Kann ich das noch? – Lösungen zu den Seiten 7 und 8

1. a) $L = \{-20\}$ b) $L = \{6\}$ c) $L = \{111\}$ d) $L = \{\,\}$
e) $L = \{\,\}$ f) $L = \mathbb{N}$ g) $L = \{1\}$ h) $L = \{3\}$

2. a)

Fruchtjoghurt	
Menge	Nährwert
50 g	64 kcal
150 g	192 kcal
175 g	224 kcal
275 g	352 kcal

Die Größen sind zueinander direkt proportional.

b)

Eckenanzahl eines Vielecks	Anzahl der Diagonalen
4	2
8	20
12	54
$n \in \mathbb{N}\backslash\{1; 2\}$	$[n(n-3)] : 2$

Die Größen sind zueinander weder direkt noch indirekt proportional.

c)

Radiuslänge	Kreisflächeninhalt
7 cm	$49\pi\ cm^2 \approx 154\ cm^2$
10 m	$100\pi\ m^2 \approx 314\ m^2$
≈ 6,000 cm	$113{,}1\ cm^2$
12 cm	$144\pi\ cm^2 \approx 452\ cm^2$
≈ 1,999 mm	$12{,}56\ mm^2$

Die Größen sind zueinander weder direkt noch indirekt proportional.

d)

Radiuslänge	Kreisumfangslänge
7 cm	14π cm ≈ 44 cm
10 m	20π m ≈ 63 m
≈ 65,9 dm	414 dm
12 cm	24π cm ≈ 75 cm
≈ 9,99 cm	628 mm
≈ 1,999 mm	12,56 mm

Die Größen sind zueinander direkt proportional.

e)

Pizza mit $A_{Pizza} = 0{,}072\ m^2$	
Anzahl der gleich großen Stücke	Flächeninhalt eines Stücks
12	$60\ cm^2$
8	$90\ cm^2$
3	$2{,}4\ dm^2$
2	$3{,}6\ dm^2$

Die Größen sind zueinander indirekt proportional.

3.

18 ml : (18 l) = 0,001 = 10^{-3}	$12^2 : 120^2 = 0{,}01 = 10^{-2}$	230 m : (23 000 mm) = 10	$3 \cdot 10^5 : 3\,000 = 100 = 10^2$
0,001 : 0,000001 = 1 000 = 10^3	$0{,}01^{-2} = 10^4$	0,1 m : (1 µm) = 10^5	$(4\ m)^3 : (0{,}4\ dm)^3 = 10^6$
$2\,200^2 : 0{,}484 = 10^7$	$30^4 : 0{,}00081 = 10^9$	$(10^5 \cdot 10^3) : 10^{-2} = 10^{10}$	

4. a) $L = \{-3\}$ b) $L = \{3\}$ c) $L = \{1\}$ d) $L = \{3\}$ e) $L = \{6\}$
f) $L = \{1; 3\}$ g) $L = \{\ldots; -2; -1; 1; 2; 3\}$ h) $L = \{-5\}$ i) $L = \{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\}$
j) $L = \{5\}$ k) $L = \{-1; 0; 1; 2; 3; \ldots\}$ l) $L = \{2\}$ m) $L = \{\ldots; -7; -6; -5; -4\}$

5. a) $T(x) = (x-1) + x + (x+1) = x - 1 + x + x + 1 = 3x.$
Wenn x eine natürliche Zahl ist, ist der Wert von 3x ein Vielfaches von 3 und somit durch 3 teilbar.
b) $T(y) = (y-1)y(y+1).$
Wenn y eine gerade natürliche Zahl ist, dann ist der Wert des Terms $(y-1)y(y+1)$ eine gerade Zahl, d. h. durch 2 teilbar.
Wenn y eine ungerade natürliche Zahl ist, dann ist sowohl $y-1$ wie auch $y+1$ gerade, und somit ist der Wert des Terms T(y) ebenfalls durch 2 teilbar.
c) Die Faktoren $z-1$, z und $z+1$ sind drei aufeinander folgende natürliche Zahlen, von denen stets genau eine ein Vielfaches von 3 ist; somit ist der Wert des Zählerterms durch 3 teilbar. Da er durch 2 [vgl. Teilaufgabe b)] und durch 3 teilbar ist, ist er auch durch 6 teilbar, und deshalb ist der Wert des Terms T(z) eine natürliche Zahl.

6.

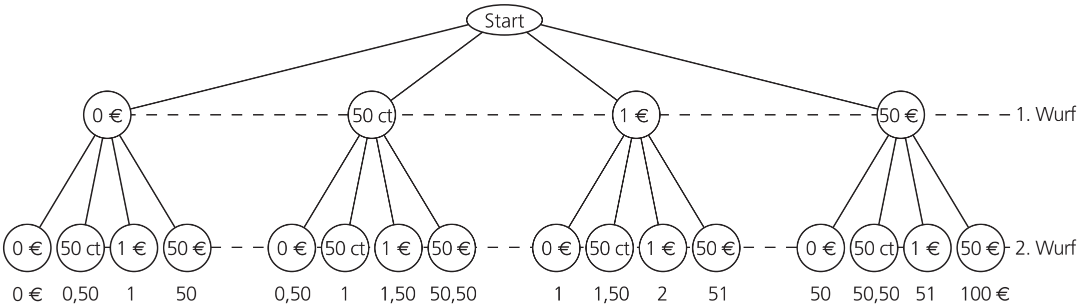
$\overline{TR} = a$	9 cm	8 cm	3 cm (2 cm)	24 cm (48 cm)	32 cm (64 cm)
$\overline{AP} = c$	3 cm	4 cm	1 cm	12 cm (24 cm)	4 cm (8 cm)
h	6 cm	6 cm	18 cm (24 cm)	2 cm (1 cm)	2 cm (1 cm)

7. **a)** $y = 2$ **b)** $x = 1$ **c)** $y = 2x$ **d)** $y = x + 1$ **e)** $y = 3x - 1$
f) Beispiele: $y = 0{,}5x + 1{,}5$; $y = 0{,}25x + 1{,}75$ **g)** $y = 2x$
Anmerkung: Bei Teilaufgabe f) gibt es unendlich viele Lösungsgeraden; ihre Steigungen sind ebenso wie ihre y-Achsenabschnitte kleiner als 2, aber positiv.

8. **a)** $L = \{(5; -3)\}$ ✓ **b)** $L = \{(3; -2)\}$ ✓ **c)** $L = \{(1; -1)\}$ ✓ **d)** $L = \{(2; 2)\}$ ✓

9. $p = 0{,}1^9$, d. i. ein zehnmillionstel Prozent

10. a)



$\Omega = \{0\ €; 50\ ct; 1\ €; 1{,}50\ €; 2\ €; 50\ €; 50{,}50\ €; 51\ €; 100\ €\}$

b) (1) $P(100\ €) = \frac{1}{16} = 6{,}25\ \%$ (2) $P(3\ €) = 0\%$ (3) $P(\text{mehr als } 1\ €) = \frac{10}{16} = 62{,}5\%$

11. $\frac{x}{25{,}5\ cm} = \frac{15\ cm}{22{,}5\ cm}$; $|\cdot 25{,}5\ cm$ (1. Strahlensatz) $x = 17\ cm$
$\frac{y}{8\ cm} = \frac{22{,}5\ cm}{15\ cm}$; $|\cdot 8\ cm$ (2. Strahlensatz) $y = 12\ cm$
$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 8\ cm \cdot 15\ cm = 60\ cm^2$; $A_2 = \frac{1}{2} \cdot 12\ cm \cdot 22{,}5\ cm = 135\ cm^2$

12. **a)** Es müssen mindestens fünfzig schwarze Würfelchen im Sack sein.
b) Es können höchstens ($50 + 3^3 =$) 77 schwarze Würfelchen im Sack sein.
c) $p_{min} = \frac{48}{125} = 38{,}4\%$; $p_{max} = \frac{75}{125} = 60\%$

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 28

1. **a)** $1{,}65\sqrt{3} \approx 2{,}86$ **b)** 9 **c)** -20 **d)** $10\sqrt{10} + 10\sqrt{5} \approx 53{,}98$

2. **a)** $\frac{\sqrt{10}}{5}$ **b)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **c)** $\frac{2\sqrt{3}}{45}$ **d)** $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}$

3. **a)** $4x\sqrt{y} - 2y\sqrt{x}$ **b)** $-4y\sqrt{x} + 2\sqrt{xy} - y + 2x\sqrt{y}$
c) $\frac{x\sqrt{2}}{2}$ **d)** $\frac{\sqrt{x}}{4}$
e) $7\sqrt{x + y}$ **f)** $2x$ **g)** 0

4. Flächeninhalt des kleinsten Quadrats: 1 cm^2
Flächeninhalt des zweitkleinsten Quadrats: 2 cm^2
Flächeninhalt des dritten Quadrats: 4 cm^2
Flächeninhalt des größten Quadrats: 8 $cm^2 = x^2$; wegen $x > 0$ ist $x = 2\sqrt{2}$ cm.

5. Die vier Intervalle sind jeweils „ineinander geschachtelt".
Mögliche Lösungen:
a) $2\frac{1}{3}$ b) π c) $\sqrt{3}$

6. a) $0,\overline{7} \in \mathbb{R}$ b) $0,\overline{7} \in \mathbb{Q}$ c) $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ d) $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$ e) $0 \in \mathbb{Z}$

7.

Die Zahl … ist Element der Menge	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
3	x	x	x	x
$-0,5$			x	x
$-\sqrt{9}$		x	x	x
0		x	x	x
$\sqrt{17}$				x
π				x
$\frac{22}{7}$			x	x
$-\sqrt{625}$		x	x	x

8. $(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$; $2\sqrt{2} - 2$; $\frac{0,5}{\sqrt{2}} = 0,25\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{0,5} - 1 = 2\sqrt{2} - 1$; $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} = 1$.
Da $2\sqrt{2} > 2\sqrt{2} - 1 > 1 > 2\sqrt{2} - 2 > 0,25\sqrt{2}$ ist, folgt
$(\sqrt{2})^3 > \frac{\sqrt{2}}{0,5} - 1 > \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} > 2\sqrt{2} - 2 > \frac{0,5}{\sqrt{2}}$.

9.

	T (in °C)	v (in $\frac{m}{s}$)	T_W (in °C)
a)	5	4	$-0,7$
b)	-15	2	$-16,3$
c)	0	6	$-10,4$

10. Länge einer Plattendiagonale: $80\sqrt{2}$ cm $\approx$ 1,13 m
230 m : $(0,8\sqrt{2}$ m$)$ = 203,29 …
165 m : $(0,8\sqrt{2}$ m$)$ = 145,84 …
Man muss etwa $2 \cdot (204 + 146) : 2 = 350$ Platten diagonal halbieren.
Insgesamt braucht man etwa $\frac{10}{9} \cdot 230 \cdot 165 : 0,8^2 \approx 66\,000$ Platten.

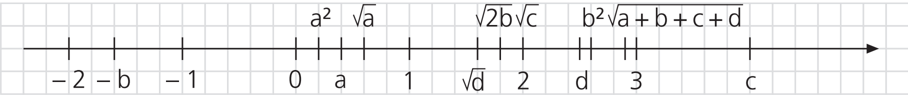
Kann ich das? – Lösungen zu Seite 50

1.

Dreieck	ABE	BCF	EBC	CEF	AED
Satz von Pythagoras	$a^2 = (x + y)^2 + c^2$	$b^2 = g^2 + y^2$	$(x + y)^2 = b^2 + e^2$	$e^2 = x^2 + g^2$	$c^2 = d^2 + b^2$

2. Länge jeder der Raumdiagonalen des Würfelinneren: $d = 10\sqrt{3}$ cm $\approx 17{,}3$ cm > 16 cm.
Der Bleistift passt also in diese Schachtel.

3.



(1) $0 < a < 1$ (in der Zeichnung ist $a \approx 0{,}4$). Also ist $a^2 < a$, hier $a^2 \approx 0{,}2$, und $\sqrt{a} > a$, hier $\sqrt{a} \approx 0{,}6$.

(2) $-2 < -b < -1$ (in der Zeichnung ist $-b \approx -1{,}6$; also ist $b \approx 1{,}6$). Hieraus ergibt sich $\sqrt{2b} > b$, hier $\sqrt{2b} \approx \sqrt{3{,}2} \approx 1{,}8$, und $b^2 > b$, hier $b^2 \approx 2{,}6$.

(3) $c > 1$ (in der Zeichnung ist $c \approx 4{,}0$). Also ist $\sqrt{c} < c$, hier $\sqrt{c} \approx 2{,}0$.

(4) $d > 1$ (in der Zeichnung ist $d \approx 2{,}5$). Also ist $\sqrt{d} < d$, hier $\sqrt{d} \approx 1{,}6$.

(5) Aus diesen Werten ergibt sich $a + b + c + d \approx 8{,}5$, also $\sqrt{a + b + c + d} \approx 2{,}9$.

4. Das rechtwinklige Dreieck LIE ist ein halbes gleichseitiges Dreieck, da $\sphericalangle$ LEI = 90° – 30° = 60° ist.

$\frac{\overline{EL}}{2}\sqrt{3} = 6$ cm; $\mid : \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad \overline{EL} = 4\sqrt{3}$ cm und $\overline{IE} = \overline{EL} : 2 = 2\sqrt{3}$ cm

Das Dreieck FID ist gleichschenklig-rechtwinklig, da $\sphericalangle$ DIF = 90° – 45° = 45° = $\sphericalangle$ IFD ist.
Somit ist das Dreieck DIL ebenfalls ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck; also ist
$\overline{LD} = \overline{IL} = 6$ cm und $\overline{ID} = 6\sqrt{2}$ cm $= \overline{DF}$ und $\overline{FI} = \left(6\sqrt{2}\text{ cm}\right) \cdot \sqrt{2} = 12$ cm.

a) $U_{FELD} = \overline{FI} + \overline{IE} + \overline{EL} + \overline{LD} + \overline{DF} = 12\text{ cm} + 2\sqrt{3}\text{ cm} + 4\sqrt{3}\text{ cm} + 6\text{ cm} + 6\sqrt{2}\text{ cm} =$
$18\text{ cm} + 6\sqrt{3}\text{ cm} + 6\sqrt{2}\text{ cm} = 6\left(3 + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\text{ cm} \approx 37\text{ cm}$

b) $A_{FELD} = \frac{\overline{FE} + \overline{LD}}{2} \cdot \overline{IL} = \frac{12\text{ cm} + 2\sqrt{3}\text{ cm} + 6\text{ cm}}{2} \cdot 6\text{ cm} = 6\left(9 + \sqrt{3}\right)\text{ cm}^2$

5. a) 1. Möglichkeit:

$m_{CA} = \frac{5-7}{-2-2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$;

$m_{BC} = \frac{7-(-1)}{2-6} = \frac{8}{-4} = -2 = -\frac{1}{\frac{1}{2}}$.

Da $m_{BC} = -\frac{1}{m_{CA}}$ ist, stehen die Strecken [BC] und [CA] aufeinander senkrecht; das Dreieck ABC ist also rechtwinklig.

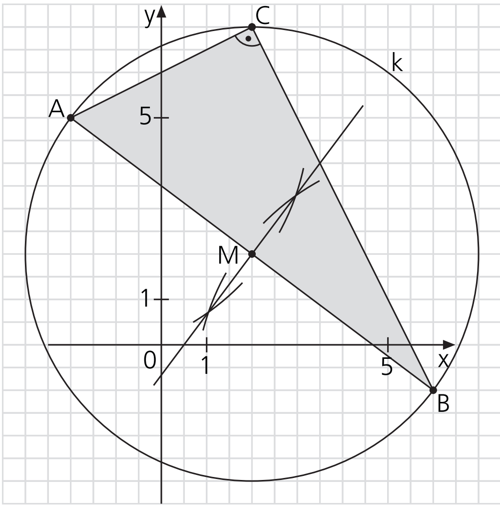
2. Möglichkeit (Längen in cm):

$\overline{AB}$: $\sqrt{[6-(-2)]^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$

$\overline{BC}$: $\sqrt{(2-6)^2 + [7-(-1)]^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\overline{CA}$: $\sqrt{(-2-2)^2 + (5-7)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Es ist 100 = 80 + 20, also $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$; somit ist nach dem Kehrsatz des Satzes von Pythagoras das Dreieck ABC rechtwinklig.



b) M (2 | 2); $r = \overline{AB} : 2 = 5$ cm.

$A_{Kreis} = (5\text{ cm})^2 \cdot \pi \approx 78{,}5\text{ cm}^2$ $\qquad A_{Dreieck\ ABC} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{CA}}{2} = \frac{\sqrt{80} \cdot \sqrt{20}}{2}\text{ cm}^2 = 20\text{ cm}^2$

Bruchteil: $\frac{A_{Dreieck\ ABC}}{A_{Kreis}} \approx \frac{20}{78{,}5} \approx 25\,\%$

6. Da die Punkte T, R und E auf einem Kreis mit Durchmesser [TR] liegen, ist das Dreieck TRE nach dem Satz von Thales rechtwinklig. Also ist $\overline{OE} = \sqrt{ab}$ (Höhensatz) und $\overline{ME} = \overline{MR} = \frac{a+b}{2}$.
Da auch im Dreieck MOE die Hypotenuse (hier [EM]) länger als jede der beiden Katheten (hier [OE] und [MO]) ist, gilt $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$, falls O ≠ M, also a ≠ b ist.
Das Gleichheitszeichen gilt, wenn das Dreieck TRE gleichschenklig-rechtwinklig, also O = M (und das Dreieck MOE in eine Strecke ausgeartet) ist.

7. a) $A_{\text{Viereck}} = \left(\frac{1 \cdot 2\frac{1}{4}}{2} + \frac{4 \cdot 2\frac{1}{4}}{2} + \frac{4 \cdot 1\frac{1}{4}}{2} + \frac{1 \cdot 1\frac{1}{4}}{2}\right)$ FE = 8,75 FE

Bruchteil: $\frac{\frac{1 \cdot 1\frac{1}{4}}{2}}{8\frac{3}{4}} = \frac{1}{14} \approx 7\%$

b) $U_{\text{Viereck}} = \left(\sqrt{1^2 + \left(2\frac{1}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(2\frac{1}{4}\right)^2 + 4^2} + \sqrt{4^2 + \left(1\frac{1}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(1\frac{1}{4}\right)^2 + 1^2}\right)$ LE =

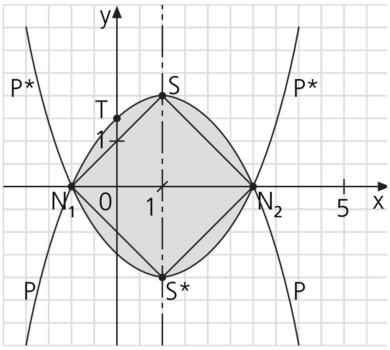
$\left(\sqrt{6\frac{1}{16}} + \sqrt{21\frac{1}{16}} + \sqrt{17\frac{9}{16}} + \sqrt{2\frac{9}{16}}\right)$ LE ≈ (2,46 + 4,59 + 4,19 + 1,60) LE = 12,84 LE

Bruchteil: $\frac{1,60}{12,84} \approx 12\%$

8. Breite (und Höhe) des liegend transportierten Gefrierschranks: 0,85 m < 0,90 m < 1,95 m; Länge jeder der Seitenflächendiagonalen des quaderförmigen Gefrierschranks: $\sqrt{2{,}25^2 + 0{,}85^2}$ m ≈ 2,41 m > 2,35 m. Der Gefrierschrank kann somit zwar in den vorgesehenen Raum gebracht, aber dort nicht aufgestellt werden.

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 86

1. a) Scheitelform des Funktionsterms: $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$
Scheitel von P: S (1 | 2); Symmetrieachse von P: x = 1
Nullstellen von f: $x_1 = -1$; $x_2 = 3$
Schnittpunkte von P mit der x-Achse: N_1 (−1 | 0); N_2 (3 | 0)
Schnittpunkt von P mit der y-Achse: T (0 | 1,5)
Die Parabel P ist nach unten geöffnet und weiter als die Normalparabel; ihr Scheitel S liegt im I. Quadranten und ist der oberste Parabelpunkt.
P verläuft durch alle vier Quadranten.

b) 

c) Gleichung von P*: $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$; Scheitel von P*: S* (1 | −2)

d) Das Viereck $SN_1S^*N_2$ ist ein Quadrat, da die Diagonalen gleich lang sind, einander halbieren und aufeinander senkrecht stehen.
$U = 4 \cdot 2\sqrt{2}$ cm $= 8\sqrt{2}$ cm ≈ 11,3 cm
$A = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$ cm $\cdot$ 2 cm = 8 cm²

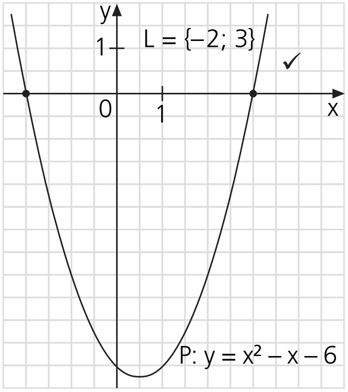
e) Schätzwert: A ≈ 11 cm²

2.

Die Parabel	ist kongruent zur Normalparabel	ist enger als die Normalparabel	ist weiter als die Normalparabel	und nach oben geöffnet	und nach unten geöffnet
P_1: $y = x^2 + 2$	x			x	
P_2: $y = 0{,}5x^2 - 2$			x	x	
P_3: $y = -2(x-1)^2$		x			x
P_4: $y = -x(x-1)$	x				x
P_5: $y = 4(x-1)^2 - 3$		x		x	

Nach unten geöffnete Parabeln:
Die Parabel P_3: $y = -2(x - 1)^2$ hat den Punkt S (1 | 0) mit der x-Achse gemeinsam.
Die Parabel P_4: $y = -x(x - 1)$ hat die Punkte O (0 | 0) und N (1 | 0) mit der x-Achse gemeinsam.
Nach oben geöffnete Parabeln:
Die Parabel P_1: $y = x^2 + 2$ hat den Punkt T (0 | 2) mit der y-Achse gemeinsam.
Die Parabel P_2: $y = 0{,}5x^2 - 2$ hat den Punkt T (0 | –2) mit der y-Achse gemeinsam.
Die Parabel P_5: $y = 4(x - 1)^2 - 3$ hat den Punkt T (0 | 1) mit der y-Achse gemeinsam.

3. a)



b) L = { } ✓ c) $L = \left\{\frac{2-\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}29; \frac{-2-\sqrt{2}}{2} \approx -1{,}71\right\}$ ✓ d) L = {5} ✓

4. Diskriminante: $D = 4 - 4k$

a) $D = 0$; wenn $k = 1$ ist, hat die Gleichung über $G = \mathbb{R}$ genau eine Lösung.

b) $D > 0$; wenn $k < 1$ ist, hat die Gleichung über $G = \mathbb{R}$ zwei Lösungen.

c) $D < 0$; wenn $k > 1$ ist, hat die Gleichung über $G = \mathbb{R}$ keine Lösung.

d) Wenn man $x_1 = 2$ in die Gleichung einsetzt, erhält man aus $2^2 + 2 \cdot 2 + k = 0$ den Wert $k = -8$. Die Gleichung lautet dann $x^2 + 2x - 8 = 0$. Aus ihrer faktorisierten Form $(x - 2)(x + 4) = 0$ ergibt sich als zweite Lösung $x_2 = -4$.

5.

Parabel	Markierte Gitterpunkte	Scheitel	Gleichung in Scheitelform	Gleichung in ausmultiplizierter Form
P_1	(–2 | 3); (–1 | 0); (0 | –1); (1 | 0); (2 | 3)	(0 | –1)	$y = (x - 0)^2 - 1$ $= x^2 - 1$	$y = x^2 - 1$
P_2	(–2 | 3); (0 | 4); (2 | 3)	(0 | 4)	$y = -0{,}25(x - 0)^2 + 4$ $= -0{,}25x^2 + 4$	$y = -0{,}25x^2 + 4$
P_3	(–1 | 0); (0 | 3); (1 | 4); (3 | 0)	(1 | 4)	$y = -(x - 1)^2 + 4$	$y = -x^2 + 2x + 3$
P_4	(0 | 0); (1 | 2); (2 | 0)	(1 | 2)	$y = -2(x - 1)^2 + 2$	$y = -2x^2 + 4x$

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 106

1. $(x + 3)(x - 7) < 0;$

$x^2 - 7x + 3x - 21 < 0;$

$x^2 - 4x + 4 - 25 < 0;$

$(x - 2)^2 - 25 < 0; \qquad | + 25$

$(x - 2)^2 < 25;$

$|x - 2| < 5;$

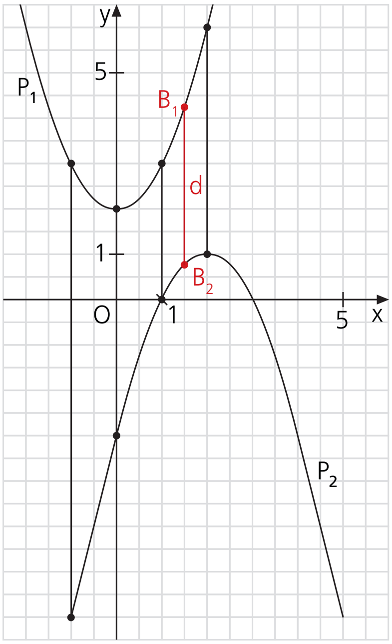
$x - 2 < 5: \qquad x < 7;$

$x - 2 > -5: \qquad x > -3$

größte ganze Zahl: $x = 6;$

kleinste ganze Zahl: $x = -2$

2.



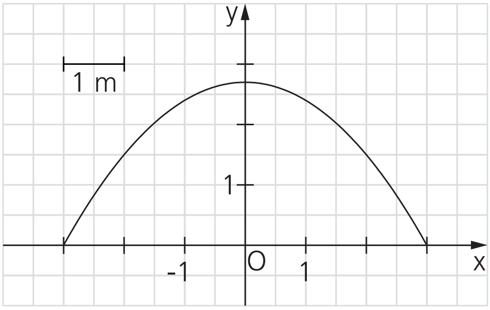
x	B_1	B_2	$\overline{B_1B_2}$
–1	(–1 I 3)	(–1 I –8)	11
0	(0 I 2)	(0 I –3)	5
1	(1 I 3)	(1 I 0)	3
2	(2 I 6)	(2 I 1)	5

Für die Länge d(x) der Strecke $[B_1B_2]$ gilt:

$$\begin{aligned} d(x) &= x^2 + 2 - [-(x - 2)^2 + 1] \\ &= x^2 + 2 + x^2 - 4x + 4 - 1 \\ &= 2x^2 - 4x + 5 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1) - 2 + 5 \\ &= 2(x - 1)^2 + 3: \end{aligned}$$

d ist am kleinsten, wenn $x = 1$ ist;

$d_{min} = 3.$

3. 

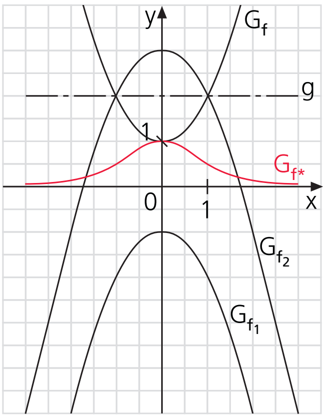
Ansatz: $y = ax^2 + 2{,}7$; $a < 0$

Koeffizient a: $0 = a \cdot 9 + 2{,}7$;
$a = -\frac{2{,}7}{9} = -0{,}3$;
Parabelgleichung: $y = -0{,}3x^2 + 2{,}7$

4. $z^2 = x^2 + (6 - x)^2$;
$z^2 = x^2 + 36 - 12x + x^2$;
$z^2 = 2x^2 - 12x + 36$;
$z^2 = 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 36$;
$z^2 = 2(x - 3)^2 + 18$:
z^2 ist am kleinsten, wenn $x = 3$ ist.
Dann gilt $z^2 = 18$, d. h. (wegen $z > 0$) $z = 3\sqrt{2}$, und die vier „abgeschnittenen" Dreiecke sind gleichschenklig-rechtwinklig mit Kathetenlänge 3 cm.
Die Seitenlänge des einbeschriebenen Quadrats beträgt dann $3\sqrt{2}$ cm ≈ 4,24 cm und sein Flächeninhalt $(3\sqrt{2}\text{ cm})^2 = 18\text{ cm}^2$.

5. **a)** Solche Dreiecke gibt es: L = {(120°; 40°; 20°)}
b) Solche Dreiecke gibt es: L = {(30°; 15°; 135°)}
c) Solche Dreiecke (mit $\alpha = 0°$ und $\beta = \gamma = 90°$) gibt es nicht.

6. **a)** $D = \mathbb{R}\setminus\{-16; 1\}$; $L = \{-8; 18\}$
b) $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$; $L = \{-3; 0\}$ ✓
Probe für $x_1 = 0$:
L.S.: $\frac{1}{1} - \frac{-1}{1} = 1 + 1 = 2$; R.S.: 2 ; L.S. = R.S. ✓
Probe für $x_2 = -3$:
L.S.: $\frac{9+6+1}{9-6+1} - \frac{-3-1}{-3+1} = \frac{16}{4} - \frac{-4}{-2} = 2$; R.S.: 2; L.S. = R.S. ✓
c) $D = \mathbb{R}\setminus\{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\}$; $L = \{-3\}$



7. **a)** $f_1(x) = -x^2 - 1$
b) $f_2(x) = -x^2 + 3$
c) f^*: $f^*(x) = \frac{1}{x^2+1}$; $D_{f^*} = D_{f^*\,max} = \mathbb{R}$;

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 122

1. a) 2 b) 3 c) 5 d) 4 e) 20 f) 20 g) 2 h) 0,2 i) $1\frac{1}{6}$ j) 7 k) 11 l) 2

2. a) $D = \mathbb{R}$; $\frac{1}{3}x^3 = 9$; $|\cdot 3$ $x^3 = 27$; $x = 3 \in D$; $L = \{3\}$

b) $D = \mathbb{R}_0^+$; $x^{\frac{3}{2}} = 27$; $x^3 = 27^2$; $x = 9 \in D$; $L = \{9\}$

c) $D = \mathbb{R}^+$; $x^{\frac{4}{3}} = \frac{25}{(\sqrt[3]{x})^2}$; $|\cdot (\sqrt[3]{x})^2$

$x^2 = 25$; $x_1 = 5 \in D$; $x_2 = -5 \notin D$; $L = \{5\}$

3. Volumen des Quaders: $a \cdot 2a \cdot 3a = 1\,296\ \text{cm}^3$
$6a^3 = 1\,296\ \text{cm}^3$; $|:6$
$a^3 = 216\ \text{cm}^3$;
$a = 6\ \text{cm}$ Kantenlängen: 6 cm, 12 cm und 18 cm
Oberflächeninhalt: $A = 2 \cdot (6\ \text{cm} \cdot 12\ \text{cm} + 6\ \text{cm} \cdot 18\ \text{cm} + 12\ \text{cm} \cdot 18\ \text{cm})$
$= 2 \cdot 396\ \text{cm}^2 = 792\ \text{cm}^2$
Raumdiagonalenlänge:
$d = \sqrt{(6\ \text{cm})^2 + (12\ \text{cm})^2 + (18\ \text{cm})^2} = \sqrt{504\ \text{cm}^2} = 6\sqrt{14}\ \text{cm} \approx 22{,}4\ \text{cm}$
Würfelvolumen:
$V_{\text{Würfel}} = (6\sqrt{14}\ \text{cm})^3 = 216 \cdot 14\sqrt{14}\ \text{cm}^3 = 3\,024\sqrt{14}\ \text{cm}^3 \approx 11{,}3\ \text{dm}^3$
Prozentsatz: $\frac{1\,296\ \text{cm}^3}{3\,024\sqrt{14}\ \text{cm}^3} = \frac{3\sqrt{14}}{98} \approx 11{,}5\%$

4. a) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$ b) $\sqrt[3]{1\,024}$ c) $\sqrt{10}$ d) $\sqrt[9]{30^3} = \sqrt[3]{30}$ e) $\sqrt[10]{5^2} = \sqrt[5]{5}$

5.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Näherungswert	2,63	5,13	3,17	4,70	2,52	22,05
Vereinfachter Term	$2 \cdot \sqrt[4]{3}$	$3 \cdot \sqrt[3]{5}$	$2 \cdot \sqrt[5]{10}$	$3 \cdot \sqrt[4]{6}$	$2 \cdot \sqrt[3]{2}$	$9 \cdot \sqrt{6}$
Näherungswert	2,63	5,13	3,17	4,70	2,52	22,05

6.

	a)	b)	c)	d)
Näherungswert	5,061	4	8	3,928
Vereinfachter Term	$7^{\frac{5}{6}}$	4	8	$2 \cdot \sqrt[38]{2^{37}}$
Näherungswert	5,061	4	8	3,928

	e)	f)	g)	h)
Näherungswert	0,794	81	3,603	1
Vereinfachter Term	$2^{-\frac{1}{3}}$	81	$3 \cdot \sqrt[6]{3}$	1
Näherungswert	0,794	81	3,603	1

	i)	j)	k)	l)
Näherungswert	2	1,147	1,732	1,587
Vereinfachter Term	2	$3^{\frac{1}{8}}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt[3]{4}$
Näherungswert	2	1,147	1,732	1,567

	m)	n)	o)	p)
Näherungswert	1,500	0,943	0,794	5,500
Vereinfachter Term	$\frac{3}{2}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt[3]{4}$	$5\frac{1}{2}$
Näherungswert	1,500	0,943	0,794	5,500

7. a) $\sqrt[3]{9}$ b) $5 \cdot \sqrt[5]{2}$ c) $4\left(\sqrt{2} - 1\right)$ d) $3 \cdot \sqrt[4]{8}$ e) $\frac{2 \cdot \sqrt[3]{x}}{x}$; $x > 0$ f) $\frac{2}{x} \cdot \sqrt[3]{4x^2}$; $x > 0$

8. a) $L = \{-1\}$ b) $L = \{100\}$ c) $L = \{2\,592\}$ d) $L = \{-2; 2\}$ e) $L = \{2; 4\}$

9. a) $\frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ b) $\frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2}$ c) $\frac{4}{9} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$ d) $\frac{4}{9} = \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{2}}$ e) $\frac{4}{9} = \left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$

10. Mögliche Lösungen:
a) $2 > \sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{4} > \sqrt[3]{2}$ b) $-1 < -\sqrt{0,5}$; $-\sqrt[4]{2} < -\sqrt{0,5}$ c) $1 > \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$; $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} > \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

11. Mögliche Lösungen:
a) $x_1 = 1$; $x_2 = 0$ b) $x_1 = 2$; $x_2 = 10$ c) $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1}{10}$
d) $x_1 = 2$; $x_2 = 16$ e) $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{1}{4}$ f) $x_1 = 2$; $x_2 = 8$

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 140

1. a) $\beta = 90° - 27° = 63°$; $b = 4{,}5\text{ cm} \cdot \tan 63° \approx 8{,}8\text{ cm}$; $c = \frac{4{,}5\text{ cm}}{\sin 27°} \approx 9{,}9\text{ cm}$
$U \approx 23{,}2\text{ cm}$; $A \approx 19{,}9\text{ cm}^2$

b) $\sin \beta = \frac{8}{17}$; $\beta \approx 28{,}1°$; $\alpha = 90° - \beta \approx 61{,}9°$; $a = \sqrt{17^2 - 8^2}\text{ dm} = 15\text{ dm}$
$U = 40\text{ dm}$; $A = 60\text{ dm}^2$

c) $h = 3{,}5\text{ cm} \cdot \sin 20° \approx 1{,}20\text{ cm}$
$c_2 = 3{,}5\text{ cm} \cdot \cos 20° \approx 3{,}29\text{ cm}$
$\sin \alpha = \frac{h}{2\text{ cm}}$; $\alpha \approx 36{,}8°$; $c_1 = 2\text{ cm} \cdot \cos \alpha \approx 1{,}60\text{ cm}$
$U \approx 10{,}4\text{ cm}$; $A \approx 2{,}93\text{ cm}^2$

2. $\sin \alpha < \sin \beta < \sin \gamma < \sin \delta < \sin \varepsilon$
$\cos \varepsilon < \cos \delta < \cos \gamma < \cos \beta < \cos \alpha$
$\tan \alpha < \tan \beta < \tan \gamma < \tan \delta < \tan \varepsilon$

3.

$\sin\varphi$	$\frac{8}{17}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,8	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{9}{41}$	$\frac{11}{61}$
$\cos\varphi$	$\frac{15}{17}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,6	$\frac{1}{2}$	$\frac{40}{41}$	$\frac{60}{61}$
$\tan\varphi$	$\frac{8}{15}$	$\frac{5}{12}$	1	$\frac{4}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{11}{60}$

4. a) $\sin\alpha$ b) 1 c) 1

5. $\tan\alpha = 0{,}29$; $\alpha \approx 16{,}2°$; $x = s \cdot \cos\alpha \approx 21{,}1$ m; $y = s \cdot \sin\alpha \approx 6{,}1$ m;
$h + y = x \cdot \tan 52°$; $h \approx 21$ m

6. $y = 40$ ft $\cdot \tan 28° \approx 21{,}3$ ft; Höhe des Hauses: $21{,}3$ ft $+ 6$ ft $= 27{,}3$ ft $\approx 8{,}3$ m
Marys Ergebnis ist (auf m gerundet) richtig.

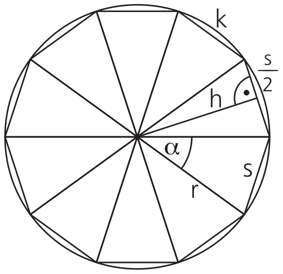
7. a) $\alpha = 360° : 10 = 36°$

b) $\frac{s}{2} = 10\text{ cm} \cdot \sin 18°$; $s \approx 6{,}18$ cm

c) $h = 10\text{ cm} \cdot \cos 18° \approx 9{,}51$ cm;

$A_{\text{Zehneck}} = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot s \cdot h \approx 294\text{ cm}^2$

$A_{\text{Kreis}} \approx 314\text{ cm}^2$; Bruchteil: $\frac{294}{314} \approx 94\%$



Kann ich das? – Lösungen zu Seite 160

1. a) $p_a = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{36} \approx 3\%$

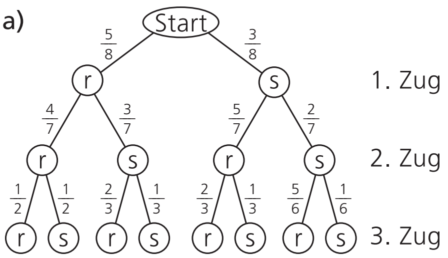
b) $p_b = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{72} \approx 35\%$

c) $p_c = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{91}{216} \approx 42\%$

d) $p_d = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{8} \approx 88\%$

e) $p_e = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{216} \approx 12\%$

2. a)

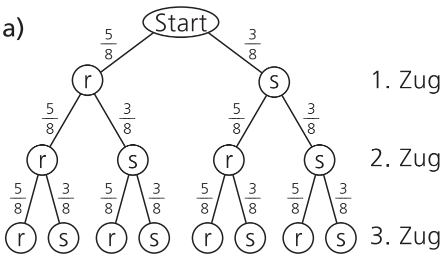


b) (1) $P(\text{rrr; sss}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{56} \approx 20\%$

(2) $P(\text{rrs; rsr; srr}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{15}{28} \approx 54\%$

(3) $P(\text{rsr; srs}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{15}{56} \approx 27\%$

3. a)



b) (1) $P(\text{rrr; sss}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{19}{64} \approx 30\%$

(2) $P(\text{rrs; rsr; srr}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{225}{512} \approx 44\%$

(3) $P(\text{rsr; srs}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{64} \approx 23\%$

4. In einer Urne sind 12 schwarze und 88 weiße Kugeln. Es wird zehnmal je eine Kugel mit Zurücklegen gezogen.
Bei einmaligem Ziehen:
Ziehen einer schwarzen Kugel („Es treten Nebenwirkungen auf."): $p_s = 0{,}12$
Ziehen einer weißen Kugel („Es treten keine Nebenwirkungen auf."): $p_w = 0{,}88$
Bei zehnmaligem Ziehen:
P(„Zehnmaliges Ziehen einer weißen Kugel") = $0{,}88^{10} \approx 28\%$
P(„Ziehen mindestens einer schwarzen Kugel") = $1 - 0{,}88^{10} \approx 72\%$

5. **a)** In der Urne befinden sich 49 rosa Kugeln und 51 hellblaue Kugeln.
Es wird zehnmal je eine Kugel mit Zurücklegen gezogen.

b) (1) $0{,}51^{10} \approx 0{,}12\%$
(2) $10 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}51^{9} \approx 1{,}14\%$
(3) $1 - 0{,}51^{10} \approx 99{,}88\%$

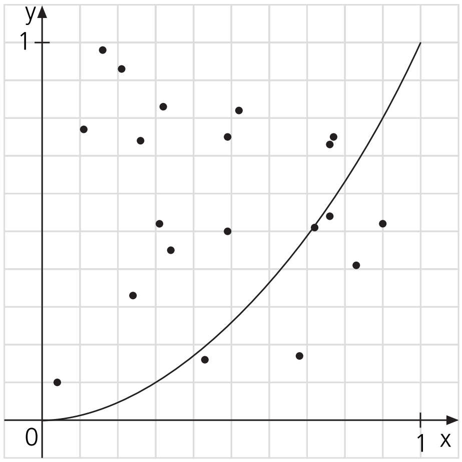
6. Lage der zwanzig „Zufallspunkte":

x	0,76	0,90	0,49	0,32	0,43	0,52	0,76	0,24	0,31	0,16
y	0,54	0,52	0,50	0,83	0,16	0,82	0,73	0,33	0,52	0,98
o			x	x		x	x	x	x	x
u	x	x			x					

x	0,83	0,72	0,26	0,34	0,77	0,04	0,21	0,49	0,68	0,11
y	0,41	0,51	0,74	0,45	0,75	0,10	0,93	0,75	0,17	0,77
o			x	x	x	x	x	x		x
u	x	x							x	

(o: Der Punkt liegt oberhalb des Parabelbogens. u: Der Punkt liegt unterhalb des Parabelbogens)

Absolute Häufigkeit: k = 6
Relative Häufigkeit: $\frac{k}{n} = \frac{6}{20} = 0{,}30$

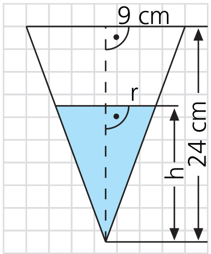


Kann ich das? – Lösungen zu Seite 196

1. **a)** $V_{Zylinder} = r^2\pi h$; $\quad r^2\pi \cdot 18\text{ cm} = 450\pi\text{ cm}^3$; $| : (18\text{ cm} \cdot \pi)$ $\qquad r^2 = 25\text{ cm}^2$; $r = 5\text{ cm}$
$A_{Zylinder} = 2r^2\pi + 2r\pi h = 2 \cdot (5\text{ cm})^2 \cdot \pi + 2 \cdot 5\text{ cm} \cdot \pi \cdot 18\text{ cm} = 230\pi\text{ cm}^2 \approx 723\text{ cm}^2$

b) Basishöhe h des gleichschenkligen Dreiecks: $h^2 = (10\text{ cm})^2 - (3\text{ cm})^2 = 91\text{ cm}^2$;
$h = \sqrt{91}\text{ cm} \approx 9{,}54\text{ cm}$
$V = 36\sqrt{91}\text{ cm}^3 \approx 343\text{ cm}^3$; $\quad A = 6\sqrt{91}\text{ cm}^2 + 312\text{ cm}^2 \approx 369\text{ cm}^2$

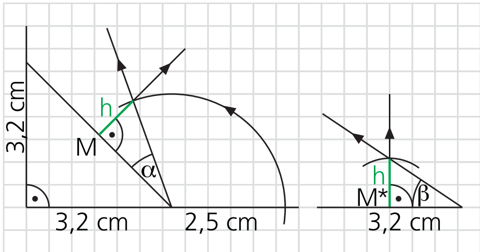
c) $V_{Restkörper} = V_{Zylinder} - V_{Kegel} = \frac{448}{3}\pi\text{ dm}^3 \approx 469\text{ dm}^3$
Mantellinienlänge s des Kegels: $s^2 = (8\text{ dm})^2 + (3{,}5\text{ dm})^2 = 76{,}25\text{ dm}^2$; $s \approx 8{,}73\text{ dm}$
$A_{Restkörper} \approx (8\text{ dm})^2 \cdot \pi + 2 \cdot 8\text{ dm} \cdot \pi \cdot 3{,}5\text{ dm} + 8\text{ dm} \cdot \pi \cdot 8{,}73\text{ dm} \approx 596\text{ dm}^2$



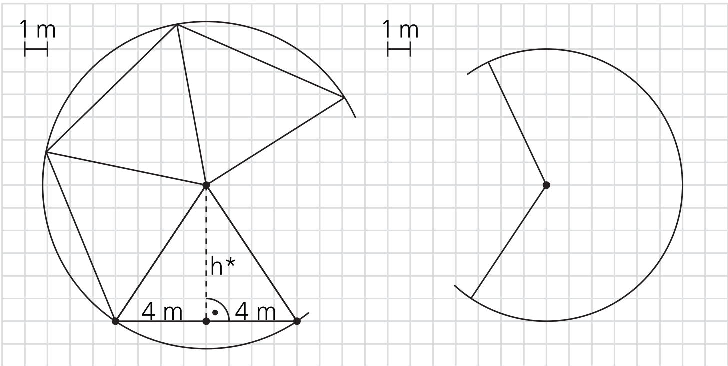
d) $V_{Messbecher} = \frac{1}{3} \cdot (9\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 24\text{ cm} = 648\pi\text{ cm}^3 \approx 2\,036\text{ cm}^3 = 2{,}036\text{ l} \approx 2\text{ l}$
Schätzung: Individuelle Lösungen
Rechnung: (1) $\frac{1}{3} r^2 \cdot \pi \cdot h = 500\text{ cm}^3$ (Kegelvolumen)
(2) $\frac{r}{9\text{ cm}} = \frac{h}{24\text{ cm}}$; $| \cdot 9\text{ cm}$ (2. Strahlensatz)
$h = \sqrt[3]{\frac{500\text{ cm}^3 \cdot 64}{3\pi}} = \frac{40}{\sqrt[3]{6\pi}}\text{ cm} \approx 15\text{ cm}$

2. **a)** Länge jeder der Quadratdiagonalen: $d = 3{,}2\sqrt{2}\text{ m}$
Pyramidenhöhe: $h^2 = (2{,}5\text{ m})^2 - [(3{,}2\sqrt{2}\text{ m}) : 2]^2 = 1{,}13\text{ m}^2$;
$h \approx 1{,}06\text{ m}$:
Das Gartenhäuschen ist etwa (1,06 m + 2,2 m ≈) 3,3 m hoch.
Umbauter Raum: $V = (3{,}2\text{ m})^2 \cdot 2{,}2\text{ m} + \frac{1}{3} \cdot (3{,}2\text{ m})^2 \cdot h \approx 26\text{ m}^3$

b) Neigungswinkel:
$\tan\alpha = \frac{h}{0{,}5d} \approx \frac{1{,}06\text{ m}}{1{,}6\sqrt{2}\text{ m}} \approx 0{,}4685$; $\alpha \approx 25°$;
$\tan\beta = \frac{h}{1{,}6\text{ m}} \approx \frac{1{,}06\text{ m}}{1{,}6\text{ m}} = 0{,}6625$; $\beta \approx 34°$

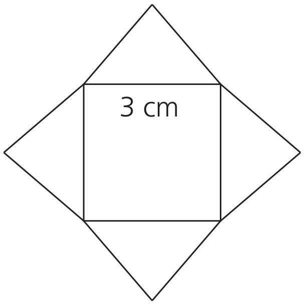


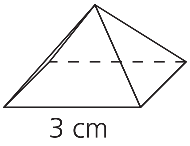
3. **a)**



b) Basishöhe h* jeder der Seitenflächen der Pyramide: $h^{*2} = h^2 + (4\text{ m})^2 = 36{,}25\text{ m}^2$; $\quad h^* \approx 6{,}0\text{ m}$
Dachflächeninhalt: $A_{Pyramidenmantel} \approx 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8\text{ m} \cdot 6{,}0\text{ m} = 96\text{ m}^2$
Mantellinienlänge des Kegels: $s = h^*$
Dachflächeninhalt: $A_{Kegelmantel} \approx 4\text{ m} \cdot \pi \cdot 6{,}0\text{ m} \approx 75\text{ m}^2$
Das Pyramidendach ist also größer als das Kegeldach.

4. a)





b) Höhe h der Pyramide: $h^2 = (2{,}5\text{ cm})^2 - (1{,}5 \cdot \sqrt{2}\text{ cm})^2 = 1{,}75\text{ cm}^2$; $h = 0{,}5\sqrt{7}\text{ cm} \approx 1{,}32\text{ cm}$
Volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot (3\text{ cm})^2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{7}\text{ cm} = \frac{3}{2}\sqrt{7}\text{ cm}^3 \approx 3{,}97\text{ cm}^3 \approx 4\text{ cm}^3$
Basishöhe h* jeder der Seitenflächen: $h^{*2} = (2{,}5\text{ cm})^2 - (1{,}5\text{ cm})^2 = 4\text{ cm}^2$; $h^* = 2\text{ cm}$
Oberflächeninhalt: $A = (3\text{ cm})^2 + 4 \cdot 0{,}5 \cdot 3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 21\text{ cm}^2$

c) $x^3 = \frac{3}{2}\sqrt{7}\text{ cm}^3$; $x = \sqrt[3]{1{,}5\sqrt{7}}\text{ cm} = \frac{1}{2}\sqrt[6]{1\,008}\text{ cm}$: die Maßzahl ist nicht rational; $x \approx 1{,}58$ cm.
oder:
$V_{\text{Pyramide}} = 3{,}97\text{ cm}^3$
$a_{\text{Würfel}} = \sqrt[3]{3{,}97\text{ cm}^3} \approx 1{,}58\text{ cm}$

5. a) $x^2 = (7\text{ m})^2 - (5\text{ m})^2 = 24\text{ m}^2$; $x \approx 4{,}90\text{ m}$
$V_{\text{Prisma}} \approx (0{,}5 \cdot 5\text{ m} \cdot 4{,}90\text{ m}) \cdot 12\text{ m} = 147\text{ m}^3$

b) $V_{\text{Prisma}} = (0{,}5 \cdot 6{,}6\text{ m} \cdot 2{,}0\text{ m}) \cdot (10{,}6\text{ m} - 2 \cdot 1{,}3\text{ m}) = 52{,}8\text{ m}^3$
$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot (6{,}6\text{ m} \cdot 1{,}3\text{ m}) \cdot 2{,}0\text{ m} = 5{,}72\text{ m}^3$
$V_{\text{Dachraum}} = V_{\text{Prisma}} + 2 \cdot V_{\text{Pyramide}} = 52{,}8\text{ m}^3 + 2 \cdot 5{,}72\text{ m}^3 = 64{,}24\text{ m}^3 \approx 64\text{ m}^3$