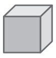
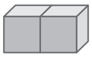
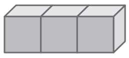
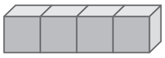
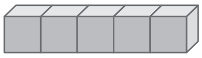
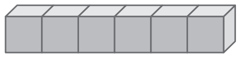
K3 **1** **a)** n = Anzahl an Würfeln; s = Anzahl der von außen sichtbaren Flächen

Würfel						
n	1	2	3	4	5	6
s	5	8	11	14	17	20

b) $s = 3n + 2$

K5 **2** **a)** $T(7) = 24$ $T(19{,}5) = 61{,}5$ $T(-5) = -12$
b) $T(3) = -3$ $T(-3) = 21$ $T(-2{,}5) = 16{,}25$
c) $T(3) = -24$ $T\left(\frac{1}{2}\right) = -42{,}75$ $T\left(-\frac{5}{2}\right) = -48{,}75$
d) $T(1{,}5) = -2{,}75$ $T\left(4\frac{1}{2}\right) = 15{,}25$ $T(-2) = -1$

K5 **3** **a)** $4x$ **b)** $4c$ **c)** $3{,}5a$ **d)** $5{,}5x$
e) $9{,}3x - 5{,}11y - 5{,}8$ **f)** $-4st$ **g)** $-\frac{4}{9}a^2b - \frac{1}{4}ab^2$

K6 **4** **a)** Das Rechteck ist dreimal so lang wie breit.
b) $u(b) = 2(3b + b) = 8b$
c) $u(5\,\text{cm}) = 8 \cdot 5\,\text{cm} = 40\,\text{cm}$ $u(9\,\text{cm}) = 8 \cdot 9\,\text{cm} = 72\,\text{cm}$

K3 **5** **a)** kürzeste Seite: a cm längste Seite: (2a + 3) cm mittlere Seite: (2a – 1,5) cm
b) $u(a) = (a + 2a + 3 + 2a - 1{,}5)\,\text{cm} = (5a + 1{,}5)\,\text{cm}$
c) kürzeste Seite: 10 cm längste Seite: 23 cm mittlere Seite: 18,5 cm
$u(10\,\text{cm}) = 51{,}5\,\text{cm}$
d) $u(a) = (5a + 1{,}5)\,\text{cm} = 26{,}5\,\text{cm} \Leftrightarrow 5a = 25 \Leftrightarrow a = 5$
kürzeste Seite: 5 cm längste Seite: 13 cm mittlere Seite: 8,5 cm
$u(a) = (5a + 1{,}5)\,\text{cm} = 39\,\text{cm} \Leftrightarrow 5a = 37{,}5 \Leftrightarrow a = 7{,}5$
kürzeste Seite: 7,5 cm längste Seite: 18 cm mittlere Seite: 13,5 cm

K5 **6** **a)** $9c + 3$ **b)** $-x^2 + 9x$ **c)** $3c - 6d$ **d)** 1
e) $3x + 3y$ **f)** $8x - y - 1$ **g)** $-8a + 2b$ **h)** $2x + 11y$
i) $8a + 12b$ **j)** $8x - 3{,}4y + 2{,}2z$

K5 **7** **a)** $3x + 9$ **b)** $2y - 7$ **c)** $2y - 7$ **d)** $0{,}5a + 1{,}5$
e) $26e^2f - 8ef$ **f)** $0{,}5m - 1{,}5n$ **g)** $2x^2 + 6xy$ **h)** $a + 1{,}4b$

K5 **8** **a)** $10x + 35 - 11x = -x + 35$ **b)** $0{,}5a + 1{,}5 + 12a = 12{,}5a + 1{,}5$
c) $9x^2 + \frac{3}{2}x + x^2 + 3x = 10x^2 + 4\frac{1}{2}x$ **d)** $7y + 2{,}4y^2 - 2y = 5y + 2{,}4y^2$
e) $2x + 3y + 4z - 2y - 8z + x + 3 = 3x + y - 4z + 3$

K5 **9** **a)** $3x + 9y = 3(x + 3y)$ **b)** $15 + 135x = 15(1 + 9x)$
c) $32a + 256b^2 = 16(2a + 16b^2)$ **d)** $3x - 6x^2 = 3x(1 - 2x)$
e) $21x^2y + 3y = 3y(7x^2 + 1)$ **e)** $7ab^2 + 5a^2b^2 = ab^2(7 + 5a)$

K5 **10** **a)** $12 - 3y + 4x - xy$ **b)** $2b + 6a - ab - 3a^2$
c) $3a + 3b - 3c + a^2 + ab - ac$ **d)** $9z + 45 - 9a + xz + 5x - ax - yz - 5y + ay$
e) $-16 + 8x + 2x - x^2 = -16 + 10x - x^2$ **f)** $2a^2 + 4ab + 2ab + 4b^2 = 2a^2 + 6ab + 4b^2$
g) $3x^2y - 2x^2y^2 + 12x - 8xy$ **h)** $6b + 30 - 6a - ab - 5a + a^2$
$= 6b + 30 - 11a - ab + a^2$

K5 **11**

$3x^2 + 7x = 3x \cdot (4 + x) - 5x$

$9x^2 + 6xy + y^2 = (3x + y)^2$

$-3 + \frac{9x^2}{16} - \frac{3}{2}x = \left(1 + \frac{3}{4}x\right) \cdot \left(\frac{3}{4}x - 3\right)$

$\frac{1}{2} \cdot (24x + 1) \cdot \frac{1}{2} = (12x + 0{,}5) : 2$

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

K5 **12** **a)** $u^2 - 2uv + v^2$ **b)** $4 + 4z + z^2$ **c)** $4x^2 - 12xy + 9y^2$
d) $c^2 - 9d^2$ **e)** $x^4 + 2x^2y^3 + y^6$ **f)** $9z^8 - 49$

K5 **13** **a)** $(x + 4)^2$ **b)** $(2x - y)^2$ **c)** $(7a + 9y) \cdot (7a - 9y)$
d) $(6x - 3y)^2$ **e)** $(0{,}5u + 0{,}3v^2)^2$ **f)** $(0{,}9s^2 + 9t) \cdot (0{,}9s^2 - 9t)$

K5 **14** **a)** $(x + 1)^2$ **b)** Faktorisierung nicht möglich **c)** Faktorisierung nicht möglich
d) $(0{,}5x - 1)^2$ **e)** Faktorisierung nicht möglich **f)** $(0{,}1x + 10)^2$

K4 **15** **a)** Minimum $T_{min} = 2{,}75$ bei $x = -1{,}5$

x	–3,5	–3	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5
T (x)	6,75	5	3,75	3	2,75	3	3,75	5	6,75

b) Maximum $T_{max} = 3{,}5$ bei $x = 1$

z	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
T (z)	1,5	2,375	3	3,375	3,5	3,375	3	2,375	1,5

c) Minimum $T_{min} = 5{,}3125$ bei $x = -2{,}25$ (Termwerte in der Tabelle sind zum Teil gerundet.)

x	–3,25	–3	–2,75	–2,5	–2,25	–2	–1,75	–1,5	–1,25
T (x)	5,646	5,5	5,396	5,333	5,3125	5,333	5,396	5,5	5,646

d) Minimum $T_{min} = 2{,}25$ bei $x = -1{,}5$

y	–3,5	–3	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5
T (y)	1,75	0	–1,25	–2	–2,25	–2	–1,25	0	1,75

K5 **16** **a)**
$$\begin{aligned} T(x) &= 2x^2 + 8x + 5 \\ &= 2\,(x^2 + 4x + 4 - 4 + 2{,}5) \\ &= 2\,(x + 2)^2 - 3 \end{aligned}$$
Minimum $T_{min} = -3$ bei $x = -2$

b)
$$\begin{aligned} T(z) &= -0{,}5z^2 + 2z + 1 \\ &= -0{,}5\,(z^2 - 4z + 4 - 4 - 2) \\ &= -0{,}5\,(z - 2)^2 + 3 \end{aligned}$$
Maximum $T_{max} = 3$ bei $z = 2$

c)
$$\begin{aligned} T(x) &= \tfrac{1}{3}x^2 - 6x + 7 \\ &= \tfrac{1}{3}(x^2 - 18x + 81 - 81 + 21) \\ &= \tfrac{1}{3}(x - 9)^2 - 20 \end{aligned}$$
Minimum $T_{min} = -20$ bei $x = 9$

d)
$$\begin{aligned} T(y) &= y^2 + 3y + 9 \\ &= y^2 + 3y + 2{,}25 - 2{,}25 + 9 \\ &= (y + 1{,}5)^2 + 6{,}75 \end{aligned}$$
Minimum $T_{min} = 6{,}75$ bei $x = -1{,}5$

e)
$$\begin{aligned} T(y) &= 1{,}5y^2 + 3y \\ &= 1{,}5\,(y^2 + 2y + 1 - 1) \\ &= 1{,}5\,(y + 1)^2 - 1{,}5 \end{aligned}$$
Minimum $T_{min} = -1{,}5$ bei $x = -1$

f) $T(x) = -4x^2 + 4$
Maximum $T_{max} = 4$ bei $x = 0$

K 1/6 **17** Für $x \in \mathbb{N}$ ist die Aussage falsch, es treten nur nicht-negative Termwerte auf: $T(x) \geq 0$.
Für $x \in \mathbb{Z}$ ist die Aussage richtig, der Termwert für $x = 0$ ist negativ: $T(0) = -1$ (alle anderen Termwerte für $x \neq 0$ sind nicht-negativ, d. h. gleich 0 oder größer 0).

K 1/6 **18** Für $x \in \mathbb{N}$ ist die Aussage richtig; für alle natürlichen Zahlen $x \geq 2$ gilt $T(x) < 0$.
Für $x \in \mathbb{Z}$ ist die Aussage richtig; für alle ganzen Zahlen $x \geq 2$ oder $x \leq -2$ gilt $T(x) < 0$.

K 1/6 **19** Die Aussage ist im Allgemeinen falsch. Sie gilt nur für den (wenig interessanten) Fall, dass die Summe selbst 0 ergibt.

K 1/6 **20** Die Aussage ist richtig, vgl. z. B. die Umformung von
$0{,}5x + 0{,}25y$ mit x-Koeffizient 0,5 und y-Koeffizient 0,25 in
$0{,}5 \cdot (x + 0{,}5y)$ mit x-Koeffizient $1 > 0{,}5$ und y-Koeffizient $0{,}5 > 0{,}25$.

K 1/6 **21** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **22** Die Aussage ist richtig, z. B. $3x + 6y + 7z = 3 \cdot (x + 2y) + 7z$.

K 1/6 **23** Die Aussage ist richtig, $T(x) = 0$ für $x = -2$ und $x = 3$.

K 1/6 **24** Die Aussage ist richtig.

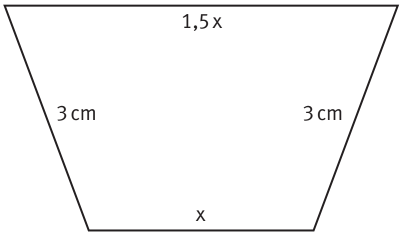
K 1/6 **25** Die Aussage ist richtig, T (x) kann nicht mithilfe einer binomischen Formel umgeformt werden. Wenn man den linearen Termteil (13x) auf 12x korrigieren würde, könnte man mithilfe der 1. binomischen Formel umformen: $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$.

K 1/6 **26** Die Aussage ist richtig, das Maximum $T_{max} = 7$ liegt bei $x = -3$, alle anderen Termwerte sind kleiner als 7.

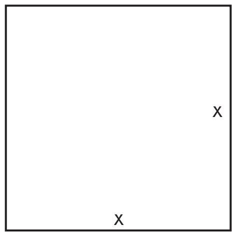
K 1/6 **27** Die Aussage ist richtig. Nach der quadratischen Ergänzung wird der Term mithilfe der binomischen Formeln zusammengefasst.

K3 **1** **a)** $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ (Skizze)

Gleichschenkliges Trapez mit Seiten der Länge x, 1,5x und 3 cm:



Quadrat mit Seitenlänge x:



$u_{Trapez} = u_{Quadrat}$

$x + 1{,}5x + 2s = 4x \quad | \; s = 3$

$2{,}5x + 6 = 4x \quad | -2{,}5x$

$6 = 1{,}5x \quad | : 1{,}5$

$4 = x$

$\mathbb{L} = \{4\}$

Die Seiten des Quadrats sind 4 cm lang; die des Trapezes sind 4 cm, 6 cm und 3 cm (Schenkel) lang.

b) $\mathbb{G} = \mathbb{Z}$

$3x + 2 \geq 15 \cdot (x - 9)$

$3x + 2 \geq 15x - 135 \quad | +135 - 3x$

$137 \geq 12x \quad | : 12$

$\frac{137}{12} \geq x$

$11\frac{5}{12} \geq x$

$\mathbb{L} = \{x \,|\, x \leq 11\} = \{\dots 9; 10; 11\}$

c) $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

$\frac{2x}{3} = 8 \cdot (x - 19)$

$\frac{2}{3}x = 8x - 152 \quad | -\frac{2}{3} + 152$

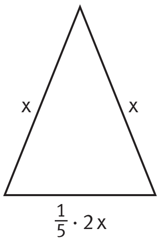
$152 = 7\frac{1}{3}x \quad | : \frac{22}{3}$

$\frac{228}{11} = x$

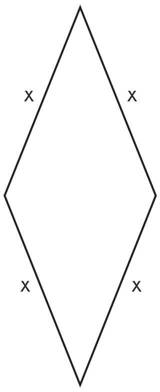
$\mathbb{L} = \left\{20\frac{8}{11}\right\}$

d) $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ (Skizze)

Gleichschenkliges Dreieck mit Seiten der Länge x und Basis $\frac{1}{5} \cdot 2x$:



Raute mit Seitenlänge x:



$u_{Dreieck} = u_{Raute} - 3{,}2\,\text{cm}$

$\frac{2}{5}x + 2x = 4x - 3{,}2$

$2{,}4x = 4x - 3{,}2 \quad | -2{,}4x + 3{,}2$

$3{,}2 = 1{,}6x \quad | : 1{,}6$

$2 = x$

$\mathbb{L} = \{2\}$

Die Schenkel des Dreiecks und die Seiten der Raute sind 2 cm lang, die Basis des Dreiecks ist 0,8 cm lang.

K1 **2**

		$\mathbb{G} = \mathbb{N}$	$\mathbb{G} = \mathbb{Z}$	$\mathbb{G} = \mathbb{Q}$
a)	$\frac{1}{4}x - \frac{5}{3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{3}x \quad \vert + \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ $\frac{7}{12}x = \frac{29}{12} \quad \vert : \frac{7}{12}$ $x = \frac{29}{7} = 4\frac{1}{7}$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \left\{4\frac{1}{7}\right\}$
b)	$-3\,(2 - x) = 2 - 2x$ $-6 + 3x = 2 - 2x \quad \vert + 2x + 6$ $5x = 8 \quad \vert : 5$ $x = \frac{8}{5} = 1{,}6$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \{1{,}6\}$
c)	$(4x - 5) \cdot (6x + 1{,}5) = -x^2 + (5x)^2$ $24x^2 + 6x - 30x - 7{,}5 = -x^2 + 25x^2$ $24x^2 - 24x - 7{,}5 = 24x^2 \quad \vert -24x^2 + 7{,}5$ $-24x = 7{,}5 \quad \vert : (-24)$ $x = -\frac{5}{16}$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \left\{-\frac{5}{16}\right\}$
d)	$0{,}5 \cdot (27y - 447) = \frac{9}{4} \cdot (28y - 6) + 20\frac{1}{2}y$ $13{,}5y - 223{,}5 = 63y - 13{,}5 + 20{,}5y$ $13{,}5y - 223{,}5 = 83{,}5y - 13{,}5 \quad \vert + 13{,}5 - 13{,}5y$ $-210 = 70y \quad \vert : 70$ $-3 = y$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \{-3\}$	$\mathbb{L} = \{-3\}$

K5 **3**

a) $3{,}4w - 3{,}1 > -4{,}1w + 0{,}65 \quad \vert + 4{,}1w + 3{,}1$

$7{,}5w > 3{,}75 \quad \vert : 7{,}5$

$w > 0{,}5$

$\mathbb{L} = \{w \,\vert\, w > 0{,}5\}$

b) $\frac{1}{5}y = \frac{1}{25}(y - 3)$

$\frac{1}{5}y = \frac{1}{25}y - \frac{3}{25} \quad \vert -\frac{1}{25}y$

$\frac{4}{25}y = -\frac{3}{25} \quad \vert : \frac{4}{25}$

$y = -\frac{3}{4}$

$\mathbb{L} = \left\{-\frac{3}{4}\right\}$

c) $8 \cdot (3x + 2) \leq 8 \cdot (x - 1) + 23$

$24x + 16 \leq 8x + 15 \quad \vert - 8x - 16$

$16x \leq -1 \quad \vert : 16$

$x \leq -\frac{1}{16}$

$\mathbb{L} = \left\{x \,\vert\, x \leq -\frac{1}{16}\right\}$

d) $z \cdot (7z - 3) - 6z^2 < z \cdot (z + 1{,}5)$

$7z^2 - 3z - 6z^2 < z^2 + 1{,}5z$

$z^2 - 3z < z^2 + 1{,}5z \quad \vert - z^2 + 3z$

$0 < 4{,}5z \quad \vert : 4{,}5$

$0 < z$

$\mathbb{L} = \{z \,\vert\, z > 0\}$

e) $(x + 0{,}3)^2 \geq (x - 0{,}7)^2$

$x^2 + 0{,}6x + 0{,}09 \geq x^2 - 1{,}4x + 0{,}49 \quad \vert - x^2 + 1{,}4x - 0{,}09$

$2x \geq 0{,}4 \quad \vert : 2$

$x \geq 0{,}2$

$\mathbb{L} = \{x \,\vert\, x \geq 0{,}2\}$

K3 **4** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:

a) $50 + 9x = 19x$ $\qquad \mathbb{L} = \{5\}$

b) $50 + 9x = 9x$ $\qquad \mathbb{L} = \varnothing$

c) $50 + 9x = 3 \cdot (3x + \frac{2}{3} \cdot 5^2)$ $\qquad \mathbb{L} = \mathbb{Q}^+$

K1 **5** $x + b > 1 \Leftrightarrow x > 1 - b$

Wenn b größer wird, sinkt die untere Schranke für x. Die Lösungsmenge vergrößert sich.

b =	1	2	3	4	100
x >	0	–1	–2	–3	–99
$\mathbb{L}$ =	{1; 2; 3; …}	{0; 1; 2; …}	{–1; 0; 1; …}	{–2; –1; 0; …}	{–98; –97; –96; …}

K3 **6** **a)** $x + (x + 7) \cdot 2 = 4x$

$x + 2x + 14 = 4x$

$3x + 14 = 4x \qquad | -3x$

$14 = x$

Quirin ist 14 Jahre alt.

Aufgrund der Gleichung könnte Quirin sein Alter folgendermaßen beschrieben haben:
„Leo ist 7 Jahre älter als ich und Georg ist 4-mal so alt wie ich. Außerdem gilt, dass Georg so alt ist wie die Summe aus meinem Alter und dem Doppelten von Leos Alter.“
In dem so beschriebenen Fall ist Leo 21 Jahre alt und Georg 56 Jahre alt (andere Beschreibungen und andere Altersangaben sind möglich).

b) Es sind individuelle Antworten möglich.

K3 **7** **a)** Ines hat nicht Recht: Mischt man das Getränk im Verhältnis 1 : 4, so erhält man einen Fruchtgehalt von 26 %:

$1 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}3 = 1{,}3 = 5 \cdot 0{,}26$

Berechnung des Mischverhältnisses für 25 % Fruchtgehalt:

x = Anteil Mangosaft (in Liter)

y = Anteil Maracujasaft (in Liter): $y = 5 - x$

$0{,}25 \cdot 5\,l = 0{,}1 \cdot x + 0{,}3 \cdot (5\,l - x)$

$1{,}25\,l = 0{,}1x + 1{,}5\,l - 0{,}3x \qquad | -1{,}5\,l$

$-0{,}25\,l = -0{,}2x \qquad | : (-0{,}2)$

$1{,}25\,l = x$

$y = 3{,}75\,l$

Verhältnis $1{,}25\,l : 3{,}75\,l = 1 : 3$

Um ein Getränk mit 25 % Fruchtgehalt zu erhalten, muss Ines die beiden Säfte im Verhältnis 1 : 3 mischen.

b) Mögliche Beschreibung und Interpretation der Rechnung:
Primus und Alex wollen 5 l Fruchtsaftgetränk mit 4 % Fruchtgehalt herstellen, und zwar aus Apfelsaft (Fruchtgehalt 25 %) und Birnensaft (Fruchtgehalt 5 %). Ihre Berechnung des dafür nötigen Anteils an Apfelsaft ergibt –0,25 l. Der Anteil an Birnensaft ergäbe demnach 5 l – (–0,25 l) = 5,25 l. D. h.: Dem 5,25-l-Birnensaft mit 5 % Fruchtsaftgehalt müsste man eine negative Menge Apfelsaft hinzufügen, um 5 l mit 4 % Fruchtsaftgehalt zu erhalten. Das Hinzufügen einer „negativen Menge“ ist jedoch nicht möglich.
Die Festlegung der Grundmenge auf $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ würde zu $\mathbb{L} = \varnothing$ führen und Primus und Alex zeigen, dass ihre Aufgabe nicht lösbar ist. Primus und Alex hätten aber auch gleich – ohne Rechnung – erkennen können, dass das Mischen von Säften mit 25 % bzw. 5 % Fruchtsaftgehalt kein Getränk mit 4 % Fruchtsaftgehalt ergeben kann.

K3 **8** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:

a) $13x > -1 + 10x$ $\qquad$ **b)** $6x + 3 \geq 3 + 5x$

K3 **9 a)** Preisvergleich von grünem Kindersitz (g) und braunem Kindersitz (b): 189 € – 169 € = 20 €
Ersparnis beim Kauf von 22 braunen Kindersitzen zu je 169 €: 3898 € – 22 · 169 € = 180 €
Nutzung der Ersparnis für den Kauf grüner Kindersitze zu je 189 €: 180 € : 20 € = 9
Grafische Ermittlung der Anzahl grüner und brauner Kindersitze:

169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €
~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	b	b
+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €		

169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €
b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b

Wenn man davon ausgeht, dass Waren im Wert von 3898 € gekauft wurden, dann verteilt man zunächst 22-mal 169 € (brauner Kindersitz). Es bleiben noch 180 € übrig; diese verteilt man so, dass 189 € erreicht werden, also jeweils + 20 € je Kindersitz, bis nichts mehr übrig bleibt. Ergebnis:
Es wurden 9 grüne Kindersitze zu jeweils je 189 € und 13 braune Kindersitze zu je 169 € eingekauft.

b) Anzahl an braunen Kindersitzen zu je 169 €: x; Anzahl an grünen Kindersitzen zu je 189 €: y = 22 – x

$$x \cdot 169\,€ + (22 - x) \cdot 189\,€ = 3898\,€$$
$$169\,€ \cdot x + 4158\,€ - 189\,€ \cdot x = 3898\,€$$
$$4158\,€ - 20\,€ \cdot x = 3898\,€ \qquad | + 20\,€ \cdot x - 3898\,€$$
$$260\,€ = 20\,€ \cdot x \qquad | : 20\,€$$
$$13 = x;\ y = 9$$

Es wurden 9 grüne Kindersitze und 13 braune Kindersitze eingekauft.

c) Der Preisnachlass beträgt 77,96 € (= 2 % von 3898 €).
Der Fachmarkthändler könnte die Ersparnis von 77,96 € einkalkulieren und vorschlagen, dass man zusätzlich 3 der teureren Kindersitze einkauft (also 12 grüne und 10 braune Kindersitze) oder dass man sogar zusätzlich 4 der teureren Kindersitze einkauft (also 13 grüne und 9 braune Kindersitze; hierbei müsste man 0,44 € dazuzahlen).

Kindersitze	Kosten	Kosten mit 2 % Rabatt	Differenz zu 3898,00 €
12 grüne + 10 braune	3958,00 €	3878,84 €	+19,18 €
13 grüne + 9 braune	3978,00 €	3898,44 €	–0,44 €

K1 **10 a)** Die Gleichung kann leicht gelöst werden, weil der Linksterm nur dann null werden kann, wenn mindestens einer der beiden Terme (x – 4) und (–3 – 4x) null wird:

$(x - 4) = 0 \Leftrightarrow x = 4$ $\qquad (-3 - 4x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$ $\qquad \mathbb{L} = \left\{4; -\frac{3}{4}\right\}$

b) $(x + 3) \cdot (4 - 5x) = 0$ $\qquad \mathbb{L} = \left\{-3; \frac{4}{5}\right\}$

K3 **11 a)** $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ bzw. [0; 28]: Wenn man davon ausgeht, dass die Breiten- und Längenangaben so zu verstehen sind, dass G_1 mindestens 17 m breit und höchstens 39 m lang ist bzw. G_2 mindestens 22 m lang und höchstens 28 m breit ist, wird als Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ bzw. [0; 28] angenommen (bei x > 28 bekäme G_2 einen negativen Wert für die Breite).

b) Flächeninhalt von G_1: $A_1 = (17 + x) \cdot (39 - x)\ m^2$ Flächeninhalt von G_2: $A_2 = (28 - x) \cdot (22 + x)\ m^2$

Annahme: $A_1 = A_2$

$$(17 + x) \cdot (39 - x) = (28 - x) \cdot (22 + x)$$
$$663 - 17x + 39x - x^2 = 616 + 28x - 22x - x^2$$
$$663 + 22x - x^2 = 616 + 6x - x^2 \qquad | + x^2 - 6x - 663$$
$$16x = -47 \qquad | : 16$$
$$x = -2{,}9375$$

Wenn man von $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ bzw. [0; 28] ausgeht, hat Chantal Recht, da ein negativer Wert für x ausgeschlossen wurde. Es ist anzunehmen, dass Chantal von $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ ausgeht.

c) Maximaler Flächeninhalt bei quadratischer Fläche, d. h. Länge = Breite:

G_1: $17 + x = 39 - x \Leftrightarrow 2x = 22 \Leftrightarrow x = 11$ $\qquad A_1 = 28\,m \cdot 28\,m = 784\,m^2$

G_2: $28 - x = 22 + x \Leftrightarrow 6 = 2x \Leftrightarrow x = 3$ $\qquad A_2 = 25\,m \cdot 25\,m = 625\,m^2$

K 1/6 **12** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **13** Die Aussage ist falsch. Äquivalenzumformungen werden bei Ungleichungen wie bei Gleichungen auf beiden Seiten der Ungleichung bzw. der Gleichung durchgeführt.

K 1/6 **14** Die Aussage ist falsch. Die Multiplikation oder Division mit null ist keine Äquivalenzumformung. Gegenbeispiel: Die Gleichung $x + 1 = x - 1$ hat keine Lösung, $\mathbb{L} = \varnothing$. Wenn man jedoch beide Seiten der Gleichung mit null multiplizieren würde, erhielte man $0 = 0$ und damit $\mathbb{L} = \mathbb{G}$.

K 1/6 **15** Die Aussage ist falsch. Es gibt Ungleichungen, bei denen die Grundmenge gleich der Lösungsmenge ist, z. B. die Ungleichung $n > 0$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ und $\mathbb{L} = \mathbb{G}$.

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch. $\mathbb{L} = \varnothing$ ist die leere Lösungsmenge, sie enthält keine Elemente. $\mathbb{L} = \varnothing$ besagt, dass die Gleichung bzw. Ungleichung keine Lösung hat. $\mathbb{L} = \{0\}$ dagegen enthält genau ein Element, und zwar die Null; die zugehörige Gleichung bzw. Ungleichung hat $x = 0$ als Lösung.

K 1/6 **17** Die Aussage ist richtig. Mögliche Ausnahme sind Fälle, bei denen sofort zu erkennen ist, dass gleiche Klammerterme auf beiden Seiten der Ungleichung sich gegenseitig aufheben, das Auflösen der Klammern also unnötig ist.

K 1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Es gibt weitere Möglichkeiten, Textaufgaben zu lösen, z. B. systematisches Probieren, Verwendung einer numerischen oder grafischen Wertetabelle, Darstellung in einer Grafik.

K 1/6 **20** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **21** Die Aussage ist falsch. Es gibt Ungleichungen mit leerer Lösungsmenge, z. B. die Ungleichung $n < 0$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ und $\mathbb{L} = \varnothing$.

K 1/6 **22** Die Aussage ist falsch; auch durch systematisches Probieren und durch Umkehraufgaben lässt sich die Lösungsmenge einer Gleichung bestimmen.

K 1/6 **23** Die Aussage ist richtig.

K3 **1** **a)** Mögliche Ergebnisräume:

Ω_1 = {ganzes Ei; gebrochenes Ei}

Ω_2 = {weißes Ei; buntes Ei mit Punkten; rotes Ei mit Zackenlinien;
blau-lila-grün gestreiftes Ei; grün-blau gestreiftes Ei mit Zackenlinie}

Ω_3 = {buntes Ei; weißes Ei}

b) Nur beim Ergebnisraum Ω_2 handelt es sich um ein Laplace-Experiment; bei den anderen beiden Ergebnisräumen sind die Ergebnisse nicht gleich wahrscheinlich.

K6 **2** Gitte sollte den Würfel 100-mal oder öfter werfen und dabei notieren, wie oft welche Ziffer geworfen wurde. Treten alle sechs Ziffern annähernd gleich oft auf, so kann man vermuten, dass alle sechs Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind. Je länger die Versuchsreihe ist, desto besser kann die Qualität des Würfels überprüft werden.

K3 **3** **a)** $E_1 = \{8\}$; $E_2 = \{2; 3; 5; 7\}$; $E_3 = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$

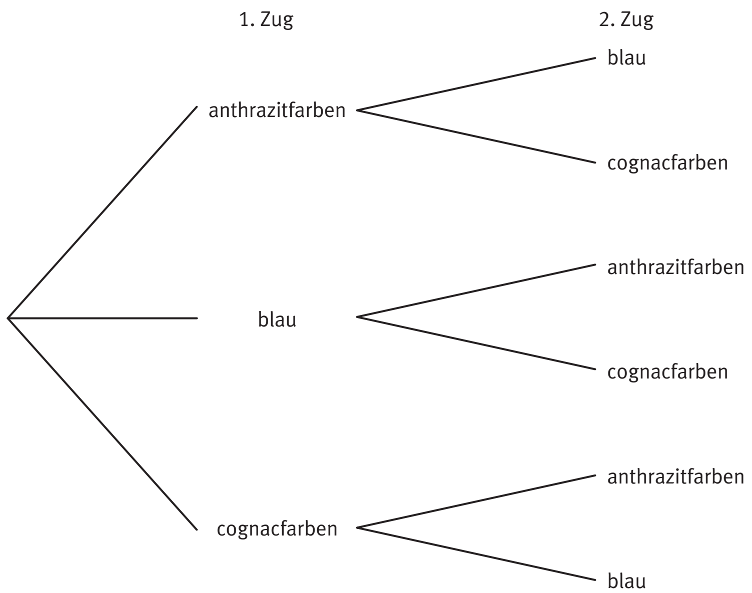
b) E_1 ist ein Elementarereignis, da es nur ein einziges Element des Ergebnisraums enthält.

c) $\overline{E_1} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

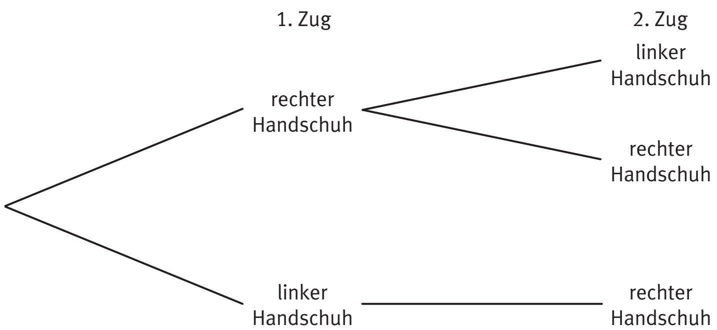
d) Individuelle Lösungen sind möglich, z. B.:
E_4: „Die geworfene Zahl ist größer als 8."

K6 **4** Saschas Aussage ist mathematisch falsch, denn wenn 505 Leute teilnehmen, aber nur 500 Preise verlost werden, erhalten 5 Teilnehmer keinen Preis. Die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen beträgt rund 99 %, die Wahrscheinlichkeit zu verlieren beträgt rund 1 %. Es ist sehr wahrscheinlich, aber nicht absolut sicher, dass Thea unter den Gewinnern ist.

K4 **5** **a)** 1



2



b) Ω_1 = {(ein anthrazitfarbener Handschuh und ein blauer Handschuh);
(ein anthrazitfarbener Handschuh und ein cognacfarbener Handschuh);
(ein cognacfarbener Handschuh und ein blauer Handschuh)}

c) Mögliche Lösung:
E: „Es werden nicht zwei rechte Handschuhe gezogen.“ $P(E) = 66{,}\overline{6}\,\% = \frac{2}{3}$

K 3 **6** Rick muss eine Zwei oder eine Drei würfeln, um eine andere Figur schlagen zu können (= E).
$P(E) = \frac{2}{6} \approx 33{,}3\,\%$

K 3 **7** **a)** $P(E_{gelb}) = \frac{20}{80} = 25\,\%$ **b)** $P(E_{Elf}) = \frac{4}{80} = 5\,\%$ **c)** $P(E_{gelbe\ Elf}) = \frac{1}{80} = 1{,}25\,\%$

K 3 **8** **a)** Anzahl der unterschiedlichen Einstellungen bei 4 Räder mit je 10 Möglichkeiten (Ziffern 0 bis 9):
$10^4 = 10\,000$

b) $P(E_{falsche\ PIN}) = \frac{9999}{10\,000} = 99{,}99\,\%$

K 3 **9** „D“ steht für das Ereignis, dass eine deutsche 1-ct-Münze gezogen wird;
„M“ steht für das Ereignis, dass eine monegassische 1-ct-Münze gezogen wird.
Ω = {M; DM; DDM; DDDM; DDDDM; DDDDDM; DDDDDDM; DDDDDDDM; DDDDDDDDM; DDDDDDDDDM; DDDDDDDDDDM}

K 3 **10** Bei 1 und bei 2 ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger beim einmaligen Drehen auf „Blau“ stehen bleibt, 25 %.

K 3 **11** Es gibt 6 · 7 = 42 gleich große Felder. $P(\text{Trixi gewinnt}) = \frac{1}{42} \approx 2{,}38\,\%$
Annahme: Die Wahrscheinlichkeit, getroffen zu werden, ist bei jedem der 42 Felder gleich groß.

K 1 **12** Ω = {(blau-1, grün-1); (blau-1, grün-2), (blau-1, grün-3); (blau-1, grün-4);
(blau-2, grün-1); .... (blau-4, grün-3); (blau-4, grün-4)}
Unter den 16 möglichen Ergebnissen gibt es zwei günstige Ergebnisse für E_1: (blau-3; grün-4) und (blau-4, grün-3); d. h., es wird eine Drei auf blauem Würfel und eine Vier auf grünem Würfel gewürfelt oder es wird eine Drei auf grünem Würfel und eine Vier auf blauem Würfel gewürfelt.
Unter den 16 möglichen Ereignissen gibt es nur ein günstiges Ergebnis für E_2: (blau-4, grün-4), d. h., auf dem blauen Würfel und auf dem auf grünen Würfel wird eine Vier gewürfelt.
$P(E_1) = \frac{2}{16} = 12{,}50\,\% > P(E_2) = \frac{1}{16} = 6{,}25\,\%$
Das Ereignis E_1 tritt mit größerer Wahrscheinlichkeit ein als E_2.

K 1/6 **13** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **14** Die Aussage ist richtig. Beispielsweise können beim Werfen eines Spielwürfels u. a. folgende Ergebnisräume betrachtet werden:
Ω_1 = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
Ω_2 = {gerade Zahl; ungerade Zahl}

K 1/6 **15** Die Aussage ist falsch. Ein Elementarereignis enthält nach Definition nur ein einziges Element. Wenn E = Ω für das Elementarereignis E gilt, dann besteht der Ergebnisraum nur aus einem Element; damit ist die Wahrscheinlichkeit für E gleich 1. Das Ergebnis wäre mit Sicherheit vorhersehbar, das Experiment wäre kein Zufallsexperiment.

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Die zentrale Eigenschaft eines Laplace-Experiments ist, dass alle endlich vielen möglichen Elementarereignisse gleich wahrscheinlich sind.

K 1/6 **17** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **19** Die Aussage ist richtig.

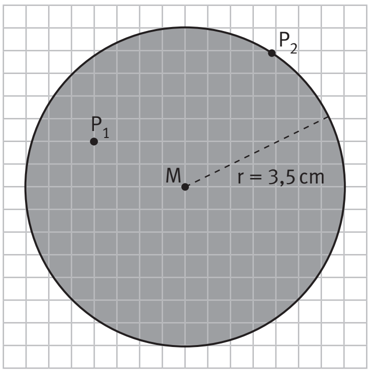
K 1/6 **20** Die Aussage ist falsch. In der Aussage muss noch ein Prozentzeichen ergänzt werden:
„... so ist der Wert der Summe 100 %.“ bzw. „ ... so ist der Wert der Summe 1.“

K 1/6 **21** Die Aussage ist falsch, vgl. als Gegenbeispiel das unmögliche Ereignis „Es wird die Zahl 7 gewürfelt.“ beim Würfeln mit einem Spielwürfel und den Elementarereignissen 1; 2; 3; 4; 5; 6.

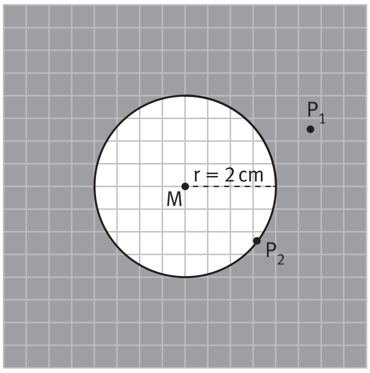
K 1/6 **22** Die Aussage ist falsch. Der Ergebnisraum enthält insgesamt 4 Elemente, also gilt: $|\Omega| = 4$.

K 1/6 **23** Die Aussage ist falsch. Da der Ergebnisraum eines Zufallsexperiments aus mindestens zwei gleich wahrscheinlichen Elementarereignissen bestehen muss, die zusammen 100 % ergeben, können die Wahrscheinlichkeiten für diese beiden Ereignisse jeweils maximal 50 % betragen.

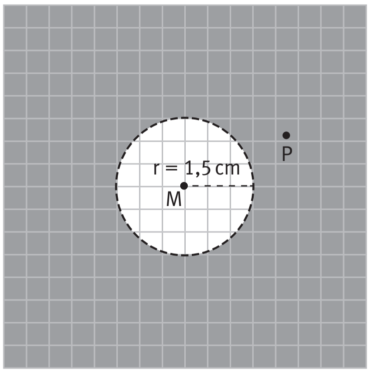
K6 **1** **a)**



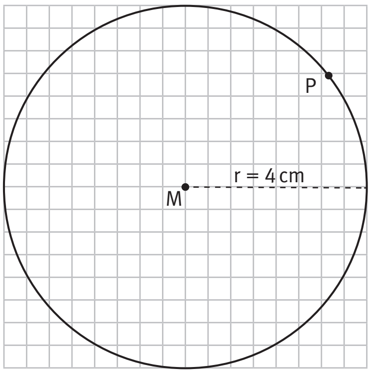
b)



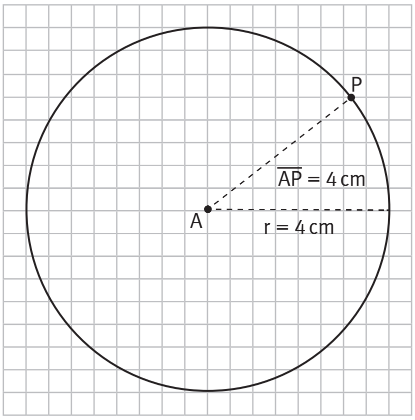
c)



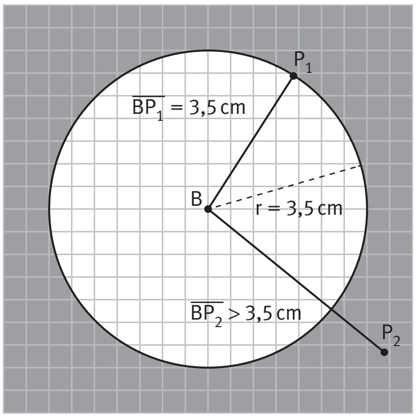
d)



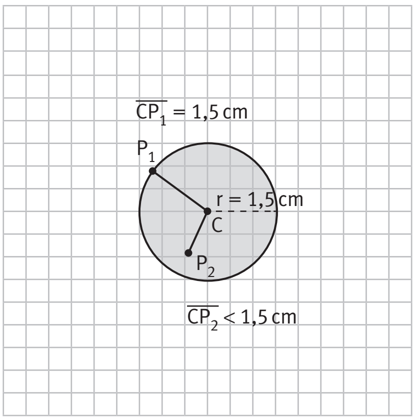
K4 **2** **a)**



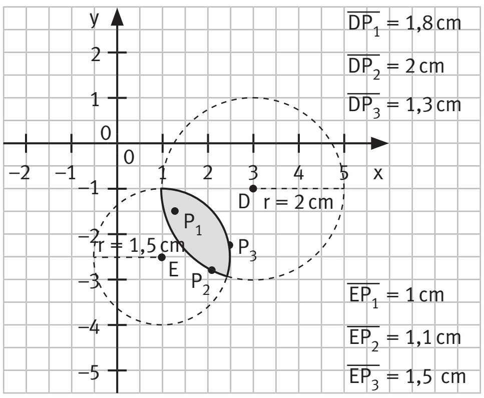
b)



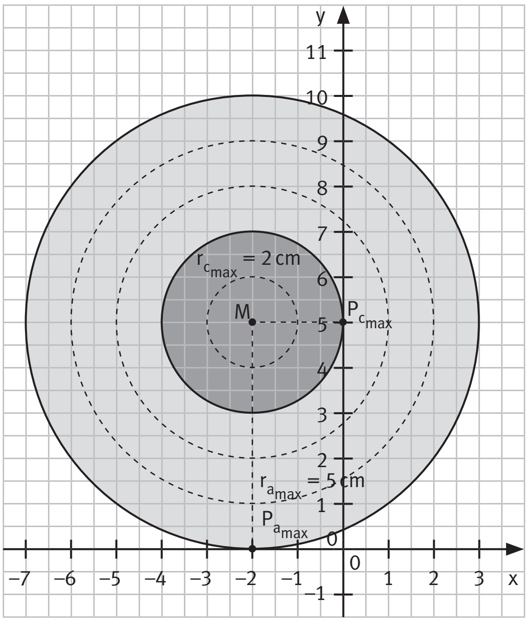
c)



d)



K1 **3**



a) Der Radius kann höchstens 5 cm betragen (bis zum Punkt $P_{a_{max}}$).

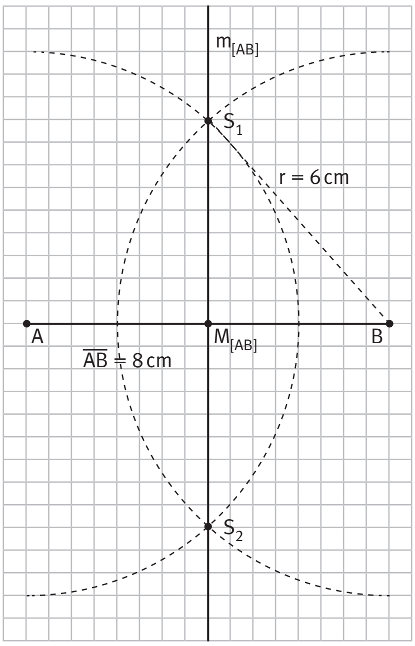
b) Es gibt keinen Radius, bei dem alle Punkte im Kreisinneren positive x-Werte haben, da bereits der Kreismittelpunkt M einen negativen x-Wert hat.

c) Das Produkt der Koordinaten wird positiv, wenn entweder beide Koordinaten positiv oder beide Koordinaten negativ sind. Es gibt Punkte auf der Kreislinie, bei denen das Produkt der Koordinaten positiv wird, sobald der Radius größer als 2 cm ist. Also darf der Radius höchstens 2 cm groß sein (bis zum Punkt $P_{c_{max}}$).

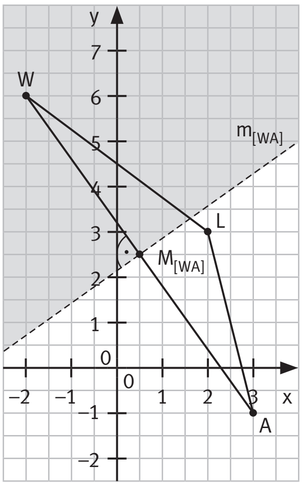
K6 **4** **a)** Der grün markierte Bereich (Kreisinneres) ist die Menge aller Punkte P, deren Entfernung zum Mittelpunkt M des Kreises kleiner als der Radius r = 4 cm ist. Mathematisch: $\overline{PM} < 4$ cm.

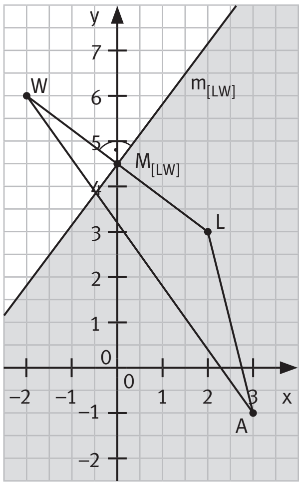
b) Der grün markierte Bereich (Kreisäußeres) ist die Menge aller Punkte P, deren Entfernung zum Mittelpunkt M des Kreises größer ist als der Radius r = 2,5 cm. Mathematisch: $\overline{PM} > 2{,}5$ cm.

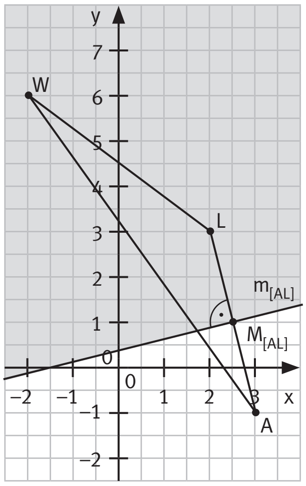
K5 **5**



Alle Punkte auf der Mittelsenkrechte $m_{[AB]}$ sind von A und B gleich weit entfernt.
Die Punkte S_1 und S_2 sind von A und B 6 cm entfernt, sie liegen auf $m_{[AB]}$.

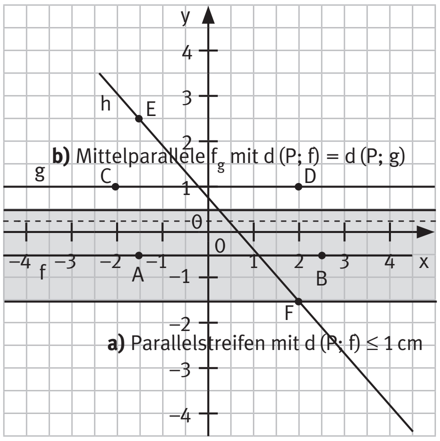
K6 **6** **a)**


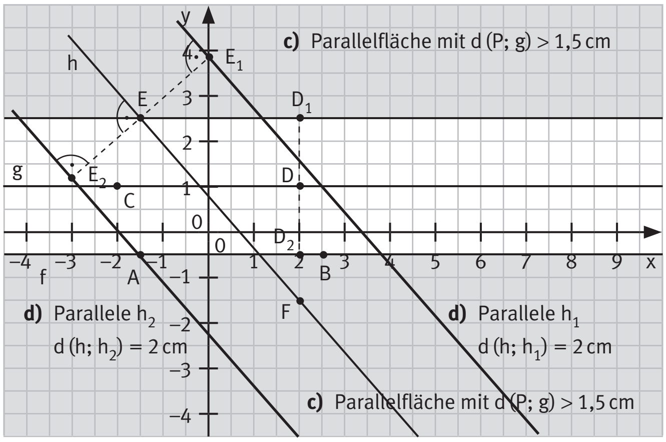
b)


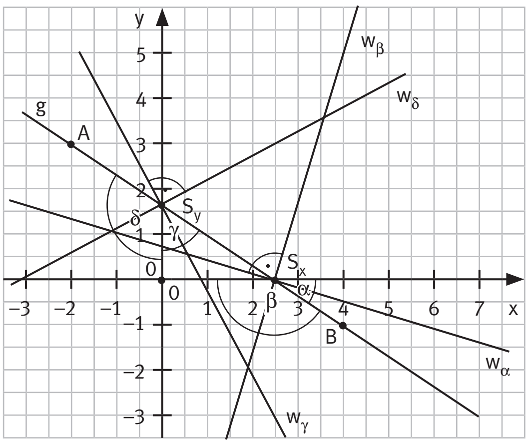
c)


K6 **7** **a)** d (P; g) ≥ a und d (P; g) ≥ d (P; h). Die Punkte P im blau markierten Bereich (Halbebene) haben den gleichen oder einen größeren Abstand zu g als zu h; der Abstand von P zu g beträgt mindestens a.

b) d (P; g) < 2,5 cm. Die Punkte im blau markierten Bereich (Parallelstreifen zu g) haben einen Abstand von weniger als 2,5 cm zur Gerade g.

K4 **8** **a)** und **b)**


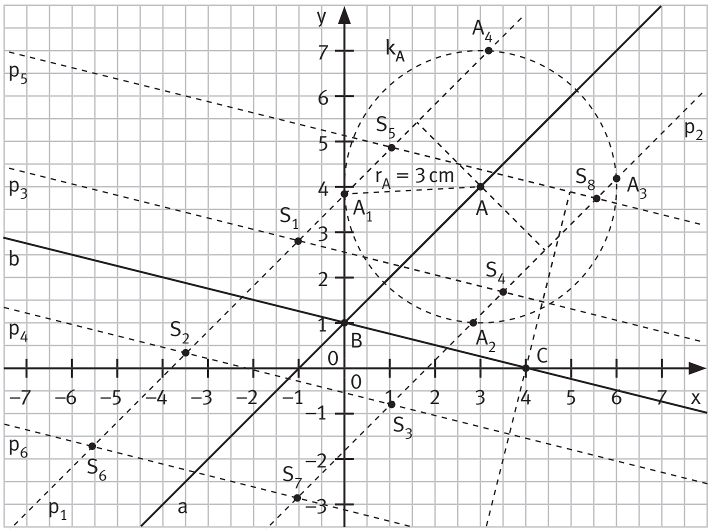
c) und **d)**


K5 **9**


Die Geraden w_α und w_β sind die Winkelhalbierenden zwischen g und der x-Achse. Sie stellen die Menge aller Punkte dar, die zu g den gleichen Abstand wie zur x-Achse haben.
Die Geraden w_γ und w_δ sind die Winkelhalbierenden zwischen g und der y-Achse. Sie stellen die Menge aller Punkte dar, die zu g den gleichen Abstand wie zur y-Achse haben.

K5 **10 a)** bis **d)**

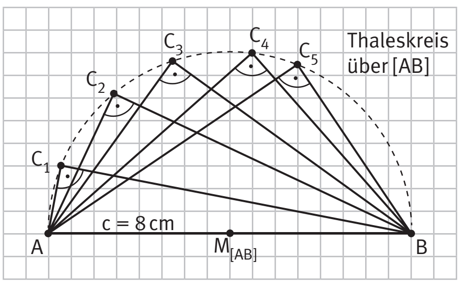
Für jeden Punkt P auf einer der beiden Geraden p_1 und p_2 gilt: d (P; a) = 2 cm; d. h.:
Die Geraden p_1 und p_2 sind die Parallelen zu a im Abstand von 2 cm.
Für jeden Punkt P auf einer der beiden Geraden p_3 und p_4 gilt: d (P; b) = 1,5 cm; d. h.:
Die Geraden p_3 und p_4 sind die Parallelen zu b im Abstand von 1,5 cm.
Für jeden Punkt P auf dem Kreis k_A um A mit r = 3 gilt: $\overline{PA}$ = 3 cm.
Für jeden Punkt P auf einer der beiden Geraden p_5 und p_6 gilt: d (P; b) = 2 · d (P; a) = 4 cm, d. h.:
Die Geraden p_5 und p_6 sind die Parallelen zu b im Abstand von 4 cm.
Die Geraden p_1 und p_2 schneiden sich mit den Geraden p_3 und p_4 in den Punkten S_1, S_2, S_3, S_4.
Die Geraden p_1 und p_2 schneiden sich mit den Geraden p_5 und p_6 in den Punkten S_5, S_6, S_7, S_8.
Die Geraden p_1 und p_2 schneiden sich mit dem Kreis k_A in den Punkten A_1, A_2, A_3, A_4.



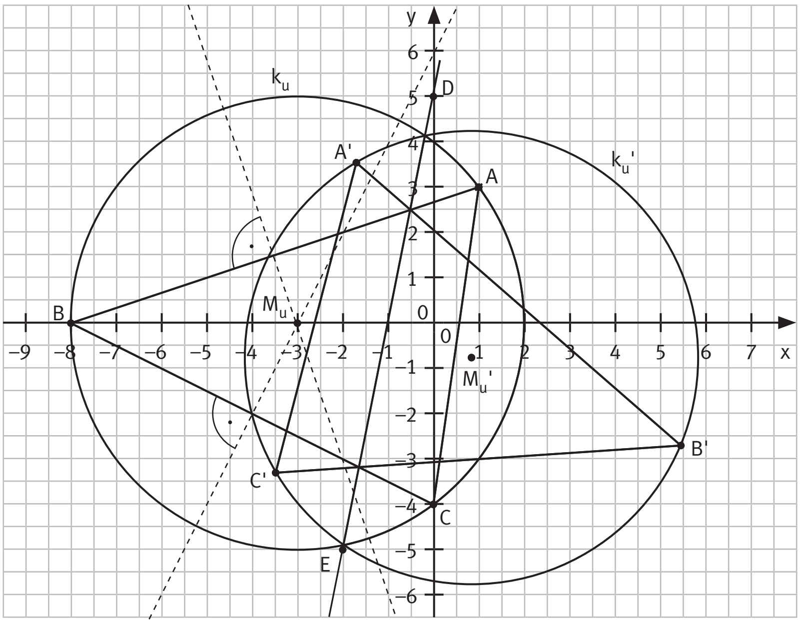
d (a; p_1) = d (a; p_2) = 2 cm
d (b; p_3) =d (b; p_4) = 1,5 cm
d (b; p_5) =d (b; p_6) = 4 cm

a) Die gesuchte Punktmenge ist die Schnittmenge von p_1 und p_2 mit p_3 und p_4; sie besteht aus den Schnittpunkte S_1, S_2, S_3, S_4.
b) Die gesuchte Punktmenge ist die Schnittmenge von p_1 und p_2 mit p_5 und p_6; sie besteht aus den Schnittpunkte S_5, S_6, S_7, S_8.
c) Die gesuchte Punktmenge ist die Schnittmenge von p_1 und p_2 mit dem Kreis k_A um A mit r = 3 cm; sie besteht aus den Schnittpunkte A_1, A_2, A_3, A_4.
d) Die gesuchte Punktmenge ist die Vereinigungsmenge von p_1 und p_2 mit p_3 und p_4; sie besteht aus den Geraden p_1, p_2, p_3 und p_4.

K5 **11** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:



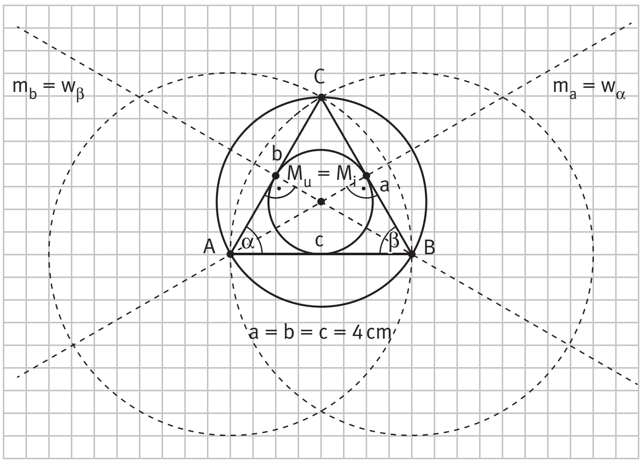
K3 **12** **a)** und **b)**



a) M_u (–3|0)

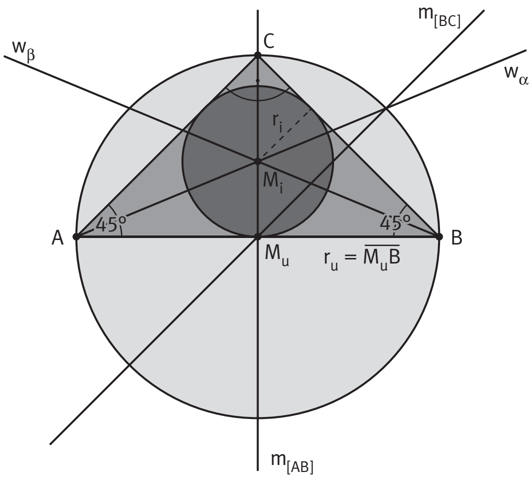
b) M_u' und damit auch k_u' erhält man, indem man M_u an DE spiegelt; $r_u' = r_u$.

K5 **13**



Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende fallen zusammen. Damit fällt auch der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit dem Schnittpunkt der Winkelhalbierenden zusammen. Der Umkreis und der Inkreis des gleichseitigen Dreiecks ABC haben denselben Mittelpunkt.

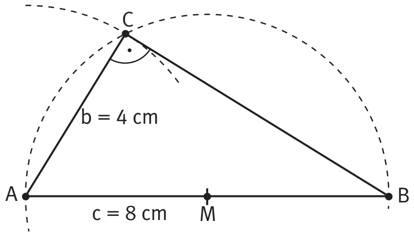
K5 **14**



Beobachtungen: M_i und M_u liegen auf $m_{[AB]}$. M_u liegt außerdem auch auf [AB].

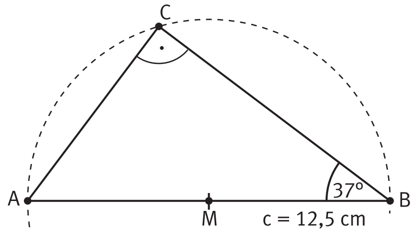
K5 **15** (Darstellung verkleinert)

a)



C ist der Schnittpunkt des Thaleskreises über [AB] mit dem Kreis um A mit r = 4 cm.

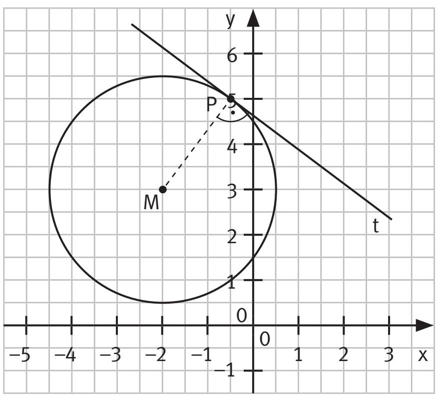
b)



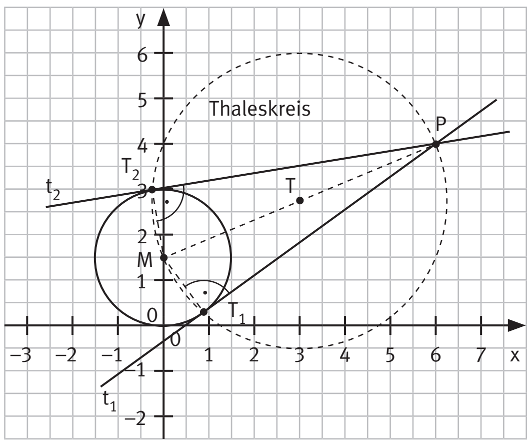
C ist der Schnittpunkt des Thaleskreises über [AB] mit dem freien Schenkel des in B angelegten Winkels β = 37°.

K1 **16** Im Dreieck AMC mit $\overline{MA} = \overline{MC}$ gilt: Maß von ∢ MAC = Maß von ∢ ACM = $\frac{180° - 60°}{2}$ = 60°.
C liegt auf dem Thaleskreis über [AB], daher gilt: Maß von ∢ ACB = 90°.
Damit gilt nun: Maß von ∢ CBM = 180° – 90° – 60° = 30°.
∢ BMC ist Nebenwinkel zu ∢ CMA: Maß zu ∢ BMC =180° – 60° =120°.
Im Dreieck MBC gilt nun: Maß von ∢ MCB = 180° – 120° – 30° = 30°.

K5 **17**



K5 **18**



K1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Zur Kreisfläche gehört auch die Kreislinie. Auf dieser Linie haben alle Punkte P die gleiche Entfernung r zum Kreismittelpunkt, hier gilt: $\overline{PM}$ = r.

K1/6 **20** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **21** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **22** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **23** Die Aussage ist falsch. Nur bei einem spitzwinkligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt innerhalb des Dreiecks. Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt auf der Seite des Dreiecks, die dem rechten Winkel gegenüberliegt (Hypotenuse); bei einem stumpfwinkligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt außerhalb des Dreiecks.

K1/6 **24** Die Aussage ist falsch. Der Satz des Thales gilt für alle Punkte auf der Kreislinie k mit der Mittelsehne [AB] mit Ausnahme der Punkte A und B, da mit A bzw. B als „drittem Punkt des Dreiecks“ kein rechtwinkliges Dreieck ABC vorliegt, sondern nur die Strecke [AB].

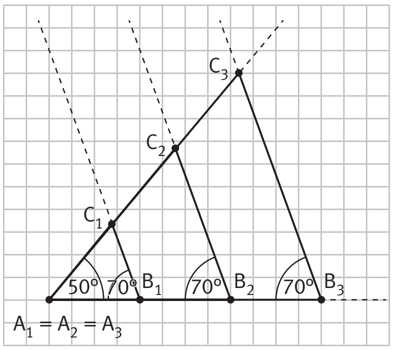
K1 **1** Wegen der Innenwinkelsumme im Dreieck folgt mit 180° – 105° = 75°, dass das Maß der beiden anderen Winkel jeweils kleiner als 75° ist und der Winkel mit 105° der größte der drei Winkel ist. Damit ist die Gegenseite mit 7,5 cm die längste der drei Seiten, die beiden anderen Seiten sind kürzer als 7,5 cm.

K3 **2** Damit die Dreiecksungleichungen ($a + b > c$; $a + c > b$; $b + c > a$) erfüllt sind, muss gelten:

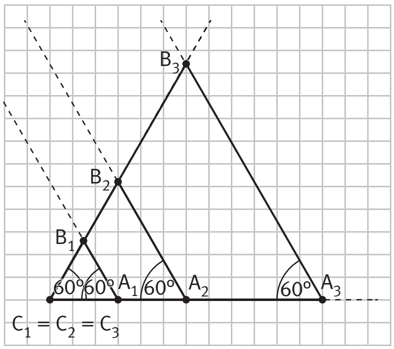
a) 3,3 cm < c < 10,7 cm **b)** 1 cm < a < 11 cm **c)** 0 cm < b < 11,2 cm **d)** 3,8 cm < c < 7,8 cm

K3 **3** Es sind unterschiedliche Abbildungen möglich.

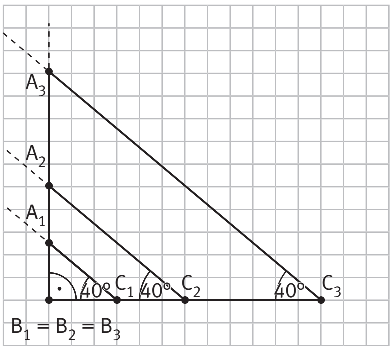
a)



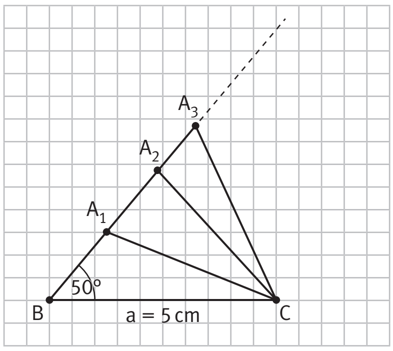
b)



c)

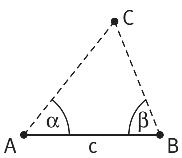


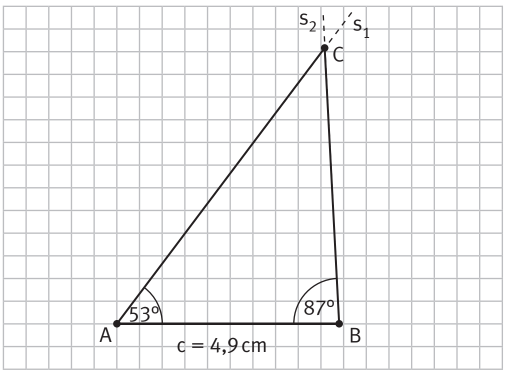
d)



K5 **4** Konstruktion der Dreiecke mit Planfigur, Angabe des Kongruenzsatzes, Zeichnung und Beschreibung:

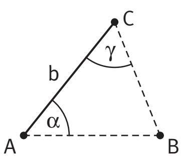
a) WSW:

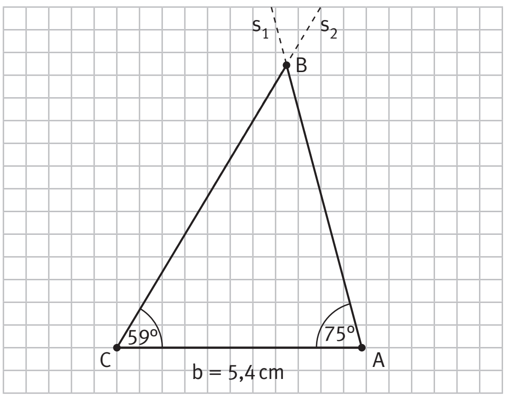




1. Festlegen der Strecke [AB] mit c = 4,9 cm
2. Antragen des Winkels $\alpha = 53°$ in A an [AB], freier Schenkel s_1
3. Antragen des Winkels $\beta = 87°$ in B an [AB], freier Schenkel s_2
4. $s_1 \cap s_2 = \{C\}$

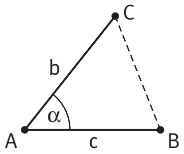
b) WSW:

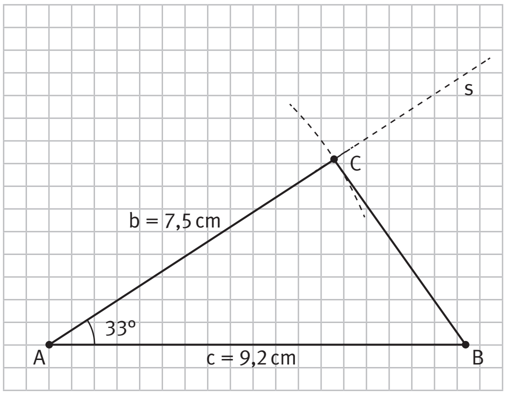




1. Festlegen der Strecke [CA] mit b = 5,4 cm
2. Antragen des Winkels $\alpha = 75°$ in A an [CA], freier Schenkel s_1
3. Antragen des Winkels $\gamma = 59°$ in C an [CA], freier Schenkel s_2
4. $s_1 \cap s_2 = \{B\}$

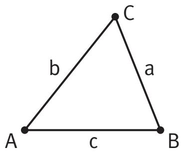
c) SWS:

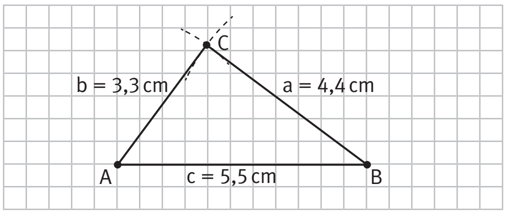




1. Festlegen der Strecke [AB] mit c = 9,2 cm
2. Antragen des Winkels α = 33° in A an [AB], freier Schenkel s
3. k (A; r = b = 7,5 cm)
4. s ∩ k = {C}

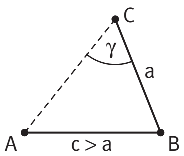
d) SSS:

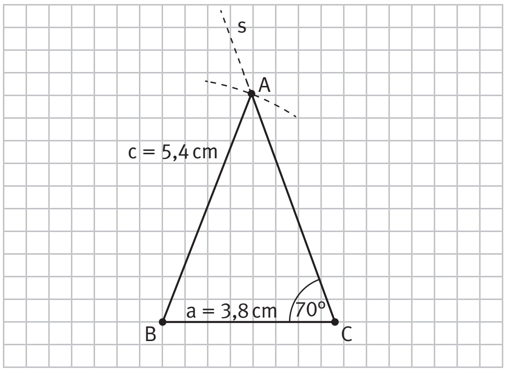




1. Festlegen der Strecke [AB] mit c = 5,5 cm
2. k_1 (B; r = a = 4,4 cm)
3. k_2 (A; r = b = 3,3 cm)
4. $k_1 \cap k_2$ = {C}

e) SsW

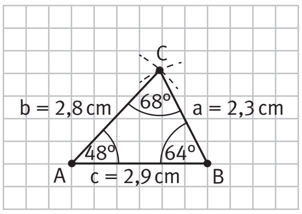




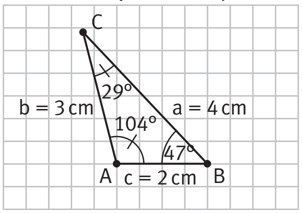
1. Festlegen der Strecke [BC] mit a = 3,8 cm
2. Antragen des Winkels γ = 70° in C an [BC], freier Schenkel s
3. k (B; r = c = 5,4 cm)
4. s ∩ k = {A}

K5 **5** Es sind Messabweichungen möglich. Da die Seitenlängen genauer messbar sind als die Winkel, empfiehlt es sich, das Dreieck nach dem Kongruenzsatz SSS zu konstruieren.

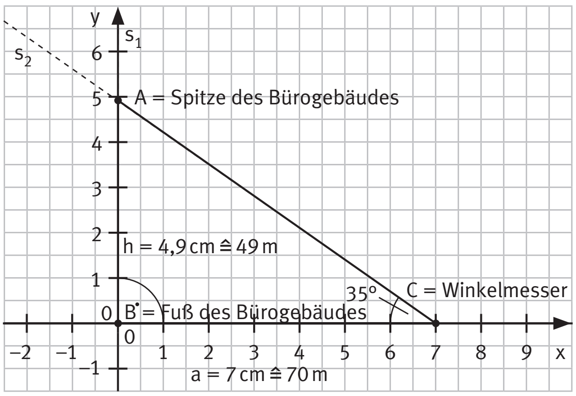
a) a = 2,3 cm, b = 2,8 cm, c = 2,9 cm;
α = 48°, β = 64°, γ = 68°



b) a = 4 cm, b = 3 cm, c = 2 cm;
α = 104°, β = 47°, γ = 29°



K3 **6** Maßstab: 1 cm ≙ 1000 cm = 10 m; 1 : 1000.

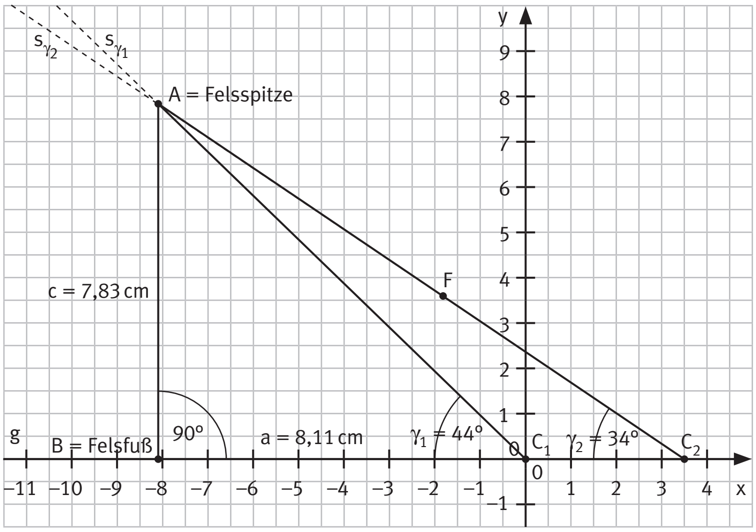


Die Konstruktion erfolgt nach WSW mit a = 7 cm, β = 90° und γ = 35°, sie ergibt eine Höhe von 4,9 cm. Das Bürogebäude ist demnach 49 m hoch.

K3 **7** Schätzung (Abweichungen sind möglich): Die Höhe des Felsens beträgt in der Skizze 2,5 cm, die Flussbreite beträgt etwa 2,6 cm. Der Abstand zwischen den zwei Messpunkten auf der Wiese beträgt 1,1 cm und entspricht 35 m. Damit entspricht die Höhe des Felsens etwa 79,5 m, die Flussbreite etwa 82,7 m.

Konstruktion im Maßstab 1 : 1000 (1 cm ≙ 1000 cm = 10 m): C_1 und C_2 sind die Punkte auf der Wiese, von denen aus die Winkel mit $\gamma_1 = 44°$ bzw. $\gamma_2 = 34°$ an die Grundlinie $g = C_1C_2$ angelegt werden. Der Abstand zwischen C_1 und C_2 beträgt 3,5 cm bzw. 35 m. Die freien Schenkel der beiden Winkel schneiden sich in A, der Felsspitze. Den Punkt B (Felsfuß) erhält man als Lotfußpunkt von A auf g.

Die Konstruktion ergibt eine Felshöhe von 7,83 cm ≙ 78,3 m und eine Flussbreite von 8,11 cm ≙ 81,1 m. Die Schätzung von 79,5 m bzw. 82,7 m liegt dem berechneten Ergebnis sehr nahe.



K5 **8** Die Innenwinkelsumme im Viereck beträgt 360°.

a) $\delta = 360° - 60° - 125° - 85° = 90°$

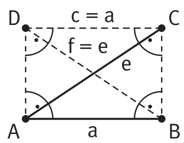
b) $\beta = 360° - 90° - 40° - 90° = 140°$

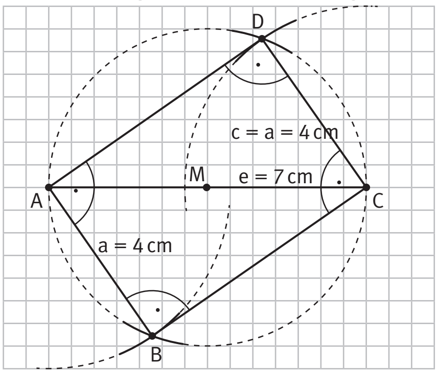
c) $\delta = \beta = 78°;\ \alpha = \frac{360° - 2 \cdot 78°}{2} = 102° = \gamma$

d) $\alpha = \gamma = 66°;\ \beta = \frac{360° - 2 \cdot 66°}{2} = 114° = \delta$

K5 **9** Konstruktion mit Planfigur, Zeichnung und Beschreibung

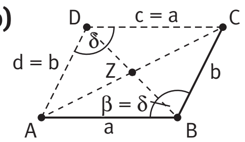
a)

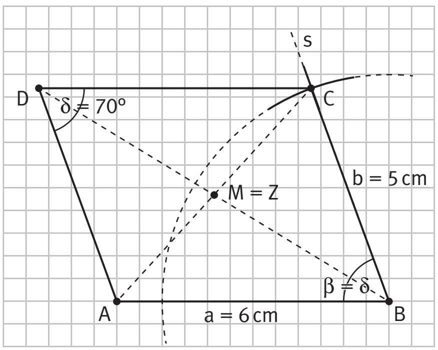




1. Festlegen der Diagonale [AC] mit e = 7 cm
2. Thaleskreis k_T über [AC]
3. k_1 (A; r = a = 4 cm)
4. k_2 (C; r = a = 4 cm)
5. $k_1 \cap k_T = \{B\}$
6. $k_2 \cap k_T = \{D\}$

b)

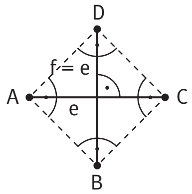


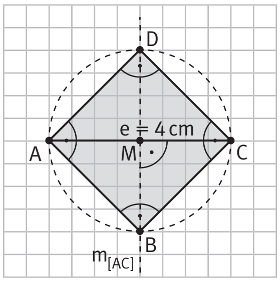


1. Festlegen der Strecke [AB] mit a = 6 cm
2. Antragen des Winkels $\beta = \delta = 70°$ in B an [AB], freier Schenkel s
3. k (B; r = b = 5 cm)
4. $k \cap s = \{C\}$
5. Zeichnen von Z als Mittelpunkt von [AC]
6. $B \xrightarrow{Z} D$

K3

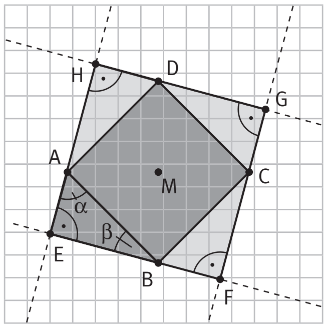
10 a)



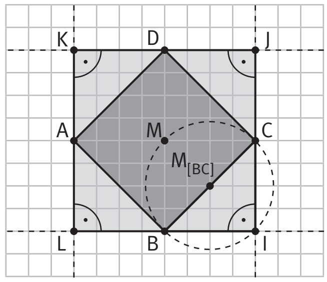


1. Festlegen der Diagonale [AC] mit e = 4 cm
2. Zeichnen des Thaleskreises k_T über [AC]
3. Zeichnen der Mittelsenkrechten $m_{[AC]}$
4. $m_{[AC]} \cap k_T = \{B; D\}$

b) 1 Um ein großes Quadrat um das kleine Quadrat herum zu konstruieren, wählt man die vier entstehenden Dreiecke rechtwinklig und kongruent zueinander; die Seiten des inneren Quadrats bilden dabei die Hypotenusen der Dreiecke, die rechten Winkel in den Dreiecken liegen ihnen also gegenüber.
Ein Lösungsweg zur Konstruktion des ersten der vier Dreiecke, z. B. des Dreiecks AEB über [AB], besteht darin, zwei beliebige Winkel α und β zu wählen, die zusammen 90° ergeben, z. B. 30° und 60°. Anschließend konstruiert man über den Seiten [BC], [CD], [DA] die zu AEB kongruenten Dreiecke, indem man die gewählten Winkel α und β an die Seiten anträgt und die Eckpunkte F, G und H als Schnittpunkte der freien Schenkel ermittelt.



2 Es gelten die gleichen Voraussetzungen wie unter 1, nur wird hier der rechte Winkel mithilfe des Thaleskreises über einer Seite des inneren Quadrates festgelegt, z. B. über [BC]. Auf dem entstehenden Kreisbogen kann ein Punkt I beliebig gewählt werden, wobei die Winkel α und β zusammen 90° ergeben. Um zu gewährleisten, dass die Seiten des äußeren Quadrats rechtwinklig aufeinander stehen, kann man die fehlenden Eckpunkte J, K und L als Schnittpunkte der Parallelen bzw. Senkrechten zu BI durch C, D und A konstruieren.



c) Da in 1 die Winkel α und β beliebig gewählt werden können mit $0 < \alpha < 90°$, $0 < \beta < 90°$ und $\alpha + \beta = 90°$ bzw. in 2 der Punkt I auf dem Thaleskreis beliebig wählbar ist, gibt es unendlich viele Möglichkeiten für das äußere Quadrat.

K3

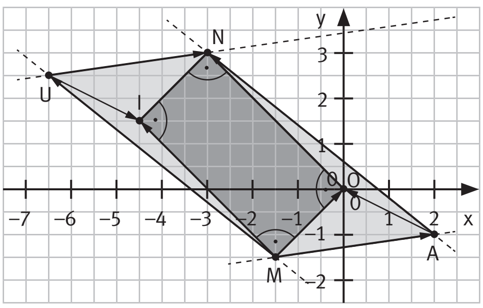
11 a) $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix}3{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AN} = \begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{UN} = \begin{pmatrix}3{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MU} = \begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{UN} = \begin{pmatrix}3{,}5\\0{,}5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MU} = \begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} \parallel \overrightarrow{UN}$ und $\overrightarrow{AN} \parallel \overrightarrow{MU}$

Das Viereck MANU ist ein Parallelogramm.

b) und **c)**



d) O (0 | 0); I (−4,5 | 1,5);

$\overrightarrow{MO} = \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ON} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IN} = \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MI} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{IN} = \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MI} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MO} \parallel \overrightarrow{IN}$ und $\overrightarrow{ON} \parallel \overrightarrow{MI}$

Das Viereck MONI ist ein Parallelogramm.

Es gilt:

$\begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$, d. h. $\overrightarrow{MO}$ und $\overrightarrow{IN}$ stehen senkrecht auf $\overrightarrow{ON}$ und $\overrightarrow{MI}$, außerdem sind $\overrightarrow{ON}$ und $\overrightarrow{MI}$ doppelt so lang wie $\overrightarrow{MO}$ bzw. $\overrightarrow{IN}$.

K1 **12 a)** Unten links: Gleichschenkliges Trapez mit Symmetrieachse und Umkreis
Unten rechts: Drachenviereck mit Symmetrieachse und Inkreis
Mitte links: Rechteck mit zwei Symmetrieachsen, Symmetriezentrum und Umkreis
Mitte rechts: Raute mit zwei Symmetrieachsen, Symmetriezentrum und Inkreis
Oben: Quadrat mit vier Symmetrieachsen, Symmetriezentrum, Umkreis und Inkreis

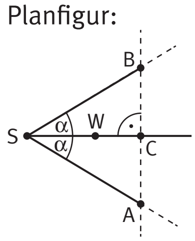
b) Links befinden sich die Vierecke mit Umkreis, rechts die Vierecke mit Inkreis. Links liegen alle Eckpunkte außerhalb der Symmetrieachse, rechts liegen zwei bzw. vier Eckpunkte auf der Symmetrieachse. Von unten nach oben kommen weitere Symmetrieeigenschaften hinzu.

c) Das Parallelogramm müsste auf der untersten Stufe zwischen gleichschenkligem Trapez und Drachen (oder unterhalb der beiden) eingefügt werden: Es hat keine Symmetrieachse, aber ein Symmetriezentrum. Es hat keinen Umkreis und keinen Inkreis.

K3 **13**

	a)		b)
	Voraussetzung	Behauptung	richtig/falsch
1	Das Viereck ABCD hat zwei parallele Seiten, die beiden anderen Seiten sind gleich lang.	Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm.	falsch. Gegenbeispiel: Das gleichschenklige Trapez hat zwei parallele Seiten und zwei gleich lange Seiten, ist aber kein Parallelogramm.
2	Im Viereck ABCD stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander.	Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm.	falsch. Gegenbeispiel: Im Drachenviereck stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander, es ist aber kein Parallelogramm.
3	Das Viereck ABCD ist punktsymmetrisch mit Symmetriezentrum Z.	Im Viereck ABCD halbieren sich die Diagonalen im Symmetriezentrum Z.	richtig: Die Punktsymmetrie ist längentreu, die Längen von Z zu den Eckpunkten bleiben bei Drehung um Z erhalten: $\overline{AZ} = \overline{ZC}$ und $\overline{BZ} = \overline{ZD}$

K3 **14** Planfigur:



Voraussetzung:
1. [SW Winkelhalbierende zu $\sphericalangle ASB$, d. h. $\sphericalangle ASW = \sphericalangle WSB$
2. [SW $\perp$ AB. Sei [SW $\cap$ AB = {C}, dann ist $\sphericalangle SCA = \sphericalangle BCS = 90°$.

Behauptung: $\overline{SA} = \overline{SB}$

Beweis:
Betrachte ΔSCB und ΔSAC:
1. $\sphericalangle ASC = \sphericalangle CSB$ (Vor. 1)
2. $\overline{SC} = \overline{SC}$ (gemeinsame Seite)
3. $\sphericalangle BCS = \sphericalangle SCA$ (Vor. 2)

$\Rightarrow \Delta SCB \cong \Delta SAC$ (nach WSW)
$\Rightarrow \overline{SA} = \overline{SB}$

K1/6 **15** Die Aussage ist richtig (Grund: Seite-Winkel-Beziehung).

K1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: In einem rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck ist die Basis die längste Seite.

K1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Richtig ist: In einem Dreieck ist die Summe zweier Seiten immer länger als die dritte Seite (Dreiecksungleichung).

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Konstruktion von Dreiecken nach SWS, WSW, SsW.

K1/6 **19** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **20** Die Aussage ist falsch. Man benötigt für die eindeutige Konstruktion mindestens eine Seitenlänge.

K 1/6 **21** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **22** Die Aussage ist richtig: Jede Raute ist ein Trapez (zwei Seiten sind parallel). Im Haus der Vierecke steht die Raute über dem Trapez mit Verbindung über das Parallelogramm, beim Weg von unten nach oben kommen weitere Eigenschaften hinzu, die Raute hat insbesondere alle Symmetrieeigenschaften des Trapezes.

K 1/6 **23** Die Aussage ist falsch. Ein mathematischer Zusammenhang lässt sich an einem Gegenbeispiel widerlegen, für einen Beweis muss man jedoch zeigen, dass der Zusammenhang immer gilt, unabhängig von einem Beispiel.

K 1/6 **24** Die Aussage ist falsch: Für den Beweis geometrischer Zusammenhänge verwendet man die Kongruenzsätze für Dreiecke (nicht: „für Vierecke“).

K5 **1** Bestimmung der Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ (1) und in $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ (2)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
1	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \setminus \{1\}$	$\mathbb{N} \setminus \{4\}$	$\mathbb{N} \setminus \{3\}$	$\mathbb{N} \setminus \{6\}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \setminus \{2\}$	$\mathbb{N} \setminus \{2\}$
2	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0{,}5\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{1\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-4; 4\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{6\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 2\}$

K3 **2** Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:

a) $\frac{1}{x}$ **b)** $\frac{1}{x-0{,}5}$ **c)** $\frac{1}{x+0{,}5}$ **d)** $\frac{1}{\frac{2}{3}-x}$ **e)** $\frac{1}{x^2-9}$ **f)** $\frac{1}{x-3\frac{7}{11}}$

g) $\frac{1}{x-1{,}44}$ **h)** $\frac{1}{2x^2-18}$ **i)** $\frac{1}{(x+2)\cdot(x-0{,}8)}$ **j)** $\frac{1}{x^2-\frac{25}{49}}$ **k)** $\frac{1}{(x-0{,}9)\cdot(x-3{,}8)}$ **l)** $\frac{1}{x+3{,}6}$

K5 **3**

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
	$\frac{3}{x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{x}{x-3}$ $\mathbb{Q} \setminus \{3\}$	$\frac{2}{2{,}5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{3}{x-5}$ $\mathbb{Q} \setminus \{5\}$	$\frac{5}{x+3}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\frac{x-3}{x+3}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$
1	$\frac{3x}{x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{x^2}{x^2-3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{2x}{2{,}5x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{3x}{x^2-5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 5\}$	$\frac{5x}{x^2+3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{x^2-3x}{x^2+3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$
2	$\frac{12x}{4x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{4x^2}{4x^2-12x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{8x}{10x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{12x}{4x^2-20x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 5\}$	$\frac{20x}{4x^2+12x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{4x^2-12x}{4x^2+12x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$
3	$\frac{3x+9}{x^2+3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{x^2+3x}{x^2-9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$	$\frac{2x+6}{2{,}5x^2+7{,}5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{3x+9}{x^2-2x-15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 5\}$	$\frac{5x+15}{x^2+6x+9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$
4	$\frac{3x-9}{x^2-3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{3\}$	$\frac{2x-6}{2{,}5x^2-7{,}5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{3x-9}{x^2-8x+15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{3; 5\}$	$\frac{5x-15}{x^2-9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$	$\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$
5	$\frac{3x+15}{x^2+5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 0\}$	$\frac{x^2+5x}{x^2+2x-15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 3\}$	$\frac{2x+10}{2{,}5x^2+12{,}5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 0\}$	$\frac{3x+15}{x^2-25}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 5\}$	$\frac{5x+25}{x^2+8x+15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; -3\}$	$\frac{x^2+2x-15}{x^2+8x+15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; -3\}$

K5 **4** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und gekürzter Bruchterm

a)	b)	c)	d)	e)
$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\frac{4}{9x}$	$\mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{4}{3}\right\}$ $\frac{6+3x}{4+3x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-8\}$ $\frac{7}{3}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ $\frac{5}{7}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ $\frac{5\cdot(x-1)}{7\cdot(x+1)}$

f)	g)	h)	i)	j)
$\mathbb{Q} \setminus \{-16\}$ $\frac{(x-16)^2}{x+16}$	$\mathbb{Q} \setminus \{16\}$ $x-16$	$\mathbb{Q} \setminus \{-16; 16\}$ $\frac{x-16}{x+16}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 1{,}25\}$ $\frac{x^2-6x+9}{4x^2-5x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 6\}$ $\frac{x+6}{6}$

K5 **5** Hauptnenner der Terme in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $(x+3)\cdot(x-3)^2 = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$

b) $2\cdot(3x-1) = 6x-2$

c) $2\cdot(x-6) = 2x-12$

d) $4\cdot(x+6)\cdot(x-6) = 4x^2-144$

e) $\left(x+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(x-\frac{1}{4}\right) = x^2-\frac{1}{16}$

f) $2\cdot(x+3)\cdot(x-3) = 2x^2-18$

g) $x\cdot(x+2{,}5)^2 = x^3+5x^2+6{,}25x$

h) $6\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right) = 6\cdot\left(x^2-\frac{1}{4}\right) = 6x^2-1{,}5$

i) $2\cdot(x^2-4)\cdot(x-1)^2$

j) $3\cdot 4\cdot x\cdot(x+3) = 12x^2+36x$

k) $(x+2)^2\cdot(x-2)^2 = (x^2-4)^2 = x^4-8x^2+16$

K5 **6** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und vereinfachter Term

a)	b)	c)	d)	e)	f)
$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\frac{5-8+4}{x}$ $= \frac{1}{x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\frac{8+3+10}{4z}$ $= \frac{21}{4z}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 1\}$ $\frac{2x-5x+5}{x^2-x}$ $= \frac{5-3x}{x^2-x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$ $\frac{1}{x+3} - \frac{4x}{x+3}$ $= \frac{1-4x}{x+3}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$ $\frac{y^2+y+y^2-y}{(y-1)\cdot(y+1)}$ $= \frac{2y^2}{y^2-1}$	$\mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{3}{4}\right\}$ $\frac{20x^2-15x-2}{4x-3}$

K5 **7** Für alle $a \in \mathbb{Q} \setminus \{-5; 0; 5\}$ gilt:

$$\frac{a-15}{a^2-25} + \frac{5}{a^2-5a} = \frac{a-15}{(a-5)\cdot(a+5)} + \frac{5}{a\cdot(a-5)}$$
$$= \frac{a^2-15a+5a+25}{a\cdot(a-5)\cdot(a+5)}$$
$$= \frac{a^2-10a+25}{a\cdot(a-5)\cdot(a+5)}$$
$$= \frac{(a-5)^2}{a\cdot(a-5)\cdot(a+5)}$$
$$= \frac{a-5}{a\cdot(a+5)}$$

K3 **8** **a)** Anzahl der Mountainbikes sei x; Anzahl der Trekkingräder ist $x - 24$;
Anzahl aller Fahrräder ist $2x - 24$ mit $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 24\}$

$\frac{x}{2x-24} = \frac{55}{100}$

$\Leftrightarrow 100x = 110x - 1320$

$\Leftrightarrow 1320 = 10x$

$\Leftrightarrow x = 132$

Auf dem Fahrradplatz stehen 132 Mountainbikes und 108 Trekkingräder, insgesamt 240 Fahrräder.

b) Situation 1: Taschengeld von Lisa sei x €; Taschengeld von Gabi ist (x – 10) €.
Situation 2: Taschengeld von Lisa ist (x – 10) €; Taschengeld von Gabi ist (x – 20) €;
$\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 20\}$.

$\frac{x-20}{x-10} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2x - 40 = x - 10$

$\Leftrightarrow x = 30$

Lisa bekommt 30 € und Gabi 20 € Taschengeld. Bei jeweils 10 € weniger Taschengeld bekäme Lisa nur 20 €, Gabi 10 €.

K3 **9** Bruch A mit Zähler z und Nenner (z + 2): $A = \frac{z}{z+2}$

Bruch B mit Zähler (z – 3) und Nenner [(z + 2) – 2] = z: $B = \frac{z-3}{z}$

$\mathbb{D} = \mathbb{N} \setminus \{-2; 0\}$

$\frac{z}{z+2} = \frac{z-3}{z}$

$\Leftrightarrow z^2 = z^2 - z - 6$

$\Leftrightarrow z = -6$

$A = \frac{-6}{-4}$, $B = \frac{-9}{-6}$. Für A und B gilt: $\frac{-6}{-4} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$.

K5 **10** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und vereinfachter Term

a)	b)	c)	d)	e)
$\mathbb{Q} \setminus \{2; 5\}$ $\frac{x+3}{(x-5)\cdot(x-2)} = \frac{x+3}{x^2-7x+10}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-8; 1\}$ $\frac{4\cdot(x-1)\cdot 3}{(x+8)\cdot(x-1)} = \frac{12}{x+8}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $(3x+9)\cdot x = 3x^2+9x$	$\mathbb{Q} \setminus \{-2; 0; 4\}$ $\frac{(x-4)\cdot(x+2)}{x\cdot(x+2)\cdot x\cdot(x-4)} = \frac{1}{x^2}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-2; 0; 2\}$ $\frac{6x^2\cdot(x+2)\cdot(x-2)}{(x+2)\cdot 3x} = 2x^2-4x$

f)	g)	h)	i)	j)
$\mathbb{Q} \setminus \{-7; 0\}$ $\frac{3\cdot 0{,}25\cdot(x+7)}{(x+7)\cdot 9x} = \frac{0{,}25}{3x} = \frac{1}{12x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\frac{4x^2\cdot 5}{3\cdot 16x} = \frac{5x}{12}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 2; 5\}$ $\frac{2x\cdot 5\cdot(x-5)}{(x-5)\cdot 2x\cdot(2-x)} = \frac{5}{2-x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$ $\frac{2\cdot(x+3)\cdot(x-3)}{(x-3)\cdot 4} = \frac{x+3}{2}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$ $\frac{3\cdot(x+3)}{(x-3)\cdot(x+3)} = \frac{3}{x-3}$

K5 **11** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und Lösungsmenge $\mathbb{L}$

a)	b)	c)	d)	e)
$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\{26\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\left\{\frac{9}{14}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ $\left\{-\frac{1}{9}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\left\{\frac{1}{3}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{2\}$ $\left\{2\frac{3}{11}\right\}$

f)	g)	h)	i)	j)
$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 8\}$ $\left\{1\frac{5}{7}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 4\}$ $\left\{-3\frac{7}{15}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \left\{-4{,}5; -\frac{4}{3}\right\}$ $\left\{-9\frac{7}{9}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-0{,}5; 4\}$ $\left\{-\frac{20}{31}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1; -0{,}2\}$ $\left\{\frac{15}{37}\right\}$

K3 **12** Zum Text passt Gleichung 2.

K5 **13** **a)** $4x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow (2x-3)^2 = 0 \Rightarrow \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1{,}5\}$

$\frac{12\cdot(x^2-3)}{4x^2-12x+9} = 3$ $\quad | \cdot (4x^2-12x+9)$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 36 = 12x^2 - 36x + 27$ $\quad | -12x^2 + 36x + 36$

$\Leftrightarrow 36x = 63$ $\quad | : 36$

$\Leftrightarrow x = \frac{63}{36} = 1{,}75; \mathbb{L} = \{1{,}75\}$

b) Hinweis: $x^2 - 0{,}5x - 3 = x^2 + 1{,}5x - 2x - 3 = (x+1{,}5)\cdot(x-2)$
$x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6 = (x+3)\cdot(x-2)$

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$

$\frac{x^2-0{,}5x-3}{x^2-4x+4} = \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ $\quad |$ Faktorisieren

$\Leftrightarrow \frac{(x+1{,}5)\cdot(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{(x+3)\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x+2)}$ $\quad |$ Kürzen

$\Leftrightarrow \frac{(x+1{,}5)}{(x-2)} = \frac{(x+3)}{(x+2)}$ $\quad | \cdot (x-2)\cdot(x+2)$

$\Leftrightarrow (x+1{,}5)\cdot(x+2) = (x+3)\cdot(x-2)$ $\quad |$ Ausmultiplizieren

$\Leftrightarrow x^2 + 3{,}5x + 3 = x^2 + x - 6$ $\quad | -x^2 - x - 3$

$\Leftrightarrow 2{,}5x = -9$ $\quad | : 2{,}5$

$\Leftrightarrow x = -3{,}6; \mathbb{L} = \{-3{,}6\}$

c) Hinweis: $x^2 + 1{,}5x - 4{,}5 = x^2 + 3x - 1{,}5x - 4{,}5 = (x + 3) \cdot (x - 1{,}5)$

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 1{,}5; 2\}$

$\frac{x^2 - 2{,}25}{(x - 1{,}5) \cdot (x - 2)} = \frac{x^2 + 1{,}5x - 4{,}5}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 2)}$ | Faktorisieren

$\Leftrightarrow \frac{(x - 1{,}5) \cdot (x + 1{,}5)}{(x - 1{,}5) \cdot (x - 2)} = \frac{(x + 3) \cdot (x - 1{,}5)}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 2)}$ | Kürzen

$\Leftrightarrow \frac{(x + 1{,}5)}{(x - 2)} = \frac{(x + 3)}{(x + 2)}$ | $\cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$

$\Leftrightarrow (x + 1{,}5) \cdot (x + 2) = (x + 3) \cdot (x - 2)$ | Ausmultiplizieren

$\Leftrightarrow x^2 + 3{,}5x + 3 = x^2 + x - 6$ | $- x^2 - x - 3$

$\Leftrightarrow 2{,}5x = -9$ | $: 2{,}5$

$\Leftrightarrow x = -3{,}6$; $\mathbb{L} = \{-3{,}6\}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; -1{,}5; 1{,}5\}$

$\frac{(x + 1{,}5) \cdot (x - 3)}{x^2 + 3x + 2{,}25} = \frac{x^2 + 6x + 9}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 3)}$ | Faktorisieren

$\Leftrightarrow \frac{(x + 1{,}5) \cdot (x - 3)}{(x + 1{,}5)^2} = \frac{(x + 3)^2}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 3)}$ | Kürzen

$\Leftrightarrow \frac{(x - 3)}{(x + 1{,}5)} = \frac{(x + 3)}{(x - 1{,}5)}$ | $\cdot (x + 1{,}5) \cdot (x - 1{,}5)$

$\Leftrightarrow (x - 3) \cdot (x - 1{,}5) = (x + 3) \cdot (x + 1{,}5)$ | Ausmultiplizieren

$\Leftrightarrow x^2 - 4{,}5x + 4{,}5 = x^2 + 4{,}5x + 4{,}5$ | $- x^2 + 4{,}5x - 4{,}5$

$\Leftrightarrow 0 = 9x$ | $: 9$

$\Leftrightarrow x = 0$; $\mathbb{L} = \{0\}$

K 1/6 **14** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **15** Die Aussage ist falsch.

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch; z. B. gilt für $x = 1$: $T_1(1) = 1$; $T_2(1) = -1$; d. h. $T_1(1) \neq T_2(1)$.

K 1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Der Hauptnenner der Terme $\frac{1}{x-2}$ und $\frac{1}{x^2-4}$ ist nicht das Produkt $(x - 2) \cdot (x^2 - 4)$, sondern $(x^2 - 4)$. In $(x^2 - 4)$ ist $(x - 2)$ bereits als Faktor enthalten. Der Hauptnenner setzt sich aus möglichst wenigen Faktoren der Nennerterme zusammen.

K 1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $x = \frac{1}{2}$; die rechte Seite der Gleichung besteht aus einem Quotienten, sie enthält aber keinen Bruchterm (= Term mit wenigstens einer Variablen im Nenner) und ist daher keine Bruchgleichung.

K 1/6 **20** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\frac{1}{6-x} = 1$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{6\}$.

K 1/6 **21** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **22** Die Aussage ist falsch: Für $x = -7$ ist $T(x)$ nicht definiert, $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-7\}$.

K 1/6 **23** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **24** Die Aussage ist nur richtig, wenn die Bruchgleichung in Form einer Verhältnisgleichung $\frac{T_1(x)}{T_2(x)} = \frac{T_3(x)}{T_4(x)}$ vorliegt (oder in eine solche Form gebracht werden kann) und die Definitionsmenge vor und nach dem Vertauschen von Zähler und Nenner die gleiche ist. Gegenbeispiel mit unterschiedlichen Definitions- und Lösungsmengen: $\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x-2}{x^2-4}$ mit $\mathbb{D}_1 = \mathbb{L}_1 = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$ und $\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{x^2-4}{x-2}$ mit $\mathbb{D}_2 = \mathbb{L}_2 = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$. Hier gilt: $\mathbb{L}_1 \neq \mathbb{L}_2$.