 7x.

$x + 7x = 128;$

$8x = 128 \quad |:8$

$x = 16$

Die natürlichen Zahlen sind 16 und (7 · 16 =) 112.

b) Die kleinere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die größere y.

1 $x + y = 128$

2 $y = 7x$

Setzt man 2 in 1 ein, so erhält man die Gleichung aus Teilaufgabe a).

Die natürlichen Zahlen sind 16 und 112.

C a) Die kleinere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die größere x + 9.

$x + x + 9 = 151 \quad |-9$

$2x = 142 \quad |:2$

$x = 71$

Die natürlichen Zahlen sind 71 und (71 + 9 =) 80.

b) Die kleinere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die größere y.

1 $x + y = 151$

2 $y = x + 9$

Setzt man 2 in 1 ein, so erhält man die Gleichung aus Teilaufgabe a).

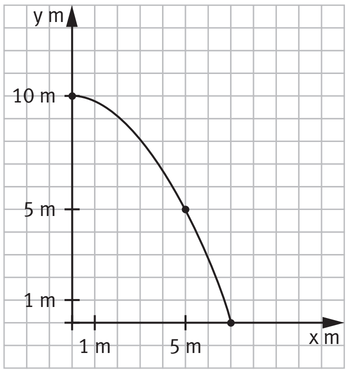
Die natürlichen Zahlen sind 71 und 80.

D **a)** Die kleinere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die größere 5x.
$5x - x = 888;$
$4x = 888 \quad | : 4$
$x = 222$
Die natürlichen Zahlen sind 222 und $(5 \cdot 222 =)$ 1110.

b) Die kleinere der beiden natürlichen Zahlen ist x, die größere y.
1 $y - x = 888$
2 $y = 5x$
Setzt man 2 in 1 ein, so erhält man die Gleichung aus Teilaufgabe a).
Die natürlichen Zahlen sind 222 und 1110.

KX **14** **a)** Das Kapital wächst auf $(5000\,€ \cdot 1{,}045^5 \approx)$ 6230,91 € an.
b) $10\,000\,€ = 5000\,€ \cdot 1{,}045^n \quad | : (5000\,€)$
$1{,}045^n = 2 \;\Rightarrow\; n = \frac{\lg 2}{\lg 1{,}045} = 15{,}74\,...$
Nach etwa 16 Jahren hat sich das Kapital verdoppelt.
c) $5000\,€ \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{10} = 10\,000\,€ \quad | : (5000\,€)$
$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{10} = 2 \;\Leftrightarrow\; 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[10]{2} \;\Leftrightarrow\; p = 100 \cdot \left(\sqrt[10]{2} - 1\right) \approx 7{,}18.$
Herr Stein hätte das Kapital zu etwa 7,18 % p. a. anlegen müssen.

KX **15** **a)** $f(x) = ax^2 + 10$
$f(5) = 5$, also $25a + 10 = 5 \,| - 10$
$25a = -5 \quad | : 25$
$\Rightarrow a = -0{,}2$ und damit $f(x) = -0{,}2x^2 + 10$
b) $f(x) = 0$
$-0{,}2x^2 + 10 = 0 \quad | - 10$
$-0{,}2x^2 = -10 \quad | : (-0{,}2)$
$x^2 = 50$
$x = 5\sqrt{2}$
Sophie ist in waagrechter Richtung etwa $\left(5\sqrt{2}\,\text{m} \approx\right)$ 7 m weit gesprungen.



KX **16** **a)** Bevölkerungszahl im Jahr 2020: $(22{,}5 \cdot 10^6) \cdot 1{,}025^{20} \approx 36{,}9$ Millionen
Verdopplung der Bevölkerungszahl: $1{,}025^x = 2$ und damit $x \approx 28{,}1$
Nach etwa 28 Jahren, also im Jahr 2028, hat sich die Bevölkerungszahl verdoppelt.
b) Bevölkerungszahl im Jahr 2020: $(22{,}5 \cdot 10^6) \cdot 0{,}9975^{20} \approx 21{,}4$ Millionen
Halbierung der Bevölkerungszahl: $0{,}9975^x = 0{,}5$ und damit $x \approx 277$
Nach etwa 277 Jahren, also im Jahr 2277, hat sich die Bevölkerungszahl halbiert.

Geometrie

K3 **1** $A_{ABC} = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin\alpha$ und $A_{ADE} = \frac{1}{2} e \cdot d \cdot \sin\alpha$ mit $b = \frac{1}{2} d$ und $A_{ADE} = 3A_{ABC}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} e \cdot d \cdot \sin\alpha = 3 \cdot \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin\alpha$

$e \cdot d = 3 \cdot b \cdot c$

$e \cdot d = 3 \cdot \frac{1}{2} d \cdot c$

$e = \frac{3}{2} c$

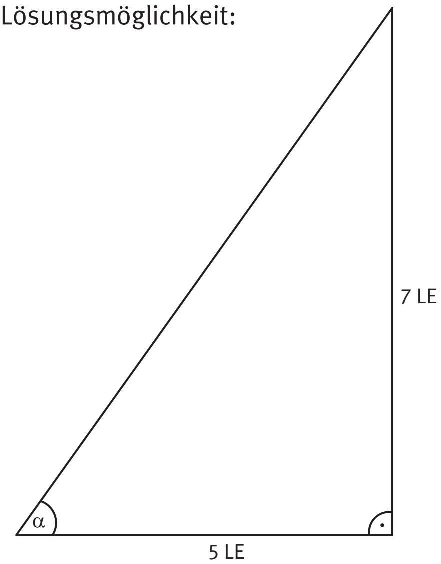
$c = \frac{2}{3} e$

$\Rightarrow$ B teilt $\overline{AD}$ im Verhältnis 2 : 1.

K3 **2** Die neue Kantenlänge muss kleiner sein. Damit entfallen die Antworten a, b und d.
Antwort c ist richtig, da $V_{neu} = 3b^3$ und $V_{alt} = a^3$.

$\Rightarrow a = \sqrt[3]{3} \cdot b$

K5 **3** Lösungsmöglichkeit:



K1 **4** $A = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}(d_1 + d_2)^2 - \frac{\pi}{4} d_1{}^2 - \frac{\pi}{4} d_2{}^2\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4}\left(d_1{}^2 + 2d_1d_2 + d_2{}^2 - d_1{}^2 - d_2{}^2\right) = \frac{\pi}{4} \cdot d_1 \cdot d_2$

K1 **5**
1. Das ist richtig (Dreiecksungleichung).
2. Die Aussage ist nur für den Fall wahr, dass c die Hypotenuse ist. Da jedoch keine besondere Zuordnung bekannt ist, muss die Aussage als „falsch" gewertet werden.
3. Das ist falsch. Der Sinuswert eines Winkels ist der Quotient aus Gegenkathete und Hypotenuse.
4. Das ist richtig. Die Aussage ergibt sich aus dem Satz des Thales.

K3 **6** **a)** $A_{Quadrat} = a^2$ und $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} a^2$

$\Rightarrow A_{Quadrat} : A_{Dreieck} = 2 : 1$

b) $V_{Zylinder} = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi}{4} a^3$

$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6} a^3$

$V_{Kegel} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi}{12} a^3$

$V_{Kugel} + V_{Kegel} = \frac{3\pi}{12} a^3 = \frac{\pi}{4} a^3$

Jana hat Recht, da das Volumen von Kugel und Kegel zusammen gleich dem Volumen des Zylinders ist.

KX **7** **a)** Antwort 2 ist richtig. Es lassen sich 8 verschiedene Dreiecke bilden.

b) $\delta = 180° - 123° - 36° = 21°$

c) $\overline{EA} = 4{,}1\,\text{cm} \cdot \sin(21°) \approx 1{,}47\,\text{cm}$ $\qquad \overline{EB} = \frac{\overline{EA}}{\tan(36°)} \approx 2{,}02\,\text{cm}$

$\overline{DE} = 4{,}1\,\text{cm} \cdot \cos(21°) \approx 3{,}83\,\text{cm}$ $\qquad \overline{DB} = \overline{DE} + \overline{EB} \approx 5{,}85\,\text{cm}$

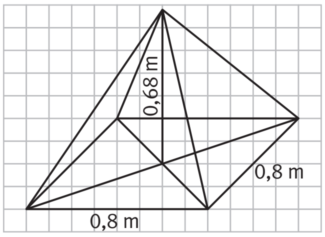
d) 1 Für die Berechnung des Flächeninhaltes benötigen wir 2 Seiten und den eingeschlossenen Winkel. Am sinnvollsten sind hier die Strecken $\overline{DA}$ und $\overline{DE}$ mit dem Winkel δ.

2 Berechnung von $\overline{DE}$: $\overline{DE} = 4{,}1\,\text{cm} \cdot \cos(21°) \approx 3{,}83\,\text{cm}$

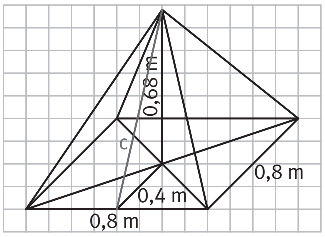
Berechnung von A: $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{DA} \cdot \sin(21°) \approx 2{,}81\,\text{cm}^2$

KX **8** **a)** Die Pyramide ist im Original 6,8 m hoch und hat eine Kantenlänge von 8 m.

b)



c)



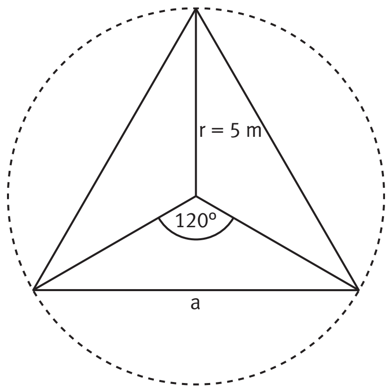
Man benötigt die Höhe der dreieckigen Seitenfläche.
Aus der Skizze ergibt sich mit dem Satz des Pythagoras:
$c = \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}68^2}\,\text{m} \approx 0{,}789\,\text{m}$.
Die Fläche der Seitenfläche beträgt $\frac{c \cdot 0{,}8\,\text{m}}{2} \approx 0{,}32\,\text{m}^2$

d) Er muss ungefähr eine Fläche von $2 \cdot 4 \cdot 0{,}32\,\text{m}^2 \approx 2{,}56\,\text{m}^2$ streichen. Er benötigt also etwa 256 ml Farbe. Die Dosengröße S ist also ausreichend.

K1/5 **9** **a)** Mit dem Kosinussatz ergibt sich:

$a^2 = (5\,\text{m})^2 + (5\,\text{m})^2 - 2 \cdot 25\,\text{m}^2 \cdot \cos 120° = 75\,\text{m}^2$

$a = \sqrt{75}\,\text{m} = 5 \cdot \sqrt{3}\,\text{m} \approx 8{,}66\,\text{m}$



b) $n = 500 \cdot \sqrt{3}\,\text{cm} : 2{,}125\,\text{cm} \approx 407{,}5$

Die Anzahl der Münzen in der untersten Reihe beträgt 407.

$\frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{407 \cdot (407+1)}{2} = 83\,028$

$83\,028 \cdot 0{,}05\,€ = 4151{,}40\,€$

Der Spendenbetrag beträgt gut 4000 €.

Berücksichtigt man, dass die Münzen in der untersten Reihe nicht auf der vollen Seitenlänge des Dreiecks ausgelegt werden können, so ergibt sich:

$\tan 30° = \frac{r_{\text{Münze}}}{x + r_{\text{Münze}}} \Rightarrow x = r_{\text{Münze}} \cdot (\sqrt{3} - 1)$, mit $r_{\text{Münze}} = 1{,}0625\,\text{cm}$:

$x \approx 0{,}78\,\text{cm} \Rightarrow 500 \cdot \sqrt{3}\,\text{cm} - 2x \approx 864{,}5\,\text{cm}$

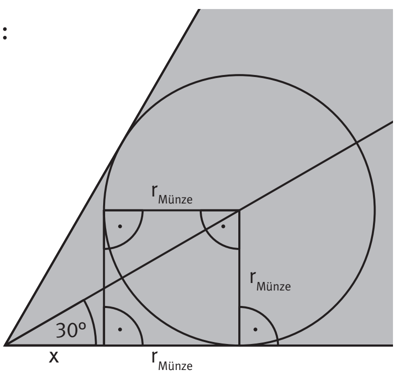
$846{,}5\,\text{cm} : 2{,}215\,\text{cm} \approx 406{,}8$

Die Anzahl der Münzen in der untersten Reihe beträgt 406.

$\frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{406 \cdot (406+1)}{2} = 82\,621$

$82\,621 \cdot 0{,}05\,€ = 4131{,}05\,€$

Der Spendenbetrag ist rund 20 € geringer, beträgt aber immer noch gut 4000 €.



c) $A_{Kreis} = \pi \cdot (5\,m)^2 \approx 78{,}5\,m^2$

$A_{Dreieck} = \frac{1}{4}\sqrt{3} \cdot (5 \cdot \sqrt{3}\,m)^2 \approx 32{,}5\,m^2$

$78{,}5\,m^2 : 32{,}5\,m^2 \approx 2{,}4$

Der Flächeninhalt des Kreises ist etwa 2,5-mal so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks, also ist auch der Geldbetrag etwa 2,5-mal so groß.

K3 **10** **a)** Das Warmhaus hat als Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck mit a = 3,30 m.

$A = 6 \cdot A_{Dreieck} = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot 3{,}3^2\,m^2 \approx 28{,}3\,m^2$

$28{,}3\,m^2 : 23 \approx 1{,}23\,m^2 \approx 1\frac{1}{4}\,m^2$

Franziskas Aussage ist richtig. Jeder Flamingo hat etwa $1\frac{1}{4}\,m^2$ zur Verfügung.

oder:

Franziskas Aussage ist falsch. Jeder Flamingo hat etwas weniger als $1\frac{1}{4}\,m^2$ zur Verfügung.

b) Die Seitenlängen (der Dreiecke) verkleinern sich auf $\frac{1}{20}$ des ursprünglichen Werts. Der Flächeninhalt verkleinert sich also auf $\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{400}$ des ursprünglichen Werts:

$28{,}3\,m^2 : 400 \approx 0{,}07\,m^2 \approx 700\,cm^2$.

K1/5 **11** **a)** $\sphericalangle\, CBA = \beta = 120°$ (Stufenwinkel, denn AE ist parallel zu BC.)

$\sphericalangle\, CDE = \delta' = 360° - 227° = 133°$

Höhe des Trapezes ABCE:

$\sin 60° = \frac{h}{130\,m} \quad \Rightarrow \quad h \approx 112{,}6\,m$

$A_{Trapez} = \frac{1}{2}(\overline{AE} + \overline{BC}) \cdot h = 9571{,}0\,m^2$

$A_{EDC} = \frac{1}{2} \cdot 35\,m \cdot 150\,m \cdot \sin 133° \approx 1919{,}8\,m^2$

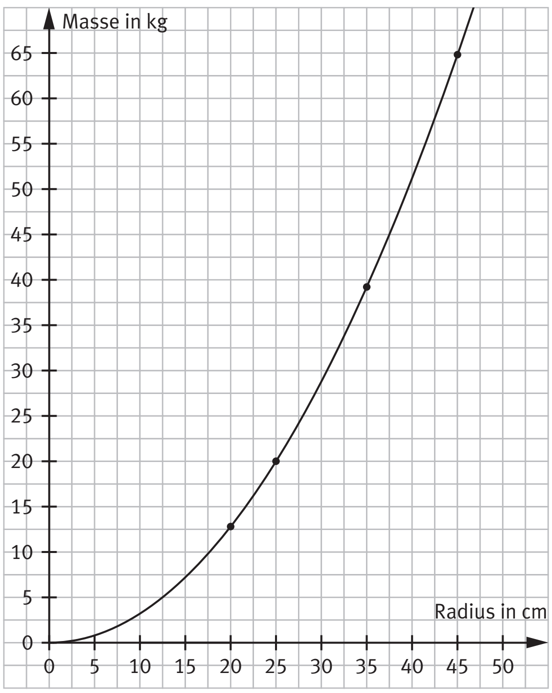
$A_{Teilfläche} = A_{Trapez} - A_{EDC}$

$A_{Teilfläche} = 7651{,}2\,m^2$

b) Die fehlende Fläche beträgt $A_{Rest} = 7348{,}8\,m^2$.

Als Zeichnung sind alle Flächen mit A_{Rest} möglich, bei denen $\overline{BC} = 120\,m$ beachtet wird.

K3 **12** **a)**



b) Lösungsmöglichkeit:

$m(r) = 0{,}032r^2$, wobei r der Radius der Kugel in cm ist und m deren Masse in kg (jeweils Maßzahlen).

Bestimmung durch Einsetzen der Koordinaten eines Punktes in die Gleichung $y = a \cdot x^2$.

Begründung: Die Masse hängt (näherungsweise) von der Oberfläche A_O der Kugel, der Dicke d des Materials und der Dichte ρ des Materials ab.

$m = A_O \cdot d \cdot \rho$

$m = 4\pi r^2 \cdot d \cdot \rho$

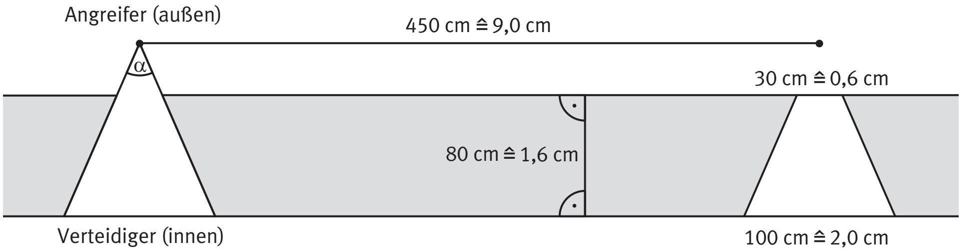
Da die Masse proportional zum Quadrat des Radius ist, bietet sich eine quadratische Funktion an.

c) $50 = 0{,}032r^2 \;\Rightarrow\; r \approx 39{,}5\,(cm)$

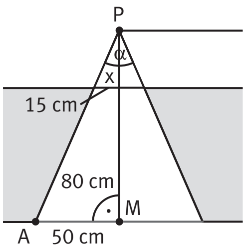
K3 **13 a)** $x^2 = (12{,}7\,m)^2 + (2{,}4\,m)^2 \Rightarrow x \approx 12{,}9\,m$
Die Fichte war vorher ungefähr $(12{,}9 + 2{,}4)\,m = 15{,}3\,m$ hoch.

b) $V_{Stamm} = \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}2\,m)^2 \cdot 15{,}3\,m \approx 0{,}481\,m^3$
70 % des Stammvolumens betragen ungefähr $0{,}337\,m^3$.
$0{,}337\,m^3 \cdot \frac{80\,€}{m^3} \approx 26{,}96\,€ < 65\,€$ (Abholgebühr)
Familie Engel sollte den Baum dem Nachbar übergeben.

K3 **14 a)**

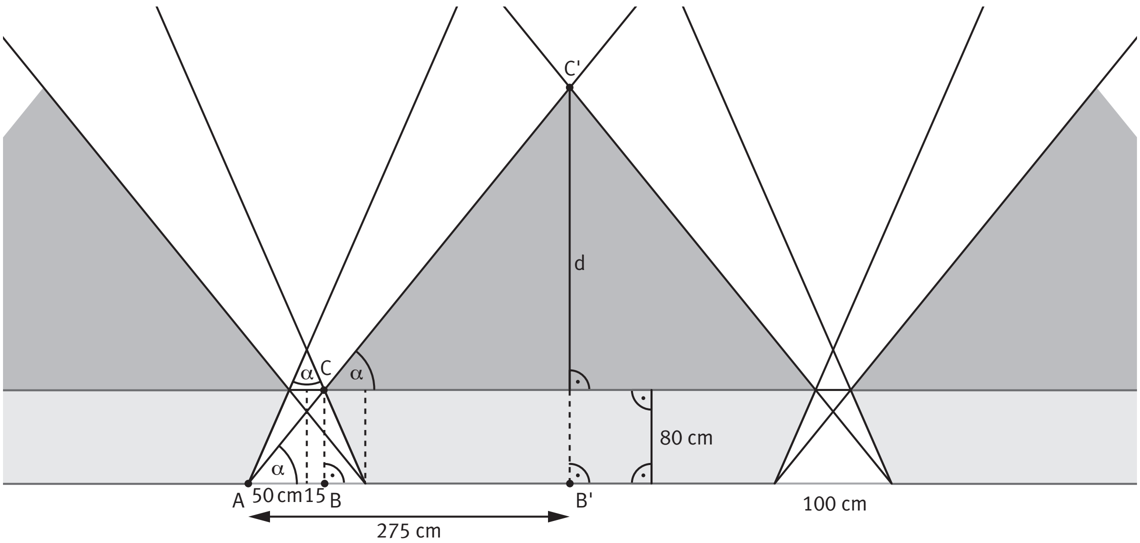


b)



Mithilfe des Strahlensatzes gilt:
$\frac{15\,cm}{50\,cm} = \frac{x}{x + 80\,cm} \quad \Rightarrow \quad x \approx 34{,}3\,cm$
Bei Betrachtung des bei M rechtwinkligen Dreiecks AMP gilt:
$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{50\,cm}{114{,}3\,cm} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 47{,}3°$
Der Sichtwinkel beträgt 47,3°.

c) Der grau markierte Bereich wird von den Verteidigern nicht erfasst.



d) Die Dreiecke ABC und AB'C' sind einander ähnlich (beide sind rechtwinklig und enthalten einen Winkel vom Maß β).
$\tan\beta = \frac{80\,cm}{65\,cm} \quad \Rightarrow \quad \beta \approx 50{,}9°$
$\tan\beta = \frac{d + 80\,cm}{275\,cm} \quad \Rightarrow \quad d \approx 258{,}4\,cm$
Ein Feind müsste sich bis etwa 2,6 m der Mauer nähern, um in den sicheren Bereich zu gelangen.

Daten und Zufall

K3 **1** **a)** $P(A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{100}$

$P(B) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

b) „Es werden 2 oder 3 rote Kugeln gezogen." oder „Es werden mindestens 2 rote Kugeln gezogen."

2 **a)** Der Anteil von Buchen beträgt 20 %.

b) 1 Die Aussage ist richtig.

2 Die Aussage ist falsch. Etwa jeder 14. Baum ist eine Eiche $\left(\frac{7}{100} \approx \frac{1}{14}\right)$.

c) 1 39 % 2 93 % 3 58 %

K3 **3** **a)** 1 $P = \frac{1}{35\,000}$ 2 $P = \frac{27\,328}{35\,000} \approx 78\,\%$ 3 $P = \frac{72}{35\,000} \approx 0{,}2\,\%$

b) $\frac{27\,328}{35\,000} \cdot \frac{27\,327}{34\,999} \cdot \frac{20}{34\,998} \approx 0{,}00035 \approx 0{,}035\,\%$

Die Aussage ist falsch.

4 X: Gewinn bei einmaligem Wurf

X in €	0,50	2	–1
P (X)	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$

$E(X) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = 0 \Rightarrow$ Das Spiel ist fair.

5 1 P („20 Treffer") $= 0{,}85^{20} \approx 0{,}03876 < 0{,}05 \Rightarrow$ Die Aussage ist falsch.

2 P („genau ein Fehlschuss") $= 0{,}85^{19} \cdot 0{,}15 \cdot 20 \approx 0{,}1368 \Rightarrow$ Die Aussage ist richtig.

3 Die Aussage ist richtig. Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit sind die Faktoren vertauschbar.

K3 **6** **a)** X: Gewinn des Spielers

X in €	9	4	1	–1
P (X)	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot 3$	$\frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot 3$	$\frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10}$

$E(X) = 9 \cdot \frac{1}{1000} + 4 \cdot \frac{27}{1000} + 1 \cdot \frac{243}{1000} - 1 \cdot \frac{729}{1000} = -0{,}369$

Ein Spieler verliert auf lange Sicht ca. 37 ct pro Spiel.

b) $E(X) = -0{,}7 = a \cdot \frac{1}{1000} + b \cdot \frac{27}{1000} + c \cdot \frac{243}{1000} - \frac{729}{1000}$

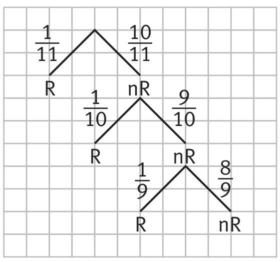
Beispiel 1: a = 29 und b = c = 0 heißt:

Man erhält bei dreimal Löwe 30 €, bei einmal oder zweimal Löwe 1 €.

Beispiel 2: a = 2, b = 1 und c = 0 heißt:

Man erhält bei dreimal Löwe 3 €, bei zweimal Löwe 2 € und bei einmal Löwe 1 €.

KX **7** **a)**



b) Berechnung über Gegenereignis:

P („Ronny ist unter den ersten drei Schützen") =

= 1 – P („Ronny ist nicht unter den ersten drei Schützen") =

$= 1 - \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \approx 0{,}27 = 27\,\%$

Aufgaben ohne Hilfsmittel 1:

KX **1** $V = \frac{4}{3}\pi r^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4\pi}V = r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3}{4\pi}V}$ (da $r > 0$)

KX **2** $3m \cdot (m + 0{,}6n - 4n^2) + (m - 5n)^2$
$= 3m^2 + 0{,}6nm - 4n^2m + m^2 - 10nm + 25n^2$
$= 4m^2 - 9{,}4nm - 4n^2m + 25n^2$

KX **3** $u = \pi \cdot d \approx 3 \cdot 21{,}2\,\text{cm} \approx 63{,}6\,\text{cm}$
$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \approx 3 \cdot 10^2\,\text{cm}^2 \approx 300\,\text{cm}^2$

KX **4** $0{,}125 \cdot 528\,\text{ha} = \frac{528}{8}\,\text{ha} = 66\,\text{ha}$

KX **5** $(a - b) \cdot c = x$

KX **6** $628\,000\,000 = 628 \cdot 10^6$
$0{,}037 = 37 \cdot 10^{-3}$

KX **7** $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$
$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$

KX **8** $-6; \frac{2}{3}; 1{,}4; \sqrt{2}$

KX **9** $x^2 - 14x + 45 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 7^2 - 7^2 + 45 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 7)^2 - 7^2 + 45 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 7)^2 = 4$
$\Leftrightarrow x - 7 = \pm 2$
$\Leftrightarrow x_1 = 9; x_2 = 5$
Alternativ: Berechnung über die Lösungsformel.

KX **10** $\frac{30\,a}{(b-2)} = \frac{15}{(7-2)} = \frac{15}{5} = 3$

Aufgaben ohne Hilfsmittel 2:

KX **1** $\frac{(4+b)}{2} = 6 \Leftrightarrow 4 + b = 12 \Leftrightarrow b = 8$

KX **2** x-Achse: $0 = x - 2 \Leftrightarrow x = 2$, d. h. $S_1 = (2|0)$
y-Achse: $y = 0 - 2 = -2$, d. h. $S_2 = (0|-2)$

KX **3** $180° = 40° + 2\beta \Leftrightarrow \beta = 70°$

KX **4** $270\,g = 0{,}270\,\text{kg}$

KX **5** $0 = x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

KX **6** $\frac{a^2b^3c}{c^2ab} = \frac{ab^2}{c}$

KX **7** Ein Winkel $\alpha = 30°$ entspricht im Bogenmaß: $x = \frac{30° \cdot 2 \cdot \pi}{360°} = \frac{\pi}{6}$.

KX **8** $A = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow \frac{2A}{b} = a \cdot \sin\gamma \Leftrightarrow a = \frac{2A}{b \cdot \sin\gamma}$

KX **9** $6\,\% \mathrel{\hat=} 72\,€ \Leftrightarrow 1\,\% \mathrel{\hat=} 12\,€ \Leftrightarrow 100\,\% \mathrel{\hat=} 1200\,€$

KX **10** $d = \sqrt{5^2 + 12^2}\,\text{cm} = \sqrt{25 + 144}\,\text{cm} = \sqrt{169}\,\text{cm} = 13\,\text{cm}$

Aufgaben ohne Hilfsmittel 3:

KX **1** $20 = \frac{2}{3}x + 2 \Leftrightarrow 18 = \frac{2}{3}x \Leftrightarrow x = 27$

KX **2**
$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 6x - 1 \\ &= x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 - 1 \\ &= (x+3)^2 - 3^2 - 1 \\ &= (x+3)^2 - 10 \\ \Rightarrow\ S &= (-3\,|\,-10) \end{aligned}$$

KX **3**
$$\begin{aligned} -3 \cdot (x+2) &= 10 - 2 \cdot (1 - 2x) \\ -3x - 6 &= 10 - 2 + 4x \\ -7x &= 14 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

KX **4** $\frac{a^2x^{-3}}{b^3x^{-1}} = \frac{a^2x^1}{b^3x^3} = \frac{a^2}{b^3x^2}$

KX **5** Ein Winkel $\alpha = 20°$ entspricht im Bogenmaß.: $x = \frac{20° \cdot 2\pi}{360°} = \frac{\pi}{9}$.

KX **6** Lösungsmöglichkeit: $\alpha = 60°$; $\alpha = 300°$; $\alpha = 420°$

KX **7** $P(\text{„ungerade Zahl“}) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4} = 75\,\%$

KX **8** $15\,\% \mathrel{\hat=} 108\,\text{m} \Leftrightarrow 10\,\% \mathrel{\hat=} 72\,\text{m} \Leftrightarrow 100\,\% \mathrel{\hat=} 720\,\text{m}$

KX **9** Die beiden restlichen Winkel sind gleich groß $\Rightarrow 180° = 40° + 2\alpha \Rightarrow \alpha = 70°$

KX **10** $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} = \frac{19}{15}$

Aufgaben ohne Hilfsmittel 4:

KX **1** $x^2 + 4x + q = 0$
Die Bedingung dafür, dass die Gleichung keine Lösung hat, ist, dass die Diskriminante kleiner 0 ist.
$0 > D = \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 7 = 4 - q \Leftrightarrow 4 < q$

KX **2** $u = 2\pi \cdot r \approx 6 \cdot 2{,}5\,\text{m} \approx 15\,\text{m}$
$A = \pi \cdot r^2 \approx 3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \text{m}^2 \approx 3 \cdot \frac{25}{4}\,\text{m}^2 \approx 18{,}75\,\text{m}^2$

KX **3** $\gamma = 110°$
$\alpha = 180° - 110° = 70°$
$\beta = 180° - \alpha = 110°$

KX **4** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Leftrightarrow \frac{3V}{\pi h} = r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ (da $r > 0$)

KX **5** $4ab - 8ac = 4 \cdot 2{,}5 \cdot 3 - 8 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}5 = 30 - 30 = 0$

KX **6** Es gibt 8 Herz-Karten. P („Ziehen einer Herz-Karte“) $= \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 25\,\%$

KX **7** $(3a - 2b)^2 - 5a - (3a - 2b) + 2 \cdot (4a - 5b)$
$= 9a^2 - 12ab + 4b^2 - 5a - 3a + 2b + 8a - 10b$
$= 9a^2 - 12ab + 4b^2 - 8b$

KX **8** $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2 \Rightarrow$ Es handelt sich um ein rechtwinkliges Dreieck.

KX **9** $\frac{4}{15} = 0{,}2\overline{6} = 26{,}\overline{6}\,\%$

KX **10** P („Ziehen einer blauen Kugel“) $= \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \approx 67\,\%$

Aufgaben ohne Hilfsmittel 5:

KX **1** $A = \frac{(a + c) \cdot h}{2} \Leftrightarrow \frac{2A}{h} = a + c \Leftrightarrow a = \frac{2A}{h} - c$

KX **2** $x^2 + 4x + 3 = 0$
$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3} = -2 \pm 1$
$x_1 = -1;\ x_2 = -3$

KX **3** $84 \cdot \frac{17}{100} = \frac{1428}{100} = 14{,}28$

KX **4** $\sqrt[3]{a^6 b^9} = a^2 \sqrt[3]{b^9} = a^2 b^3$

KX **5** $1{,}2500;\ 1{,}2525;\ \frac{252}{100} = 2{,}25$

KX **6** Aufgrund der Parallelität muss die Steigung gleich 3 bleiben. Lösungsmöglichkeit: $h(x) = 3x$.

KX **7** $u = 2\pi \cdot r \approx 6{,}28 \cdot 4{,}85\,m \approx 30\,m$
$A = \pi \cdot r^2 \approx 3{,}14 \cdot 5^2\,m^2 \approx 3{,}15 \cdot 25m^2 = 78{,}75\,m^2$

KX **8** $x = \frac{4{,}8 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^2} = \frac{4{,}8 \cdot 10^4}{16} = \frac{48 \cdot 10^3}{16} = 3 \cdot 10^3 = 3000$

KX **9** $x = 7;\ y = -2{,}4;\ z = \frac{1}{2}$

KX **10** $\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}$
$\frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{7} = -\frac{6}{21}$

Aufgaben ohne Hilfsmittel 6:

KX **1** $c = \sqrt{2^2 + 4^2}\,\text{cm} = \sqrt{20}\,\text{cm} = \sqrt{4 \cdot 5}\,\text{cm} = 2\sqrt{5}\,\text{cm}$

KX **2** $\frac{200}{20} = 10$, d. h. nach 10 Entnahmen bzw. 10 Stunden ist das Fass leer.

KX **3** $-\frac{1}{4} \cdot x = -4 \;\Leftrightarrow\; x = 16$

KX **4** $u = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6378\,\text{km} \approx 40\,053\,\text{km}$

KX **5** $\frac{2a^4bc^2}{acb^2} = \frac{2a^3c}{b}$

KX **6** Die Lösungen können direkt abgelesen werden: $x_1 = 1$ und $x_2 = -2$.

KX **7** 3 Stunden = 3 · 60 Minuten = 3 · 60 · 60 Sekunden = 3 · 3600 Sekunden = 10 800 Sekunden

KX **8** $0 = 2x + 4 \;\Leftrightarrow\; -4 = 2x \;\Leftrightarrow\; x = -2$

KX **9** $\frac{2}{5} - \frac{7}{6} = \frac{12}{30} - \frac{35}{30} = \frac{12 - 35}{30} = -\frac{23}{30}$

KX **10** $A = 2 \cdot (ab + bc + ac)$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{2} = ab + c \cdot (b + a)$$
$$\Leftrightarrow \frac{A}{2} - ab = c \cdot (b + a)$$
$$\Leftrightarrow \frac{\frac{A - 2ab}{2}}{b + a} = c$$
$$\Leftrightarrow \frac{A - 2ab}{2b + 2a} = c$$

Aufgabe 1: Basisaufgaben

a) $\frac{8 + 40 + 60}{3} = \frac{108}{3} = 36$

b) $36 = 8x - 12$

c) f verläuft monoton fallend.

d) 100 g ≙ 30 g Fett ⇔ 10 g ≙ 3 g Fett ⇔ 20 g ≙ 6 g Fett

e) B

f) P („Energiesparlampe ist defekt“) $= \frac{5}{100} = 5\,\%$

g) C

h) 850 000

i) $\frac{(2-4)}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$

j) D

Aufgabe 2: Funktionen

a) Aus dem Schnittpunkt mit der y-Achse folgt: $c = 2$

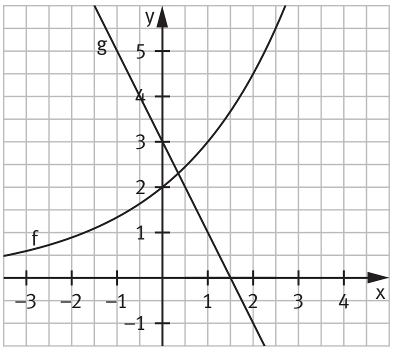
Setzt man den Punkt A in die Gleichung ein, folgt: $4{,}5 = 2 \cdot a^2$

$2{,}25 = a^2$

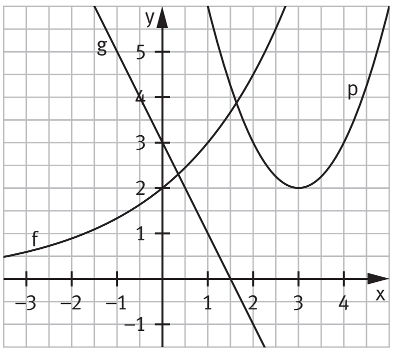
$a = 1{,}5$

b) Die Wertetabelle gehört nicht zur Funktion f. Begründung:

x	–3	–1	1
f (x)	0,6	$\frac{4}{3}$	3
y	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	3
Punkt (x|y) gehört zu f (x)	f	w	w

c)
- 

- $g(x) = -2x + 3$

d)
- 

- Da f eine Exponentialfunktion ist, steigt sie deutlich schneller als die quadratische Funktion p.

e) Sei h der Abstand vom Punkt P zur y-Achse.

$A = \frac{1}{2}\overline{OQ} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt also 5 FE.

Aufgabe 3: Werkstück

a) Die Länge eines Werkstückes beträgt $l = (60 + 100 + 20)\,\text{mm} = 18\,\text{cm} = 0{,}18\,\text{m}$
Werkstücke pro Strang: $\frac{6}{0{,}18} \approx 33{,}3$
$\Rightarrow$ Es können 33 Werkstücke pro Strang gefertigt werden.
$\Rightarrow$ Es müssen $\frac{33\,000}{33} = 1000$ Stränge bestellt werden.

b) Volumen pro Werkstück:
$$V = V_{\text{Kegel}} + V_{\text{Zylinder}} + V_{\text{Halbkugel}}$$
$$= \left(\frac{1}{3} \cdot 60 \cdot 20^2 \cdot \pi + 100 \cdot 20^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 20^3 \cdot \pi\right)\text{mm}^3$$
$$= 20^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 60 + 100 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 20\right)\text{mm}^3$$
$$= 20^2 \cdot \pi \cdot \left(120 + \frac{40}{3}\right)\text{mm}^3$$
$$\approx 167\,552\,\text{mm}^3 \approx 168\,\text{cm}^3$$
Masse m pro Werkstück: $m = \text{Dichte} \cdot \text{Volumen} = 168\,\text{cm}^3 \cdot 7{,}8\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1{,}3\,\text{kg}$
Maximal dürfen also 769 (denn $\frac{1000}{1{,}3} \approx 769{,}2$) Werkstücke in jede Gitterbox gepackt werden.

c) Spannweite: $182\,\text{mm} - 179\,\text{mm} = 3\,\text{mm}$
Modalwert: 180 mm

Aufgabe 4: Stadtbrücke

a) $A = 252 \cdot 15{,}2\,\text{m}^2 = 3830{,}4\,\text{m}^2$
Die Kosten betragen somit $A \cdot 150\,\frac{€}{\text{m}^2} = 574\,560\,€$.

b) $l = (1 - 0{,}3) \cdot 252\,\text{m} = 0{,}7 \cdot 252\,\text{m} = 176{,}4\,\text{m}$

c) Einsetzen von x bzw. y in die Gleichung von p liefert die fehlenden Werte.

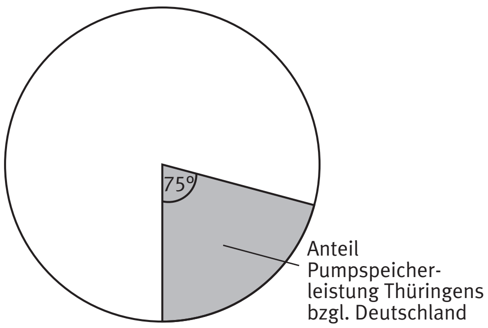
x	0	10	20	≈ 37,6
y	12	11,15	8,6	0

Spannweite (gerundet): $2 \cdot 37{,}6\,\text{m} = 75{,}2\,\text{m}$
Maximale Höhe: $y = 12\,\text{m}$

d) $d = 8\,\text{m} + 37{,}6\,\text{m} \cdot \sin(30°) = 26{,}8\,\text{m}$

Aufgabe 5: Pumpspeicherwerk Goldistahl

a) Gesamte Leistung in Thüringen: $(1060 + 320 + 80)\,\text{MW} = 1460\,\text{MW}$
Anteil in Deutschland: $\frac{1460}{7000} \approx 0{,}2086$
Winkelanteil im Kreisdiagramm: $0{,}2085 \cdot 360° \approx 75°$



b) Seitenlänge $l = \frac{3370}{3}\,\text{m} \approx 1123\,\text{m}$
Innenwinkel im gleichseitigen Dreieck: 60°
Fläche $A = \frac{1123 \cdot 1123 \cdot \sin(60°)}{2} \approx 546\,085\,\text{m}^2 \approx 55\,\text{ha}$
Volumen $V = A \cdot 20\,\text{m} \approx 11 \cdot 10^6\,\text{m}^3$
$$\text{Zeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}} = \frac{12\,\text{km}}{5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2{,}4\,\text{h}$$
Bei einer solchen Schwankung fließen ca. $11 \cdot 10^6\,\text{m}^3$ Wasser ab.

c) Der Wanderer benötigt 2 Stunden und $0{,}4 \cdot 60 = 24$ Minuten.