7

mathe.delta

kostenfreie
LESEPROBE
+ Ausblick auf
die Bände 8–10

C.C.BUCHNER

Gymnasium G9
Nordrhein-Westfalen

Sehr geehrte Damen und Herren,

ob Kompetenzorientierung, Individualisierung, sprachsensibler Unterricht oder vielfältiger Medieneinsatz – mit unserem Angebot für das Fach Mathematik zum neuen G9 sind Sie auf der sicheren Seite. Denn wir haben mit Herz und Verstand den neuen Kernlehrplan eins zu eins für Sie umgesetzt.

Selbstverständlich bieten wir Ihnen auch volle Unterstützung über das Schulbuch hinaus: Das **digitale Lehrermaterial click & teach**, das perfekt aufs Schulbuch abgestimmte **Arbeitsheft**, der **Lösungsband** sowie der **Klassenarbeitstrainer** unterstützen Sie auch in den Jahrgangsstufen 7-10 optimal bei der Gestaltung Ihres Unterrichts.

Freuen Sie sich mit uns auf das neue **mathe.delta 7 – Nordrhein-Westfalen**!

Herzlichst

Ihr **mathe.delta**-Team

Redaktion:
Frederik Töpfer und Lisa Hepp

Herausgeber- und Autorenteam aus NRW:
Sabine Castelli, Michael Casper, Sarah Beumann, Christian van Randenborgh, Ellen Voigt und Michael Kleine (es fehlen Marcel Voldrich, Anselm Knebusch und Dominik zur Heiden)

mathe.delta 7

ISBN: 978-3-661-61167-9
ca. € 25,40
Erscheint im 2. Quartal 2020

mathe.delta – passgenau für einen modernen Unterricht im neuen G9

Integrierter Medienkompetenzrahmen

- **Medienkompetenzen** werden von Anfang an im Schulbuch integriert und in sinnvoller Progression immer weiter ausgebaut.
- Ein besonderer Fokus liegt auf den Kompetenzen **Bedienen und Anwenden**, **Informieren und Recherchieren** und **Problemlösen und Modellieren**.

Innovatives Konzept für sprachsensiblen Unterricht

- **Sonderkästen** trainieren Textverständnis und Fachsprache.
- Ausgewählte Aufgaben stehen **sprachlich vereinfacht** zur Verfügung.
- Die **Operatorenschulung** unterstützt die ganze Klasse und ist besonders geeignet für Schülerinnen und Schüler, deren Muttersprache nicht Deutsch ist.

3651-01*

Anschauliche Lernvideos

- Speziell für NRW produzierte **Lernvideos** – abrufbar via Mediencode – sind fester Bestandteil des Schulbuchs.

61165-13*

Zahlreiche Zusatzmaterialien

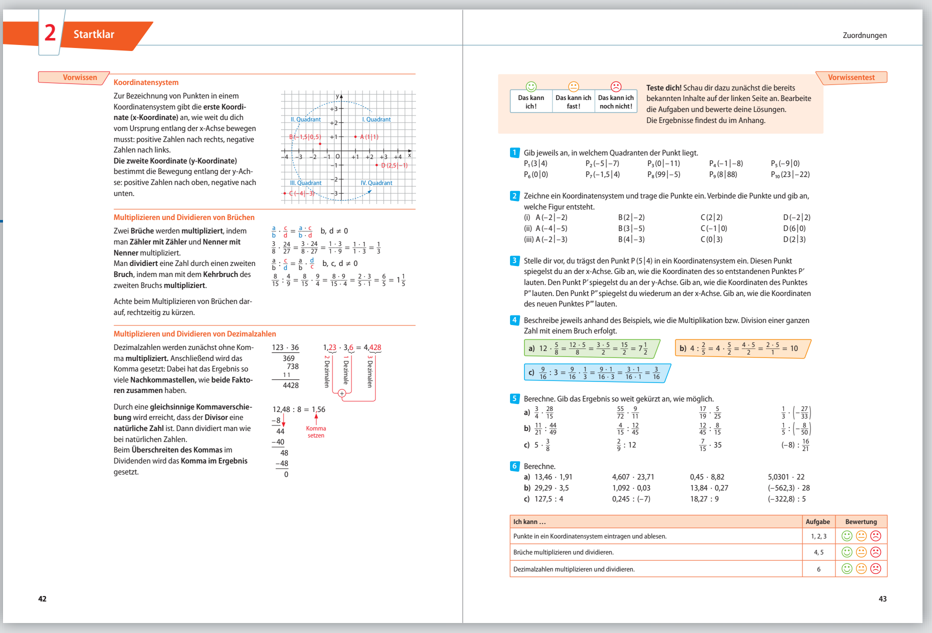
- Für Lehrerinnen und Lehrer: das **digitale Lehrermaterial click & teach** mit einer Vielzahl passgenauer Materialien sowie den gedruckten **Lösungsband**
- Für Schülerinnen und Schüler: das perfekt aufs Schulbuch abgestimmte **Arbeitsheft** oder die **Lernsoftware LIFT** sowie den **Klassenarbeitstrainer** und das **digitale Schulbuch click & study** mit direktem Zugriff auf zahlreiche Zusatzmaterialien

---

*Um ein Beispielvideo anzusehen und weitere Informationen zu erhalten, scannen Sie die QR-Codes oder geben Sie auf www.ccbuchner.de die Mediencodes in das Suchfeld ein.

Startklar

Vorwissen aktivierend
und überprüfend



2 Startklar

Vorwissen

Koordinatensystem

Zur Bezeichnung von Punkten in einem Koordinatensystem gibt die **erste Koordinate (x-Koordinate)** an, wie weit du dich vom Ursprung entlang der x-Achse bewegen musst: positive Zahlen nach rechts, negative Zahlen nach links.
Die zweite Koordinate (y-Koordinate) bestimmt die Bewegung entlang der y-Achse: positive Zahlen nach oben, negative nach unten.

Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

Zwei **Brüche** werden **multipliziert**, indem man **Zähler mit Zähler** und **Nenner mit Nenner** multipliziert.
Man **dividiert** eine Zahl durch einen zweiten **Bruch**, indem man mit dem **Kehrbruch** des zweiten Bruchs **multipliziert**.

Achte beim Multiplizieren von Brüchen darauf, rechtzeitig zu kürzen.

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad b, d \neq 0$

$\frac{3}{8} \cdot \frac{24}{27} = \frac{3 \cdot 24}{8 \cdot 27} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3}$

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad b, c, d \neq 0$

$\frac{8}{15} : \frac{4}{9} = \frac{8}{15} \cdot \frac{9}{4} = \frac{8 \cdot 9}{15 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

Multiplizieren und Dividieren von Dezimalzahlen

Dezimalzahlen werden zunächst ohne Komma **multipliziert.** Anschließend wird das Komma gesetzt: Dabei hat das Ergebnis so viele **Nachkommastellen,** wie **beide Faktoren zusammen** haben.

```
123 · 36
  369
   738
   11
  4428
```

$1{,}\underbrace{23}_{\text{2 Dezimalen}} \cdot 3{,}\underbrace{6}_{\text{1 Dezimale}} = 4{,}\underbrace{428}_{\text{3 Dezimalen}}$

Durch eine **gleichsinnige Kommaverschiebung** wird erreicht, dass der **Divisor** eine **natürliche Zahl** ist. Dann dividiert man wie bei natürlichen Zahlen.
Beim **Überschreiten des Kommas** im Dividenden wird das **Komma im Ergebnis** gesetzt.

```
12,48 : 8 = 1,56
−8
 44
−40
  48
 −48
   0
```

Komma setzen

42

Zuordnungen

Vorwissentest

☺ Das kann ich!	😐 Das kann ich fast!	☹ Das kann ich noch nicht!

Teste dich! Schau dir dazu zunächst die bereits bekannten Inhalte auf der linken Seite an. Bearbeite die Aufgaben und bewerte deine Lösungen.
Die Ergebnisse findest du im Anhang.

1 Gib jeweils an, in welchem Quadranten der Punkt liegt.

$P_1(3\|4)$	$P_2(-5\|-7)$	$P_3(0\|-11)$	$P_4(-1\|-8)$	$P_5(-9\|0)$
$P_6(0\|0)$	$P_7(-1{,}5\|4)$	$P_8(99\|-5)$	$P_9(8\|88)$	$P_{10}(23\|-22)$

2 Zeichne ein Koordinatensystem und trage die Punkte ein. Verbinde die Punkte und gib an, welche Figur entsteht.

(i)	A (−2|−2)	B (2|−2)	C (2|2)	D (−2|2)
(ii)	A (−4|−5)	B (3|−5)	C (−1|0)	D (6|0)
(iii)	A (−2|−3)	B (4|−3)	C (0|3)	D (2|3)

3 Stelle dir vor, du trägst den Punkt P (5|4) in ein Koordinatensystem ein. Diesen Punkt spiegelst du an der x-Achse. Gib an, wie die Koordinaten des so entstandenen Punktes P′ lauten. Den Punkt P′ spiegelst du an der y-Achse. Gib an, wie die Koordinaten des Punktes P″ lauten. Den Punkt P″ spiegelst du wiederum an der x-Achse. Gib an, wie die Koordinaten des neuen Punktes P‴ lauten.

4 Beschreibe jeweils anhand des Beispiels, wie die Multiplikation bzw. Division einer ganzen Zahl mit einem Bruch erfolgt.

a) $12 \cdot \frac{5}{8} = \frac{12 \cdot 5}{8} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$

b) $4 : \frac{2}{5} = 4 \cdot \frac{5}{2} = \frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{2 \cdot 5}{1} = 10$

c) $\frac{9}{16} : 3 = \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{3} = \frac{9 \cdot 1}{16 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 1}{16 \cdot 1} = \frac{3}{16}$

5 Berechne. Gib das Ergebnis so weit gekürzt an, wie möglich.

a)	$\frac{3}{4} \cdot \frac{28}{15}$	$\frac{55}{72} \cdot \frac{9}{11}$	$\frac{17}{19} \cdot \frac{5}{25}$	$\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{27}{33}\right)$
b)	$\frac{11}{21} : \frac{44}{49}$	$\frac{4}{15} : \frac{12}{45}$	$\frac{12}{45} : \frac{8}{15}$	$\frac{1}{5} : \left(-\frac{8}{50}\right)$
c)	$5 \cdot \frac{3}{8}$	$\frac{2}{9} : 12$	$\frac{7}{15} \cdot 35$	$(-8) : \frac{16}{21}$

6 Berechne.

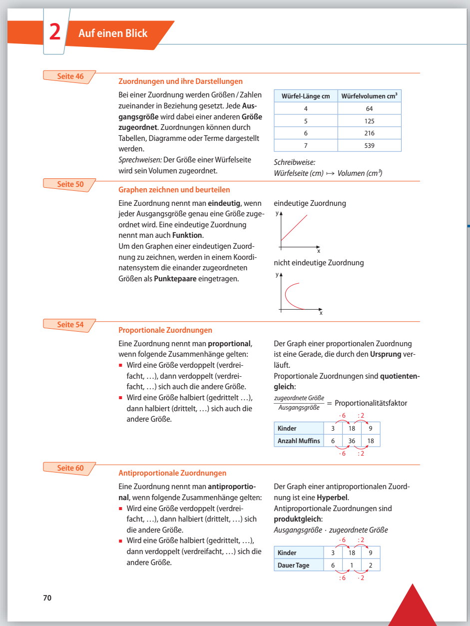
a)	13,46 · 1,91	4,607 · 23,71	0,45 · 8,82	5,0301 · 22
b)	29,29 · 3,5	1,092 · 0,03	13,84 · 0,27	(−562,3) · 28
c)	127,5 : 4	0,245 : (−7)	18,27 : 9	(−322,8) : 5

Ich kann …	Aufgabe	Bewertung
Punkte in ein Koordinatensystem eintragen und ablesen.	1, 2, 3	☺ 😐 ☹
Brüche multiplizieren und dividieren.	4, 5	☺ 😐 ☹
Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren.	6	☺ 😐 ☹

43

Auf einen Blick

Wesentliche Inhalte
kompakt und verständlich



2 Auf einen Blick

Seite 46

Zuordnungen und ihre Darstellungen

Bei einer Zuordnung werden Größen / Zahlen zueinander in Beziehung gesetzt. Jede **Ausgangsgröße** wird dabei einer anderen **Größe zugeordnet**. Zuordnungen können durch Tabellen, Diagramme oder Terme dargestellt werden.
Sprechweisen: Der Größe einer Würfelseite wird sein Volumen zugeordnet.

Würfel-Länge cm	Würfelvolumen cm³
4	64
5	125
6	216
7	539

Schreibweise:
Würfelseite (cm) ↦ Volumen (cm³)

Seite 50

Graphen zeichnen und beurteilen

Eine Zuordnung nennt man **eindeutig**, wenn jeder Ausgangsgröße genau eine Größe zugeordnet wird. Eine eindeutige Zuordnung nennt man auch **Funktion**.
Um den Graphen einer eindeutigen Zuordnung zu zeichnen, werden in einem Koordinatensystem die einander zugeordneten Größen als **Punktepaare** eingetragen.

eindeutige Zuordnung

nicht eindeutige Zuordnung

Seite 54

Proportionale Zuordnungen

Eine Zuordnung nennt man **proportional**, wenn folgende Zusammenhänge gelten:

- Wird eine Größe verdoppelt (verdreifacht, …), dann verdoppelt (verdreifacht, …) sich auch die andere Größe.
- Wird eine Größe halbiert (gedrittelt …), dann halbiert (drittelt, …) sich auch die andere Größe.

Der Graph einer proportionalen Zuordnung ist eine Gerade, die durch den **Ursprung** verläuft.
Proportionale Zuordnungen sind **quotientengleich**:

$\frac{\textit{zugeordnete Größe}}{\textit{Ausgangsgröße}} = \text{Proportionalitätsfaktor}$

Kinder	3	18	9
Anzahl Muffins	6	36	18

·6 :2

Seite 60

Antiproportionale Zuordnungen

Eine Zuordnung nennt man **antiproportional**, wenn folgende Zusammenhänge gelten:

- Wird eine Größe verdoppelt (verdreifacht, …), dann halbiert (drittelt, …) sich die andere Größe.
- Wird eine Größe halbiert (gedrittelt, …), dann verdoppelt (verdreifacht, …) sich die andere Größe.

Der Graph einer antiproportionalen Zuordnung ist eine **Hyperbel**.
Antiproportionale Zuordnungen sind **produktgleich**:
Ausgangsgröße · zugeordnete Größe

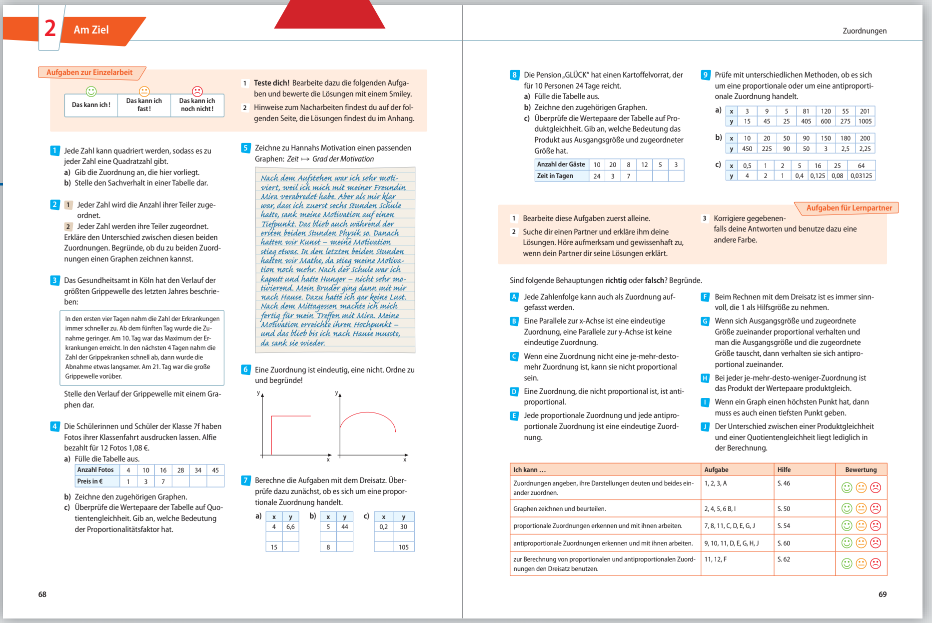
Kinder	3	18	9
Dauer Tage	6	1	2

·6 :2 / :6 ·2

70

Am Ziel

Kompetenzorientiertes
Üben – selbstständig
und kommunikativ



2 Am Ziel

Aufgaben zur Einzelarbeit

☺ Das kann ich!	😐 Das kann ich fast!	☹ Das kann ich noch nicht!

1 **Teste dich!** Bearbeite dazu die folgenden Aufgaben und bewerte die Lösungen mit einem Smiley.
2 Hinweise zum Nacharbeiten findest du auf der folgenden Seite, die Lösungen findest du im Anhang.

1 Jede Zahl kann quadriert werden, sodass es zu jeder Zahl eine Quadratzahl gibt.
a) Gib die Zuordnung an, die hier vorliegt.
b) Stelle den Sachverhalt in einer Tabelle dar.

2 1 Jeder Zahl wird die Anzahl ihrer Teiler zugeordnet.
2 Jeder Zahl werden ihre Teiler zugeordnet.
Erkläre den Unterschied zwischen diesen beiden Zuordnungen. Begründe, ob du zu beiden Zuordnungen einen Graphen zeichnen kannst.

3 Das Gesundheitsamt in Köln hat den Verlauf der größten Grippewelle des letzten Jahres beschrieben:

In den ersten vier Tagen nahm die Zahl der Erkrankungen immer schneller zu. Ab dem fünften Tag wurde die Zunahme geringer. Am 10. Tag war das Maximum der Erkrankungen erreicht. In den nächsten 4 Tagen nahm die Zahl der Grippekranken schnell ab, dann wurde die Abnahme etwas langsamer. Am 21. Tag war die große Grippewelle vorüber.

Stelle den Verlauf der Grippewelle mit einem Graphen dar.

4 Die Schülerinnen und Schüler der Klasse 7f haben Fotos ihrer Klassenfahrt ausdrucken lassen. Alfie bezahlt für 12 Fotos 1,08 €.
a) Fülle die Tabelle aus.

Anzahl Fotos	4	10	16	28	34	45
Preis in €	1	3	7			

b) Zeichne den zugehörigen Graphen.
c) Überprüfe die Wertepaare der Tabelle auf Quotientengleichheit. Gib an, welche Bedeutung der Proportionalitätsfaktor hat.

5 Zeichne zu Hannahs Motivation einen passenden Graphen: *Zeit ↦ Grad der Motivation*

Nach dem Aufstehen war ich sehr motiviert, weil ich mich mit meiner Freundin Mira verabredet habe. Aber als mir klar war, dass ich zuerst sechs Stunden Schule hatte, sank meine Motivation auf einen Tiefpunkt. Das blieb auch während der ersten beiden Stunden Physik so. Danach hatten wir Kunst – meine Motivation stieg etwas. In den letzten beiden Stunden hatten wir Mathe, da stieg meine Motivation noch mehr. Nach der Schule war ich kaputt und hatte Hunger – nicht sehr motivierend. Mein Bruder ging dann mit mir nach Hause. Dazu hatte ich gar keine Lust. Nach dem Mittagessen machte ich mich fertig für mein Treffen mit Mira. Meine Motivation erreichte ihren Hochpunkt – und das blieb bis ich nach Hause musste, da sank sie wieder.

6 Eine Zuordnung ist eindeutig, eine nicht. Ordne zu und begründe!

7 Berechne die Aufgaben mit dem Dreisatz. Überprüfe dazu zunächst, ob es sich um eine proportionale Zuordnung handelt.

a)

x	y
4	6,6
15	

b)

x	y
5	44
8	

c)

x	y
0,2	30
	105

68

Zuordnungen

8 Die Pension „GLÜCK“ hat einen Kartoffelvorrat, der für 10 Personen 24 Tage reicht.
a) Fülle die Tabelle aus.
b) Zeichne den zugehörigen Graphen.
c) Überprüfe die Wertepaare der Tabelle auf Produktgleichheit. Gib an, welche Bedeutung das Produkt aus Ausgangsgröße und zugeordneter Größe hat.

Anzahl der Gäste	10	20	8	12	5	3
Zeit in Tagen	24	3	7			

9 Prüfe mit unterschiedlichen Methoden, ob es sich um eine proportionale oder um eine antiproportionale Zuordnung handelt.

a)

x	3	9	5	81	120	55	201
y	15	45	25	405	600	275	1005

b)

x	10	20	50	90	150	180	200
y	450	225	90	50	3	2,5	2,25

c)

x	0,5	1	2	5	16	25	64
y	4	2	1	0,4	0,125	0,08	0,03125

Aufgaben für Lernpartner

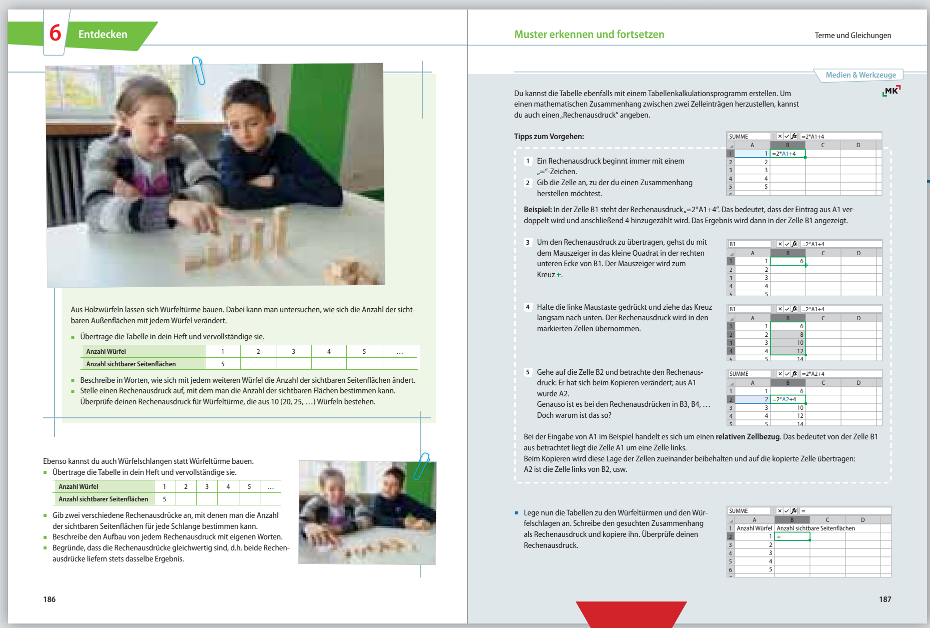
1 Bearbeite diese Aufgaben zuerst alleine.
2 Suche dir einen Partner und erkläre ihm deine Lösungen. Höre aufmerksam und gewissenhaft zu, wenn dein Partner dir seine Lösungen erklärt.
3 Korrigiere gegebenenfalls deine Antworten und benutze dazu eine andere Farbe.

Sind folgende Behauptungen **richtig** oder **falsch**? Begründe.

A Jede Zahlenfolge kann auch als Zuordnung aufgefasst werden.
B Eine Parallele zur x-Achse ist eine eindeutige Zuordnung, eine Parallele zur y-Achse ist keine eindeutige Zuordnung.
C Wenn eine Zuordnung nicht eine je-mehr-desto-mehr Zuordnung ist, kann sie nicht proportional sein.
D Eine Zuordnung, die nicht proportional ist, ist antiproportional.
E Jede proportionale Zuordnung und jede antiproportionale Zuordnung ist eine eindeutige Zuordnung.
F Beim Rechnen mit dem Dreisatz ist es immer sinnvoll, die 1 als Hilfsgröße zu nehmen.
G Wenn sich Ausgangsgröße und zugeordnete Größe zueinander proportional verhalten und man die Ausgangsgröße und die zugeordnete Größe tauscht, dann verhalten sie sich antiproportional zueinander.
H Bei jeder je-mehr-desto-weniger-Zuordnung ist das Produkt der Wertepaare produktgleich.
I Wenn ein Graph einen höchsten Punkt hat, dann muss es auch einen tiefsten Punkt geben.
J Der Unterschied zwischen einer Produktgleichheit und einer Quotientengleichheit liegt lediglich in der Berechnung.

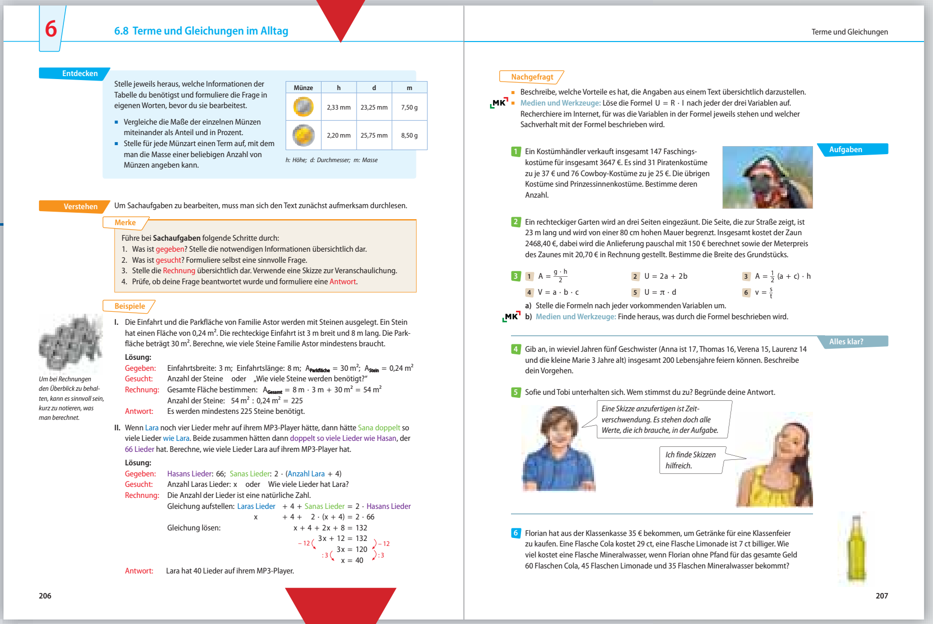
Ich kann …	Aufgabe	Hilfe	Bewertung
Zuordnungen angeben, ihre Darstellungen deuten und beides einander zuordnen.	1, 2, 3, A	S. 46	☺ 😐 ☹
Graphen zeichnen und beurteilen.	2, 4, 5, 6 B, I	S. 50	☺ 😐 ☹
proportionale Zuordnungen erkennen und mit ihnen arbeiten.	7, 8, 11, C, D, E, G, J	S. 54	☺ 😐 ☹
antiproportionale Zuordnungen erkennen und mit ihnen arbeiten.	9, 10, 11, D, E, G, H, J	S. 60	☺ 😐 ☹
zur Berechnung von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen den Dreisatz benutzen.	11, 12, F	S. 62	☺ 😐 ☹

69



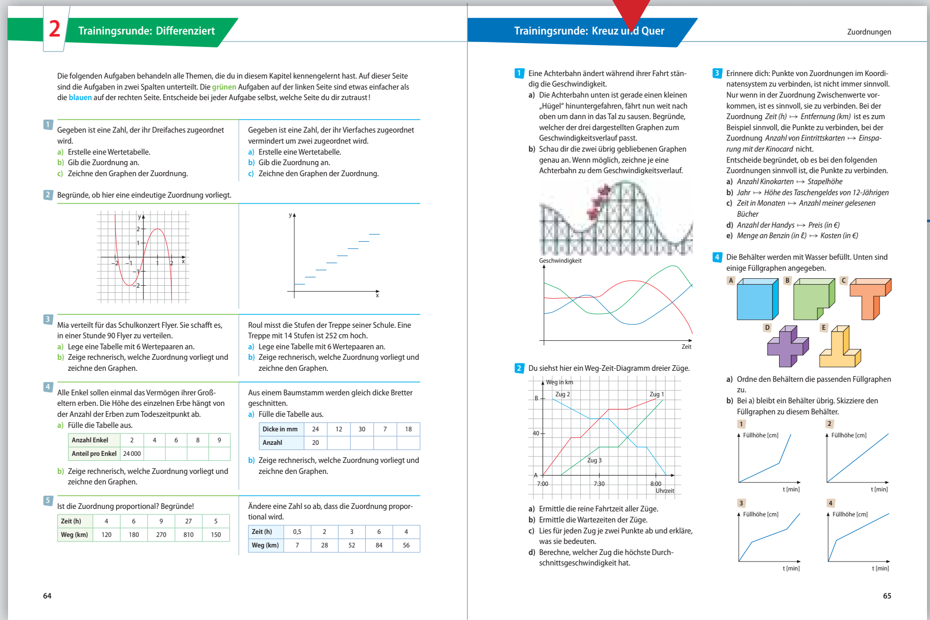
Entdecken

Sachzusammenhänge
handlungsorientiert und
alltagsbezogen



Unterkapitel

Mathematische
Inhalte strukturiert und
verständnisorientiert

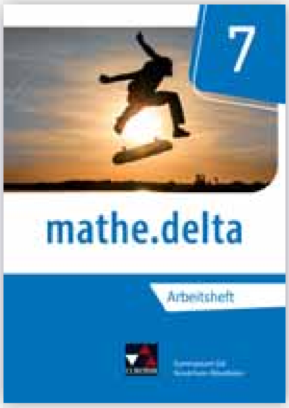


Trainingsrunde

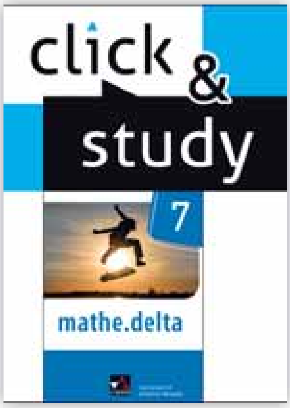
Vielfältige Übungen
differenziert und vernetzend

Für Schülerinnen und Schüler

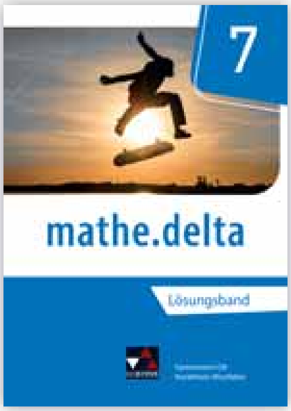
Mathe.Klassenarbeiten 7
Fit für Tests und Klassenarbeiten



Arbeitsheft 7



click & study 7
Digitales Schulbuch



Lösungsband 7

click & teach 7 Box
Digitales Lehrermaterial
(Karte mit Freischaltcode)

Für Lehrerinnen und Lehrer

Arbeitsheft 7

Das Arbeitsheft ist passgenau auf das Schulbuch abgestimmt und enthält **zusätzliche Übungsaufgaben** zum Wiederholen, Festigen und Vertiefen. Sie finden die Lösungen als Einleger, der selbstverständlich auch herausgenommen und eingesammelt werden kann.

Mathe.Klassenarbeiten 7

Das Trainingsheft enthält zahlreiche **Mustertests** und ist damit die perfekte Vorbereitung auf die Klassenarbeit. Ein **Bepunktungsschema** ist ebenso vorhanden wie die **Lösungen**.

click & study 7

Das **digitale Schulbuch click & study** bietet Ihren Schülerinnen und Schülern die vollständige digitale Ausgabe des C.C.Buchner-Lehrwerks, einen modernen Reader mit zahlreichen nützlichen Bearbeitungswerkzeugen sowie einen direkten Zugriff auf Links und Zusatzmaterialien.

click & teach 7 Box

Für eine schnelle und unkomplizierte Unterrichtsvorbereitung bieten wir mit **click & teach digitales Lehrermaterial** an. Enthalten sind neben **Arbeitsblättern** unter anderem auch Materialien wie **Excel- und GeoGebra-Dateien**, die die Möglichkeiten digitaler Medien voll ausschöpfen und die Medienkompetenz fördern.

Lösungsband 7

Der gedruckte Lösungsband enthält die **ausführlichen Lösungen** aller Aufgaben aus dem Schulbuch sowie die Angabe der prozessbezogenen Kompetenzen.

Inhaltsverzeichnis

1 Rechnen mit rationalen Zahlen

Einstieg

- Beim Start eines Raumschiffs gibt es einen Countdown. Was bedeutet er?
- Wie viel Zeit ist zwischen den Zeitangaben jeweils vergangen?
- Welche Bedeutung hat das „Minuszeichen" vor der Zeitangabe?
- Finde weitere Beispiele aus dem Alltag, in denen ein Minuszeichen vorkommt, und erkläre dessen Bedeutung.

Rechnen mit rationalen Zahlen

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …

… was **rationale Zahlen** sind.

… wie man **rationale Zahlen vergleichen** kann.

… wie man **mit rationalen Zahlen rechnen** kann.

… dass die bisherigen **Rechengesetze** auch bei den rationalen Zahlen gelten.

9

2 Zuordnungen

Einstieg

- Finde heraus, welches Wappen der Fußballvereine zu welcher Mannschaft und zu welchem Verein gehört.
- Gib an, aus welchen Bundesländern die Vereine kommen.
- Schaue dir die aktuellen Tabellen der 1. und 2. Fußball-Bundesliga an: Gib an, aus welchem Bundesland die meisten Vereine kommen, aus welchem die wenigsten und prüfe nach ob es Bundesländer gibt, aus denen gar keine Bundesligavereine kommen.

Zuordnungen

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …

… was eine **Zuordnung** ist.

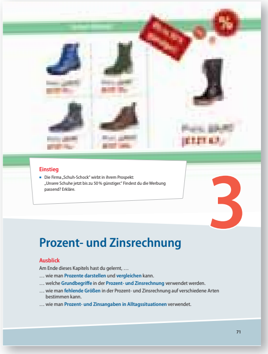
… wie man eine Zuordnung durch **Tabellen, Graphen und Terme** darstellen kann.

… wie man **proportionale** und **antiproportionale Zuordnungen** unterscheidet.

… wie man einfache **Sachverhalte** durch proportionale und antiproportionale Zuordnungen **modellieren** kann.

41

3 Prozent- und Zinsrechnung



Einstieg

- Die Firma „Schuh-Schock“ wirbt in ihrem Prospekt: „Unsere Schuhe jetzt bis zu 50 % günstiger.“ Findest du die Werbung passend? Erkläre.

3

Prozent- und Zinsrechnung

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …

… wie man **Prozente darstellen** und **vergleichen** kann.

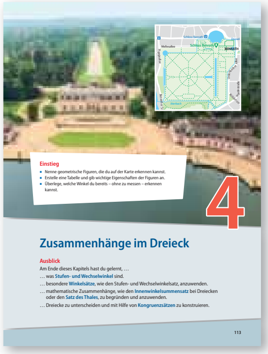
… welche **Grundbegriffe** in der **Prozent- und Zinsrechnung** verwendet werden.

… wie man **fehlende Größen** in der Prozent- und Zinsrechnung auf verschiedene Arten bestimmen kann.

… wie man **Prozent- und Zinsangaben in Alltagssituationen** verwendet.

71

4 Zusammenhänge im Dreieck



Einstieg

- Nenne geometrische Figuren, die du auf der Karte erkennen kannst.
- Erstelle eine Tabelle und gib wichtige Eigenschaften der Figuren an.
- Überlege, welche Winkel du bereits – ohne zu messen – erkennen kannst.

4

Zusammenhänge im Dreieck

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …

… was **Stufen- und Wechselwinkel** sind.

… besondere **Winkelsätze**, wie den Stufen- und Wechselwinkelsatz, anzuwenden.

… mathematische Zusammenhänge, wie den **Innenwinkelsummensatz** bei Dreiecken oder den **Satz des Thales**, zu begründen und anzuwenden.

… Dreiecke zu unterscheiden und mit Hilfe von **Kongruenzsätzen** zu konstruieren.

113

5 Daten und Zufall

Einstieg

- Überlege, welche Augensumme beim Würfeln mit zwei Würfeln am wahrscheinlichsten ist.
- Würfle möglichst oft mit zwei Würfeln und bilde die Augensumme. Vergleiche dieses Ergebnis mit deiner Vermutung.
- Sammle Ideen, wie deine Beobachtungen beim Würfeln beschrieben, dargestellt und ausgewertet werden können.

5

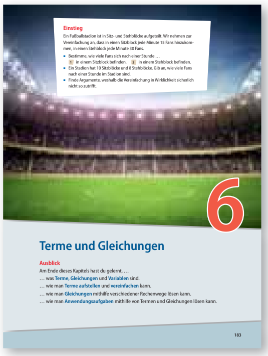
Daten und Zufall

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …
… was **Zufallsexperimente** sind und wie man diese beschreiben kann.
… was unter dem Begriff des **empirischen Gesetztes der großen Zahlen** steckt.
… wie man **Zufallsexperimente auswerten** und die **Wahrscheinlichkeiten bestimmen** kann.

155

6 Teile und Anteile



Einstieg

Ein Fußballstadion ist in Sitz- und Stehblöcke aufgeteilt. Wir nehmen zur Vereinfachung an, dass in einen Sitzblock jede Minute 15 Fans hinzukommen, in einen Stehblock jede Minute 30 Fans.

- Bestimme, wie viele Fans sich nach einer Stunde …
  1 in einem Sitzblock befinden. 2 in einem Stehblock befinden.
- Ein Stadion hat 10 Sitzblöcke und 8 Stehblöcke. Gib an, wie viele Fans nach einer Stunde im Stadion sind.
- Finde Argumente, weshalb die Vereinfachung in Wirklichkeit sicherlich nicht so zutrifft.

6

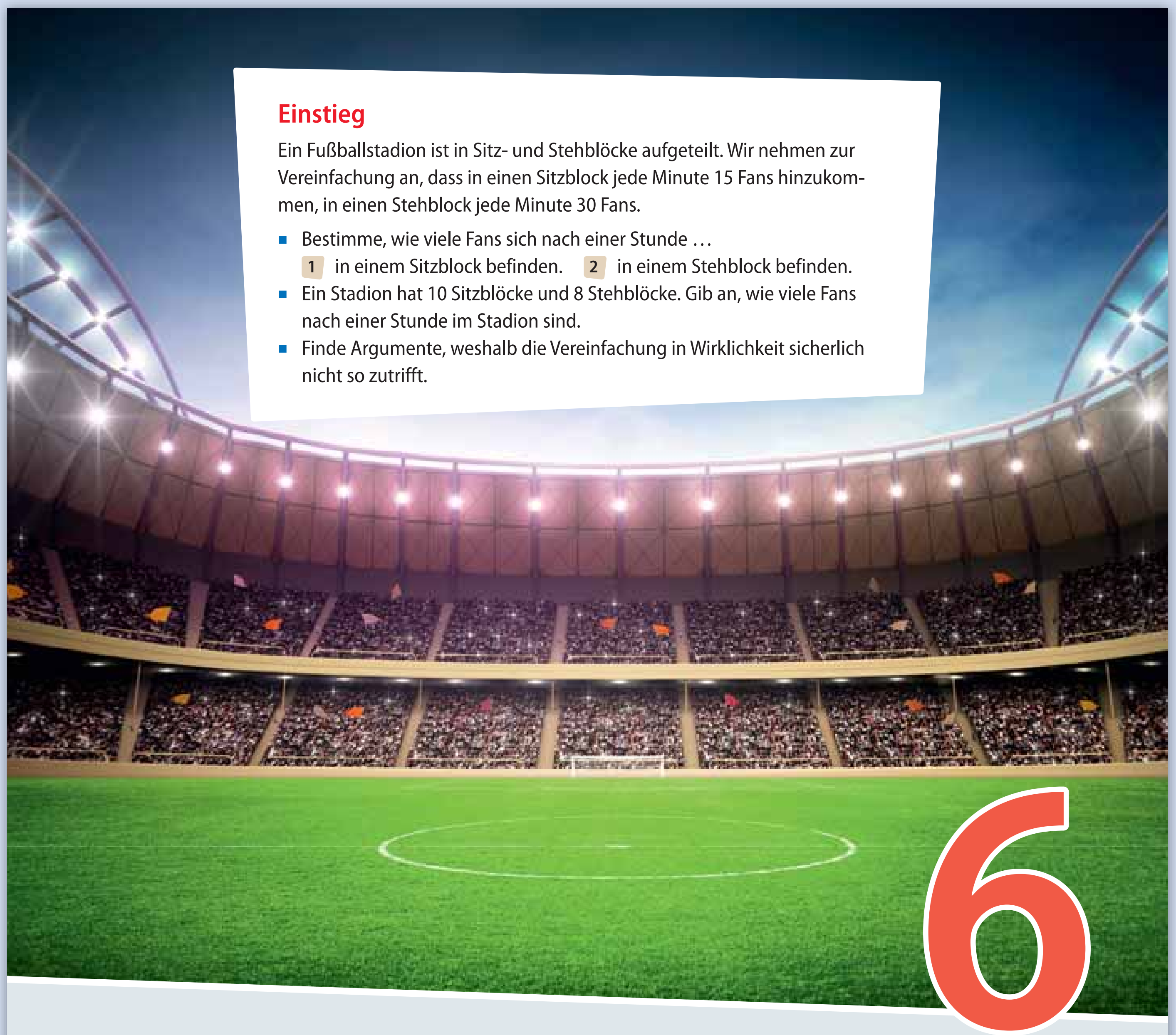
Terme und Gleichungen

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …
… was **Terme, Gleichungen** und **Variablen** sind.
… wie man **Terme aufstellen** und **vereinfachen** kann.
… wie man **Gleichungen** mithilfe verschiedener Rechenwege lösen kann.
… wie man **Anwendungsaufgaben** mithilfe von Termen und Gleichungen lösen kann.

183

A Anhang



Einstieg

Ein Fußballstadion ist in Sitz- und Stehblöcke aufgeteilt. Wir nehmen zur Vereinfachung an, dass in einen Sitzblock jede Minute 15 Fans hinzukommen, in einen Stehblock jede Minute 30 Fans.

- Bestimme, wie viele Fans sich nach einer Stunde …
  1 in einem Sitzblock befinden. **2** in einem Stehblock befinden.
- Ein Stadion hat 10 Sitzblöcke und 8 Stehblöcke. Gib an, wie viele Fans nach einer Stunde im Stadion sind.
- Finde Argumente, weshalb die Vereinfachung in Wirklichkeit sicherlich nicht so zutrifft.

6

Terme und Gleichungen

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, …
… was **Terme, Gleichungen** und **Variablen** sind.
… wie man **Terme aufstellen** und **vereinfachen** kann.
… wie man **Gleichungen** mithilfe verschiedener Rechenwege lösen kann.
… wie man **Anwendungsaufgaben** mithilfe von Termen und Gleichungen lösen kann.

6 Startklar

Vorwissen

Rechengesetze anwenden

Erklärvideo
Mediencode 61166-08

Beim alleinigen Addieren und Multiplizieren dürfen einzelne Zahlen **beliebig vertauscht** oder durch Klammern **zusammengefasst** werden.

Kommutativgesetz (KG):
1 Addition: 1,5 + 2,4 = 3,9 = 2,4 + 1,5
2 Multiplikation: 1,5 · 2,4 = 3,6 = 2,4 · 1,5

Assoziativgesetz (AG):
1 Addition:
(1,5 + 2,4) + 4,3 = 8,2 = 1,5 + (2,4 + 4,3)
2 Multiplikation:
(1,5 · 2,4) · 4,3 = 15,48 = 1,5 · (2,4 · 4,3)

Erklärvideo
Mediencode 61166-09

Soll eine Summe (Differenz) mit einer Zahl multipliziert werden, dann ist es manchmal vorteilhafter, die Zahl auf die einzelnen Teile der Summe (Differenz) „**zu verteilen**“. Umgekehrt kann es auch vorteilhaft sein, Klammern zu setzen. Dieses Verteilungsgesetz nennt man auch **Distributivgesetz** (DG).

Distributivgesetz (DG):

ausmultiplizieren
7 · (30 + 6) = 7 · 30 + 7 · 6
ausklammern

oder

ausmultiplizieren
(30 + 6) · 7 = 30 · 7 + 6 · 7
ausklammern

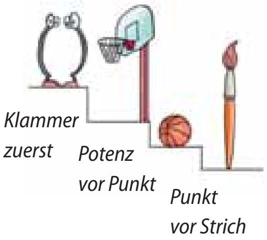
Rechnenregeln nutzen

Erklärvideo
Mediencode 61166-44

Für die Berechnung von Zahlen gilt:

1. Was in **Klammern** steht, wird immer **zuerst** gerechnet.
2. **Potenzen** werden **vor** den vier **Grundrechenarten** berechnet.
3. **Punktrechnung** (· / :) geht **vor Strichrechnung** (+ / –).

Bei mehreren Klammern beginnt man mit der innersten.



Multiplikation und Division ganzer Zahlen

Zwei ganze Zahlen werden **multipliziert** (**dividiert**), indem man zunächst die **Beträge** der Zahlen **multipliziert** (**dividiert**).

Haben beide Zahlen dasselbe Vorzeichen, so ist das **Ergebnis** positiv; haben sie verschiedene Vorzeichen, so ist das **Ergebnis** negativ.

1 **Multiplikation:**
+2 · (+3) = +6 –2 · (–3) = +6
+2 · (–3) = –6 –2 · (+3) = –6

2 **Division:**
+6 : (+3) = +2 –6 : (–3) = +2
+6 : (–3) = –2 –6 : (+3) = –2

Vorwissentest

☺ Das kann ich!	😐 Das kann ich fast!	☹ Das kann ich noch nicht!

Teste dich! Schau dir dazu zunächst die bereits bekannten Inhalte auf der linken Seite an. Bearbeite die Aufgaben und bewerte deine Lösungen.
Die Ergebnisse findest du im Anhang.

1 Überprüfe, wo Gleichgewicht herrscht. Begründe deine Antwort.

a) 75 + 13   13 + 75 **b)** 125 : 5   5 : 125 **c)** 12 · 11   11 · 12 **d)** 56 − 49   49 − 56

2 Rechne möglichst vorteilhaft.

a) 9,7 · 1,9 + 1,9 · 3,6 + 0,69 **b)** 112,5 : 45 + 261 : 45

c) 169 : 13 − 12,2 : 2 + 153 : 17 **d)** $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{7}+\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{7}-\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{7}$

3 Die Obsthändlerin Frau Frisch kauft auf dem Großmarkt 45 Kisten mit jeweils 9 kg Äpfeln zu 1,49 € je Kilogramm, 32 Kisten mit jeweils 6 kg Birnen zu 1,89 € je Kilogramm, 150 kg Bananen zu 1,53 € je Kilogramm und 120 kg Orangen zu 2,79 € je Kilogramm. Berechne, wie teuer der Gesamteinkauf auf dem Großmarkt ist.

4 Beschreibe den Term in Worten und berechne ihn anschließend.
Beispiel: (5 + 3) · 8: „Multipliziere die Summe aus 5 und 3 mit 8." (5 + 3) · 8 = 64

a) (96 − 15) · 4 **b)** (135 : 5) · 3 **c)** (12 + 18) · (18 − 12) **d)** 45 : 3 · (2 + 3)
96 − 15 · 4 135 : (5 · 3) (12 + 18) · 18 − 12 45 : (3 · 2 + 3)

Lösungen zu 4:
5; 9; 36; 75; 81; 180; 324; 528

5 Berechne möglichst geschickt. Nenne die Regeln und Gesetze, nach denen du vorgehst.

a) 754 + 148 + 246 **b)** $135 \cdot 7^2$ **c)** 745 − (256 − 145)
(125 · 27) · 8 $20 + 10^2 - 45 \cdot 2$ 12 + (1974 − 888) · 17

6 Bestimme das Ergebnis.

a) −4 · (+7) **b)** +23 · (+15) **c)** +14 · (−125) **d)** +40 · 35 · (−2)
e) −100 · 21 **f)** 87 · (−25) · (−4) **g)** −100 · (−2) · (−1) **h)** −4 · (−8) · 5

7 Ergänze im Heft die fehlenden Zahlen. Beachte das Vorzeichen und setze Klammern.

a) ☐ · (−7) = −42 **b)** (+15) · ☐ = −90 **c)** −42 · ☐ = 210 **d)** +52 · ☐ = 0
e) ☐ · (−12) = 156 **f)** ☐ · (−82) = 82 **g)** ☐ : (−13) = −14 **h)** −176 : ☐ = 16
i) ☐ : (+15) = −26 **j)** ☐ : (−12) = +18

Ich kann …	**Aufgabe**	**Bewertung**
Rechengesetze anwenden.	1, 2, 3	☺ 😐 ☹
Rechenregeln nutzen.	4, 5	☺ 😐 ☹
ganze Zahlen multiplizieren und dividieren.	6, 7	☺ 😐 ☹

6 Entdecken

Aus Holzwürfeln lassen sich Würfeltürme bauen. Dabei kann man untersuchen, wie sich die Anzahl der sichtbaren Außenflächen mit jedem Würfel verändert.

- Übertrage die Tabelle in dein Heft und vervollständige sie.

Anzahl Würfel	1	2	3	4	5	…
Anzahl sichtbarer Seitenflächen	5					

- Beschreibe in Worten, wie sich mit jedem weiteren Würfel die Anzahl der sichtbaren Seitenflächen ändert.
- Stelle einen Rechenausdruck auf, mit dem man die Anzahl der sichtbaren Flächen bestimmen kann. Überprüfe deinen Rechenausdruck für Würfeltürme, die aus 10 (20, 25, …) Würfeln bestehen.

Ebenso kannst du auch Würfelschlangen statt Würfeltürme bauen.

- Übertrage die Tabelle in dein Heft und vervollständige sie.

Anzahl Würfel	1	2	3	4	5	…
Anzahl sichtbarer Seitenflächen	5					

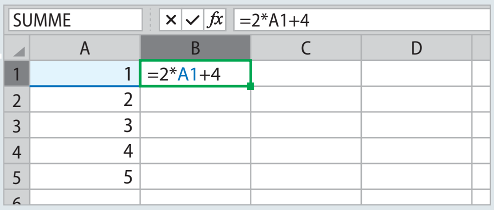
- Gib zwei verschiedene Rechenausdrücke an, mit denen man die Anzahl der sichtbaren Seitenflächen für jede Schlange bestimmen kann.
- Beschreibe den Aufbau von jedem Rechenausdruck mit eigenen Worten.
- Begründe, dass die Rechenausdrücke gleichwertig sind, d.h. beide Rechenausdrücke liefern stets dasselbe Ergebnis.

Muster erkennen und fortsetzen

Medien & Werkzeuge

Du kannst die Tabelle ebenfalls mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erstellen. Um einen mathematischen Zusammenhang zwischen zwei Zelleinträgen herzustellen, kannst du auch einen „Rechenausdruck“ angeben.

Tipps zum Vorgehen:



SUMME | =2*A1+4

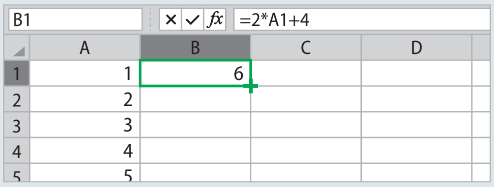
	A	B	C	D
1	1	=2*A1+4		
2	2			
3	3			
4	4			
5	5			

1 Ein Rechenausdruck beginnt immer mit einem „=“-Zeichen.

2 Gib die Zelle an, zu der du einen Zusammenhang herstellen möchtest.

Beispiel: In der Zelle B1 steht der Rechenausdruck „=2*A1+4“. Das bedeutet, dass der Eintrag aus A1 verdoppelt wird und anschließend 4 hinzugezählt wird. Das Ergebnis wird dann in der Zelle B1 angezeigt.

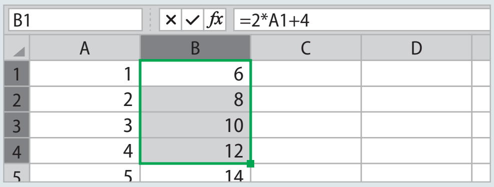
3 Um den Rechenausdruck zu übertragen, gehst du mit dem Mauszeiger in das kleine Quadrat in der rechten unteren Ecke von B1. Der Mauszeiger wird zum Kreuz +.



B1 | =2*A1+4

	A	B	C	D
1	1	6		
2	2			
3	3			
4	4			
5	5			

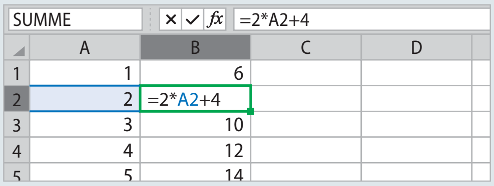
4 Halte die linke Maustaste gedrückt und ziehe das Kreuz langsam nach unten. Der Rechenausdruck wird in den markierten Zellen übernommen.



B1 | =2*A1+4

	A	B	C	D
1	1	6		
2	2	8		
3	3	10		
4	4	12		
5	5	14		

5 Gehe auf die Zelle B2 und betrachte den Rechenausdruck: Er hat sich beim Kopieren verändert; aus A1 wurde A2.
Genauso ist es bei den Rechenausdrücken in B3, B4, …
Doch warum ist das so?

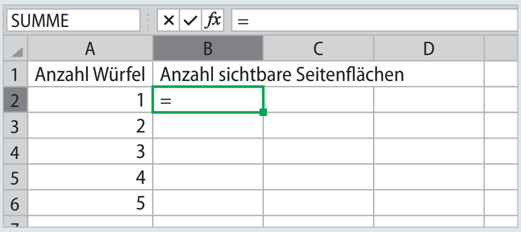


SUMME | =2*A2+4

	A	B	C	D
1	1	6		
2	2	=2*A2+4		
3	3	10		
4	4	12		
5	5	14		

Bei der Eingabe von A1 im Beispiel handelt es sich um einen **relativen Zellbezug**. Das bedeutet von der Zelle B1 aus betrachtet liegt die Zelle A1 um eine Zelle links.
Beim Kopieren wird diese Lage der Zellen zueinander beibehalten und auf die kopierte Zelle übertragen: A2 ist die Zelle links von B2, usw.

- Lege nun die Tabellen zu den Würfeltürmen und den Würfelschlagen an. Schreibe den gesuchten Zusammenhang als Rechenausdruck und kopiere ihn. Überprüfe deinen Rechenausdruck.



SUMME | =

	A	B	C	D
1	Anzahl Würfel	Anzahl sichtbare Seitenflächen		
2	1	=		
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			

6.1 Terme mit Variablen

Entdecken

Auf S. 186 hast du einen Rechenausdruck gesucht, mit dem du den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Würfel und der Anzahl der sichtbaren Seitenflächen bei Würfeltürmen beschreiben kannst.

- Erkläre dein Vorgehen bei der Suche nach dem Rechenausdruck.

Verstehen

Zusammenhänge zwischen Größen lassen sich oft durch einen Rechenausdruck beschreiben. Ist in dem Rechenausdruck eine Größe veränderlich („variabel“), so kann man hierfür einen Platzhalter einführen.

Erklärvideo

Mediencode 61047-02

Merke

In der Mathematik sagen wir statt Rechenausdruck oftmals **Term**.
In einem Term können **Variablen** (Platzhalter) für beliebige Zahlen auftreten, die man in der Regel mit kleinen Buchstaben a, b, c, …, x, y, z bezeichnet.
Ein Term ist somit eine sinnvolle Verbindung von Zahlen und/oder Variablen mithilfe von Rechenzeichen. Setzt man für die Variable in einem Term eine Zahl ein, so erhält man den Wert des Terms. Terme ohne Variablen heißen **Zahlterme**.

Beispiele

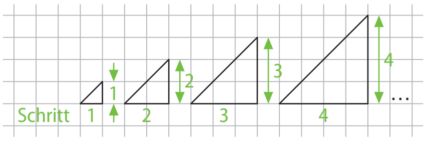
I. Setze in folgende Terme für die Variable nacheinander die Werte $3; -2; \frac{1}{2}$ ein.

a) $2x + 1$ **b)** $8 - x$

Lösung:

Term	$x = 3$	$x = -2$	$x = \frac{1}{2}$
a)	$2 \cdot 3 + 1 = 7$	$2 \cdot (-2) + 1 = -3$	$2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2$
b)	$8 - 3 = 5$	$8 - (-2) = 10$	$8 - \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$

II. Die dargestellte Folge aus Dreiecken wird fortgesetzt. Gib einen Term an, mit dem man den Flächeninhalt des Dreiecks in Rechenkästchen für jeden Schritt bestimmen kann.



Lösung:

Schritt	Flächeninhalt A (in Rechenkästchen)
1	$\frac{1}{2} \cdot 1^2 = \frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$
3	$\frac{1}{2} \cdot 3^2 = 4{,}5$
⋮	⋮
n	$\frac{1}{2} \cdot n^2$

Tipp:
Um einen Term zu bestimmen, ist es oftmals hilfreich sich zunächst für einige Schritte aufzuschreiben, **wie** die gesuchte Größe berechnet wird.
Dabei erkennst du, welche Teile stets gleich bleiben und welche sich verändern.

Term zur Berechnung des Flächeninhalts: $A = \frac{1}{2} n^2$, dabei gibt n die Anzahl der Schritte an.

Nachgefragt

- Handelt es sich bei folgenden Ausdrücken jeweils um einen Term? Begründe.
  $2 \cdot x + 7{,}3$ $3{,}5 - 7{,}6$ $8 \cdot c + 1$ $a + 0$ -35 $1{,}7 - 35$
- Für den Flächeninhalt A eines rechtwinkligen Dreiecks gilt: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$. Erläutere, ob es sich bei $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b$ um einen Term handelt. Begründe.

Aufgaben

1 Setze für die Variable den Wert 4 (−3; −12) ein und berechne.

a) $120 : a$
$b + 8{,}5$
$c + 4 \cdot (-3)$

b) $9 + \frac{3}{4} \cdot e$
$2{,}5 \cdot f + 4$
$22 \cdot \frac{g}{2}$

c) $j + j + j - 3$
$i + 1{,}3 - 2 \cdot i$
$(h + 4{,}2) : h$

Lösungen zu 1:
−132; −40; −39; −33; −26; −24; −15; −12; −10; −8; −3,5; −3,5; −2,7; −0,4; 0; 0,65; 2,05; 4,3; 5,5; 6,75; 9; 12; 12,5; 13,3; 14; 30; 44

2 Übertrage die Tabelle ins Heft und berechne durch Einsetzen. Finde heraus, welche Terme jeweils zu gleichen Werten führen.

x	−5	−3	−1,5	0	1	4,5	7,2
1 $x + 5$							
2 $3 + 2x$							
3 $2 + 2 \cdot x + 1$							
4 $x + x + 1 \cdot x$							
5 $3 \cdot x$							
6 $2 + x + 3$							

3 Bestimme, welcher Termin zu welcher Beschreibung passt.

$m - 7$ N $8 \cdot y + 5$ I $3 \cdot a$ S $23 + 4 - c$ I $s : 7$ G

$(12 - q) : 2$ E $5 \cdot b + 8$ G $3 + x$ H $23 \cdot (4 + k)$ E

1 Das Produkt aus einer Zahl und 3
2 Die Summe aus dem 8-Fachen einer Zahl und 5
3 Das Produkt aus 23 mit der Summe einer Zahl und 4
4 Der Quotient aus einer Zahl und 7
5 Die Hälfte der Differenz aus 12 und einer Zahl
6 Die Differenz einer Zahl und 7

Die Buchstaben ergeben in der Reihenfolge der Beschreibungen eine Stadt in Nordrhein-Westfalen.

4 Beschreibe folgende Terme mit Worten.

a) $3 \cdot y + 7$ **b)** $a + 15$ **c)** $(r - 8) \cdot 4$ **d)** $13 - 2 \cdot z$

e) $-5 \cdot \frac{x}{3}$ **f)** $\frac{1}{4} \cdot k + 7{,}5$ **g)** $2{,}5 \cdot s - 3 \cdot t$ **h)** $\frac{m}{4} - \frac{2}{7} \cdot n + 4{,}5$

Alles klar?

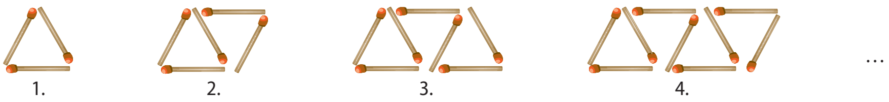
5 Berechne den Wert des Terms für die angegebenen Belegungen der Variablen.

1 $2x + 4;\ x = 2\ (-3;\ 0{,}2;\ 7)$ **2** $-3x + 2;\ x = 1\ \left(2;\ 5;\ \frac{1}{2}\right)$

3 $3 - 2 \cdot (x + 1);\ x = 2\ (-3;\ 0{,}2;\ 7)$ **4** $0{,}3x + 4 - \frac{3}{2}x;\ x = 1\left(2;\ 5;\ \frac{1}{2}\right)$

6 Ist der Term $4 \cdot x - 12$ ein Produkt oder eine Differenz? Begründe.

7 Hier siehst du, wie ein Term für die dargestellte Folge aus Figuren gebildet wird.



Oftmals erkennt man erst beim 2. oder 3. Schritt einen Zusammenhang.

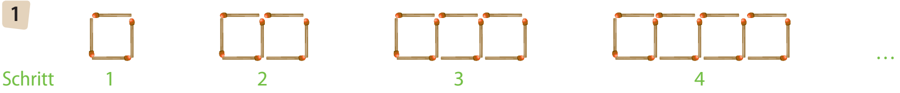
Schritt	1	2	3	4
Anzahl Streichhölzer	3 = 3 + 0 · 2	3 + 2 = 3 + 1 · 2	3 + 2 + 2 = 3 + 2 · 2	3 + 2 + 2 + 2 = 3 + 3 · 2

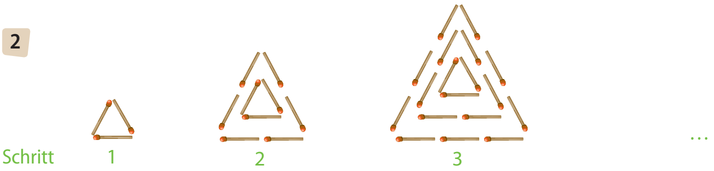
Anzahl der Streichhölzer beim n-ten Schritt: $3 + (n - 1) \cdot 2$

a) Beschreibe die Bedeutung des Terms für die Schrittfolge in eigenen Worten.

b) Erkläre, dass zu der Folge auch der Term $1 + n \cdot 2$ gehören kann. Begründe, dass beide Terme die Anzahl der Streichhölzer in gleicher Weise beschreiben.

8 Die dargestellte Folge aus Streichholzfiguren wird fortgesetzt.





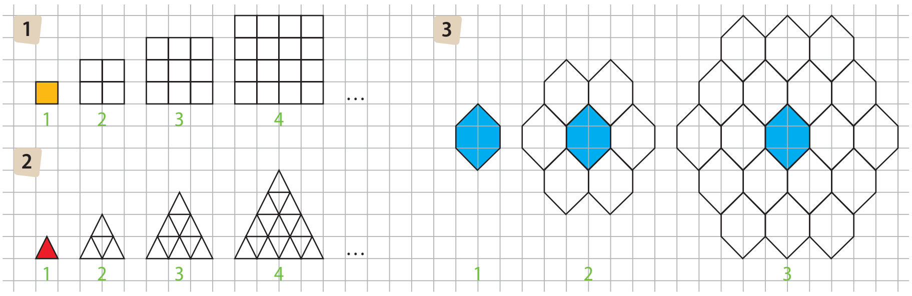
a) Erstelle für jede Folge eine Tabelle im Heft und vervollständige sie.

Schritt	1	2	3	4	5
Anzahl Streichhölzer					

b) Beschreibe, wie sich die Anzahl der Streichhölzer bei jedem Schritt ändert.

c) Gib einen Term an, mit dem man die Anzahl der benötigten Streichhölzer bei jedem Schritt bestimmen kann. Bestimme damit die Anzahl für den 10. (20., 50.) Schritt.

9



a) Übertrage die Figurenfolge in dein Heft und setze sie um mindestens zwei Schritte fort.

b) Bestimme einen Term, mit dem man für jeden Schritt die Anzahl der Grundfiguren bestimmen kann, aus denen jede Figur aufgebaut ist.

c) Bestimme einen Term, mit dessen Hilfe man beschreiben kann, wie viele Grundfiguren bei jedem Schritt hinzugekommen sind.

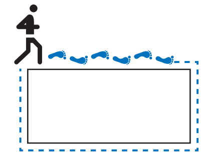
d) Bestimme die Anzahlen für die 8. Figur (10. Figur, 15. Figur, 25. Figur).

Nutze die Terme aus b) und c).

10 Stelle einen Term auf, mit dem man den Umfang der Figur bestimmen kann.

a) Bei einem Rechteck ist eine Seite doppelt so lang wie die andere.
b) Bei einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis 5 cm länger als jeder Schenkel.
c) Bei einem Parallelogramm ist eine Seite 2 cm kürzer als die andere.
d) Bei einem Drachenviereck ist eine Seite dreimal so lang wie die andere.
e) Bei einem symmetrischen Trapez sind die beiden parallelen Seiten zusammen doppelt so lang wie die Summe der beiden anderen Seiten.

Der Umfang ist um eine Figur herum.



11 **a)** In englischsprachigen Ländern werden Temperaturen oft in der Maßeinheit „Grad Fahrenheit (°F)“ gemessen.
Ein Term für die Umrechnung von x °F in Grad Celsius (°C) lautet: $(x - 32) \cdot \frac{5}{9}$.

1 Beschreibe in Worten, wie man Grad Fahrenheit in Grad Celsius umrechnet. Erkläre dabei die Bedeutung von 32 und $\frac{5}{9}$ für die Grad Celsius-Werte gegenüber den Fahrenheit-Werten.

2 Wie viel Grad Celsius sind 41 °F?

b) Für Flüssigkeiten sind in englischsprachigen Ländern folgende Maßeinheiten üblich:
1 pint (pt) = 0,568 ℓ   1 gallon (gal) = 8 pints   1 barrel = 35 gallons.
Gib jeweils einen Term für folgende Umrechnungen an. Überprüfe an Beispielen.

1 pt in ℓ   **2** gal in ℓ   **3** barrel in pt

12 Der Erzbischof von Canterbury spielt eine wichtige Rolle in der Kirche von England. Der erste Bischof von Canterbury war der heilige Augustinus von Canterbury (601–605 n. Chr.).

MK **a)** Recherchiere, wie lange ein Erzbischof in Canterbury vom Jahr 601 an bis heute durchschnittlich im Amt war.
b) Setze die Überlegungen aus a) fort: Wann würde demnach der 108. (115.) Bischof von Canterbury sein Amt antreten? Rechne auf zwei unterschiedliche Arten.

13 Vergleiche veschiedene Tarife bei Smartphones.

Tarif **1** Keine Grundgebühr. Jeweils 100 MB kosten 90 ct.

Tarif **1** 5 € Grundgebühr. 100 MB kostenlos. Danach für 100 MB jeweils 40 ct.

MB („Megabyte“) ist eine Einheit, um Datenmengen zu beschreiben.

a) Übertrage die Tabelle in dein Heft und vervollständige.

Datenmenge (MB)	0	100	200	500	1000	1500	2000
Kosten Tarif 1							
Kosten Tarif 2							

b) Stelle den Sachverhalt in einem Graphen dar.
c) Wann lohnt sich welcher Tarif? Gib eine Empfehlung ab und begründe deine Antwort.
d) Erstelle jeweils einen Term, mit dessen Hilfe man die Kosten für jeweils 100 MB Datenmenge für jeden Tarif bestimmen kann.

14 Welche Terme führen stets zu denselben Werten? Erläutere.

$3 \cdot h + 17$ A $12 \cdot b - 4$ B $1 + 2 \cdot a$ C $2 \cdot f + 3 - f$ D

$3 + e$ E $2 + 12 \cdot g - 6$ F $d + d + 1$ G $c - 6$ H

6

6.2 Terme mit Variablen vereinfachen

Entdecken

Bei den Würfelschlangen auf S. 186 hast du zwei verschiedene Terme für den untersuchten Zusammenhang gefunden.

- Begründe, dass beide Terme den Zusammenhang beschreiben.
- Beurteile, welcher Term „einfacher" ist.

Verstehen

Das Umformen von Termen braucht man beispielsweise, wenn man zwei Terme vergleichen möchte, oder wenn ein Term möglichst einfach dargestellt werden soll.

Merke

Es gelten folgende Regeln zur Vereinfachung eines Terms:

- Eine Summe gleicher Summanden lässt sich als **Produkt** schreiben.
  Beispiel: $a + a + a + a + a = 5 \cdot a$
- Mithilfe des Kommutativgesetzes (KG) lassen sich **Summanden ordnen.**
  Beispiel: $a + b + a + a + b = a + a + a + b + b = 3 \cdot a + 2 \cdot b$
- Mit dem Distributivgesetz (DG) lassen sich **gleichartige Variablen zusammenfassen.**
  Beispiele:
  $6 \cdot a - 4 \cdot a = (6 - 4) \cdot a = 2 \cdot a$ $\quad -5 \cdot b - 8 \cdot b = (-5 - 8) \cdot b = -13 \cdot b$

Beispiele

I. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $x + x + x + x$ **b)** $5 \cdot y - 3 \cdot y$ **c)** $5 \cdot x + 4 \cdot y - 4 \cdot z - 8 \cdot y + 2{,}4 \cdot z$

Lösung:

a) $4 \cdot x$

b) $(5 - 3) \cdot y = 2 \cdot y$

c) $5 \cdot x + 4 \cdot y - 8 \cdot y - 4 \cdot z + 2{,}4 \cdot z$
$= 5 \cdot x + (4 - 8) \cdot y + (-4 + 2{,}4) \cdot z$
$= 5 \cdot x - 4 \cdot y - 1{,}6 \cdot z$

II. Finde den Fehler und berichtige ihn.

$5 \cdot x - 17 \cdot x^2 + 8 \cdot x = (5 - 17 + 8) \cdot x = -4 \cdot x$ f

Beachte den Unterschied zwischen gleichartigen Variablen (z. B. 4y und 8y) und nicht gleichartigen Variablen (z. B. 5x und 17x²)

Lösung:

Bei der Aufgabe wurden nicht gleichartige Variablen zusammengefasst. Gleichartig sind hier nur die Vielfachen von x, also $5 \cdot x$ und $8 \cdot x$. Richtig ist:

$5 \cdot x - 17 \cdot x^2 + 8 \cdot x = 5 \cdot x + 8 \cdot x - 17 \cdot x^2$
$= 13 \cdot x - 17 \cdot x^2$ ✓

Nachgefragt

- Sind folgende Vereinfachungen richtig? Begründe.
  1 $4 \cdot s + 4 \cdot t = 4 \cdot (s + t)$ **2** $4 \cdot s + 4 \cdot t = 4 \cdot s \cdot t$ **3** $4 \cdot s + 4 \cdot s^2 = 4 \cdot s^3$
- Zeige anhand von Beispielen, dass man $3x + 1{,}5x$ nicht durch $3x + 1{,}5x^2$ ersetzen kann.

Aufgaben

1 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $y + y + y + y$ **b)** $a + a + a$ **c)** $b + b + 2 \cdot b$ **d)** $2 \cdot x + 3 \cdot x + 4 \cdot x$

e) $r + 2 \cdot r - 13 \cdot r$ **f)** $180 \cdot y - 33 \cdot y$ **g)** $b + c + b + c$ **h)** $10 \cdot x - 4{,}5 \cdot x$

i) $-12{,}5 \cdot t + 7{,}3 \cdot t$ **j)** $-1{,}6 \cdot q - 4{,}5 \cdot q$ **k)** $3{,}2 \cdot x - 3{,}2 \cdot x$ **l)** $\frac{5}{6} \cdot p - \frac{7}{8} \cdot p^2 - p$

Kurzform: $x = 1 \cdot x$

2 Ordne zunächst und fasse dann zusammen.

Beispiel: $-x + 2 \cdot y - 3 \cdot x + 2 \cdot x - 5 \cdot y + 8 \cdot y = -x - 3 \cdot x + 2 \cdot x + 2 \cdot y - 5 \cdot y + 8 \cdot y$

$= -2 \cdot x + 5 \cdot y$

a) $a + b + b + a + a + a + a + b + b + b + b + b + a + b$

b) $-s + t + t - t - s - s + s + t - t + t - t + s - s - t$

c) $m - m - m - m + n - m + n + n + n - n + m - n$

d) $3 \cdot x + 4 \cdot y + 5 \cdot x + 6 \cdot x + 7 \cdot y + 8 \cdot x + 9 \cdot y + 10 \cdot y$

e) $-4 \cdot m + 3 \cdot x + m - x - 5 \cdot m - 4 \cdot x + 8 \cdot m - 6 \cdot x$

3 Fasse, wenn möglich, zusammen. Berechne dann den Term für $x = -2$ und $y = 4$.

a) $17 \cdot x + 8 + 13 \cdot x$ **b)** $3 \cdot x + 18 - x - 4$ **c)** $4{,}5 \cdot x + 2{,}5 \cdot x + 2$

d) $2{,}6 \cdot x + 1{,}3 - 2{,}6 \cdot x$ **e)** $36 \cdot x + 12 \cdot y - 18 \cdot x$ **f)** $1{,}5 \cdot y + 2 \cdot x - 4{,}5 \cdot y$

g) $-3 \cdot x + 6 \cdot y - 5$ **h)** $12 \cdot x - 15 \cdot y$ **i)** $8{,}2 \cdot x - 3{,}5 \cdot x + 5 \cdot y$

j) $3\frac{1}{4} \cdot x + 8 \cdot y - \frac{3}{4}x$ **k)** $7{,}5 \cdot y - 3 \cdot x - 0{,}5 \cdot y$ **l)** $-3 \cdot y + x - 7 + 5 \cdot y$

m) $1{,}5 \cdot y - 2{,}5 - 1{,}3 \cdot y - \frac{2}{5} \cdot x$ **n)** $2{,}8 \cdot x - 4 \cdot y + 2{,}2 \cdot x - 5{,}2$ **o)** $-3 + \frac{5}{8} \cdot y - 5 + \frac{1}{4} \cdot x$

Lösungen zu 3:
−84; −52; −31,2; −16;
−12; −6; −1; −0,9; 1,3;
10; 10,6; 12; 25; 27; 34

4 Übertrage ins Heft und ergänze so, dass die Rechnung stimmt.

a) $6a +$ ☐ $= 10a$ **b)** $2x + 3x +$ ☐ $= 9x$ **c)** $12z -$ ☐ $+ 3z = 8z$

d) $15q -$ ☐ $= -7q$ **e)** $222s -$ ☐ $+ 3s = 134s$ **f)** $2{,}8x +$ ☐ $= 5x$

g) $7r +$ ☐ $- 3s + s = 5r - 2s$ **h)** $3y +$ ☐ $- 8x -$ ☐ $= 7y - 12x$

Zwischen Zahl und Variable darfst du den Malpunkt weglassen: $5 \cdot x = 5x$

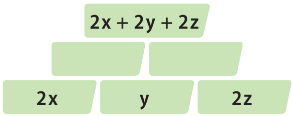
5 Finde mindestens drei Möglichkeiten, sodass die Rechnung stimmt.

a) ☐ + ☐ − ☐ $= 15a$ **b)** −☐ − ☐ + ☐ $= 20b$ **c)** ☐− ☐ + 3 ☐ $= c$

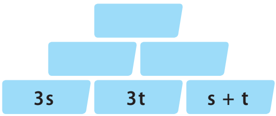
d) ☐ − ☐ $= -9{,}5d$ **e)** 2☐ − ☐ + ☐ $= -1{,}3e$ **f)** −☐ + ☐ − ☐ + ☐ $= 2{,}1f$

6

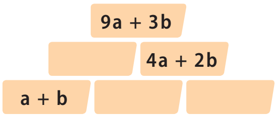
1



2



3



Der Wert eines Steins ergibt sich aus der Summe der beiden darunter liegenden Steine.

a) Übertrage die Zahlenmauern in dein Heft und berechne die fehlenden Terme.

b) Finde eine Regel, wie sich der Term im obersten Stein aus den untersten Steinen zusammensetzt. Überprüfe die Regel an mindestens zwei eigenen Zahlenmauern.

7

$2x + x^2 + x$		$x - 3x$		$x^2 - x \cdot x$		$x + x + x + x$		$x^3 - 2x - x^3$	
$3x + x^2$	$4x^4$	$-2x^2$	$-2x$	x^2	0	$4x$	x^2	0	$-2x$
S	D	E	A	M	L	A	I	S	T

a) Finde jeweils heraus, welcher der beiden Terme zum oberen Term äquivalent ist. Die Buchstaben in der Reihenfolge ergeben ein Lösungswort.

b) Wie viele mögliche Worte gibt es, wenn jemand das Lösungswort rät?

6.3 Terme mit Variablen multiplizieren und dividieren

Entdecken

- Finde zu jedem roten Term den zugehörigen vereinfachten blauen Term. Überprüfe, indem du mehrere verschiedene Werte für die Variablen einsetzt.
- Finde anhand zusammengehörender blauer und roter Terme Gesetzmäßigkeiten heraus, wie man Terme multiplizieren und dividieren kann. Stelle deine Überlegungen in der Klasse vor.

$5x \cdot 2$ | $-3x \cdot 4$ | $2x \cdot 3y$ | $x \cdot x^2$ | $36x : (-6)$ | $15x : 3$

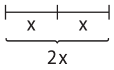
$10x$ | $5x$ | $5xy$ | $-6x$ | $12x$ | $6xy$ | x^3 | $7x$ | $-12x$ | $2x^2$ | $30x$ | x

Verstehen

Kommutativgesetz (KG: $a \cdot b = b \cdot a$) und Assoziativgesetz (AG: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$) gelten auch bei Termen mit Variablen.

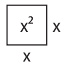
Beachte den Unterschied:

$x + x = 2 \cdot x$



jedoch

$x \cdot x = x^2$



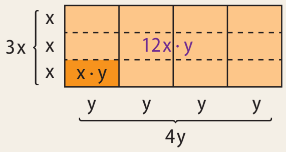
Merke

Ein **Produkt** aus Termen mit **Zahlen und Variablen** wird vereinfacht, indem man **Zahlen mit Zahlen** und **Variablen mit Variablen** multipliziert.

Begründung:

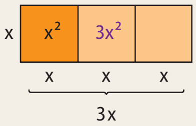
- Multiplikation verschiedener Variablen:

$$3x \cdot 4y = 3 \cdot x \cdot 4 \cdot y \overset{KG}{=} 3 \cdot 4 \cdot x \cdot y \overset{AG}{=} (3 \cdot 4) \cdot (x \cdot y) = 12xy$$



- Multiplikation gleicher Variablen:

$$3x \cdot x = 3 \cdot x \cdot x \overset{AG}{=} 3 \cdot (x \cdot x) = 3x^2$$



Dividiert man einen **Term durch eine Zahl**, dividiert man die **Zahlen**.

Begründung:

$$25x : 5 = 25 \cdot x \cdot \frac{1}{5} \overset{KG}{=} 25 \cdot \frac{1}{5} \cdot x \overset{AG}{=} \left(25 \cdot \frac{1}{5}\right) \cdot x = 5x$$

Beispiel

Vereinfache. **a)** $5a \cdot 7b$ **b)** $48x : 8$ **c)** $4z \cdot 7z$

Lösung:

a) $5a \cdot 7b = 5 \cdot a \cdot 7 \cdot b \overset{KG}{=} 5 \cdot 7 \cdot a \cdot b \overset{AG}{=} (5 \cdot 7) \cdot (a \cdot b) = 35ab$

b) $48x : 8 = 48 \cdot x \cdot \frac{1}{8} \overset{KG}{=} 48 \cdot \frac{1}{8} \cdot x \overset{AG}{=} \left(48 \cdot \frac{1}{8}\right) \cdot x = 6x$

c) $4z \cdot 7z = 4 \cdot z \cdot 7 \cdot z \overset{KG}{=} 4 \cdot 7 \cdot z \cdot z \overset{AG}{=} 28z^2$

Nachgefragt

- Entscheide, ob folgende Umformungen richtig sind. Begründe deine Antwort.
  1 $3x \cdot 3x = 6x^2$ **2** $3x \cdot 3x = 9x$
- Zeige mithilfe einer Skizze, dass die Umformungen jeweils richtig sind.
  1 $3x \cdot 3x = 9x^2$ **2** $4a \cdot 2b = 8ab$

Aufgaben

Erinnerst du dich?
$x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$

1 Vereinfache so weit wie möglich im Kopf.
a) $6y \cdot 8$ **b)** $12a : 3$ **c)** $7 \cdot 12x$ **d)** $15b \cdot a$
e) $12x \cdot 12y$ **f)** $2a \cdot 3b \cdot a$ **g)** $4r \cdot 3s : 2$ **h)** $8p \cdot 7p \cdot 3q$

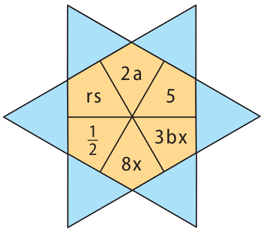
2 Schreibe als Potenz.
a) $q \cdot q \cdot q \cdot q$ **b)** $g \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g \cdot g$ **c)** $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$
d) $ax \cdot ax \cdot ax \cdot ax$ **e)** $lo \cdot lo \cdot lo \cdot lo$ **f)** $a \cdot b \cdot b \cdot a \cdot b$
g) $m \cdot n \cdot m \cdot m \cdot n \cdot n \cdot m$ **h)** $f^2 \cdot f \cdot f^3 \cdot f$ **i)** $s^2 \cdot t \cdot t \cdot s \cdot t^3$

3 Vereinfache so weit wie möglich.
a) $48v : 6$ **b)** $17d \cdot 5$ **c)** $6 \cdot 18x \cdot 5s$ **d)** $512f : 16$
e) $81q : (-27)$ **f)** $\frac{1}{2}c \cdot 3s \cdot 4b$ **g)** $45a : 45$ **h)** $6f \cdot 7k \cdot (-c) : 8$
i) $q \cdot w \cdot 7q \cdot 3w \cdot 2w$ **j)** $2a \cdot 5b \cdot c \cdot 4a \cdot b \cdot 3a$ **k)** $7xy \cdot 3x \cdot 2y \cdot x$
l) $3x \cdot 5 \cdot 12x$ **m)** $15r : 9 \cdot 3r$ **n)** $a^2 \cdot 2b \cdot 4a \cdot 4$
o) $x^3y \cdot 3y \cdot 2x : 12$ **p)** $-2a \cdot 3b \cdot (-2c) \cdot 3a \cdot 2ab$ **q)** $3x^2 \cdot \frac{1}{2}y^2 \cdot 4x^2$

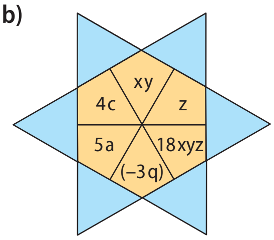
4 Übertrage die Sterne ins Heft und ergänze die fehlenden Einträge.

Der Wert eines äußeren Sternzackens ergibt sich aus dem Produkt der beiden angrenzenden Felder.

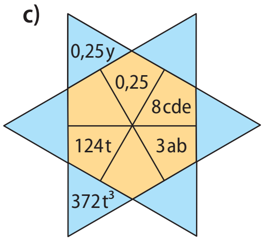
a)



b)

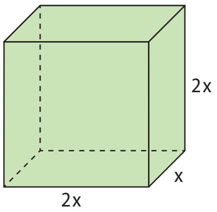


c)

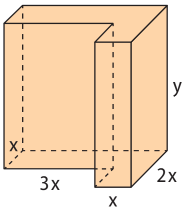


5 Gib einen Term an, mit dem du den Inhalt der Oberfläche des abgebildeten Körpers berechnen kannst. Vereinfache den Term wenn möglich und berechne den Oberflächeninhalt für $x = 3$ cm und $y = 12$ cm.

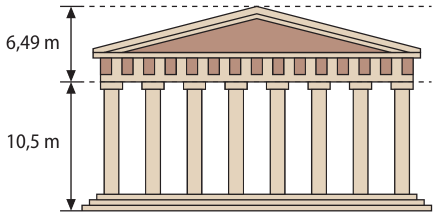
a)



b)



6 Kunst- und Bauwerke sind häufig nach dem „Goldenen Schnitt“ aufgebaut. Dabei wird eine Strecke so in zwei Abschnitte a und b geteilt, dass sich die ganze Strecke zu ihrem größeren Abschnitt a wie dieser Abschnitt a zum kleineren Abschnitt b verhält.
a) Weise bei dem Tempel den „Goldenen Schnitt“ nach.
b) Stelle einen Term für den „Goldenen Schnitt“ mit a und b auf.



6.4 Terme mit Klammern auflösen: Addition und Subtraktion

Entdecken

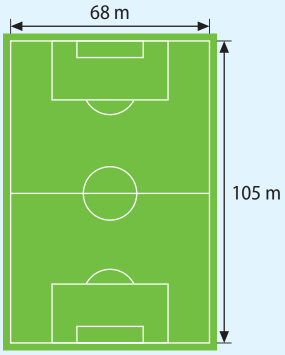
Der Umfang eines Fußballfeldes soll berechnet werden.
Marco rechnet:

105 m + 68 m + 105 m + 68 m

Moritz geht wie folgt vor:

(105 m + 105 m) + (68 m + 68 m)

- Vergleiche die beiden Lösungen. Was stellst du fest?
- Findest du noch weitere Möglichkeiten, den Umfang zu berechnen?



Verstehen

Terme, die Klammern enthalten, formt man so um, dass die Klammern wegfallen. Danach können die Terme weiter vereinfacht werden.

Erklärvideo
Mediencode
61047-18

Merke

1 Addition einer Summe oder Differenz:
Lässt man die Klammern weg, dann bleiben die Vorzeichen bzw. Rechenzeichen gleich.
a) $x + (y + z) = x + y + z$ **b)** $x + (y - z) = x + y - z$ **c)** $x + (-y - z) = x - y - z$

2 Subtraktion einer Summe oder Differenz:
Lässt man die Klammern weg, dann kehren sich die Vorzeichen bzw. Rechenzeichen um.
a) $x - (y + z) = x - y - z$ **b)** $x - (y - z) = x - y + z$ **c)** $x - (-y - z) = x + y + z$

Beispiele

I. Vereinfache die Terme, indem du die Klammern auflöst.
a) $15x + (8 - x)$ **b)** $8y - (-5 - 2y) - 3$

Lösung:

Schrittfolge	**a) $15x + (8 - x)$**	**b) $8y - (-5 - 2y) - 3$**
1 Klammern auflösen	$= 15x + 8 - x$	$= 8y + 5 + 2y - 3$
2 Ordnen	$= 15x - x + 8$	$= 8y + 2y + 5 - 3$
3 Zusammenfassen	$= \underbrace{}_{14x} \underbrace{}_{+\,8}$	$= \underbrace{}_{10y} \underbrace{}_{+\;2}$

II. Setze so in die Platzhalter ein, dass die Rechnungen stimmen.
a) $2x + (□ - 3x) + 2 = 2 + 4x$ **b)** $3 - (-2x - □) + □ = 0$

Lösungsmöglichkeiten:

a) Klammern auflösen: $2x + □ - 3x + 2 = 2 + 4x$
Zusammenfassen: $-x + □ + 2 = 2 + 4x$
Vergleichen: $□ = 5x$, weil $-x + 5x = 4x$

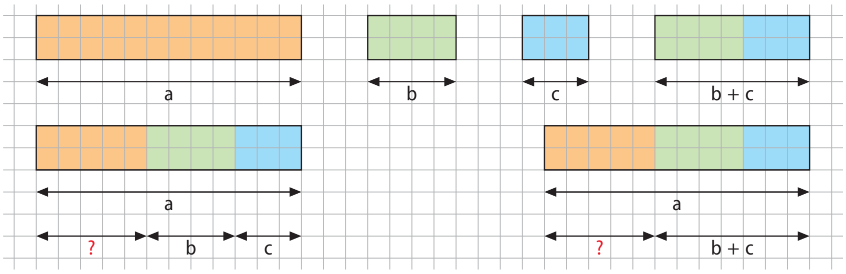
b) Klammern auflösen: $3 + 2x + □ + □ = 0$
Vergleichen: $□ = -3$ und $□ = -2x$, weil $3 - 3 = 0$ und $2x - 2x = 0$

Nachgefragt

- Beschreibe in Worten, wie du vorgehst, wenn du den folgenden Term ohne Klammern schreiben willst: $(z - 2) - (x - 3y)$.
- Warum ist $2x - (3y - 7)$ nicht dasselbe wie $2x - 3y - 7$? Begründe.

Aufgaben

1 **a)** Übertrage die Streifen in dein Heft. Bestimme die unbekannte Streckenlänge auf verschiedene Arten und erkläre damit die Regel für „Minusklammern“.



b) Erkläre ebenso die Regel für „Plusklammern“.

2 Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich.

a) $7 + (8x + 5)$ **b)** $-3 - (4 + 2r)$ **c)** $-5x - \left(2z - \frac{1}{5}\right)$

d) $-4x + (8x + 5)$ **e)** $3t - (4s + t)$ **f)** $-7g - (-2h - g)$

g) $(-8x + 5) - 2$ **h)** $(2k - 3m) - (-2)$ **i)** $(24z - 8) + 8$

3 Setze für die Platzhalter so ein, dass die Rechnung stimmt.

a) $4x + \square - (2 - x) = 5x$ **b)** $-3x - (\square - \square) = 3 + 3x$

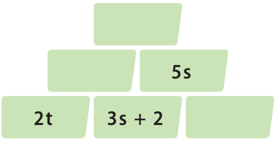
c) $-0{,}1x - \left(\frac{1}{10} - 0{,}1x - \square\right) = \frac{1}{10}$ **d)** $1{,}2x - (\square + 3) + 1{,}2 = \frac{1}{5}x + \square$

e) $\square - (\square - x) - x - 1 = 1$ **f)** $\square + (\square + \square) - \square = 8$

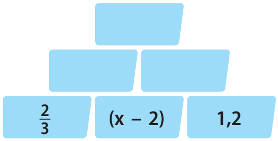
4 Übertrage die Rechenmauern in dein Heft und vervollständige sie. Der Wert eines Steins ergibt sich aus der Rechnung der darunter liegenden Steine (von links nach rechts).

Der Wert eines Steins ergibt sich aus
a) der Summe
b) der Differenz
der beiden darunter liegenden Steine.

a) Addition



b) Subtraktion



5 Hier stimmt doch was nicht! Finde den Fehler und verbessere ihn. Begründe dein Vorgehen.

a)
$3x - (2 - x) + 1$
$= 3x - 2 - x + 1$
$= 2x - 1$

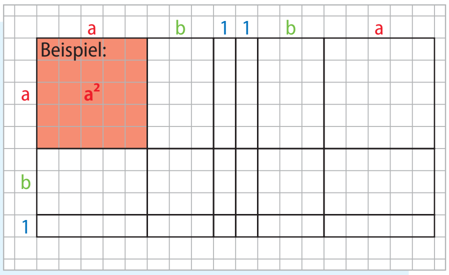
b)
$-7 + (-x + 7) - x$
$= -7 + x - 7 - x$
$= 14$

c)
$-(5x - 5) + (5 + 5x)$
$= -5x - 5 + 10x$
$= -10x + 10x = x$

6.5 Terme mit Klammern auflösen: Multiplikation und Division

Entdecken

Übertrage das Muster zweimal in dein Heft.



- Beschrifte in einem Muster die einzelnen Flächeninhalte mit einem Term.
- Markiere im anderen Muster die Flächeninhalte, die durch die folgenden Terme gegeben sind:
  1 a · (a + b) **2** (a + b) · (a + b)
  3 (b + 1) · (b + a) **4** b · (1 + b + a)
- Beschreibe eine Möglichkeit, wie man Produkte von Termen zerlegen kann, indem du die Flächeninhalte der beiden Muster vergleichst.

Verstehen

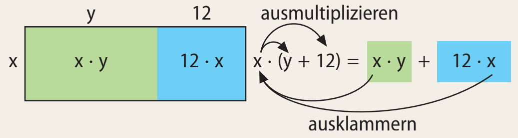
Da Variablen Platzhalter für Zahlen sind, gilt das Distributivgesetz auch für Klammerausdrücke, die Zahlen und Variablen enthalten.

Merke

Mithilfe des Distributivgesetzes kann man Zahlen und einzelne Variablen **ausmultiplizieren** bzw. **ausklammern**.

- Wird eine Summe mit einem Faktor multipliziert, dann wird **jeder Summand mit dem Faktor (aus-)multipliziert**. Die entstandenen Produkte werden mit ihren Vorzeichen addiert.
- Kommt in einer Summe von Produkten in jedem Summanden derselbe Faktor vor, dann kann dieser **gemeinsame Faktor ausgeklammert** werden.

„direktes aufteilen“



oder

„Multiplikationstabelle“

·	y	12
x	x · y	12 · x

Beispiele

I. Multipliziere die Klammern aus und vereinfache.

a) (3x + y) · 5 **b)** $\frac{2}{3} \cdot (-18x + 1)$

Erinnere dich (S. 184):

„+ · + ⟶ +“
„− · − ⟶ +“
„+ · − ⟶ −“
„− · + ⟶ −“

Lösung:

a) (3x + y) · 5
= 3x · 5 + y · 5
= 15x + 5y

oder

·	3x	+ y
5	15x	+ 5y

= 15x + 5y

b) $\frac{2}{3} \cdot (-18 + 1)$
$= \frac{2}{-3} \cdot 18x + \frac{2}{3} \cdot 1$
$= -12x + \frac{2}{3}$

oder

·	−18x	+ 1
$\frac{2}{3}$	−12x	$+\frac{2}{3}$

$= -12x + \frac{2}{3}$

II. Wie lautet der gemeinsame Faktor? Klammere ihn aus und vereinfache.

a) 5ab + 7a − 3ac **b)** 12xy + 4xz + 8vx **c)** 7mn + m

Lösung:

a) 5ab + 7a − 3ac
= a · (5b + 7 − 3c)

b) 12xy + 4xz + 8vx
= 3 · 4xy + 4xz + 2 · 4vx
= 4x · (3y + z + 2v)

c) 7mn + m
= 7mn + 1m
= m · (7n + 1)

Nachgefragt

- Entscheide mithilfe einer Skizze, ob die folgende Umformung richtig ist: $(a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$.
- Beschreibe in Worten, wie du vorgehst, wenn du den folgenden Term ohne Klammern schreiben sollst: $(z - 2) \cdot (x - 3y)$.
- $6ab + a \overset{?}{=} a \cdot (6b + 1)$ oder $6ab + a \overset{?}{=} a \cdot (6b + 0)$. Was ist richtig? Begründe.

Aufgaben

In Termen werden die Variablen möglichst alphabetisch geordnet.

1 Löse die Klammer auf und vereinfache.

a) $5 \cdot (5x + 5)$ **b)** $(111 - 222x) : 37$ **c)** $3x \cdot \left(5\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right)$

d) $2x \cdot (x - 3)$ **e)** $4y \cdot (4 - 4y)$ **f)** $1{,}3k + (1{,}3l \cdot 1{,}3k)$

g) $(-8x + 5) : 2$ **h)** $(2k - 3m) \cdot (-2)$ **i)** $(24z - 8) : 8$

2 Da stimmt doch was nicht! Beschreibe jeweils den Fehler und korrigiere die Rechnungen.

a)

$3 \cdot (2 \cdot x)$
$= 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x$
$= 6 \cdot 3x$
$= 18x$

b)

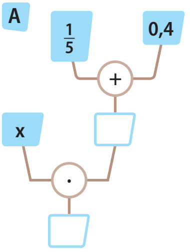
$\left(-3x \cdot \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{3}$
$= -3x \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$
$= -3x \cdot \frac{1}{3} = x$

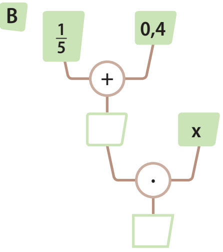
c)

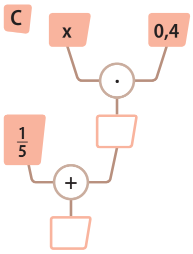
$1{,}2x - 1{,}2 \cdot 1{,}2x$
$= 1{,}2x \cdot (0 - 1{,}2)$
$= 1{,}2x \cdot -1{,}2$
$= 14{,}4x$

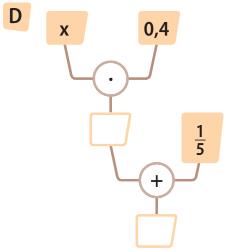
3 **a)** Beschreibe den Term in Worten. Ordne dann die Terme den Rechenbäumen richtig zu.

1 $x \cdot 0{,}4 + \frac{1}{5}$ **2** $x \cdot \left(\frac{1}{5} + 0{,}4\right)$ **3** $\frac{1}{5} + x \cdot 0{,}4$ **4** $\left(\frac{1}{5} + 0{,}4\right) \cdot x$









b) Beschreibe den Term in Worten. Zeichne dann zu dem Term einen Rechenbaum.

1 $x \cdot 1{,}2 - 0{,}7$ **2** $1{,}2 \cdot (x - 0{,}7)$ **3** $x \cdot (1{,}2 - 0{,}7)$ **4** $x + 0{,}7 \cdot 1{,}2$

4 Finde einen gemeinsamen Faktor wie in Beispiel II. Klammere ihn aus und vereinfache.

a) $\frac{1}{2}ax + 3x - 7xy$ **b)** $a^2bc - ab^2 + 3{,}2abc$ **c)** $6mn + 4km + 8m$

d) $2{,}5s^2f - 1{,}5s^2t + 12s^2$ **e)** $-35rs + 21r - 49rs^2$ **f)** $1{,}2gh + 0{,}3g - 1{,}5gk$

g) $\frac{2}{3}d^2 - 1\frac{1}{3}1cd + d$ **h)** $0{,}8k^2l^2 - 1{,}6kl^2 + mkl^2$ **i)** $1{,}9x^3y - 4{,}6x^2y^2 + x^2y^3$

5 Schreibe als Produkt.

a) $13ax + 5x$ **b)** $10r - 5s$ **c)** $xyz + 2yz$ **d)** $6ab - 6ac$

e) $0{,}5x - 0{,}5xy$ **f)** $a^2x - ay$ **g)** $15r - 25rs$ **h)** $12ab + 3a - 15ac$

i) $49p^2q - 14p$ **j)** $-\frac{4}{3}g^2h + g$ **k)** $1{,}8r^2s - 2r + rs$ **l)** $\frac{2}{5}x^2y + \frac{4}{5}xy^2$

m) $4a + 4b + xa + xb$ **n)** $3x + ax + 3y + ay$ **o)** $2a - 2b + xa - xb$

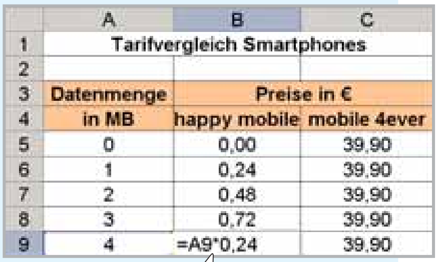
6.6 Gleichungen lösen

Entdecken

MK **Medien und Werkzeuge:** Will man mit seinem Smartphone auf das mobile Internet zugreifen, muss man die Datenmenge bezahlen, die man auf sein Smartphone abruft. Die Tarife, von denen zwei hier abgebildet sind, sind dementsprechend sehr vielfältig.

	Grundgebühr	Verbindungspreise Datenkosten pro MB
happy mobile	0,00 €	24 ct
mobile 4ever	39,90 €	0 ct

- Betrachte die Grundgebühr und die Datenkosten. Vergleiche mit einem Tabellenprogramm die einzelnen Preise miteinander. Ab welcher Datennutzung lohnt sich welcher Tarif?
- Stelle einen Term auf, der für jeden Tarif die Kosten in Abhängigkeit von der Datenmenge angibt. Beschreibe den Term in eigenen Worten.



	A	B	C
1	Tarifvergleich Smartphones		
2			
3	Datenmenge	Preise in €	
4	in MB	happy mobile	mobile 4ever
5	0	0,00	39,90
6	1	0,24	39,90
7	2	0,48	39,90
8	3	0,72	39,90
9	4	=A9*0,24	39,90

- *„=“ leitet eine Berechnung ein.*
- *„A9“ ist ein relativer Zellbezug: Er verweist hier auf den Eintrag in der benachbarten Zelle.*
- *„A9*0,24“ multipliziert den Eintrag aus A9 mit 0,24.*

Verstehen Häufig lässt sich eine Problemstellung durch eine Gleichung ausdrücken und lösen.

Merke

Eine **Gleichung** besteht aus **zwei Termen**, die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind. Die Terme auf beiden Seiten einer Gleichung haben stets **den gleichen Wert**. Um Gleichungen zu lösen, gibt es verschiedene Möglichkeiten.

Beispiel: $8x + 12 = -16$

Lösungsmöglichkeiten:

1 Systematisches Probieren

x	8x + 12	Probe
−2	−4	zu groß
−3	−12	zu groß
−4	−20	zu klein

verfeinern

x	8x + 12	Probe
−3,3	−14,4	zu groß
−3,4	−15,2	zu groß
−3,5	−16,0	richtig

Lösung: $x = -3{,}5$

Häufig muss man nach dem ersten Probieren die Schrittweite verfeinern

2 Gleichungen kann man aber auch lösen, indem man den Term aufbaut und dann rückwärts rechnet, d. h. die entsprechende **Umkehraufgabe** löst.

$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r, "\cdot 8"] \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] & 8 \cdot x \arrow[r, "+12"] & 8 \cdot x + 12 \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] \\
-3{,}5 & -28 \arrow[l, ": 8"'] & -16 \arrow[l, "-12"']
\end{tikzcd}$$

Lösung: $x = -3{,}5$

Erklärvideo

Mediencode 61047-25

Beispiele

Löse die Gleichungen mithilfe der Umkehraufgabe.

a) $3 + x = 8$ **b)** $8 - x = 5$ **c)** $2 \cdot x + 5 = 13$

Lösung:

a)
$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r, "+3"] \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] & 3 + x \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] \\
5 & 8 \arrow[l, "-3"']
\end{tikzcd}$$

b)
$$\begin{tikzcd}
-x \arrow[r, "+8"] \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] & 8 - x \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] \\
-3 & 5 \arrow[l, "-8"']
\end{tikzcd}$$

c)
$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r, "\cdot 2"] \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] & 2x \arrow[r, "+5"] & 3x + 5 \arrow[d, phantom, "\shortparallel"] \\
4 & 8 \arrow[l, ": 2"'] & 13 \arrow[l, "-5"']
\end{tikzcd}$$

Nachgefragt

- Beschreibe die Verfahren zum Lösen von Gleichungen an einem Beispiel.
- Welches der Verfahren würdest du bei der Gleichung $7x + 2 = 50 - 17x$ anwenden? Begründe deine Wahl.

Aufgaben

1 Löse die Gleichung durch systematisches Probieren oder mithilfe der Umkehraufgabe.

a) $9a - 19 = 17$ **b)** $3b + 14 = -10$ **c)** $-2c + 22 = -8$ **d)** $-3d - 10 = 26$

e) $4e + 15 = 3$ **f)** $8f - 45 = 11$ **g)** $-2g + 6 = 6\frac{1}{2}$ **h)** $3{,}4h + 17{,}2 = 1{,}9$

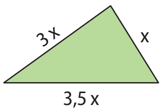
i) $3i - 7 = -34$ **j)** $-3j + 1{,}5j = 10{,}8$ **k)** $-6 + 4{,}5k = -20{,}4$ **l)** $3{,}4l - 4{,}8 = -4{,}8$

m) $9{,}1w - \frac{2}{11} = -\frac{2}{11}$ **n)** $-3{,}5x + \frac{1}{20} = 6$ **o)** $-5{,}2z + 0{,}09 = 2{,}3$ **p)** $\frac{3}{9}y - \frac{1}{4} = 1$

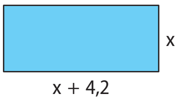
Lösungen zu 1:
−12; −9; −8; −7,2; −4,5; −3,2; −3; −1,7; −0,425; −0,25; 0; 0; 3,75; 4; 7; 15

2

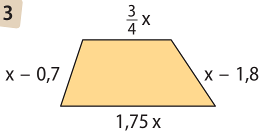
1



2



3



a) Stelle einen Term für den Umfang der Figur auf. Vereinfache den Term.

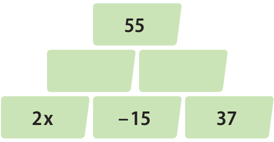
MK **b)** **Medien und Werkzeuge:** Stelle eine Gleichung auf und ermittle alle Seitenlängen der Figuren aus a), wenn der Umfang der Figur jeweils 24 cm (39,3 cm) lang ist.

Du kannst auch ein Tabellenprogramm nutzen.

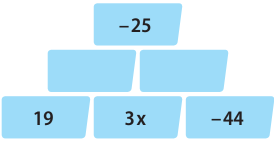
3 Übertrage die Zahlenmauer in dein Heft. Für welche Zahl steht x? Stelle dazu eine Gleichung auf und bestimme deren Lösungsmenge.

Der Wert eines Steins ergibt sich aus der Summe der beiden darunter liegenden Steine.

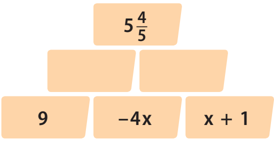
a)



b)



c)



4 Entscheide jeweils ohne zu rechnen, ob die Lösung eine positive oder negative Zahl ist. Begründe deine Entscheidung.

a) $2x + 12 = 3$ **b)** $-2x + 3 = 19$ **c)** $4x - 8 = 6$ **d)** $-3x - 5 = 7$

e) $\frac{1}{2}x - 17 = -23$ **f)** $-5x + 9 = -17$ **g)** $-2{,}5x - 6 = -1$ **h)** $\frac{2}{5}x - \frac{6}{7} = -1\frac{3}{8}$

i) $-3x + 14 = -9{,}5$ **j)** $\frac{1}{2}x + 44 = -6$ **k)** $0{,}2x - 7 = 0$ **l)** $-\frac{1}{4}x - \frac{7}{8} = \frac{1}{2}$

5 Das rechteckige Schwimmbecken eines Freibads ist 25 m lang und 10 m breit. Durch die Einströmdüsen kommen pro Minute 500 ℓ Wasser in das Becken. Das Volumen des leeren Schwimmbeckens ist 525 m^3.

a) Bestimme die Tiefe des Beckens mithilfe einer Gleichung.

b) Wie lange dauert es, bis das Becken im Frühjahr vollständig mit Wasser gefüllt wird?

c) Berechne, wie viele Badewannenfüllungen in das Schwimmbecken passen.

6.7 Gleichungen umformen

Entdecken

Die Waage ist im Gleichgewicht. Jedes der abgebildeten Massestücke wiegt 1 kg.

- Finde heraus wie schwer einer der braunen Backsteine ist.
- Beschreibe deinen Lösungsweg.

Verstehen

Eine Gleichung kann man sich als Waage im Gleichgewicht vorstellen. Das, was auf der linken Schale liegt, steht links vom Gleichheitszeichen, der Inhalt der rechten Schale auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens. Stücke unbekannter Masse stellen in der Gleichung die Variable „x“ dar. Tätigkeiten wie Hinzufügen und Wegnehmen entsprechen in der Gleichung Rechenoperationen: „Hinzufügen“ ⟶ Addition, „Wegnehmen“ ⟶ Subtraktion.

„äquivalent“ bedeutet gleichwertig

Merke

Bei der Umformung einer Gleichung darf sich die Lösungsmenge L nicht ändern.
Die einzelnen Schritte, die man dabei durchführt, nennt man Äquivalenzumformungen.
Bei jedem Schritt sind die entstandenen Gleichungen gleichwertig zueinander.
Die Lösungsmenge ändert sich bei den folgenden Umformungen nicht.

Äquivalenzumformung	Beispiel
1 Man **addiert** auf beiden Seiten der Gleichung die **gleiche Zahl** oder den **gleichen Term**.	$+4$ $x-4=1$ $+4$ $L=\{5\}$ $x=5$ $L=\{5\}$
2 Man **subtrahiert** auf beiden Seiten der Gleichung die **gleiche Zahl** oder den **gleichen Term**.	-6 $x+6=2$ -6 $L=\{-4\}$ $x=-4$ $L=\{-4\}$
3 Man **multipliziert** auf beiden Seiten der Gleichung die **gleiche Zahl** (die nicht null sein darf).	$\cdot 5$ $\frac{1}{5}x=2$ $\cdot 5$ $L=\{10\}$ $x=10$ $L=\{10\}$
4 Man **dividiert** auf beiden Seiten der Gleichung durch die **gleiche Zahl** (die nicht null sein darf).	$:4$ $4x=22$ $:4$ $L=\{5{,}5\}$ $x=5{,}5$ $L=\{5{,}5\}$

Wenn die Variable auf einer Seite der Gleichung alleine steht, dann kann man die Lösung direkt ablesen.

Bei Gleichungen sind manchmal nur bestimmte Zahlen zulässig, die man für die Variablen einsetzen darf: Sie bilden die Definitionsmenge D. Wenn nichts weiter angegeben ist, dann verwenden wir die rationalen Zahlen als Definitionsmenge.

Beispiel

$D = \mathbb{Q}$ bedeutet „im Bereich der rationalen Zahlen“.

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung mithilfe von Äquivalenzumformungen in $D = \mathbb{Q}$.

a) $4x + 7 = 31$ **b)** $\frac{1}{4}y - 6 = 2$ **c)** $5x + 10 = 2x - 2$

Führe jede Umformung immer auf beiden Seiten durch.

Lösung:

a)

$$\begin{array}{rcl} -7 & 4x + 7 = 31 & -7 \\ :4 & 4x = 24 & :4 \\ & x = 6 & \\ & L = \{6\} & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rcl} +6 & \frac{1}{4}y - 6 = 2 & +6 \\ \cdot 4 & \frac{1}{4}y = 8 & \cdot 4 \\ & y = 32 & \\ & L = \{32\} & \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rcl} -10 & 5x + 10 = 2x - 2 & -10 \\ -2x & 5x = 2x - 12 & -2x \\ :3 & 3x = -12 & :3 \\ & x = -4 & \\ & L = \{-4\} & \end{array}$$

Führe eine Probe zur Kontrolle durch.

Probe: $4 \cdot 6 + 7 = 31$ ✓ Probe: $\frac{1}{4} \cdot 32 - 6 = 2$ ✓ Probe: $5 \cdot (-4) + 10 = -10$ ✓

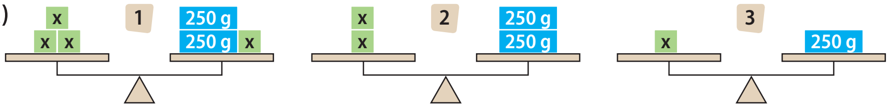
Nachgefragt

- Erläutere, wieso Äquivalenzumformungen auf beiden Seiten der Gleichung durchgeführt werden müssen. Vergleiche die Umformung anschaulich mit Handlungen an einer Waage.
- Division und Multiplikation mit null sind keine Äquivalenzumformungen. Warum nicht? Suche einfache Beispiele und begründe.

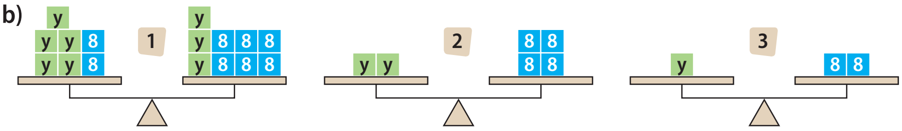
Aufgaben

1 Bei der Abbildung ist die Waage jeweils im Gleichgewicht. Beschreibe jedes Bild durch eine Gleichung und beschreibe die durchgeführten Äquivalenzumformungen von 1 nach 3.

a)



b)



2 Löse folgende Gleichungen im Bereich der rationalen Zahlen.

a) $5x = 45$ **b)** $x - 2 = 8$ **c)** $8x + 4 = 20$ **d)** $7 - x = 5$

e) $7x = 7$ **f)** $123x = 0$ **g)** $13 - 2x = -1$ **h)** $3 + 4x + 5 = 7$

i) $17 - a = 8{,}5$ **j)** $8 + 2x = -52$ **k)** $\frac{1}{3}c + 3 = 0$ **l)** $4f + 4 = 3 + 2f$

m) $2m + 7 = m$ **n)** $18 - 2s = 3s$ **o)** $4t + 12 = 84$ **p)** $4 - 8p = 2p - 8$

Lösungen zu 2:
$L = \{-30\}$; $L = \{-9\}$;
$L = \{-7\}$; $L = \{-0{,}5\}$;
$L = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$; $L = \{0\}$; $L = \{1\}$;
$L = \{1{,}2\}$; $L = \{2\}$; $L = \{3{,}6\}$;
$L = \{7\}$; $L = \{8{,}5\}$; $L = \{9\}$;
$L = \{10\}$; $L = \{18\}$;

3 Übertrage in dein Heft und ergänze die Lücken ($D = \mathbb{Q}$).

a)
$\frac{3}{4}x - 13 = x + 7$
☐ ☐
$\frac{3}{4}x = x + \square$
☐ ☐
$-\frac{1}{4}x = 20$
$\cdot(-4)$ $\cdot(-4)$
$\square = -80$

b)
$-7x + 5 = x + 3$
☐ ☐
$\square + 5 = 3$
☐ ☐
$\square \cdot x = -2$
$\cdot(-8)$ $\cdot(-8)$
$x = 16$

c)
$\frac{2}{3}x - 1 = x + 5$
☐ ☐
$-\frac{1}{3}x - 1 = 5$
☐ ☐
$-\frac{1}{3}x = 6$
☐ ☐
$x = -18$

d)
$\frac{2}{3}x - 1 = x + 5$
$\cdot 3$ $\cdot 3$
$\square - 3 = 3x + \square$
$-2x$ $-2x$
$-3 = x + 15$
☐ ☐
$\square = x$

Alles klar?

4 Übertrage in dein Heft und ergänze die Umformungsschritte.

a)
$8 + 3x = x + 7$
$3x = x - 1$
$2x = -1$
$x = -\frac{1}{2}$

b)
$\frac{2}{3}a + 2 = 4$
$\frac{2}{3}a = 2$
$a = 3$

c)
$2{,}6s - 9{,}2 = 0{,}4s + 18{,}3$
$2{,}6s = 0{,}4s + 27{,}5$
$2{,}2s = 27{,}5$
$s = 12{,}5$

5 Finde unterschiedliche Gleichungen, die die gleiche Lösung haben wie $5 \cdot x = 17$.

Achte auf die verschiedenen Zahlbereiche in den Aufgaben.

6 Stelle eine passende Gleichung auf und bestimme die Lösungsmenge.
a) Die Summe aus einer rationalen Zahl und 3 ergibt 14.
b) Das Produkt einer natürlichen Zahl mit 6 ergibt 18.
c) Die Differenz aus dem Dreifachen einer ganzen Zahl und 12 ergibt 36.
d) Ein Viertel einer natürlichen Zahl addiert man zu 3 und erhält 5.
e) Man dividiert eine ganze Zahl durch 8 und erhält 8.
f) Das Produkt einer ganzen Zahl und 5 wird um 6,3 vermindert. Man erhält –28,8.

7 Cedric möchte sich ein Modellflugzeug kaufen. Seine Wahl fällt auf ein Modell für 34 €. Er hat bereits 10 € gespart. Wie lange muss er sparen, wenn er für seinen Wunsch jede Woche weitere 3 € zurücklegt? Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

8 Formuliere die Gleichung in Worten. Bestimme die Lösungsmenge im Bereich der ganzen Zahlen.
a) $t - 7 = 128$
b) $5x + 8 = 13$
c) $210 - y = 158$
d) $-a + 3 = 7$
e) $4b + 5 = 5$
f) $12 - z : 2 = 3$

Beachte den Zahlenbereich, aus dem du einsetzen kannst.

9 Löse die Aufgaben, indem du jeweils eine Gleichung aufstellst.
a) Betül ist jetzt dreimal so alt wie ihr Bruder Tarik in zwei Jahren sein wird. Tarik ist jetzt drei Jahre alt. Bestimme das Alter von Betül.
b) In drei Jahren ist Martin doppelt so alt wie seine Schwester. Sie sind dann zusammen 24 Jahre alt. Bestimme Martins Alter und das seiner Schwester.
c) Opa Hermann hatte vor zwei Jahren seinen 85. Geburtstag. Heute ist er dreimal so alt wie sein jüngster Enkel. Berechne das Alter des Enkels.

Methoden

Schrittweises Lösen von Gleichungen

Zum Lösen von Gleichungen kann man folgende Strategie anwenden:

Lösungsschritte	**Beispiel** $D = \mathbb{Q}$
1 Vereinfache beide Seiten so weit wie möglich.	**1** $3 \cdot (x - 3) - 1 = 7 + (x + 1)$ $3x - 9 - 1 = 7 + x + 1$ $3x - 10 = x + 8$
2 Bringe durch Äquivalenzumformungen alle Variablen auf eine Seite und alle Zahlen auf die andere Seite.	**2** $3x - 10 = x + 8 \quad \vert -x$ $3x - x - 10 = 8 \quad \vert +10$ $3x - x = 10 + 8$ $2x = 18$
3 Stelle die Variable allein (z. B. $1 \cdot x$), indem du ggf. mit einer passenden Zahl multiplizierst oder dividierst.	**3** $2x = 18 \quad \vert :2$ $x = 9$
4 Bestimme die Lösungsmenge.	**4** $9 \in \mathbb{Q}$ $\quad L = \{9\}$
5 Setze zur Probe die Lösung in die Ausgangsgleichung ein.	**5** $3 \cdot (9 - 3) - 1 = 7 + (9 + 1)$ $3 \cdot 6 - 1 = 7 + 10$ $17 = 17$ ✓

10 Gib zu den folgenden Gleichungen jeweils die Lösung an.

a) $2x + 4 = 5 + 2x$ **b)** $-3 + 4x = 2x - 3 + 2x$ **c)** $5 - 0{,}2x = 2 - 0{,}2x$

d) $2x + 6 = 5 - x$ **e)** $3 - 4x = x - 2 + x$ **f)** $3x - 4 + x = 2 \cdot (x - 2)$

11 Finde und korrigiere die Fehler, die bei der Lösung der Gleichung gemacht wurden. Formuliere auch jeweils einen Tipp, wie solche Fehler vermieden werden können.

a)

$$\begin{array}{rrcll} -1 & 23x+1 &=& 7+23x & -1 \\ -23x & 23x &=& 6+23x & -23x \\ & x &=& 6 & \\ & L &=& \{6\} & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rrcll} \cdot 5 & \frac{4}{5}x-1 &=& 0{,}2x & \cdot 5 \\ -x & 4x-1 &=& x & -x \\ +1 & 3x-1 &=& 0 & +1 \\ :3 & 3x &=& 1 & :3 \\ & x &=& \frac{1}{3} & \\ & L &=& \left\{\frac{1}{3}\right\} & \end{array}$$

12 Löse die folgenden Gleichungen.

a) $5 \cdot (x - 2) = 8$ **b)** $3 = \frac{1}{3} \cdot (6y - 3)$

c) $\frac{5}{4} \cdot (1{,}25 + 4x) = -4 \cdot \left(-x + \frac{3}{16}\right)$ **d)** $-1{,}2 \cdot \left(-\frac{5}{6} + x\right) + 2{,}2x = 0$

e) $y + 7 = (y + 3) : 2$ **f)** $2x + 3 - 4x = 7 - 3x + 8$

g) $8 + 2z + 0{,}5 = z + 18{,}5 - 5z$ **h)** $-3 \cdot \left(\frac{1}{2}k - 7\right) + 6 = 2\frac{3}{10}k - \left(5\frac{3}{10} - k\right)$

Lösungen zu 12:
$L = \{-11\}$; $L = \{2\}$;
$L = \{12\}$; $L = \left\{\frac{5}{3}\right\}$;
$L = \{7{,}75\}$; $L = \left\{-2\frac{5}{16}\right\}$;
$L = \{1\}$

13 **Argumentieren und Begründen**

Vergleiche die beiden Seiten einer Gleichung. Gib an, unter welchen Bedingungen eine Gleichung keine oder mehrere Lösungen hat.

Idee:
- Untersuche zunächst einige Gleichungen wie …
  - **1** $2x + (x + 9) \cdot 2 = 2 \cdot (x + 1)$
  - **2** $-4 + 5x = x - 1 + 4 \cdot (x + 1)$
  - **3** $-(x + 1) + 4 = (x - 5) : 2$
  - **4** $-3(x - 2) + 5{,}5x = -(-5x - 12) : 2$
- Ordne die Gleichungen übersichtlich nach der Anzahl der Lösungen.

Fall	Es gibt keine Lösung	Es gibt …	Es gibt …
Lösungsmenge	L = …		
Beispiel			

- Formuliere Bedingungen unter welchen es keine oder mehrere Lösungen gibt.

Wenn eine Gleichung keine Lösung hat, schreibt man $L = \{\ \}$.

14 In die Hausaufgabe haben sich Fehler eingeschlichen. Finde und verbessere sie.

a)

$$\begin{array}{rrcll} :5 & 5x+15 &=& 85 & :5 \\ -15 & x+15 &=& 17 & -15 \\ & x &=& 2 & \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rrcll} -36 & 36-2x &=& 8 & -36 \\ :2 & 2x &=& -28 & :2 \\ & x &=& -14 & \end{array}$$

15 Aus der Prozentrechnung kennst du $P = G \cdot \frac{p\,\%}{100\,\%}$. Stelle die Formel entsprechend der Äquivalenzumformungen nach G und p % um. Erkläre die Bedeutungen.

16 Wie muss t gewählt werden, damit die Gleichung $(5x - t)\left(-\frac{3}{5}\right) = -0{,}2\,(15x - 3)$ …

a) keine Lösung hat? **b)** mehrere Lösungen hat?

6.8 Terme und Gleichungen im Alltag

Entdecken

Stelle jeweils heraus, welche Informationen der Tabelle du benötigst und formuliere die Frage in eigenen Worten, bevor du sie bearbeitest.

- Vergleiche die Maße der einzelnen Münzen miteinander als Anteil und in Prozent.
- Stelle für jede Münzart einen Term auf, mit dem man die Masse einer beliebigen Anzahl von Münzen angeben kann.

Münze	h	d	m
	2,33 mm	23,25 mm	7,50 g
	2,20 mm	25,75 mm	8,50 g

h: Höhe; d: Durchmesser; m: Masse

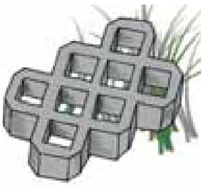
Verstehen

Um Sachaufgaben zu bearbeiten, muss man sich den Text zunächst aufmerksam durchlesen.

Merke

Führe bei **Sachaufgaben** folgende Schritte durch:
1. Was ist gegeben? Stelle die notwendigen Informationen übersichtlich dar.
2. Was ist gesucht? Formuliere selbst eine sinnvolle Frage.
3. Stelle die Rechnung übersichtlich dar. Verwende eine Skizze zur Veranschaulichung.
4. Prüfe, ob deine Frage beantwortet wurde und formuliere eine Antwort.

Beispiele



Um bei Rechnungen den Überblick zu behalten, kann es sinnvoll sein, kurz zu notieren, was man berechnet.

I. Die Einfahrt und die Parkfläche von Familie Astor werden mit Steinen ausgelegt. Ein Stein hat einen Fläche von 0,24 m^2. Die rechteckige Einfahrt ist 3 m breit und 8 m lang. Die Parkfläche beträgt 30 m^2. Berechne, wie viele Steine Familie Astor mindestens braucht.

Lösung:

Gegeben: Einfahrtsbreite: 3 m; Einfahrtslänge: 8 m; $A_{\text{Parkfläche}} = 30\ \text{m}^2$; $A_{\text{Stein}} = 0{,}24\ \text{m}^2$

Gesucht: Anzahl der Steine oder „Wie viele Steine werden benötigt?“

Rechnung: Gesamte Fläche bestimmen: $A_{\text{Gesamt}} = 8\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} + 30\ \text{m}^2 = 54\ \text{m}^2$

Anzahl der Steine: $54\ \text{m}^2 : 0{,}24\ \text{m}^2 = 225$

Antwort: Es werden mindestens 225 Steine benötigt.

II. Wenn Lara noch vier Lieder mehr auf ihrem MP3-Player hätte, dann hätte Sana doppelt so viele Lieder wie Lara. Beide zusammen hätten dann doppelt so viele Lieder wie Hasan, der 66 Lieder hat. Berechne, wie viele Lieder Lara auf ihrem MP3-Player hat.

Lösung:

Gegeben: Hasans Lieder: 66; Sanas Lieder: 2 · (Anzahl Lara + 4)

Gesucht: Anzahl Laras Lieder: x oder Wie viele Lieder hat Lara?

Rechnung: Die Anzahl der Lieder ist eine natürliche Zahl.

Gleichung aufstellen: Laras Lieder + 4 + Sanas Lieder = 2 · Hasans Lieder

$$x + 4 + 2 \cdot (x + 4) = 2 \cdot 66$$

Gleichung lösen:

$$\begin{aligned} x + 4 + 2x + 8 &= 132 \\ -12\ \ 3x + 12 &= 132\ \ -12 \\ :3\ \ 3x &= 120\ \ :3 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

Antwort: Lara hat 40 Lieder auf ihrem MP3-Player.

Nachgefragt

- Beschreibe, welche Vorteile es hat, die Angaben aus einem Text übersichtlich darzustellen.
- MK **Medien und Werkzeuge:** Löse die Formel $U = R \cdot I$ nach jeder der drei Variablen auf. Recherchiere im Internet, für was die Variablen in der Formel jeweils stehen und welcher Sachverhalt mit der Formel beschrieben wird.

Aufgaben

1 Ein Kostümhändler verkauft insgesamt 147 Faschingskostüme für insgesamt 3647 €. Es sind 31 Piratenkostüme zu je 37 € und 76 Cowboy-Kostüme zu je 25 €. Die übrigen Kostüme sind Prinzessinnenkostüme. Bestimme deren Anzahl.

2 Ein rechteckiger Garten wird an drei Seiten eingezäunt. Die Seite, die zur Straße zeigt, ist 23 m lang und wird von einer 80 cm hohen Mauer begrenzt. Insgesamt kostet der Zaun 2468,40 €, dabei wird die Anlieferung pauschal mit 150 € berechnet sowie der Meterpreis des Zaunes mit 20,70 € in Rechnung gestellt. Bestimme die Breite des Grundstücks.

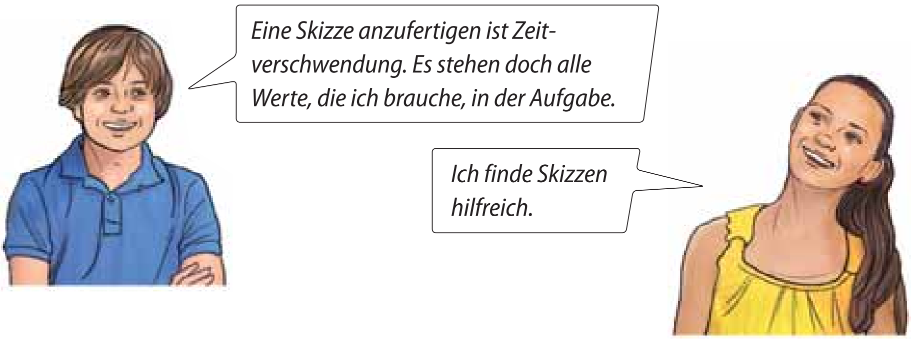
3
1 $A = \frac{g \cdot h}{2}$
2 $U = 2a + 2b$
3 $A = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$
4 $V = a \cdot b \cdot c$
5 $U = \pi \cdot d$
6 $v = \frac{s}{t}$

a) Stelle die Formeln nach jeder vorkommenden Variablen um.
MK b) **Medien und Werkzeuge:** Finde heraus, was durch die Formel beschrieben wird.

Alles klar?

4 Gib an, in wieviel Jahren fünf Geschwister (Anna ist 17, Thomas 16, Verena 15, Laurenz 14 und die kleine Marie 3 Jahre alt) insgesamt 200 Lebensjahre feiern können. Beschreibe dein Vorgehen.

5 Sofie und Tobi unterhalten sich. Wem stimmst du zu? Begründe deine Antwort.



6 Florian hat aus der Klassenkasse 35 € bekommen, um Getränke für eine Klassenfeier zu kaufen. Eine Flasche Cola kostet 29 ct, eine Flasche Limonade ist 7 ct billiger. Wie viel kostet eine Flasche Mineralwasser, wenn Florian ohne Pfand für das gesamte Geld 60 Flaschen Cola, 45 Flaschen Limonade und 35 Flaschen Mineralwasser bekommt?

7 Willst du bei einem Gewitter wissen, wie weit der Blitzeinschlag ungefähr von dir entfernt ist, kannst du folgenden Zusammenhang nutzen. Der zeitliche Abstand in Sekunden (t) zwischen dem Sehen des Blitzes und dem Hören des Donners entspricht ungefähr der dreifachen Entfernung in Kilometern (s) des Blitzeinschlags.

a) Stelle die entsprechende Formel auf und löse die Formel nach s auf.

b) Erkläre, warum die Formel nur „ungefähr" stimmt.

8 In Commonwealth-Ländern werden oft Längenmaße verwendet, die in der Umrechnungstabelle angegeben sind.

1 mile	1 furlong	1 chain	1 yard	1 foot	1 inch
1760 yards	220 yards	22 yards	0,9144 metre	$\frac{1}{3}$ yard	$\frac{1}{36}$ yard

a) Gib eine Formel an, mit der du miles in yards (feet, inches) umrechnen kannst. Löse die Formeln jeweils nach yard, foot, inches auf.

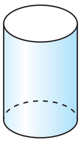
b) Finde eine Formel, mit der man Kilometer in Meilen umrechnen kann.

c) Gib eine Formel an, mit der man cm in inches umrechnen kann.

9 Ein Quader ist doppelt so lang wie breit.

a) Gib eine Formel an, mit der man das Volumen berechnen kann, wenn man Länge und Höhe des Quaders kennt.

b) Finde eine Formel, mit der man die Höhe berechnen kann, wenn man das Volumen des Quaders kennt.



Zylinder

10 Ein Zylinder ist ein Körper mit einer kreisförmigen Grundfläche und einer bestimmten Höhe h.

MK **a)** **Medien und Werkzeuge:** Recherchiere die Formel für das Volumen eines Zylinders. Beschreibe in eigenen Worten, wie man das Volumen berechnet.

b) Ein Zylinder hat den Grundkreisdurchmesser 8 cm und das Volumen $1500\ \text{cm}^3 = 1{,}5\ \ell$. Berechne mithilfe der Formel aus a), welche Höhe der Zylinder hat.

c) In den Zylinder aus b) werden 500 cm^3 Wasser geschüttet. Gib an, wie hoch das Wasser im Zylinder steht.

11 Die Familien Terzic und Krusta fahren im Urlaub von Winterberg nach Calais. Sie machen auf der Fahrt jeweils eine Pause von 20 Minuten.

a) Familie Terciz ist im Durchschnitt 102 km/h schnell gefahren und hat 6 Stunden gebraucht (inklusive Pause). Berechne die Entfernung zwischen Winterberg und Calais.

b) Famlie Krusta hat 5 Stunden und 20 Minuten gebraucht (inklusive Pause). Bestimme, wie schnell sie im Durchschnitt gefahren ist.

c) Gib die Formel an, mit der man die Geschwindigkeit v aus dem zurückgelegten Weg s und der dafür benötigten Zeit t berechnet.

d) Forme die Formel aus c) so um, dass man den Weg s aus der Geschwindigkeit und der benötigten Zeit t direkt berechnen kann.

12 Bestimme jeweils die gesuchte rationale Zahl.

- **a)** Wenn ich zur Hälfte der gesuchten Zahl 3 hinzuzähle, erhalte ich dasselbe, wie wenn ich vom Dreifachen der Zahl 7 abziehe.
- **b)** Die Summe der gesuchten Zahl und 13 ergibt das Dreifache der Zahl −5.
- **c)** Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 15.
- **d)** Das Quadrat einer Zahl ist genau so groß wie die Summe aus dem Doppelten der Zahl und 3.

13 Die Blutalkoholkonzentration „BAK“ lässt sich auch nach der sogenannten Widmark-Formel (benannt nach dem schwedischen Chemiker Erik M. P. Widmark) berechnen:
$\text{BAK} = \frac{A}{m \cdot r}$ mit

- BAK = Blutalkoholkonzentration in ‰ (Promille)
- A = die aufgenommene Menge Alkohol in Gramm (g)
- m = die Masse der Person in Kilogramm (kg)
- r = Faktor, der angibt, wie schnell sich Alkohol im Körper verteilt.
  - Männer: 0,68–0,7
  - Frauen und Jugendliche: 0,55–0,60
  - Kleinkinder: 0,75–0,80

Von der errechneten BAK müssen zwischen 10 % und 30 % abgezogen werden, da der Alkohol nicht vollständig aufgenommen wird. Als stündlicher Abbauwert sind etwa 0,15 ‰ anzunehmen.

- **a)** Berechne für folgenden Fall die BAK: Ein etwa 55 kg schwerer Jugendlicher trinkt zwei 0,5-ℓ-Flaschen Bier mit einem Alkoholgehalt von 5 % (entspricht 40 g Alkohol).
- **b)** Wann hat der Jugendliche den Alkohol vollständig abgebaut? Erstelle eine Tabelle und zeichne den zugehörigen Graphen.
- MK **c)** **Medien und Werkzeuge:** Recherchiere die Auswirkungen von Alkoholkonsum auf Jugendliche. Gib an, welche Beeinträchtigungen man z. B. bei einer BAK von 0,5 ‰ hat.

Spiel

Terme suchen (Partnerspiel)

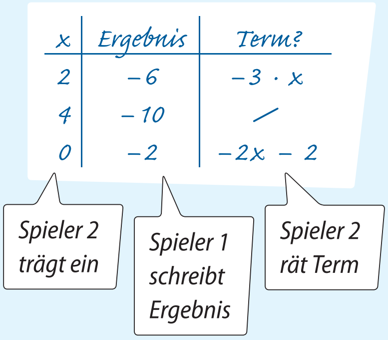
Material

- Spielblatt mit Tabelle mit den Spalten „x“, „Ergebnis“, „Term?“
- Stift

Ablauf

1. Spieler 1 überlegt sich einen Term. Spieler 2 schreibt auf sein Spielblatt eine Zahl für die Variable.
2. Spieler 1 setzt die Zahl in seinen Term ein und schreibt das Ergebnis auf das Spielblatt von Spieler 2.
3. Spieler 2 rät (wenn möglich) den gesuchten Term. Ist der Term noch nicht gefunden, schreibt er eine neue Zahl auf. Hat er den Term gefunden, weden die Rollen getauscht.
4. Gewonnen hat, wer die wenigsten Rateversuche benötigt.

Beispiel:



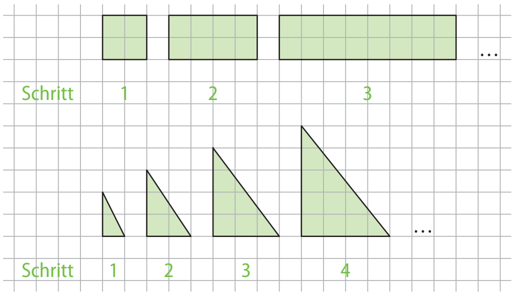
x	Ergebnis	Term?
2	−6	−3 · x
4	−10	/
0	−2	−2x − 2

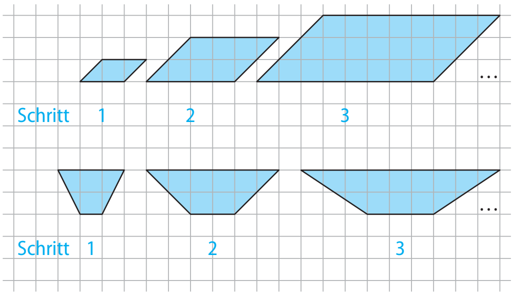
- Sedrik meint: „Wenn man für x = 0 einsetzt, hat man es leichter.“ Probiere aus und erkläre.

6 Trainingsrunde: Differenziert

Die folgenden Aufgaben behandeln alle Themen, die du in diesem Kapitel kennengelernt hast. Auf dieser Seite sind die Aufgaben in zwei Spalten unterteilt. Die **grünen** Aufgaben auf der linken Seite sind etwas einfacher als die **blauen** auf der rechten Seite. Entscheide bei jeder Aufgabe selbst, welche Seite du dir zutraust!

1 **a)** Setze die Figuren um zwei weitere Schritte fort.
b) Bestimme den Flächeninhalt der Figuren.
c) Bestimme einen Term, mit dessen Hilfe man den Flächeninhalt der n-ten Figur bestimmen kann.



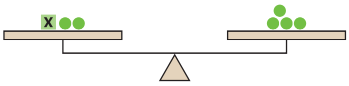


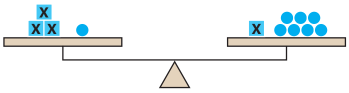
2 Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $8x + (3y + 2x)$ **b)** $-5z + (-3z + 5)$
c) $7e + (-e - f)$ **d)** $2z + (5 - (-2z))$
e) $3s - (s + t)$ **f)** $12y - (12x - 6y)$

a) $-a - (ab + 3a)$ **b)** $-6x - (-2x - 3y)$
c) $17 - (15b + (-3))$ **d)** $-s - (-r - (-s))$
e) $-(7x - 5y) \cdot 3y$ **f)** $-(-e - f) \cdot (-2)$

3 Stelle eine Gleichung auf und bestimme das Gewicht der Schachtel, wenn eine Kugel 20 g wiegt.





4 Begründe ohne Rechnung, ob die Lösung eine positive oder negative Zahl ist.

a) $2x + 12 = 3$ **b)** $-2x + 3 = 19$
c) $4x - 8 = 6$ **d)** $-3x - 5 = 7$

a) $\frac{1}{2}x - 17 = -23$ **b)** $-5x + 9 = -17$
c) $\frac{2}{5}x - \frac{6}{7} = -1\frac{3}{8}$ **d)** $0{,}2x - 7 = 0$

5 Daniel hat in der Hausaufgabe Gleichungen gelöst. Überprüfe Daniels Arbeit und gib die Umformungen an, die er gemacht hat. Notiere jeweils einen Tipp für Daniel, wie er gemachte Fehler vermeiden kann.

$$13 + 0{,}8y = -\frac{2}{5}y - 4$$
$$0{,}8y = -\frac{2}{5}y - 9$$
$$0{,}8y + \frac{2}{5}y = -9$$
$$0{,}8y + 0{,}2y = -9$$
$$y = -9$$

$$(x + 4) \cdot 2 = \frac{1}{3}x - 2$$
$$x + 8 = \frac{1}{3}x - 2$$
$$x = \frac{1}{3}x - 10$$
$$\frac{2}{3}x = -10$$
$$x = -\frac{20}{3}$$

Trainingsrunde: Kreuz und Quer

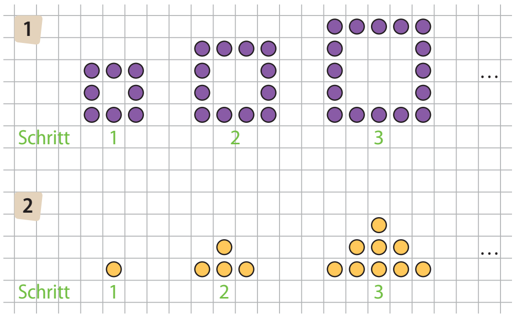
1 Rechne vorteilhaft. Nenne das Rechengesetz, das du verwendest.

a) $-12{,}4 + 17{,}9 + (-4{,}6)$
$78{,}6 + [34{,}4 + (-129{,}7)]$
$-3{,}4 + 1{,}8 + 3{,}7 - 5{,}4$

b) $[(-7) \cdot 2{,}25] \cdot (-8)$
$(-5) \cdot 12 \cdot (-1{,}2)$
$6 \cdot (-12{,}6) \cdot \frac{1}{6}$

c) $15 \cdot 4{,}5 - 2{,}5$
$2^2 - 4 \cdot (-1{,}25)$
$((34 + (-16)) \cdot 2{,}3)$

2



a) Übertrage die Reihe in dein Heft und setze sie um zwei Schritte fort.

b) Beschreibe in Worten, wie sich das Muster mit jedem Schritt ändert.

c) Stelle einen Term auf der die Anzahl der Punkte beim n-ten Muster angibt. Überprüfe deinen Term für den fünften, achten und zehnten Schritt.

3 Berechne die folgenden Terme, indem du die Variable durch 5 (–4; –7,6) ersetzt.

a) $a + 7 \cdot 4$ **b)** $112 \cdot b$
c) $186{,}2 : c$ **d)** $(13 + d) : 3{,}2$
e) $4 \cdot e + \frac{3}{10}$ **f)** $5f + 3 - 2{,}4 \cdot f$
g) $(11{,}4 + g) : g$ **h)** $5{,}5 - \frac{2}{5}h$

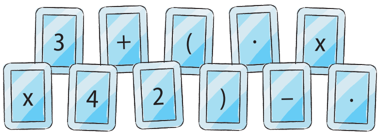
4 Welche Terme führen stets zum selben Ergebnis?

$x - 6$ $1 + 2 \cdot x + 2$ $6x + 24$
$2x + 3 - x$ $-6 + 24x + 2$
$6 + x$ $24 \cdot x - 6$ $x + 3 + x$

5 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $51b + 2 + 44b$ **b)** $3y - 8y$
c) $97t - 12t + 4t$ **d)** $7{,}2x + 6y + 2{,}3x$
e) $54y - 156 - 25y - 2$ **f)** $8 \cdot 17q$
g) $169b : 13$ **h)** $7x \cdot 5 \cdot 8x$
i) $18r : 6 \cdot 1{,}5r$ **j)** $24x^2 \cdot \frac{2}{5}x^2 \cdot 5x^2$
k) $p \cdot r \cdot 12q \cdot 4w : 6 \cdot w$
l) $12r - 5m + 7x - 4 + 7m - 14r - 6$
m) $\frac{1}{3}m + 4n - 7o + 2p + \frac{4}{3}m + 6o + 5n$

6 Lege aus den Karten einen Term, der für $x = 4$ $(-10; \frac{1}{2}; 0)$ einen möglichst großen Wert ergibt.



7 Übertrage in dein Heft und vervollständige die Lücke.

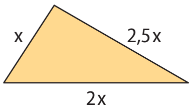
a) $4l \cdot \square \cdot 3n = 12lmno$
b) $4ab + 3a\square - 2ac + \square = 7ab + 8ac$
c) $x \cdot 189y \cdot z \cdot \square = 17x^3yz^3$
d) $15t \cdot 5r : 3 \cdot (-2s) : \square = -5rst$
e) $s \cdot 0{,}7st \cdot \square = 2{,}1s^2t^2u$
f) $7k \cdot \frac{1}{2}lt \cdot (-4k) : \square = -70lt$

8 Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich.

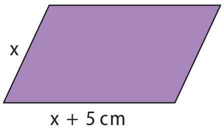
a) $(a + b) - 128$ **b)** $(3f - 12g) \cdot (-1)$
e) $0{,}25 \cdot (4 - 36t)$ **f)** $(128 + 2x) : 16$
c) $x \cdot (76y + 1212z)$ **d)** $-14 - (y + 8)$
g) $3x + (2y + (-3x))$ **h)** $\frac{4}{17} \cdot (153x + 85)$

9 Stelle jeweils eine Gleichung auf und ermittle alle Seitenlängen.

a) Der Umfang des Dreiecks ist 22 cm lang.



b) Die Umfangslänge des Parallelogramms beträgt 82 cm.

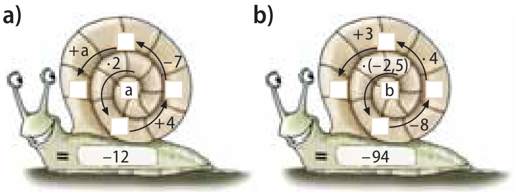


6 Trainingsrunde: Kreuz und quer

10 Die Mittelfeldspieler in der Fußball-Nationalmannschaft schossen in den letzen 10 Jahren etwa dreimal so viele Tore wie die Verteidiger. Beide zusammen schossen 20 Tore weniger als die Stürmer. Insgesamt wurden in diesem Zeitraum etwa 360 Tore geschossen. Wie viele Tore schossen die Stürmer?

11 Stelle eine Gleichung auf und löse (D = $\mathbb{Q}$).

a) **b)**



12 In die Hausaufgabe haben sich Fehler eingeschlichen. Finde und verbessere sie.

a)
$5x + 15 = 85$
$:5 \quad x + 15 = 17 \quad -1$
$-15x \quad x = 2 \quad -23x$

b)
$36 + 2x = 48$
$-36 \quad 2x = 12 \quad -36$
$:2 \quad x = 24 \quad :2$

c)
$15\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 38\frac{3}{4} \quad -16$
$-16 \quad x = 22\frac{3}{4}$

13 Stelle einen Term auf und vereinfache.

Multipliziere die Differenz aus 72 und 21c mit 3x.

Subtrahiere die Summe aus 8r und 2s von 7t.

Dividiere die Summe aus 176e und 64c durch 8.

14 Bestimme die Lösungsmenge im angegebenen Zahlenbereich. Erinnere dich:
$\mathbb{N}$ = Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{Z}$ = Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$ = Menge der rationalen Zahlen

a) $17 - 6 = 2x + 8$; $D = \mathbb{Q}$
b) $7s + 3 = 0$; $D = \mathbb{Q}$
c) $6y = y - 50$; $D = \mathbb{Z}$
d) $31 + 2x = 9$; $D = \mathbb{Z}$
e) $25 + 4t = -12 + 4t$; $D = \mathbb{Q}$
f) $5p + 6 = 6$; $D = \mathbb{N}$
g) $36 + 8x = -17$; $D = \mathbb{Q}$
h) $23y + 9 = y - 7 + 6y$; $D = \mathbb{Q}$

15 Bestimme die Lösungsmenge im Bereich der rationalen Zahlen.

a) $19 - x = 5\,(x - 4) - x$
b) $7y + (y + 6) \cdot 3 = 2\left(\frac{1}{2}y + 1\right)$
c) $(2z - 3) = 7 - \left(\frac{1}{2}z - \frac{1}{2}\right)$
d) $2q + 4 = 0{,}3q - 1\frac{2}{5}$

16 Vereinfache die Terme möglichst weitgehend.

a) $21 \cdot (x - y) - 2 \cdot (x - y)$
b) $6 \cdot (x - y) + 3 \cdot (y - x)$
c) $21 \cdot (x - y) - (x + y)$
d) $33x - 5x - (x - 2y)$
e) $x - 5 \cdot (1 - 0{,}95x)$
f) $(x + y) \cdot 2 + (4x - 16y) : 2$
g) $3{,}9 : 3 + (-1{,}5x + 2{,}5y) : 5$
h) $44x : (-4) + 3 \cdot (-x - 3)$

17

Ich kann Gedanken lesen: Denke dir eine Zahl. Multipliziere diese Zahl mit 6 und ziehe das Ergebnis vom Achtfachen der gedachten Zahl ab. Sage mir dein Ergebnis, dann sage ich dir, welche Zahl du dir gedacht hast. Versuche mithilfe einer Gleichung dem Trick auf die Spur zu kommen. Erfinde selbst ähnliche Rätsel.

18

Differenzen zu 1000:
1000 − 995 = 5 1000 − 888 = 112
Differenz aus 888 und 5: 883
Produkt aus 5 und 112: 560
Ergebnis: 883 560

In der in Indien entwickelten „Vedischen Mathematik“ gibt es ein besonderes Multiplikationsverfahren. Wir stellen es am Beispiel 995 · 888 vor.

- **a)** Beschreibe das Vorgehen in Worten.
- **b)** Berechne auf ähnliche Weise 97 · 89 und 998 · 889.
- **c)** Versuche, das Vorgehen zu begründen.

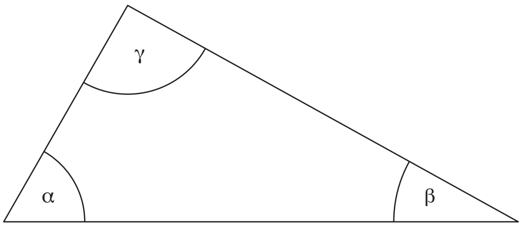
19 Jeweils ein Term aus dem ersten Rechteck multipliziert mit einem Term aus dem zweiten Rechteck ergibt nach Vereinfachung einen Term aus dem dritten Rechteck. Finde fünf solche „Trios“ und erkläre deine Vorgehensweise.

x + 5, x + 6, x − 3, x + 2, x − 6

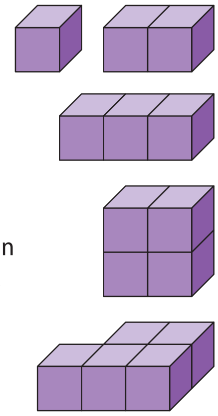
x + 3, x − 2, x + 1, x − 1, x − 3

$x^2 - 5x - 6$, $x^2 - 9$, $x^2 + 4x - 12$, $x^2 - x - 6$, $x^2 + 4x - 5$

20 In einem Dreieck ist der Winkel α doppelt so groß wie der Winkel β und 50° kleiner als γ. Bestimme die Größe aller Winkel des Dreiecks.

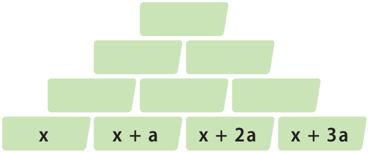


21 Bei einem Würfel sind sechs Flächen sichtbar. Wenn du Würfel aneinander klebst, ändert sich die Zahl der sichtbaren Flächen der einzelnen Würfel.



- **a)** Wenn man zwei Würfel aneinander klebt, sind zehn Seiten sichtbar. Bestimme, wie viele Seiten sichtbar sind, wenn man x Würfel in einer Reihe aneinander klebt.
- **b)** Gib an, wie man sechs Würfel aneinander kleben muss, damit möglichst wenige (möglichst viele) Flächen sichtbar sind.
- **c)** Gib einen Term an, wie viele Seiten bei einer geraden Zahl von Würfeln, die in einer Ebene aneinander geklebt werden, mindestens sichtbar sind (x ist die Zahl der Würfel). Begründe, wie sich der Term verändert, wenn man eine ungerade Zahl von Würfeln nimmt.
- **d)** Kann es sein, dass durch das Hinzufügen eines Würfels die Zahl der sichtbaren Flächen kleiner wird? Erkläre deine Antwort.
- **e)** Beschreibe Beziehungen zwischen der Zahl der Würfel, der Art der Anordnung und der Zahl der sichtbaren Flächen.

22



- **a)** Wähle eine natürliche Zahl a, z. B. a = 3. Berechne mit dieser Zahl die Additionsmauer. Der Term eines Steines ergibt sich aus der Summe der Terme der beiden darunterliegenden Steine. Berechne danach die Termmauer mit der Variablen a.
- **b)** Ändert sich der Deckstein, wenn du die Reihenfolge der Basissteine veränderst? Erkläre deine Antwort.
- **c)** Welche Regelmäßigkeiten kannst du auf den verschiedenen Stockwerken erkennen?

6 Am Ziel

Aufgaben zur Einzelarbeit

☺ Das kann ich!	😐 Das kann ich fast!	☹ Das kann ich noch nicht!

1 **Teste dich!** Bearbeite dazu die folgenden Aufgaben und bewerte die Lösungen mit einem Smiley.

2 Hinweise zum Nacharbeiten findest du auf der folgenden Seite, die Lösungen findest du im Anhang.

1 Berechne die folgenden Terme für …

1 $x = 11$ **2** $x = -4{,}5$.

a) $31 \cdot x$ **b)** $5 + x \cdot 7$ **c)** $19{,}8 : x$

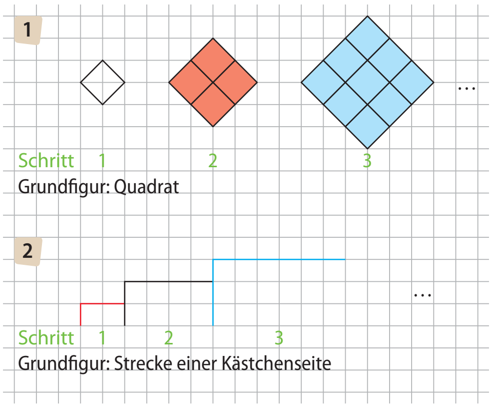
2 Stelle einen Term auf, mit dem man den Umfang bestimmen kann, und vereinfache so weit wie möglich.

a) Bei einem Parallelogramm ist eine Seite dreimal so lang wie die andere.

b) Bei einem Drachenviereck ist die längere Seite 6,5 cm länger als die andere Seite.

c) Bei einem gleichschenkligen Dreieck ist die Basis ein Fünftel mal so groß wie beide Schenkel zusammen.

3



a) Übertrage die dargestellte Folge in dein Heft und setze sie um drei weitere Schritte fort.

b) Gib einen Term an, mit dem man die Anzahl der Grundfiguren für einen beliebigen Schritt beschreiben kann.

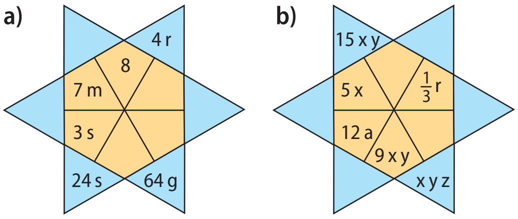
4 Ordne und vereinfache so weit wie möglich.

a) $5x + r - j + 3e - 8x + 7r - 12j$

b) $\frac{2}{3}tq + 7t + 3q - 2\frac{1}{3}t + t - 2q$

c) $-3x + 2x - 7y + 5y + y + x - 2y$

5 Fülle die Lücken aus. Eine Sternzacke ist das Produkt der beiden angrenzenden Bereiche.



6 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $5m \cdot 213t : 15$ **b)** $x \cdot 4y \cdot 3a : 6$

c) $30r : 12 \cdot 4s$ **d)** $21 \cdot 4x : 28$

e) $z \cdot 2y \cdot 3x : 18$ **f)** $8c : \frac{1}{2} \cdot 9ab$

7 Löse die Klammern auf und vereinfache.

a) $0{,}4 \cdot (5 - 25r)$ **b)** $(56 + 3{,}5s) : 7$

c) $6x + (2y + (-7x))$ **d)** $\frac{1}{4} \cdot (26 + 92p)$

e) $q \cdot (34r + 108s)$ **f)** $(a - b) - 15$

8 Gib an, für welche Zahlenbereiche $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ die Gleichung lösbar ist und für welche nicht.

a) $3a + 7 = -14$ **b)** $x - 8 = 4 - x$

c) $8y - 3 = 8 - 2y$ **d)** $-b + 15 = 12 - b + 3$

e) $5e - 7 = -17 + 5e$ **f)** $2f + 4 = 6f + 9$

9 Bestimme die Lösungsmenge im Bereich der ganzen Zahlen.

a) $6x + 5 = x - 7 + 3x$ **b)** $y + 5 = -3{,}8$

c) $\frac{1}{2}z + 19{,}5 = -3$ **d)** $-4a + 18 = 4a - 7$

e) $1 + 2a + 5 = 2a + 6$ **f)** $3c + 37{,}5 = -3c + 37{,}5$

10 Löse im Bereich der rationalen Zahlen.

a) $-1 + \frac{1}{4}x = -x$ **b)** $+\frac{1}{2}x - 5 = -\frac{1}{2}x + 5$

c) $\frac{y}{2} = y + 15$ **d)** $0{,}4y - 7 = -\frac{1}{5}y - 3$

e) $\frac{2}{3} \cdot (6x - 4{,}5) = 10$ **f)** $2 \cdot (r - 6) = 5 - (r + 1)$

g) $2 \cdot \left(3s + \frac{1}{4}\right) = s + 8 \cdot (s - 3)$

11 Ergänze so, dass die Rechnung stimmt.

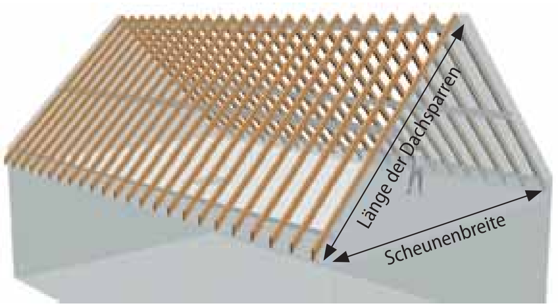
a) $2x + \square = 2\frac{1}{2}x$ **b)** $\square + 1 - \frac{1}{3}s = 1 + 3s$

c) $2 \cdot \left(\square + \frac{2}{7}v\right) = \frac{2}{9}u + \square\, v$

d) $(28 + 5t) : \square = \square - 1{,}25t$

12 Für einen Dachgiebel in Form eines gleichschenkligen Dreiecks benötigt Bauer Reusch Dachsparren. Er denkt über verschiedene Scheunenbreiten nach. In der Konstruktion sollen aber die Dachsparren jeweils dreimal so lang sein wie ein Viertel der Scheunenbreite. Bauer Reusch möchte die Scheune entweder 14 m, 15 m oder 16 m breit bauen. Bestimme jeweils die Länge der Dachsparren.

13 Ein Quader ist doppelt so lang wie breit und dreimal so hoch wie lang. Wie lang sind die einzelnen Seiten, wenn alle Kanten des Quaders zusammen 72 cm lang sind? Stelle eine Gleichung auf und löse.



Aufgaben für Lernpartner

1 Bearbeite diese Aufgaben zuerst alleine.

2 Suche dir einen Partner und erkläre ihm deine Lösungen. Höre aufmerksam und gewissenhaft zu, wenn dein Partner dir seine Lösungen erklärt.

3 Korrigiere gegebenenfalls deine Antworten und benutze dazu eine andere Farbe.

Sind folgende Behauptungen **richtig** oder **falsch**? Begründe.

A Eine Variable in einem Term kann man durch eine beliebige Zahl ersetzen.

B $3 \cdot x$ multipliziert mit x ergibt $4 \cdot x$.

C Das Kommutativgesetz besagt, dass man innerhalb eines Terms in beliebiger Reihenfolge rechnen darf.

D Die Multiplikation beider Seiten einer Gleichung mit null ist eine Äquivalenzumformung.

E Es gibt Gleichungen, die für bestimmte Zahlenbereiche lösbar sind, für andere jedoch nicht.

F Bei Gleichungen mit Klammern löst man zunächst die Klammern auf jeder Seite auf.

G Der einzige Weg zum Lösen einer Sachaufgabe ist das Aufstellen eines Terms oder einer Gleichung.

H Ausklammern bringt eigentlich nichts, weil man den Wert des Terms nicht ändert.

I Durch das Vereinfachen von Termen entstehen stets zueinander äquivalente Terme.

J Jede Gleichung hat eine eindeutige Lösung.

Ich kann …	Aufgabe	Hilfe	Bewertung
Terme mit Variablen aufstellen und berechnen.	1, 2, 3, A	S. 188	☺ 😐 ☹
Terme vereinfachen.	4, C, I	S. 192	☺ 😐 ☹
Terme mit Zahlen und Variablen multiplizieren und dividieren.	5, 6, B, H	S. 194	☺ 😐 ☹
Terme mit Klammern auflösen.	7	S. 196, 198	☺ 😐 ☹
die Lösungsmenge von Gleichungen finden.	8, 9, 10, 11, D, E, F, H, J	S. 200, 202	☺ 😐 ☹
einfache Gleichungen aufstellen und lösen.	12, 13, G	S. 206	☺ 😐 ☹

6 Auf einen Blick

Seite 192

Terme vereinfachen

Beim Vereinfachen von Termen gelten die **bekannten Rechenregeln**:

1 Eine Summe aus lauter gleichen Summanden lässt sich als **Produkt** schreiben.

2 Mithilfe des Kommutativgesetzes lassen sich **Summanden ordnen**.

3 Aufgrund des Distributivgesetzes lassen sich **gleichartige Variablen zusammenfassen**.

Beispiel zu **1**:
$a + a + a + a + a = 5 \cdot a$

Beispiel zu **2**:
$a + b + a + a + b = a + a + a + b + b$
$= 3 \cdot a + 2 \cdot b$

Beispiel zu **3**:
$6 \cdot a - 4 \cdot a = (6 - 4) \cdot a = 2 \cdot a$
$-5 \cdot b - 8 \cdot b = (-5 - 8) \cdot b = -13 \cdot b$

Seite 194

Terme multiplizieren und dividieren

Ein Produkt aus Zahlen und Variablen wird vereinfacht, indem man das Produkt ordnet und dann **Zahlen mit Zahlen** und **Variablen mit Variablen** multipliziert.
Dividiert man einen Term **durch eine Zahl**, kann man mit dem Kehrwert multiplizieren.

Beispiele:

1 $16a \cdot 4 = 16 \cdot 4 \cdot a = 64a$

2 $6x \cdot 11x = 6 \cdot 11 \cdot x \cdot x = 66x^2$

3 $9x : 15 = 9 \cdot x \cdot \frac{1}{15} = 9 \cdot \frac{1}{15}x = \frac{9}{15}x = \frac{3}{5}x$

4 $28f : 7 = 28 \cdot f \cdot \frac{1}{7} = 28 \cdot \frac{1}{7} \cdot f = 4f$

Seite 196, 198

Terme mit Klamern auflösen

1 Bei der **Addition** einer Summe (Differenz) **ändern** sich die **Vorzeichen nicht** beim Entfernen der Klammer, während sie sich bei der **Subtraktion umkehren**.

2 Bei **Multiplikation** mit einer Zahl (**Division** durch eine Zahl) gilt das **Distributivgesetz**.

Beispiele:

1 $4 + (y - 2) = 4 + y - 2 = 2 + y$
$4 - (y + 2) = 4 - y - 2 = 2 - y$

2 $3 \cdot (x - 1) = 3 \cdot x - 3 \cdot 1 = 3x - 3$

oder

·	x	−1
3	3x	−3

$3 \cdot (x - 1) = 3x - 3$

Seite 200, 202

Gleichungen umformen und lösen

Gleichungen kann man auch durch Äquivalenzumformungen lösen: Oft ist es möglich, eine Gleichung so zu vereinfachen, dass die Variable auf einer Seite der Gleichung alleine steht. Dabei darf sich die Lösungsmenge der Gleichung **nicht ändern**. Es gilt:

- Man **addiert** (**subtrahiert**) auf beiden Seiten der Gleichung die gleiche Zahl oder den gleichen Term.
- Man **multipliziert** (**dividiert**) auf beiden Seiten die gleiche Zahl (die nicht null sein darf).

Alle **Zahlen**, die eine Gleichung lösen, fasst man in der Lösungsmenge L zusammen.

Löse im Bereich der ganzen Zahlen.

Beispiele: **a)**

$$\begin{array}{rrcll} -7 & 4x + 7 &=& 31 & -7 \\ :4 & 4x &=& 24 & :4 \\ & x &=& 6 & \end{array}$$

$6 \in \mathbb{Z}$ $\quad L = \{6\}$

b)

$$\begin{array}{rrcll} -10 & 5x + 10 &=& 2x - 2 & -10 \\ -2x & 5x &=& 2x - 12 & -2x \\ :3 & 3x &=& -12 & :3 \\ & x &=& -4 & \end{array}$$

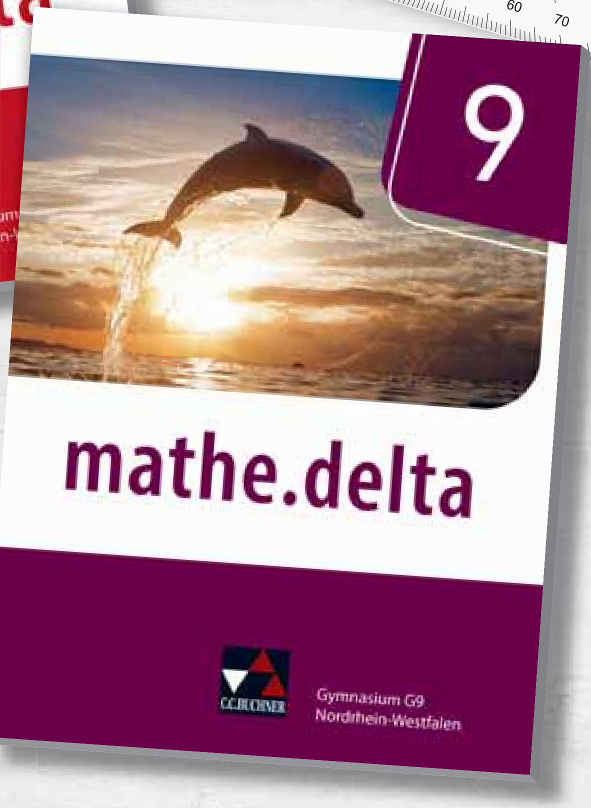
$-4 \in \mathbb{Z}$ $\quad L = \{-4\}$

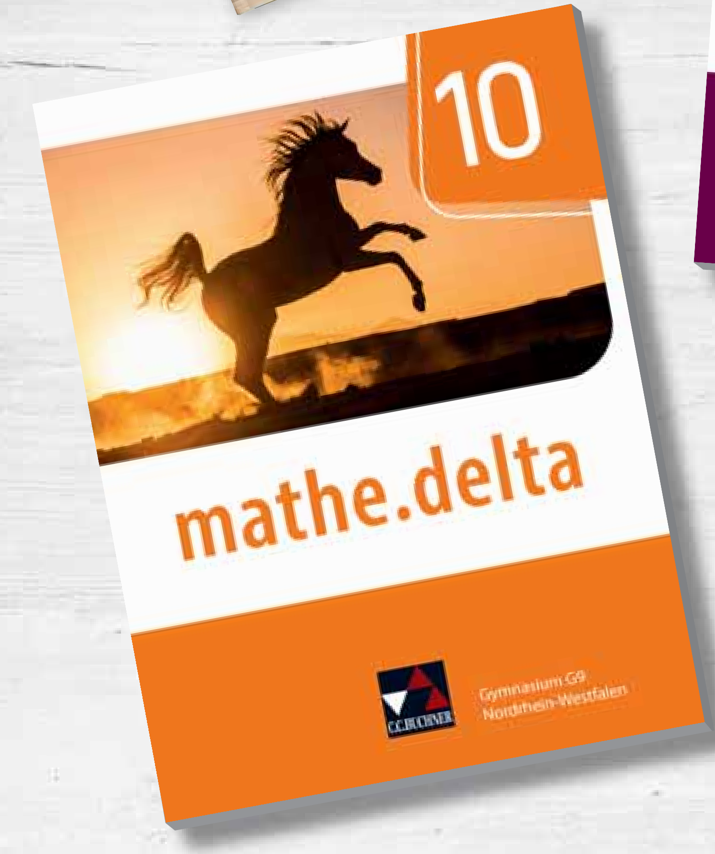
Ausblick auf die Bände 8-10

mathe.delta 8

ISBN: 978-3-661-61168-6

Erscheint im 4. Quartal 2020





mathe.delta 9

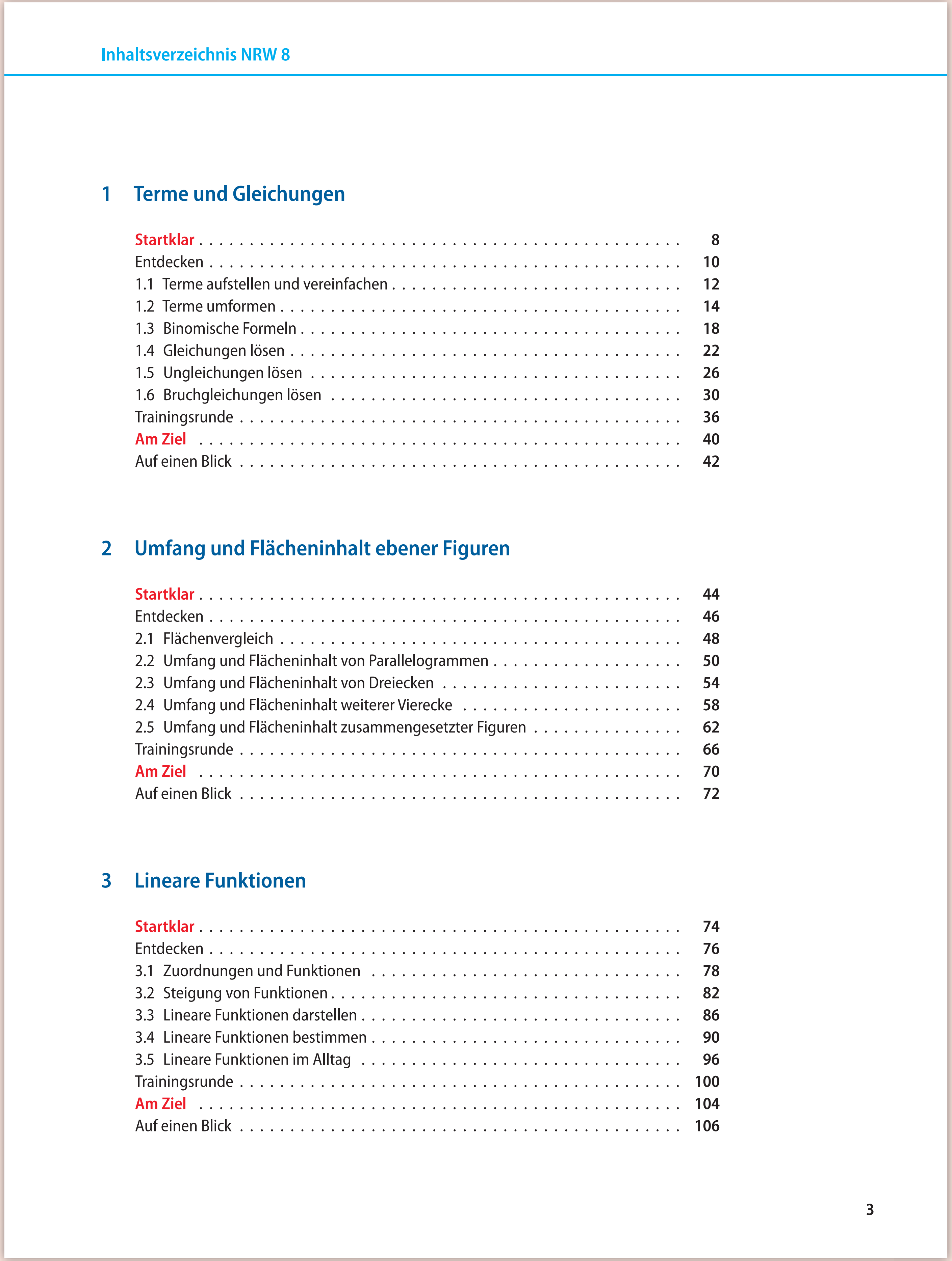
ISBN: 978-3-661-61169-3

In Vorbereitung

mathe.delta 10

ISBN: 978-3-661-61170-9

In Vorbereitung

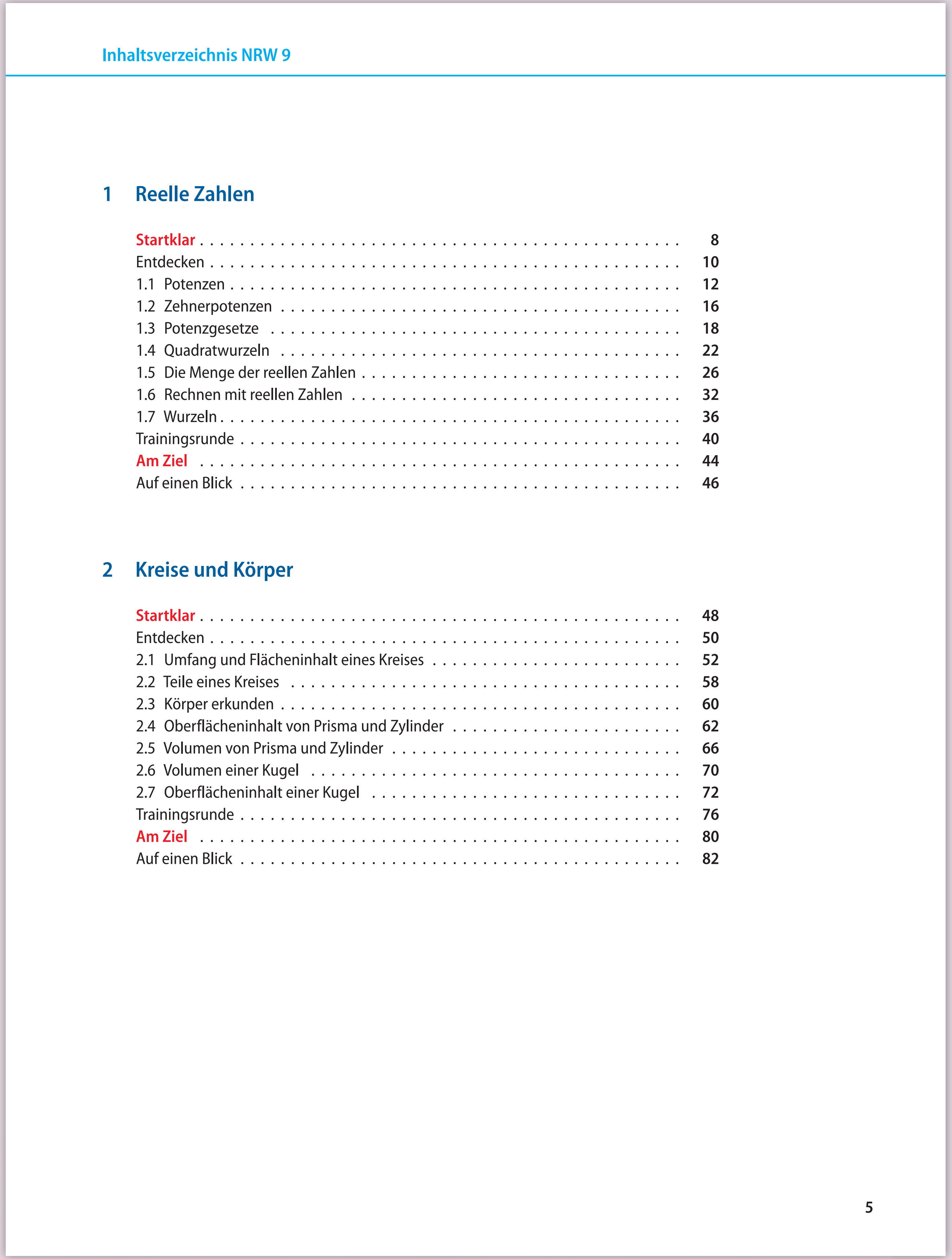


Inhaltsverzeichnis NRW 8

Inhaltsverzeichnis NRW 8

4 Lineare Gleichungssysteme

5 Zufall und Wahrscheinlichkeit



1 Reelle Zahlen

2 Kreise und Körper

3 Quadratische Funktionen

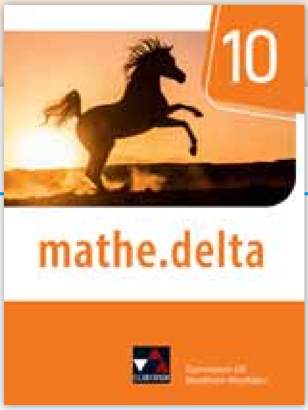
4 Quadratische Gleichungen

5 Satz des Pythagoras und seine Anwendung

1 Zentrische Streckung und Ähnlichkeit

2 Exponentialfunktionen und -gleichungen

3 Zufall und Wahrscheinlichkeit



4 Trigonometrie

5 Trigonometrische Funktionen

Sie möchten **click & study** kostenfrei für 100 Tage testen? Dann schreiben Sie bitte eine E-Mail mit Angabe der betreffenden Bestellnummer an **digitale-schulbuecher@ccbuchner.de.**

click & study
Das digitale Schulbuch

click & study bietet Ihren Schülerinnen und Schülern:

- die **vollständige digitale Ausgabe** des C.C.Buchner-Lehrwerks
- einen **modernen Reader** mit zahlreichen nützlichen Bearbeitungswerkzeugen
- einen **direkten Zugriff auf Links und Zusatzmaterialien**, die in der Printausgabe über Mediencodes zugänglich sind
- Die Möglichkeit der Freischaltung im Bildungslogin unter **www.click-and-study.de** und/oder unter **www.bildungslogin.de**
- eine **flexible Nutzung auf verschiedenen Endgeräten** (PCs, Macs, Tablets) online und auch offline via App

Die Printausgabe eines digitalen Schulbuchs ist an Ihrer Schule eingeführt?
Bei Einsendung der Rechnung erhalten Sie von uns die entsprechende Anzahl an click & study-Titeln für jeweils ab € 1,– pro Titel und Jahr. Bitte schreiben Sie eine E-Mail (mit beigefügtem Kaufbeleg) an **digitale-schulbuecher@ccbuchner.de**.

Ab Sommer 2020 können Sie Ihre Schülerinnen und Schüler über eine Verknüpfung von click & teach und click & study in Lerngruppen einladen und alle Materialien mit ihnen teilen.

click & teach
Das digitale Lehrermaterial

click & teach bietet Ihnen:

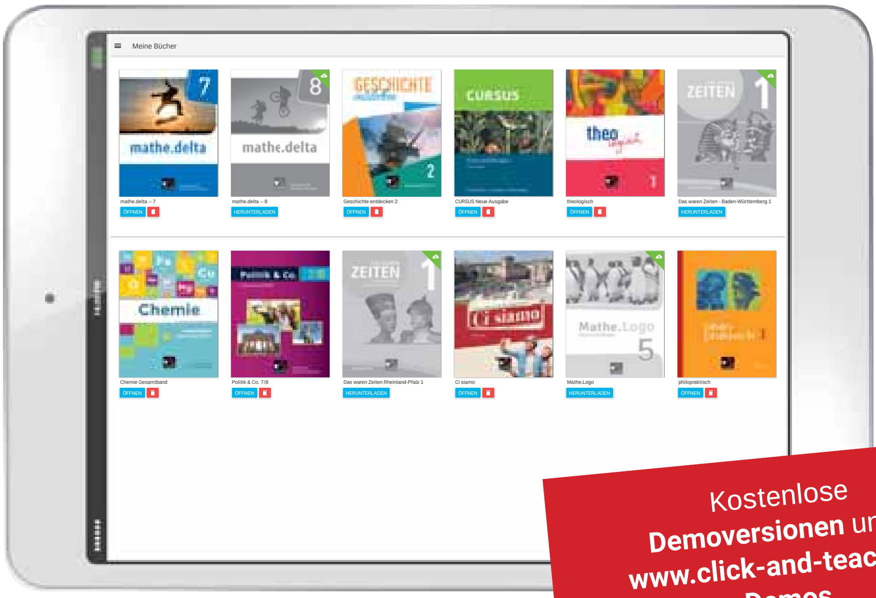
- das **vollständige digitale Schulbuch** im Zentrum der Anwendung
- methodische Hinweise, Aufgabenlösungen, Kopiervorlagen, Arbeitsblätter, Audio- und Videodateien und weitere digitale **Zusatzmaterialien** in großer Vielfalt
- eine direkte Anbindung der Materialien über Spots auf der Buchdoppelseite
- hilfreiche **Werkzeuge** zum Arbeiten mit den digitalen Schulbuchseiten: Markieren, Kopieren, Zoomen, verlinktes Inhaltsverzeichnis, Volltextsuche etc.
- eine Umgebung, in der **eigene Materialien** eingebunden und für den Unterricht genutzt werden können
- die Möglichkeit, Materialien herunterzuladen, abzuspeichern (z.B. auf einen USB-Stick) und **click & teach** offline über die passende App zu verwenden
- einen **ausdruckbaren Unterrichtsplaner**, mit dem Sie jede einzelne Stunde planen, kommentieren und mit Materialien anreichern können
- click & teach **zeitlich unbefristet** als Einzel- oder Kollegiumslizenz, mit digitalem Freischaltcode oder als Box inkl. Freischaltcode – für jeden Bedarf die passende Variante

click & teach

Das digitale Lehrermaterial

Einfach im Zugriff:

Auf **click & teach** können Sie überall und mit allen Endgeräten zugreifen, auf denen ein aktueller Internetbrowser installiert ist. Oder Sie laden sich einfach die für Ihr Endgerät passende App kostenfrei im Store herunter. Sie können die Inhalte von **click & teach** dann downloaden und offline arbeiten.



Kostenlose **Demoversionen** unter **www.click-and-teach.de/ Demos**

Und so nutzen Sie **click & teach** offline:

- Schritt 1: Öffnen Sie die Webseite **www.click-and-teach.de**.
- Schritt 2: Wählen Sie auf der Startseite das entsprechende Icon für Ihr Betriebssystem aus.

Windows

MacOS

JETZT BEI Google Play

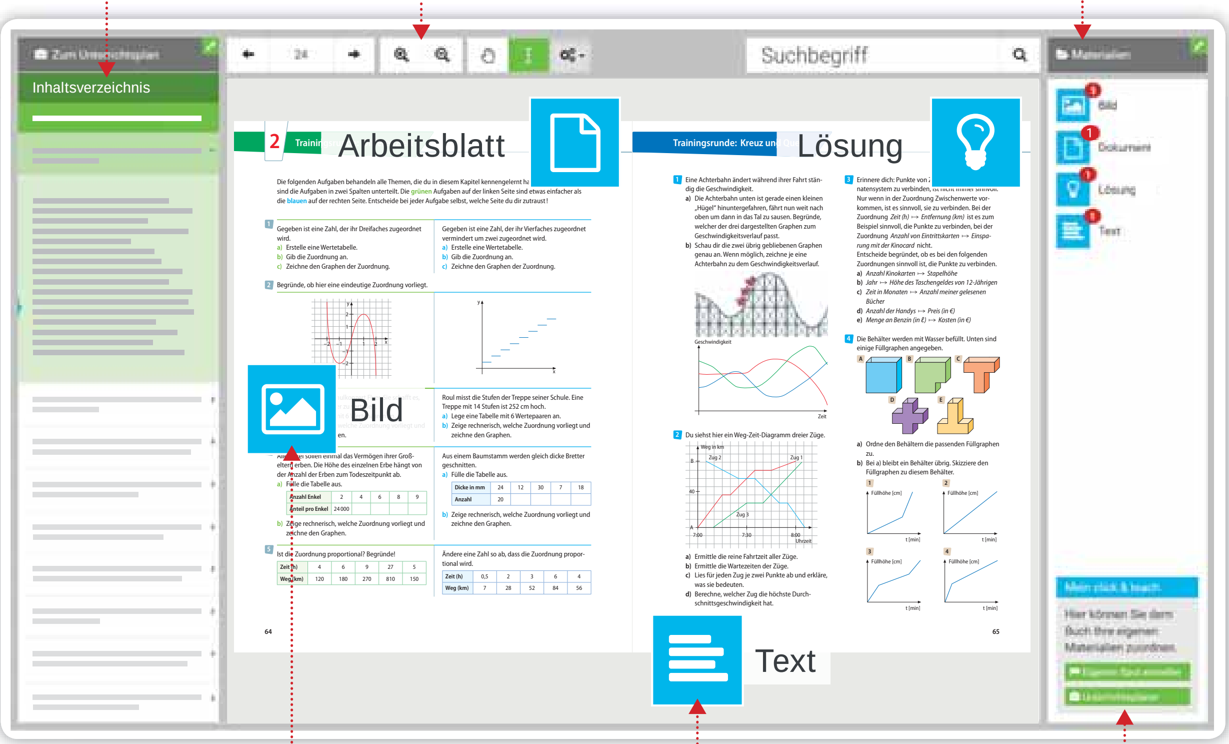
Android

Laden im App Store

IOS

- Schritt 3: Führen Sie die Installation des Programms aus.
- Schritt 4: Melden Sie sich mit den gleichen Anmeldedaten an, mit denen Sie das Onlineprodukt erworben haben.
- Schritt 5: Laden Sie sich bei funktionierender Internetverbindung Ihr Produkt durch Klick auf das ausgegraute Cover in Ihr Offline-Regal.

- Interaktives **Inhaltsverzeichnis**
- **Toolbar** mit vielen nützlichen Funktionen
- **Alle Materialien** stets im Überblick

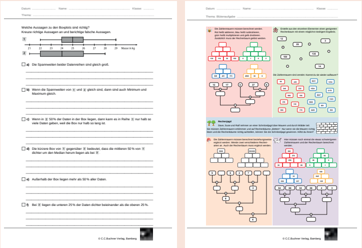


- Die **Spots** führen stets zu den passenden Materialien.
- **Mein click & teach**
  - Unterrichtsplaner
  - Eigene Materialien hochladen

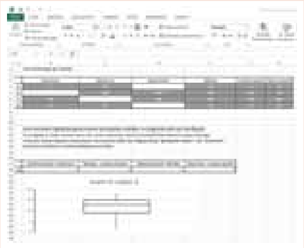
Beispielinhalte von **click & teach**:

Mathematik

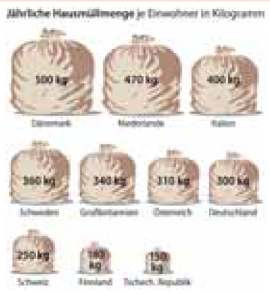
Erklärvideos



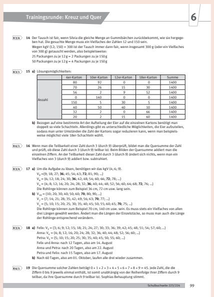
Arbeitsblätter



Excel-Aufgaben



Abbildungen



Aufgabenlösungen

GeoGebra-Aufgaben

Sie wünschen persönliche Beratung? Unser Schulberatungsteam für NRW ist für Sie da:

Jutta Schneider
Mobil: 0175 3248279
E-Mail: schneider@ccbuchner.de

Hans Schroeder
Mobil: 0171 6357092
E-Mail: schroeder@ccbuchner.de

Jörn Thielke
Mobil: 0160 1728354
E-Mail: thielke@ccbuchner.de

Sie benötigen weitere Exemplare dieser Leseprobe für Ihre Fachkonferenz?

Wir stellen Ihnen diese gern in gewünschter Stückzahl **kostenfrei** zur Verfügung. Schreiben Sie uns dazu einfach eine E-Mail an **service@ccbuchner.de** mit folgenden Angaben:

- Betreff **„T61167 Leseprobe mathe.delta 7“**
- gewünschte Stückzahl
- Privat- und Schuladresse
- Ihre Fächerkombination

C.C.BUCHNER T61167