1 Startklar!

K2/5 **1** **a)** $100\,\% - 30\,\% - 50\,\% = 20\,\%$ $\qquad 30\,\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0{,}3$

$50\,\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $\qquad 20\,\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

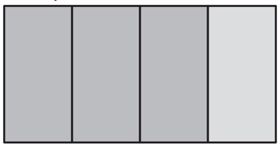
b) $\frac{3}{10} \cdot 12\,\text{cm} = 3{,}6\,\text{cm}$ $\qquad \frac{1}{2} \cdot 12\,\text{cm} = 6\,\text{cm}$ $\qquad \frac{1}{5} \cdot 12\,\text{cm} = 2{,}4\,\text{cm}$

c) $\frac{3}{10} \mathrel{\widehat{=}} 9;\ \frac{1}{10} \mathrel{\widehat{=}} 3;\ \frac{10}{10} \mathrel{\widehat{=}} 30$ In der Klasse 7b sind 30 Schüler.

$\frac{1}{2} \cdot 30 = 15$ Aus Neustadt sind 15 Schüler. $\frac{1}{5} \cdot 30 = 6$ Aus den anderen Orten sind 6 Schüler.

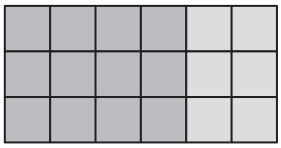
K4/6 **2** **a)** $\frac{8}{12} \cdot 6\,\text{cm} = 4\,\text{cm}$

Beispiel:



b) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \frac{12}{18}$

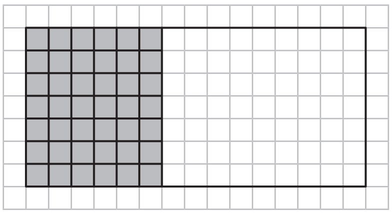
Beispiel:



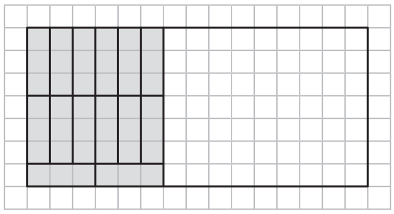
Es müssen 12 Stücke verkauft werden, um den Anteil $\frac{2}{3}$ zu erreichen.

c) $\frac{6}{15} = \frac{14}{35};\ \frac{1}{4} = \frac{6}{24}$ kleinstes gemeinsames Vielfaches der Nenner: 105

Beispiel $\frac{6}{15}$:

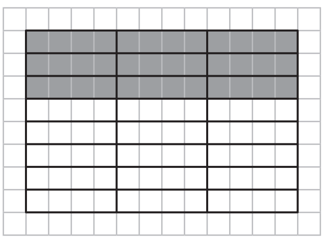


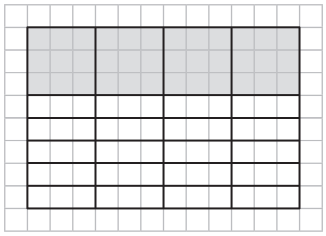
Beispiel $\frac{14}{35}$:



d) Man kürzt beide Brüche vollständig: $\frac{6}{15} = \frac{2}{5};\ \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$

e) $\frac{9}{24} = \frac{36}{96} = \frac{12}{32}$ kleinstes gemeinsames Vielfaches der Nenner: 96





K5 **3** **a)** $94 + 47 + 6 - 7 \overset{\text{AG}}{\underset{\text{KG}}{=}} 94 + 6 + 47 - 7 \overset{\text{AG}}{=} 100 + 40 = 140$

b) $12 \cdot \left(1\tfrac{1}{4} - 3\tfrac{1}{3}\right) - 10 \cdot \left(-4\tfrac{1}{10} + 1{,}5\right) \overset{\text{DG}}{=} 15 - 40 - 10 \cdot (-4{,}1 + 1{,}5) = -25 - 10 \cdot (-2{,}6) = -25 + 26 = 1$

c) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} + 1{,}44\right) + 5\tfrac{1}{3} - 23{,}72 \overset{\text{DG}}{=} \frac{2}{3} + 0{,}72 + 5\tfrac{1}{3} - 23{,}72 \overset{\text{AG}}{=} \frac{2}{3} + \left(0{,}72 + 5\tfrac{1}{3}\right) - 23{,}72$

$\overset{\text{KG}}{=} \frac{2}{3} + \left(5\tfrac{1}{3} + 0{,}72\right) - 23{,}72 \overset{\text{AG}}{=} 6 - 23 = -17$

d) $\left(\frac{2}{7} - 0{,}8\right) : \frac{1}{7} + 3\tfrac{6}{7} \cdot 3^{-3} = \left(\frac{2}{7} - 0{,}8\right) \cdot 7 + \frac{27}{7} \cdot \frac{1}{3^3} \overset{\text{DG}}{=} (2 - 5{,}6) + \frac{27}{7} \cdot \frac{1}{27} = -3{,}6 + \frac{1}{7} = -3\tfrac{3}{5} + \frac{1}{7}$

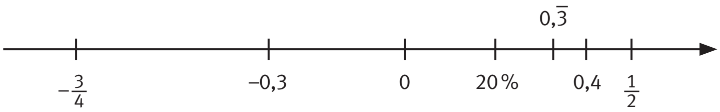
$= -3\tfrac{21}{35} + \frac{5}{35} = -3\tfrac{16}{35}$

K2/6 **4** **a)** Man macht die Brüche gleichnamig, der Bruch, der dann den größeren Zähler hat, ist der größere.

$\frac{11}{14} = \frac{33}{42};\ \frac{16}{21} = \frac{32}{42} \Rightarrow \frac{11}{14} > \frac{16}{21}$

b) $-\frac{3}{4} = -0{,}75 < -0{,}3$ $\qquad 20\,\% = 0{,}2 < 0{,}\overline{3}$ $\qquad \frac{1}{2} = 0{,}5 < 0{,}4$ $\qquad \Rightarrow -\frac{3}{4} < -0{,}3 < 20\,\% < 0{,}\overline{3} < 0{,}4 < \frac{1}{2}$

c)



K6 **5** **a)** Da vollständig gekürzte Brüche mit den Nennern 3 und 6 vorkommen, würde eine Umwandlung in Dezimalbrüche zu unendlichen Dezimalbrüchen führen. Daher ist es günstig, nach Anwendung des Assoziativ- und Kommutativgesetzes zunächst die gemeinen und die Dezimalbrüche zusammenzufassen:

$1\frac{2}{3}+0{,}6-\frac{5}{6}-1{,}3 = 1\frac{2}{3}-\frac{5}{6}+0{,}6-1{,}3 = \frac{10}{6}-\frac{5}{6}-0{,}7 = \frac{5}{6}-\frac{7}{10} = \frac{25-21}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

K5 **6** **a)** Summe $(2-6\cdot 2)+4 = (2-12)+4 = -10+4 = -6$

b) Differenz $(2+4)\cdot 0{,}4-31 = 6\cdot 0{,}4-31 = 2{,}4-31 = -28{,}6$

c) Produkt $(1{,}9-0{,}3)\cdot\left(\frac{1}{6}+1\right) = 1{,}6\cdot\frac{7}{6} = \frac{16}{10}\cdot\frac{7}{6} = \frac{8}{5}\cdot\frac{7}{6} = \frac{4\cdot 7}{5\cdot 3} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$

d) Quotient $14{,}9:[4\cdot(5+0{,}8)] = 14{,}9:[4\cdot 5{,}8] = 14{,}9:23{,}2 = \frac{149}{232}$

e) Potenz $(18-4\cdot 0{,}6)^2 = (18-2{,}4)^2 = 15{,}6^2 = 243{,}36$

f) Summe $\frac{8^3}{3^2}+\frac{4^2}{6^3} = \frac{512}{9}+\frac{16}{216} = 56\frac{8}{9}+\frac{2}{27} = 56\frac{24}{27}+\frac{2}{27} = 56\frac{26}{27}$

g) Differenz $\frac{6}{35}-\left(5^{-1}-\frac{1}{5}\right)-\frac{1}{7} = \frac{6}{35}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)-\frac{5}{35} = \frac{1}{35}$

h) Produkt $2\frac{1}{2}\cdot\left(1{,}1-1\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}\right) = 2\frac{1}{2}\cdot\left(1{,}1-\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{4}\right) = 2\frac{1}{2}\cdot(1{,}1-1) = 2{,}5\cdot 0{,}1 = 0{,}25$

i) Quotient $\frac{0{,}3-\frac{2}{4}:\frac{3}{6}}{-0{,}3-\frac{2}{5}} = \frac{0{,}3-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{1}}{-\frac{3}{10}-\frac{4}{10}} = \frac{0{,}3-1}{-\frac{7}{10}} = \frac{0{,}7}{0{,}7} = 1$

j) Summe $\left(\frac{6}{14}+\frac{1}{7}\right):\frac{1}{7}+\left(\frac{7}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{7}+\frac{1}{7}\right)\cdot 7+\frac{3}{7} = \frac{4}{7}\cdot 7+\frac{3}{7} = 4+\frac{3}{7} = 4\frac{3}{7}$

k) Quotient $\left(0{,}6\cdot\frac{1}{3}-0{,}8:1\frac{1}{3}\right):1{,}2 = \left(0{,}2-0{,}8:\frac{4}{3}\right):1{,}2 = \left(0{,}2-\frac{0{,}8\cdot 3}{4}\right):1{,}2 = (0{,}2-0{,}6):1{,}2$

$= -0{,}4:1{,}2 = -4:12 = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$

l) Quotient $\frac{1{,}5}{2\frac{1}{2}}:1\frac{2}{3} = \frac{1{,}5}{2{,}5}:\frac{5}{3} = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

K2 **7** **a)** $x+36 = 123 \Rightarrow x = 123-36 = 87$

b) $0{,}4-x = -0{,}3 \Rightarrow x = 0{,}4+0{,}3 = 0{,}7$

c) $3\frac{1}{2}+x = 1\frac{1}{4}+7\frac{1}{2};\ 3\frac{1}{2}+x = 8\frac{3}{4} \Rightarrow x = 8\frac{3}{4}-3\frac{1}{2} = 5\frac{1}{4}$

d) $(117-84)-2x = 18-2(19-27)$

$33-2x = 18-2\,(-8)$

$33-2x = 18+16;\ 33-2x = 34$

$2x = 33-34;\ 2x = -1;\ x = -\frac{1}{2}$

e) $x-0{,}3^2 = 100^{-1}$

$x-0{,}09 = \frac{1}{100}$

$x = 0{,}01+0{,}09 = 0{,}1$

f) $2^3-3^2-x = 100\cdot(0{,}2^3-0{,}3^2)$

$8-9-x = 100\cdot(0{,}008-0{,}09)$

$-1-x = 100\cdot(-0{,}082)$

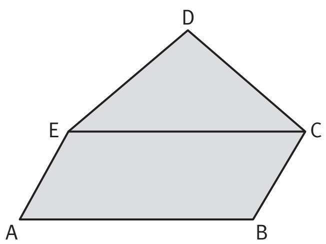
$x = -1+8{,}2 = 7{,}2$

g) $2\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\cdot 2^2+x = (5^3-10^2):20$

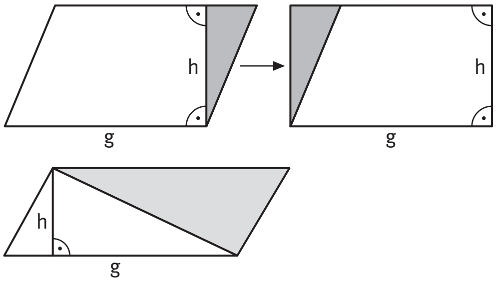
$2\frac{1}{4}-1+x = (125-100):20$

$1\frac{1}{4}+x = \frac{25}{20};\ 1\frac{1}{4}+x = 1\frac{1}{4};\ x = 0$

K1/6 **8** **a)**



Die Hilfslinie $\overline{EC}$ zerlegt die Figur in ein Dreieck und ein Viereck. Da $\overline{EC}$ parallel zu $\overline{AB}$ ist, ist das Viereck ein Parallelogramm.

b) 

Jedes Parallelogramm mit der Grundseite g und der zugehörigen Höhe h kann so in zwei Teilstücke zerlegt werden, dass diese zu einem Rechteck mit der Länge g und der Breite h zusammengesetzt werden können. Daher ist $A_{Parallelogramm} = g \cdot h$.
Jedes Dreieck kann durch Anfügen eines deckungsgleichen Dreiecks zu einem Parallelogramm ergänzt werden. Daher errechnet sich der Flächeninhalt des Dreiecks, indem man den Flächeninhalt des Parallelogramms halbiert: $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} g \cdot h$.

c) $5\,cm \cdot 2\,cm + \frac{1}{2} \cdot 5\,cm \cdot 2\,cm = 10\,cm^2 + 5\,cm^2 = 15\,cm^2$

K2/6 **9** **a)** Das Volumen eines Quaders berechnet sich aus Länge mal Breite mal Höhe: $V_{Quader} = l \cdot b \cdot h$.

b) $b = 2h$; $l = 2b = 4h$; $h_u = 6\,cm$; $h_o = 1\,cm$ (u: unten; o: oben)
$V = V_u + V_o = l_u \cdot b_u \cdot h_u + l_o \cdot b_o \cdot h_o$
$= 24\,cm \cdot 12\,cm \cdot 6\,cm$
$= 4\,cm \cdot 2\,cm \cdot 1\,cm$
$= 1728\,cm^3 + 8\,cm^3 = 1736\,cm^3$

c) Der Oberflächeninhalt eines Quaders ist die Summe der Flächeninhalte der sechs rechteckigen Seitenflächen, von denen jeweils zwei deckungsgleich sind. $O_{Quader} = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$.

d) Bei der Berechnung des Oberflächeninhalts des Körpers muss von der Summe der Oberflächeninhalte der beiden Quader der doppelte Flächeninhalt des Bereichs, in dem sie sich berühren, subtrahiert werden. Der Flächeninhalt dieses Bereichs hängt nicht davon ab, wo der obere Körper liegt; sie ist immer gleich der Grundfläche des oberen Quaders. Verschiebt man den oberen Quader jedoch über den Rand des unteren hinaus, so ändert sich der Flächeninhalt des Bereichs, in dem die beiden Quader sich berühren.

e) $b = 2h$; $l = 2b = 4h$; $h_u = 6\,cm$; $h_o = 1\,cm$ (u: unten; o: oben)
$O = O_u + O_o - 2 \cdot A_{Kontakt}$
$= 2 \cdot (l_u \cdot b_u + b_u \cdot h_u + l_u \cdot h_u) + 2 \cdot (l_o \cdot b_o + b_o \cdot h_o + l_o \cdot h_o) - 2 \cdot l_o \cdot b_o$
$= 2 \cdot (24\,cm \cdot 12\,cm + 12\,cm \cdot 6\,cm + 24\,cm \cdot 6\,cm) + 2 \cdot (2\,cm \cdot 1\,cm + 4\,cm \cdot 1\,cm)$
$= 2 \cdot (288\,cm^2 + 72\,cm^2 + 144\,cm^2) + 2 \cdot (2\,cm^2 + 4\,cm^2)$
$= 1020\,cm^2$

f) Carsten hat recht:
$V_{neu} = l_{neu} \cdot b_{neu} \cdot h_{neu} = (2 \cdot l_{alt}) \cdot (2 \cdot b_{alt}) \cdot (2 \cdot h_{alt}) = 8 \cdot l_{alt} \cdot b_{alt} \cdot h_{alt} = 8 \cdot V_{alt}$
$O_{neu} = 2 \cdot (l_{neu} \cdot b_{neu} + b_{neu} \cdot h_{neu} + l_{neu} \cdot h_{neu})$
$= 2 \cdot ((2 \cdot l_{alt}) \cdot (2 \cdot b_{alt}) + (2 \cdot b_{alt}) \cdot (2 \cdot h_{alt}) + (2 \cdot l_{alt}) \cdot (2 \cdot h_{alt}))$
$= 2 \cdot (4 \cdot l_{alt} \cdot b_{alt} + 4 \cdot b_{alt} \cdot h_{alt} + 4 \cdot l_{alt} \cdot h_{alt}) = 4 \cdot (2 \cdot l_{alt} \cdot b_{alt} + 2 \cdot b_{alt} \cdot h_{alt} + 2 \cdot l_{alt} \cdot h_{alt})$
$= 4 \cdot O_{alt}$
Da sowohl die Länge, als auch die Breite als auch die Höhe verdoppelt werden und sich das Volumen aus dem Produkt dieser Größen berechnet, wird es $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$-mal so groß.
Da sich die Flächeninhalt aller Seitenflächen aus dem Produkt zweier Längen berechnen, wird jeder dieser Flächeninhalte $2 \cdot 2 = 4$-mal so groß, also wird auch die Oberfläche 4-mal so groß.

K1/3 **10** **a)** $(6{,}3\,mm)^3 = 250{,}047\,mm^3 = 0{,}250\,047\,cm^3 \approx 0{,}25\,cm^3$

b) $1\,l : 0{,}25\,cm^3 = 1000\,cm^3 : 0{,}25\,cm^3 = 4000$. Es sind 4000 Tropfen nötig.

K1/2 **11** **a)** Die 10 % Preiserhöhung wird von einem niedrigeren Grundwert berechnet als die 10 % Preissenkung.

b) 10 % von 100 € sind 10 €; 10 % von 110 € sind 11 €.
Die Festplatte kostet danach 99 € und ist somit um 1 € billiger.

c) 12 % ≙ 9,6 €; 1 % ≙ 96 € : 12 = 0,8 €; 100 % ≙ 0,8 · 100 = 80 €; 80 € – 9,60 € = 70,40 €
Der reduzierte Preis für die Festplatte beträgt 70,40 €.

K5/6 **12 a)** Gerd Müller: $\frac{68}{62} \approx 1{,}096\,77 \approx 1{,}10$

Miroslav Klose: $\frac{71}{137} \approx 0{,}518248 \approx 0{,}52$

b) Betrachtet man das Ereignis „Der Spieler hat ein Tor geschossen.“, so ist die jeweilige Anzahl der Tore, also 68 bzw. 71, die absolute Häufigkeit dieses Ereignisses.

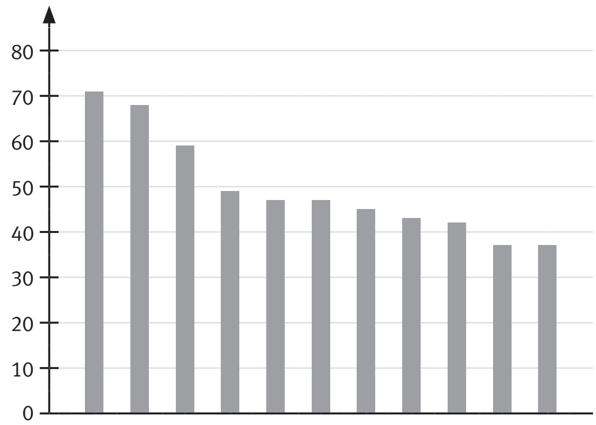
Zur Berechnung der relativen Häufigkeit muss die absolute Häufigkeit durch die Anzahl der Versuche dividiert werden. Dies kann die Anzahl der Torschüsse sein oder die Anzahl der Spiele. Beides ist nicht berechenbar, da weder die Anzahl der Torschüsse noch die Anzahl der Spiele, in denen der Spieler mindestens ein Tor geschossen hat, gegeben ist.
Betrachtet man die Anzahl der Tore pro Spiel, so spricht man vom arithmetischen Mittel, in diesem Fall also 1,10 bzw. 0,52. Während das arithmetische Mittel größer als 1 sein kann, ist dies bei der relativen Häufigkeit nicht der Fall.

c) Legt man die absolute Häufigkeit zugrunde, so ist Miroslav Klose der bessere Torschütze: Er hat mehr Tore geschossen. Allerdings hat Gerd Müller fast so viele Tore in nur etwa der Hälfte der Spiele geschossen. Daher war er wesentlich effizienter.

K4/6 **13 a)** Das arithmetische Mittel ist hier die durchschnittliche Anzahl der Tore pro Spieler:

$$\frac{71 + 68 + 59 + 49 + 47 + 47 + 45 + 43 + 42 + 37 + 37}{11} = \frac{545}{11} \approx 49{,}5$$

b) Da die Skalierung der senkrechten Achse erst bei 30 beginnt, werden die Unterschiede zu groß dargestellt. Korrektes Diagramm:



c) $\frac{771 + 68 + 59 + 49 + 47 + 47 + 45 + 43 + 42 + 37 + 37}{11} = \frac{1245}{11} \approx 113{,}2 \approx 2{,}3 \cdot 49{,}5$

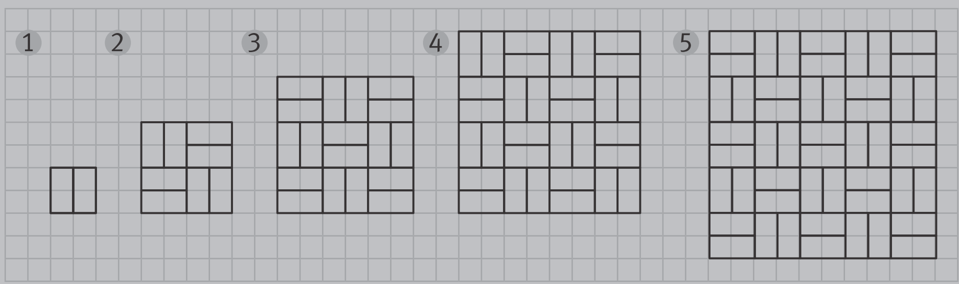
K3/5 **14** Individuelle Lösungen

1 Term und Zahl

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K4

■ 

K1

■ Für den ersten Schritt werden zwei, für den zweiten Schritt acht, für den dritten Schritt 18, für den vierten Schritt 32, für den vierten Schritt 50 und für den sechsten Schritt 72 Pflastersteine benötigt.
Man erkennt: Beim 2. Schritt benötigt man $3 \cdot 2$ Steine zusätzlich,
beim 3. Schritt benötigt man $5 \cdot 2$ Steine zusätzlich,
beim 4. Schritt benötigt man $7 \cdot 2$ Steine zusätzlich, usw.

K1

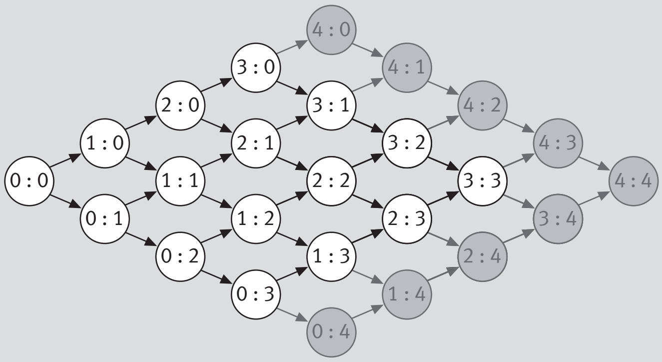
■ Der Term lautet $2 \cdot n^2$.

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

Kap. 1.1 und 1.2

K4
Ergebnis	0 : 0	1 : 1	2 : 2	3 : 3	4 : 4	n : n	20 : 20
Anzahl der möglichen Spielstände	1	4	9	16	25	$(n + 1)^2$	441

K4
- 

K6
- Die Anzahlen der möglichen Spielstände sind Quadratzahlen. Bei einem Ergebnis n : n sind $(n + 1)^2$ Spielstände möglich.

K5
	A	B	C	D	E
1	Tore einer Mannschaft bei "unentschieden":	2	3	4	20
2	Anzahl der Zwischenstände:	9	16	25	441

K2
- Bei einem Ergebnis 20 : 20 sind 441 Spielstände möglich. Ein Spiel mit 1225 Zwischenständen ist 34 : 34 ausgegangen.

Kap. 1.3

K3
- $A_1(x) = 3 \cdot x \cdot \frac{x}{5} + 2 \cdot \left(\frac{x}{5}\right)^2$ $\quad A_2(x) = x^2 - 2 \cdot \frac{4x}{5} \cdot \frac{x}{5}$

K5
	A	B	C	D	E	F	G
1	x	5	6	7	8	9	10
2	A1(x)	17	24,48	33,32	43,52	55,08	68
3	A2(x)	17	24,48	33,32	43,52	55,08	68

K3/5
- $A_3(x) = \frac{17x^2}{25}$

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	5	6	7	8	9	10
2	A1(x)	17	24,48	33,32	43,52	55,08	68
3	A2(x)	17	24,48	33,32	43,52	55,08	68
4	A3(x)	17	24,48	33,32	43,52	55,08	68

Kap. 1.4

K2/5

Anzahl Elfmeter	3	4	5
Chance	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$\left(\frac{1}{2}\right)^5$

K3/5

$P(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	P(n)	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125	0,015625	0,0078125	0,00390625	0,00195313	0,00097656

K5

K6

Die Säulen werden für große Werte von n sehr klein. Ändert man die Skalierung der Hochachse, so dass die Säulen auch für große Werte von n noch gut erkennbar sind, dann werden die Säulen für kleine Werte von n sehr hoch, so dass das Diagramm u. U. nicht mehr auf ein normales Blatt (z. B. DIN A4) passt.

Kap. 1.5

K3

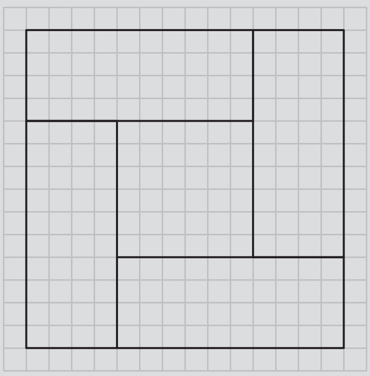
großes Quadrat: $A(a; b) = (a + b)^2$
kleines Quadrat: $A(a; b) = (a - b)^2$

K3

$T(a; b) = \frac{(a + b)^2}{(a - b)^2} = \left(\frac{a + b}{a - b}\right)^2$

$T(3b; b) = 4$ für $a = 3b$

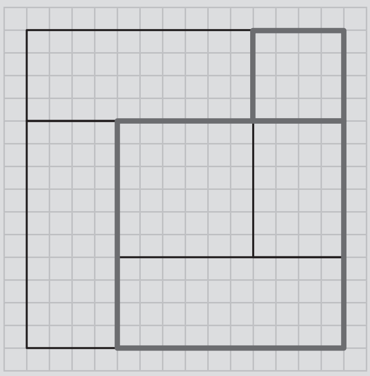
K1/4



$T(5\,\text{cm}; 2\,\text{cm}) = \left(\frac{5\,\text{cm} + 2\,\text{cm}}{5\,\text{cm} - 2\,\text{cm}}\right)^2 = \frac{49\,\text{cm}^2}{9\,\text{cm}^2} = 5\frac{4}{9}$

Das Verhältnis kann nicht berechnet werden, wenn der Nenner von T(a; b) gleich 0 ist, also wenn a = b gilt. In diesem Fall gibt es kein inneres kleines Quadrat.

K2



$2 \cdot a \cdot b = (a + b)^2 - a^2 - b^2$

$a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot [(a + b)^2 - a^2 - b^2]$

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 12

Entdecken

K4
-

Anzahl Würfel	1	2	3	4	5
Anzahl sichtbarer Seitenflächen	5	9	13	17	21

K6
- Es kommen jedes Mal 5 sichtbare Flächen dazu, während die oberste des letzten Würfels verdeckt wird. Somit kommen mit jedem Würfel 4 neue Flächen hinzu.

K1/5
- Bei jedem Würfel sind 4 Seitenflächen sichtbar, dazu kommt die Deckfläche des obersten Würfels. Wenn n die Anzahl der Würfel darstellt, sind also 4n + 1 Seitenflächen sichtbar.
  20 Würfel: $4 \cdot 20 + 1 = 81$ Seitenflächen

Nachgefragt

K6
- Die Termwerte sind Stammbrüche.

K1
- Ohne Malzeichen wäre nicht zu erkennen, dass es sich um zwei Zahlen handelt. Beispiel: $4 \cdot 5 \neq 45$.

Aufgaben

K4/6

1 **a)** 1

Schritt	1	2	3	4	5	6
Anzahl Streichhölzer	3	5	7	9	11	13

2

Schritt	1	2	3	4	5	6
Anzahl Streichhölzer	4	7	10	13	16	19

3

Schritt	1	2	3	4	5	6
Anzahl Streichhölzer	3	9	18	30	45	63

b) Mögliche Beschreibungen:
1 Die Änderung ist konstant und beträgt zwischen den einzelnen Schritten 2.
2 Die Änderung ist konstant und beträgt zwischen den einzelnen Schritten 3.
3 Die Änderung ist nicht konstant. Sie erhöht sich mit jedem Schritt um 3.

c) Beim Berechnen der jeweiligen Termwerte erhält man die gleichen Ergebnisse wie in Teil a) beim Abzählen der Streichhölzer.

d) 1 T(10) = 21 T(50) = 101 T(100) = 201
2 T(10) = 31 T(50) = 151 T(100) = 301
3 T(10) = 165 T(50) = 3825 T(100) = 15 150
Man bräuchte sehr viele Streichhölzer, Platz und Zeit, um so große Figuren zu legen.

K1

2

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
Können die Malzeichen weggelassen werden?	ja	ja	teilweise; bei $3 \cdot 9$ nicht	ja	nein	teilweise; bei $6 \cdot \frac{1}{3}$ nicht	teilweise; bei $7 \cdot 3$ nicht	teilweise; bei $3 \cdot 6^2$ nicht

K5/6

3 1 – D 2 – I 3 – A 4 – F 5 – C

K 5 **4** **a)** Differenz
$T(4) = -24$ $T(-3) = -17$ $T(2{,}2) = -22{,}2$ $T\left(-1\frac{1}{2}\right) = -18{,}5$

b) Differenz
$T(4) = 8$ $T(-3) = -41$ $T(2{,}2) = -4{,}6$ $T\left(-1\frac{1}{2}\right) = -30{,}5$

c) Produkt
$T(4) = -28$ $T(-3) = -140$ $T(2{,}2) = -0{,}64$ $T\left(-1\frac{1}{2}\right) = -66{,}5$

d) Differenz
$T(4) = 36$ $T(-3) = -62$ $T(2{,}2) = 10{,}8$ $T\left(-1\frac{1}{2}\right) = -41$

e) Differenz
$T(4) = -7{,}75$ $T(-3) = \frac{17}{3}$ $T(2{,}2) = -\frac{217}{55}$ $T\left(-1\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{3}$

f) Potenz (Quotient)
$T(4) = \frac{1}{16}$ $T(-3) = \frac{1}{9}$ $T(2{,}2) = \frac{25}{121}$ $T\left(-1\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{9}$

K 5/6 **5** **a)** Der Term ist die Differenz aus dem Quotienten von 2 und dem Quadrat einer Zahl n und $\frac{1}{3}$. $T(3) = -\frac{1}{9}$

b) Der Term ist der Quotient aus der Summe aus einer Zahl a und 3 und der Differenz mit dem Minuenden a und dem Subtrahenden 1. $T\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{9}{7}$

c) Der Term ist das Produkt aus 2 und der Potenz mit der Basis 3 und dem Exponenten x. $T(-4) = \frac{2}{81}$

d) Der Term ist ein Produkt. Der erste Faktor ist die Summe aus einer Zahl r u und 2, der zweite Faktor ist die Potenz mit der Basis 2 und dem Exponenten s. $T\left(-\frac{4}{5}; -1\right) = \frac{3}{5}$

e) Der Term ist ein Quotient. Der Dividend ist die Differenz mit dem Minuenden m und dem Subtrahenden 1. Der Divisor ist die Summe aus 2n und 1. $T(-3; 0) = -4$

K 1/2 **6** **a)** Umfang eines Rechteckes mit Länge l und Breite b.
$U(3{,}5\,\text{cm}; 4{,}2\,\text{cm}) = 2 \cdot 3{,}5\,\text{cm} + 2 \cdot 4{,}2\,\text{cm} = 15{,}4\,\text{cm}$

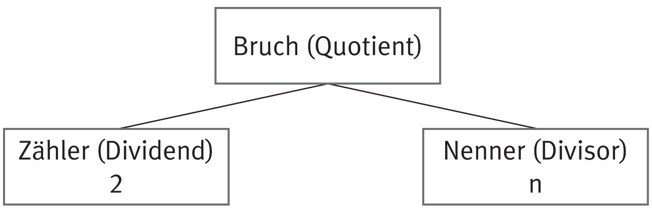
b) Oberfläche eines Würfels mit Kantenlänge a.
$O\left(2\frac{1}{4}\,\text{cm}\right) = 6 \cdot 2{,}25^2\,\text{cm}^2 = 30{,}375\,\text{cm}^2$

c) Oberfläche eines Quaders mit quadratischer Grundfläche (Kantenlänge l) und der Höhe h.
$O\left(3{,}25\,\text{m}; 1\frac{1}{2}\,\text{m}\right) = 2 \cdot 3{,}25^2\,\text{m}^2 + 4 \cdot 3{,}25 \cdot 1{,}5\,\text{m}^2 = 40{,}625\,\text{m}^2$

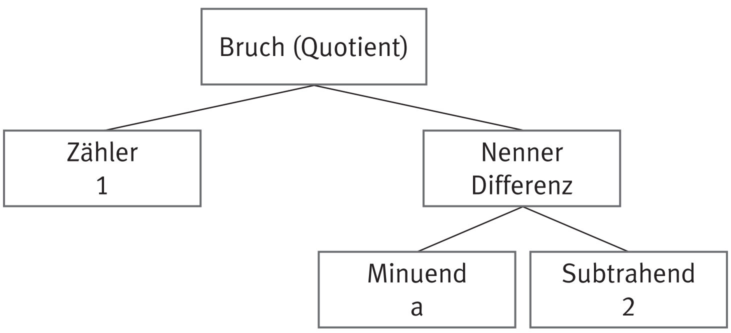
d) Flächeninhalt eines Quadrats mit Seitenlänge g, aus dem ein Quadrat mit Seitenlänge k ausgeschnitten wurde.
$A(4\,\text{dm}; 3\,\text{dm}) = 7\,\text{dm}^2$

e) Volumen eines Quaders mit Kantenlängen l, b und h.
$V\left(1{,}5\,\text{m}; \frac{2}{3}\,\text{m}; 4\frac{3}{7}\,\text{m}\right) = 1{,}5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4\frac{3}{7}\,\text{m}^2 = 4\frac{3}{7}\,\text{m}^2$

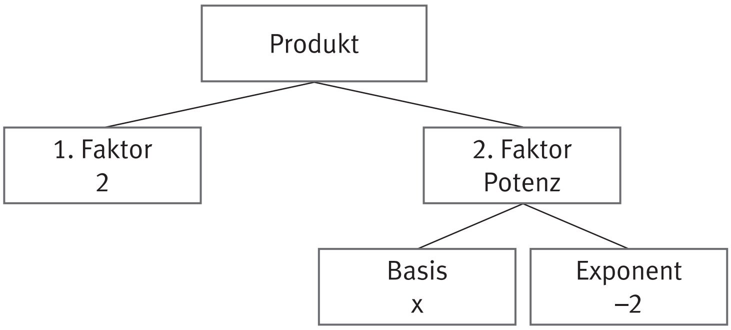
K 4 **7** **a)**



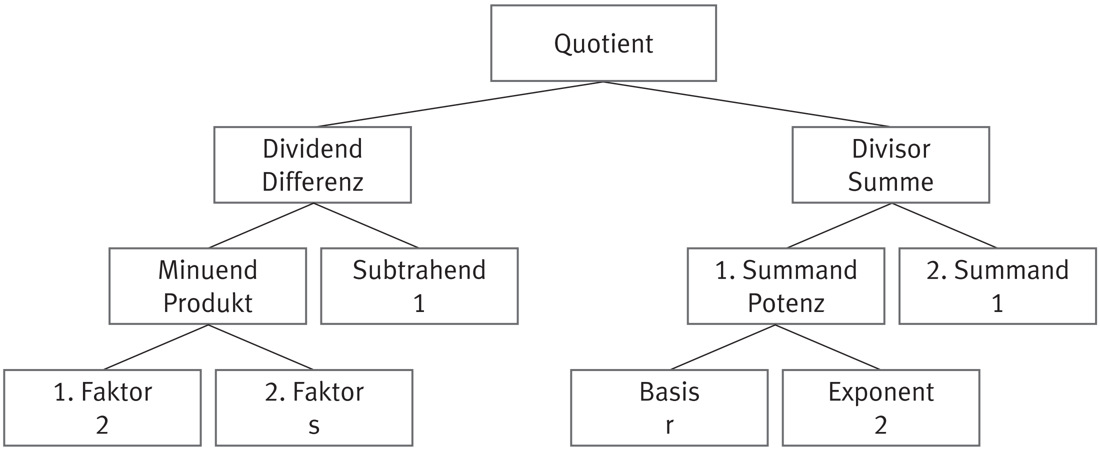
b)



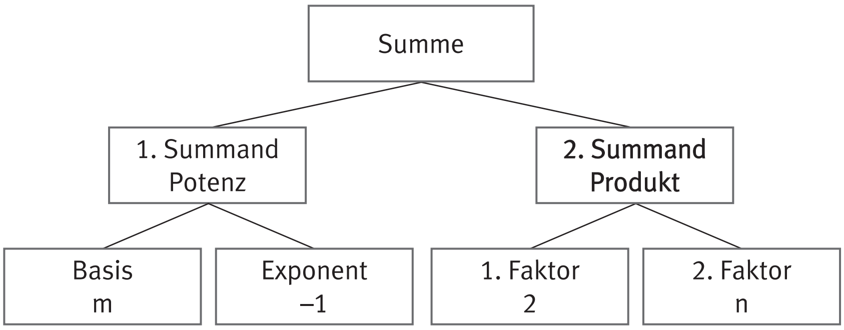
c)



d)



e)



K5 **8** **a)**

$T_1(-2) = -2$ $\quad$ $T_1\left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{53}{30}$ $\quad$ $T_1(0) = -1{,}6$

$T_1(0{,}5) = -\frac{3}{2}$ $\quad$ $T_1(1) = -1{,}4$ $\quad$ $T_1(18) = 2$

$T_2(-2) = \frac{11}{3}$ $\quad$ $T_2\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{9}$ $\quad$ $T_2(0) = 0$

$T_2(0{,}5) = \frac{1}{3}$ $\quad$ $T_2(1) = \frac{7}{6}$ $\quad$ $T_2(18) = 327$

$T_3(-2) = \frac{17}{3}$ $\quad$ $T_3\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{13}{6}$ $\quad$ $T_3(0) = -\frac{1}{3}$

$T_3(0{,}5) = -\frac{11}{6}$ $\quad$ $T_3(1) = -\frac{10}{3}$ $\quad$ $T_3(18) = -\frac{163}{3}$

b)

$T_1(-5) = \frac{124}{5} = 24{,}8$ $\quad$ $T_1\left(-2\frac{1}{4}\right) = \frac{665}{144}$ $\quad$ $T_1(-1) = 0$

$T_1(0{,}6) = \frac{152}{75}$ $\quad$ $T_1(1) = 2$ $\quad$ $T_1(10) = \frac{1001}{10} = 100{,}1$

$T_2(-5) = -\frac{124}{25} = -4\frac{24}{25}$ $\quad$ $T_2\left(-2\frac{1}{4}\right) = -\frac{665}{324}$ $\quad$ $T_2(-1) = 0$

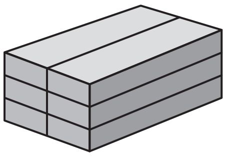
$T_2(0{,}6) = \frac{152}{45}$ $\quad$ $T_2(1) = 2$ $\quad$ $T_2(10) = \frac{1001}{100} = 10{,}01$

$T_3(-5) = -\frac{4}{25}$ $\quad$ $T_3\left(-2\frac{1}{4}\right) = -\frac{20}{81}$ $\quad$ $T_3(-1) = 0$

$T_3(0{,}6) = \frac{40}{9}$ $\quad$ $T_3(1) = 2$ $\quad$ $T_3(10) = \frac{11}{100} = 0{,}11$

K3/4 **9** **a)** 1 – B 2 – D 3 – A 4 – C

b)



c) Individuelle Lösungen.

K1/5 **10** **a)** Im Nenner darf nicht 0 stehen. Für T_1 darf x nicht den Wert –3 annehmen, und für T_2 darf x nicht die Werte –1 oder 1 annehmen.

b) T_3: x = 2 und x = 5 T_4: x = 6 und x = –6

K5 **11** **a)** $13 + (-92) \cdot 48 = -4403$

b) $\frac{3 \cdot 25{,}2}{(-116 + 106)} = -7{,}56$

c) $(13 + (-116)) \cdot (4 \cdot 34{,}25) + 2 \cdot 48 = -14\,015$

d) $13^2 + 2 \cdot (-116) + \frac{(2 \cdot 48 - 4)}{-92} = -64$

e)

	A	B
1	13	34,25
2	25,2	-92
3	-116	48
4		
5	a)	-4403
6	b)	-7,56
7	c)	-14015
8	d)	-64

K2/5 **12** **a)** $T(5) = \frac{4 \cdot 5 + 6}{5^2 + 1} = 1$

b)

	A	B
1	x	x^3
2	1	1
3	1,1	1,331
4	1,2	1,728
5	1,11	1,367

$x \approx 1{,}11$

Ab einer Seitenlänge von 1,11 m ist das Volumen eines Würfels größer als $1{,}35\,m^3$.

c) ursprüngliche Oberfläche: $O = 4 \cdot 200\,cm \cdot 3{,}5\,cm + 2 \cdot (3{,}5\,cm)^2 = 2836{,}75\,cm^2$

1 Schnitt längs zum Stab:

zusätzliche Oberfläche: $O_1 = 2 \cdot 200\,cm \cdot 3{,}5\,cm = 1400\,cm^2$

Zuwachs: $\frac{2836{,}75\,cm^2 + 1400\,cm^2}{2836{,}75\,cm^2} \approx 1{,}4935$

Schnitt quer zum Stab:

zusätzliche Oberfläche: $O_2 = 2 \cdot (3{,}5\,cm)^2 = 24{,}5\,cm^2$

Zuwachs: $\frac{2836{,}75\,cm^2 + 24{,}5\,cm^2}{2836{,}75\,cm^2} \approx 1{,}0086$

2 Schnitt längs zum Stab:

$\frac{2836{,}75\,cm^2 + 2 \cdot 1400\,cm^2}{2836{,}75\,cm^2} \approx 1{,}98 \ldots < 2$ $\frac{2836{,}75\,cm^2 + 3 \cdot 1400\,cm^2}{2836{,}75\,cm^2} \approx 2{,}48 \ldots > 2$

Der Stab muss 3-mal zerschnitten werden.

Schnitt quer zum Stab:

Anzahl	...	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	...
Faktor	...	1,95	1,959	1,967	1,976	1,985	1,993	2,002	2,01	2,019	2,028	2,036	2,045	...

Der Stab muss 116-mal zerschnitten werden.

K2/5 **13 a), b)**

	A	B
1	Länge außen	40
2	Breite außen	30
3	Höhe außen	20
4	Holzdicke	1
5	Volumen außen	=B1*B2*B3
6	Volumen innen	=(B1-2*B4)*(B2-2*B4)*(B3-B4)
7	gesamte Oberfläche	= 2*B1*B2 + 2*(B1+B2)*B3 + 2*(B1-2*B4 + B2 - 2*B4) *(B3 - B4)
8	Volumen des Holzes	=B5-B6

	A	B
1	Länge außen	40
2	Breite außen	30
3	Höhe außen	20
4	Holzdicke	1
5	Volumen außen	24000
6	Volumen innen	20216
7	gesamte Oberfläche	7708
8	Volumen des Holzes	3784

c) Auch wenn die im Kopf überschlagenen Ergebnisse ungefähr mit den Tabellenwerten übereinstimmen, kann es sein, dass die Formeln nicht richtig eingeben wurden. Es kann z. B. passieren, dass beim Eingeben der Formel mehrere Fehler passieren, die sich gegenseitig aufheben.

d) Alle Felder von B5 bis B8 sollten sich ändern.

e) Das Volumen innen wird negativ.
Es kann aber kein negatives Volumen geben.

	A	B
1	Länge außen	40
2	Breite außen	30
3	Höhe außen	25
4	Holzdicke	16
5	Volumen außen	30000
6	Volumen innen	-144
7	gesamte Oberfläche	6008
8	Volumen des Holzes	30144

f) Die Größenangaben sind nicht sinnvoll, denn die Innenmaße dieser Kiste wären –2 cm und –12 cm.

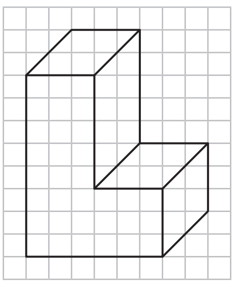
	A	B
1	Länge außen	40
2	Breite außen	30
3	Höhe außen	25
4	Holzdicke	21
5	Volumen außen	30000
6	Volumen innen	96
7	gesamte Oberfläche	5788
8	Volumen des Holzes	29904

g) Der Oberflächeninhalt des Innenraums der Kiste wird geringer, wenn die Holzdicke größer wird, da alle Kantenlängen des Innenraums kleiner werden.

h)

	A	B
1	Länge außen	30
2	Breite außen	30
3	Höhe außen	30
4	Holzdicke	2
5	Volumen außen	27000
6	Volumen innen	18928
7	gesamte Oberfläche	8312
8	Volumen des Holzes	8072

K2/4 **14 a)**



b) T_1(b; h; t): Volumen
T_2(b; h; t): Länge aller Kanten
T_3(b; h; t): Oberfläche

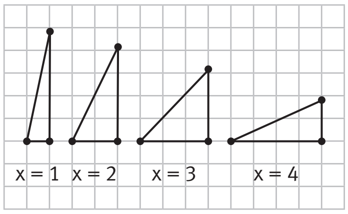
c) $T_1(2{,}2\,\text{cm};\ 2{,}8\,\text{cm};\ 1{,}5\,\text{cm}) = \left[2{,}2 \cdot 2{,}8 \cdot 1{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 2{,}2 \cdot \left(2{,}8 - \frac{1}{2} \cdot 2{,}2\right) \cdot 1{,}5\right]\text{cm}^3 = 6{,}435\,\text{cm}^3$

$T_2(2{,}2\,\text{cm};\ 2{,}8\,\text{cm};\ 1{,}5\,\text{cm}) = (4 \cdot 2{,}2 + 4 \cdot 2{,}8 + 6 \cdot 1{,}5)\,\text{cm}^3 = 29\,\text{cm}^3$

$T_3(2{,}2\,\text{cm};\ 2{,}8\,\text{cm};\ 1{,}5\,\text{cm}) = \left[2 \cdot 2{,}2 \cdot 2{,}8 + 2 \cdot 2{,}2 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 2{,}8 \cdot 1{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 2{,}2 \cdot \left(2{,}8 - \frac{1}{2} \cdot 2{,}2\right)\right]\text{cm}^3 = 25{,}45\,\text{cm}^3$

K2 **15** **a)**

x	1	2	3	4
$5 - \frac{1}{5}x^2$	4,8	4,2	3,2	1,8



b) In beiden Fällen hat einer der Schenkel des Dreiecks die Länge 0. Es handelt sich somit nicht mehr um ein Dreieck, sondern um eine Strecke.

c) Damit hätte jeweils ein Schenkel eine negative Länge. Da es negative Längen nicht gibt, haben diese „Dreiecke“ keine sinnvolle Bedeutung.

d)

	A	B
1	x	T(x)
2	0	
3	0,2	

e)

	A	B
1	x	T(x)
2	0	
3	0,2	
4	0,4	
5	0,6	
6	0,8	
7	1	
8	1,2	
9	1,4	
10	1,6	
11	1,8	
12	2	
13	2,2	
14	2,4	
15	2,6	
16	2,8	
17	3	
18	3,2	
19	3,4	
20	3,6	
21	3,8	
22	4	
23	4,2	
24	4,4	
25	4,6	
26	4,8	
27	5	

Jede Zelle bezieht sich auf die darüber liegende. Somit bezieht sich A4 auf den Wert in Zelle A3 und A5 auf den Wert in Zelle A4. Da bei unserer Formel immer 0,2 auf den Wert in der Zelle darüber hinzuaddiert wird, erhalten wir eine Folge mit Schrittgröße 0,2.

f)

	A	B
1	x	T(x)
2	0	0
3	0,2	0,4992
4	0,4	0,9936
5	0,6	1,4784
6	0,8	1,9488
7	1	2,4
8	1,2	2,8272
9	1,4	3,2256
10	1,6	3,5904
11	1,8	3,9168
12	2	4,2
13	2,2	4,4352
14	2,4	4,6176
15	2,6	4,7424
16	2,8	4,8048
17	3	4,8
18	3,2	4,7232
19	3,4	4,5696
20	3,6	4,3344
21	3,8	4,0128
22	4	3,6
23	4,2	3,0912
24	4,4	2,4816
25	4,6	1,7664
26	4,8	0,9408
27	5	-8,9E-15

g) Nach obiger Tabelle beträgt der größte Flächeninhalt 4,8048 FE bei x = 2,8.

h) Man muss die Schrittweite der Folge verringern (kleiner als 0,2).

K6 **16 a)** Möchte man die Tabelle erweitern und noch einen 7. Wert messen, muss nach dem Eintragen zusätzlich noch die Formel geändert werden.

b) Mit dem Befehl „=summe(A2:A7)“ werden alle Zellen in der Klammer addiert. „anzahl(A2:A7)“ bestimmt dagegen die Anzahl der Zellen. Wenn man die Werte beider Zellen miteinander teilt, erhält man den Durchschnitt.

c) Mit dem Befehl „=mittelwert(A2:A7)“ erhält man sofort den Mittelwert der angegebenen Zellen.

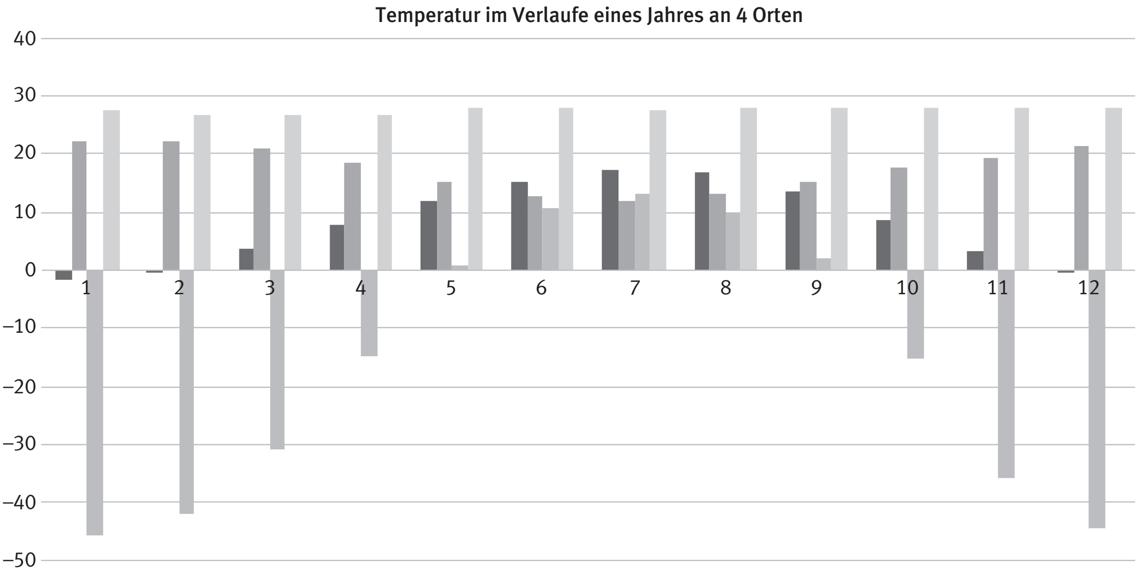
	A	B	C	D
1	Weite			
2	2,97		3,067	
3	3,13			
4	3,08			
5	2,99			
6	3,12			
7	3,11			
8				
9	Summe	Anzahl	Durchschnitt	Mittelwert
10	18,4	6	3,067	3,067

K1 **17 a)** Siehe Angabe.

b) 1 München befindet sich auf der Nordhalbkugel, während Sydney auf der Südhalbkugel liegt. Auf der Nord- und auf der Südhalbkugel sind die Jahreszeiten entgegengesetzt. So ist z. B. in Sydney Winter, wenn in München Sommer ist.

2 Sydney liegt am Meer. Durch die große Wassermenge kann viel Wärme gespeichert werden und das Klima ist sehr mild. München liegt höher über dem Meeresspiegel und hat ein kontinentales Klima. Dadurch schwanken die Temperaturen über das Jahr stärker.

c) An Ort 1 schwanken die Temperaturen stark, und es wird im Winter sehr kalt. Der Ort liegt vermutlich weit weg von einem Meer und weit nördlich, z. B. in Sibirien.
Die Temperatur an Ort 2 hingegen bleibt das ganze Jahr fast konstant. Dieser Ort liegt vermutlich an einer Küste in der Nähe des Äquators. Hier sind die jahreszeitlichen Schwankungen klein.



d)

	Durchschnittstemperatur	höchste Temperatur	niedrigste Temperatur
München	8,0 °C	17,4 °C	–1,8 °C
Sydney	17,6 °C	22,2 °C	12 °C
Ort 1	–16,0 °C	13,1 °C	–45,7 °C
Ort 2	27,6 °C	28,1 °C	26,7 °C

K 4

Geschichte

Der Euler'sche Polyedersatz

Körper	Tetraeder	Würfel	Oktaeder	Dodekaeder	Ikosaeder
Eckenanzahl e	4	8	6	20	12
Flächenanzahl f	4	6	8	12	20
Kantenanzahl k	6	12	12	30	30
e + f	8	14	14	32	32
k + 2	8	14	14	32	32

Körper	L	U	I
Eckenanzahl e	12	16	8
Flächenanzahl f	8	10	6
Kantenanzahl k	18	24	12
e + f	20	26	14
k + 2	20	26	14

Entdecken

K2 ■ Individuelle Lösungen.

K2 ■ Mögliche Lösung: Alle Personen stellen sich nebeneinander auf. Eine der beiden äußersten Personen geht an den anderen vorbei und gibt jedem die Hand. Diese Person stellt sich danach nicht mehr in die Reihe. Die nächste Person gibt nun jedem aus der Reihe die Hand usw.

K4 ■ n: Anzahl der Personen, H: Anzahl des Händeschüttelns

n	2	3	4	5	6
H	1	3	6	10	15

K1/6 ■ Jede der n Personen muss den anderen n – 1 Personen die Hand geben. Da sich so dann jedes Paar aber zweimal die Hand gibt, muss durch 2 dividiert werden.

K2 ■

7	8	9	10
21	28	36	45

Es sind 10 Personen auf der Party.

Nachgefragt

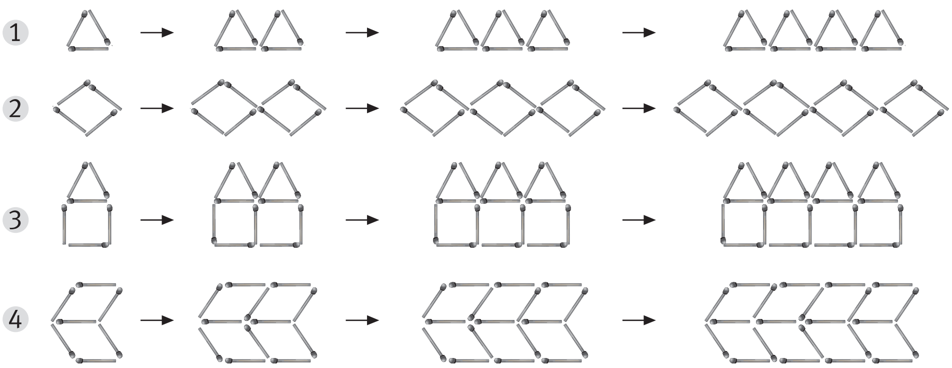
K6 ■ x ist die Seitenlänge der Raute.

K2 ■ Beispiel: T(a) ist die Umfangslänge eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und 3a.

K1 ■ Ja, für n = 0 ist T(0) = –1.

Aufgaben

K4/6 **1** **a)**



b)

n	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4
1	3	4	6	7
2	6	8	11	12
3	9	12	16	17
4	12	16	21	22

c) Bei jedem Schritt kommen …

1 3 Hölzchen dazu, da die Folge jeweils um ein Dreieck erweitert wird.

2 4 Hölzchen dazu, da die Folge jeweils um eine Raute erweitert wird.

3 5 Hölzchen dazu, da die Folge jeweils um ein „Haus“, bei dem eine Seite fehlt, erweitert wird.

4 5 Hölzchen dazu (3 parallel zueinander liegende Hölzchen und 2 weitere).

d) Figur 1: A(n) = 3n   Figur 2: A(n) = 4n

Figur 3: A(n) = 6 + 5(n – 1)   Figur 4: A(n) = 7 + 5(n – 1)

K 6 **2** **a)** $T(x) = \frac{x}{2}$; x sind die ursprünglichen Preise, T(x) die Preise im Schlussverkauf.
b) $T(x) = 2x - 3$; x ist das Taschengeld von Elias, T(x) das von Jonas.
c) $T(x) = \frac{x-2}{3}$; x ist die Anzahl der gesammelten Kastanien, T(x) die Anzahl Kastanien, die jeder bekommt.
d) $T(x) = 2^{x-1}$; x ist das x-te Feld, T(x) ist die Anzahl der Reiskörner auf dem x-ten Feld.

K 3 **3** **a)** $A(l;\, b) = l \cdot b$
$A(3\,\text{cm};\, 14\,\text{cm}) = 42\,\text{cm}^2$
$A\left(2\frac{1}{2}\,\text{cm};\, 4\,\text{cm}\right) = 10\,\text{cm}^2$
$A(18{,}7\,\text{cm};\, 23{,}6\,\text{cm}) = 441{,}32\,\text{cm}^2$

b) $U(s) = 2 \cdot (s + 1{,}3s)$
$U(19\,\text{cm}) = 87{,}4\,\text{cm}$
$U\left(2\frac{1}{2}\,\text{cm}\right) = 11{,}5\,\text{cm}$
$U(7{,}3\,\text{cm}) = 33{,}58\,\text{cm}$

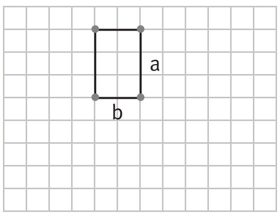
c) $O(s;\, h) = 2s^2 + 4sh$
$O(30\,\text{cm};\, 17\,\text{cm}) = 3840\,\text{cm}^2$
$O\left(3\frac{1}{5}\,\text{cm};\, 4\frac{1}{2}\,\text{cm}\right) = 78{,}08\,\text{cm}^2$
$O(21{,}7\,\text{cm};\, 14{,}2\,\text{cm}) = 2174{,}34\,\text{cm}^2$

d) $A(x;\, y) = 2xy - y^2$
$A(5\,\text{cm};\, 2\,\text{cm}) = 16\,\text{cm}^2$
$A\left(6\frac{5}{6}\,\text{cm};\, 1\frac{2}{3}\,\text{cm}\right) = 20\,\text{cm}^2$
$A(3{,}25\,\text{cm};\, 0{,}9\,\text{cm}) = 5{,}04\,\text{cm}^2$

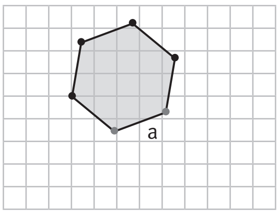
K 2/3 **4** **a)** Lösungsmöglichkeit: Bei einem Rechteck mit der Länge l und der Breite b liegen $(b + 1) \cdot l$ Hölzchen horizontal und $(l + 1) \cdot b$ Hölzchen vertikal. $T(l;\, b) = (b + 1) \cdot l + (l + 1) \cdot b$
Hinweis: $T(l;\, b) = b + l + 2 \cdot l \cdot b$
b) Für jedes der $l \cdot b$ Quadrate, werden nun 2 weitere Streichhölzer benötigt.
$T(l;\, b) = l + b + 2lb + 2lb = l + b + 4lb$

K 1/5 **5** **a)** $T(4) = 6$; $T(6) = 15$
b) Jede der n Mannschaften muss gegen n – 1 andere Mannschaften spielen. Da so aber jedes Spiel doppelt gezählt wird, muss noch durch 2 geteilt werden:
$T(n) = \frac{n(n-1)}{2}$.
c) Hier spielt jede Mannschaft 2-mal gegen jede andere Mannschaft in einem Heim- und einem Auswärtsspiel.
$T(n) = n(n - 1)$
d) $T(18) = 18 \cdot (18 - 1) = 306$

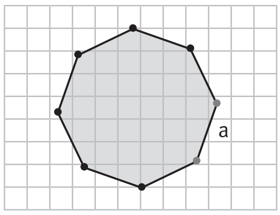
K 4/6 **6** Beispiele:

a)


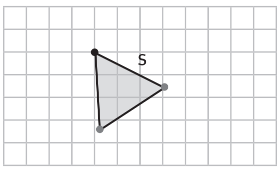
Rechteck

b)


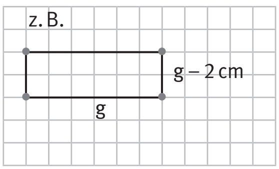
6-Eck

c)


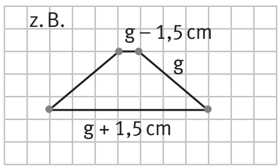
8-Eck

d)


Dreieck

e)


Rechteck mit einer Seite der Länge g und einer Seite der Länge g – 2 cm

f)


Gerades Trapez mit den beiden Schenkeln der Länge g, einer Basis der Länge g + 1,5 cm und einer dazu parallelen Seite mit der Länge g – 1,5 cm

K1/2 **7** **a)** $A_1(n)$ n ist die Anzahl der Rechner, und $A_1(n)$ gibt die Gesamtanzahl der Verbindungen an.

b) $A_2(n)$ n ist die Zahl, bis zu der addiert wird, und $A_2(n)$ ist das Ergebnis der Summe.

c) $A_3(n)$ n ist die Anzahl der Kugeln auf einer Seite des Dreiecks, und $A_3(n)$ gibt die Gesamtanzahl der Kugeln an.

d) $A_4(n)$ n ist die Anzahl der Mannschaften, und $A_4(n)$ gibt die Anzahl der Spiele an.

K2/5 **8** **a)** $A(n) = n - 3$

b) Für die Gesamtanzahl wird die Anzahl A(n) der Diagonalen pro Ecke mit der Anzahl der Ecken multipliziert. Um die Diagonalen nicht doppelt zu zählen, wird noch durch 2 dividiert:
$B(n) = A(n) \cdot \frac{n}{2} = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$

c)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1	n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
2	B(n)	0	2	5	9	14	20	27	35	44	54	65	77	90	104	119	135	152	170	189	209	230	252

	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT
1	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
2	275	299	324	350	377	405	434	464	495	527	560	594	629	665	702	740	779	819	860	902	945	989	1034

Ein 30-Eck hat 405 Diagonalen. Ab einem 47-Eck liegt die Anzahl der Diagonalen über 1000.

K1/6 **9** **a)** 1: Es gibt gleich viele Mädchen und Jungen.

2: Es gibt 4 Jungen mehr als Mädchen.

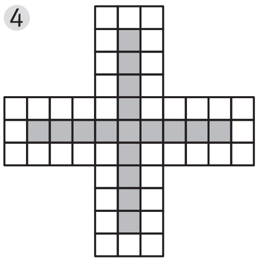
3: Auf 3 Mädchen kommt ein Junge.

4: Es gibt 5 Jungen weniger als Mädchen.

b) Wenn weniger als 5 Mädchen auf der Party wären, wäre die Anzahl der Partygäste kleiner als die Anzahl der Mädchen auf der Party.

c) Die Anzahl der Mädchen kann nur Vielfache von 3 betragen, da die Anzahl der Gäste immer ganzzahlig sein muss.

K2/5 **10** 4

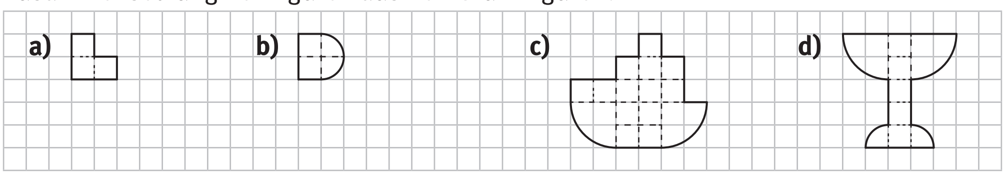


a) grüne Quadrate: $G(n) = 4n + 1$ weiße Quadrate: $W(n) = 8n + 8$

b) $A(n) = \frac{G(n)}{W(n) + G(n)} = \frac{4n+1}{12n+9} = \frac{4n+1}{3(4n+3)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4n+1}{4n+3}$

c) $A(1) = 23{,}8\,\%$ $A(10) = 31{,}8\,\%$ $A(50) = 33{,}0\,\%$
$A(100) = 33{,}2\,\%$ $A(200) = 33{,}3\,\%$ $A(500) = 33{,}3\,\%$
A(n) nähert sich für große n der Zahl $\frac{1}{3}$ an.

K2/4 **11** Zusammensetzung der Figuren aus den Grundfiguren:



Flächeninhalte der Figuren:

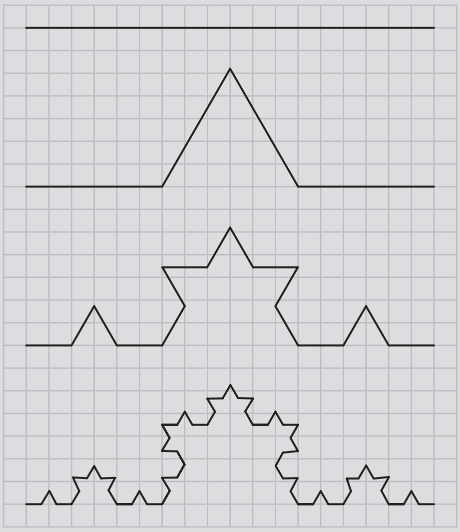
a) $A(x) = 3x$ **b)** $A(x; y) = 2x + 2y$ **c)** $A(x; z) = 13x + 2z$ **d)** $A(x; y; z) = 5x + 2y + 2z$

K 2/5

Vertiefung

Die Koch'sche Kurve

a)



b) Figur 0: Anteil = 1

Figur 1: Anteil = $\frac{4}{3}$

Figur 2: Anteil = $\frac{16}{9}$

Figur 3: Anteil = $\frac{64}{27}$

c) $A(n) = \left(\frac{4}{3}\right)^n$

d) $A(6) = \left(\frac{4}{3}\right)^6 = \frac{4096}{72} \approx 5{,}6$

$A(12) = \left(\frac{4}{3}\right)^{12} = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{16\,777\,216}{531\,441} \approx 31{,}6$

$A(36) = \left(\frac{4}{3}\right)^{36} = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{12} \approx 31{,}6 \cdot 31{,}6 \cdot 31{,}6 \approx 31\,554{,}5$

Entdecken

K6
- Individuelle Beschreibungen.

K4
- 1: $A(x) = 3x \cdot x + x^2$ 2: $A(x) = 2(2x \cdot x)$ 3: $A(x) = 4 \cdot x^2$ 4: $A(x) = 2x \cdot 3x - x \cdot 2x$

K1
- Alle vier Terme geben den Flächeninhalt der identischen grünen Flächen 1 bis 4 in Abhängigkeit von x an. Deshalb liefern sie für denselben Wert von x auch dasselbe Ergebnis.

Nachgefragt

K1
- $4s + 4s^2 = 4(s + s^2)$: richtig (Distributivgesetz)
  $4s + 4s^2 = 8s^3$: falsch (Termglieder nicht gleichartig; Punkt vor Strich missachtet, Potenzen falsch zusammengefasst)
  $4s + 4s^2 = 4s(1 + s)$: richtig (Distributivgesetz)

K1
- Über der Menge {0; 1}, wenn also für k nur diese beiden Zahlen eingesetzt werden dürfen, sind die Terme äquivalent. Wenn für k auch andere Zahlen eingesetzt werden dürfen (z. B. $k \in \mathbb{Q}$), sind die Terme nicht äquivalent. Beispiel: Für k = 2 erhält man die unterschiedlichen Termwerte 2; 4; 8; …

Aufgaben

K5 **1** **a)** $3x$ **b)** $20x$ **c)** $88y$ **d)** $38x$ **e)** $0{,}1y$ **f)** $22x$
g) $-8x$ **h)** $-0{,}11y$ **i)** $18y$ **j)** $-\frac{3}{4}y - 19\frac{1}{4}y - 30y = -50y$

K5 **2** Lösungswort: WILES

K5 **3** Bei allen Aufgaben wird die Rechenreihenfolge geändert und es werden Summanden vertauscht, d. h. man wendet das Assoziativ- und das Kommutativgesetz an.

a) $ab + ac - bc - ab = (ab - ab) + (ac - bc) = ac - bc$

b) $x + 2x^2 - 2x^3 - 3x^2 - 3x = (x - 3x) + (2x^2 - 3x^2) - 2x^3 = -2x - x^2 - 2x^3$

c) $0{,}4r + 0{,}6s + \frac{1}{5}r - \frac{2}{5}s = (0{,}4r + 0{,}2r) + (0{,}6s - 0{,}4s) = 0{,}6r + 0{,}2s$

d) $1\frac{2}{7}u^2v - \frac{3}{4}uv^2 + \frac{4}{7}u^2v + \frac{1}{2}uv^2 = \left(1\frac{2}{7}u^2v + \frac{4}{7}u^2v\right) + \left(-\frac{3}{4}uv^2 + \frac{1}{2}uv^2\right) = 1\frac{6}{7}u^2v - \frac{1}{4}uv^2$

e) $2^3efg - 2^{-3}egf - 3^2gfe + \frac{1}{4}fge - (gef - feg) = 8efg - \frac{1}{8}efg - 9efg + \frac{1}{4}fge - (efg - efg)$
$= (8efg - 9efg) + \left(-\frac{1}{8}efg + \frac{1}{4}fge\right) - 0 = -efg + \frac{1}{8}efg = -\frac{7}{8}efg$

K1/2 **4** Die Terme sind alle nicht äquivalent, da es jeweils Werte für x gibt, für die $T_1(x) \neq T_2(x)$ gilt.

a) $T_1(x) = T_2(x)$ z. B. für $x = 0$ und $x = 1$; $T_1(x) \neq T_2(x)$ z. B. für $x = 2$

b) $T_1(x) = T_2(x)$ z. B. für $x = -1$ und $x = 1$; $T_1(x) \neq T_2(x)$ z. B. für $x = 2$

c) $T_1(x) = T_2(x)$ z. B. für $x = -1$ und $x = 1$; $T_1(x) \neq T_2(x)$ z. B. für $x = 2$

d) $T_1(x) = T_2(x)$ z. B. für $x = -1$ und $x = 1$; $T_1(x) \neq T_2(x)$ z. B. für $x = 2$

K3/4 **5** **a)** $l(x; y) = x + \frac{1}{3}x + y = \frac{4}{3}x + y$ $b(x) = x + \frac{1}{3}x + x = \frac{7}{3}x$

b) weißes Kreuz: $A_K(x; y) = \frac{1}{3}x \cdot b + \frac{1}{3}x \cdot l - \left(\frac{1}{3}x\right)^2 = \frac{1}{3}x \cdot \frac{7}{3}x + \frac{1}{3}x \cdot \left(\frac{4}{3}x + y\right) - \frac{1}{9}x^2 = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x\left(\frac{4}{3}x + y\right)$
rote Vierecke: $A_V(x; y) = 2x^2 + 2xy$

c) aus a): $A_F(x; y) = \left(\frac{4}{3}x + y\right) \cdot \frac{7}{3}x$
aus b): $A_F(x; y) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x\left(\frac{4}{3}x + y\right) + 2x^2 + 2xy$

K1 **6** **a)** Es gibt Werte für x, für die die beiden Terme nicht den gleichen Wert liefern, z. B. $x = -1$: $T_1(-1) = 3$ und $T_2(-1) = -3$.
Beispiele für Terme, die zu $T_1(x)$ äquivalent sind, nicht aber zu $T_2(x)$: $x(x - 2)$ und $\frac{1}{4}[(2x)^2 - 8x]$

b) Beispiele für Terme, die zu $T_2(x)$ äquivalent sind, nicht aber zu $T_1(x)$: $x(x^2 - 2x)$ und $x^2(x - 2)$

Entdecken

K 1 ■ Der aus den acht kleinen Würfeln zusammengesetzte Würfel hat die doppelte Kantenlänge und das achtfache Volumen eines kleinen Würfels.

K 5 ■ $V = 27 \cdot 5^3\,\text{cm}^3 = 27 \cdot 125\,\text{cm}^3 = 675\,\text{cm}^3$
27 Würfel lassen sich zu einem großen Würfel mit der dreifachen Kantenlänge zusammenbauen ($3^3 = 27$).

Nachgefragt

K 1 ■ Die Terme sind nicht äquivalent, da z. B. $T_1(1; -1) = 1$ und $T_2(1; -1) = -1$.

K 1 ■ Die Behauptung ist falsch. Mögliches Gegenbeispiel: $a = \frac{1}{2}$.
Für zunehmende Werte von x wird der Wert von $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ immer kleiner.

Aufgaben

K 5 **1** **a)** $27 - 9 = 18$ **b)** $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ **c)** $5 \cdot 16 = 80$
d) $25 - 25 - 125 = -125$ **e)** $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = 1$ **f)** $(-1)^5 \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^5 \cdot \left(\frac{9}{7}\right)^5 = (-1)^5 \cdot \left(\frac{7}{9} \cdot \frac{9}{7}\right)^5 = -1$
g) $2^3 \cdot 2^3 = 8 \cdot 8$ **h)** $2^9 = 512$ **i)** $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10}{5}\right)^5 = \frac{1}{2} \cdot 2^5 = 2^4 = 16$
j) $\frac{-81}{-27} = 3$ **k)** $2^4 \cdot \frac{4^5}{(-8)^4} = 16 \cdot \frac{1024}{4096} = 4$ **l)** $\left(\frac{12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 9}\right)^3 = \left(\frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{9 \cdot 9}\right)^3 = 3^3 = 27$

K 1 **2** **a)** Basis: 3; Exponent: 4;
Potenz: 3^4;
Wert der Potenz: 81
b) Karina hat Recht: $(a^b)^c = \underbrace{a^b \cdot \ldots \cdot a^b}_{c\text{-mal}} = \underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{b \cdot c\text{-mal}} = \underbrace{a^c \cdot \ldots \cdot a^c}_{b\text{-mal}} = (a^c)^b$
c) Gesa hat nicht Recht, da im Allgemeinen $c^b \neq b^c$, z. B. für $c = 1$ und $b = 2$.

K 5 **3** **a)** q^4 **b)** g^6 **c)** x^8 **d)** $(ax)^4$
e) $(lo)^4$ **f)** a^2b^3 **g)** $m^4 \cdot n^3$ **h)** f^7
i) s^3t^5 **j)** $\frac{s^5}{t^4}$ **k)** v^6 **l)** $\left(\frac{y}{z}\right)^6$

K 5 **4** Mögliche Darstellungen:
a) $2^{-6} = 4^{-3}$ **b)** $3^4 = 9^2$ **c)** $\left(\frac{5}{3}\right)^3$ **d)** $3^6 = 9^3$ **e)** $2^{10} = 4^5$
f) 2^{-9} **g)** $10^4 = 100^2$ **h)** 6^3 **i)** $\left(\frac{25}{8}\right)^2$ **j)** $7^4 = 49^2$
k) $\left(\frac{2}{10}\right)^3$ **l)** $\left(\frac{4}{10}\right)^5 = \left(\frac{2}{5}\right)^5$ **m)** $1^2 = 2^0$

K 1/2 **5** Die Einerziffer der dritten Potenz einer natürlichen Zahl ist die Einerziffer der dritten Potenz der Einerziffer dieser natürlichen Zahl.
Die dritten Potenzen der Zahlen von 0 bis 9 sind $0^3 = 0$; $1^3 = 1$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$; $6^3 = 216$; $7^3 = 343$; $8^3 = 512$; $9^3 = 729$.
Die markierten Ziffern können als Einerziffer der dritten Potenz einer natürlichen Zahl auftreten; dies sind alle zehn Ziffern.

K 5 **6** **a)** $(ab)^6$ **b)** x^4 **c)** $1 = 1^1$ **d)** 2^5 **e)** 3^{-1}
f) $\left(\frac{u}{5}\right)^6$ **g)** Der Term kann nicht als Potenz geschrieben werden. **h)** e^6

K1 **7** **a)** $O(s) = 6s^2$ $O(2s) = 6(2s)^2 = 6 \cdot 4 \cdot s^2 = 4 \cdot (6s^2) = 4 \cdot O(s)$
Die Aussage ist falsch. Die Oberfläche vervierfacht sich.
b) $V(s) = s^3$ $V(2s) = (2s)^3 = 8s^3 = 8 \cdot V(s)$
Die Aussage ist falsch. Das Volumen verachtfacht sich.
c) $V(l) = l \cdot l \cdot \frac{l}{2} = \frac{l^3}{2}$ $V(2l) = \frac{(2 \cdot l)^3}{2} = \frac{8 \cdot l^3}{2} = 8 \cdot V(l)$
Die Aussage ist falsch. Das Volumen verachtfacht sich.

K2/3 **8** **a)** Schachtel: $T_{Schachtel}(x) = x^2$ Karton: $T_{Karton}(x) = x^3$ Kiste: $T_{Kiste}(x) = x^4$
b) In einem Beutel sind 4 Würfel. Man benötigt 1000 : 4 = 250 Beutel.
In einer Schachtel sind $T_{Schachtel}(4) = 4^2 = 16$ Würfel. Man benötigt 1000 : 16 = 62,5, also 63 Schachteln (62 Schachteln mit je 16 Würfeln und eine mit 8 Würfeln).
In einem Karton sind $T_{Karton}(4) = 4^3 = 64$ Würfel. Man benötigt 1000 : 64 = 15,625, also 16 Kartons.
In einer Kiste sind $T_{Kiste}(4) = 4^4 = 256$ Würfel. Man benötigt 1000 : 256 = 3,90625, also 4 Kisten.
c) Zum Beispiel gilt für eine Kiste: $n(2x) = 2^4x^4 = 16x^4$ d. h. hier muss das Ergebnis mit 16 multipliziert werden.

K2/4 **9** **a)** Die Anzahl der Wege beträgt 4.
b) Individuelle Grafiken.

Anzahl Kreise	6	8	10	12
Anzahl Wege	8	16	32	64

c) $T(n) = 2^{0,5n}$
d) und **e)**

Anzahl Kreise	6	8	10	12	20	50	100
Anzahl Wege	8	16	32	64	$2^{10} \approx 10^3$	$2^{25} \approx 10^6 \cdot 2^5$	$2^{50} \approx 10^{15}$
Benötigte Zeit in s	$\frac{1}{125}$	$\frac{2}{125}$	$\frac{4}{125}$	$\frac{8}{125}$	1	32 000	10^{12}

f) Es kann z. B. mehr als zwei Abzweigungen an einem Punkt geben, außerdem sind auch Umwege möglich.

K5 **10** **a)** 1 $1\,km^2 = 1 \cdot (1 \cdot km)^2 = 1 \cdot (1000\,m)^2 = 10^6\,m^2$ Umrechnungszahl: $10^6 = 1\,000\,000$
2 $1\,km^3 = 1 \cdot (1 \cdot km)^3 = 1 \cdot (1000\,m)^3 = 10^9\,m^3$ Umrechnungszahl: $10^9 = 1\,000\,000\,000$
b) $1\,km^2 = 1 \cdot (1 \cdot km)^2 = 1 \cdot (1000\,m)^2 = 10^6\,m^2 = 10^4\,a = 10^2\,ha$
Umrechnungszahl km^2 in ha: 100 Umrechnungszahl km^2 in a: 10 000
c) $1\,l = 1 \cdot dm^3 = 1 \cdot (1 \cdot dm)^3 = 10^{-3}\,m^3$ Umrechnungszahl: $10^{-3} = \frac{1}{1000}$
$1\,m^3 = 10^3\,dm^3$
$46{,}4\,m^3 = 46{,}4 \cdot 10^3\,dm^3 = 46\,400\,dm^3 = 46\,000\,l$

K2 **11** **a)** L = {0} **b)** L = {3} **c)** L = {2} **d)** L = {3} **e)** L = {–1} **f)** L = {1}

K5 **12** **a)**

	Die Größe wird gelesen	und lautet in wissenschaftlicher Schreibweise
1	100 Pikometer	$100 \cdot 10^{-12}\,m = 1{,}0 \cdot 10^{-10}\,m$
2	15 Mikronewton	$15 \cdot 10^{-6}\,N = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\,N$
3	10 Nanosekunden	$10 \cdot 10^{-9}\,s = 1{,}0 \cdot 10^{-8}\,s = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\,ms$
4	90 Mikrometer	$90 \cdot 10^{-6}\,m = 9{,}0 \cdot 10^{-5}\,m = 9{,}0 \cdot 10^{-2}\,mm$
5	3 Zentimeter	$3 \cdot 10^{-2}\,m = 3 \cdot 10^{-5}\,km$

b) Individuelle Lösungen.

K2/6 **13 a)** Potenzen werden geschickt umgeformt, um Schritt für Schritt 2^9 zu berechnen. So z. B. gilt $4^2 = 16$ und $2^2 = 4$. Man kann die 4 also durch eine Zweierpotenz ersetzen: $16 = 4^2 = (2^2)^2 = 2^4$.
Durch mehrfache Anwendung können so große Potenzen berechnet werden.

b) 1 $3^2 = 9$; $9^2 = 3^4 = 81$; $81^2 = 3^8 = 6561$

2 $5^2 = 25$; $25^2 = 5^4 = 625$; $5^5 = 5^4 \cdot 5 = 625 \cdot 5 = 3125$

3 $1{,}2^2 = 1{,}44$; $1{,}44^2 = 1{,}2^4 = 2{,}0736$

4 $2{,}5^2 = 6{,}25$; $6{,}25^2 = 2{,}5^4 = 39{,}0625$; $2{,}5^5 = 2{,}5 \cdot 2{,}5^4 = 2{,}5 \cdot 39{,}0625 = \frac{3125}{32}$

5 $6^2 = 36$; $36^2 = 6^4 = 1296$; $1296^2 = 6^8 = 1\,679\,616$

K5/6

Speicherkapazität Informatik

- $2^{10} = (2^2)^5 = 4^5 = 4 \cdot 4^4 = 4 \cdot (4^2)^2 = 4 \cdot 16^2 = 4 \cdot 256 = 1024$
  $10^3 = 1000$
  Es gilt somit $2^{10} \approx 10^3$
- $2^{30} = (2^{10})^3 \approx (10^3)^3 = 10^9$
- $10\,000\,000\,000\,000 = 10^{13} = 10 \cdot 10^{12} = 10 \cdot (10^3)^4 = 10 \cdot (2^{10})^4 \approx 10 \cdot 2^{40}$
- 1,36 TByte $= 1{,}36 \cdot 2^{10}$ GByte $= 1{,}36 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ MByte $= 1{,}36 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ Byte $= 1{,}36 \cdot 2^{30}$ Byte $\approx 1{,}5 \cdot 10^{12}$ Byte
  Andererseits mit der Annahme $2^{10} \approx 10^3$ wäre 1,36 TByte $= 1{,}36 \cdot 2^{30}$ Byte $= 1{,}36 \cdot 10^{12}$ Byte.
  Der scheinbare Widerspruch entsteht aus Rundungsfehlern durch die Näherung $2^{10} \approx 10^3$.

Entdecken

K1 ■ Gesamtlänge $L = 5l$
Gesamtbreite $B = 3b$
Flächeninhalt $A = L \cdot B = 5l \cdot 3b$

K6 ■ $l \cdot b$ ist gleich der Fläche einer Fliese.
Der gesamte Flächeninhalt ergibt sich somit für 15 Fliesen zu $A = 15 \cdot l \cdot b$.

K1 ■ $A = 5l \cdot 3b = 15 \cdot l \cdot b$

Nachgefragt

K1 ■ Gegenbeispiel mit $a = 1$; $b = 2$; $c = 3$: $1 : \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \neq \frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$

K1 ■ Die Gleichung ist nach den Rechengesetzen korrekt.

Aufgaben

K3/5 **1** **a)** $48y$ **b)** $4a$ **c)** $84x$ **d)** $15ab$
e) $144xy$ **f)** $6a^2b$ **g)** $6rs$ **h)** $168p^2q$
Sachzusammenhang: individuelle Lösungen

K4 **2**

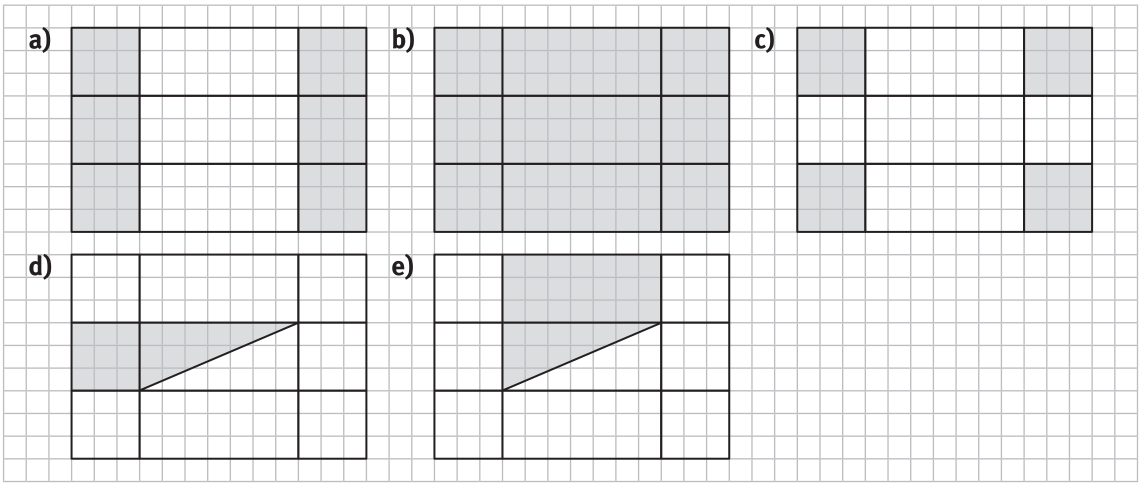
Term	$a \cdot b$	$2a^2$	$4a^2$	$a^2 - b^2$	$0{,}5a^2$	$1{,}5a^2$	$\left(a \cdot \frac{a}{2}\right) : 2$
Figur	A	G	D	B	C	F	E

K5 **3** **a)** $28a^2$ **b)** $3b^3$ **c)** $-12c^3$ **d)** $5d^2$ **e)** $10e^2$ **f)** $\frac{f^2}{5}$
g) $\frac{g^3}{8} + \frac{g^3}{2} - g^3 = -\frac{3g^3}{8}$ **h)** $12xy^2 - 12x^2y - 12xy^2 + 4x^2y = -8x^2y$
i) $\frac{2}{5}klm + 15klm - \frac{2}{5}klm - 60klm = -45klm$

K3/4 **4** **a)** Flächeninhalt aller blauen Flächen:
$A = x \cdot 4x + x^2 + x^2 + x \cdot 4x + 2x \cdot x + 2x \cdot x = 4x^2 + 2x^2 + 4x^2 + 2x^2 + 2x^2 = 14x^2$
Inhalt der weißen Flächen vom Flächeninhalt des gesamtem Rechtecks abziehen:
$5x \cdot 4x - (x \cdot 2x + 2x \cdot 2x) = 20x^2 - 6x^2 = 14x^2$
b) Da der Flächeninhalt nicht vom Rechenweg abhängt, sind die beiden Terme äquivalent. Wenn sie äquivalent sind, müssen sie nach der Vereinfachung gleich sein.

K3/4 **5** **a)** $U = 2 \cdot 2{,}5a + 2 \cdot 4a + 2 \cdot 3a = 19a$
b) $A = 2{,}5a^2 + 0{,}9a \cdot 3a + 1{,}3a \cdot 3a = 9{,}1a^2$
c) $A = 4a \cdot 2{,}5a - 3a \cdot 0{,}3a = 10a^2 - 0{,}9a^2 = 9{,}1a^2$
d) Sie sind äquivalent, weil die Fläche nicht von der Berechnungsmethode abhängt. Es gilt für beide: $A = 9{,}1a^2$

K4 **6**



K3/5 **7** **a)** $a \approx 2\,\text{cm}$, $b \approx 3{,}3\,\text{cm}$ **b)** $\frac{a}{b} \approx 0{,}6 \approx \frac{b}{a+b}$ **c)** $a \approx 36\,\text{m}$

d) Individuelle Rechercheergebnisse. **e)** $\frac{a}{b} \approx 0{,}6 \approx \frac{b}{a+b}$

K2/3 **8** **a)** $24\,\text{m}^2$

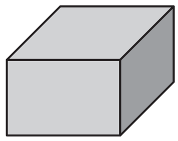
Möglicher Sachverhalt: Berechne den Flächeninhalt, den zwei Beete, die jeweils 2 m breit und 6 m lang sind, zusammen haben.

b) 14 m

Möglicher Sachverhalt: Zwei Stangen der Länge 3 m und zwei Stangen der Länge 4 m werden aneinandergelegt. Berechne die Gesamtlänge.

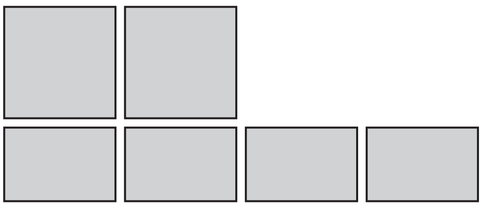
c) $24\,\text{m}^3$

Möglicher Sachverhalt: Berechne das Volumen eines Holzbausteins, der 3 cm lang, 4 cm breit und 2 cm hoch ist.



d) $42\,\text{m}^2$

Möglicher Sachverhalt: Zwei quadratische Flächen der Seitenlänge 3 m und vier rechteckige der Länge 3 m und der Breite 2 m sollen gestrichen werden. Berechne, für welchen Flächeninhalt Farbe gekauft werden muss.

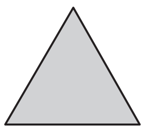


e) 40 dm

Möglicher Sachverhalt: Peter benötigt jeweils vier Stäbe der Längen 2 dm, 3 dm und 5 dm. Berechne, wie lang ein Stab mindestens sein muss, aus dem er alle Teile schneiden kann.

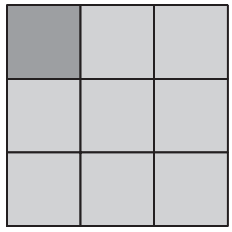
f) 6 km

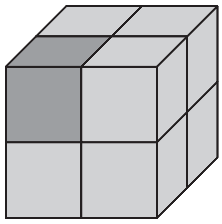
Möglicher Sachverhalt: Sylvia läuft dreimal nacheinander jeweils 2 km. Berechne, welche Strecke sie insgesamt zurückgelegt hat.



g) 2 km
Möglicher Sachverhalt: Eine acht Kilometer lange Straße wird innerhalb von vier Tagen neu asphaltiert. Berechne, welche Strecke die Maschine an einem Tag schafft, wenn sie an jedem Tag die gleiche Strecke bearbeitet.

h) 1 m^2
Möglicher Sachverhalt: Ein Quadrat der Seitenlänge 3 m wird in neun gleich große Flächen unterteilt. Berechne den Flächeninhalt eines dieser Teile.





i) 1 m^3
Möglicher Sachverhalt: Ein Würfel der Seitenlänge 2 m wird in acht gleich große Würfel unterteilt. Berechne das Volumen eines dieser Würfel.

K5 **9** **a)** $\frac{3x^2}{6} = \frac{x^2}{2}$ **b)** $(2ab)^4 \cdot [-27a^4b^4] = -16 \cdot 27 \cdot a^8b^8 = -432a^8b^8$
c) $\frac{y^6}{3} - y^5 + y^6 = \frac{4y^6}{3} - y^5$ **d)** $\left[\frac{2rst}{2^3}\right] : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2rst$

K2 **10** **a)** x = 3 **b)** x = 3; y = 3; z = 6 **c)** x = 2; y = 4; z = 6
d) x: jede ungerade ganze Zahl größer als 0 **e)** x: jede ungerade ganze Zahl; y = 2x

K3 **11** **a)** $l = a;\ b = \frac{a}{2};\ h = 1{,}5 \cdot b = \frac{3a}{4};\ V = l \cdot b \cdot h = a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{3a^3}{8}$
b) Mittleres Volumen $V = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + V_4}{4} = \frac{a^3 + (2a)^3 + (4a)^3 + (8a)^3}{4} = 146{,}25a^3$
c) Die Staumauer setzt sich aus einem Quader mit der Länge a, der Breite 100 m und der Höhe 11a und einem halben Quader mit der Länge 9a, der Breite 100 m und der Höhe 10a zusammen.
$V = a \cdot 100\,m \cdot 11a + \frac{1}{2}(9a \cdot 100\,m \cdot 10a) = 1100a^2\,m + 4500a^2\,m = 5600a^2\,m$

K3

Mögliche und unmögliche Schachteln

Vertiefung

- Individuelle Lösungen.
- $V = G \cdot x = (a - 2x) \cdot (b - 2x) \cdot x$
-

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
2	V(x)	0	287	526,3	720,9	873,8	988	1067	1112	1128	1118	1084	1029	955,8	868,4	769,3
3	a	29,7														
4	b	21														

	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF
1	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15
2	661,5	548	431,8	315,9	203,3	97	0	-84,7	-154	-205	-235	-241	-219	-167	-81,2	40,5
3																
4																

- Das Volumen steigt mit steigendem x zunächst immer weiter an, hat dann ein Maximum und sinkt wieder ab. Wenn x so groß wird, dass 2x größer als eine Seite des Blatts ist, erhält man negative Werte. Diese haben keine Bedeutung und sind zu verwerfen.
- Indem man die Schrittweite für x kleiner als 0,5 macht.
- $V = -205\,cm^3$
  x ist so groß, dass 2x größer ist als die kurze Seite des Blattes. Man müsste für so eine Kiste also mehr Papier wegschneiden, als überhaupt vorhanden ist. So eine Kiste kann also nicht existieren.

K3 **1** **a)** Ein Bild kostet 1,50 €. Die Versandkosten betragen 3 €.

b) $K(10) = 3 + 1{,}5 \cdot 10 = 18$
Die Kosten betragen 18 €.

c) Die Differenz der Kosten zwischen n Bildern und (n + 1) Bildern ist immer gleich hoch und beträgt 1,50 €.

a) Man kann für jedes n den Preis berechnen. Die Tabelle hingegen muss bei einem bestimmten n enden.

b) $1{,}5n = 20 - 3$; $n = 17 : 1{,}5 = 11\frac{1}{3}$
Es können mit 20 € also 11 Bilder gekauft werden.

c) $K(n; N) = 3{,}5 + 1{,}2n + 2{,}8 \cdot N$
n: Anzahl kleiner Bilder; N: Anzahl großer Bilder

K5 **2** **a)** $8\,(-2; 4{,}4; 18)$ **b)** $-1\left(-4; -13; \frac{1}{2}\right)$

c) $9\left(-15; 15; -7\frac{4}{5}\right)$ **d)** $-6\left(-4\frac{1}{4}; -9\frac{1}{2}; 10\right)$

a) $-3\,(7; 0{,}6; -13)$ **b)** $2{,}8\,(1{,}6; -2; 3{,}4)$

c) $-11\,(1; -14; -3)$ **d)** $1\,(1; 1; 1)$

K2/3 **3** **a)** Rechteck: Das Quadrat im ersten Schritt beinhaltet 4 Kästchen. Bei jedem Schritt bleibt die Breite unverändert, die Länge verdoppelt sich. Daher ist die Figur beim vierten Schritt 16 Kästchen lang, beim fünften Schritt 32.
Dreieck: Die Seiten des Dreiecks werden in jedem Schritt um ein Kästchen verlängert. Beim fünften Schritt ist die eine Seite also 5 Kästchen lang, die andere 6. Beim sechsten Schritt sind es entsprechend 6 und 7 Kästchen.

b) Vier Kästchen entsprechen 1 cm². Wird der Flächeninhalt in Kästchen angegeben, so vervierfachen sich die jeweiligen Maßzahlen.
Rechteck:
$A_1 = 1\,cm^2$; $A_2 = 2\,cm^2$; $A_3 = 4\,cm^2$;
$A_4 = 8\,cm^2$; $A_5 = 16\,cm^2$
Dreieck:
$A_1 = 0{,}25\,cm^2$; $A_2 = 0{,}75\,cm^2$; $A_3 = 1{,}5\,cm^2$;
$A_4 = 2{,}5\,cm^2$; $A_5 = 3{,}75\,cm^2$; $A_6 = 5{,}25\,cm^2$

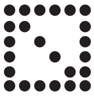
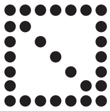
c) A(n) gibt den Flächeninhalt in cm² an.
Rechteck: Bei jedem Schritt verdoppelt sich der Flächeninhalt.
$A(n) = 2^{n-1}$
Dreieck: Die Grundseite ist jeweils $n \cdot 0{,}5\,cm$ und die zugehörige Höhe $n \cdot 0{,}5\,cm + 0{,}5\,cm = 0{,}5\,cm \cdot (n + 1)$ lang.
$A(n) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5n \cdot 0{,}5\,(n + 1) = 0{,}125n\,(n + 1)$
Alternativ: A(n) gibt die Anzahl der Kästchen aus denen die Figur besteht an.
Rechteck: $A(n) = 2^{n+1}$;
Dreieck: $A(n) = 0{,}5n\,(n + 1)$

a) Parallelogramm: Die Grundseite des Parallelogramms wird bei jedem Schritt verdoppelt. Die Höhe wird immer um ein Kästchen erhöht. Im vierten Schritt ist die Grundseite 16 Kästchen lang, die Höhe beträgt 4. Im fünften Schritt sind es dann 32 und 5.
Trapez: Die untere Seite wird bei jedem Schritt um ein Kästchen verlängert, die obere Seite um drei Kästchen. Im vierten Schritt ist die untere Seite 4 Kästchen lang, die obere 12. Im fünften Schritt sind es dann 5 und 15.

b) Vier Kästchen entsprechen 1 cm². Wird der Flächeninhalt in Kästchen angegeben, so vervierfachen sich die jeweiligen Maßzahlen.
Parallelogramm:
$A_1 = 0{,}5\,cm^2$; $A_2 = 2\,cm^2$; $A_3 = 6\,cm^2$;
$A_4 = 16\,cm^2$; $A_5 = 40\,cm^2$
Trapez:
$A_1 = 1\,cm^2$; $A_2 = 2\,cm^2$; $A_3 = 3\,cm^2$;
$A_4 = 4\,cm^2$; $A_5 = 5\,cm^2$

c) A(n) gibt den Flächeninhalt in cm² an.
Parallelogramm: Die Grundseite ist jeweils 2^{n-1} cm und die zugehörige Höhe $n \cdot 0{,}5$ cm lang.
$A(n) = 2^{n-1} \cdot n \cdot 0{,}5 = 0{,}5n \cdot 2^{n-1}$
Trapez: Jedes Trapez hat den gleichen Flächeninhalt wie ein Rechteck mit der Breite n cm und der Höhe 1 cm.
$A(n) = n$
Alternativ: A(n) gibt die Anzahl der Kästchen, aus denen die Figur besteht, an.
Parallelogramm: $A(n) = n \cdot 2^n$;
Trapez: $A(n) = 4n$

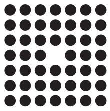
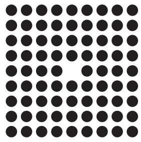
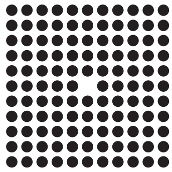
K2/4 **4** **a)** n = 4: n = 5:

n	1	2	3	4	5
A(n)	9	14	19	24	29

b) $A(n) = 4(n + 1) + n = 5n + 4$

a) n = 3: n = 4: n = 5:

n	1	2	3	4	5
A(n)	8	24	48	80	120

b) $A(n) = (2n + 1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n$

K1/5 **5** **a)**

	–2	–1	0	1	2	10
x	–2	–1	0	1	2	10
x^2	4	1	0	1	4	100
x^3	–8	–1	0	1	8	1000

Keine Terme sind äquivalent, da z. B. die Termwerte für x = 2 nicht gleich sind.

b)

	–2	–1	0	1	2	10
$(x + 3)^2$	1	4	9	16	25	169
$x^2 + 9$	13	10	9	10	13	109
$x^2 + 9 + 6x$	1	4	9	16	25	169

$T_1(x)$ und $T_3(x)$ können äquivalent sein, da die Termwerte für diese x-Werte übereinstimmen.
Da $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ ist, sind $T_1(x)$ und $T_3(x)$ äquivalent.
$T_2(x)$ ist weder zu $T_1(x)$ noch zu $T_3(x)$ äquivalent.

a)

	–2	–1	0	1	2	10
$\frac{x^2 - x}{x}$	–3	–2	–	0	1	9
$x - 1$	–3	–2	–1	0	1	2

Die Terme sind nicht äquivalent, da $T_1(0)$ nicht berechnet werden kann und $T_2(0) = -1$ ist.
Hinweis: Für $x \neq 0$ gilt: $\frac{x^2 - x}{x} = \frac{x(x - 1)}{x} = x - 1$ und somit $T_1(x) = T_2(x)$.

b)

	–2	–1	0	1	2	10
$(x + 1)(x - 1)$	3	0	–1	0	3	99
$x^2 - 1$	3	0	–1	0	3	99
$x^2 + 1 - 2x$	9	4	1	0	1	81

$T_1(x)$ und $T_2(x)$ können äquivalent sein, da die Termwerte für diese x-Werte übereinstimmen.
Da $(x + 1)(x - 1) = x^2 - x + x - 1 = x^2 - 1$ gilt, sind $T_1(x)$ und $T_2(x)$ äquivalent.
$T_3(x)$ ist weder zu $T_1(x)$ noch zu $T_2(x)$ äquivalent.

K5 **6** **a)** $14a + 11$ **b)** $-3x^2 + 5{,}5x$

a) $-7a - 6ab$ **b)** $-41{,}7x^2 + 9{,}68x$

K5 **7** **a)** ① m^5 ② $5^5; 0{,}3^4$ **b)** ① $(ab)^4$ ② $\left(\frac{xy}{st}\right)^3$

a) ① a^2b^2c ② $0{,}06^3; \frac{7^3}{2^8}$ **b)** ① $(3sr)^5$ ② $\left(\frac{16ef}{9s}\right)^2$

K5 **8** **a)** $12{,}6ab$ **b)** $5{,}5x$ **c)** $6u^2$ **d)** $5abc^2 - a^2b^2c^2$

a) sr **b)** $7{,}5x$ **c)** $-\frac{71}{3}u^2v$
d) $[4abc^2]^2 - 2a^2b^2c^2 + a^2b^2c^2 = 16a^2b^2c^4 - a^2b^2c^2$

K2/4 **9** **a)** $A(x) = (5x)^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot x^2 = 23x^2$

b) $A(a) = a^2 - \left(\frac{3a}{4}\right)^2 = \frac{7a^2}{16}$

a) Der Würfel habe die Kantenlänge x.
$V(x) = x^3 + 1{,}5x^3 + 2{,}2x^3 = 4{,}7x^3$

b) Der Flächeninhalt eines kleinen Quadrats beträgt $\left(\frac{a}{6}\right)^2$.

$$A(a) = a^2 - \left(\frac{a}{6}\right)^2 - 2 \cdot 3\left(\frac{a}{6}\right)^2 - 3{,}5\left(\frac{a}{6}\right)^2$$
$$= a^2 - 10{,}5\left(\frac{a}{6}\right)^2 = \frac{17a^2}{24}$$

K2 **10 a)** $n(h) = 12 + (h - 1) \cdot 8 = 8h + 4$

b) $n = 8h + 4$; $120 = 8h + 4 \Leftrightarrow 8h = 116 \Leftrightarrow h = 116 : 8 = 14{,}5$

Er kann einen vollständigen Turm der Höhe 14 bauen.

c) $A(h; x) = h \cdot 4x^2 + x^2 = (4h + 1)x^2$

K2 **11 a)** $b - 4b + b^2 = -3b + b^2$

b) $1{,}6x - 3{,}2x^2 + 1{,}5x \cdot 0{,}6x = 1{,}6x - 2{,}3x^2$

c) $\left(\frac{a}{2} + \frac{2a}{3}\right) \cdot \left(\frac{a}{2} - \frac{2a}{3}\right) - (-4) \cdot \left(\frac{b}{3}\right)^2 = \frac{7}{6}a \cdot \left(-\frac{1}{6}a\right) + 4 \cdot \frac{b^2}{9} = -\frac{7}{36}a^2 + \frac{4}{9}b^2$

K2/5 **12 a)**

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

b)

1
2
4
8
16
32
64
128

$T(n) = 2^n$

c)

$k = 0$: $T(n) = 1$

$k = 1$: $T(n) = n$

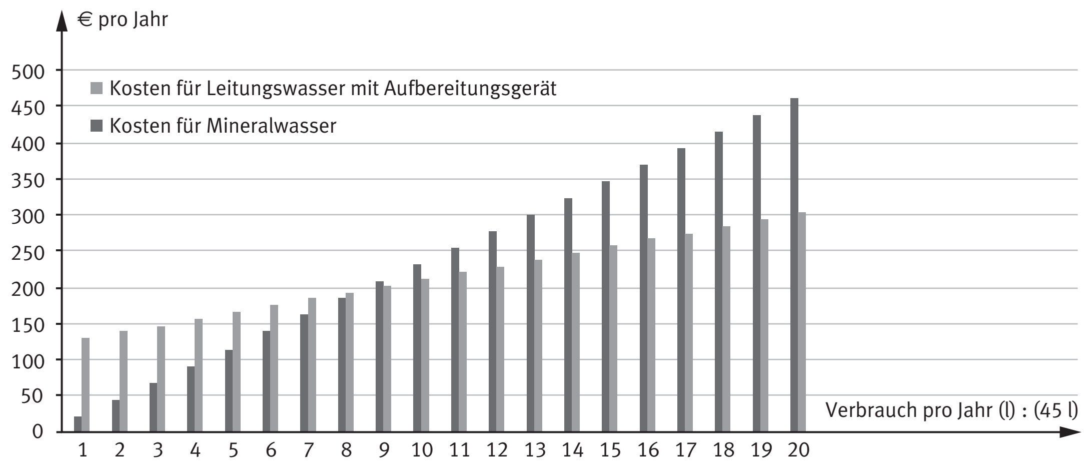
$k = 2$: $T(n) = \frac{n^2 - n}{2}$

K3 **13 a)** x: Wassermenge in 45 l

Wasser pro Kasten:	$12 \cdot 0{,}75\,l = 9\,l$
Wassermenge im Auto:	$5 \cdot 9\,l = 45\,l$
Kosten für 45 l:	$5 \cdot 4\,€ + 3\,€ = 23\,€$
Kosten für x · 45 l Mineralwasser:	$K_F(x) = x \cdot 23\,€$
Kosten für 45 l Leitungswasser:	$\frac{45 \cdot 3\,€}{1000} = 0{,}135\,€$
Kosten für x · 45 l Leitungswasser:	$K_A(x) = 120\,€ + x \cdot 9\,€ + x \cdot 0{,}135\,€$ $= 120\,€ + x \cdot 9{,}135\,€$
Kosten gleichsetzen:	$K_F(x) = K_A(x) \Leftrightarrow x \cdot 23\,€ = 120\,€ + x \cdot 9{,}135\,€$

Durch systematisches Probieren oder mithilfe einer Tabellenkalkulation findet man $x \approx 8{,}65$.
Auch der Wert $x \approx 9$, der sich durch eine Überschlagsrechnung finden lässt, ist akzeptabel.
Die Wassermenge, ab der Familie Becher spart, beträgt rund 400 l.

b)



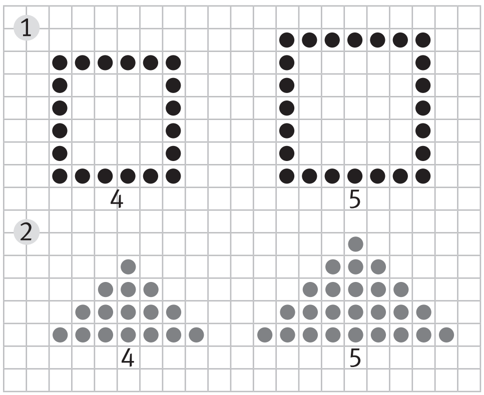
K4/6 **1** **a)** Der Term ist ein Produkt mit dem ersten Faktor m. Der zweite Faktor ist eine Summe, deren erster Summand das Produkt aus 3 und m ist. Der zweite Summand ist 1.

- Produkt
  - 1. Faktor: m
  - 2. Faktor: $3m + 1$ Summe
    - 1. Summand: 3m Produkt
      - 1. Faktor: 3
      - 2. Faktor: m
    - 1. Summand: 1

b) Der Term ist ein Quotient, dessen Dividend eine Differenz ist. Der Minuend ist das Produkt aus 3 und a, der Subtrahend ist 4. Der Divisor ist die Potenz mit der Basis a und dem Exponenten 2.

- Quotient (Bruch)
  - Dividend (Zähler): $3a - 4$ Differenz
    - Minuend: 3a Produkt
      - 1. Faktor: 3
      - 2. Faktor: a
    - Subtrahend: 4
  - Divisor (Nenner): a^2 Potenz
    - Basis: a
    - Exponent: 2

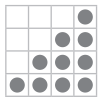
K4/6 **2** **a)**



b) Bei Muster 1 vergrößert sich die Anzahl der Punkte an jeder Seite jeweils um 1.

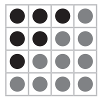
Bei Muster 2 vergrößert sich die Anzahl der Punkte jeweils um die nächste ungerade Zahl.

c) Muster 1:



mögliche Terme: $A(n) = 4(n + 2) - 4$
$A(n) = 4n + 4$
$A(5) = 4 \cdot 5 + 4 = 24$
$A(8) = 4 \cdot 8 + 4 = 36$
Das Quadrat hat an jeder Seite 8 Punkte, macht 32. Dazu die vier Ecken ergibt zusammen 36.
$A(10) = 4 \cdot 10 + 4 = 44$
Das Quadrat hat an jeder Seite 10 Punkte, macht 40. Dazu die vier Ecken ergibt zusammen 44.

Muster 2: $A(n) = n^2$



Wird der rechte Teil des Dreiecks abgeschnitten, können diese Punkte links oben so ergänzt werden, dass ein Quadrat mit n Punkten an einer Seite entsteht.
$A(5) = 5^2 = 25$
$A(8) = 8^2 = 64$
Nach dem Umlegen erhält man ein Quadrat, bei dem an jeder Seite 8 Punkte liegen.
$A(10) = 10^2 = 100$
Nach dem Umlegen erhält man ein Quadrat, bei dem an jeder Seite 10 Punkte liegen.

K2/3 **3** **a)** $V(a) = l \cdot b \cdot h = 3a \cdot 2a \cdot a = 6a^3$

$V\left(\frac{3}{2}\,dm\right) = 6\left(\frac{3}{2}\,dm\right)^3 = 6 \cdot \frac{27}{8}\,dm^3 = \frac{81}{4}\,dm^3$

$V(2^3\,dm) = 6\,(2^3\,dm)^3 = 6 \cdot 8^3\,dm^3 = 3072\,dm^3$

b) $O(a) = 2\,(l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h) = 2\,(3a \cdot 2a + 3a \cdot a + 2a \cdot a) = 22a^2$

$O\left(\frac{3}{2}\,dm\right) = 22\left(\frac{3}{2}\,dm\right)^2 = 22 \cdot \frac{9}{4}\,dm^2 = \frac{99}{2}\,dm^2$

$O(2^3\,dm) = 22\,(2^3\,dm)^2 = 22 \cdot 8^2\,dm^3 = 1408\,dm^2$

c) $L(a) = 2l + 4b + 6h = 2 \cdot 3a + 4 \cdot 2a + 6 \cdot a = 20a$

$L\left(\frac{3}{2}\,dm\right) = 20 \cdot \frac{3}{2}\,dm = 30\,dm$

$L(8\,dm) = 20 \cdot 8\,dm = 160\,dm$

K5 **4** **a)** $(-3)^3 = -27$ **b)** $(-1)^{11} = -1$ **c)** $(-1{,}3)^2 = 1{,}69$

d) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3 - (-2{,}5)^3 = 31{,}25$ **e)** $2^3 \cdot 2^4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 0{,}5^{-4} = 128 - 64 = 64$ **f)** $\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5}}{3^5} = \frac{(-3)^5}{3^5} = -1$

K5 **5** **a)** $a^{12} - (-a)^{12} = 0$ **b)** $\frac{(-2a)^4}{-2a^5} = -\frac{8}{a}$ **c)** $\left(-\frac{1}{4}k\right) \cdot \left(\frac{4}{9}k^3\right) = -\frac{k^4}{9}$

d) $\frac{15}{28}a^2 : \left(-\frac{5}{14}a\right) = \frac{15}{28}a^2 \cdot \left(-\frac{14}{5a}\right) = -\frac{3}{2}a$ **e)** $(xy)^2 - xy \cdot xy + x^2(-y)^2 = x^2y^2$

f) $\frac{(3ab)^2 \cdot b}{9} = a^2b^3$

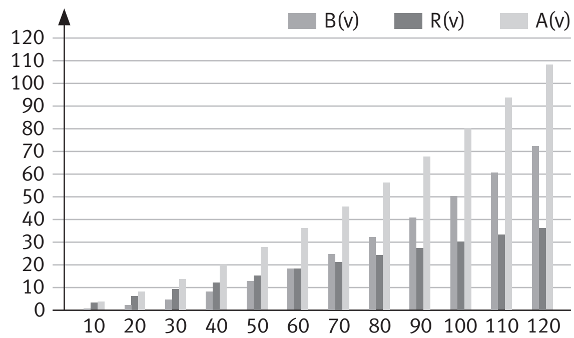
K5 **6** **a)** $a^6 - a^8$ **b)** $8b^6 - 4b^2c^6$ **c)** $8c^2 - 0{,}25c^2 = 7{,}75c^2$

d) $4d^4 + 4d^3 + 2d^4 + 4d^3 = 6d^4 + 8d^3$

K3 **7** **a)** $B(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 : 2$ $R(v) = \frac{v}{10} \cdot 3$ $A(v) = B(v) + R(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 : 2 + \frac{v}{10} \cdot 3$

b)

v	B(v)	R(v)	A(v)
10	0,5	3	3,5
20	2	6	8
30	4,5	9	13,5
40	8	12	20
50	12,5	15	27,5
60	18	18	36
70	24,5	21	45,5
80	32	24	56
90	40,5	27	67,5
100	50	30	80
110	60,5	33	93,5
120	72	36	108



c) Fahrerseite: $74\,\frac{km}{h}$ Beifahrerseite: $146\,\frac{km}{h}$

Aufgaben für Lernpartner

K 1/6 **A** Die Behauptung ist falsch. $ab^2 = a \cdot b \cdot b$ $(ab)^2 = ab \cdot ab = a \cdot a \cdot b \cdot b$

K 1/6 **B** Die Behauptung ist richtig, da für die Multiplikation das Kommutativgesetz gilt.

K 1/6 **C** Die Behauptung ist falsch. Als letzte Rechenoperation wird die Addition durchgeführt. Somit handelt es sich um eine Summe.

K 1/6 **D** Die Behauptung ist richtig, da Zähler und Nenner eines Bruches so behandelt werden müssen, als wären sie eingeklammert: $\frac{x}{y+z} = x : (y + z)$.
Somit ist die Division die zuletzt durchgeführte Rechenoperation.

K 1/6 **E** Die Behauptung ist falsch. Wird für n die Zahl –3 eingesetzt, wird der Nenner 0, was nicht sein darf.

K 1/6 **F** Die Behauptung ist falsch. $n = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$ liefert $2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2$. Das ist eine gerade Zahl.

K 1/6 **G** Die Behauptung ist falsch. Falls nicht ausdrücklich verboten, kann für a und b auch dieselbe Zahl eingesetzt werden.

K 1/6 **H** Die Behauptung ist falsch. Ein Viereck z. B. hat zwei Diagonalen, der Term liefert aber $4 \cdot \frac{4 \cdot (4-1)}{2} = 6$.
Im Term wurden die Seiten mitgezählt, richtig wäre: $\frac{n(n-3)}{2}$.

K 1/6 **I** Die Behauptung ist richtig, wenn es keine Rückspiele gibt. Jeder, der n Spieler spielt gegen jeden der n – 1 anderen. Das ergibt n(n – 1) Spiele. Wenn nun A gegen B gespielt hat, hat ja gleichzeitig B gegen A gespielt. Somit muss das Produkt n (n – 1) noch durch 2 dividiert werden.

K 1/6 **J** Die Behauptung ist falsch. Gegenbeispiel: $u(x) = 2x$ und $v(x) = x^2$ sind nicht äquivalent, obwohl gilt: $u(2) = v(2) = 4$. Für die Äquivalenz genügt es nicht, dass die Termwerte für einen Wert der Variablen übereinstimmen, sie müssen für alle Werte aus dem Definitionsbereich übereinstimmen.

K 1/6 **K** Die Behauptung ist richtig, so ist die Potenzschreibweise definiert.

K 1/6 **L** Die Behauptung ist richtig, allerdings müssen dann die Exponenten gleich sein. Beispiel: $s^k \cdot t^k = (s \cdot t)^k$

K 1/6 **M** Die Behauptung ist falsch: $(2^2)^3 = 4^3 = 64$ $2^{(2^3)} = 2^8 = 256$

K 1/6 **N** Die Behauptung ist richtig. Mithilfe des Terms T(a; b) = 2(a + b) kann sowohl der Umfang eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b berechnet werden als auch der zu zahlende Preis, wenn je zwei Artikel gekauft wurden, die a und b kosten.

K 1/6 **O** Die Behauptung ist falsch. Da dreimal eine Länge in Metern eingesetzt wird, hat das Ergebnis die Benennung m^3. Das ist ein Volumen.

K 1/6 **P** Die Behauptung ist falsch, da die Division zweimal durchgeführt wurde. Richtig ist:

$$\begin{aligned}(0{,}3e \cdot 0{,}4f) : 0{,}1 &= 0{,}3 \cdot 0{,}4 \cdot e \cdot f : \tfrac{1}{10}\\ &= 0{,}12 \cdot e \cdot f \cdot 10\\ &= 1{,}2 \cdot e \cdot f\end{aligned}$$