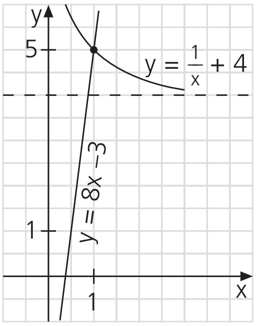
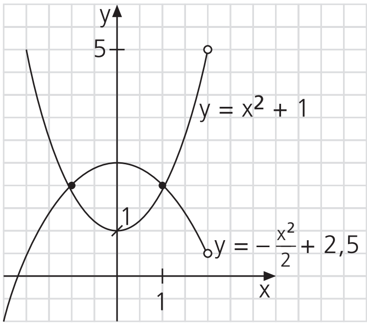
Kann ich das noch? – Lösungen zu den Seiten 6 und 7

1. a) L = {2} b) L = {0; 2} c) L = { } d) L = {–16; 1}
e) L = {–23,5; 1} f) L = {–2} g) L = {1,5; 3} h) L = {7; 10}
i) L = {–1}
Summenwert aller Lösungen: –15

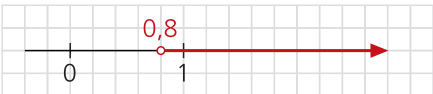
2. a) L = {1} Probe: L. S.: 1 + 4 = 5; R. S.: 8 – 3 = 5; L. S. = R. S. ✓



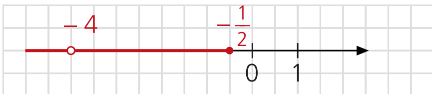
b) L = {–1; 1}
Probe für x = –1: L. S.: 1 + 1 = 2; R. S.: –0,5 + 2,5 = 2; L. S. = R. S. ✓
Probe für x = 1: L. S.: 1 + 1 = 2; R. S.: –0,5 + 2,5 = 2; L. S. = R. S. ✓



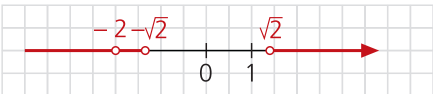
3. a) L =]0,8; ∞[



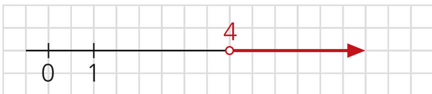
b) L =]–∞; –0,5]\{–4}



c) L = (ℝ\ $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$)\{–2}



d) L =]4; ∞[



4. a) L = $\{(-\frac{1}{12}; \frac{1}{2})\}$ b) L = {(–3; 6)} c) L = {(2; –3; 7)}

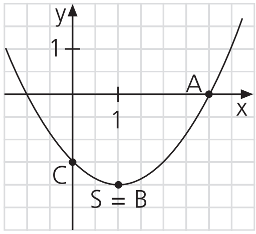
5. Die Diskriminante der Gleichung $x^2 + x + a = 0$ ist D = 1 – 4a:
f hat genau eine Nullstelle, wenn a = 0,25 und wenn a = 0 ist.
f hat keine Nullstelle, wenn a > 0,25 ist.
f hat zwei Nullstellen, wenn a < 0,25, aber ungleich 0 ist.

6. a) |p – 6| = 3p; p = 1,5 b) |p + 1| < 10; p ∈]–11; 9[∩ ℚ

7. **a)** $\frac{1}{x(x+a)}$ **b)** $2x + b$ **c)** $a^{\frac{17}{6}} \cdot b^{\frac{4}{3}} = \sqrt[6]{a^{17}b^8}$

8. **a)** P_1; P_4; P_5; P_7; P_9; P_{10}: 60% **b)** P_1; P_2; P_4; P_5; P_9: 50% **c)** P_5; P_8: 20% **d)** P_3; P_8: 20%
e) P_7: 10% **f)** P_1; P_2; P_3: 30 % **g)** P_6: 10%

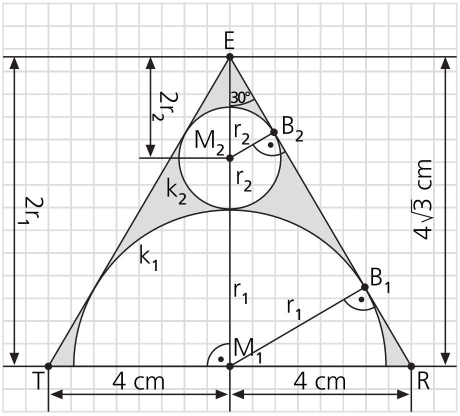
9. Die Gerade AB hat die Gleichung $y = x - 3$; $C \notin AB$, da $-1{,}5 \neq 0 - 3$ ist.
Die Parabel P hat die Gleichung $y = ax^2 + bx + c$.
Das Gleichungssystem: I $9a + 3b + c = 0$
II $a + b + c = -2$
III $c = -1{,}5$
hat die Lösungsmenge $L = \{(0{,}5; -1; -1{,}5)\}$; also besitzt P die Gleichung
$y = 0{,}5x^2 - x - 1{,}5 = 0{,}5(x - 1)^2 - 2$ und den Scheitel S $(1 \mid -2)$.



10.

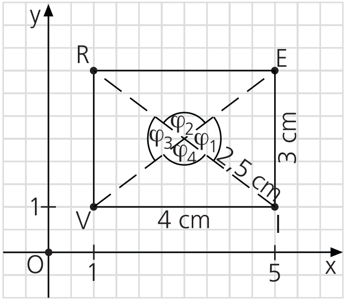
	$\overline{AB} = c$	$\overline{BC} = a$	$\overline{CA} = b$	Größenvergleich	Das Dreieck ist	und hat
a)	5 LE	5 LE	$2\sqrt{5}$ LE	$5^2 < 5^2 + (2\sqrt{5})^2$	spitzwinklig	A = 10 FE
b)	9 LE	$4\sqrt{5}$ LE	$\sqrt{17}$ LE	$9^2 < (4\sqrt{5})^2 + \sqrt{17}^2$	spitzwinklig	A = 18 FE
c)	20 LE	$\sqrt{194}$ LE	$\sqrt{74}$ LE	$20^2 > \sqrt{194}^2 + \sqrt{74}^2$	stumpfwinklig	$U \approx 42{,}5$ LE
d)	10 LE	$\sqrt{10}$ LE	$3\sqrt{10}$ LE	$10^2 = \sqrt{10}^2 + (3\sqrt{10})^2$	rechtwinklig	$\gamma = 90°$; $\sin\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$; $\alpha \approx 18{,}4°$; $\beta \approx 71{,}6°$

11.



Die rechtwinkligen Dreiecke M_1RE, M_1B_1E und M_2B_2E sind Hälften von gleichseitigen Dreiecken:
$\overline{M_1E} = 4\sqrt{3}$ cm; $r_1 = \frac{\overline{M_1E}}{2} = 2\sqrt{3}$ cm
$2r_2 + r_2 = 4\sqrt{3}$ cm $- r_1$; $3r_2 = 2\sqrt{3}$ cm; $\mid :3$ $r_2 = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ cm
$$A = A_{\text{Dreieck}} - A_{\text{Halbkreis } k_1} - A_{\text{Kreis } k_2} = \left[\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} - \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot \pi - \left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)^2 \cdot \pi\right] \text{cm}^2$$
$$= \left(16\sqrt{3} - \frac{22}{3}\pi\right) \text{cm}^2 \approx 4{,}7 \text{ cm}^2$$

12.



Größen der Winkel: $\tan \frac{\varphi_{1,3}}{2} = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$; $\varphi_1 = \varphi_3 \approx 73,7°$; $\varphi_2 = \varphi_4 \approx 106,3°$

a) Pyramidenvolumen: $V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot (4\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}) \cdot 10\text{ cm} = 40\text{ cm}^3$

Seitenflächenhöhen: $\sqrt{10^2 + 2^2}\text{ cm} = \sqrt{104}\text{ cm} = 2\sqrt{26}\text{ cm}$

bzw. $\sqrt{10^2 + 1,5^2}\text{ cm} = \sqrt{102,25}\text{ cm} = 0,5\sqrt{409}\text{ cm}$

Oberflächeninhalt: $4\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\text{ cm} \cdot 0,5\sqrt{409}\text{ cm} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\text{ cm} \cdot 2\sqrt{26}\text{ cm}$

$= 12\text{ cm}^2 + 2\sqrt{409}\text{ cm}^2 + 6\sqrt{26}\text{ cm}^2 \approx 83,0\text{ cm}^2$

Neigungswinkel: $\tan(\sphericalangle\, SIR) = \frac{10}{2,5} = 4$; $\sphericalangle\, SIR \approx 76,0°$

b) Kegelvolumen: $V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \cdot (2,5\text{ cm})^2 \cdot \pi \cdot 10\text{ cm} \approx 65,4\text{ cm}^3$

Mantellinienlänge: $s = \sqrt{10^2 + 2,5^2}\text{ cm} = \sqrt{106,25}\text{ cm} = 2,5\sqrt{17}\text{ cm}$

Oberflächeninhalt: $(2,5\text{ cm})^2 \cdot \pi + 2,5\text{ cm} \cdot \pi \cdot 2,5\sqrt{17}\text{ cm} = 6,25(1 + \sqrt{17})\pi\text{ cm}^2 \approx 100,6\text{ cm}^2$

Prozentsatz: $\frac{V_{\text{Kegel}} - V_{\text{Pyramide}}}{V_{\text{Pyramide}}} \approx 63,6\%$

13. a) $6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0,46\%$

b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} \approx 27,8\%$

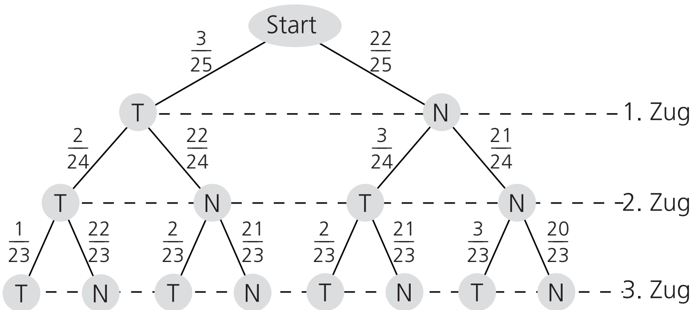
c) $\left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0,08\%$

d) $4! \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 1,9\%$

e) $4 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \cdot \frac{4}{6} + \left(\frac{2}{6}\right)^4 \approx 11,1\%$

f) $\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} \approx 4,9\%$

14.



a) P(„drei Trefferlose") $= \frac{3}{25} \cdot \frac{2}{24} \cdot \frac{1}{23} = \frac{1}{2\,300} \approx 0,04\%$

b) P(„mindestens ein Trefferlos") $= 1 - \frac{22}{25} \cdot \frac{21}{24} \cdot \frac{20}{23} \approx 33,0\%$

c) P(„höchstens ein Trefferlos") $= \frac{22}{25} \cdot \frac{21}{24} \cdot \frac{20}{23} + 3 \cdot \frac{3}{25} \cdot \frac{22}{24} \cdot \frac{21}{23} \approx 97,1\%$

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 36

1.

	a)			b)		
Gradmaß	60°	210°	108°	22,5°	360°	≈ 51,6°
Bogenmaß	$\frac{\pi}{3} \approx 1{,}05$	$\frac{7}{6}\pi \approx 3{,}67$	$\frac{3}{5}\pi \approx 1{,}88$	$\frac{\pi}{8} \approx 0{,}39$	$2\pi \approx 6{,}28$	$0{,}9 \approx 0{,}29\pi$

2. Vier Halbkreise mit Radiuslänge 1,5 cm: 6π cm
Sechs Halbkreise mit Radiuslänge 1 cm: 6π cm
Sechs Halbkreise mit Radiuslänge 0,5 cm: 3π cm
Gesamtlänge der Welle: 15π cm ≈ 47,1 cm

3. **a)** Das Dreieck MAD ist gleichseitig mit der Seitenlänge 4a.
$U = \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot 2a \cdot \pi + 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 2a \cdot \pi = \frac{14}{3}a\pi \approx 14{,}7a$
$A = \frac{5}{6} \cdot (2a)^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 2a\sqrt{3} - 2 \cdot \frac{(2a)^2\pi}{6} = 2a^2\pi + 4a^2\sqrt{3} \approx 13{,}2a^2$
b) Das Dreieck MBC ist eine Hälfte eines gleichseitigen Dreiecks; es hat die Seitenlängen 2a und 4a und $2\sqrt{3}a$, und es ist $\sphericalangle$ BMC = 60°.
$U = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 2a \cdot \pi + 2 \cdot 2\sqrt{3}a = \frac{4}{3}a(2\pi + 3\sqrt{3}) \approx 15{,}3a$
$A = \frac{2}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{8}{3}a^2\pi + 4a^2\sqrt{3} \approx 15{,}3a^2$

4. $r_{min} = \frac{\sqrt{(8\text{ cm})^2 + (15\text{ cm})^2}}{2} = 8{,}5\text{ cm}$; $A = (8{,}5\text{ cm})^2 \cdot \pi \approx 227\text{ cm}^2 \approx 2{,}3\text{ dm}^2$

5. Raumdiagonalenlänge $d = \sqrt{(4\text{ cm})^2 + (6\text{ cm})^2 + (12\text{ cm})^2} = 14\text{ cm}$ $(= 2r_{min})$
$V = \frac{4}{3} \cdot (7\text{ cm})^3 \cdot \pi \approx 1\,437\text{ cm}^3 \approx 1{,}4\text{ dm}^3$

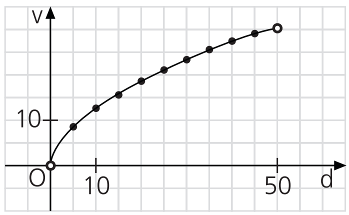
6. **a)** $V = \frac{4}{3} \cdot (8\text{ m})^3 \cdot \pi \approx 2\,145\text{ m}^3$; $A = 4 \cdot (8\text{ m})^2 \cdot \pi \approx 804\text{ m}^2$
b) $V_1 = 8V$; $\frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi = 8 \cdot \frac{4}{3} \cdot (8\text{ m})^3 \cdot \pi$; $| : (\frac{4}{3}\pi)$
$r_1^3 = 8 \cdot (8\text{ m})^3$; $r_1 = 2 \cdot 8\text{ m} = 16\text{ m}$; $A_1 = 4r_1^2\pi = 4 \cdot (16\text{ m})^2 \cdot \pi = 1\,024\pi\text{ m}^2 \approx 3\,217\text{ m}^2$
c) $A_2 = 8A$; $4r_2^2\pi = 8 \cdot 4 \cdot (8\text{ m})^2 \cdot \pi$; $| : (4\pi)$
$r_2^2 = 512\text{ m}^2$; $r_2 = 16\sqrt{2}\text{ m}$; $V_2 = \frac{4}{3} \cdot (16\sqrt{2}\text{ m})^3 \cdot \pi = \frac{32\,768}{3}\sqrt{2} \cdot \pi\text{ m}^3 \approx 48\,528\text{ m}^3$

7. $A_K = 4r^2\pi$; $r^* = 0{,}8r$; $A^* = 4 \cdot (0{,}8r)^2\pi$; $A_K - A^* = 0{,}36 \cdot 4r^2\pi$
Der Oberflächeninhalt verringert sich um 36%.
$V_K = \frac{4}{3}r^3 \cdot \pi$; $r^* = 0{,}8r$; $V^* = \frac{4}{3} \cdot (0{,}8r)^3 \cdot \pi$; $V_K - V^* = 0{,}488 \cdot \frac{4}{3}r^3 \cdot \pi$
Das Volumen verringert sich um 48,8%.

8. **a)** $A_{Kugel} = 4r^2\pi$; $A_{Zylinder} = 2r^2\pi + 4r^2\pi = 6r^2\pi$; $A_{Zylinder} = 1{,}5 \cdot A_{Kugel}$
b) $r_{Dach} = r_{Boden} = r$; $A_{Boden} = r^2\pi$; $A_{Dach} = \frac{1}{2} \cdot 4r^2\pi = 2r^2\pi = 2 \cdot A_{Boden}$

9. **a)** $V_{Hagelkorn} = \frac{4}{3} \cdot (2{,}0\text{ cm})^3 \cdot \pi \approx 33{,}5\text{ cm}^3$; $m_{Hagelkorn} = \rho_{Eis} \cdot V_{Hagelkorn} \approx 30$ g
b)

d (in mm)	5	10	15	20	25	30	35	40	45
v(d) (in $\frac{m}{s}$)	9,6	13,6	16,7	19,2	21,5	23,6	25,4	27,2	28,9



Kann ich das? – Lösungen zu Seite 58

1. **a)** Beispiele für mögliche Lösungen:

	$\sin \varphi = 0{,}2588$	$\cos \varphi = -0{,}3090$	$\sin(\varphi + 20°) = 1$
φ_1	$15°$	$108°$	$90° - 20° = 70°$
φ_2	$180° - 15° = 165°$	$360° - 108° = 252°$	$360° + 70° = 430°$
φ_3	$360° + 15° = 375°$	$720° + 108° = 828°$	$70° - 360° = -290°$

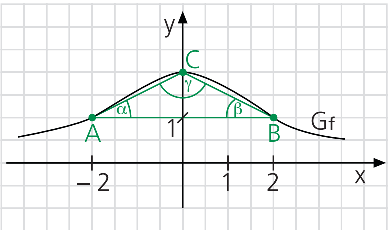
b) Beispiele für mögliche Lösungen:

	$\cos x = -0{,}3827$	$\sin(2x) = 0{,}9781$	$2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$
x_1	$1{,}96$	$0{,}68$	$\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{12}$
x_2	$-1{,}96$	$\frac{\pi}{2} - 0{,}68 \approx 0{,}89$	$-\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = -\frac{11\pi}{12}$
x_3	$1{,}96 + 2\pi \approx 8{,}25$	$2\pi + 0{,}68 \approx 6{,}96$	$\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{13\pi}{12}$

2. $\overline{OP} = 4\text{ cm} \cdot \sin\varphi$; $\overline{PT} = 4\text{ cm} \cdot \cos\varphi$; $A_{TOP} = \frac{1}{2}\,\overline{OP} \cdot \overline{PT} = 8\text{ cm}^2 \cdot \sin\varphi\cos\varphi$

3. $h_c = b\sin\alpha = 1{,}5\text{ cm}$; $A = \frac{1}{2}\,c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot 4{,}5\text{ cm} \cdot 1{,}5\text{ cm} = 3{,}375\text{ cm}^2 \approx 3{,}4\text{ cm}^2$

4. Die einzigen Punkte auf G_f, deren Koordinaten ganzzahlig sind, sind A (–2 | 1), B (2 | 1) und C (0 | 2);
$\tan\alpha = \tan\beta = 0{,}5$; $\alpha = \beta = 26{,}56...° \approx 26{,}6°$; $\gamma \approx 126{,}9°$; $a = b = \sqrt{5}$ LE; $c = 4$ LE; $U_{ABC} = (2\sqrt{5} + 4)$ LE $\approx 8{,}5$ LE



5. **a)** Beispiel für eine mögliche Reihenfolge:
(1) γ (2) h_a (3) h_b (4) a (5) b (6) U_{ABC} (7) A_{ABC} (8) h_c

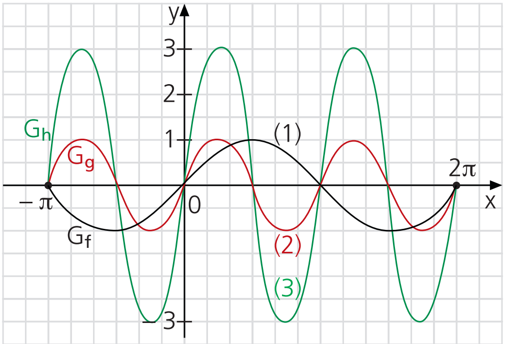
b) (1) $\gamma = 180° - (\alpha + \beta) = 75°$ (2) $h_a = c\sin\beta = 3\sqrt{2}\text{ cm} \approx 4{,}2\text{ cm}$ (3) $h_b = c\sin\alpha = 3\sqrt{3}\text{ cm} \approx 5{,}2\text{ cm}$

(4) $a = \frac{h_b}{\sin\gamma} = \frac{3\sqrt{3}}{\sin 75°}\text{ cm} \approx 5{,}4\text{ cm}$ (5) $b = \frac{h_a}{\sin\gamma} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin 75°}\text{ cm} \approx 4{,}4\text{ cm}$

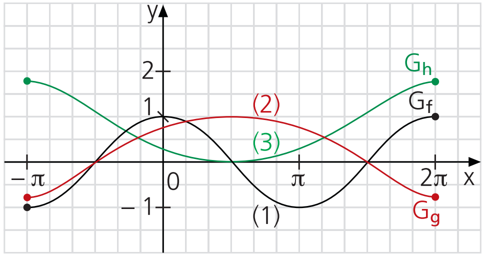
(6) $U_{ABC} = a + b + c \approx 15{,}8\text{ cm}$ (7) $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{h_b}{\sin\gamma} \cdot c\sin\beta = \frac{\frac{9}{2}\sqrt{6}}{\sin 75°}\text{ cm}^2 \approx 11{,}4\text{ cm}^2$

(8) $h_c = \frac{2A_{ABC}}{c} \approx 3{,}8\text{ cm}$

6. a)

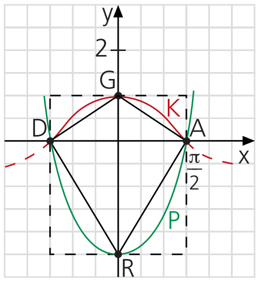


b)



	sin x	sin (2x)	3 sin (2x)	cos x	$\cos\left[0{,}5\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right]$	$1-\cos\left[0{,}5\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right]$
Amplitude	1	1	3	1	1	1
Wertemenge	[–1; 1]	[–1; 1]	[–3; 3]	[–1; 1]	$[-\frac{\sqrt{2}}{2};\ 1]$	$[0;\ 1+\frac{\sqrt{2}}{2}]$

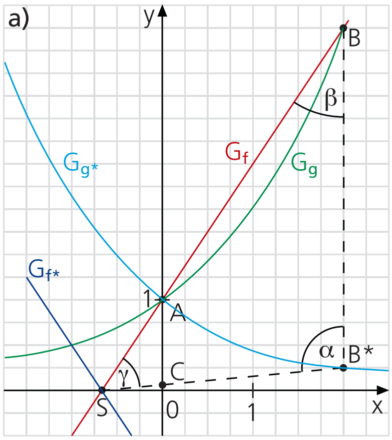
7. Das Viereck DRAG ist ein Drachenviereck. Es hat die Symmetrieachse RG; seine Diagonalen stehen aufeinander senkrecht und haben die Längen π cm bzw. $\left(1+\frac{\pi^2}{4}\right)$ cm. Sein Flächeninhalt A* beträgt also
$2\cdot\frac{1}{2}\overline{RG}\cdot\frac{1}{2}\overline{DA}=\frac{1}{2}\cdot\overline{RG}\cdot\overline{DA}=\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{\pi^2}{4}\right)\ \text{cm}^2\approx 5{,}45\ \text{cm}^2$.
Da der Flächeninhalt A des von den beiden Kurvenbögen berandeten Bereichs sicher größer als A*, aber kleiner als der Flächeninhalt des umbeschriebenen Rechtecks (2A* ≈ 10,9 cm²) ist, ergibt sich als Abschätzung für A die Ungleichung 5 cm² < A < 11 cm² (nach Augenmaß ist A ≈ 7 cm²).



8. a) $y=-2\cos x$ b) $y=0{,}5\sin(0{,}5x)+1$

9. Koordinaten der Zeigerspitzen um 16 Uhr (Ursprung: Mittelpunkt des Zifferblatts; positive x-Achse: „3-Uhr-Stellung" des Stundenzeigers; Einheit: m): $S_1\ (0\mid 1{,}4)$; $S_2\ (0{,}84\cdot\cos 30°\mid -0{,}84\cdot\sin 30°)=(0{,}42\sqrt{3}\mid -0{,}42)$
Entfernung: $\overline{S_1S_2}^2=(0{,}42\sqrt{3}-0)^2+(-0{,}42-1{,}4)^2=0{,}5292+3{,}3124=3{,}8416$; $\overline{S_1S_2}=1{,}96$: die Zeigerspitzen sind um 16 Uhr 1,96 m weit voneinander entfernt.

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 90



1. Funktionsterme: $f(x)=1{,}5x+1$; $g(x)=1\cdot 2^x$

b) Funktionen: f*: $f^*(x)=-1{,}5x-1$; $D_{f^*}=\mathbb{R}$; g*: $g^*(x)=2^{-x}$; $D_{g^*}=\mathbb{R}$

c) Koordinaten: $S\ (-\frac{2}{3}\mid 0)$; $B^*\ (2\mid 0{,}25)$

Flächeninhalte: $A_{BSB^*}=\frac{1}{2}\cdot\left(2+\frac{2}{3}\right)\cdot\left(4-\frac{1}{4}\right)\ \text{cm}^2=5\ \text{cm}^2$

$\overline{CA}:\overline{B^*B}=\frac{2}{3}:2\frac{2}{3}=1:4$; $\overline{CA}=\frac{1}{4}\cdot 3\frac{3}{4}\ \text{cm}=\frac{15}{16}\ \text{cm}$

(2. Strahlensatz; V-Figur mit Scheitel S);

$A_{\text{II. Quadrant}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{16}\ \text{cm}^2=\frac{5}{16}\ \text{cm}^2$

Bruchteil: $\frac{\frac{5}{16}}{5}=\frac{1}{16}\approx 6{,}3\%$

Umfangslänge: $\overline{BS}=\sqrt{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2+4^2}\ \text{cm}=\sqrt{23\frac{1}{9}}\ \text{cm}=\frac{4}{3}\sqrt{13}\ \text{cm}$

$\approx 4{,}81$ cm

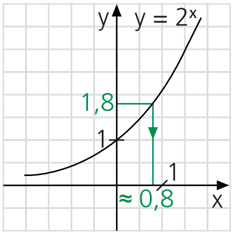
$\overline{SB^*}=\sqrt{\left(2+\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2}\ \text{cm}=\sqrt{7\frac{25}{144}}\ \text{cm}=\frac{1}{12}\sqrt{1\,033}\ \text{cm}\approx 2{,}68\ \text{cm}$

$U_{BSB^*} \approx 4{,}81\text{ cm} + 2{,}68\text{ cm} + 3{,}75\text{ cm} = 11{,}24\text{ cm}$
Winkelgrößen: $A_{BSB^*} = \frac{1}{2} \cdot \overline{B^*B} \cdot \overline{SB^*} \cdot \sin\alpha$; $\sin\alpha \approx 0{,}996$; $\alpha \approx 95{,}4°$;
$A_{BSB^*} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BS} \cdot \overline{B^*B} \cdot \sin\beta$; $\sin\beta \approx 0{,}555$; $\beta \approx 33{,}7°$; $\gamma \approx 50{,}9°$

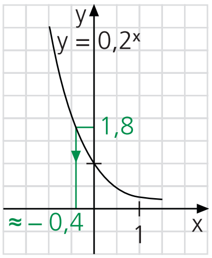
2. **a)** $L = \{-1\}$ **b)** $L = \{2\}$ **c)** $x = \frac{\log 3}{\log 16 - \log 5} = \frac{\log 3}{\log 3{,}2} \approx 0{,}94$; $L = \{\frac{\log 3}{\log 3{,}2}\}$ **d)** $L = \{\,\}$
e) $\log_3 \frac{x}{2-x} = \log_3 9$; $\frac{x}{2-x} = 9$; $x = 1{,}8 \in G$; $L = \{1{,}8\}$

3. **a)** $\frac{\log 1{,}5}{\log 2} < x < \frac{\log 3{,}5}{\log 2}$; $0{,}59 < x < 1{,}80$ **b)** $\log 0{,}5 < x < \log 11$; $-0{,}30 < x < 1{,}04$
c) $0{,}01 < x < 100$

4. **a)** $x \approx 0{,}8$



b) $x \approx -0{,}4$



5. **a)** $\log_3(x+1) - \log_3[2(x+1)] = \log_3 \frac{x+1}{2(x+1)} = \log_3 0{,}5$ $(= -\frac{\log 2}{\log 3} \approx -0{,}63)$
b) $\log_2[\log_2(\log_2 256)] = \log_2[\log_2 8] = \log_2 3$ $(= \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1{,}58)$

6. **a)** Das Kapital wächst auf $(5\,000\text{ €} \cdot 1{,}045^5 \approx)$ 6 230,91 € an.
b) $10\,000\text{ €} = 5\,000\text{ €} \cdot 1{,}045^n$; $|: (5\,000\text{ €})$
$1{,}045^n = 2$; $n = \frac{\log 2}{\log 1{,}045} = 15{,}74\ldots$
Nach etwa 16 Jahren hat sich das Kapital verdoppelt.
c) $5000\text{ €} \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{10} = 10\,000\text{ €}$; $|: (5\,000\text{ €})$
$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{10} = 2$; $1 + \frac{p}{100} = \sqrt[10]{2}$; $p = 100\,(\sqrt[10]{2} - 1) \approx 7{,}18$.
Herr Stein hätte das Kapital zu etwa 7,18% p. a. anlegen müssen.

7. **a)** Bevölkerungszahl im Jahr 2010: $(22{,}5 \cdot 10^6) \cdot 1{,}025^{15} \approx 32{,}6$ Millionen
Verdopplung der Bevölkerungszahl: $1{,}025^x = 2$; $x \approx 28{,}1$
Nach etwa 28 Jahren, also im Jahr 2023, hat sich die Bevölkerungszahl verdoppelt.
b) Bevölkerungszahl im Jahr 2010: $(22{,}5 \cdot 10^6) \cdot 0{,}9975^{15} \approx 21{,}7$ Millionen
Halbierung der Bevölkerungszahl: $0{,}9975^x = 0{,}5$; $x \approx 277$
Nach etwa 277 Jahren, also im Jahr 2272, hat sich die Bevölkerungszahl halbiert.

8. $1{,}1 = 1{,}5 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{5\,730\text{ a}}}$; $|: 1{,}5$ $\quad 0{,}5^{\frac{x}{5\,730\text{ a}}} = \frac{1{,}1}{1{,}5}$; $\quad \frac{x}{5\,730\text{ a}} \log 0{,}5 = \log \frac{1{,}1}{1{,}5}$; $\quad x \approx 2\,564$ a
Die Knochen waren etwa 2 600 Jahre alt.

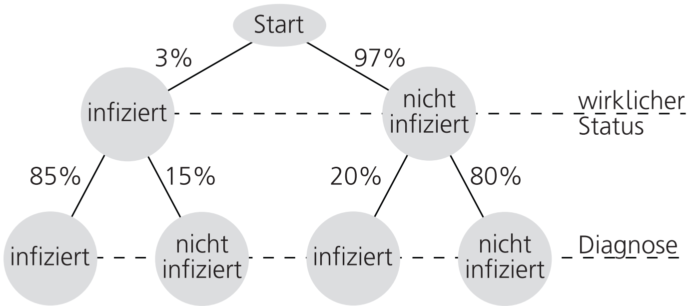
9. Jeder Mitarbeiter erhält nach zehnjähriger Betriebszugehörigkeit 200 €; dieser Betrag soll mit weiterer Betriebszugehörigkeit steigen.
Vorschlag A: Nach weiteren n Jahren erhält jeder Mitarbeiter $200\text{ €} + n \cdot 20\text{ €}$.
Vorschlag B: Nach weiteren n Jahren erhält jeder Mitarbeiter $200\text{ €} \cdot 1{,}075^n$.
Bei einer weiteren Betriebszugehörigkeit von 8 (oder weniger als 8) Jahren ist der Vorschlag A für die Arbeitnehmer günstiger: $200\text{ €} + 8 \cdot 20\text{ €} = 360\text{ €}$; $200\text{ €} \cdot 1{,}075^8 \approx 356{,}70\text{ €}$
Bei einer weiteren Betriebszugehörigkeit von 9 (oder mehr als 9) Jahren ist dagegen der Vorschlag B für die Arbeitnehmer günstiger: $200\text{ €} + 9 \cdot 20\text{ €} = 380\text{ €}$; $200\text{ €} \cdot 1{,}075^9 \approx 383{,}45\text{ €}$

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 110

1. a) $\frac{16}{33} \approx 48\,\%$ b) 100 % c) $\frac{3}{20} = 15\,\%$ d) 0 %

2. a) $1 - 0{,}8^4 \approx 59\,\%$ b) $0{,}8^3 \cdot 0{,}2 + 0{,}8^4 = 0{,}8^3 \approx 51\,\%$
c) $0{,}8^3 \cdot 0{,}2 \approx 10\,\%$ d) $0{,}8^2 \cdot 0{,}2^2 \cdot 6 \approx 15\,\%$

3. a) P(„nur Franzi“) $= \frac{1}{20} \cdot \frac{17}{19} + \frac{17}{20} \cdot \frac{1}{19} = \frac{34}{380} = \frac{17}{190} \approx 8{,}9\,\%$
b) P(„Franzi und Nico“) $= \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{19} + \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190} \approx 0{,}5\,\%$
c) P(„weder Ron noch Nico“) $= \frac{18}{20} \cdot \frac{17}{19} = \frac{153}{190} \approx 80{,}5\,\%$
d) P(„mindestens ein Schmuggler“) $= 1 - \frac{17}{20} \cdot \frac{16}{19} = \frac{27}{95} \approx 28{,}4\,\%$
e) P(„genau ein Schmuggler“) $= \frac{3}{20} \cdot \frac{17}{19} + \frac{17}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{51}{190} \approx 26{,}8\,\%$

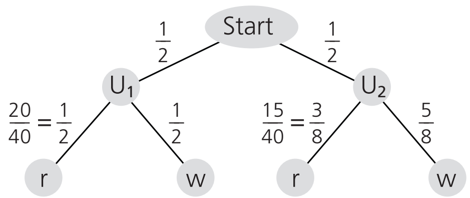
4. a) $1 - 0{,}97^n \geqq 0{,}95$; $n \geqq 98{,}35\ \ldots$; Mindestanzahl: 99 Tiere.
b)


$P_{\text{als nicht infiziert eingestuft}}(\text{„infiziert“}) = \frac{0{,}03 \cdot 0{,}15}{0{,}03 \cdot 0{,}15 + 0{,}97 \cdot 0{,}80} \approx 0{,}58\,\%$

5.

	Frau	**M**ann	
„nimmt Rücksicht“	0,13	0,45	0,58
„nimmt keine Rücksicht“	0,27	0,15	0,42
	0,40	0,60	1,00

P_F(„nimmt keine Rücksicht“) $= \frac{0{,}27}{0{,}40} \approx 68\,\%$

6. a)


b)

	Urne 1	Urne 2	
rot	20	15	35
weiß	20	25	45
	40	40	80

c) P(„rot“) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{40} = \frac{7}{16}$ bzw. P(„rot“) $= \frac{35}{80} = \frac{7}{16}$
P(„rot und aus Urne 1“) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ bzw. P(„rot und aus Urne 1“) $= \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$
P_{rot}(„aus Urne 1“) $= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{16}} = \frac{4}{7} \approx 57\,\%$ bzw. P_{rot}(„aus Urne 1“) $= \frac{20}{35} = \frac{4}{7} \approx 57\,\%$

d) P(„rot und aus Urne 2“) $= \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{40} = \frac{3}{16}$ bzw. P(„rot und aus Urne 2“) $= \frac{15}{80} = \frac{3}{16}$
P_{rot}(„aus Urne 2“) $= \frac{\frac{3}{16}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{7} \approx 43\,\%$ bzw. P_{rot}(„aus Urne 2“) $= \frac{15}{35} = \frac{3}{7} \approx 43\,\%$
[oder: P_{rot}(„aus Urne 2“) $= 1 - P_{rot}$(„aus Urne 1“) $\approx 1 - 57\,\% = 43\,\%$]

Kann ich das? – Lösungen zu Seite 132

1. a) $x^2 + 1$ b) $3x^2 + 7x - 16$ c) $x^3 - 2x^2 - 3x + 10$ d) $x^2 - x + 1$

2. a) Man substituiert $x^2 = u$ und erhält $2u^2 - 5u - 12 = 0$; $u_1 = 4$; $u_2 = -1{,}5 < 0$.
$x_{1,2}^2 = 4$; $x_1 = 2$; $x_2 = -2$ $x_{3,4}^2 = -1{,}5$: keine reellen Lösungen
Lösungsmenge: $L = \{-2; 2\}$

b) Man substituiert $x^2 = u$; $u^2 - 109u + 900 = 0$; $(u - 100)(u - 9) = 0$.
$u_1 = 100$; $x_1^2 = 100$; $x_{11} = 10$; $x_{12} = -10$; $u_2 = 9$; $x_2^2 = 9$; $x_{21} = 3$; $x_{22} = -3$
Lösungsmenge: $L = \{-10; -3; 3; 10\}$

3. a) $0{,}5(x + 5)(x^2 - 4) = 0$; $L = \{-5; -2; 2\}$
b) $x^2(x + 2)(x - 1) = 0$; $L = \{-2; 0; 1\}$
c) $(x + 2)(x^2 - 4x + 5) = 0$; $L = \{-2\}$

4.

Bedingung wird erfüllt von	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
f_1	x	x	x	x	x
f_2	x		x	x	x
f_3	x	x	x	x	
f_4	x	x	x		x

Von den vier Funktionen f_1 bis f_4 erfüllt nur f_1 alle fünf Bedingungen.

5. $f(0) = f(0) \cdot f(0)$; $f(0) = [f(0)]^2$, also [wegen $f(0) > 0$] $f(0) = 1$
$f(2) = f(1 + 1) = f(1) \cdot f(1) = [f(1)]^2$; $[f(1)]^2 = 9$, also [wegen $f(1) > 0$] $f(1) = 3$
$f(3) = f(2 + 1) = f(2) \cdot f(1) = 9 \cdot 3 = 27$
$f(4) = f(2 + 2) = f(2) \cdot f(2) = 9 \cdot 9 = 81$
oder $f(4) = f(3 + 1) = f(3) \cdot f(1) = 27 \cdot 3 = 81$

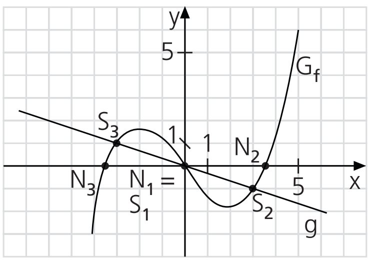
6. a) $f(x) \approx 4x^4$ b) $f(x) \approx 0{,}2x^6$ c) $f(x) \approx 2x^3$ d) $f(x) \approx -2x^3$

7. Es ist stets $f(-x) = \frac{1}{9}(-x)^3 - \frac{4}{3}(-x) = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{4}{3}x = -\left(\frac{1}{9}x^3 - \frac{4}{3}x\right) = -f(x)$;
also ist G_f punktsymmetrisch zum Ursprung O (0 | 0).

a) Nullstellen: $\frac{1}{9}x^3 - \frac{4}{3}x = 0$; $\frac{1}{9}x(x^2 - 12) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 2\sqrt{3}$; $x_3 = -2\sqrt{3}$.
Näherungsterm: $f(x) \approx \frac{1}{9}x^3$. Für $x \to \infty$ gilt $f(x) \to \infty$; für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to -\infty$.

b) $\frac{1}{9}x^3 - \frac{4}{3}x = -\frac{1}{3}x$; $| \cdot 9$ $x^3 - 9x = 0$; $x(x^2 - 9) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 3$; $x_3 = -3$;
S_1 (0 | 0), S_2 (3 | −1), S_3 (−3 | 1)

c)



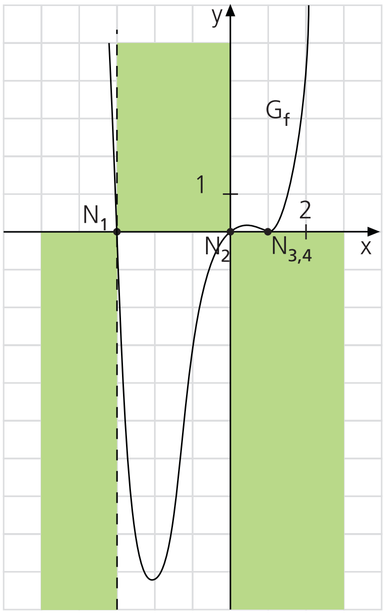
x	0	±1	±2	±3	±4	±5
f(x)	0	$\mp 1\frac{2}{9}$	$\mp 1\frac{7}{9}$	∓ 1	$\pm 1\frac{7}{9}$	$\pm 7\frac{2}{9}$

d) f^*: $f^*(x) = \frac{1}{9}(-x)^3 - \frac{4}{3}(-x) = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{4}{3}x$; $D_{f^*} = \mathbb{R}$

8. Nullstellen der Funktion f: $f(x) = 0{,}5(x + 3)x(x - 1)^2$; $D_f = \mathbb{R}$:
einfache Nullstellen: $x_1 = -3$; $x_2 = 0$;
doppelte Nullstelle: $x_{3,4} = 1$.

	$x < -3$	$x = -3$	$-3 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$x + 3$	< 0	0	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0
x	< 0	< 0	< 0	0	> 0	> 0	> 0
$(x-1)^2$	> 0	> 0	> 0	> 0	> 0	0	> 0
$f(x)$	> 0	0	< 0	0	> 0	0	> 0

Der Graph G_f kann also *nicht* durch die drei getönten „Felder" verlaufen:



Kann ich das? – Lösungen zu Seite 160

1. **a)** S (3 | –5) **b)** S (–1 | 3) **c)** S (1,5 | 5,5)

2. P_1: $y = x^2$ P_2: $y = (x + 4)^2 + 3$ P_3: $y = -[(x + 4)^2 + 3] = -(x + 4)^2 - 3$

3. **a)** S* (a | 2a – 4) **b)** $2a - 4 = 0$; $a = 2$
c) $a^2 + 2a - 4 = 0$; $a_{1,2} = -1 \pm \sqrt{5}$ **d)** $2a - 4 = 10$; $a = 7$

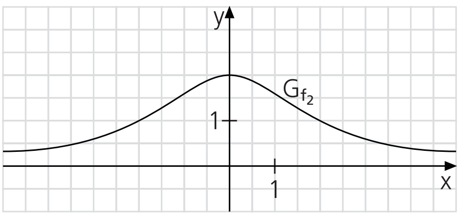
4. **a)** f*: $f^*(x) = 2^{-x} - 1$; $D_{f^*} = \mathbb{R}$ **b)** f*: $f^*(x) = \frac{1}{x - 1} + 1$; $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

5. **a)** $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x + 2}{x + 1} = 1$ **b)** $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left[\frac{1}{(x + 1)^2} + 4\right] = 4$
c) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1 + x^2}{2 - x^2} = -1$ **d)** $\lim\limits_{x \to -\infty} [3^x \cdot (\sin \frac{x}{2})^2] = 0$

6. f: $f(x) = \frac{2(x - 3)}{x - 5}$; $D_f = \mathbb{R}\backslash\{5\}$

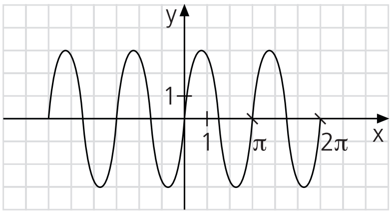
7. **a)** Schnittpunkt mit der y-Achse: T (0 | a). Da $a \in \mathbb{R}^+$ ist, schneidet G_{f_a} die y-Achse stets oberhalb des Ursprungs.
Schnittpunkt mit der x-Achse: $\frac{a^3}{a^2 + x^2} = 0$; $| \cdot (a^2 + x^2)$ $a^3 = 0$: falsch, da $a \in \mathbb{R}^+$;
G_{f_a} schneidet also für keinen Wert von $a \in \mathbb{R}^+$ die x-Achse.
Achsensymmetrie zur y-Achse: $f_a(-x) = \frac{a^3}{a^2 + (-x)^2} = \frac{a^3}{a^2 + x^2} = f_a(x)$ ✓
b) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{a^3}{a^2 + x^2} = 0$ unabhängig von a

c)

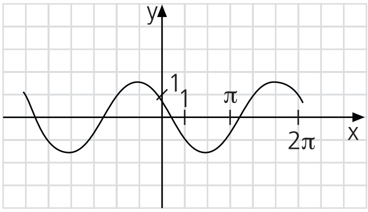


d) $\frac{8}{4 + x^2} < \frac{1}{25}$; $| \cdot 25(4 + x^2)$ $x^2 > 196$; $|x| > 14$

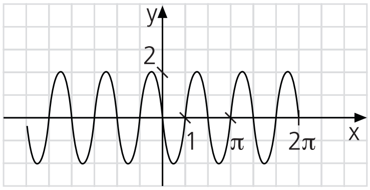
8. a) $p = \pi$



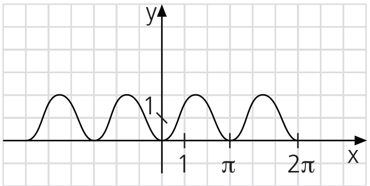
b) $p = 2\pi$



c) $p = \frac{2\pi}{3}$



d) $p = \pi$



9. a) f_1: $f_1(x) = 1{,}1^x$; $D_{f_1} = \mathbb{R}$, bzw. f_2: $f_2(x) = 1{,}2^x$; $D_{f_2} = \mathbb{R}$, bzw. f_3: $f_3(x) = 1{,}5^x$; $D_{f_3} = \mathbb{R}$

b) f_1: $f_1(x) = (\sqrt{2})^x$; $D_{f_1} = \mathbb{R}$, bzw. f_2: $f_2(x) = (\sqrt{3})^x$; $D_{f_2} = \mathbb{R}$