

**mathe.delta – Baden-Württemberg Sek II**

**mathe.delta 11/12 Basisfach**

**Fachcurriculum**

ISBN: 978-3-661-**63021**-2



Im Fachcurriculum Mathematik wird aufgezeigt, wie das Schulbuch *mathe.delta 11/12 Basisfach* **kompetenzorientierten Mathematikunterricht** konkret umsetzt und die Schülerinnen und Schüler konsequent auf die für den dreistündigen Mathematikkurs vorgesehene Abschlussprüfung, das mündliche Abitur, vorbereitet. Dabei werden als Kompetenzen sowohl die fünf (allgemeinen) prozessbezogenen Kompetenzen als auch die entlang der fünf Leitideen gegliederten **inhaltsbezogenen Kompetenzen** entsprechend des Bildungsplans für das Basisfach aufgeführt, und es wird verdeutlicht, wo und wie sie in *mathe.delta 11/12 Basisfach* abgebildet werden.

Da das Rechnen von Aufgaben, das Lösen von Problemen und die Modellierung von Realsituationen nicht hinreichend für die Schulung **prozessbezogener Kompetenzen** ist, sich Kompetenzentwicklung also nicht im reinen „Tun“ erschöpft, muss jenes „Tun“ **reflektiert und expliziert** werden; dies geschieht insbesondere in den „Nachgefragt“-Kästen und im Kontext der Vorbereitung auf die schriftlichen Klausuren und auf die mündliche Abiturprüfung. Generell sind **Operatoren**, die Herleitungen, Vorgehensweisen und Lösungswege **reflektieren**, in hohem Maße **kognitiv aktivierend** sowie **verständnisfördernd**; sie tragen in ausgezeichneter Weise zu einer guten Abiturvorbereitung bei, da im mündlichen Abitur die Operatoren „**Begründen und argumentieren**“, „**Beschreiben**“, „**Erklären und erläutern**“ sowie „**Untersuchen**“ im Vordergrund stehen. Deshalb wird im Folgenden aufgezeigt, welche Kompetenzen mit welchen Operatoren konnektiert sind, was also in expliziter Weise begründet, beschrieben, erklärt und erläutert sowie untersucht wird.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Operatoren** | | | | | | | |
| **O1** | Begründen und argumentieren | **O2** | Beschreiben | **O3** | Erklären und erläutern | **O4** | Untersuchen |

Die vielen vorgerechneten Beispielaufgaben tragen der Tatsache Rechnung, dass das **Lernen am Beispiel** bei den Schülerinnen und Schülern des Basisfachs besonders wirksam ist. Deshalb findet sich im Folgenden auch eine Auflistung derjenigen **typischen Beispielaufgaben**, die im jeweiligen Kapitel **vorgerechnet** werden.

**Kapitel 1: Erweiterung der Differentialrechnung I: Ableitungsregeln**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **mathe.delta – Basisfach** thematisiert unter den Kapitelüberschriften… | **… in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans, wie man …** | **…, wobei reflektierende Operatoren genutzt werden beim…** | **… und Beispielaufgaben vorgerechnet werden, in denen gezeigt wird, wie man …** |
| Vorwissen 1 | … lineare Funktionen untersucht und ihre Graphen zeichnet. |  | … den Term einer linearen Funktion zu gegebenen Eigenschaften bestimmt. |
| Vorwissen 2 | … quadratische Funktionen untersucht und ihre Graphen zeichnet. |  | … den Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion bestimmt. |
| Vorwissen 3 | … die Wirkung des Exponenten in Potenzfunktionen erklärt und Potenzfunktionen ableitet. |  | … auf Basis des gegebenen Graphen Aussagen über die Parameter einer Potenzfunktion macht und diese anhand von Punkten bestimmt. |
| Vorwissen 4 | … Symmetrie ganzrationaler Funktionen und deren Verhalten im Unendlichen untersucht. |  | … eine ganzrationale Funktion auf Symmetrie und ihr Verhalten im Unendlichen untersucht. |
| Vorwissen 5 | … die Ableitung erklärt. |  | … die mittlere und die momentane Änderungsrate einer Funktion bestimmt. |
| Vorwissen 6 | … Funktionen auf Monotonie und Extrempunkte untersucht. |  | … eine Funktion auf Monotonie und auf Extremstellen untersucht. |
| Vorwissen 7 | … Funktionen auf einfache und doppelte Nullstellen untersucht. |  | … die Nullstellen einer Funktion rechnerisch ermittelt. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| * 1. **Die Summen-, Faktor- und Potenzregel der Ableitung** | … die *Regel für konstanten Faktor*, die *Potenzregel* sowie die *Summenregel* zum Ableiten von Funktionstermen anwendet.  … die *Faktorregel* und die *Summenregel* anschaulich begründet.  … Graphenvon zusammengesetzten Funktionenuntersucht. | * Erläutern der Vorgehensweise bei Anwendung der Ableitungsregeln, * Stellung nehmen zur Ableitung einer Funktion, * Untersuchen auf Symmetrie, * Untersuchen einer verschobenen Funktion, * Argumentieren im Kontext der Ableitungsregeln bei gespiegelten Funktionen. | * die Tangentensteigung bestimmt; * graphisch differenziert; * auf Symmetrie untersucht; * Nullstellen bestimmt. |
| * 1. **Das Produkt von Funktionen und die Produktregel** | … die *Produktregel* zum Ableiten von Funktionstermen verwendet.  … *Graphen* von zusammengesetzten Funktionen(Produkt) untersucht. | * Entscheiden, ob der Einsatz der Produktregeln möglich und/ oder sinnvoll ist, * Nachweisen, wie ein Produkt korrekt abgeleitet wird, * begründeten Entscheiden, welcher Graph der der Ableitungsfunktion von f ist, * Erläutern, dass die Faktorregel ein Spezialfall der Produktregel ist. | * mit der Produktregel ableitet; * zu einer Ableitungsfunktion f‘ deren zugehörige (Stamm-)Funktion f bestimmt; * einfache Extremwertprobleme mithilfe der Produktregel löst. |
| * 1. **Die Verkettung von Funktionen und die Kettenregel** | … die *Kettenregel* zum Ableiten von Funktionstermen, bei denen die innere Funktion eine lineare Funktion ist, verwendet.  … Graphenvon zusammengesetzten Funktionen(Verkettung mit linearer innerer Funktion) untersucht.  … Funktionenverkettet und *Verkettungen* von *Funktionen* erkennt, falls die innere Funktion eine lineare Funktion ist. | * Untersuchen von Alltagseispielen auf Verkettungen, * Erläutern, dass die Reihenfolge bei der Verkettung zweier Funktionen eine Rolle spielt, * Beurteilen, ob die Verkettung zweier linearer Funktionen wieder eine lineare Funktion ist. | * eine Funktion als Verkettung zweier Funktionen interpretiert; * die Ableitung einer verketteten Funktion bildet; * eine verkettete Funktion auf Monotonie und Extremstellen untersucht. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| * 1. **Trigonometrische Funktionen und ihre Ableitung** | … *trigonometrische Funktionen* aus den trigonometrischen Beziehungen am Einheitskreis entstehen lässt und dabei das *Bogenmaß* mit dem *Winkelmaß* in Verbindung bringt.  … trigonometrische Funktionen untersucht und dabei Periode und Amplitude benennt sowie die Wirkung der Parameter hinsichtlich Verschiebungen und Streckungen einschätzt.  … die Ableitung trigonometrischer Funktionen bestimmt, auch unter Zuhilfenahme der Kettenregel. | * Erläutern der Konsequenzen der Übertragung der trigonometrischen Beziehungen auf den Einheitskreis, * Erläutern, wie das Bogenmaß aus dem Gradmaß entsteht, * Erläutern des Zusammenhangs von Sinus- und Kosinusfunktion, * Erläutern des Zusammenhangs der Ableitungen von Sinus- und Kosinusfunktion, * Untersuchen, ob eine Verschiebung eine Periodenläge verändert, * Argumentieren, ob die Ableitung einer Sinusfunktion sin (b ∙ x) die gleiche Amplitude hat wie die Funktion selbst. | * vom Bogenmaß ins Gradmaß umwandelt und umgekehrt; * die Lösungen einer trigonometrischen Gleichung in einem Intervall (auch graphisch) im Bogen- und Gradmaß ermittelt; * die Ableitung einer trigonometrischen Funktion bestimmt; |
| **Horizonte: Geometrische Erkenntnisse aus der Differentialrechnung** | | | |

**Kapitel 2: Erweiterung der Differentialrechnung II: Exponentialfunktion und Logarithmus**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **mathe.delta – Basisfach** thematisiert unter den Kapitelüberschriften… | **… in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans, wie man …** | **…, wobei reflektierende Operatoren genutzt werden beim …** | **… und Beispielaufgaben vorgerechnet werden, in denen gezeigt wird, wie man …** |
| Vorwissen 1 | … Die allgemeine Exponentialfunktion f mit f (x) = a ∙ bx skizziert und die Wirkung der Parameter a und b beschreibt. |  | … einem Funktionsterm begründet einen Graphen zuordnet und umgekehrt. |
| Vorwissen 2 | … allgemeine Exponentialgleichungen graphisch und rechnerisch löst. |  | … Exponentialgleichungen graphisch und rechnerisch löst. |
| Vorwissen 3 | … den Term einer allgemeinen Exponentialfunktion anhand gegebener Punkte oder Eigenschaften bestimmt. |  | … den Term einer Exponentialfunktion bestimmt, die durch vorgegebene Punkte geht. |
| Vorwissen 4 | … Funktionen auf Monotonie und Extrempunkte untersucht. |  | … Realsituationen in die Sprache der Mathematik übersetzt und für die Realsituation wichtige Punkte berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **2.2 Graphen von Exponentialfunktionen und die Wirkung von Parametern** | … charakteristische Eigenschaften der natürlichen Exponentialfunktion f mit f (x) = ex beschreibt und den Graphen unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften (z. B. waagerechte Tangente, Strebeverhalten) skizziert.  … den Einfluss der Veränderungen von Parametern bei der Funktion f mit  f (x) = a ・ bx + d auf den Graphen beschreibt (Verschiebung, Streckung, Spiegelung) und aus gegebenen Graphen Aussagen über die Parameter ableitet. | … Untersuchen, ob auch die Funktionen h mit h (x) = ek·x und k mit k (x) = ex+c mit ihrer Ableitung übereinstimmen,  … Erläutern, wie man eine Funktion f mit f (x) = ex+d rechnerisch ableitet,  … Erläutern, wie man eine Funktion f mit f (x) = ex+c rechnerisch ableitet,  … Beschreiben der wesentlichen Eigenschaften des Graphen der natürlichen Exponentialfunktion,  … Erklären des Begriffs „Asymptote“ an einem konkreten Beispiel und beim Aufzählen von Funktionenklassen, die über eine Asymptote verfügen,  … Erläutern, wie man den Graphen von f mit f (x) = ex verschieben, spiegeln, strecken oder stauchen muss, um einen vorgegebenen Graphen zu erzeugen,  … Beschreiben, wie aus dem Graphen der Exponentialfunktion f mit f (x) = ex der Graph einer vorgegebenen Funktion hervorgeht,  … Untersuchen des Graphen einer Funktion auf Symmetrie zur y-Achse und zum Ursprung,  … begründeten Zuordnen von Termen und zugehörigen Graphen,  … vergleichenden Beurteilen der Wachstumsgeschwindigkeit verschiedener Funktionen(klassen),  … Vergleichen des Einflusses der Parameter auf den Graphen bei Potenzfunktionen mit dem bei Exponentialfunktionen. | * die Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion bestimmt; * die Parameter einer allgemeinen Exponentialfunktion so bestimmt, dass ein Punkt auf dem Graphen liegt. |
| **2.3 Exponentialgleichungen und natürlicher Logarithmus** | … den (natürlichen) Logarithmus einer Zahl als Lösung einer Exponentialgleichung verwendet.  … Exponentialgleichungen graphisch löst,  … Anwendungskontexte angibt und erkennt, die auf das Lösen einer Exponentialgleichung hinauslaufen. | … Begründen, weshalb der natürliche Logarithmus ln nur für positive Zahlen definiert ist,  … Argumentieren, welche Ergebnisse beim Berechnen von Logarithmen möglich sind,  … Beurteilen, ob die Gleichung ex = e2 durch Logarithmieren gelöst werden muss,  … Begründen der Gültigkeit des Logarithmengesetzes ln (en) = n · ln (e),  … Begründen, weshalb bei bestimmten Taschenrechnereingaben Fehlermeldungen kommen,  … Beschreiben und Korrigieren von Fehlern,  … Überprüfen der Gültigkeit von Logarithmengesetzen,  … Begründen, dass es zwar keine Logarithmen von null oder von negativen Zahlen gibt, dass Logarithmen jedoch negativ sein können,  … Begründen, für welche Werte von a die Gleichung bx = a lösbar ist,  … Aufzählen unterschiedlicher Möglichkeiten, wie man Exponentialgleichungen lösen kann,  … Angeben einer Exponentialgleichung, bei der man auf den Logarithmus zur Lösung der Gleichung verzichten kann,  … Diskutieren, wie viele Schnittpunkte eine Exponentialfunktion mit einer Normalparabel haben kann. | * Terme mithilfe der Logarithmusdefinition oder der Potenz- /Logarithmengesetze vereinfacht; * Exponentialgleichungen löst, zum Beispiel, um Stellen mit geforderten Eigenschaften zu bestimmen. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **2.4 Exponentialfunktion und Logarithmus in Anwendungen** | … Kenntnisse über die Exponentialfunktion zur Modellierung außermathematischer Sachverhalte und zur Funktionsbestimmung verwendet. | … Aufzählen typischer Fragestellungen, die bei exponentiellen Wachstumsvorgängen auftreten können,  … Aufzählen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen linearem und exponentiellem Wachstum,  … Stellungnehmen zu der Aussage, dass exponentielles Wachstum stets schneller verläuft als lineares Wachstum,  … Beschreiben, wie man aus einer Wertetabelle die Funktionsgleichung eines exponentiellen Wachstumsvorgangs ermitteln kann und woran man in einer Wertetabelle lineares Wachstum erkennt,  … Aufzählen typischer Eigenschaften eines exponentiellen Wachstumsvorgangs,  … Beschreiben typischer Realsituationen, die mit einer Exponentialfunktion modelliert werden können,  … Erklären, warum es bei exponentiellem Wachstum von entscheidender Bedeutung ist, welchen Zeitraum im Wachstumsvorgang man sich anschaut,  … Beschreiben, wie man in der Funktionsgleichung B (t) = B (0)·ek·t den Parameter k sowie B (0) ermitteln kann. | * Prognosen auf Basis einer Wachstumsfunktion erstellt. |
| **Horizonte: Radioaktiver Zerfall** | | | |

**Kapitel 3: Anwenden der Differentialrechnung:**

**Extremwertprobleme und Modellieren mit Funktionen**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **mathe.delta – Basisfach** thematisiert unter den Kapitelüberschriften… | **… in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans, wie man …** | **…, wobei reflektierende Operatoren genutzt werden beim …** | **… und Beispielaufgaben vorgerechnet werden, in denen gezeigt wird, wie man …** |
| Vorwissen 1 | … zwei Gleichungen mit zwei Variablen löst. |  | … ein lineares Gleichungssystem mit dem Einsetzungs- bzw. Gleichsetzungsverfahren löst. |
| Vorwissen 2 | … die Steigung als Veränderung der y-Werte interpretiert. |  | … einem Graphen seinen zugehörigen Ableitungsgraphen zuordnet und umgekehrt. |
| Vorwissen 3 | … zwischen lokalem und globalem Extremum unterscheidet. |  | … Funktionen auf lokale bzw. globale Extrema untersucht und entscheidet, ob es sich um Minima oder Maxima handelt. |
| Vorwissen 4 | … das notwendige und das hinreichende Kriterium für Extrema anwendet. |  | … die Extrempunkte einer Funktion bestimmt. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3.1 Krümmung und Wendepunkte** | … höhere Ableitungen bei unterschiedlichen Funktionsklassen bestimmt.  … das Krümmungsverhalten von Kurven untersucht.  … Wende- und Sattelpunkte bestimmt. | … Erläutern des Zusammenhangs von Steigung und Krümmung,  … Erläutern des Zusammenhangs zwischen einem Wendepunkt des Graphen einer Funktion f und dem zugehörigen Punkt im Graphen der Ableitungsfunktion f’,  … Beurteilen, ob bei ganzrationalen Funktionen zwischen zwei Extremstellen stets eine Wendestelle liegt,  … Beschreiben des Krümmungsverhaltens des Graphen einer gegebenen Funktion f,  … Beschreiben der Veränderung der Steigung eines gegebenen Graphen,  … Erläutern, wie man einen Wendepunkt berechnen kann,  … Begründen, warum man an der zweiten Ableitung das Krümmungsverhalten erkennen kann,  … Beurteilen, ob ein Wendepunkt mit positiver Steigung auch der Punkt mit der stärksten Steigung des Graphen ist  … Erläutern, was mit der Aussage „Kannst du bitte etwas langsamer beschleunigen“ gemeint ist,  … Erläutern des Begriffs „Trendwende beim Wirtschaftswachstum“. | … Wendepunkte einer Funktion berechnet;  … einen Graphen mit vorgegebener Krümmung und gegebenem Steigungsverhalten skizziert. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3.2 Matrix-Schreibweise und Gauß-Algorithmus** | … das Gaußverfahren, auch in Matrixschreibweise, auf lineare Gleichungssysteme ohne Parameter bis zur Stufenform anwendet.  … die Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme ohne Parameter angibt und im Falle eindeutiger Lösbarkeit deren Lösung bestimmt. | … Erläutern, warum das Multiplizieren einer Matrix-Zeile die Lösungen nicht ändert,  … Diskutieren, ob man, statt eine Zeile zu multiplizieren, auch die andere dividieren kann,  … Erläutern eines Sachverhaltes, bei denen mehrere Bedingungen an mehrere Unbekannte gestellt werden,  … Argumentieren, ob ein lineares Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat, wenn eine Matrix-Zeile nur Nullen enthält,  … Diskutieren, ob ein lineares Gleichungssystem keine Lösung hat, wenn eine Zeile nur Nullen enthält und nur in der Ergebnisspalte eine Zahl ungleich null steht,  … Begründen, dass die Addition von zwei Zeilen die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems nicht ändert. | … ein LGS mit dem Gauß-Algorithmus löst;  … ein LGS auf Stufenform bringt und diese in Bezug auf die Lösung des Gleichungssystems interpretiert. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3.3 Funktionsterme aufstellen – mathematisches Modellieren** | … einen Funktionsterm ermittelt, falls dieser durch die Eigenschaften eines Graphen eindeutig festgelegt ist.  … Sinus- und Kosinusfunktionen im Sachzusammenhang bestimmt.  … Exponentialfunktionen im Sachzusammenhang bestimmt. | … Beschreiben der Schritte eines Modellierungsvorgangs,  … Erläutern des Zusammenhangs zwischen der Anzahl der Bedingungen, Variablen und Gleichungen, wenn keine Informationen über die Symmetrie gegeben sind,  … Diskutieren, ob man zur Bestimmung der Gleichung einer ganzrationalen Funktion vierten Grades vier Bedingungen benötigt,  … Begründen, ob sich durch drei Punkte stets eine Parabel legen lässt,  … Argumentieren, ob ganzrationale Funktionen mit drei Extrempunkten mindestens vom Grad 4 sind,  … Diskutieren, ob der letzte (Validierungs-)Schritt bei der Modellierung überflüssig ist, wenn man fehlerlos gerechnet hat. | …. einen Funktionsterm zu gegebenen Eigenschaften bestimmt und die zugehörige Probe durchführt;  … Parameter und Koeffizienten eines Funktionsterms aus gegebenen Eigenschaften bestimmt. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3.4 Extremwertaufgaben** | … Extremwerte bei quadratischen Funktionen bestimmt.  … Extremwerte bei unterschiedlichen Funktionsklassen in außermathematischen Sachzusammenhängen bestimmt. | … Erklären, wofür der x-Wert und der y-Wert in der Zielfunktion stehen,  … Erläutern der Begriffe „Zielfunktion“ und „Randwerte“ sowie des Unterschieds zwischen einem lokalen und einem globalen Extremum.  … Argumentieren, ob die Überprüfung der 2. Ableitung weggelassen werden kann, wenn die y-Werte der Extrempunkte gegeben sind und die Randwertbetrachtung durchgeführt wurde,  … Darstellen des inneren Zusammenhangs zwischen der Anwendung des Gauß-Algorithmus und dem Lösen von Extremwertaufgaben,  … Beschreiben, was man unter einer mathematischen Modellierung versteht, und beim Diskutieren der Frage, ob jede Aufgabe, die einen lebensweltlichen Bezug aufweist, automatisch eine Modellierungsaufgabe ist,  … Diskutieren, ob ein globales Maximum vorliegt, wenn man ein lokales Maximum kennt und weiß, dass beide Randwerte kleiner sind,  … Recherchieren, was man unter dem „isoperimetrischen Problem“ versteht. | … die Maße eines Dreiecks so bestimmt, dass es einen maximalen Flächeninhalt hat. |
| **Horizonte: Krümmungsmaß und Interpolation** | | | |

**Kapitel 4: Bestandsrekonstruktion und Flächenberechnung: Integralrechnung**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **mathe.delta – Basisfach** thematisiert unter den Kapitelüberschriften… | **… in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans, wie man …** | **…, wobei reflektierende Operatoren genutzt werden beim…** | **… und Beispielaufgaben vorgerechnet werden, in denen gezeigt wird, wie man …** |
| Vorwissen 1 | … den Flächeninhalt verschiedener geometrischer Figuren bestimmt und berechnet. |  | … den Flächeninhalt geometrischer Figuren durch Aufteilen in Teilfiguren bestimmt. |
| Vorwissen 2 | … verschiedene Funktionen ableitet und „aufleitet“. |  | … Funktionen ableitet und „aufleitet“. |
| Vorwissen 3 | … die Ableitungsfunktion und ihre Funktionswerte im Sachzusammenhang deutet. |  | … zu einer gegebenen Funktion die Änderungsfunktion des Bestands angibt und damit relevante Sachaspekte berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4.1 Von der Änderungsrate zur Rekonstruktion des Bestands** | … den Bestand aus Anfangsbestand und Änderungsraten bestimmt. | * Diskutieren, ob der Bestand gleich null ist, wenn der Anteil an positivem Flächeninhalt genauso groß ist wie der an negativem, * Diskutieren, ob die entsprechenden Bestände gleich sind, wenn für zwei gegebene Änderungsraten die orientierten Flächeninhalte gleich sind, * Beschreiben, wie man aus der Geschwindigkeit eines Fahrzeugs den zurückgelegten Weg rekonstruieren kann, * Diskutieren, inwiefern der Anfangsbestand Auswirkungen auf den Graphen der Änderungsrate und auf den Bestandsgraphen hat. | … den Bestand auf Basis einer Änderungsrate berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4.2 Von der Rekonstruktion des Bestands zur Stammfunktion** | … Regeln sowie das Verfahren der linearen Substitution für die Bestimmung einer Stammfunktion verwendet.  … vom Graphen der Funktion auf den Graphen einer Stammfunktion schließt und umgekehrt. | * Diskutieren, ob eine Funktion genau zwei Stammfunktionen haben kann, * Erläutern, dass die Vorgabe n ≠ –1 bei der Potenzregel für Stammfunktionen sinnvoll ist, * Erklären, warum die Konstante c in der Stammfunktion frei wählbar ist und wie der Graph der Stammfunktion von der Wahl beeinflusst wird, * Diskutieren, ob der Grad einer ganzrationalen Funktion durch das Aufleiten stets um 1 größer wird, * Überprüfen, ob Stammfunktionen von ganzrationalen Funktionen immer genau eine Nullstelle, Extremstelle und Wendestelle mehr haben als die Funktion selbst. | … Stammfunktionen bestimmt;  … eine bestimmte Stammfunktion unter Berücksichtigung eines gegebenen Punktes bestimmt;  … Stammfunktionen im Sachzusammenhang anwendet;  … eine Stammfunktion graphisch ermittelt. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4.3 Integrieren ohne Stammfunktion – das Riemann-Integral** | … das Riemann-Integral als Ergebnis eines Grenzprozesses deutet, bei dem ein Flächeninhalt durch eine Summe unendlich vieler Rechteckflächen beschrieben wird.  … den Wert des bestimmten Integrals als orientierten Flächeninhalt und als Bestandsveränderung deutet. | * Überprüfen ob in einem Intervall, in dem der Integrand monoton steigt, das Integral positiv ist, * Untersuchen, ob man zu jeder beliebigen Funktion ein Integral finden kann, das den Wert null hat, * Begründen, dass vorgegebene Integrale einen bestimmten Wert haben, * Folgern der Intervalladditivität aus der Integraldefinition, * Begründen der Gleichheit vorgegebener Integrale, * Überprüfen, ob das Integral immer null ist, wenn in der Mitte des Intervalls eine Nullstelle des Integranden liegt, * Erläutern, dass das Integral dem orientierten Flächeninhalt entspricht, das heißt, dass Flächen unterhalb der x-Achse ein negatives Vorzeichen besitzen, * Erläutern, welche Entsprechung die beidseitige Annäherung an einen Grenzwert in der Differentialrechnung hat. | … Integrale mittels Flächenbestimmung über Drei- oder Vierecke bestimmt;  … die Integrationsgrenzen so bestimmt, dass das Integral einen vorgegebenen Wert hat;  … die Höhe aus der Höhenänderung berechnet;  … den Bestand aus dessen Änderung berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4.4 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung** | … den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung zur Berechnung von bestimmten Integralen nutzt und ihn in Sachsituationen anwendet. | * Skizzieren der Herleitung des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung, * Erläutern, inwiefern die Begriffe *Bestand, Bestandsänderung, Rekonstruktion, Integral* und *Stammfunktion* zusammengehören, * Stellungnehmen zur Aussage, dass Integrieren und ,Aufleiten‘ dasselbe ist, * Nachweisen (unter Zuhilfenahme des HDI, der bekannten „Aufleitungsregeln“ und anhand einer graphischen Veranschaulichung), dass die Additivität des Integrals ebenso gilt wie dessen Linearität, * Argumentieren, ob man sich beim Suchen einer Bestandsfunktion Gedanken über das richtige c machen muss, da der HDI für jede beliebige Stammfunktion gilt, * Erläutern, warum man für das Integral keine Rechnung benötigt. | … Integrale mit dem HDI berechnet;  … die Integrationsgrenzen so bestimmt, dass das Integral einen vorgegebenen Wert hat;  … Integrale mithilfe der Additivität und Linearität berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4.5 Anwendungen der Integralrechnung I: orientierte Flächen** | … Flächeninhalte zwischen Graph und x-Achse und zwischen zwei Graphen bestimmt. | * Erläutern, dass = 0 ist, obwohl vom Graphen und der x-Achse eine Fläche eingeschlossen wird, * Erläutern, woher man weiß, ob man f (x) – g (x) oder g (x) – f (x) rechnen muss, wenn die Fläche zwischen zwei Funktionen gesucht ist, * Diskutieren, ob aus der Tatsache, dass die Funktion f mit f (x) = keine Nullstellen besitzt, folgt, dass beim Berechnen der von f und der x-Achse eingeschlossenen Fläche orientierte Flächeninhalte keine Rolle spielen, * Beschreiben der Vorgehensweise bei der Berechnung des Inhalts vorgegebener Flächen, * Beschreiben der Vorgehensweise, wenn man die Fläche zwischen zwei Graphen berechnen möchte, die teilweise oberhalb und teilweise unterhalb der x-Achse liegen. | … den Inhalt von Flächen berechnet, die der Graph einer Funktion mit der x-Achse einschließt;  … den Inhalt der Flächen berechnet, die der Graph einer Funktion mit einem anderen Graphen einschließt; |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **4.6 Anwendungen der Integralrechnung II: Bestände rekonstruieren** | … den Bestand aus Anfangsbestand und Änderungsraten rekonstruiert. | * Beschreiben, wie man die größte und die kleinste Bestandsänderung aus dem Graphen der Bestandsänderungsfunktion f ablesen kann, * Beschreiben, wie man aus einem Graphen den Bestand zu einem bestimmten Zeitpunkt ermitteln kann, * Erläutern der Bedeutung der Ableitung f’, wenn f die Bestandsänderungsfunktion ist, * Beschreiben, wie man auf den Verlauf des Graphen der Änderungsfunktion f im Intervall  [a; b] schließen kann, * Argumentieren, ob man aus für zwei Änderungsfunktionen f und g folgern kann, dass dann f (t) = g (t) gelten muss, * Diskutieren, ob der kleinste Bestand immer der Anfangsbestand ist, wenn die Bestandsänderung durch die natürliche Exponentialfunktion beschrieben wird. | … Bestandsänderungen und Bestände berechnet. |
| **Horizonte: Numerische Integration** | | | |

**Kapitel 5: Analytische Geometrie im Raum: Ebenen**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **mathe.delta – Basisfach** thematisiert unter den Kapitelüberschriften… | **… in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans, wie man …** | **…, wobei reflektierende Operatoren genutzt werden beim …** | **… und Beispielaufgaben vorgerechnet werden, in denen gezeigt wird, wie man …** |
| Vorwissen 1 | … den Abstand zweier Punkte berechnet und Schrägbilder zeichnet. |  | … Punkte in ein Koordinatensystem einträgt und Abstände zwischen Punkten berechnet. |
| Vorwissen 2 | … mit Vektoren rechnet. |  | … Vektoren als Verschiebungspfeile angibt. |
| Vorwissen 3 | … Geraden beschreibt und untersucht. |  | … eine Geradengleichung angibt, die durch vorgegebene Punkte geht. |
| Vorwissen 4 | … lineare Gleichungssysteme löst. |  | … ein lineares Gleichungssystem löst. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **5.1 Parameterdarstellung einer Ebene** | … Ebenen mithilfe einer Parameterdarstellung analytisch beschreibt.  … das Gauß-Verfahren, auch in Matrixschreibweise, auf lineare Gleichungssystem ohne Parameter bis zur Stufenform anwendet. | … Erläutern, durch welche Elemente eine Ebene eindeutig festgelegt wird,  … Argumentieren, ob es genau eine Ebene gibt, in der zwei gegebene Geraden liegen,  … Argumentieren, ob zwei Ebenen immer eine Gerade gemeinsam haben,  … Argumentieren, ob zwei Ebenen parallel oder identisch sind, wenn sie gleichen Spannvektoren besitzen,  … Beschreiben, wie man zeigen kann, dass drei gegebene Punkte (nicht) auf einer Geraden liegen,  … Beschreiben, wie man ohne weitere Rechnung die Parameter­gleichung einer Ebene angeben kann, die von zwei sich schneidende Geraden erzeugt wird,  … Erläutern, warum eine Ebene durch eine Gerade und einen Punkt, der nicht auf der Geraden liegt, eindeutig bestimmt ist,  … Nachweisen, dass zwei gegebene Geraden in einer Ebene liegen,  … Überprüfen, ob Ebenen, die die x3-Achse enthalten, einen Stützvektor besitzen, der der Nullvektor ist,  … Argumentieren, ob parallele Ebenen unterschiedliche Stützvektoren und gleiche Spannvektoren besitzen. | … die Parametergleichung einer Ebene durch vorgegebene Punkte angibt;  … die Lagebeziehung von Geraden untersucht und ggf. die Gleichung der Ebenen bestimmt, in der die Geraden liegen. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **5.2 Koordinatengleichung einer Ebene** | … Ebenen mithilfe einer Koordinatengleichung analytisch beschreibt.  … eine Parameterdarstellung einer Ebene in eine Koordinatengleichung umrechnet und umgekehrt. | … Argumentieren, ob man bei einer durch eine Koordinatengleichung beschriebenen Ebene keine Rückschlüsse auf deren Lage im Raum ziehen kann,  … Argumentieren, ob die Ebene E: x3 = 2 eine waagerechte Ebene im Koordinatensystem beschreibt,  … Untersuchen, ob Punkte in einer Ebene liegen,  … Beschreiben, was durch gegebene Gleichungen in der Ebene bzw. im Raum beschrieben wird,  … Argumentieren, ob die Multiplikation der Koordinatengleichung einer Ebene mit einer Zahl eine parallele Ebene generiert,  … Überprüfen, ob Gleichungen von Ebenen, die die x2-Achse enthalten, die Form x2 = d haben,  … Untersuchen, welche besondere Lage gegebene Ebenen haben,  … Überprüfen, ob alle Koordinatengleichungen einer Ebene durch Multiplikation mit einer von Null verschiedenen Zahl entstehen,  … Erläutern, weshalb in einer Koordinatengleichung einer Ebene E: ax1 + bx2 + cx3 = d mindestens einer der Koeffizienten a, b und c ungleich null sein muss und ob dies auch für d gilt,  … Beschreiben, welche Auswirkungen es hat, wenn sich die Koordinatengleichungen zweier Ebenen nur in der Konstanten d unterscheiden. | … Koordinaten- und Parameterform miteinander vergleicht in Bezug auf die Bestimmung von Punkten;   * Koordinaten- und Parameterform miteinander vergleicht in Bezug auf die Punktprobe; * Koordinaten- und Parameterform miteinander vergleicht in Bezug auf das Aufstellen einer Ebenengleichung aus drei Punkten; * zu einer gegebenen Ebene eine parallele Ebene bestimmt, die einen gegebenen Punkt enthält. |
| **5.3 Ebenen im dreidimensionalen Koordinatensystem zeichnen** | … Ebenen mithilfe von Spurpunkten und Spurgeraden im Schrägbild eines Koordinatensystems veranschaulicht. | … Argumentieren, ob es zu einer Ebene einen, zwei oder drei Spurpunkte geben kann,  … Argumentieren, ob es zu einer Ebene immer mindestens zwei Spurpunkte gibt,  … Argumentieren, ob es manchmal auch unendlich viele Spurpunkte gibt,  … Erläutern, dass eine Ebene immer durch den Ursprung geht, wenn d = 0 ist, und dass sie niemals durch den Ursprung geht, wenn d ≠ 0 ist,  … Beschreiben, wie man lediglich anhand der Koordinatengleichung einer Ebene Aussagen über die besondere Lage dieser Ebene machen kann,  … Untersuchen, wie viele Spurgeraden eine Ebene E höchstens bzw. mindestens haben kann,  … Argumentieren, ob die Spannvektoren einer Ebene in der Koordinatengleichung der Ebene zu erkennen sind,  … Überprüfen, ob parallele Ebenen keine gemeinsamen Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen haben. | * die Koordinatengleichung einer skizzierten Ebene bestimmt; * eine Ebenengleichung aus den gegebenen Spurgeraden bestimmt. |
| **5.4 Lagebeziehungen zwischen einer Geraden und einer Ebene** | … die Lagebeziehung zwischen einer Geraden und einer Ebene untersucht und gegebenenfalls deren Schnittpunkt rechnerisch bestimmt. | … Beschreiben der Vorgehensweise, wie man die gegenseitige Lage einer Ebene und einer Geraden untersuchen kann, wenn beide in Parameterform gegeben sind,  … Erläutern, wie man die gegenseitige Lage einer in Koordinatenform gegebenen Ebene E und einer in Parameterform gegebenen Geraden g überprüfen kann,  … Überprüfen, ob eine gegebene Ebene parallel zu einer Geraden g ist. | * Koordinaten- und Parameterform miteinander vergleicht in Bezug auf die Lagebeziehung von Gerade zu Ebene. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **5.5 Lagebeziehungen von Ebenen** | … die Lagebeziehung zwischen zwei Ebenen erkennt und begründet. | … Beschreiben, wie man mithilfe der Koordinatengleichungen zweier Ebenen erkennen kann, welche Lage diese zueinander haben,  … Beschreiben, wie man mithilfe der Parametergleichungen zweier Ebenen erkennen kann, welche Lagebeziehung diese zueinander haben,  … Beschreiben der gegenseitigen Lage gegebener Ebenen,  … Argumentieren, ob die Spannvektoren zweier Ebenen immer gleich sein müssen, wenn die Ebenen parallel sind,  … Argumentieren, ob zwei Ebenen nicht parallel sein können, wenn ihre Stützvektoren gleich sind,  … Argumentieren, ob man zu jeder Ebene zwei weitere Ebenen angeben kann, sodass sich alle drei in einer Geraden schneiden,  … Überprüfen, ob man zu jeder Ebene fünf Ebenen angeben kann, sodass alle sechs die gleichen Spannvektoren haben und sich in einer Geraden schneiden,  … Diskutieren, ob man zu jeder Ebene sechs Ebenen angeben, sodass alle sieben den gleichen Stützvektor besitzen und sich nicht schneiden. | … die Lagebeziehung von zwei in Parameterform gegebenen Ebenen untersucht;  … die Lagebeziehung von zwei in Koordinatenform gegebenen Ebenen untersucht;  … die Lagebeziehung einer in Koordinatenform und einer in Parameterform gegebenen Ebene untersucht;   * Lagebeziehung von zwei Ebenen geschickt bestimmt. |
| **5.6 Lagebeziehungen in Sachzusammenhängen untersuchen** |  | … Beschreiben von Sachsituationen, die die Untersuchung von Lagebeziehungen erfordern,  … Darstellen, wie man an eine außermathematische Problemstellung herangehen und was typische Schritte bei der Lösung sind,  … Erklären an einem Beispiel aus dem Alltag, wie man die Lagebeziehung von zwei Ebenen untersuchen kann,  … Erläutern, dass es bei der Untersuchung eines realen Objekts hilfreich ist, wenn man es geschickt in einem Koordinatensystem verortet. | … die Lagebeziehung von Ebenen im Sachzusammenhang untersucht |
| **Horizonte: Farben und Vektoren** | | | |

**Kapitel 6: Messen im Raum mit Vektoren: Abstände und Winkel**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **mathe.delta – Basisfach** thematisiert unter den Kapitelüberschriften… | **… in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans, wie man …** | **…, wobei reflektierende Operatoren genutzt werden beim…** | **… und Beispielaufgaben vorgerechnet werden, in denen gezeigt wird, wie man …** |
| Vorwissen 1 | … Ebenengleichungen bestimmt. |  | … eine zu einer gegebenen Ebene parallele Ebene bestimmt, die durch einen bestimmten Punkt geht. |
| Vorwissen 2 | … die gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen untersucht. |  | … die Lagebeziehung zweier Ebenen untersucht und prüft, ob eine Gerade die Ebene schneidet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **6.1 Orthogonalität - das Skalarprodukt** | … das Skalarprodukt berechnet und bei Berechnungen nutzt.  … die Orthogonalität zweier Vektoren mithilfe des Skalarprodukts überprüft.  … einen gemeinsamen orthogonalen Vektor zu zwei Vektoren bestimmt. | … Überprüfen auf Rechtwinkligkeit,  … Beschreiben des Weges, wie man das Orthogonalitätskriterium schlussfolgern kann,  … Argumentieren, ob zwei Vektoren vom selben Punkt ausgehen müssen, wenn man überprüfen möchte, ob sie orthogonal zueinander sind,  … Argumentieren, ob es zu zwei orthogonalen Vektoren noch einen weiteren orthogonalen Vektor geben kann,  … Beschreiben, wie man nachweisen kann, dass ein Viereck ABCD ein Quadrat ist,  … Beschreiben der Vorgehensweise, wenn man im dreidimensionalen Raum zu einem gegebenen Punkt drei weitere finden soll, so dass diese vier Punkte die Ecken eines Quadrats bilden,  … Überprüfen, ob der Nullvektor zu jedem Vektor orthogonal ist,  … Überprüfen, ob der Vektor orthogonal zum Vektor ist,  … Vergleichen des Skalarprodukts von Vektoren mit der Multiplikation reeller Zahlen. | … zueinander orthogonale Vektoren bestimmt;  … fehlende Koordinaten ergänzt. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **6.2 Das Vektorprodukt** | … das Vektorprodukt berechnet und bei Berechnungen nutzt.  … einen gemeinsamen orthogonalen Vektor zu zwei Vektoren bestimmt. | … Überprüfen der Aussage, dass man das Kreuzprodukt von zwei Spannvektoren einer Ebene bilden muss, um ihren Stützvektor zu berechnen,  … Argumentieren, ob zwei Vektoren orthogonal sein müssen, wenn ihr Vektorprodukt null ist,  … Argumentieren, ob die Multiplikation der Vektoren und den Vektor ergibt,  … Überprüfen, ob sich eine gegebene Ebene E und eine gegebene Gerade g rechtwinklig schneiden,  …. Überprüfen, ob eine zu einer Ebene E parallele Ebene die gleichen Spannvektoren wie E haben muss,  … Argumentieren, ob das Vektorprodukt zweier Vektoren der Nullvektor sein kann. | ... den Normalenvektor einer Ebene mithilfe des Vektorprodukts bestimmt; |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **6.3 Normalenform einer Ebene** | *…* Ebenen mithilfe einer Normalengleichung analytisch beschreibt.  … eine Normalengleichung einer Ebene in eine Parameterdarstellung bzw. in eine Koordinatengleichung umwandelt und umgekehrt. | … Stellungnehmen zur Aussage, dass zwei Ebenen genau dann parallel sind, wenn sie die gleichen Normalenvektoren besitzen,  … Argumentieren, ob man Aussagen über die Lagebeziehung zweier Ebenen machen kann, wenn ihre Normalenvektoren bekannt sind,  …. Argumentieren, ob jeder zu einem Spannvektor der Ebene orthogonale Vektor ein möglicher Normalenvektor dieser Ebene sein kann.  … Beschreiben eines Verfahrens, wie man zu gegebenen drei Punkten einer Ebene E ihre Normalen­gleichung aufstellen kann,  … Überprüfen, ob man zu jeder Ebene vier Ebenen angeben kann, so dass alle fünf die gleichen Normalenvektoren haben und sich nicht schneiden,  … Erläutern, wie man die Lagebeziehung von zwei Ebenen mithilfe ihrer Normalenvektoren untersuchen kann,  … Argumentieren, ob eine Ebene und eine Gerade parallel sind, wenn der Normalenvektor der Ebene und der Richtungsvektor der Geraden kollinear sind,  … Argumentieren, ob alle Normalenvektoren einer Ebene den gleichen Betrag haben und in die gleiche Richtung zeigen,  … Argumentieren, ob man eine zu einer gegebenen Ebene parallele Ebene erzeugen kann, wenn man ihre Koordinatengleichung mit einer Zahl multipliziert,  … Argumentieren, ob zwei Ebenen mit vier verschiedenen Spannvektoren einen gemeinsamen Normalenvektor haben können,  … Erläutern, wie man an den Normalengleichungen bzw. an den Koordinatengleichungen zweier Ebenen erkennen kann, dass sie parallel zueinander sind bzw. dass sie sich schneiden. | … die Koordinatengleichung aus einem Normalenvektor und einem Punkt der Ebene bestimmt;  … das Vektorprodukt nutzt, um die Koordinatengleichung einer Ebene aus zwei in der Ebene liegenden Geraden zu bestimmen;  … die gegenseitige Lage von Ebenen erkennt;  … die Koordinatengleichung aus drei gegebenen Punkten der Ebene bestimmt;  … die Parametergleichung in eine Koordinatengleichung der Ebene umwandelt. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **6.4 Abstand eines Punktes von einer Ebene** | … Abstände zwischen Punkt und Ebene ermittelt. | … Erläutern, wie man den Abstand eines Punktes von den Koordinatenebenen bestimmt,  … Erläutern, wie man aus den Koordinaten von P und die Parameter a1, a2, a3 von E eine zu der Ebene E orthogonale Hilfsgerade g durch den Punkt P zu bestimmen,  … Erläutern, was passiert, wenn sich bei der Bestimmung des Schnittpunkts von einer Ebene und einer Geraden für den Parameter t die Lösung null ergibt,  … begründetes Entscheiden, welcher der gegebenen Punkte am weitesten von der Ebene E entfernt ist,  … Untersuchen, ob die gegenüberliegenden Seiten eines Oktaeders parallel sind.  … Erläutern, wie man den Abstand gegenüberliegender, paralleler Seiten eines geometrischen Objekts bestimmt,  … Argumentieren, ob es auf jeder Geraden, die eine Ebene E schneidet, zwei Punkte gibt, die von E den gleichen Abstand haben,  … Beschreiben des Verfahrens, wie man den Abstand einer Ebene E von einer zu E parallelen Geraden g bestimmen kann. | … den Abstand einer Ebene zu einer anderen Ebene bestimmt;  … den Abstand einer Geraden zu einer Ebene bestimmt;  … einen Punkt mit einem vorgegebenen Abstand zu einer Ebene (Gerade) bestimmt. |
| **6.5 Winkel zwischen Vektoren und zwischen Geraden** | … Winkelweiten mithilfe des Skalarprodukts bestimmt.  … das Skalarprodukt […] geometrisch deutet. | … Argumentieren, ob zwei parallele Vektoren einen Schnittwinkel von 0 bilden,  … Argumentieren, ob man immer einen Schnittwinkel von zwei Geraden angeben kann, wenn sie nicht windschief sind,  … Argumentieren, ob zwei Vektoren einen Winkel von 90° bilden, wenn ihr Skalarprodukt null ist,  … Diskutieren, ob man den Schnittwinkel zwischen zwei Geraden auch berechnen kann, wenn man bei der Formel die Betragsstriche im Zähler weglässt,  … Argumentieren, ob man zu jeder Geraden g unendlich viele Geraden findet, die die Gerade g in einem Winkel von 50° schneiden,  … Argumentieren, ob sich zwei Geraden in einem Winkel schneiden können, der größer als 90° ist. | … den Zusammenhang zwischen Winkelweite und Skalarprodukt beschreibt;  … den Schnittwinkel zweier Geraden berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **6.6 Winkel zwischen geometrischen Objekten** | … Schnittwinkel zwischen geometrischen Objekten (Geraden und Ebenen) bestimmt. | … Argumentieren, ob man die Winkelweite zwischen zwei Ebenen nicht bestimmen kann, wenn sie in Parameterform gegeben sind,  … Argumentieren, ob man ohne weitere Informationen den Schnittwinkel der beiden Objekte bestimmen kann, wenn von einer Geraden der Richtungsvektor und von einer Ebene der Normalenvektor bekannt ist,  … Beschreiben eines Verfahrens, wie man den Schnittwinkel zwischen einer Geraden und einer Ebene bestimmen kann,  … begründeten Entscheiden, ob die Ebene F: x1 + x2 + x3 = 0 orthogonal zur Ebene E: 2x1 – 3x2 + x3 = 0 ist,  … Nachweisen, dass die Gerade durch zwei gegebene Punkte orthogonal zu einer gegebenen Ebene ist,  … Überprüfen, ob die Ebene  E: 2x1 – 3x2 + x3 = 0 die x1-x2-Ebene im 45°-Winkel schneidet. | … Schnittwinkel zwischen einer Geraden und einer Ebene berechnet;  … Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen berechnet;  … mit Schnittwinkeln umgeht, die größer als 90° sind. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **6.7 Probleme im Raum lösen I: Flächen- und Volumenberechnung** | … das Skalarprodukt geometrisch deutet.  … das Vektorprodukt geometrisch deutet und zum Ermitteln von Flächeninhalten anwendet. | … Argumentieren, ob man den Flächeninhalt eines von den Vektoren und aufgespannten Quadrats mit der Formel A = | × | berechnen kann,  … Argumentieren, ob man das Volumen eines von den Vektoren , und aufgespannten Quaders mit der Formel V = | ∙ ( × )| berechnen kann,  … Beurteilen, ob man die Höhe und die Grundseite eines Dreiecks kennen muss, um dessen Flächeninhalt berechnen zu können,  … Argumentieren, ob, wenn drei gegebene Vektoren einen Spat aufspannen, in diesen sechs Pyramiden passen, die ebenfalls von diesen drei Vektoren aufgespannt werden  … Erläutern, ob und inwiefern die folgenden Begriffe in einem Zusammenhang stehen: Vektoren, Parallelogramm, Dreieck, Flächeninhalt, Volumen, Spat, dreiseitige Pyramide, Vektorprodukt, Betrag. | … Flächeninhalte und Volumina verschiedener Objekte berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **6.8 Probleme im Raum lösen II: Spiegelung und Symmetrie** | … Problemstellungen, wie z. B. Spiegelung eines Punkts an einer Ebene sowie Flächeninhalts- und Volumenberechnungen bearbeitet. | … Begründen, dass bei der Punktspiegelung eines Punkts P am Zentrum Z mit Bildpunkt P’ das Zentrum Z immer der Mittelpunkt der Strecke ist,  … Argumentieren, ob zwei gegebene Punkte und B symmetrisch zur x1-x3-Ebene liegen,  … Beschreiben eines Verfahrens, wie man zeigen kann, dass es zu zwei gegebenen Punktepaaren A, A’ und B, B’ eine gemeinsame Symmetrieebene E gibt,  … Beschreiben eines Verfahrens, um den Bildpunkt A’ zu bestimmen, wenn eine Gerade g und ein Punkt A im Raum gegeben sind,  … Beschreiben eines Verfahrens, um eine Gleichung der Geraden g’ zu ermitteln, die das Bild der Geraden g bei Spiegelung an der Ebene E ist. | … die Gleichung einer Symmetrieebene bestimmt. |
| **Horizonte: Kreis und Kugel** | | | |

**Kapitel 7: Wahrscheinlichkeitsrechnung: Wahrscheinlichkeitsverteilungen**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **mathe.delta – Basisfach** thematisiert unter den Kapitelüberschriften… | **… in Bezug auf die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Bildungsplans, wie man …** | **…, wobei reflektierende Operatoren genutzt werden …** | **… und Beispielaufgaben vorgerechnet werden, in denen gezeigt wird, wie man …** |
| Vorwissen 1 | … Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten mithilfe von Baumdiagrammen und Pfadregeln bestimmt. |  | … eine Wahrscheinlichkeit im Sachzusammenhang bestimmt. |
| Vorwissen 2 | … bedingte Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Vierfeldertafeln berechnen und Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit untersucht. |  | … eine Vierfeldertafel erstellt, bedingte Wahrscheinlichkeiten berechnet und Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit untersucht. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **7.1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen** | … diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen anhand ihrer Eigenschaften erkennt. | … Argumentieren, ob man, um herauszufinden, ob eine Tabelle eine Wahrscheinlichkeitsverteilung sein kann, nur nachrechnen muss, ob die Summe aller genannten Wahrscheinlichkeiten 1 beträgt,  … Argumentieren, ob das zugehörige Histogramm ein Balkendiagramm mit Balkenbreite 1 ist, wenn die Zufallsgröße nur ganze Zahlen annehmen kann,  … Erläutern der Aussage, dass nicht in allen Histogrammen nach oben die Wahrscheinlichkeit aufgetragen wird,  … Argumentieren, ob man die Wahrscheinlichkeiten erst berechnen muss und man sie nicht direkt ablesen kann, wenn die x­Achse eines Histogramms eine kontinuierliche Skala (z. B. die Zeit) ist.  … Diskutieren, ob sich aus dem gleichen Datensatz verschiedene Histogramme erstellen lassen  … Überprüfen, ob aus zwei unterschiedlichen Datensätzen unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen entstehen können oder müssen. | … Wahrscheinlichkeiten aus einem Histogramm bestimmt. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **7.2 Kenngrößen diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen** | … die Kenngrößen Erwartungswert und Standardabweichung einer Zufallsgröße bei gegebener Wahrscheinlichkeits­verteilung berechnet und im Sachkontext erläutert. | … Überprüfen der Aussage, ob der Klausurschnitt um 2 steigt, wenn jede Schülerin und jeder Schüler eines Kurses bei einer Klausur 2 Notenpunkte geschenkt bekommt,  … Diskutieren, ob es einen Einfluss auf die Streuung der Notenpunkte hat, wenn jede Schülerin und jeder Schüler eines Kurses bei einer Klausur 2 Notenpunkte geschenkt bekommt,  … Ergänzen der Aussage: „Beim Würfeln mit einem normalen Würfel ist der Erwartungswert … und die Standardabweichung ...“  … Stellungnehmen zu der Frage, ob man die Ergebnisse zweier verschiedener Gedächtnistests nicht vergleichen kann, wenn sie mit verschiedenen Gesamtpunktzahlen konzipiert wurden,  … Argumentieren, ob zwei Verteilungen gleich sind, wenn sie den gleichen Erwartungswert und die gleiche Standardabweichung haben,  … Diskutieren der Frage, ob die Wahrscheinlichkeit, bei einem Test unter dem Durchschnitt zu liegen, immer 0,5 ist. | … Erwartungswert E und Standardabweichung σ einer binomialverteilten Zufallsgröße berechnet. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **7.3 Die Binomialverteilung** | … die Bedeutung der Binomialkoeffizienten einer Binomialverteilung erläutert.  … (kumulierte) Wahrscheinlichkeiten binomialverteilter Zufallsgrößen berechnet.  … Erwartungswert E und Standardabweichung σ einer binomialverteilten Zufallsgröße berechnet und ihren Zusammenhang am Histogramm erläutert. | … Argumentieren, ob bei 20 Würfen einer Münze die Wahrscheinlich­keiten für „genau zweimal Zahl“ und „genau 18­mal Zahl“ gleich sind,  … Argumentieren, ob beim dreimaligen Wurf eines Würfels die Wahrschein­lichkeit, genau eine Sechs zu würfeln, kleiner ist als die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine Sechs zu würfeln,  … Diskutieren, ob beim Kauf von Losen doppelt so viele Preise erwartet werden können, wenn man doppelt so viele Lose kauft,  … Beschreiben der Vorgehensweise, wie man aus der Einzelwahrscheinlichkeit p und dem Erwartungswert E die Standardabweichung einer Binomialverteilung berechnen kann,  … begründeten Entscheiden, ob die Histogramme von Binomialverteilungen mit p = 0,5 immer symmetrisch sind  … Präzisieren der Aussage, dass unter der Annahme, dass die Rückfallquote bei straffälligen Jugendlichen 60 % beträgt, unter 50 straffälligen Jugendlichen mit großer Sicherheit mehr als 25 Rückfällige sind,  … Beschreiben, wie eine Zufallsvariable X zustande kommen muss, damit sie binomialverteilt ist. | … kumulierte Wahrscheinlichkeiten (mit dem WTR) berechnet. |
| **7.4 Die Normalverteilung** | … den Unterschied zwischen diskreten und stetigen Zufallsgrößen am Beispiel binomial- und normalverteilter Zufallsgrößen beschreibt.  … den Zusammenhang der Kenngrößen E und σ einer Normalverteilung und der zugehörigen Glockenkurve beschreibt.  … stochastische Situationen untersucht, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen gehören, und zugehörige Wahrscheinlichkeiten berechnet. | … Begründen, dass bei allen Normalverteilungen gilt:  P (X < µ – σ) = P (X > µ + σ),  … Argumentieren, ob folgende Aussage gilt: „Angenommen, zwei Normalverteilungen haben den Mittelwert 100, aber unterschiedliche Standard­abweichungen. Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zufallswert zwischen 90 und 110 liegt, bei der Normalverteilung größer, die die kleinere Standardabweichung hat.“  … Argumentieren Sie - unter der Annahme, dass zwei Normalverteilungen den Mittelwert 100, aber unterschiedliche Standardabweichungen haben -, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zufallswert zwischen 100 – 2σ und 100 + 2σ liegt, bei der Normalverteilung größer ist, die die kleinere Standardabweichung hat,  … Erläutern der Aussage, dass man in Experimenten alle Messwerte mehrfach messen muss, damit sich die Messungenauigkeiten herausmitteln,  … Diskutieren, ob es eine Zufallsgröße geben kann, die tatsächlich genau normalverteilt ist und nicht nur näherungsweise,  … Anführen von Beispielen für Größen, die nicht näherungsweise normalverteilt sind. | …. Wahrscheinlichkeiten aus der Normalverteilung berechnet. |
| **Horizonte: Zusammenhangsmaße** | | | |

W3795