K6 **1** ① Quadrat. Ein Quadrat hat vier gleich lange Seiten und vier rechte Winkel. Gegenüberliegende Seiten sind parallel.

② Parallelogramm. In einem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang; gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.

③ Rechteck. In einem Rechteck stehen benachbarte Seiten senkrecht aufeinander. Gegenüberliegende Seiten sind jeweils gleich lang und parallel. Es hat vier rechte Winkel.

④ Drachenviereck. Ein Drachenviereck hat zwei Paare gleich langer benachbarter Seiten und ein Paar gleich großer Winkel.

⑤ Raute. Eine Raute hat vier gleich lange Seiten, gegenüberliegende Seiten sind parallel und gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.

K5 **2** ① $A_1 = A_{\text{Parallelogramm}} - A_{\text{Quadrat}}$
$= 1{,}5\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm} - (0{,}5\,\text{cm})^2 = 3\,\text{cm}^2 - 0{,}25\,\text{cm}^2 = 2{,}75\,\text{cm}^2$

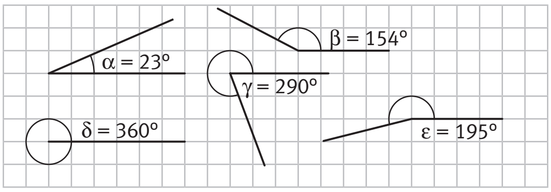
② $A_2 = A_{\text{Dach}} + A_{\text{Kamin}} + A_{\text{Haus}} - A_{\text{Tür}} - A_{\text{Fenster}}$
$= \frac{1}{2} \cdot 3{,}5\,\text{cm} \cdot 1\,\text{cm} + \frac{0{,}5\,\text{cm} + 0{,}25\,\text{cm}}{2} \cdot 0{,}5\,\text{cm} + 3{,}5\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm} - 2 \cdot 1\,\text{cm} \cdot 0{,}5\,\text{cm}$
$= 1{,}75\,\text{cm}^2 + 0{,}1875\,\text{cm}^2 + 7\,\text{cm}^2 - 1\,\text{cm}^2 = 7{,}9375\,\text{cm}^2$

③ $A_3 = 4 \cdot A_{\text{Dreieck}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1\,\text{cm} \cdot 1{,}5\,\text{cm} = 3\,\text{cm}^2$

④ $A_4 = A_{\text{Quadrat}} + 4 \cdot A_{\text{Dreieck}} = 1\,\text{cm}^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1\,\text{cm} \cdot 1{,}5\,\text{cm} = 1\,\text{cm}^2 + 3\,\text{cm}^2 = 4\,\text{cm}^2$

K4 **3** **a)** $\alpha = 45°$, spitzer Winkel — $\beta \approx 78°$, spitzer Winkel
$\gamma = 180°$, gestreckter Winkel — $\delta \approx 333°$, überstumpfer Winkel
$\varepsilon \approx 239°$, überstumpfer Winkel — $\varphi = 90°$, rechter Winkel

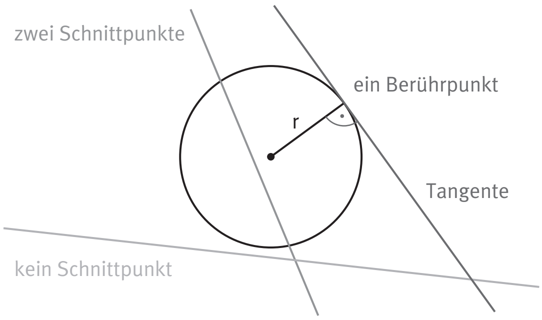
b)



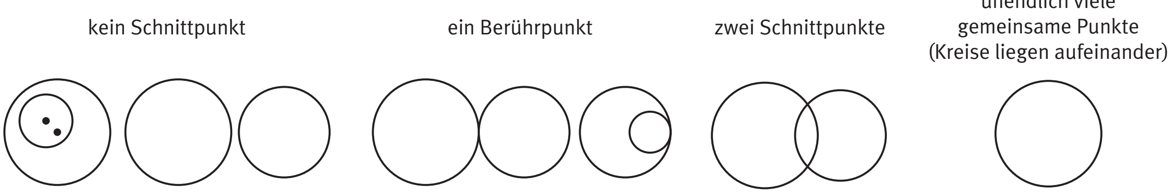
K6 **4** Individuelle Klecksfigur. Die Faltlinie ist die Symmetrieachse. Die Figuren auf beiden Seiten der Symmetrieachse sind deckungsgleich.

K1 **5** Tara hat Recht, da die Anzahl der Schnittpunkte von Kreis und Gerade (zweier Kreise) vom Abstand des Kreismittelpunktes von der Geraden (vom Abstand der beiden Kreismittelpunkte) abhängt.

Kreis – Gerade:



Zwei Kreise:



2

Achsen- und punktsymmetrische Figuren

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:

Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K6 ■ Die Rosette ist achsensymmetrisch und drehsymmetrisch.

K6 ■ Individuelle Beispiele für weitere gotische Formen.

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.

Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

Kap. 2.1 und 2.2

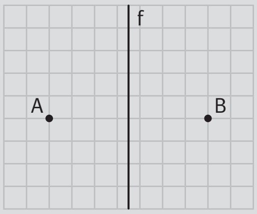
Origami – der schlaue Fuchs

- K5 Die Dreiecke sind deckungsgleich.
- K2 Das Quadrat hat vier Symmetrieachsen und ist punktsymmetrisch, wie man an den Faltlinien erkennt.
- K1 Ute hat Recht. Alle anderen Vierecke haben weniger Symmetrieachsen.

Kap. 2.3

Faires Spiel?

- Die Schülerinnen und Schüler probieren das Spiel aus, um sich damit vertraut zu machen.
- K2 Wenn die beiden Personen durch die Punkte A und B dargestellt werden, liegen faire Positionen auf der Mittelsenkrechten m der Strecke $\overline{AB}$.



- K2 Es gibt theoretisch unendlich viele Positionen (alle Punkte der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$).
- Individuelle Ergebnisse.

Kap. 2.4

Fliesenmuster

- K1 Das Muster ist punktsymmetrisch. Einige Details unterscheiden sich jedoch, wenn man sich z. B. die Farben der Fliesen genau ansieht.
- K3 Symmetrische Figuren und Muster werden oft als besonders schön angesehen. Einige Künstler versuchen aber auch, Symmetrien bewusst zu brechen.

Kap. 2.1 und 2.4

Mandalas

- K4 Individuelle Gestaltungen.
- K4 Alle vier Mandalas sind punktsymmetrisch bezüglich ihres Mittelpunkts und besitzen mehrere Symmetrieachsen, die alle durch den Mittelpunkt verlaufen.
- K4 Individuelle Entwürfe.

Kap. 2.5

Vierecke – mehr oder weniger symmetrisch

K6 ■ Individuelle Lösungen.

K4 ■ Ein beliebiges Parallelogramm ist punktsymmetrisch bezüglich des Schnittpunkts seiner Diagonalen.

K4 ■ Quadrate, Rechtecke und Rauten sind auch achsensymmetrisch.

■ Individuelle Lösungen.

2

2.1 Achsensymmetrische Figuren

Alternative Einstiege: Schulbuch Seite 42

Entdecken

K6
- Von links nach rechts: absolutes Halteverbot, Sackgasse, Verbot für Radverkehr, eingeschränktes Halteverbot, Vorfahrt, Vorfahrt gewähren.

K1/3
- – absolutes Halteverbot: achsensymmetrisch bzgl. Achsen durch den Mittelpunkt, welche senkrecht oder parallel zu den roten Linien liegen.
  – Sackgasse: achsensymmetrisch bzgl. vertikaler Achse durch die Mitte des Schildes.
  – Verbot für Radverkehr: keine Achsensymmetrie
  – eingeschränktes Halteverbot: achsensymmetrisch bzgl. Achsen durch den Mittelpunkt, welche senkrecht oder parallel zu der roten Linie liegen.
  – Vorfahrt: achsensymmetrisch bzgl. vertikaler Achse durch die Mitte des Schildes.
  – Vorfahrt gewähren: achsensymmetrisch bzgl. Mittelsenkrechten der Außenkanten.
- Individuelle Lösungen.

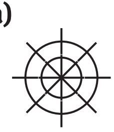
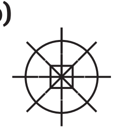
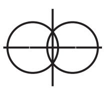
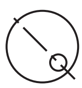
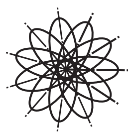
Nachgefragt

K2
- kein Fixpunkt: parallele (nicht identische) Geraden
  ein Fixpunkt: Geraden verlaufen nicht parallel. Der Schnittpunkt bildet den Fixpunkt.
  mehr als ein Fixpunkt: Geraden sind identisch. Alle Punkte der Geraden sind Fixpunkte.

K2
- Ein Schachbrett ist achsensymmetrisch zu den beiden Diagonalen.
  Ein Mühlebrett ist achsensymmetrisch zu den beiden Diagonalen und zu den senkrechten und waagrechten Geraden durch den Mittelpunkt.

Aufgaben

K5 **1**

a)  **b)**  **c)**  **d)**  **e)**  **f)** 

a) Unendlich viele (vier von ihnen sind eingezeichnet); alle verlaufen durch den gemeinsamen Mittelpunkt der beiden Kreise.
b) 4; die Symmetrieachsen sind die Symmetrieachsen des Quadrats.
c) 2; die eine der beiden Symmetrieachsen verläuft durch die Mittelpunkte der beiden Kreise, die andere durch die beiden Punkte, in denen die Kreise einander schneiden.
d) 1; die Symmetrieachse ist die Verbindungsgerade der beiden Kreismittelpunkte.
e) 0
f) 11; jede der Symmetrieachsen verläuft durch den „Kreis“-Mittelpunkt und einen der „äußersten“ Punkte der Rosette.

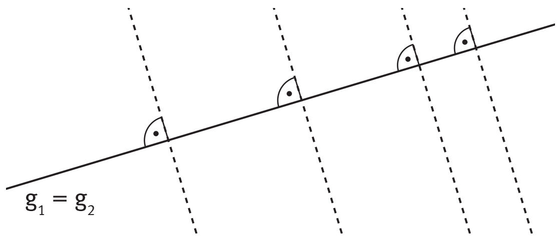
K5 **2**

1. Die deutsche Flagge ist achsensymmetrisch bzgl. der senkrechten Achse durch die Mitte der Figur.
2. Die Flagge des Vereinigten Königreichs Großbritanniens ist wegen der unterschiedlich breiten weißen Streifen nicht achsensymmetrisch.
3. Das Bild des Schlosses ist achsensymmetrisch bzgl. der senkrechten Achse durch die Mitte des Schlosses.
4. Der Seestern ist (annähernd) achsensymmetrisch. Die fünf Symmetrieachsen gehen jeweils durch einen Arm und die Mitte des Seesterns.

K4 **3** **a)** Eine Gerade besitzt unendlich viele Symmetrieachsen, welche jeweils senkrecht zur Geraden verlaufen. Die Schnittpunkte der Geraden mit den Symmetrieachsen bilden jeweils einen Fixpunkt. Außerdem bildet die Gerade selbst eine Symmetrieachse. Jeder Punkt der Geraden ist bzgl. dieser Achse ein Fixpunkt.
Eine Strecke besitzt zwei Symmetrieachsen. Eine ist diejenige Gerade, die senkrecht auf der Strecke steht und durch ihren Mittelpunkt verläuft. Der Mittelpunkt ist Fixpunkt bezüglich dieser Achse.
Die andere Symmetrieachse wird durch die Gerade, welche auf der Strecke verläuft, gebildet. Jeder Punkt der Strecke ist Fixpunkt bezüglich dieser Achse.

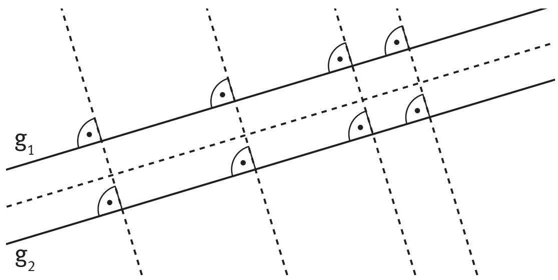
b) Mögliche Fälle:

1 Die beiden Geraden sind identisch.
Es gibt unendlich viele Symmetrieachsen, nämlich alle Geraden, die auf den beiden gegebenen Geraden senkrecht stehen. Die Schnittpunkte der Geraden mit der Symmetrieachse sind jeweils ein Fixpunkt bezüglich dieser Achse.



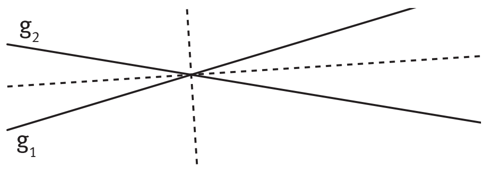
Außerdem bilden die Geraden selbst eine Symmetrieachse. In diesem Fall sind alle Punkte der Geraden Fixpunkte.

2 Die beiden Geraden verlaufen parallel, sind aber nicht identisch.
Es gibt unendlich viele Symmetrieachsen, nämlich alle Geraden, die auf den beiden gegebenen Geraden senkrecht stehen. Die Schnittpunkte jeder der Geraden mit der Symmetrieachse sind jeweils Fixpunkte bezüglich dieser Achse.

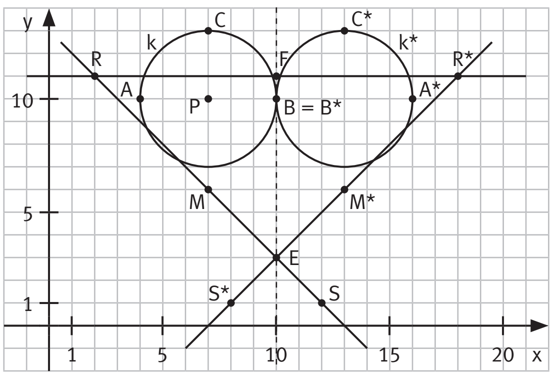


Außerdem bildet die Gerade, die parallel zu den beiden Geraden genau in deren Mitte verläuft, eine Symmetrieachse. Bezüglich dieser Achse gibt es keine Fixpunkte.

3 Die beiden Geraden schneiden sich in einem Punkt.
Es gibt genau zwei Symmetrieachsen, nämlich die beiden Geraden durch den Schnittpunkt der gegebenen Geraden, die die Winkel zwischen diesen halbieren.



K5 **4**



a) R* (18|11); S* (8|1), M (7|6), M* (13|6)
Symmetrische Streckenpaare:
z. B. $\overline{RE}$ und $\overline{R^*E^*}$; Länge jeweils 11,3 LE ≈ 5,7 cm;
$\overline{MS}$ und $\overline{M^*S^*}$; Länge jeweils 7,1 LE ≈ 3,5 cm;
$\overline{RF}$ und $\overline{R^*F^*}$; Länge jeweils 8 LE = 4 cm.
Symmetrische Winkel: z. B. ∢ FER und ∢ R*EF; Größe jeweils 45°.

b) Die Gerade RS hat genau einen Fixpunkt, nämlich den Punkt E (10 | 3), die Gerade RF ebenfalls, nämlich den Punkt F (10 | 11).

Gitterpunkte sind z. B. A (4 | 10), A* (16 | 10), B (10 | 10) = B*, C (7 | 13) und C* (13 | 13). Der Kreis k besitzt genau einen Fixpunkt, nämlich B (10 | 10).

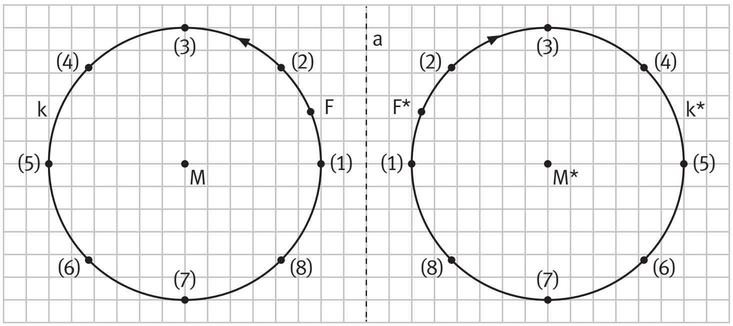
c) Sie sind parallel, weil beide senkrecht zur gleichen Symmetrieachse sind.

d) A (4 | 10); A* (16 | 10)   B (10 | 10) = B*   C (7 | 13); C* (13 | 13)

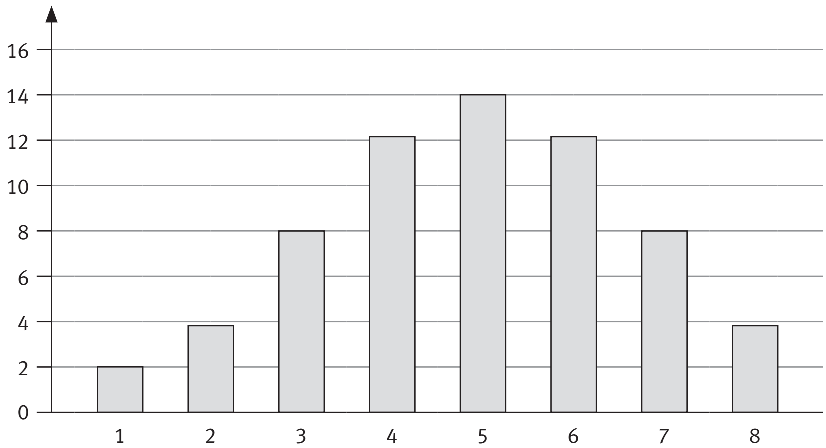
Der Kreis besitzt bezüglich der Achse EF genau einen Fixpunkt. Dies ist der Punkt B (10 | 10).

K4 **5**

Zeitpunkt	1	2	3	4	5	6	7	8
Entfernung in cm	2,0	3,8	8,0	12,2	14,0	12,2	8,0	3,8



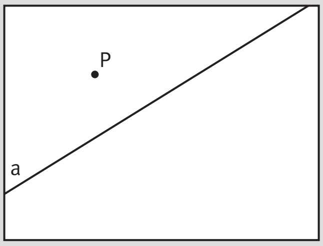
Säulendiagramm:



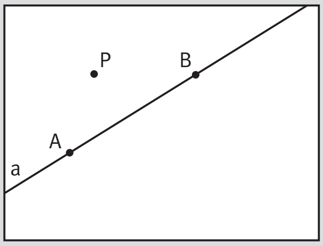
Entdecken

K 1/4

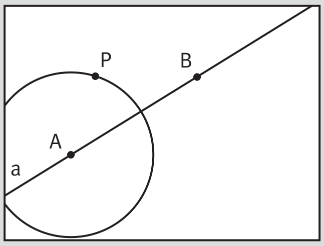
- ① Gegeben ist ein Punkt P und eine Gerade a, die als Symmetrieachse dienen soll.



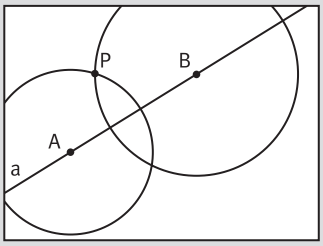
② Anja hat zwei beliebige Punkte A und B auf der Geraden a bestimmt.



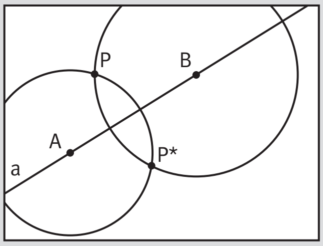
③ Konstruktion eines Kreises mit Mittelpunkt A, der durch den Punkt P verläuft.



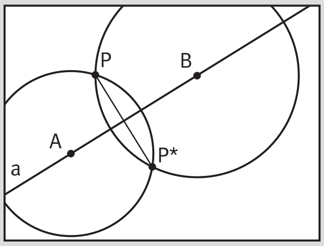
④ Konstruktion eines Kreises mit Mittelpunkt B, der durch den Punkt P verläuft.



⑤ Anja bestimmt den Punkt P* als weiteren Schnittpunkt der beiden Kreise.



⑥ Anja zeichnet die Strecke $\overline{PP^*}$, die senkrecht auf a steht.



K 1

- Die Gerade a ist die Symmetrieachse der Figur, da beide Kreismittelpunkte auf der Geraden a liegen. Der Spiegelpunkt P* von P muss daher wie P auf beiden Kreisen liegen, ist also der weitere Schnittpunkt der Kreise.

K 5

- Individuelle Lösungen.

Nachgefragt

K 2

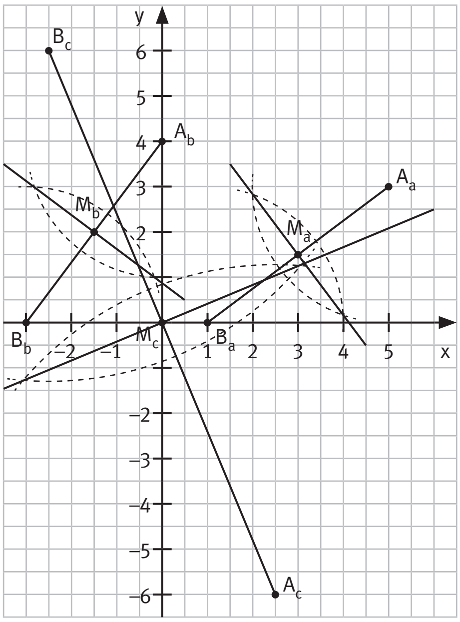
- Die Figur nach den beiden Spiegelungen ist mit der ursprünglichen Figur und ihrer Lage punktweise identisch (die beiden Figuren liegen „aufeinander"). Jeder Punkt der Figur ist ein Fixpunkt dieser zweifachen Spiegelung.

K 1

- Beide Aussagen sind falsch.
  Gegenbeispiel zu Peters Aussage: Der Buchstabe „S" als Figur hat keine einzige Symmetrieachse.
  Gegenbeispiel zu Esmas Aussage: Ein Kreis hat unendlich viele Symmetrieachsen.

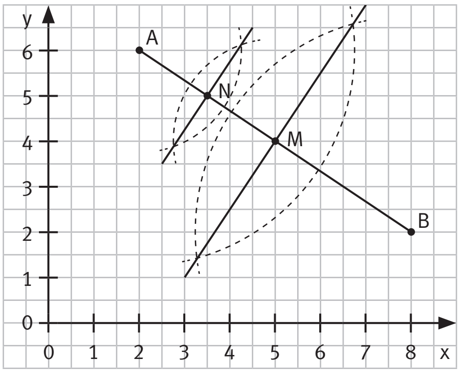
Aufgaben

K5 **1**



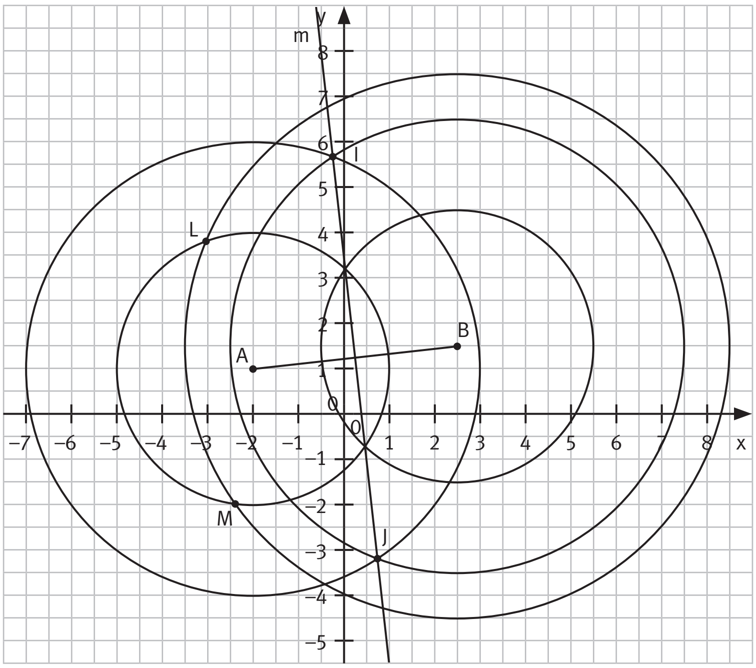
a) M_a (3 | 1,5); $\overline{AB}$ = 5 cm
b) M_b (–1,5 | 2); $\overline{AB}$ = 5 cm
c) M_c (0 | 0); $\overline{AB}$ = 13 cm

K5 **2**



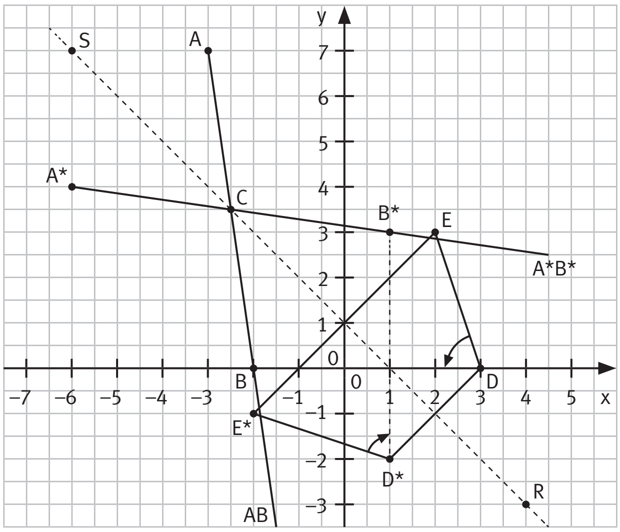
N (3,5 | 5)
Vorgehensweise: zuerst $\overline{AB}$ halbieren; Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$: M; dann $\overline{AM}$ halbieren; Mittelpunkt N.
Die Strecke $\overline{NB}$ ist dreimal so lang wie die Strecke $\overline{NA}$.

K5 **3**



a) siehe Zeichnung
b) Alle Punkte rechts von m.
c) Punkte I und J in der Zeichnung.
d) Punkte L und M in der Zeichnung.

K5 **4**

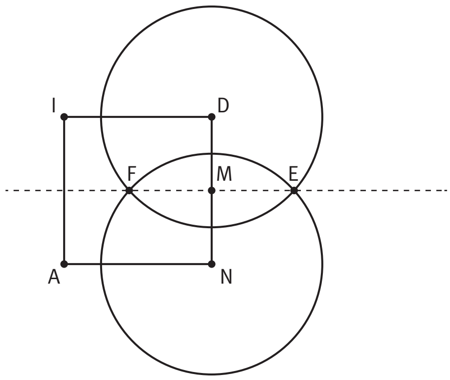


a) C (– 2,5 | 3,5)

b) Flächeninhalt auf cm^2 gerundet:
$[(5{,}7 + 2{,}8)\,cm : 2] \cdot 2{,}8\,cm \approx 12\,cm^2$

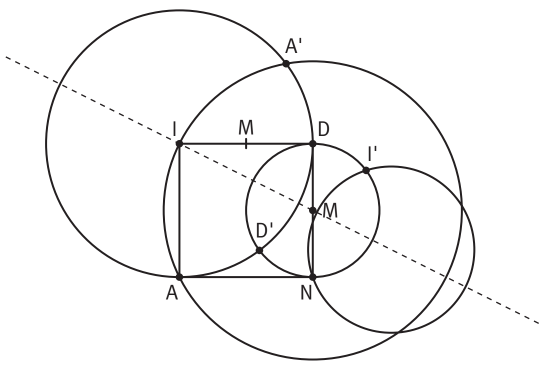
c) ∢ EDB = ∢ B*D* E* ≈ 72°

K5/6 **5** **a)** Jeweils um den Punkt D und I wird ein Kreis gezeichnet, der einen größeren Durchmesser als der Abstand von D und I haben muss. Die Verbindungslinie der Schnittpunkte der Kreise schneidet die Strecke $\overline{DI}$ genau im Mittelpunkt M.

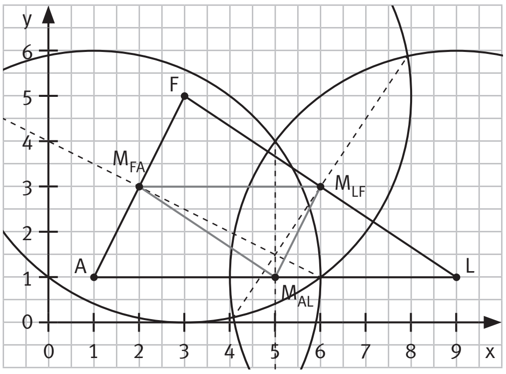


b) Für jeden Punkt des Quadrates ANDI wählen wir zwei beliebige Punkte auf der Spiegelachse. Um jeden dieser beiden Punkte zeichnen wir einen Kreis, sodass der zu spiegelnde Punkt auf diesem liegt. Dort, wo sich die beiden Kreise ein weiteres Mal schneiden, liegt der Spiegelpunkt. Für manche Punkte kann man einen Kreis wiederverwenden.

Anmerkung: Die Kreise aus der vorherigen Teilaufgabe wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit entfernt.



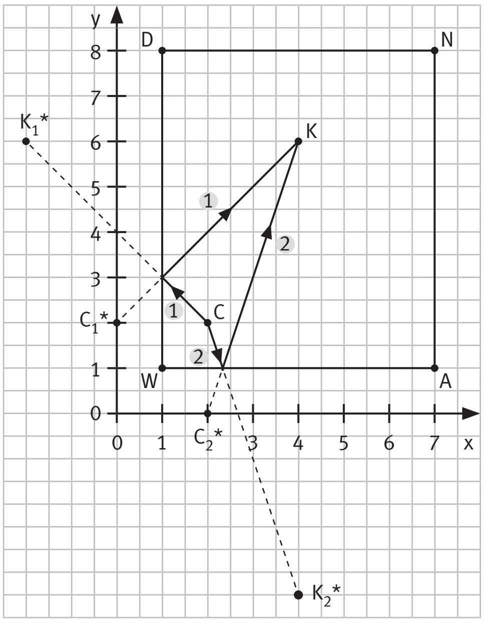
K2 **6** **a)**



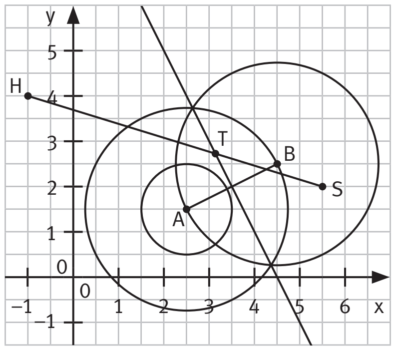
b) Dreieck ALF: $A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4\,cm^2 = 16\,cm^2$
Mittendreieck von ALF: $A = \frac{1}{2} \cdot 4\,cm \cdot 2\,cm = 4\,cm^2$
Das Mittendreieck nimmt also $\frac{4}{16} = 25\,\%$ des Flächeninhaltes des Dreiecks ALF ein.

c) Das Mittendreieck zu jedem beliebigen Dreieck nimmt 25 % dessen Flächeninhaltes ein.

K3 **7**



K3 **8** **a)**

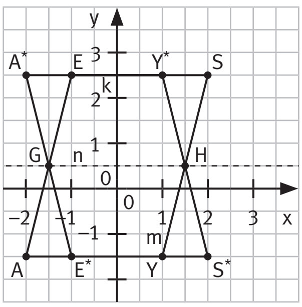


b) T liegt außerhalb des Kreises um A mit r = 1 LE (≙ 500 m).

c) Individuelle Lösungen.

K1/5 **9** **a)** Es ist ein Parallelogramm. $A_{AYSE} = 4\,cm \cdot 4\,cm = 16\,cm^2$.
G und H sind die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AE}$ bzw. $\overline{YS}$.

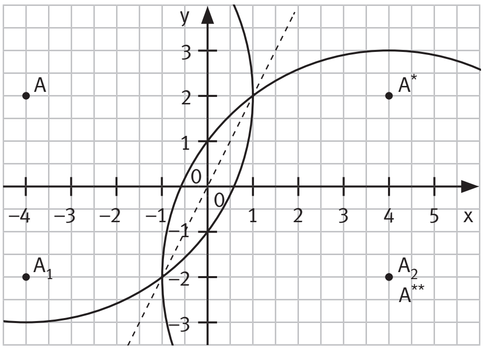
b) Das Viereck AYSE ist nicht achsensymmetrisch bezüglich der Geraden GH.



c) Da die gegenüberliegenden Seiten des Vierecks AS*SA* gleich lang sind und alle Innenwinkel 90° betragen, ist es ein Rechteck. Es handelt sich sogar um ein Quadrat, da alle Seiten gleich lang sind.

d) Es existieren weitere Lösungsmöglichkeiten.
$A = A_{EE^*YY^*} + 2 \cdot A_{EGE^*} = 2 \cdot 4\,FE + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}\,FE = 10\,FE$
$A = A_{A^*AS^*S} - 6 \cdot A_{AE^*G} = 4 \cdot 4\,FE - 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\,FE = 10\,FE$

K2 **10**



a) A* (4 | 2) A** (4 | −2)

b) A_1 (−4 | −2) A_2 (4 | −2)

A_2 = A**. Ob der Punkt A zuerst an der x- oder an der y-Achse gespiegelt wird, ist irrelevant.

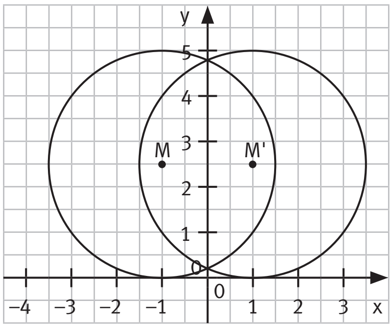
c) siehe Zeichnung

d) Bei einer Spiegelung an der x-Achse dreht sich das Vorzeichen der y-Koordinate um. Die x-Koordinate ändert sich nicht. Bei einer Spiegelung an der y-Achse dreht sich das Vorzeichen der x-Koordinate um. Die y-Koordinate ändert sich nicht.

e) 1 P* (−2 | −3) Q* (2 | −2) R* (0 | 3) S* (4 | 0) T* (−2,5 | −1,7)

2 P* (2 | 3) Q* (−2 | 2) R* (0 | −3) S* (−4 | 0) T* (2,5 | 1,7)

K1/2 **11** **a)** Der Abstand des Mittelpunkts zur y-Achse beträgt 1 LE, während der Radius 2,5 LE beträgt. Der Kreis schneidet somit die y-Achse und, da diese die Spiegelachse ist, auch seinen Spiegelkreis.



b) Die y-Koordinate ist beliebig. Die Kreise schneiden sich, wenn gilt: $|\overline{MM'}| < 2{,}5$ LE. Sie berühren sich, wenn gilt: $|\overline{MM'}| = 2{,}5$ LE.

c) Kreis und Spiegelkreis schneiden sich, wenn der Abstand vom Mittelpunkt zur Spiegelachse kleiner ist als der Radius. Bei der Spiegelung an der x-Achse muss daher die y-Koordinate des Mittelpunkts kleiner als die Radiuslänge des Kreises sein. Wenn das gilt, gibt es Fixpunkte auf der Spiegelachse, an denen sich die Kreise schneiden.

K1/2 **12** Man benötigt zunächst 7 + 1 = 8 gleich große Teile. Eines dieser Teile hat die Länge $\frac{12\,\text{cm}}{8} = 1{,}5$ cm. Daraus folgt, dass die Strecke $\overline{AB}$ so geteilt werden muss, dass die eine Seite $1 \cdot 1{,}5$ cm = 1,5 cm lang ist und die andere Seite $7 \cdot 1{,}5$ cm = 10,5 cm lang ist. Dies erreicht man durch fortgesetzte Halbierung der Strecke $\overline{AB}$.

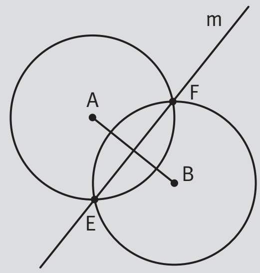
Methode

K4/5

Achsenspiegelung

a) bis **d)** Individuelle Lösungen. Beispielbilder sind bereits in der Angabe gegeben.

e) Die Mittelsenkrechte einer Strecke $\overline{AB}$ erhält man, indem man jeweils um den Punkt A und B einen Kreis mit gleicher Radiuslänge zeichnet, die größer als der halbe Abstand $|\overline{AB}|$ ist. Die Mittelsenkrechte ergibt sich nun aus der Geraden durch die beiden Schnittpunkte der Kreise.

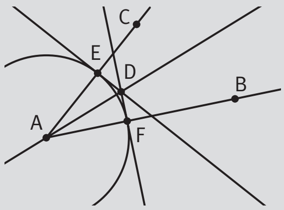


K2

Winkelhalbierende

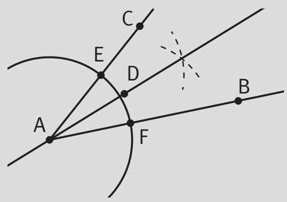
a) Siehe Abbildungen in Angabe.

b)



c) Da die Winkel ∢ BAD und ∢ DAC gleich groß sind, ist die Gerade AD die Symmetrieachse der Figur. Daher sind die zueinander symmetrischen Strecken gleich lang: $|\overline{AE}| = |\overline{AF}|$ und $|\overline{ED}| = |\overline{FD}|$.

d) Die Punkte E und F bestimmt man als die Schnittpunkte eines Kreises um A mit beliebiger Radiuslänge. Die Winkelhalbierende ist die Symmetrieachse der Strecke $\overline{EF}$.



K2

Sehnen- und Tangentenvierecke

a) ① Siehe Abbildung in Angabe.

② 1. k (M; r);

Beobachtung: Die Summen gegenüberliegender Seitenlängen sind stets gleich groß: a + c = b + d.

Begründung (siehe Planfigur):

Betrachte das Viereck MTQA und den Winkel α = ∢ QAT.

M liegt auf der Symmetrieachse des Winkels α, da M von beiden Schenkeln denselben Abstand hat ($|\overline{MT}| = |\overline{MQ}| = r$).

Die Symmetrieachse des Winkels α ist also die Gerade AM.

Spiegelt man Q an AM, so erhält man den Punkt T, da ∢ MQA = ∢ ATM = 90°.

Wegen der Längentreue der Achsenspiegelung gilt daher: $|\overline{AT}| = |\overline{AQ}|$.

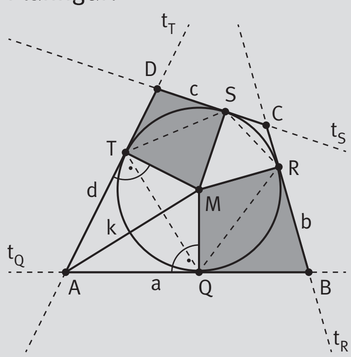
Die Überlegung zum Viereck MTAQ lässt sich auf die anderen Vierecke MQBR, MRCS und MSDT übertragen.

Damit gilt: $|\overline{AQ}| = |\overline{TA}|$, $|\overline{BR}| = |\overline{QB}|$, $|\overline{CS}| = |\overline{RC}|$, $|\overline{DT}| = |\overline{SD}|$.

Für die Seitenlängen des Tangentenvierecks gilt nun:

$a + c = (|\overline{AQ}| + |\overline{QB}|) + (|\overline{CS}| + |\overline{SD}|) = (|\overline{TA}| + |\overline{BR}|) + (|\overline{RC}| + |\overline{DT}|) = (|\overline{BR}| + |\overline{RC}|) + (|\overline{DT}| + |\overline{TA}|) = b + d$

Planfigur:



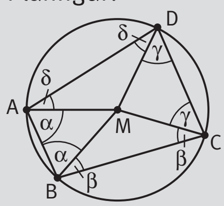
b) Beobachtung: Bewegt man einen Punkt, so ändern sich nur die Maße der beiden benachbarten Winkel. Unverändert bleiben das Maß des bewegten Winkels und das Maß des Winkels, der dem bewegten Winkel gegenüberliegt. Wie auch die Bespiele im Buch zeigen, gilt: Im Sehnenviereck ABCD beträgt die Summe der Maße zweier einander gegenüberliegender Winkel immer 180°:
$\alpha + \gamma = 66° + 114° = 180°$ bzw. $\beta + \delta = 93° + 87° = 180°$.

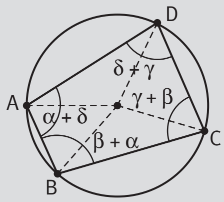
Begründung (Impuls zum Weiterarbeiten):

Voraussetzung:

1. Kreismittelpunkt M und Viereck ABCD mit $|\overline{AM}| = |\overline{BM}| = |\overline{CM}| = |\overline{DM}| = r$ (Kreisradius).
2. Gleichschenklige Dreiecke ΔABM, ΔBCM, ΔCDM, ΔDAM mit Basiswinkel α in ΔABM, β in ΔBCM, γ in ΔCDM, δ in ΔDAM.
3. Innenwinkel im Viereck ABCD mit $\sphericalangle BAD = \alpha + \delta$, $\sphericalangle CBA = \beta + \alpha$, $\sphericalangle DCB = \gamma + \beta$, $\sphericalangle ADC = \delta + \gamma$.

Planfigur:





Behauptung:
Im Sehnenviereck beträgt die Winkelsumme einander gegenüberliegender Winkel 180°, d. h.:
$\sphericalangle BAD + \sphericalangle DCB = 180°$ und $\sphericalangle CBA + \sphericalangle ADC = 180°$.

Beweis:
Im Viereck ABCD beträgt die Winkelsumme 360°:
$\alpha + \alpha + \beta + \beta + \gamma + \gamma + \delta + \delta = 360°$
$\Leftrightarrow 2\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta = 360°$
$\Leftrightarrow \alpha + \beta + \gamma + \delta = 180°$
$\Leftrightarrow (\alpha + \delta) + (\beta + \gamma) = 180°$
$\Rightarrow \sphericalangle BAD + \sphericalangle DCB = 180°$ und $\sphericalangle CBA + \sphericalangle ADC = 180°$

c) 1

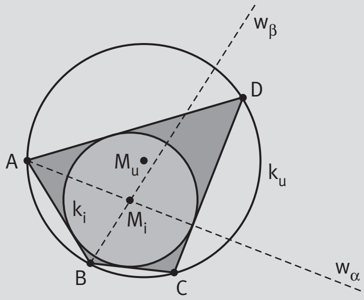
Sehnenviereck	Tangentenviereck
Quadrat	Quadrat
Rechteck	Raute
Gleichschenkliges Trapez	Drachenviereck
Drachenviereck	Gleichschenkliges Trapez

2 Individuelle Lösungen.
Impuls zum Weiterarbeiten:
Sogenannte Sehnen-Tangenten-Vierecke vereinen die Eigenschaften von Sehnenvierecken und Tangentenvierecken. Das zu konstruierende Viereck muss daher folgende Eigenschaften erfüllen:
- Die Summe gegenüberliegender Seitenlängen ist gleich groß.
- Die Winkelsumme gegenüberliegender Winkel beträgt 180°.

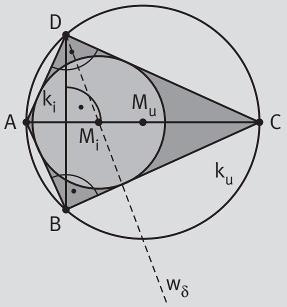
Das Quadrat ist ein Spezialfall für ein Sehnen-Tangenten-Viereck, es gibt aber weitere Vierecke, die diese Eigenschaften erfüllen. Allgemeine Rauten, Rechtecke und Parallelogramme entfallen, da diese eine der beiden Bedingungen nicht erfüllen. Die Winkelsumme gegenüberliegender Winkel beträgt in Rauten im Allgemeinen nicht 180°, die Längensumme gegenüberliegender Seiten sind in Rechtecken und Parallelogrammen im Allgemeinen nicht gleich groß.

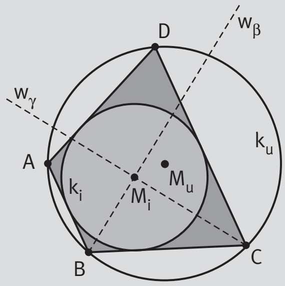
Konstruktionsexperiment:
Zeichne ein Viereck ABCD, wobei A, B, C und D frei beweglich sind.
Erstelle zu ABCD den Inkreis k_i. ABCD ist Tangentenviereck zu k_i.
Miss die Innenwinkel des Vierecks und bewege die Punkte; achte dabei darauf, dass die Summe gegenüberliegender Winkel 180° beträgt.
Nun erzeuge zum Viereck ABCD den Punkt M_u als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf den Vierecksseiten und damit den Umkreis k_u.
ABCD ist Tangentenviereck zu k_i und Sehnenviereck zu k_u.

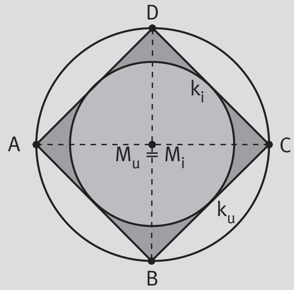
Beispiele für Sehnen-Tangenten-Vierecke: allgemeines Viereck, Drachenviereck, gleichschenkliges Trapez und Quadrat:



$\alpha = 75°$	$a = 2{,}07\,\text{cm}$
$\gamma = 105°$	$c = 3{,}22\,\text{cm}$
$\beta = 128°$	$b = 1{,}45\,\text{cm}$
$\delta = 52°$	$d = 3{,}84\,\text{cm}$
$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180°$	$a + c = b + d = 5{,}29\,\text{cm}$



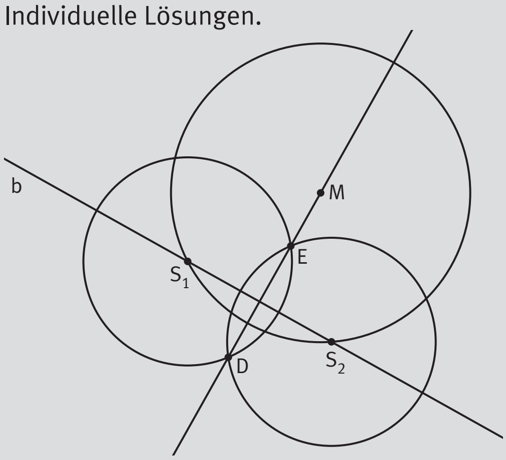




Entdecken

K3 ■ Individuelle Lösungen.

K1/3 ■



Um M wird ein hinreichend großer Kreis gezeichnet, so dass man die beiden Schnittpunkte S_1 und S_2 mit der Geraden b erhält. Das Lot zur Geraden b durch den Punkt M ist die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{S_1S_2}$.

Nachgefragt

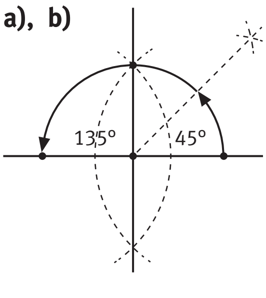
K1 ■ Ein Dreieck kann höchstens drei Symmetrieachsen haben. Voraussetzung dafür ist, dass alle drei Winkel des Dreiecks gleich groß (60°) und alle drei Seiten gleich lang sind. Die Symmetrieachsen sind dann die jeweiligen Mittelsenkrechten der Seiten, die gleichzeitig auch die Winkelhalbierenden der Winkel des Dreiecks sind.

K1/6 ■ Die Spitze der Mine im Zirkel hat eine gewisse Breite, was zu Ungenauigkeiten bei der Konstruktion führt. Auch die Verwendung des Lineals hat nur eine begrenzte Genauigkeit (z. B. Ungenauigkeiten beim Anlegen und beim Zeichnen von Linien). Schließlich hängt die Genauigkeit einer Konstruktion mit Zirkel und Lineal auch von der Sorgfalt des Zeichners ab. Eine DGS hat diese Nachteile nicht und ist deshalb in der Regel genauer.

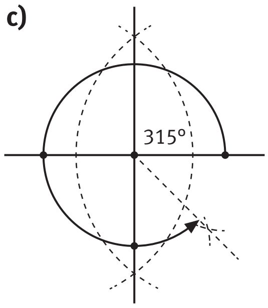
Aufgaben

K4 **1** Individuelle Lösungen

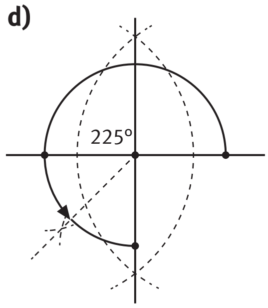
K5 **2** **a), b)**



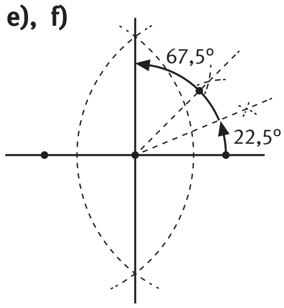
c)



d)

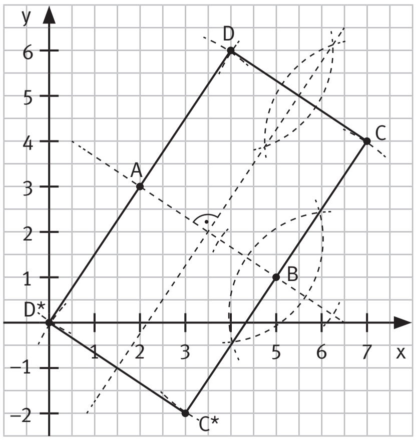


e), f)



K5 **3** **a)** C (7 | 4), D (4 | 6), C* (3 | –2), D* (0 | 0)

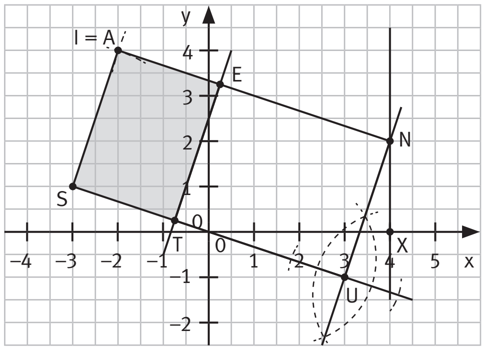
b) Die Gerade AB ist eine der beiden Symmetrieachsen; die andere Symmetrieachse halbiert $\overline{AB}$ rechtwinklig.



K4 **4** **a), b)**

N (4 | 2), A (–2 | 4); $A_{SUNA} = 20\,cm^2$

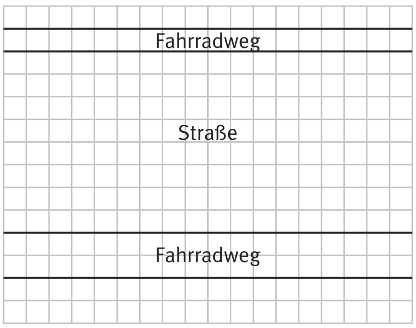
c) z. B.: $|\overline{ST}| = \frac{3}{8}\,|\overline{SU}|$; I = A



K4 **5** **a)** Mögliche Lösung: „… konstruiere das Lot auf g durch den Punkt A. Der Schnittpunkt von Lot und der Geraden h ist der Punkt B. Die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ stellt die Mittelparallele m zu den Geraden g und h dar.“

b) Die Mittelparallele zweier paralleler Geraden ist diejenige Gerade, die zu diesen parallel verläuft und den gleichen Abstand hat. Sie liegt also in der „Mitte“ der beiden Geraden.

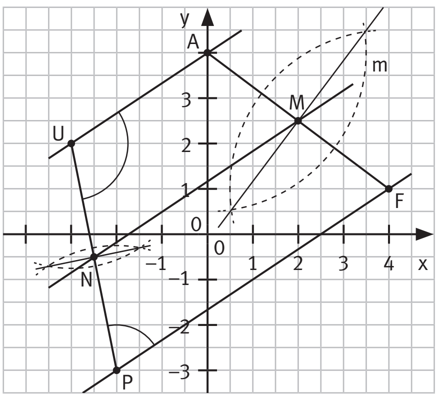
K3 **6**



Breite der Straße: $\frac{12\,m}{300} = 4\,cm$

Abstände Straßenmitte – Ränder: $\frac{9\,m}{300} = 3\,cm$ und $\frac{7{,}5\,m}{300} = 2{,}5\,cm$

K2 **7** **a), b)**



M (2 | 2,5), N (–2,5 | –0,5)

$|\overline{PF}| \approx 7{,}2\,cm$; $|\overline{MN}| \approx 5{,}4\,cm$; $|\overline{AU}| \approx 3{,}6\,cm$

Die Strecke $\overline{MN}$ ist halb so lang wie die beiden Strecken $\overline{PF}$ und $\overline{UA}$ zusammen.

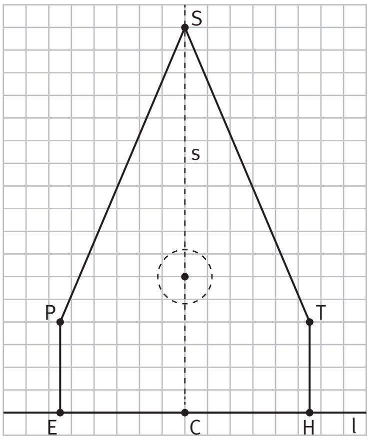
c) $h \approx 4{,}7\,cm$

$A = h \cdot |\overline{NM}| \approx 25{,}5\,cm^2$ $\qquad A = \frac{|\overline{PF}| - |\overline{AU}|}{2} \cdot h \approx 25{,}5\,cm$

$A = h \cdot |\overline{PF}| - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{|\overline{PF}| - |\overline{AU}|}{2} \cdot h \approx 25{,}5\,cm$

Die Flächeninhalte der beiden zusätzlichen Dreiecke werden vom Flächeninhalt $h \cdot \overline{PF}$ des Rechtecks abgezogen.

K3 **8**



Mögliche Vorgehensweise:

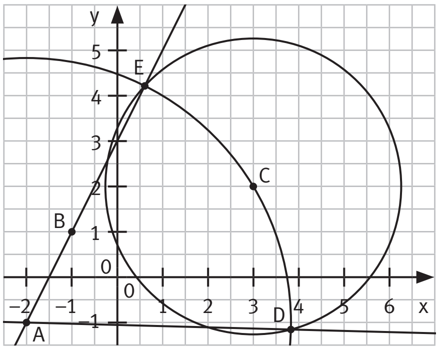
Symmetrieachse s des Vogelhausaufrisses zeichnen, auf ihr die Punkte S und C mit $|\overline{SC}| = (42{,}5\,\text{cm} : 5 =)\ 8{,}5\,\text{cm}$ festlegen; das Lot l zu s im Punkt C zeichnen.

Je einen Winkel der Größe $(45^\circ : 2 =)\ 22{,}5^\circ$ im Punkt S von der Symmetrieachse aus „nach rechts“ und „nach links“ abtragen und von der Spitze S des Vogelhauses aus auf den Schenkeln des 45°-Winkels jeweils $(35\,\text{cm} : 5 =)\ 7\,\text{cm}$ abtragen.

Das Lot vom Punkt P (bzw. T) auf l schneidet l im Punkt E (bzw. H).

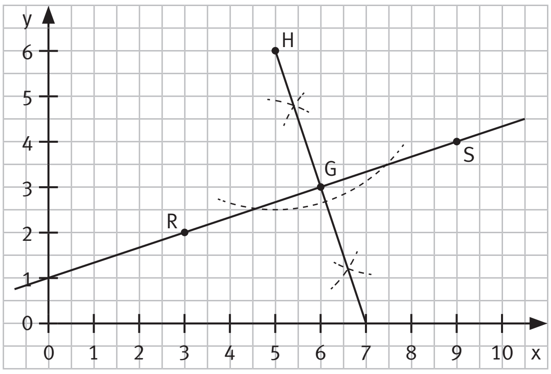
Das Vogelhaus SPECHT vervollständigen.

K2 **9**



Der Punkt D muss so liegen, dass die Gerade AC die Winkelhalbierende des Winkels DAB ist. Man zeichnet einen Kreis um A durch C. Dieser schneidet die Gerade AB im Punkt E. Dann zeichnet man einen Kreis um C durch E. Der Schnittpunkt der beiden Kreise stellt einen möglichen Punkt für D dar.

K3 **10**



a) G (6 | 3)

b) $|\overline{GH}| \approx 3{,}2\,\text{cm}$; $1500 \cdot 3{,}2\,\text{cm} = 48\,\text{m}$;
Kosten: $48 \cdot 250\,€ = 12\,000\,€$

K1 **11** **a)** Ein Punkt P (x | y) auf der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten hat von beiden Koordinatenachsen denselben Abstand.
Der Abstand von P (x | y) zur x-Achse beträgt y, der Abstand von P (x | y) zur y-Achse beträgt x.
Da diese Abstände gleich sind, gilt: x = y. Der Punkt P hat also identische x- und y-Koordinaten.

b) Für Punkte P (x | y) auf der Winkelhalbierenden des II. und IV. Quadranten sind die x- und y-Koordinaten betragsmäßig gleich, haben aber verschiedene Vorzeichen: y = –x.
Begründung: Für einen Punkt P (x | y) im II. Quadranten auf der Winkelhalbierenden sind die Abstände zu den Koordinatenachsen gleich. Der Abstand von P (x | y) zur x-Achse beträgt y, der Abstand von P (x | y) zur y-Achse beträgt –x, da x < 0 ist. Da diese Abstände gleich sind, gilt: y = –x.
Entsprechend gilt für einen Punkt P (x | y) im IV. Quadranten auf der Winkelhalbierenden, dass die Abstände zu den Koordinatenachsen gleich sind. Der Abstand von P (x | y) zur x-Achse beträgt –y, da y < 0 ist, der Abstand von P (x | y) zur y-Achse beträgt x. Da diese Abstände gleich sind, gilt: y = –x.

K5 **12** **a)** Im grün markierten Bereich, dem „Parallelstreifen“, befinden sich alle Punkte P, die einen Abstand von weniger als 3 cm zur Geraden g haben: d (P; g) < 3 cm.

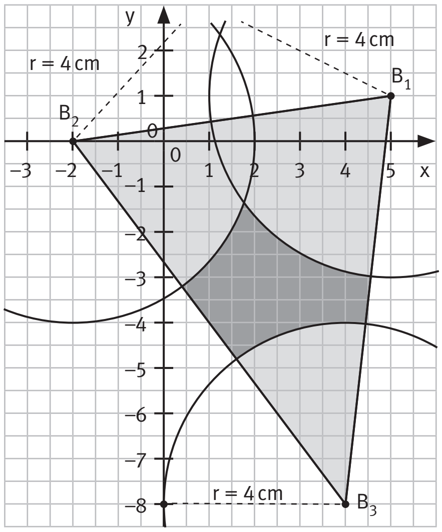
b) Im orange markierten Bereich befinden sich alle Punkte P, die einen Abstand von mehr als 23 mm zur Geraden g haben: d (P; g) > 23 mm.

c) Im blau markierten Bereich befinden sich alle Punkte, die näher an h_2 liegen als an h_1: $d(P; h_2) < d(P; h_1)$.

K5 **13**

	① Der markierte Bereich ist die …	② Menge aller Punkte P mit der Eigenschaft …
a)	(Schnitt-)menge aller Punkte, die im Inneren des Kreises um A mit r = 2 cm und zugleich auf der Mittelsenkrechte von $\overline{GH}$ liegen.	$\lvert\overline{PA}\rvert < 2$ cm und $\lvert\overline{PG}\rvert = \lvert\overline{PH}\rvert$
b)	(Schnitt-)menge aller Punkte, die sowohl im Inneren des Kreises um A mit r = 2 cm liegen und zugleich von B weiter entfernt sind als von A.	$\lvert\overline{PA}\rvert < 2$ cm und $\lvert\overline{PA}\rvert < \lvert\overline{PB}\rvert$
c)	(Schnitt-)menge aller Punkte, die sowohl in der Kreisfläche um M_1 mit r_1 und zugleich außerhalb des Kreises um M_2 mit r_2 liegen.	$\lvert\overline{PM}\rvert_1 < r_1$ und $\lvert\overline{PM}\rvert_2 > r_2$

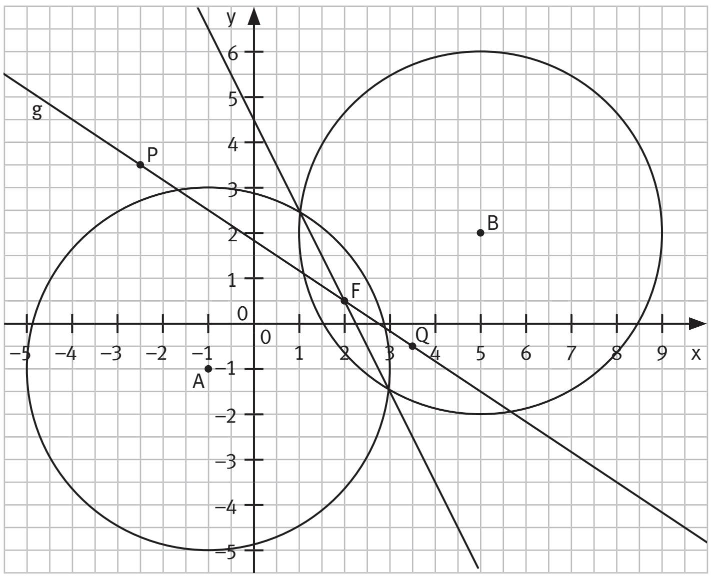
K3 **14** Die Truhe liegt innerhalb des Dreiecks $B_1B_2B_3$, aber außerhalb der Kreise um B_1, B_2, B_3 mit Radius 4 cm (bzw. 4 m).



K1/2 **15** **a)** Man erhält den Punkt F als Schnittpunkt von g und der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{AB}$. F (2 | 0,5)

b) ① Das ist möglich, wenn die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{P'Q'}$ parallel zu g verlauft, aber nicht auf g.

② Das ist möglich, wenn die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{P'Q'}$ genau auf g verläuft oder wenn P' und Q' aufeinander liegen.



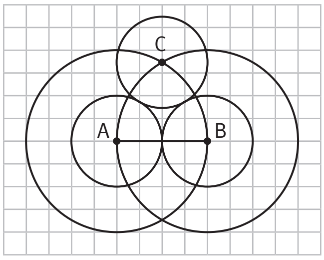
K2 **16** Jana hat zunächst die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ konstruiert. Den Punkt S hat sie dann als Schnittpunkt dieser mit der x-Achse bestimmt.

Mögliche Aufgabenstellung: Finde einen Punkt auf der x-Achse, der von den beiden Punkten A (–2,5 | 3) und B (3 | 1) gleich weit entfernt ist.

K1 **17** **a)** Der Punkt M ergibt sich als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten der drei Strecken. Für drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen, existiert dieser Schnittpunkt immer.

b) Wähle drei unterschiedliche Punkte auf dem Kreis und verbinde sie zu einem Dreieck. Konstruiere zu jeder Seite des Dreiecks die Mittelsenkrechte. Der Schnittpunkt dieser drei Mittelsenkrechten entspricht dem Mittelpunkt des Kreises.

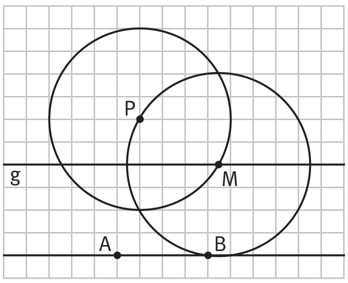
K2 **18** **a)**



Zeichne um einen beliebigen Punkt A einen Kreis mit Radiuslänge 2. Der Mittelpunkt der zweiten Münze liegt auf einem beliebigen Punkt B auf diesem Kreis. Zeichne auch um B einen Kreis mit Radiuslänge 2. Ein Schnittpunkt der beiden Kreise stellt den Mittelpunkt der dritten Münze dar.

b) Für die Radiuslänge der Kreise für die Konstruktion gilt, dass sie immer gleich der Summe der Länge der Radien der beiden Münzen sein muss.

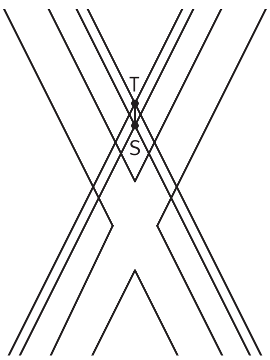
K1 **19** **a)**



Der Mittelpunkt M muss auf einem Kreis mit Radiuslänge 2 um den Punkt P liegen. Gleichzeitig muss der Mittelpunkt 2 cm von der Geraden AB entfernt sein. Dazu zeichnet man eine parallele Gerade g zu AB im Abstand 2 cm. Die Schnittpunkte des Kreises mit der Geraden stellen mögliche Mittelpunkte dar.

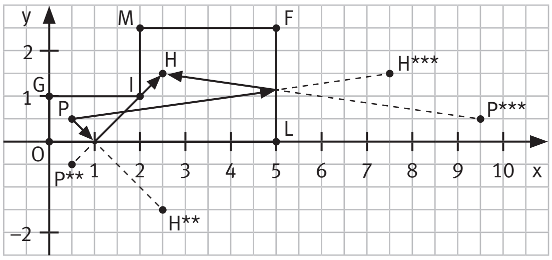
b) Für die Radiuslänge r muss gelten: $r \geq 1{,}5$ cm. (Allgemein: $r \geq \frac{1}{2} \cdot d\,(P;\,g)$)

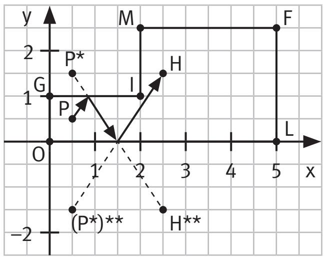
K3 **20**



Die jeweiligen Extrempunkte S und T erhält man als die Schnittpunkte von jeweils zwei parallelen Geraden zu den Wegen im Abstand des Radius. Alle möglichen Mittelpunkte liegen dann auf der Strecke $\overline{ST}$.

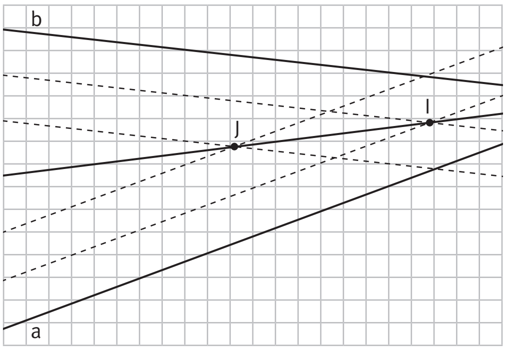
K2/3 **21**





Der Ball wird in der Konstruktion als punktförmig angenommen. Da er in der Realität eine gewisse Ausdehnung hat, spielt bei der Reflexion an der Bande seine Rotation eine Rolle, so dass er von den idealen Bahnen abweichen kann.

K2 **22** Man erhält die Winkelhalbierende, indem man parallele Geraden zu a und b in jeweils gleichem Abstand zeichnet. Durch deren Schnittpunkte J und I verläuft die Winkelhalbierende.



K6

Geschichte

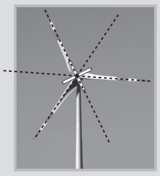
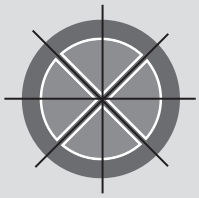
- Individuelle Erklärungen. Mathematische Gegenstände sind nach Platons Auffassung ideale Figuren, die nur gedanklich, nicht aber in der uns umgebenden Wirklichkeit existieren. Um diese gedanklichen Figuren zu untersuchen, fertigt man Abbilder davon an, z. B. in Gestalt von Zeichnungen. Diese Abbilder sind aber nicht selbst die Gegenstände mathematischer Untersuchungen, sie dienen nur als Hilfsmittel, um die Eigenschaften der idealen gedanklichen Figuren erfassen zu können.

Entdecken

K2
- Die Richtung, in die gedreht werden muss, ist jeweils beliebig.

Recycling-Pfeile:	Drehung um den Mittelpunkt um 120° oder 240°
Spielkarte:	Drehung um den Mittelpunkt um 180°
S-Bahn-Zeichen:	Drehung um den Mittelpunkt um 180°
Windrad (ohne Turm):	Drehung um den Mittelpunkt um 120° oder 240°
Verkehrszeichen:	Drehung um den Mittelpunkt um 90°, 180° oder 270°

Anmerkung: Auch Drehungen um 360° führen dazu, dass eine Figur mit sich selbst zur Deckung kommt. Diese 360°-Drehungen wurden nicht aufgeführt, da sie für jede Figur gelten, nicht nur für solche mit besonderen Symmetrieeigenschaften.

K1/2
-     
- Individuelle Lösungen.

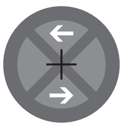
Nachgefragt

K1
- Kreis: punktsymmetrisch bezüglich des Mittelpunkts
  Gerade: punktsymmetrisch bezüglich jedes ihrer Punkte
  Quadrat: punktsymmetrisch bezüglich des Diagonalenschnittpunkts.

K1
- Zwei parallele Geraden sind achsensymmetrisch bezüglich der Mittelparallelen als Symmetrieachse.
  Zwei parallele Geraden sind punktsymmetrisch mit jedem beliebigen Punkt der Mittelparallelen als Symmetriezentrum.

Aufgaben

K4 **1** Die ersten drei Figuren sind punktsymmetrisch mit dem jeweils eingezeichneten Symmetriezentrum. Die vierte und die fünfte Figur sind nicht punktsymmetrisch, da sie bei einer Halbdrehung (Drehung um 180°) nicht mit sich selbst zur Deckung kommen.

K3 **2**

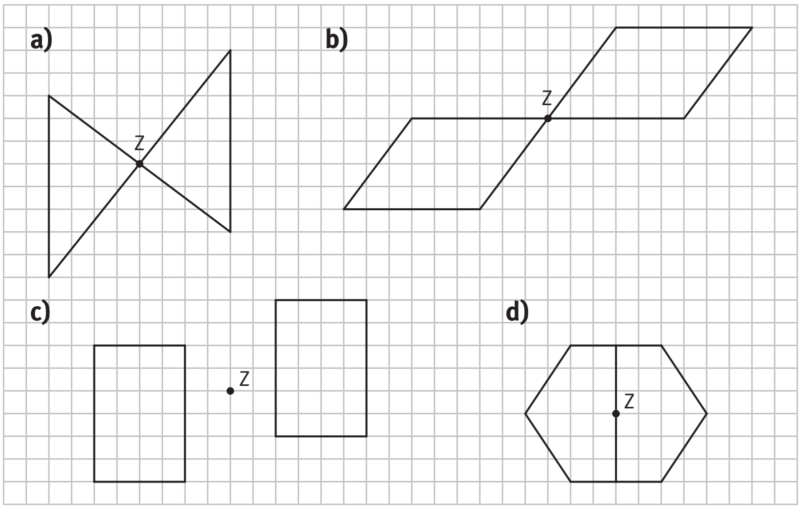
achsensymmetrisch:	Botswana, Burundi, Guyana, Honduras, Schweiz, Vietnam
punktsymmetrisch:	Botswana, Honduras, Trinidad und Tobago, Schweiz
achsen- und punktsymmetrisch:	Botswana, Honduras, Schweiz

a) Botswana (Afrika); Burundi (Afrika); Guyana (Amerika); Honduras (Amerika); Schweiz (Europa); Vietnam (Asien)

b) Botswana (Gaborone); Honduras (Tegucigalpa); Trinidad und Tobago (Port of Spain); Schweiz (Bern)

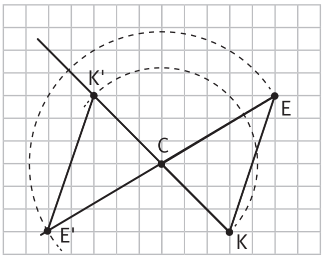
c) Botswana (Englisch, Setswana); Honduras (Spanisch); Schweiz (Deutsch, Französisch, Italienisch, Rätoromanisch)

K5 **3**

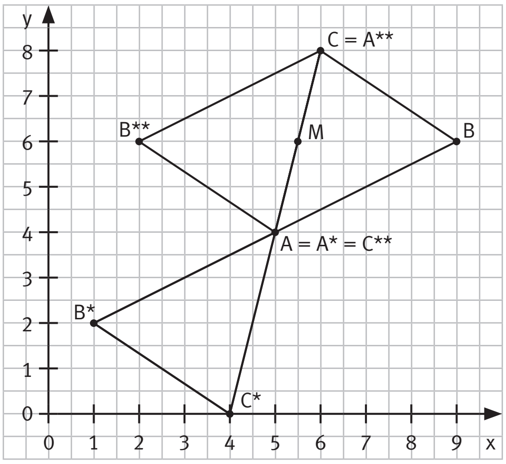


K4 **4** **a)** Tina zeichnet für jeden Punkt einen Kreis um das Symmetriezentrum, auf welchem der entsprechende Punkt liegt. Dann zeichnet sie eine Gerade durch den jeweiligen Punkt und durch das Symmetriezentrum. Beim Schnittpunkt des entsprechenden Kreises liegt der Bildpunkt.

b)



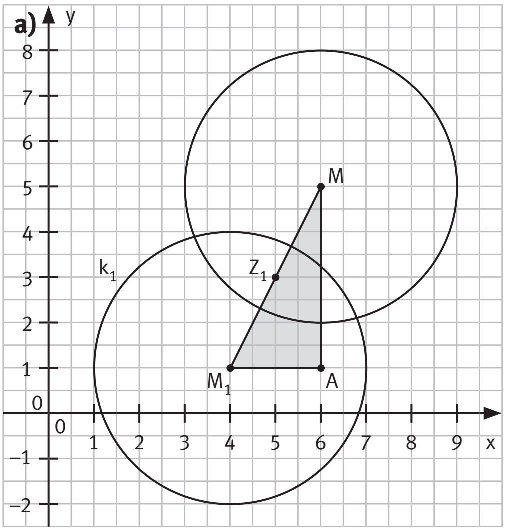
K5 **5** **a)**

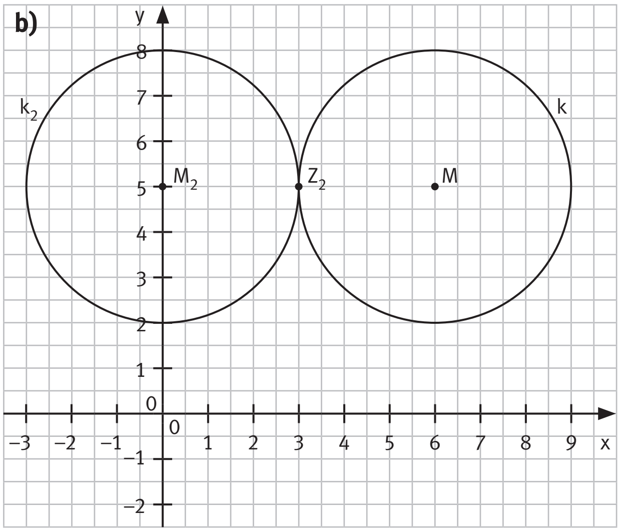


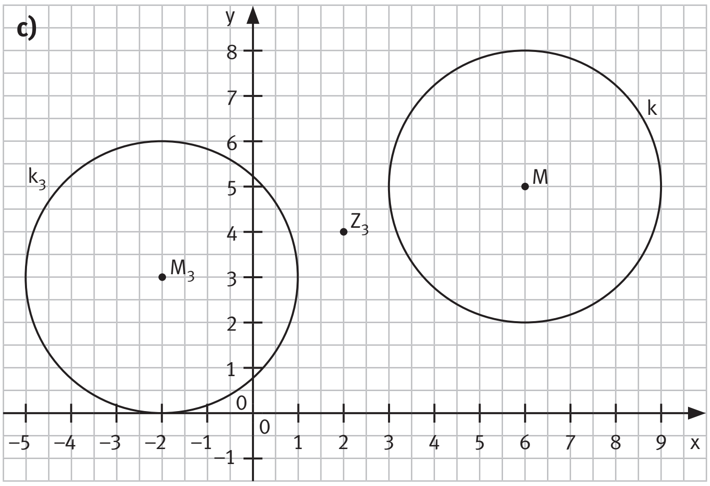
1 A* (5|4), B* (1|2), C* (4|0)
2 M (5,5|6), A** (6|8), B** (2|6), C** (5|4)

b) 1 Die Aussage ist wahr. Vergleiche z. B. die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{A^*B^*}$.
2 Die Aussage ist wahr. Vergleiche z. B. die Winkel CBA und C*B*A*.
3 Die Aussage ist wahr. Vergleiche z. B. die identischen Geraden AC und A*C*.

K5 **6**







a) $M_1(4|1)$

$A_{\text{Dreieck } M_1AM} = (2\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm}) : 2$
$= 4\,\text{cm}^2$

b) $M_2(0|5)$

Der Kreispunkt $Z_2(3|5)$ fällt mit seinem Spiegelpunkt zusammen, weil dieser selbst das Symmetriezentrum darstellt.

c) $M_3(-2|3)$

Etwa 70 % des Umfangs des gespiegelten Kreises liegen im II. Quadranten.

K1 **7**

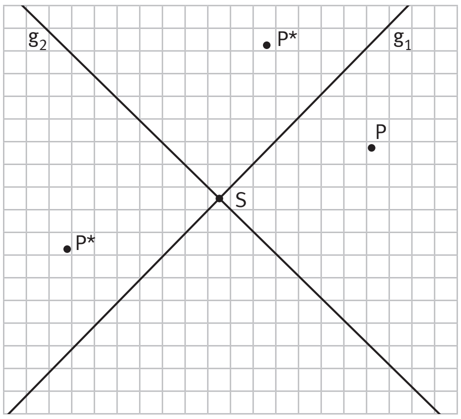
a) Die Aussage ist wahr. Jeder Punkt auf der Mittelparallelen stellt ein mögliches Symmetriezentrum dar.

b) Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Jede Gerade, die senkrecht zu den beiden parallelen Geraden verläuft, ist eine Symmetrieachse. Davon gibt es unendlich viele.

c) Die Aussage ist wahr. Die Winkelhalbierenden stellen mögliche Spiegelachsen dar.

d) Die Aussage ist wahr. Der Schnittpunkt ist das Symmetriezentrum.

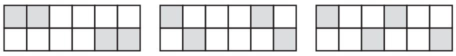
K2 **8** **a)**



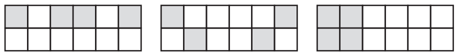
Es entsteht der gleiche Bildpunkt, egal ob man an g_1 und danach an g_2 spiegelt oder ob man am Schnittpunkt S spiegelt.

b) Die Achsen müssen senkrecht aufeinander stehen.

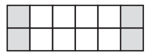
K2 **9** **a)** z. B.



b) z. B.



c)



K5 **10** **a)** Z (1 | 1)

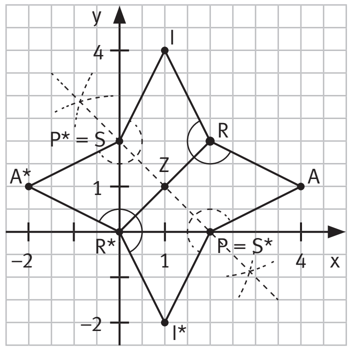
b) P* (0 | 2), A* (–2 | 1), I* (1 | –2), S* (2 | 0)

c) ∢ IRA und ∢ I*R*A* bzw. ∢ AS*I* und ∢ A*SI

d) z. B. $\overline{AR}$ und $\overline{A^*R^*}$, $\overline{PA}$ und $\overline{P^*A^*}$, $\overline{IS}$ und $\overline{I^*S^*}$

e) $A_{\text{Achteck}} = (2\,\text{cm})^2 + 4 \cdot (0{,}5 \cdot 2\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm}) = 12\,\text{cm}^2$

$p = \frac{2 \cdot (0{,}5 \cdot 2\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm})}{12\,\text{cm}^2} = \frac{1}{3} \approx 33\,\%$



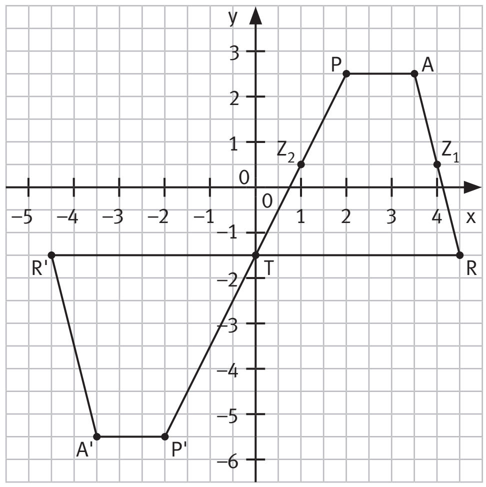
K2 **11** **a)** $|\overline{TR}| = 4{,}5\,\text{cm}$

$|\overline{PA}| = 1{,}5\,\text{cm}$

$h = 4\,\text{cm}$

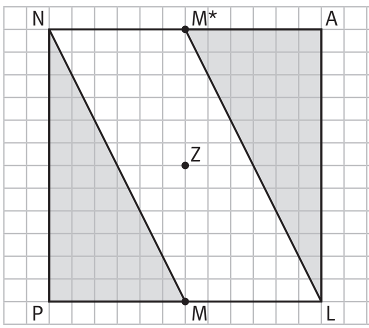
$A = \frac{|\overline{PA}| + |\overline{TR}|}{2} \cdot h = 12\,\text{cm}^2$

b)

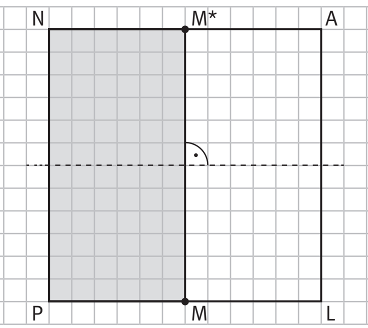


c) Mögliche Symmetriezentren sind die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AR}$ oder $\overline{PT}$, also Z_1 (4 | 0,5) oder Z_2 (1 | 0,5). Der Flächeninhalt beträgt das Doppelte des ursprünglichen Flächeninhalts, also $A = 2 \cdot 12\,\text{cm}^2 = 24\,\text{cm}^2$.

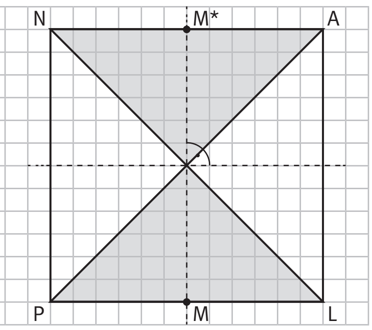
K2 **12** **a)** z. B.



b) z. B.



c) z. B.



K1

Vertiefung

Symmetrie als Gestaltungsprinzip in Natur und Kunst

a) Individuelle Lösungen. Es gibt bei jedem Bild kleine Unterschiede.

b) Individuelle Lösungen.

c) Individuelle Lösungen.

d) Individuelle Lösungen.

Entdecken

K4 ■ Es handelt sich um ein Parallelogramm. Gegenüberliegende Winkel sind gleich groß, und die Diagonalen halbieren einander.

K6 ■ Individuelle Lösungen.

Nachgefragt

K1 ■ Die Behauptung ist falsch.
Gegenbeispiel: gleichschenkliges Trapez mit aufeinander senkrechten Diagonalen

K1/6 ■ Reale Objekte haben z. B. keine vollkommen parallelen Seiten bzw. keine exakt rechten Winkel.

Aufgaben

K1 **1** **a)** Beispiele für Eigenschaften, die Drachenvierecke und Rauten gemeinsam haben:
Die Diagonalen stehen aufeinander senkrecht; das Drachenviereck und die Raute sind achsensymmetrische Vierecke.
Beispiele für Eigenschaften, in denen sich Drachenvierecke, die keine Rauten sind, und Rauten voneinander unterscheiden:
Die Raute besitzt lauter gleich lange Seiten; jedes Drachenviereck, das keine Raute ist, weist zwei verschiedene Seitenlängen auf.

Jede Raute hat zwei Symmetrieachsen; Drachenvierecke, die keine Rauten sind, besitzen jeweils genau eine Symmetrieachse. Bei jeder Raute sind einander gegenüberliegende Winkel jeweils gleich groß; Drachenvierecke, die keine Rauten sind, besitzen nur ein Paar von einander gegenüberliegenden gleich großen Winkeln.

b) Beispiele für Eigenschaften, die Quadrate und Rechtecke gemeinsam haben:
Alle vier Winkel sind gleich groß; einander gegenüberliegende Seiten sind jeweils gleich lang; die beiden Diagonalen sind gleich lang.
Beispiele für Eigenschaften, in denen sich Quadrate und Rechtecke, die keine Quadrate sind, voneinander unterscheiden:
Jedes Quadrat besitzt vier Symmetrieachsen; nichtquadratische Rechtecke besitzen nur zwei Symmetrieachsen. Bei jedem Quadrat halbieren die Diagonalen einander rechtwinklig; bei nichtquadratischen Rechtecken ist dies nicht der Fall.

K1 **2** **a)** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Raute
Umkehrung: Ein Quadrat hat vier gleich lange Seiten. Die Umkehrung ist richtig.

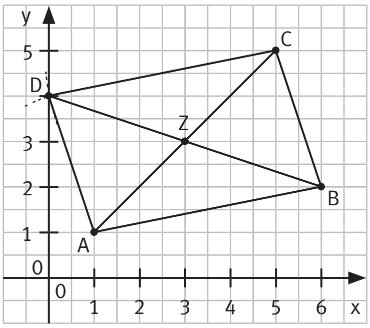
b) Die Aussage ist richtig (Quadrat, Rechteck und Raute sind besondere Parallelogramme).
Umkehrung: Ein Parallelogramm ist punktsymmetrisch. Die Umkehrung ist auch richtig.

c) Die Aussage ist richtig (Quadrat, Rechteck und Raute sind besondere Parallelogramme).
Umkehrung: Bei einem Parallelogramm halbieren sich die Diagonalen gegenseitig. Auch die Umkehrung ist richtig.

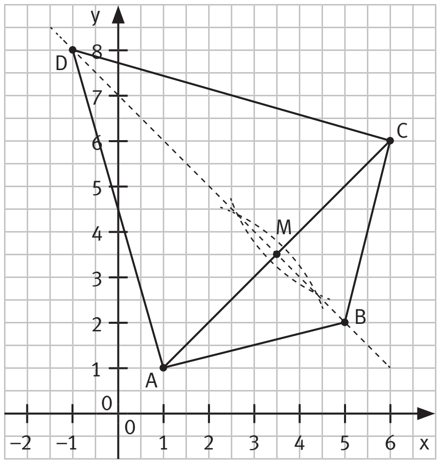
d) Die Aussage ist richtig.
Umkehrung: Wenn die Diagonalen eines Vierecks senkrecht aufeinander stehen, ist es ein Drachenviereck. Die Umkehrung ist falsch. Gegenbeispiel: gleichschenkliges Trapez mit aufeinander senkrechten Diagonalen

e) Die Aussage ist richtig. Jede Raute besitzt auch alle Eigenschaften eines Parallelogramms.
Umkehrung: Jedes Parallelogramm ist eine Raute. Die Umkehrung ist falsch. Ein Parallelogramm hat zwei Paare gleich langer Seiten, aber im Allgemeinen nicht vier gleich lange Seiten.

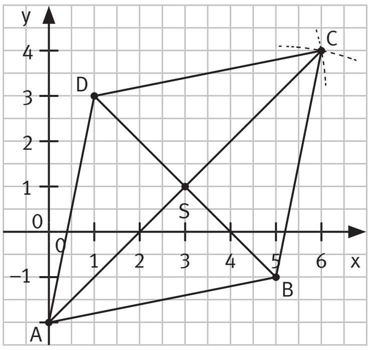
K 5 **3** **a)** D (0 | 4); Z (3 | 3)



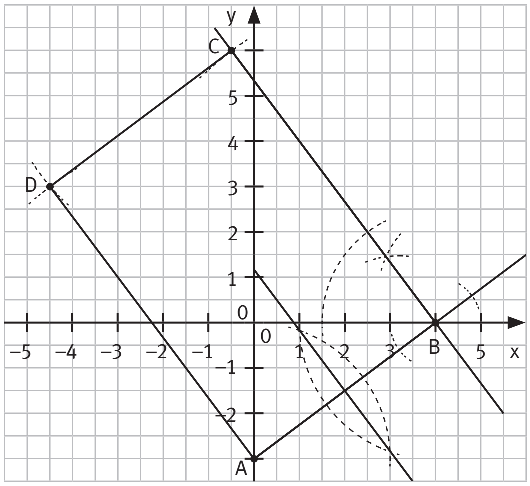
b) B (5 | 2); D (–1 | 8); M (3,5 | 3,5)



c) C (6 | 4); S (3 | 1)



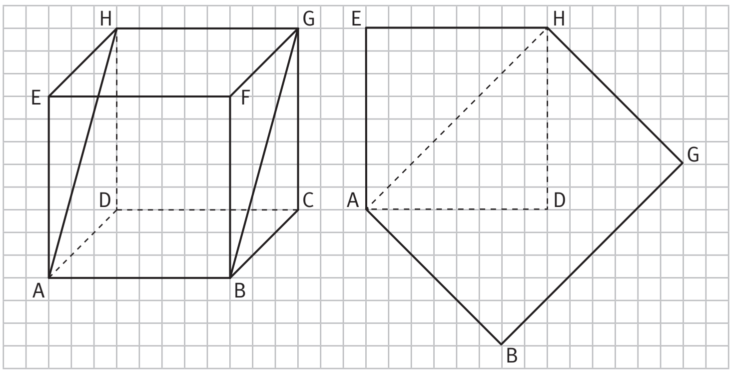
d) C (–0,5 | 6); D (–4,5 | 3); $A_{\text{Rechteck ABCD}} = 5\,\text{cm} \cdot 7{,}5\,\text{cm} = 37{,}5\,\text{cm}^2$



$p_{\text{I}} = \frac{0{,}5 \cdot 4 \cdot 5{,}25}{37{,}5} = 28\,\%$; $p_{\text{II}} = \frac{17{,}625}{37{,}5} = 47\,\%$

$p_{\text{III}} = \frac{0{,}5 \cdot 2{,}25 \cdot 3}{37{,}5} = 9\,\%$; $p_{\text{IV}} = \frac{0{,}5 \cdot 4 \cdot 3}{37{,}5} = 16\,\%$

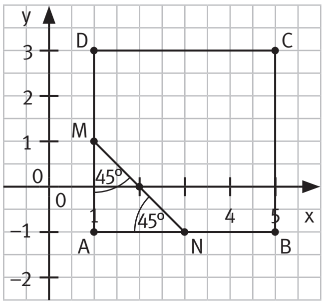
K 5 **4** **a)**



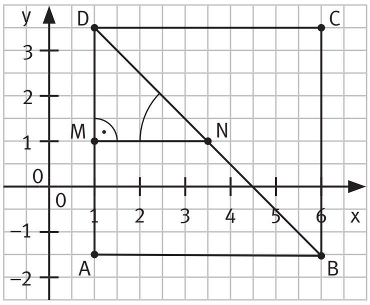
b) Das Viereck ABGH ist ein Rechteck.

c) $A_{\text{ABGH}} \approx 23\,\text{cm}^2$; $p = \frac{23 - 16}{16} = \frac{7}{16} \approx 40\,\%$

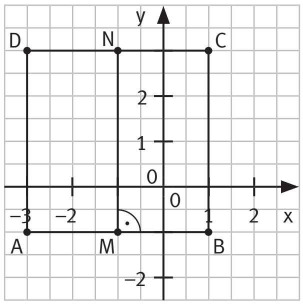
K 5 **5** **a)**



b)



c)



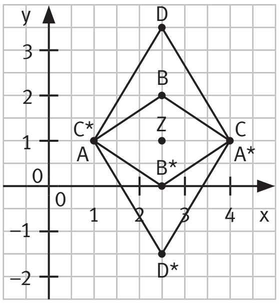
a) A (1 | –1); B (5 | –1); C (5 | 3) und D (1 | 3). Im IV. Quadranten liegen 25 % der Quadratfläche.

b) A (1 | –1,5), B (6 | –1,5), C (6 | 3,5) und D (1 | 3,5); U = 4 · 5 cm = 20 cm

c) A (–3 | –1), B (1 | –1), C (1 | 3) und D (–3 | 3)

$p_I = \frac{3}{16} \approx 19\,\%$; $p_{II} = \frac{9}{16} \approx 56\,\%$; $p_{III} = \frac{3}{16} \approx 19\,\%$; $p_{IV} = \frac{1}{16} \approx 6\,\%$

K 1 **6**



a) Es besitzt alle Eigenschaften eines Drachenvierecks:
- eine Symmetrieachse
- zwei Paare gleich langer Seiten
- ein Paar gleich großer Winkel
- die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander

b) Viereck AB*CB: Raute
Viereck AD*CD: Raute, da jeweils wegen der Spiegelung alle vier Seiten gleich lang sind.

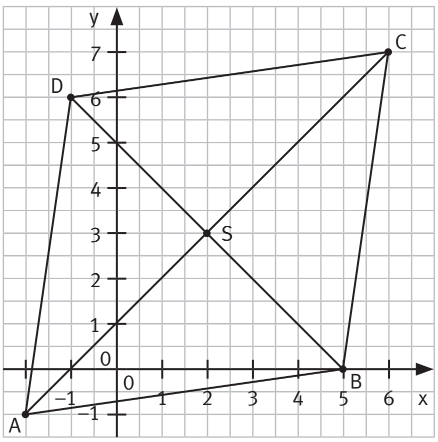
c) Viereck ABCD: $A = \frac{1}{2} \cdot |\overline{AC}| \cdot h - \frac{1}{2} \cdot |\overline{AC}| \cdot h^* = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2{,}5\,\text{cm}^2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1\,\text{cm}^2 = 2{,}25\,\text{cm}^2$

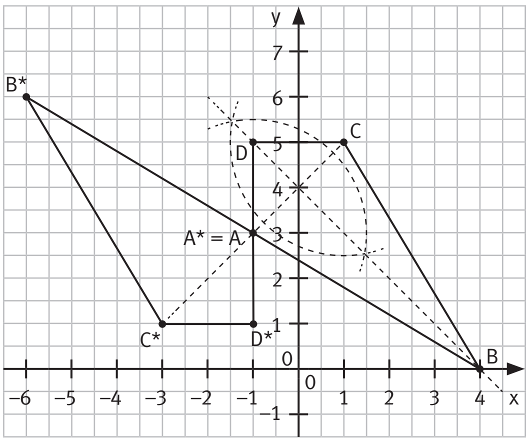
Dreieck ACD: $A^* = \frac{1}{2} \cdot |\overline{AC}| \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2{,}5\,\text{cm}^2 = 3{,}75\,\text{cm}^2$

Anteil: $\frac{A}{A^*} = \frac{2{,}25}{3{,}75} = 0{,}6 = 60\,\%$

K 2 **7** **a)** C (6 | 7), D (–1 | 6); $\alpha \approx 74°$; $\beta \approx 106°$; $\gamma \approx 74°$; $\delta \approx 106°$; $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

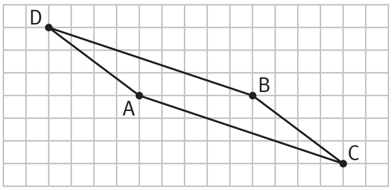
b) B (4 | 0); D (–1 | 5); A* (–1 | 3); B* (–6 | 6); C* (–3 | 1); D* (–1 | 1)



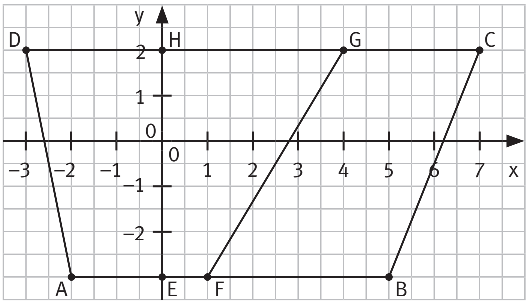


K2 **8** **a)** Pedro und Hannah haben die Aufgabe richtig gelöst. Die anderen Vierecke sind keine Parallelogramme.

b)



K4 **9**



Die Figur enthält sechs farbig berandete Trapeze.
Flächeninhalte:
$A_{ABCD} = 42{,}5\,\text{cm}^2$; $A_{AEHD} = 12{,}5\,\text{cm}^2$;
$A_{AFGD} = 25\,\text{cm}^2$; $A_{EFGH} = 12{,}5\,\text{cm}^2$;
$A_{EBCH} = 30\,\text{cm}^2$; $A_{FBGC} = 17{,}5\,\text{cm}^2$
$12{,}5\,\text{cm}^2 < 17{,}5\,\text{cm}^2 < 25\,\text{cm}^2 < 30\,\text{cm}^2 < 42{,}5\,\text{cm}^2$

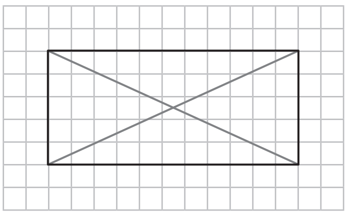
K1 **10** Filip hat Recht. Jedes Quadrat hat die Eigenschaften eines Parallelogramms:
- ein Symmetriezentrum
- gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel
- gegenüberliegende Winkel sind gleich groß
- die Diagonalen halbieren einander.

Damit ist jedes Quadrat ein Parallelogramm.

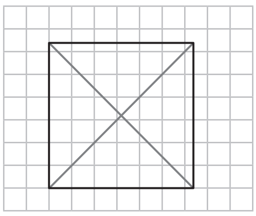
K2 **11** **a)** Die Winkelhalbierenden schneiden einander in einem gemeinsamen Punkt z. B. bei allen Drachenvierecken und damit auch bei allen Rauten und Quadraten.

b) Die Mittelsenkrechten schneiden einander in einem gemeinsamen Punkt bei allen achsensymmetrischen Trapezen und damit auch bei allen Rechtecken und Quadraten. Darüber hinaus ist die Forderung auch für viele Vierecke ohne weitere Symmetrieeigenschaften erfüllt.

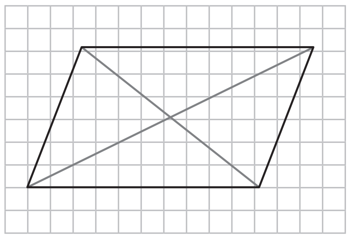
K2 **12** **a)**



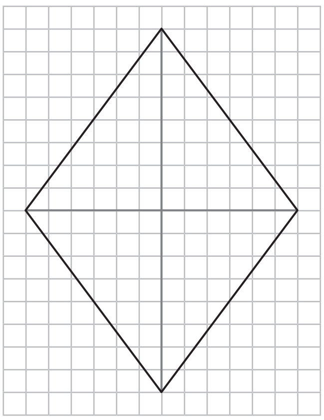
b)



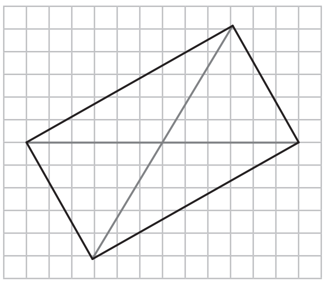
c)



d)



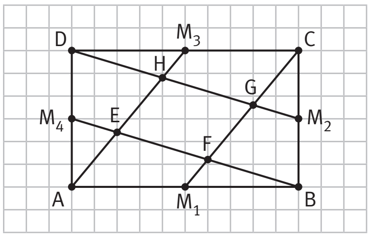
e)



Anmerkung zu **a)** und **c)**:
Es gibt viele Lösungen.
Die Diagonalen müssen sich nur halbieren.

Wenn die Diagonalen eines Parallelogramms gleich lang sind, ist es auch ein Rechteck.
Auch bei **e)** gibt es mehrere Lösungen.

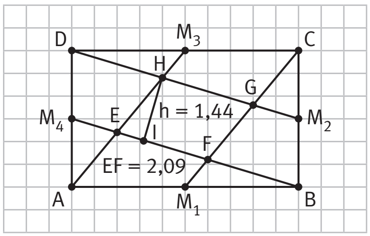
K 1/5 **13** **a)**



b) Da $|\overline{AM_1}| = |\overline{M_3C}|$ und $AM_1 \parallel M_3C$ ist, ist das Viereck AM_1CM_3 ein Parallelogramm.
Deshalb gilt $AM_3 \parallel M_1C$ und damit insbesondere $\overline{EH} \parallel \overline{FG}$.

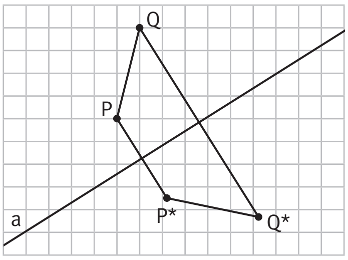
c) Da $|\overline{DM_4}| = |\overline{M_2B}|$ und $DM_4 \parallel M_2B$ ist, ist das Viereck DM_4BM_2 ein Parallelogramm.
Deshalb gilt $DM_2 \parallel M_4B$ und damit insbesondere $\overline{EF} \parallel \overline{HG}$. Das Viereck EFGH ist ein Parallelogramm.

d)



Rechteck ABCD: $A = 3\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} = 15\,\text{cm}^2$
Parallelogramm EFGH: $A' \approx 2{,}09\,\text{cm} \cdot 1{,}44\,\text{cm} \approx 3\,\text{cm}^2$
Verhältnis: $\frac{A'}{A} = 0{,}2 = 20\,\%$

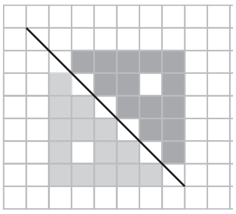
K 1 **14** Beispiel:

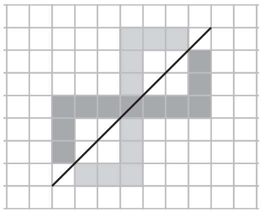


a) Die Strecken $\overline{PP^*}$ und $\overline{QQ^*}$ sind beide senkrecht zur Spiegelachse und somit parallel zueinander.
a stellt die Symmetrieachse des Trapezes dar.

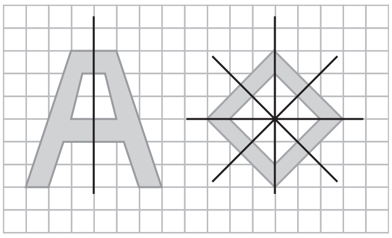
b) Das Viereck PP*Q*Q kann durch die Konstruktion nur noch ein Rechteck oder Quadrat sein, da nur bei diesen Figuren eine Symmetrieachse durch die Mittelsenkrechte einer Seite verläuft. Allerdings kann ein Quadrat auch als ein Drachenviereck, ein Parallelogramm oder eine Raute aufgefasst werden.

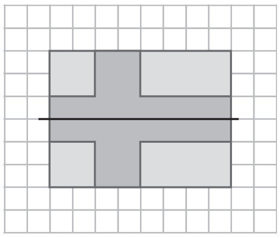
K5 **1**

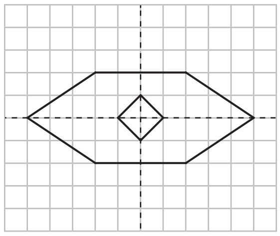




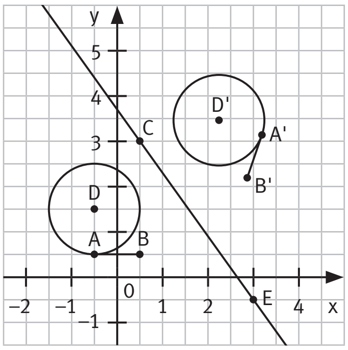
K5 **2**

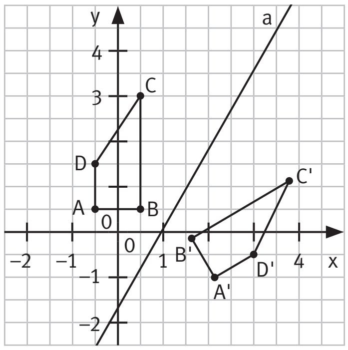






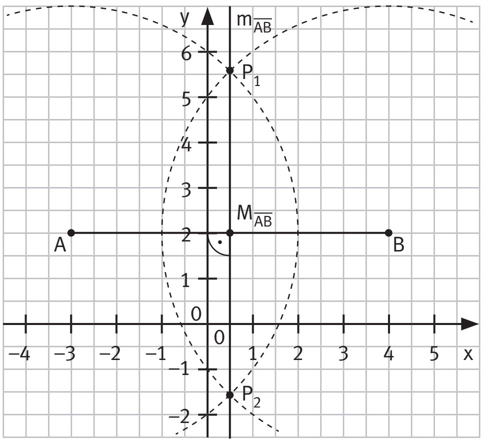
K5 **3**



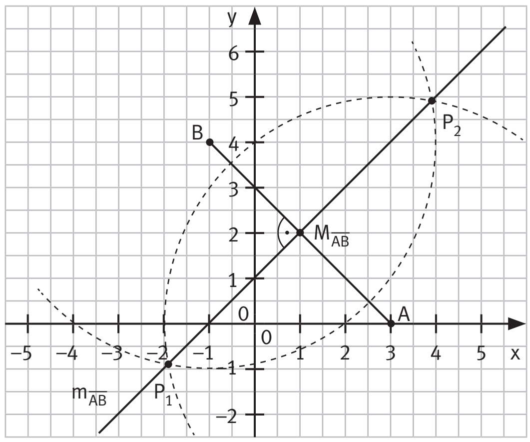


K5 **4** Die gesuchten Punkte liegen auf der Mittelsenkrechte $m_{\overline{AB}}$ zur Strecke $\overline{AB}$.

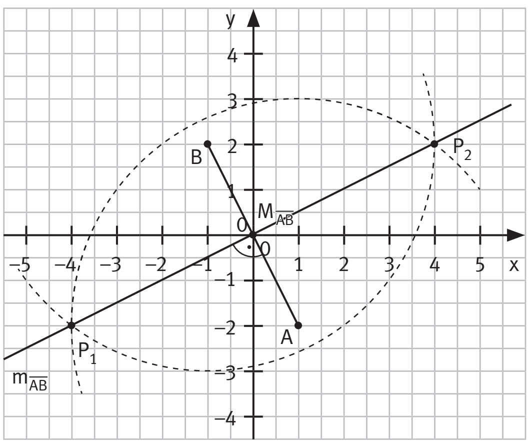
a)



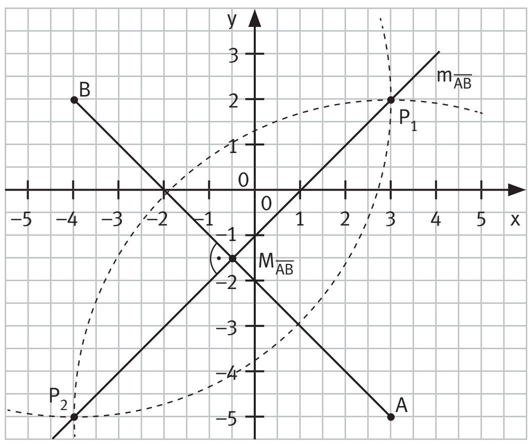
a)



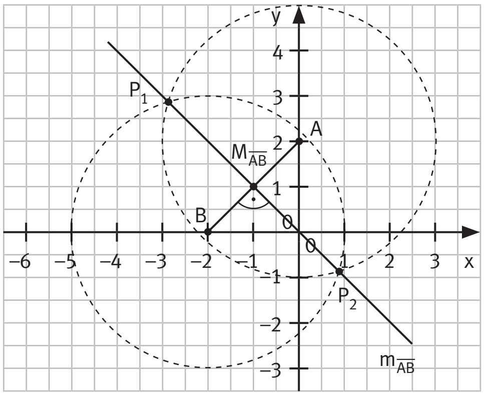
b)



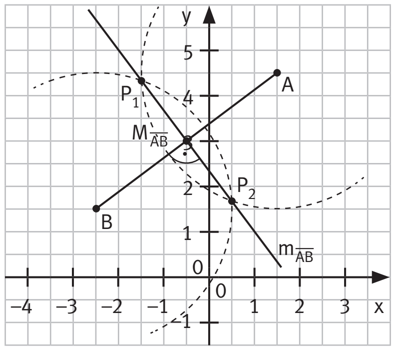
b)



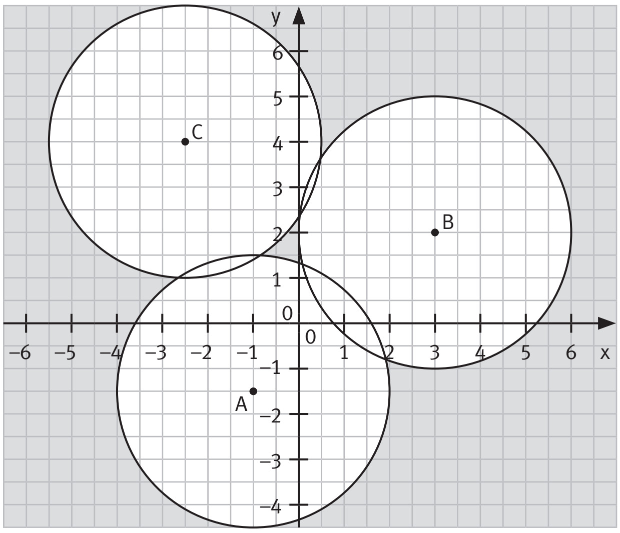
c)


y
x
A
B
P_1
P_2
$M_{\overline{AB}}$
$m_{\overline{AB}}$

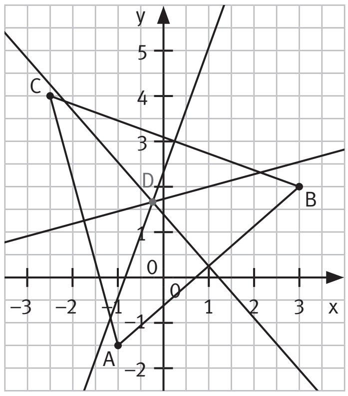
c)


y
x
A
B
P_1
P_2
$M_{\overline{AB}}$
$m_{\overline{AB}}$

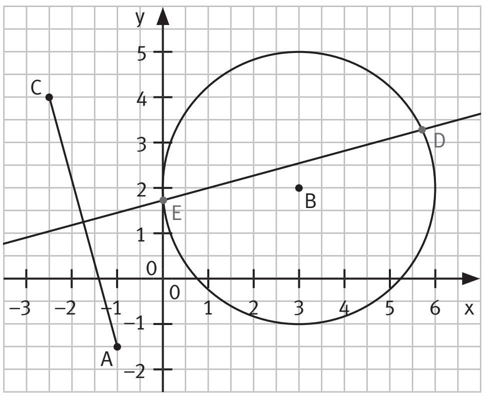
K4 **5** a)


y
x
A
B
C

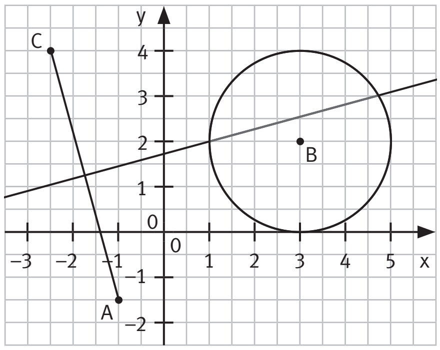
a)


y
x
A
B
C
D

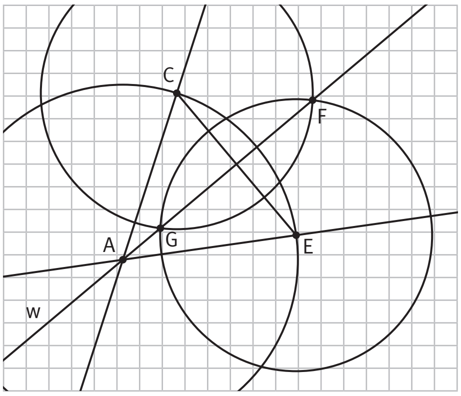
b)


y
x
A
B
C
D
E

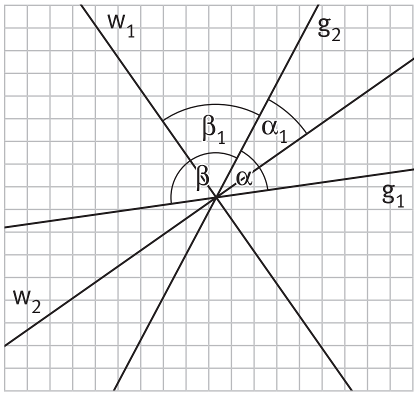
b)


y
x
A
B
C

K2/5 **6**



Alle Punkte auf der Winkelhalbierenden w haben den gleichen Abstand zu den Schenkeln.



Die beiden Winkelhalbierenden schneiden sich im 90°-Winkel. Man kann diese als Symmetrieachsen der beiden Geraden sehen.

$\alpha = 54°$; $\beta = 180° - 54° = 126°$

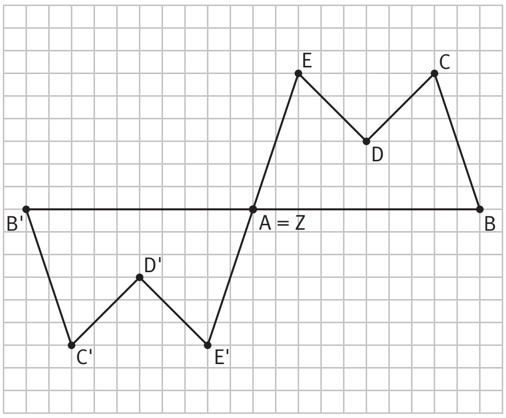
$\alpha_1 = \frac{\alpha}{2} = 27°$; $\beta_1 = \frac{\beta}{2} = 63°$

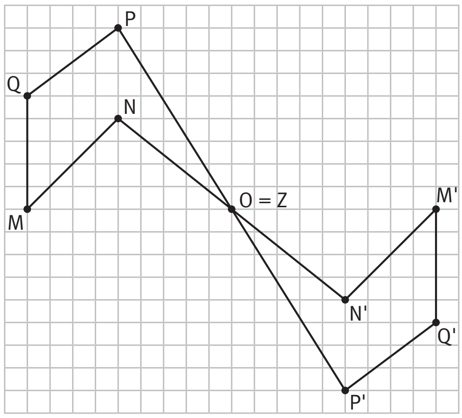
$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 = 27° + 63° = 90° \Rightarrow w_1 \perp w_2$

K1 **7** Die Aussage ist falsch. Jedes Schenkelpaar, für das die ursprüngliche Winkelhalbierende eine Symmetrieachse darstellt, hat dieselbe Winkelhalbierende. Das ist für beliebige Winkelgrößen der Fall.

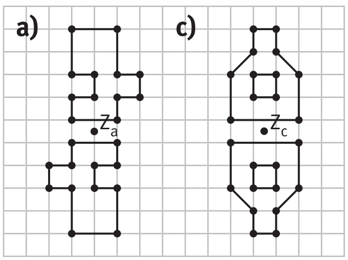
Die Aussage ist wahr. Damit die Mittelsenkrechten parallel liegen, müssen auch die entsprechenden Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ parallel liegen. Da die beiden Strecken einen gemeinsamen Punkt B haben, müssen alle drei Punkte auf einer Geraden liegen.

K5 **8**





K2 **9** Die Figur in b) ist nicht punktsymmetrisch.

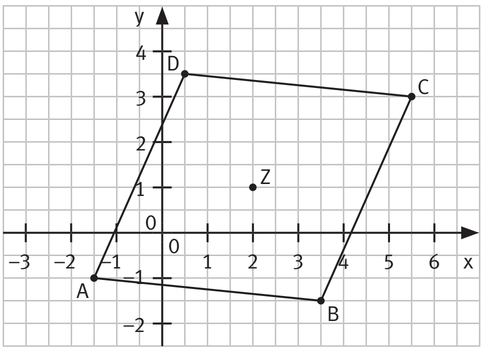


a) punktsymmetrisch
b) punktsymmetrisch und achsensymmetrisch
c) punktsymmetrisch

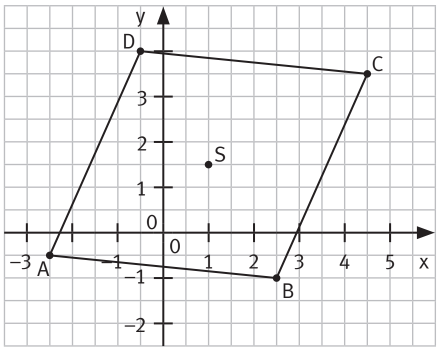
K4 **10** **a)** Quadrat
Ein Quadrat hat vier gleich lange Seiten und vier rechte Winkel. Gegenüberliegende Seiten sind parallel.
b) Parallelogramm, das kein Rechteck und keine Raute ist.
In einem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang; gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.
c) gleichschenkliges Trapez oder Drachenviereck
Ein gleichschenkliges Trapez hat zwei parallele Seiten und zwei Paare gleich großer Winkel.
Ein Drachenviereck hat zwei Paare gleich langer benachbarter Seiten und ein Paar gleich großer Winkel.

a) Parallelogramm
In einem Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten parallel und gleich lang; gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.
b) Raute, die kein Quadrat ist.
Eine Raute hat vier gleich lange Seiten. Gegenüberliegende Seiten sind parallel und gegenüberliegende Winkel sind gleich groß.

K5 **11**



Z (2 | 1)



K1 **12** **a)** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Drachenviereck
b) Die Aussage ist im Allgemeinen richtig. Die in einem Trapez gleich großen Winkel liegen einander nicht gegenüber.

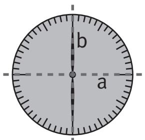
a) Die Aussage ist richtig. Andernfalls wären die Diagonalen Symmetrieachsen.
Ein Parallelogramm, das keine Raute ist, ist aber nicht achsensymmetrisch.
b) Die Aussage ist richtig. Alle Seiten sind dann gleich lang.

K4 **13** **a)** Der Stundenzeiger bewegt sich langsamer. Er überquert in einer Stunde fünf Minutenstriche. Das passiert somit alle $\frac{60}{5}$ min = 12 min.

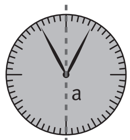
b) Punktsymmetrie entsteht zu Zeiten, wenn die beiden Zeiger genau in die entgegengesetzte Richtung zeigen.

Achsensymmetrie: Zu beachten sind die größeren Striche bei 3, 6, 9 und 12 Uhr. Diese geben die beiden möglichen Symmetrieachsen vor. Es gibt viele Zeiten, zu denen die Zeiger achsensymmetrisch zu diesen Symmetrieachsen stehen.

Beispiele:

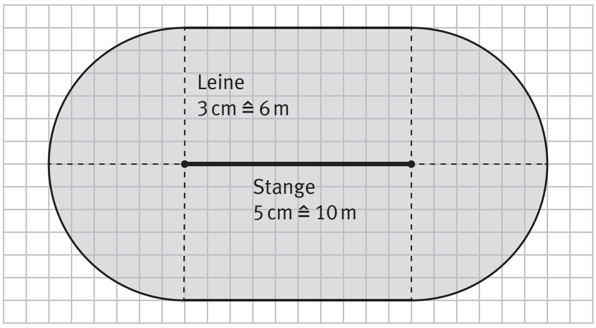


18.00

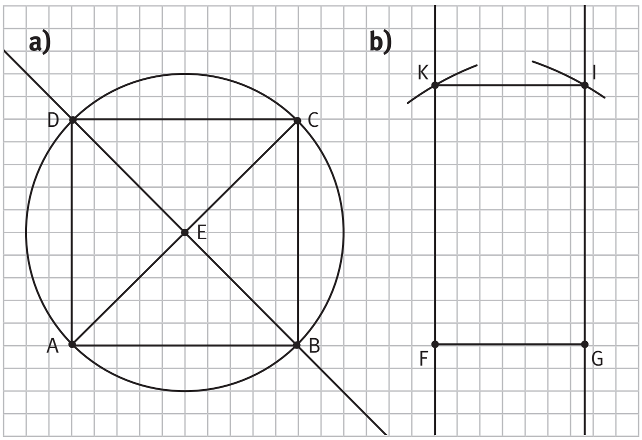


11.04 oder 12.56

K3 **14**



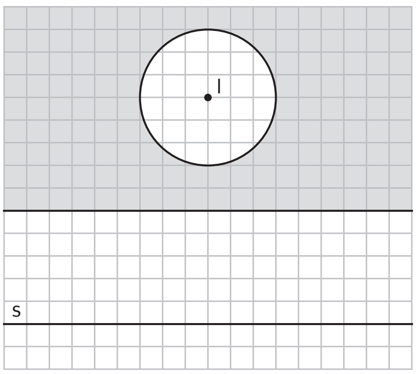
K5 **15**



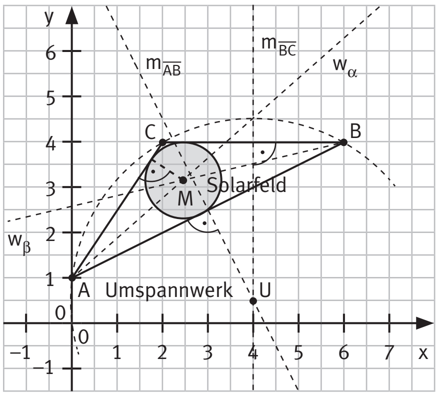
a) Zeichne eine 7 cm lange Strecke $\overline{AC}$. Konstruiere zu dieser die Mittelsenkrechte und ziehe einen Kreis mit Radiuslänge 3,5 cm um den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AC}$. Die Schnittpunkte des Kreises mit der Mittelsenkrechten sind die Punkte B und D.

b) Zeichne eine 3,3 cm lange Strecke $\overline{FG}$. Konstruiere die beiden zu dieser Strecke senkrechten Geraden, jeweils durch den Punkt F und G. Zeichne um diese beiden Punkte jeweils einen Kreis mit Radiuslänge 6,6 cm. Beim Schnittpunkt der Kreise mit der senkrechten Geraden durch den jeweils anderen Punkt liegen jeweils die beiden Punkte K und I.

K3 **16** 1 cm entspricht 20 m.



K3/5 **17 a)** und **b)**



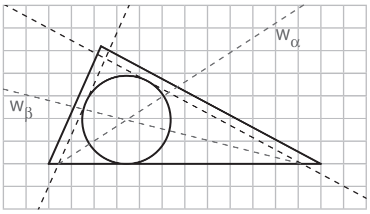
Um das möglichst große kreisrunde Solarfeld zu bestimmen, konstruiert man den Schnittpunkt M der Winkelhalbierenden des Dreiecks ABC.

Damit das Umspannwerk von allen drei Orten gleich weit entfernt ist, ermittelt man den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten der Seiten $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{AC}$.

Die Radiuslänge des Solarfelds im Modell ist der Abstand von M zu den Dreiecksseiten.

c) Die Lage des Umspannwerks ist ungünstig gewählt, da es außerhalb des Solarfeldes und weit weg von diesem liegt.

K3 **18**



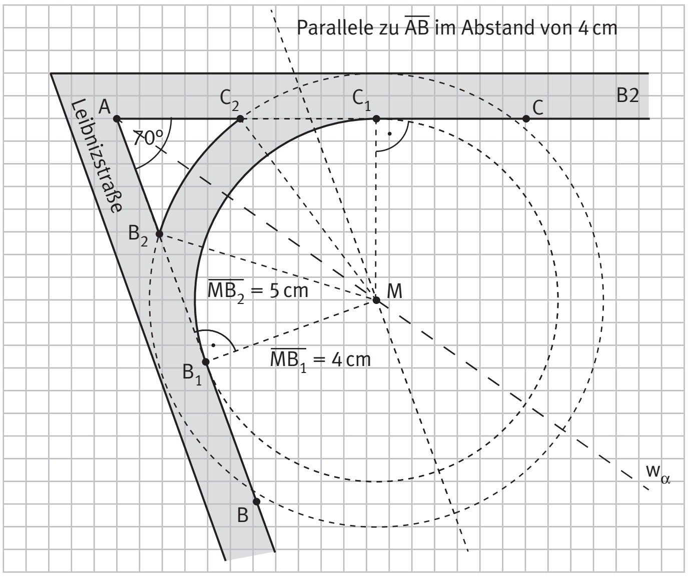
a) Man zeichnet das Dreieck im Maßstab 1 : 100 und Parallelen (hier gestrichelt) zu den Seiten im Abstand von 0,2 cm ein. Nun lässt sich im kleineren Dreieck der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden konstruieren und die Radiuslänge des Fensters zu r = 1 cm ablesen. Die Radiuslänge des Fensters beträgt also 1 m.

b) Giebel: $A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2{,}6\,\text{m}^2 = 7{,}8\,\text{m}^2$

Fenster: $A' \approx 3{,}14 \cdot 1^2\,\text{m}^2 = 3{,}14\,\text{m}^2$

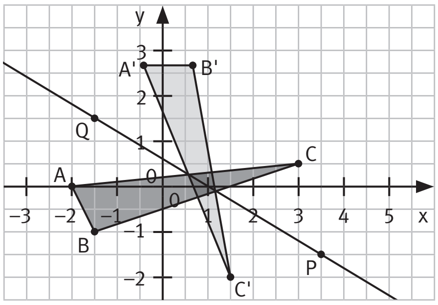
Verhältnis: $\frac{A'}{A} \approx 0{,}4 = 40\,\%$

K3 **19**



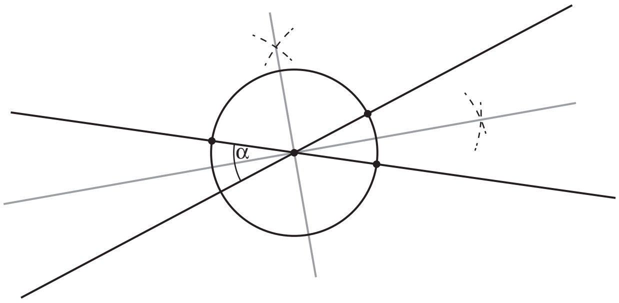
Die Parallele zu $\overline{AB}$ im Abstand von 4 cm schneidet die Winkelhalbierende des Winkels ∢ BAC in M. Die Lotfußpunkte B_1 und C_1 zu M auf AB bzw. AC bestimmen den inneren Kreisbogen der Einfahrt. Der Kreis um M mit Radius 5 cm schneidet AB bzw. AC in den Punkten B_2 und C_2. Diese bestimmen den äußeren Kreisbogen der Einfahrt.

K5 **1** **a)**

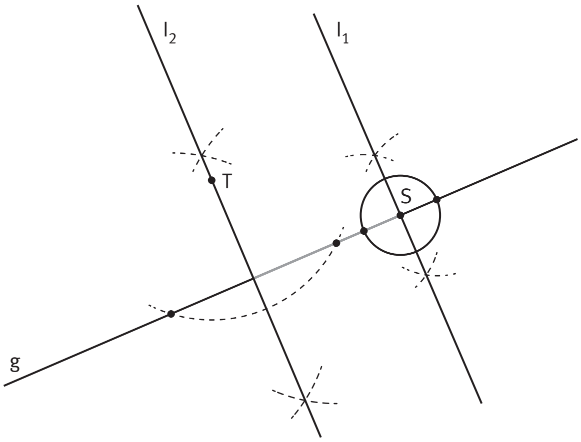


b) Spiegelung an der x-Achse: Die x-Koordinate des Punktes verändert sich nicht, die y-Koordinate ändert das Vorzeichen.
A* (–2|0), B* (–1,5|1), C* (3|–0,5)
Spiegelung an der y-Achse: Die x-Koordinate des Punktes ändert das Vorzeichen, die y-Koordinate verändert sich nicht.
A* (2|0), B* (1,5|–1), C* (–3|0,5)

K5 **2**



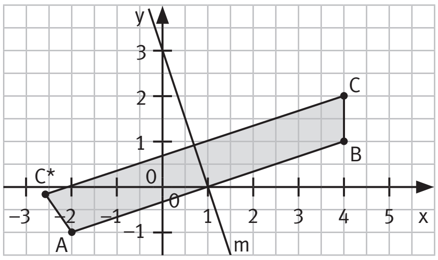
K4 **3**



K1 **4** **a)** Die Aussage ist falsch. Es gibt unendlich viele Symmetrieachsen: jede senkrechte Gerade zu beiden Parallelen sowie die Mittelparallele. Jeder Punkt dieser Mittelparallelen ist ein Symmetriezentrum. Also gibt es davon unendlich viele.

b) Die Aussage ist in der Regel falsch. Die beiden Winkelhalbierenden sind die beiden Symmetrieachsen. Wenn die Geraden sich senkrecht schneiden, sind auch die beiden Geraden selbst zusätzliche Symmetrieachsen, so dass es in diesem Fall vier Symmetrieachsen gibt.

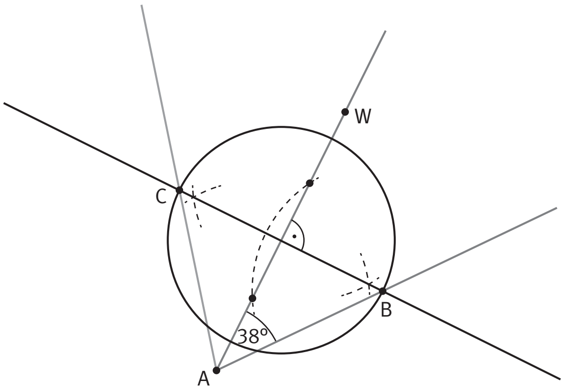
K 1/5 **5** **a)**



b) Die Punkte A und B liegen bezüglich der Geraden m symmetrisch, da m die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$ ist. Die Punkte C und C* liegen ebenfalls symmetrisch bezüglich m wegen der Konstruktion von C*. Damit ist das Trapez ABCC* symmetrisch bezüglich m und somit gleichschenklig.

c) Wegen der Symmetrie des Trapezes ABCC* schneiden sich die Geraden AC* und BC in einem Punkt auf der Symmetrieachse m.

K 5 **6**



K 1 **7** Tanja hat Recht. Wenn $|\overline{AB}| > 6\,\text{cm}$, dann gibt es keinen Punkt, der sowohl von A also auch von B genau 3 cm entfernt ist.

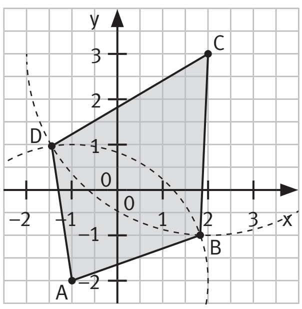
Julian hat nicht Recht: Wenn $|\overline{AB}| = 6\,\text{cm}$, dann ist der Mittelpunkt C der Strecke $\overline{AB}$ der einzige Punkt, der sowohl von A als auch von B genau 3 cm entfernt ist. Die Aufgabe ist in diesem Fall eindeutig lösbar.

Thorben hat Recht, wenn $|\overline{AB}| \leq 6\,\text{cm}$ und es einen solchen Punkt C gibt. In diesem Fall gilt $|\overline{AC}| = |\overline{BC}|$. Die Mittelsenkrechte m_{AB} halbiert den Winkel ∢ BCA.

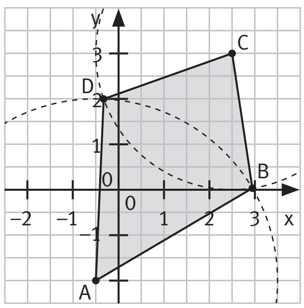
K 4 **8** Eine Raute ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten, gegenüberliegende Seiten sind parallel. Daher ist sie ein spezielles Parallelogramm.

In einem Rechteck stehen benachbarte Seiten senkrecht aufeinander. Gegenüberliegende Seiten sind jeweils gleich lang und parallel. Daher ist ein Rechteck ein spezielles Parallelogramm.

K 1/5 **9** 1. Möglichkeit:

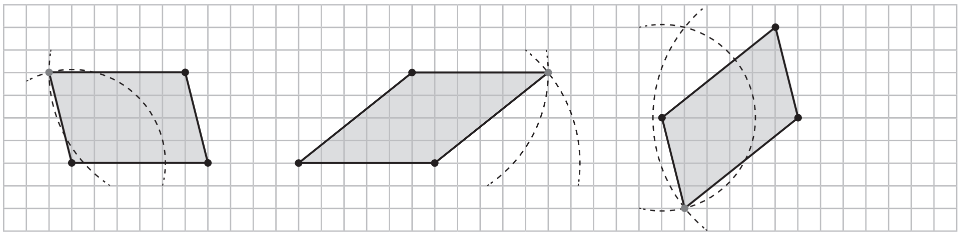


2. Möglichkeit:

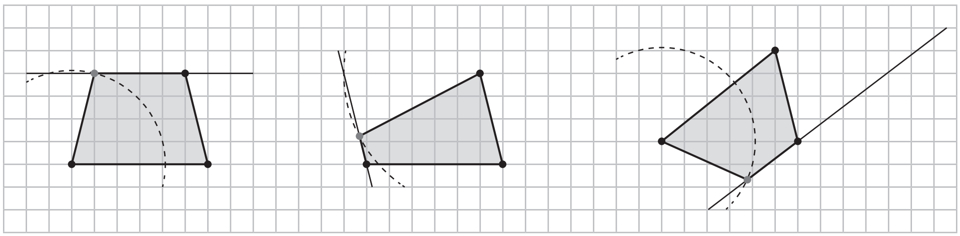


Es gibt zwei deckungsgleiche Lösungen, da entweder $|\overline{AB}| = |\overline{AD}| = 3\,\text{cm}$ oder $|\overline{AB}| = |\overline{AD}| = 4\,\text{cm}$ möglich ist.

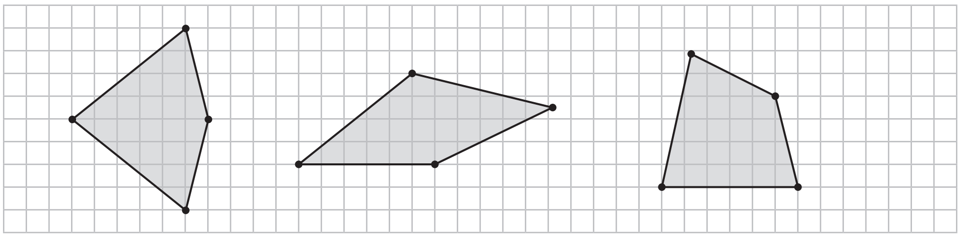
K4 **10 a)** 1 Parallelogramm



2 gleichschenkliges Trapez



3 Drachenviereck



b) Da die Abstände der drei Punkte paarweise verschieden sind, können sie keine Raute bilden. Dafür müssten zwei Abstände gleich groß sein. Da die Verbindungsstrecken der Punkte nicht senkrecht aufeinander stehen, können sie kein Rechteck bilden.

Aufgaben für Lernpartner

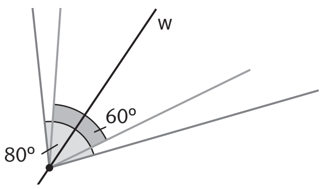
K1/6 **A** Die Aussage ist wahr wegen der Eigenschaft einer Achsenspiegelung, dass die Verbindungsstrecke von Punkt und Spiegelpunkt senkrecht auf der Symmetrieachse steht.

K1/6 **B** Die Aussage ist falsch: Die y-Koordinate des Spiegelpunktes P' ist die Gegenzahl der y-Koordinate des Punktes P.

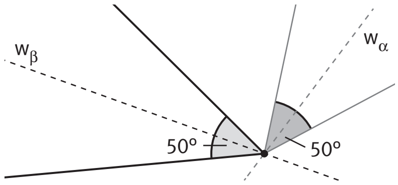
K1/6 **C** Die Aussage ist wahr. Die Mittelsenkrechte der Verbindungsstrecke der Mittelpunkte ist die Symmetrieachse der Mittelpunkte. Da die Achsenspiegelung längentreu ist, liegen damit auch die beiden Kreise symmetrisch bezüglich dieser Achse.

K1/6 **D** Die Aussage ist wahr, da beide Parallelen von der Mittelparallelen denselben Abstand haben.

K1/6 **E** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel:



K 1/6 **F** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel:



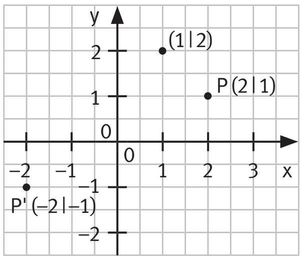
K 1/6 **G** Die Aussage ist wahr. Die Winkelhalbierende ist der Ort all der Punkte, die von den beiden Schenkeln des Winkels denselben Abstand haben.

K 1/6 **H** Die Aussage ist wahr, da zwei hintereinander ausgeführte Achsenspiegelungen an zwei senkrecht stehenden Achsen einer Punktspiegelung am Schnittpunkt der Achsen entsprechen.

K 1/6 **I** Die Aussage ist wahr: Wenn in einem Dreieck ABC der Eckpunkt A auf der Mittelsenkrechten der Punkte B und C liegt, dann ist das Dreieck gleichschenklig mit der Spitze A. Diese Argumentation gilt auch für die anderen Eckpunkte, so dass das Dreieck drei Symmetrieachsen und damit drei gleich lange Seiten hat.

K 1/6 **J** Die Aussage ist wahr. Dies entspricht der Eigenschaft der Punktspiegelung, dass ein Punkt und sein Spiegelpunkt den gleichen Abstand zum Symmetriezentrum haben.

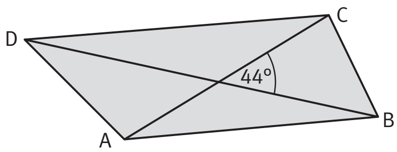
K 1/6 **K** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel:



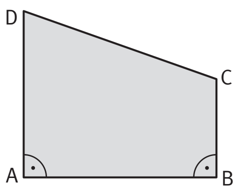
Der Spiegelpunkt von P hat nicht die Koordinaten (1|2). Richtig ist: Wird ein Punkt P (x|y) am Ursprung des Koordinatensystems gespiegelt, so hat der Spiegelpunkt die Koordinaten P' (–x|–y).

K 1/6 **L** Die Aussage ist richtig. Eine Punktspiegelung ist eine Drehung um 180°.

K 1/6 **M** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel:



K 1/6 **N** Die Aussage ist wahr. Beispiel:



K 1/6 **O** Die Aussage ist i. Allg. falsch. Ein Rechteck besitzt im Allgemeinen zwei Symmetrieachsen, nämlich die Mittelsenkrechten der Seiten und ein Symmetriezentrum, den Schnittpunkt der Diagonalen. Ein Rechteck mit vier Symmetrieachsen ist ein Quadrat.

K 1/6 **P** Die Aussage ist wahr, da jedes Parallelogramm ein Paar paralleler Seiten hat und damit ein Trapez ist.