FORMEL PLUS M 9

Mathematik für Mittelschulen
Bayern

TEILDRUCK
Der vollständige Band erscheint im Festeinband

C.C.BUCHNER
KLETT

Impressum

FORMEL PLUS M9

Mathematik für Mittelschulen

Herausgegeben von Karl Haubner und Manfred Hilmer

Bearbeitet von Jan Brucker, Matthias Ernst, Thomas Ernst, Sonja Götz, Bernhard Hartl, Wolfgang Höchbauer, Kevin Koch, Friedrich Röckl, Silke Schmid und Laszlo Wenzl

Die enthaltenen Links verweisen auf digitale Inhalte, die der Verlag in eigener Verantwortung zur Verfügung stellt.

Bitte beachten: An keiner Stelle im Schülerbuch dürfen Eintragungen vorgenommen werden. Das gilt besonders für die Lösungswörter und die Leerstellen in Aufgaben und Tabellen.

Teildruck
1. Auflage, 1. Druck 2021
Alle Drucke dieser Auflage sind, weil untereinander unverändert, nebeneinander benutzbar.

Dieses Werk folgt der reformierten Rechtschreibung und Zeichensetzung. Ausnahmen bilden Texte, bei denen künstlerische und lizenzrechtliche Gründe einer Änderung entgegenstehen.

Redaktion: Sonja Krause, Jennifer Weisenseel
Grafische Gestaltung: ARTBOX Grafik und Satz GmbH, Bremen
Illustrationen: Nils Sprenger, Bremen

www.ccbuchner.de
www.klett.de

ISBN der vollständigen Auflage:
Buchner 978-3-661-**60013**-0
Klett 978-3-12-**747597**-5

Karl Haubner • Manfred Hilmer

FORMEL PLUS M 9

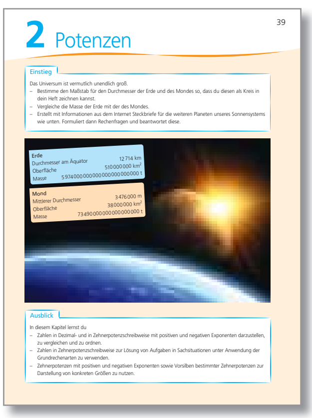
Mathematik für Mittelschulen
Bayern

Bearbeitet von Jan Brucker, Matthias Ernst, Thomas Ernst, Sonja Götz,
Bernhard Hartl, Wolfgang Höchbauer, Kevin Koch, Friedrich Röckl,
Silke Schmid und Laszlo Wenzl

C.C.BUCHNER
KLETT

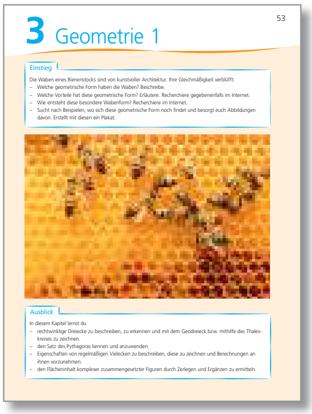
Inhaltsverzeichnis

1 Prozent- und Zinsrechnung

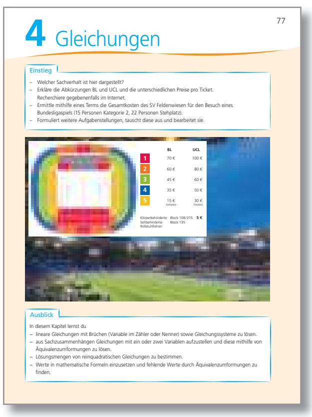


2 Potenzen

Die Mediencodes enthalten passende Zusatzmaterialien unter www.ccbuchner.de/medien.

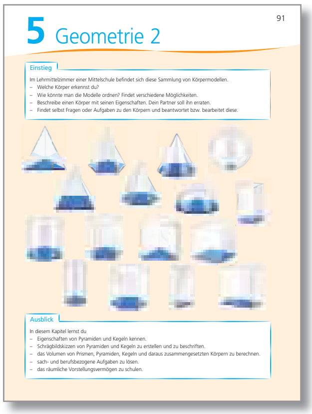


3 Geometrie 1

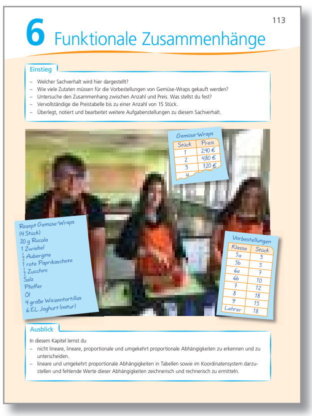


4 Gleichungen

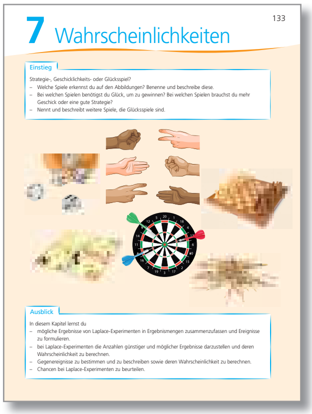
Inhaltsverzeichnis



5 Geometrie 2



6 Funktionale Zusammenhänge

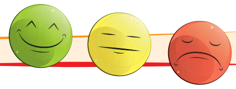


7 Wahrscheinlichkeiten

8 Quali-Training

Aufwärmrunde

So schätze ich meine Leistung ein.



1 Anteile unterschiedlich angeben

a) Ergänze die fehlenden Angaben.

	A	B	C	D
Bruch	■	$\frac{1}{5}$	■	■
Dezimalbruch	0,4	■	■	0,98
Prozentsatz	■	■	1 %	■

b) Bestimme die Anteile als Bruch, Dezimalbruch und Prozentsatz.
Ⓐ 44 von 50 Neuntklässlern haben den Quali geschafft.
Ⓑ 7 von 20 Schülern haben einen Ausbildungsplatz.

2 Prozentwert berechnen

a) Berechne für eine Krawatte und den Anzug jeweils den Preisnachlass in Euro.

b) Wie viel spart sich Rinor insgesamt, wenn er zwei Krawatten, den Anzug und die Schuhe kauft?

3 Grundwert berechnen

a) Berechne jeweils den Grundwert.
Ⓐ 5 % sind 15 €.
Ⓑ 22,5 % sind 90 g.
Ⓒ 63 % sind 346,5 cm.

b) Für das einwöchige Betriebspraktikum der 9. Klassen haben 39 Schüler bereits einen Praktikumsplatz. 22 % sind noch auf der Suche.

4 Prozentsatz berechnen

a) Berechne jeweils den Prozentsatz. Runde, wenn nötig, auf zwei Kommastellen.
Ⓐ 4,25 m von 60 m
Ⓑ 11,11 € von 50 €

b)

Klasse	9a	9b	9c
Anzahl	18	24	21

An einem Montag fehlen sieben Abschlussschüler. Wie viel Prozent sind anwesend?

5 Prozentangaben in Schaubildern darstellen

a) Stelle die Angaben als Säulendiagramm dar.

b) Stelle die Angaben als Kreisdiagramm dar.

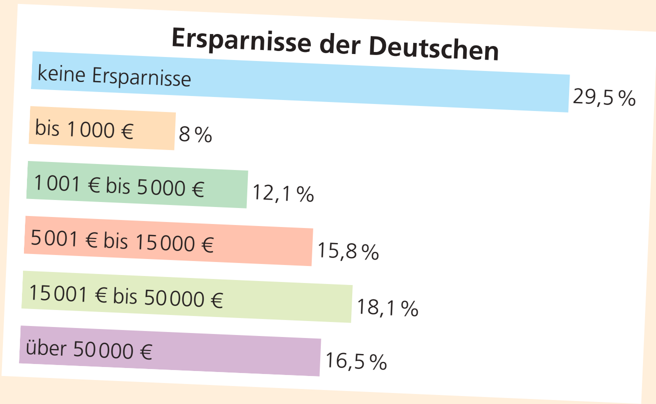
Mediennutzung von 15-Jährigen

Kommunikation	Schulische Zwecke	Spiele/Unterhaltung	Sonstiges
23 %	26 %	44 %	7 %

1 Prozent- und Zinsrechnung

Einstieg

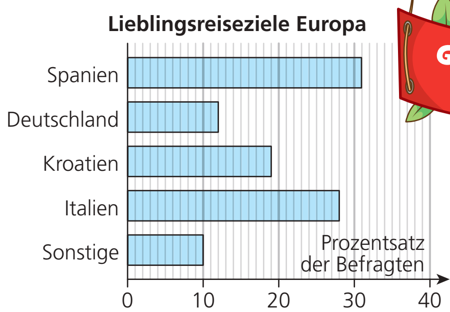
– Was wird im Schaubild dargestellt? Erkläre.
– Würde sich für den Sachverhalt auch ein Kreisdiagramm eignen? Erläutere.
– Recherchiere im Internet die Einwohnerzahl Bayerns und berechne dann für jeden Ersparnisbereich die Personenzahl, wenn die entsprechende prozentuale Verteilung gleich bleibt.
– Es gibt eine Reihe von Möglichkeiten, seine Ersparnisse anzulegen. Recherchiere.
– Was bedeutet der Begriff Zinsen? Erkläre.



Ausblick

In diesem Kapitel lernst du
– die Begriffe der Zinsrechnung kennen und mit den Verfahren der Prozentrechnung Jahreszinsen zu berechnen.
– Zinseszinsen durch Zerlegung in Einzelschritte bzw. Potenzieren zu berechnen und den Zinsfaktor anzuwenden.
– mit Monats- und Tageszinsen zu rechnen sowie von diesen auf Jahreszinsen zu schließen.
– zu Schaubildern Fragen mit mathematischem Gehalt zu stellen und diese zu beantworten.
– Fachbegriffe und Rechenverfahren der Prozent- und Zinsrechnung sachgemäß und automatisiert anzuwenden.

Brüche in Prozent umwandeln



TIPP!

Anteile werden oft in Prozent (%) angegeben:
$\frac{1}{100}$ = 0,01 = 1 %
Das Ganze hat 100 %.

Lösungen zu 2:		
20	25	15
25	20	10
50	25	5
7		

1 Erkläre das Schaubild, lies die Werte ab und gib sie wie im Beispiel an.

Spanien: 31 von 100 = $\frac{31}{100}$ = 31 %

2 Erkläre das Beispiel und notiere dann ebenso.

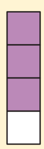
30 € von 120 €
$\frac{30}{120} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ = 25 %
30 € von 120 € sind 25 %.
25 % von 120 € sind 30 €.

a) 20 km von 80 km
b) 20 kg von 100 kg
c) 8 € von 80 €
d) 30 kg von 150 kg
e) 30 t von 200 t
f) 25 l von 100 l
g) 17 mm von 68 mm
h) 3 500 dm von 7 000 dm
i) 35 m von 500 m
j) 12 km von 240 km

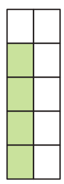
3 Löse im Kopf.

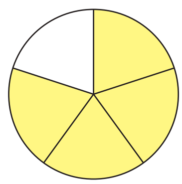
	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
gekürzter Bruch	■	■	■	■	■	■	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$	■
Hundertstelbruch	$\frac{25}{100}$	$\frac{60}{100}$	■	■	■	■	■	■	$\frac{95}{100}$
Dezimalbruch	■	■	0,20	■	0,85	■	■	■	■
Prozentsatz	■	■	■	50 %	■	12 %	■	■	■

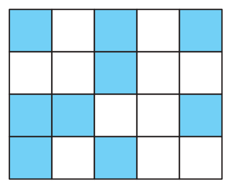
4 Gib die Anteile wie im Beispiel als Bruch, Dezimalbruch und Prozentsatz an.



$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ = 0,75 = 75 %
$\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ = 0,25 = 25 %

a) 

b) 

c) 

5 Notiere wie im Beispiel.

4,7 % = 0,047
0,025 = 2,5 %

a) 3,2 %
b) 22,1 %
c) 105,5 %
d) 4,08 %
e) 220,2 %
f) 0,115
g) 1,15
h) 0,1
i) 0,001
j) 0,005

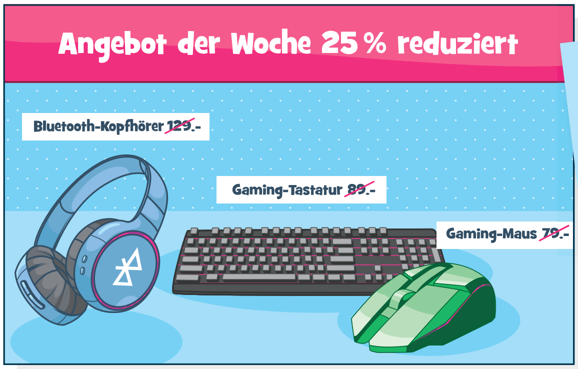
Lösungen zu 6:		
19,8	6,2	45,2
8,2	18,6	64,5
61,5	23,3	7,1
34,6	3,8	9,8

6 Gib als Prozentsatz mit einer Kommastelle an.

2 von 7 = $\frac{2}{7}$
$\boxed{2}\ \boxed{\div}\ \boxed{7}\ \boxed{=}$ 0,28571
≈ 0,286 = 28,6 %

a) 5 von 130
b) 24 von 103
c) 3,5 von 42,5
d) 12,54 von 127,5
e) 17 von 275
f) 96 von 156
g) 39,5 von 212,5
h) 191,8 von 297,5
i) 18 von 52
j) 3,5 von 17,7
k) 14,1 von 31,2
l) 16,6 von 233

Prozentwert berechnen



Morsal
100 % ≙ 129 €
1 % ≙ 129 € : 100 = 1,29 €
25 % ≙ 1,29 € · 25 = 32,25 €

Lilly
129 € · 0,25 = 32,25 €

Khan
Geg.: G = 129 €
$p = 25\,\% = \frac{25}{100} = 0{,}25$
Ges.: P
Re.: P = G · p
P = 129 € · 0,25 = 32,25 €

1 a) Beschreibe den Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Prozentrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege von Morsal, Lilly und Khan.
c) Berechne die weiteren Preisnachlässe in Euro wie Morsal, Lilly und Khan.

Dreisatz	Operator	Formel
100 % ≙ 129 €		P = G · p
1 % ≙ 129 € : 100 = 1,29 €	$129\,€ \xrightarrow{\cdot\, 0{,}25} 32{,}25\,€$	P = 129 € · 0,25
25 % ≙ 1,29 € · 25 = 32,25 €		P = 32,25 €

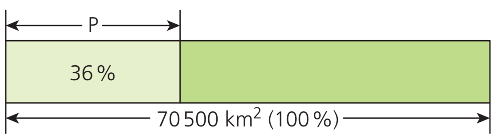
Prozentwert berechnen

2 Bestimme den Prozentwert (P) im Kopf.
a) 10 % (20 %; 50 %) von 600 €
b) 25 % (50 %; 75 %) von 1 200 €
c) 1 % (2 %; 5 %; 10 %) von 2 500 €
d) 10 % (20 %; 30 %) von 130 €

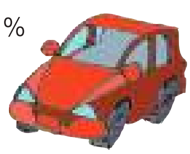
3 Berechne jeweils den Prozentwert (P).
a) G = 630 €; p = 18 %
b) G = 1 200 m³; p = 22 %
c) G = 3 dm; p = 78 %
d) G = 568 m²; p = 42,5 %
e) G = 2 300 kg; p = 11,1 %
f) G = 180 cm; p = 4,5 %

Lösungen zu 3:		
264	241,4	8,1
255,3	113,40	2,34

4 Bayern ist etwa 70 500 km² groß, davon sind 36 % Waldfläche. Findet Rechenfragen und beantwortet diese.



5 a) Für seinen neuen Pkw muss Herr Alberti als Führerscheinneuling 230 % des normalen Versicherungsbeitrages von 582 € im Jahr bezahlen.
b) Frau Lell musste bislang für ihr Auto halbjährlich 291 € Versicherung bezahlen. Da sie über einen längeren Zeitraum unfallfrei gefahren ist, beträgt der Beitragssatz künftig nur noch 70 %.
c) Der Beitragssatz von Herrn Schulz wurde wegen eines Unfalls von 120 % auf 155 % erhöht. Der bisherige Versicherungsbeitrag betrug vierteljährlich 145,50 €.



TIPP!
Achte auf die Zeitangabe und berechne die Kosten für das ganze Jahr.

Lösungen zu 5:		
1 338,60	751,75	407,40

6 Überlege zuerst, dann überprüfe: Wie ändert sich der Prozentwert, wenn man den
a) Grundwert verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Prozentsatz gleich lässt?
b) Prozentsatz verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Grundwert gleich lässt?
c) Grundwert verdoppelt (halbiert) und gleichzeitig den Prozentsatz halbiert (verdoppelt)?

Grundwert berechnen

Georg
9% ≙ 99 €
1% ≙ 99 € : 9 = 11 €
100% ≙ 11 € · 100 = 1 100 €

Maja
99 € : 0,09 = 1 100 €

Moritz
Geg.: P = 99 €
$p = 9\% = \frac{9}{100} = 0{,}09$
Ges.: G
Re.: G = P : p
G = 99 € : 0,09 = 1 100 €

1 a) Beschreibe den Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Prozentrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege von Georg, Maja und Moritz.
c) Berechne auch die Kosten für den Helm wie Georg, Maja und Moritz.

Grundwert berechnen

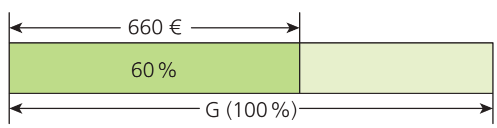
Dreisatz	Operator	Formel
9 % ≙ 99 €		G = P : p
1 % ≙ 99 € : 9 = 11 €	99 € $\xrightarrow{:\,0{,}09}$ 1 100 €	G = 99 € : 0,09
100 % ≙ 11 € · 100 = 1 100 €		G = 1 100 €

2 Bestimme den Grundwert (G) im Kopf.
a) 13 € sind 50 % von G. b) 13,25 € sind 1 % von G. c) 30 € sind 25 % von G.
d) 3 € sind 2 % von G. e) 60 € sind 5 % von G. f) 40 € sind 4 % von G.

Lösungen zu 3:		
6 363,64	6,82	8 229,43
1 880	200	1 742,57

3 Berechne jeweils den Grundwert (G). Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.
a) p = 17,5 %; P = 35 € b) p = 22 %; P = 1 400 m^3 c) p = 88 %; P = 6 dm
d) p = 12,5 %; P = 235 m^2 e) p = 40,1 %; P = 3 300 kg f) p = 50,5 %; P = 880 cm

4 Frau Fröhlich macht zwei Wochen Urlaub auf Kreta. Bei einem Angebot zahlt sie mit 660 € nur 60 % des Katalogpreises. Findet Rechenfragen und beantwortet diese.



Lösungen zu 5:		
245 000	2,11	240
65 000	1,51	200

5 a) Bei einer Verkehrskontrolle werden bei 15 % (20,5 %) der überprüften Fahrzeuge Mängel festgestellt. 36 (41) Fahrzeuge wurden beanstandet.
b) Eine Feuerversicherung übernimmt 90 % (75 %) des entstandenen Schadens. Sie zahlt 58 500 € (183 750 €) aus.
c) Nach einer Preiserhöhung um 12 % ergeben sich nebenstehende Preise. Wie teuer war 1 m^3 vorher?

1 m^3 Wasser
1,69 €

1 m^3 Abwasser
2,36 €

6 Überlege zuerst, dann überprüfe: Wie ändert sich der Grundwert, wenn man den
a) Prozentwert verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Prozentsatz gleich lässt?
b) Prozentsatz verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Prozentwert gleich lässt?
c) Prozentwert verdoppelt (halbiert) und gleichzeitig den Prozentsatz halbiert (verdoppelt)?

Prozentsatz berechnen

1 a) Beschreibe den Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Prozentrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege von Jonathan, Irene und Justus.
c) Berechne die weiteren prozentualen Preisnachlässe wie Jonathan, Irene und Justus.

Dreisatz

$80\,€ \triangleq 100\,\%$
$1\,€ \triangleq 100\,\% : 80 = 1{,}25\,\%$
$50\,€ \triangleq 1{,}25\,\% \cdot 50 = 62{,}5\,\%$

Operator

$80\,€ \xrightarrow{\cdot\, 0{,}625} 50\,€$

$\frac{50\,€}{80\,€} = 0{,}625 = 62{,}5\,\%$

Formel

$p = P : G$
$p = 50\,€ : 80\,€$
$p = 0{,}625 = \frac{62{,}5}{100}$
$= 62{,}5\,\%$

Prozentsatz berechnen

2 Bestimme den Prozentsatz (p) im Kopf.
a) 250 € von 500 € b) 2 dm von 8 dm c) 15 mm von 20 mm
d) 1,25 € von 125 € e) 25 kg von 125 kg f) 250 ml von 1 l

3 Berechne jeweils den Prozentsatz (p). Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.
a) G = 310 €; P = 150 € b) G = 1 800 m^3; P = 24 m^3 c) G = 32 dm; P = 7,2 dm
d) G = 243 m^2; P = 141 m^2 e) G = 8 300 kg; P = 1 111,1 kg f) G = 20 cm; P = 0,45 cm

Lösungen zu 3:		
1,33	58,02	2,25
22,5	48,39	13,39

4 Die Strichliste zeigt die Ergebnisse der Klassensprecherwahl in der Klasse 9a. Stellt Rechenfragen und beantwortet diese.

5 a) 153 (192) von 180 (250) überprüften Mofafahrern trugen einen Sturzhelm, 135 (181) hatten ihren Versicherungsnachweis, 144 (198) ihre Fahrerlaubnis dabei.
b) Von 420 (350) Mofas hatten 273 (182) keine und 126 (154) leichte Mängel. Der Rest wurde aus dem Verkehr gezogen. Berechne die prozentualen Anteile.

Lösungen zu 5:		
85	65	76,8
52	4	75
72,4	5	80
79,2	30	44

6 Überlege zuerst, dann überprüfe: Wie ändert sich der Prozentsatz, wenn man den
a) Grundwert verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Prozentwert gleich lässt?
b) Prozentwert verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Grundwert gleich lässt?
c) Grundwert verdoppelt (halbiert) und gleichzeitig den Prozentwert halbiert (verdoppelt)?

Übungsaufgaben zur Prozentrechnung lösen

An der Mittelschule Neustadt waren im letzten Jahr 325 Schüler. Im neuen Schuljahr kommen 26 Schüler dazu.

Gemüsehändler Lell muss sein Gemüse mit 30 % Verlust verkaufen. Dadurch nimmt er 75 € weniger ein.

Ein E-Bike kostete vor dem Abzug von 20 % Preisnachlass 1 250 €.

Von 150 kg Obst sind 15 % verdorben.

Der Flachbildfernseher kostete ursprünglich 1 099 €. Herr Dörfler erhält 76,93 € Nachlass.

1 a) Ordne den Aufgaben jeweils die richtigen Begriffe der Prozentrechnung zu.
b) Stellt Rechenfragen und beantwortet diese.

2 Berechne fehlende Angaben im Kopf.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Grundwert G	500 €	16 dm	■	800 m^2	■	750 kg
Prozentsatz p	■	25 %	50 %	■	20 %	33,33 %
Prozentwert P	50 €	■	880 cm	200 m^2	140 m^3	■

Lösungen zu 3:		
832,5	24	31,25
207,50	580	6660

3 Berechne jeweils den fehlenden Wert. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.
a) G = 1 250 dm; P = 300 dm b) G = 830 €; p = 25 % c) p = 5 %; P = 333 kg
d) G = 8 m^2; P = 2,5 m^2 e) p = 2,5 %; P = 14,50 m^3 f) G = 1 110 cm; p = 75 %

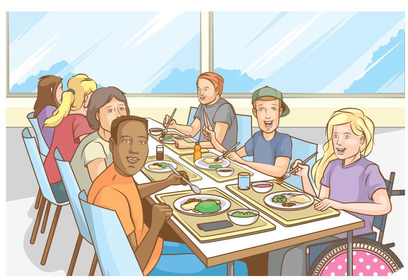
4 Bestimme, was gegeben und gesucht ist und löse.
a) Herr Greiner ist im Außendienst beschäftigt. In einem Jahr fährt er mit seinem Pkw 38 600 km, davon aus beruflichen Gründen 26 400 km.
b) Bernd muss 128 € zuzüglich 19 % MwSt. für die Reparatur seines Computers zahlen.
c) Ein Wohnwagen, der in der Hauptsaison täglich für 160 € vermietet wird, kostet in der Vorsaison nur 70 % des Hauptsaisonpreises.

Lösungen zu 4 und 5:		
152,32	16,67	112
220	68,4	

5

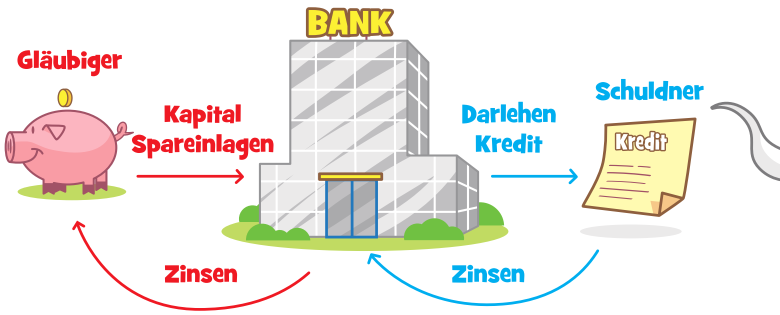
Hauptgericht		Beilagen		Getränke (0,4 l)	
Schnitzel	2,80 €	Spätzle	1,40 €	Wasser	1,20 €
Gemüsepfanne	1,90 €	Pommes	1,70 €	Apfelschorle	1,50 €
Rahmpilze	2,10 €	Semmelknödel	1,50 €	Traubenschorle	1,80 €
		Salat	1,60 €		

a) Am Freitag wurden in der Schulkantine 66 Schnitzel verkauft. Das waren 30 % aller verkauften Hauptgerichte. Wie viele Hauptgerichte wurden an diesem Tag verkauft?



b) Das Mittagsangebot für 4,50 € besteht aus einem Hauptgericht, einer Beilage und einem Getränk nach Wahl. Ali wählt die Rahmpilze mit Semmelknödel und Traubenschorle.
Ermittle, wie viel Prozent er mit dem Angebot gegenüber dem regulären Preis spart. Runde auf zwei Kommastellen.
c) Findet weitere Aufgaben, tauscht diese aus und löst sie.

Grundbegriffe der Zinsrechnung kennen



Für eingezahltes Geld, den Spareinlagen, zahlen Banken und Sparkassen Zinsen. Sie verleihen Geld (Kredite, Darlehen) und verlangen dafür Zinsen. Wer Geld leiht, hat Schulden. Er ist der Schuldner. Wer Geld verleiht, ist Gläubiger.

1 Erkläre die Begriffe in der Grafik an Beispielen.

2

Frau Birkner kauft eine Küche für 10 000 €. Sie erhält bei Überweisung innerhalb von acht Tagen 2 % Skonto. Das sind 200 €.

Vera legt 10 000 € bei der Bank an. Sie bekommt von der Bank 2 % Zinsen. Das sind im Jahr 200 €.

Prozentsatz p | Zinssatz p | Kapital K | Prozentwert P | Grundwert G | Zinsen Z

a) Ordne die vorgegebenen Begriffe jeweils den Angaben im Text zu.
b) Vergleiche die Beispiele miteinander. Finde Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

Die Zinsrechnung ist eine Anwendung der Prozentrechnung.

Prozentrechnung		Zinsrechnung	Beispiel
Grundwert (G)	→	Kapital (K)	10 000 €
Prozentsatz (p)	→	Zinssatz (p)	2 %
Prozentwert (P)	→	Zinsen (Z)	200 €

Grundbegriffe Zinsrechnung

3 Was ist gegeben, was wird gesucht?
Ordne die Begriffe Kapital, Zinsen und Zinssatz zu.
a) Frau Brebeck legt bei der Bank 1 000 € zu einem Zinssatz von 0,9 % an.
b) Herr Piendl bekommt für sein Erspartes in Höhe von 40 000 € im Jahr 200 € Zinsen.
c) Frau Huber bekam bei ihrer Bank 96 € Zinsen. Das sind 1,2 %.
d) Die Sparbank bietet einen Kredit über 5 000 € mit 1,8 % Zinsen an.
e) Herr Pfleger erhält 500 € Zinsen bei einem Zinssatz von 0,5 %.

4 Erfinde einen kurzen Sachverhalt zu folgenden Angaben.

Kapital (K):	200 €
Zinssatz (p):	1 %
Zinsen (Z):	2 €

Spareinlage (K):	8 000 €
Zinssatz (p):	0,5 %
Zinsen (Z):	40 €

Kredit (K):	16 000 €
Zinssatz (p):	2,2 %
Zinsen (Z):	352 €

5 Sucht in Zeitungen, Zeitschriften und Prospekten nach Zinsangaben. Markiert und benennt mit verschiedenen Farben die Grundbegriffe der Zinsrechnung. Stellt eure Ergebnisse vor.

Jahreszinsen berechnen

Bausparvertrag
2 % Zinsen bei
50 000 €

Festgeld
1,2 % Zinsen bei
40 000 €

Sparbuch
0,8 % Zinsen bei
25 000 €

Sebastian
100 % ≙ 50 000 €
1 % ≙ 50 000 € : 100 = 500 €
2 % ≙ 500 € · 2 = 1 000 €

Kilian
50 000 € · 0,02 = 1 000 €

Lilly
Geg.: K = 50 000 €
p = 2 % = 0,02
Ges.: Z
Re.: Z = K · p
Z = 50 000 € · 0,02
Z = 1 000 €

TIPP!
Zinssätze gelten in der Regel für ein Jahr.

1 Familie Vollath möchte die Jahreszinsen für ihre Geldanlagen berechnen.
a) Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege und vergleiche diese mit denen bei der Prozentrechnung.
c) Berechne die Jahreszinsen für die weiteren Anlagen wie Sebastian, Kilian und Lilly.

Jahreszinsen berechnen

Dreisatz	Operator	Formel
100 % ≙ 50 000 €		Z = K · p
1 % ≙ 50 000 € : 100 = 500 €	50 000 € → · 0,02 → 1 000 €	Z = 50 000 € · 0,02
2 % ≙ 500 € · 2 = 1 000 €		Z = 1 000 €

2 Bestimme die Jahreszinsen (Z) im Kopf.
a) 1 % für 2 000 € (5 000 €; 3 500 €)
b) 0,5 % für 10 000 € (2 000 €; 3 400 €)
c) 0,25 % für 1 000 € (4 000 €; 10 000 €)
d) 0,75 % für 100 000 € (4 000 €; 200 €)

Lösungen zu 3:		
340,20	121,22	2,35
20,34	85,40	9,80

3 Berechne jeweils die Zinsen (Z) für ein Jahr.
a) K = 6 100 €; p = 1,4 %
b) K = 940 €; p = 0,25 %
c) K = 15 120 €; p = 2,25 %
d) K = 1 225 €; p = 0,8 %
e) K = 2 260 €; p = 0,9 %
f) K = 6 380 €; p = 1,9 %

4 Frau Besold will sich ein Auto kaufen. Sie leiht sich von ihrer Bank 16 000 € und muss den Betrag nach einem Jahr mit 8 % Zinsen zurückzahlen.

Lösungen zu 5:		
6	68,40	46 875
700	625	270

5 Wie hoch sind die Zinsen insgesamt, wenn sie jeweils am Jahresende ausbezahlt werden?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital (€)	10 000	600	12 000	1 800	4 000	125 000
Zinssatz (%)	1,25	0,5	0,75	0,95	1,75	2,5
Laufzeit (Jahre)	5	2	3	4	10	15

6 Tim fehlen zum Autokauf noch 3 800 €. Der Händler bietet einen Kredit mit einem Jahr Laufzeit zu einem Zinssatz von 5,8 %. Seine Hausbank verlangt für denselben Betrag bei gleicher Laufzeit 6 % Zinsen. Stellt Rechenfragen, tauscht diese aus und löst sie.

7 Überlege zuerst, dann überprüfe: Wie ändern sich die Jahreszinsen, wenn man
a) das Kapital verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Zinssatz gleich lässt?
b) den Zinssatz verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und das Kapital gleich lässt?
c) das Kapital verdoppelt (halbiert) und gleichzeitig den Zinssatz halbiert (verdoppelt)?

Kapital berechnen

Ⓐ 200 € Jahreszinsen bei einem Zinssatz von 2 %

Ⓑ 150 € Zinsen jährlich bei einem Zinssatz von 0,5 %

Ⓒ 180 € Zinsen im Jahr bei einem Zinssatz von 0,6 %

Serkan
2 % ≙ 200 €
1 % ≙ 200 € : 2 = 100 €
100 % ≙ 100 € · 100 = 10 000 €

Matteo
200 € : 0,02 = 10 000 €

Chantal
Geg.: Z = 200 €
p = 2 % = 0,02
Ges.: K
Re.: K = Z : p
K = 200 € : 0,02
K = 10 000 €

1 a) Beschreibe einen Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege von Serkan, Matteo und Chantal.
c) Berechne auch die anderen Kapitalbeträge wie Serkan, Matteo und Chantal.

Dreisatz	Operator	Formel
2 % ≙ 200 €		K = Z : p
1 % ≙ 200 € : 2 = 100 €	200 € —: 0,02→ 10 000 €	K = 200 € : 0,02
100 % ≙ 100 € · 100 = 10 000 €		K = 10 000 €

Kapital berechnen

2 Bestimme das Kapital (K) im Kopf.
a) 40 € sind 1 % von K. b) 125 € sind 1 % von K. c) 300 € sind 5 % von K.
d) 100 € sind 0,5 % von K. e) 20 € sind 0,25 % von K. f) 4,50 € sind 1,5 % von K.

3 Berechne jeweils das Kapital (K).
a) Z = 8 000 €; p = 2 % b) Z = 900 €; p = 0,75 % c) Z = 150 €; p = 0,5 %
d) Z = 4 500 €; p = 2,5 % e) Z = 2 400 €; p = 1,2 % f) Z = 4 900 €; p = 2,8 %

Lösungen zu 3 bis 5:

30 000	175 000	400 000
120 000	180 000	200 000
80 000	220 000	

4 Familie Huber leiht sich von der Bank Geld und muss dafür bei einem Zinssatz von 3 % im ersten Jahr 6 600 € Zinsen zahlen.

5 Mustafa zahlt für seinen Kredit im ersten Jahr 2 240 € Zinsen. Der Zinssatz beträgt 2,8 %.

6 Alexandras Großeltern haben für sie bei ihrer Geburt Geld angelegt, das sie zum 18. Geburtstag bekommen soll. Bis dahin erhält sie jährlich die Zinsen in Höhe von 120 € auf ihr Girokonto überwiesen. Die Bank gewährt einen Zinssatz von 1,5 %. Findet Rechenfragen und beantwortet diese.

7 Überlege zuerst, dann überprüfe: Wie ändert sich das Kapital, wenn man
a) die Jahreszinsen verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und den Zinssatz gleich lässt?
b) den Zinssatz verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und die Jahreszinsen gleich lässt?
c) die Jahreszinsen verdoppelt (viertelt) und gleichzeitig den Zinssatz halbiert (vervierfacht)?

Zinssatz berechnen

Ich habe bei meiner Bank 8 000 € angelegt und bekomme jährlich 56 € Zinsen.

Oma Inge

Für meinen Kredit in Höhe von 35 000 € bezahle ich im ersten Jahr 980 € Zinsen.

Papa

Für den Anbau haben wir uns damals 12 000 € geliehen und mussten für ein Jahr 500 € Zinsen bezahlen.

Opa Michael

Matthias
8 000 € ≙ 100 %
1 € ≙ 100 % : 8 000 = 0,0125 %
56 € ≙ 0,0125 % · 56 = 0,7 %

Irina
$\frac{56\ €}{8000\ €} = 0{,}007 = 0{,}7\,\%$

Lia
Geg.: K = 8 000 €
Z = 56 €
Ges.: p
Re.: p = Z : K
p = 56 € : 8 000 €
$= 0{,}007 = \frac{0{,}7}{100} = 0{,}7\,\%$

1 a) Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege von Matthias, Irina und Lia.
c) Berechne die weiteren Zinssätze wie Matthias, Irina und Lia.

Zinssatz berechnen

Dreisatz	Operator	Formel
8 000 € ≙ 100 % 1 € ≙ 100 % : 8 000 = 0,0125 % 56 € ≙ 0,0125 % · 56 = 0,7 %	8 000 € $\xrightarrow{\cdot\, 0{,}007}$ 56 € $\frac{56\ €}{8000\ €} = 0{,}007 = 0{,}7\,\%$	p = Z : K p = 56 € : 8 000 € $p = 0{,}007 = \frac{0{,}7}{100}$ = 0,7 %

2 Bestimme den Zinssatz (p) im Kopf.
a) 2 € für 200 €   b) 10 € für 500 €   c) 37 € für 1 000 €
d) 2,50 € für 500 €   e) 30 € für 1 500 €   f) 50 € für 10 000 €

Lösungen zu 3:		
1,2	5,25	1,75
2	0,25	0,3

3 Berechne jeweils den Zinssatz (p).
a) K = 3 000 €; Z = 60 €   b) K = 2 000 €; Z = 24 €   c) K = 5 200 €; Z = 273 €
d) K = 830 €; Z = 2,49 €   e) K = 12 000 €; Z = 30 €   f) K = 4 400 €; Z = 77 €

Lösungen zu 4 und 5:		
7	0,8	1,2
0,25	0,3	5,5

4 Berechne jeweils den Zinssatz (p).
a) Frau Huber bekommt für 3 500 € jährlich 10,50 € Zinsen überwiesen.
b) Herr Dörfler hat 8 000 € angelegt und erhält dafür im Jahr 20 € Zinsen.
c) Herr Mayer leiht sich 10 000 €. Nach einem Jahr muss er 10 700 € zurückzahlen.

5 Maria, Maxim und Mick möchten ihre Zinssätze wissen.

Maria	Maxim	Mick
angelegtes Kapital: 11 000 € Zinsen nach drei Jahren bei jährlicher Auszahlung: 396 €	Kreditbetrag: 3 000 € Rückzahlung nach einem Jahr: 3 165 €	Anlagebetrag: 8 000 € Zinssumme nach 5 Jahren Laufzeit: 320 €

6 Überlege zuerst, dann überprüfe: Wie ändert sich der Zinssatz, wenn man
a) das Kapital verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und die Jahreszinsen gleich lässt?
b) die Jahreszinsen verdoppelt (verdreifacht, halbiert) und das Kapital gleich lässt?
c) das Kapital und die Jahreszinsen jeweils gleichzeitig verdoppelt (verdreifacht, halbiert)?

Grundaufgaben zu Jahreszinsen lösen

Ⓐ 300 € Zinsen im Jahr für 20 000 € Sparanlage

Ⓑ jährlich 150 € Zinsen bei einem Zinssatz von 0,25 %

Ⓒ 0,2 % Zinsen im Jahr bei 500 € Sparbetrag

Lösungen zu 1 und 2:		
8,76	465	1
60 000	15 600	0,75
0,8	1,5	0,5

1 a) Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Berechne jeweils die gesuchte Größe.

2 Bestimme fehlende Angaben.

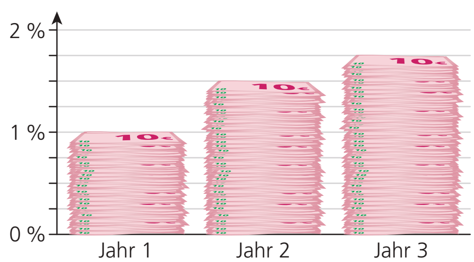
	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	375 €	700 €	■	10 425 €	1 460 €	■
Zinssatz p	0,2 %	■	1,2 %	■	0,6 %	0,4 %
Zinsen Z	■	3,50 €	187,20 €	83,40 €	■	1,86 €

Lösungen zu 3 bis 6:		
160 000	34 816	25
37,50	16 000	0,3
360	20 900	34 024
43,75	4 650	6 105

3 Berechne.
a) Herr Peter leiht sich von seiner Bank 20 000 € und muss diese nach einem Jahr mit 4,5 % Zinsen zurückzahlen.
b) Herr Birnbaum hat ein Guthaben von 16 000 € und bekommt 48 € Zinsen.
c) Alexandra muss für ihren Kredit im ersten Jahr 4 800 € Zinsen zahlen. Der Zinssatz beträgt 3 %.

TIPP! *Beachte die Laufzeit und die Zinsentwicklung!*

4 Eine Bank wirbt mit dem Sparangebot nebenan. Frau Binner nutzt dieses und legt 2 500 € an. Die Zinsen lässt sie sich dabei jeweils am Jahresende ausbezahlen.
a) Beschreibe das Bankangebot.
b) Berechne für jedes Jahr die Zinsen, die Frau Binner erhält.



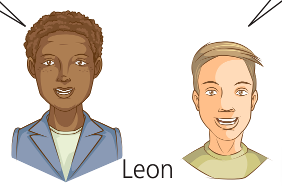
5 Die Maschinenbaufirma Luchs installiert auf ihrer Produktionshalle eine Photovoltaikanlage. Als Einspeisevergütung erhält sie 9,5 ct pro Kilowattstunde (kWh). Für die Kosten von 55 000 € nimmt sie einen Sonderkredit mit einem Zinssatz von nur 1,1 % auf. Nach einem Jahr wird die erste Rate in Höhe von 5 500 € zuzüglich Zinsen abgebucht. Die 360 m² große Anlage erzeugt monatlich 4 000 kWh Strom. Stelle die Einnahmen und Ausgaben im ersten Jahr gegenüber.

6 Herr Klein gewinnt im Lotto. Einen Teil des Gewinns legt er bei seiner Bank zu einem Zinssatz von 2,4 % an und erhält nach einem Jahr 384 € Zinsen. Von den restlichen 18 000 € kauft Herr Klein Aktien, die er am Ende des Jahres mit einem Verlust von 2 % verkauft.
a) Welchen Betrag legt er bei der Hausbank an?
b) Wie viele Euro verliert Herr Klein beim Aktienverkauf nach einem Jahr?
c) Welcher Gesamtbetrag steht Herrn Klein nach einem Jahr zur Verfügung?
d) Welcher Gesamtbetrag stünde ihm nach einem Jahr zur Verfügung, wenn er den gesamten Lottogewinn gleich bei seiner Hausbank angelegt hätte?

Zinseszinsen berechnen

Für die vier Jahre bekommen Sie 122,73 € Zinsen.

Eigentlich habe ich nur mit 120 € Zinsen gerechnet.



Bankberaterin   Leon

$Z = K \cdot p$
$Z = 2000\,€ \cdot 0{,}015$
$Z = 30\,€$
$4 \cdot 30\,€ = 120\,€$

1 Leon legt 2 000 € bei einer Bank für vier Jahre an.

a) Beschreibe den Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.

b) Erkläre den Rechenweg der Bankberaterin und vervollständige ihn in deinem Heft.

1. Jahr:
$Z = K \cdot p$
$Z = 2000\,€ \cdot 0{,}015 = 30\,€$

$2000\,€ + 30\,€$
$= 2030\,€$

2. Jahr:
$Z = K \cdot p$
$Z = 2030\,€ \cdot$

c) Vergleiche die Rechenwege. Warum erhält Leon einen anderen Zinsbetrag?

d) Die Bankberaterin rechnet mit der Formel. Welche Möglichkeiten kennst du noch?

Zinseszinsen

Wenn ein Kapital mehrere Jahre angelegt wird, können die Zinsen zuweilen am Ende eines Jahres jeweils zum Kapital addiert und dann im nächsten Jahr mitverzinst werden. Dadurch erhält man zum Beispiel im zweiten Jahr mehr Zinsen als im ersten Jahr. Diese zusätzlichen Zinsen bezeichnet man als Zinseszinsen.

TIPP!
Runde bei Nr. 2 bis 4 auch bei Zwischenergebnissen auf zwei Kommastellen.

2 Berechne das Endkapital mit Zinseszinsen.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital	1 000 €	10 000 €	100 000 €	2 700 €	20 000 €	5 500 €
Zinssatz	1 %	2,5 %	3,5 %	1,5 %	3 %	2 %
Laufzeit	5	4	6	2	5	3

Zinsfaktoren sind Wachstumsfaktoren

3 Leons Vater legt 4 000 € zu einem Zinssatz von 0,5 % für sechs Jahre fest an.

	zu Beginn	1	2	3	4	5
Guthaben nach n Jahren	4 000 €	4 020 €	4 040,10 €	■	■	■
Zinsfaktor	· 1,005	· 1,005	· 1,005	· 1,005	· 1,005	

a) Erkläre die Tabelle, übertrage und vervollständige sie im Heft.

b) Welchen Vorteil bringt der Rechenweg von Leons Vater? Erkläre.

c) Informiere dich über aktuelle Zinssätze und berechne erneut.

Lösungen zu 2 und 4:	
2 781,61	5 166,83
1,0175	23 185,48
1,004	1,011
51,40	11 038,13
1 051,01	12 423,68
1,0125	5 836,64
122 925,53	3 313,45

4 Bestimme den Zinsfaktor und das Endkapital inklusive Zinseszinsen.

a) 5 000 €; p = 1,1 %; 3 Jahre

b) 50 €; p = 0,4 %; 7 Jahre

c) 12 000 €; p = 1,75 %; 2 Jahre

d) 3 000 €; p = 1,25 %; 8 Jahre

5 Nach wie vielen Jahren verdoppelt sich ein Kapital von 100 € unter Berücksichtigung von Zinseszinsen beim jeweiligen Zinssatz?

5 % | 3 % | 2,5 %

6 Die Kapitalbank bietet bei einer Anlage von 25 000 € für vier Jahre einen Zinssatz von 1 %.

a) Erkläre Gretas Rechenweg zur Bestimmung des Endkapitals. Überprüfe mit den bisherigen Rechenwegen.

b) Peter behauptet: „Eigentlich rechnet Greta wieder mit Zinsfaktoren." Hat er recht?

$25\,000\text{ €} \cdot 1{,}01^4 = 26\,015{,}10\text{ €}$

Tastenfolge Taschenrechner:
[25 000] [×] [1,01] [x^y] [4] [=]

TIPP!

Potenzen

$4 \cdot 4 = 4^2 = 16$

$\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4}_{\text{Faktoren}} = 4^3 = 64$

Faktoren Basis Exponent (Hochzahl)

Zinsfaktoren potenzieren

Gewinne bei gleichbleibendem Zinssatz	$K_0 = 25\,000$ €; $p = 2$ %; $n = 4$ Jahre
q: Zinsfaktor $q = 1 + p$	$q = 1 + 0{,}02 = 1{,}02$
n: Anzahl der Jahre	$K_4 = 25\,000\text{ €} \cdot 1{,}02^4$
$K_n = K_0 \cdot q^n$	$K_4 = 27\,060{,}80$ €
$K_n = K_0 \cdot (1 + p)^n$	

7 Erkläre die Berechnung von Zinseszinsen im Merkkasten und rechne ebenso.

a) $K_0 = 200\,000$ €; $p = 1{,}8$ %; $n = 5$ Jahre
b) $K_0 = 15\,000$ €; $p = 0{,}6$ %; $n = 10$ Jahre
c) $K_0 = 80\,000$ €; $p = 1{,}5$ %; $n = 3$ Jahre
d) $K_0 = 2\,000$ €; $p = 0{,}25$ %; $n = 9$ Jahre
e) $K_0 = 100\,000$ €; $p = 1{,}75$ %; $n = 6$ Jahre
f) $K_0 = 200$ €; $p = 0{,}1$ %; $n = 15$ Jahre

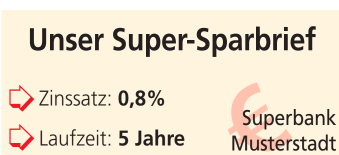
Lösungen zu 7:	
15 924,69	203,02
110 970,24	2 186 659,77
83 654,27	2 045,45

8 Petra bekam zu ihrer Taufe ein Zuwachssparbuch mit 1 000 € geschenkt.

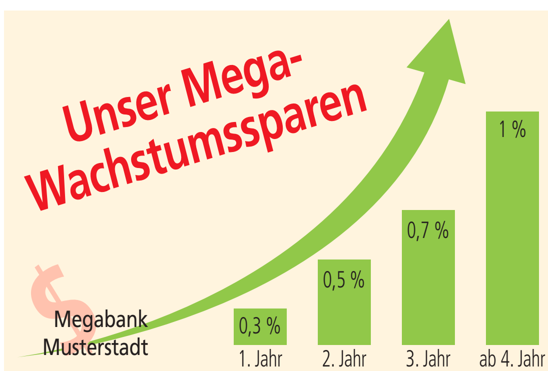
a) Berechne den Kontostand zu Petras 15. Geburtstag.

b) Wie hoch wäre das Guthaben, wenn der Zinssatz durchgehend 0,4 % betragen würde?

9 Ⓐ



Ⓑ



Herr Kohl hat 15 000 € gewonnen und erhält von zwei Banken Angebote für eine Geldanlage. In beiden Fällen werden die Zinsen mitverzinst.

10 Herr Yousuf legte für Serkan (12 Jahre) und Aijla (9 Jahre) zur Geburt jeweils 2 500 € an. Bei Serkan war der Zinssatz 2,5 %, bei Aijla 2,2 %. Um wie viel Prozent ist ihr Kapital jeweils angewachsen, wenn sie dieses zum 18. Geburtstag ausbezahlt bekommen?

TIPP!

Denke ans Potenzieren! Damit geht es schneller.

Monatszinsen berechnen

Herr Meier

100 % ≙ 12 000 €
1 % ≙ 120 €
9,6 % ≙
12 Monate ≙
1 Monat ≙ 96 €
5 Monate ≙

Bankkaufmann

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{12}$

$Z = \frac{12\,000\,€ \cdot 0{,}096 \cdot 5}{12}$

$Z =$

1 Herr Meier benötigt einen Kleinkredit für sein Unternehmen.
a) Beschreibe den Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Erkläre und vervollständige die unterschiedlichen Rechenwege im Heft.

Monatszinsen berechnen

Dreisatz

100 % ≙ 12 000 € 12 Monate ≙ 1 152 €
1 % ≙ 120 € 1 Monat ≙ 96 €
9,6 % ≙ 1 152 € 5 Monate ≙ 480 €

Formel

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{12}$

$Z = \frac{12\,000\,€ \cdot 0{,}096 \cdot 5}{12}$

$Z = 480\,€$

t: Zeit (hier Monate)
1 Jahr = 12 Monate

Lösungen zu 2 und 3:		
18	288	78,75
693	66,67	45,33
75,25	14	40
5,60	72,92	13,88

2 Berechne die Zinsen mit Dreisatz und Formel. Welcher Weg fällt dir leichter?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
Kapital (€)	2 500	1 700	18 500	10 800	7 200	20 000	8 600	24 000
Zinssatz (%)	5	8	0,3	7	8	0,5	3,5	0,4
Zinsmonate	7	4	3	11	6	8	3	5

3 Berechne die Zinsen. Wandle zunächst jeweils die Zeitangabe in Monate um.
a) 1 200 € zu 3 % in $\frac{1}{2}$ Jahr
b) 1 750 € zu 6 % in $\frac{3}{4}$ Jahr
c) 1 400 € zu 4 % in $\frac{1}{4}$ Jahr
d) 560 € zu 3 % in $\frac{1}{3}$ Jahr

4 Herr Alt braucht für 11 Monate einen Kredit über 8 000 € zu einem Zinssatz von 5,5 %.

5 Finde den Druckfehler im Angebot und korrigiere ihn.

Kaufen Sie jetzt, zahlen Sie in 9 Monaten!		Zinssatz nur 3,2 %
Artikel	Barzahlung	Zahlung nach 9 Monaten
Bluetooth-Kopfhörer	125,00 €	128,00 €
Smartwatch	299,00 €	306,18 €
Drohne	449,00 €	458,78 €

6 Theo spart auf ein Mountainbike und legt hierfür 1 500 € zu einem Zinssatz von 1,75 % an. Nach acht Monaten hebt er das Geld ab und nutzt die bessere Verzinsung von 2 % bei einer anderen Bank. Weitere elf Monate später entdeckt er das Bike seiner Wünsche für 1 700 €. Reicht das Geld, wenn der Händler 3 % Skonto gewährt? Begründe.

Mit Monatszinsen rechnen

(A) Frau Lell bekommt für 8 Monate bei einem Zinssatz von 0,5 % 200 € Zinsen.

(B) Frau Fritz erhält bei einem Kapital von 10 000 € und einem Zinssatz von 0,2 % genau 5 € Zinsen.

(C) Herr Sachse legt 90 000 € für 5 Monate an und erhält 300 € Zinsen.

Frau Lell
$K = \frac{Z \cdot 12}{p \cdot t}$
$K = \frac{200\,€ \cdot 12}{0{,}005 \cdot 8}$
$K = 60\,000\,€$

Herr Sachse
$p = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot t}$
$p = \frac{300\,€ \cdot 12}{90\,000\,€ \cdot 5}$
$p = 0{,}008 = 0{,}8\,\%$

Frau Fritz
$t = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot p}$
$t = \frac{5\,€ \cdot 12}{10\,000\,€ \cdot 0{,}002}$
$t = 3$ (Monate)

1 a) Beschreibe den jeweiligen Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege.

Kapital

$K = \frac{Z \cdot 12}{p \cdot t}$

$K = \frac{200\,€ \cdot 12}{0{,}005 \cdot 8}$

$K = 60\,000\,€$

Zinssatz

$p = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot t}$

$p = \frac{300\,€ \cdot 12}{90\,000\,€ \cdot 5}$

$p = 0{,}008 = 0{,}8\,\%$

Verzinsungszeit in Monaten

$t = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot p}$

$t = \frac{5\,€ \cdot 12}{10\,000\,€ \cdot 0{,}002}$

$t = 3$ (Monate)

Kapital, Zinssatz und Verzinsungszeit in Monaten berechnen

2 Berechne jeweils die fehlende Größe.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital (€)	■	15 000	80 000	■	100 000	2 000
Zinssatz (%)	0,5	■	1,5	1,1	■	0,3
Zinsmonate	5	10	■	9	6	■
Zinsen (€)	10	93,75	700	264	950	5,50

Lösungen zu 2:

7	32 000	0,75
11	1,9	4 800

3 Finde die gesuchte Größe und berechne sie anschließend.
a) Herr Ernst nimmt einen Kredit in Höhe von 6 000 € auf, den er nach 9 Monaten zurückzahlt. Er bezahlt 270 € Zinsen.
b) Frau Beck legt 12 000 € zu einem Zinssatz von 0,75 % an. Sie erhält dafür genau 15 € Zinsen.
c) Herr Alberti überzieht sein Konto für 4 Monate. Bei einem Dispozinssatz von 12 % muss er 42 € Zinsen zahlen.

TIPP!
Ein Dispositionskredit („Dispo") bezeichnet einen Überziehungskredit für das Girokonto.

4 Familie Nickl hat Ersparnisse in zwei Anlageformen angelegt. Bei der einen erhält sie für 20 000 € im ersten Quartal zunächst 1,2 % und dann für den Rest des Jahres 1,4 % Zinsen. Diese werden pauschal erst am Jahresende gutgeschrieben. Die zweite Anlage ist mit 2 % verzinst und bringt im Monat 20 € Zinsen. Auf welchen Betrag sind diese Ersparnisse nach einem Jahr angewachsen?

Lösungen zu 3 bis 5:

1 050	6	2
4,8	4 800 000	32 510

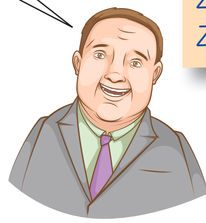
TIPP!
Ein Quartal ist ein Vierteljahr.

5 Andrea träumt von einem großen Lottogewinn und möchte von den Zinsen leben. Gerne hätte sie dabei 3 000 € monatlich.
a) Wie viel Euro müsste sie gewinnen, wenn der Zinssatz der Geldanlage 0,75 % beträgt?
b) Wie hoch müsste der Zinssatz bei einem Lottogewinn von 750 000 € sein?

Tageszinsen berechnen

Mit 5 000 € kann ich die nächsten 100 Tage überbrücken.

100 % ≙ 5 000 €
1 % ≙ 50 €
9 % ≙ ____
360 Tage ≙ ____
1 Tag ≙ 1,25 €
100 Tage ≙ ____



Da müssen wir 9 % Zinsen verlangen.

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360}$

$Z = \frac{5\,000\,€ \cdot 0{,}09 \cdot 100}{360}$

$Z =$ ____

1 a) Beschreibe den Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Erkläre und vervollständige die unterschiedlichen Rechenwege im Heft.

Tageszinsen berechnen

Dreisatz		Formel	
100 % ≙ 5 000 €	360 Tage ≙ 450 €	$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360}$	t: Zeit (hier Tage)
1 % ≙ 50 €	1 Tag ≙ 1,25 €	$Z = \frac{5\,000\,€ \cdot 0{,}09 \cdot 100}{360}$	1 Jahr = 360 Tage
9 % ≙ 450 €	100 Tage ≙ 125 €	$Z = 125\,€$	

Lösungen zu 2 und 3:		
96,80	0,56	357,82
1 185,75	25	1,40
5,48	4,42	1

2 Berechne die Zinsen mit Dreisatz und Formel. Welcher Weg fällt dir leichter?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital (€)	12 000	4 400	45 900	240	3 600	55 500
Zinssatz (%)	0,25	5,5	3,75	3	0,2	1,1
Zeit	300 Tage	144 Tage	248 Tage	50 Tage	9 Mon. 4 Tage	7 Mon. 1 Tag

3

(A) Peter hat auf seinem Sparbuch 585 €. Nach 216 Tagen hebt er das Geld ab. Die Bank gewährt 0,4 % Verzinsung.

(B) Susanne hat 400 €, Ina 1 200 € auf dem Sparbuch. Die Bank gibt 0,5 % Zinsen. Nach 3 Monaten und 10 Tagen hebt Susanne, nach 8 Monaten und 25 Tagen Ina ihr Geld ab.

Lösungen zu 4 und 5:		
75,56	2 450	2,78
4,38	10,50	2 033

4 a) Christoph hat vor 140 Tagen auf seinem Sparbuch 1 500 € angelegt. Der Zinssatz beträgt 0,75 %. Wie viel Zinsen erhält er?
b) Frau Müller überzieht ihr Konto bei einem Zinssatz von 11,2 % um 750 €. Sie gleicht das Konto nach 45 Tagen aus. Wie viel Zinsen muss sie zahlen?
c) Wie viel Zinsen muss man für einen Kredit von 2 000 € nach 160 Tagen zahlen, wenn der Zinssatz 8,5 % beträgt?

5 Sven möchte sich ein gebrauchtes Auto zum Aktionspreis von 3 800 € kaufen. Er spart monatlich seit eineinhalb Jahren dafür 75 € von seinem Lohn.
a) Wie viele Euro fehlen ihm, um sich das Auto kaufen zu können?
b) Seine Eltern haben seit elf Monaten 2 000 € für ihn zum Zinssatz von 1,8 % angelegt. Welchen Betrag kann Sven inklusive Zinsen für den Kauf abheben?
c) Das Angebot gilt nur kurze Zeit und deshalb überzieht er sein Konto um den fehlenden Betrag für 20 Tage. Wie hoch sind die Überziehungszinsen bei 12 % Zinssatz?

Mit Tageszinsen rechnen

Ⓐ Frau Knott bekommt für 200 Tage bei einem Zinssatz von 0,6 % 150 € Zinsen.

Ⓑ Frau Bauer erhält bei einem Kapital von 72 000 € und einem Zinssatz von 0,25 % genau 40 € Zinsen.

Ⓒ Herr Steinbach legt 20 000 € für 216 Tage an und erhält 120 € Zinsen.

Frau Knott

$K = \frac{Z \cdot 360}{p \cdot t}$

$K = \frac{150\,€ \cdot 360}{0{,}006 \cdot 200}$

$K = 45\,000\,€$

Herr Steinbach

$p = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot t}$

$p = \frac{120\,€ \cdot 360}{20\,000\,€ \cdot 216}$

$p = 0{,}01 = 1\,\%$

Frau Bauer

$t = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot p}$

$t = \frac{40\,€ \cdot 360}{72\,000\,€ \cdot 0{,}0025}$

$t = 80$ (Tage)

1 a) Beschreibe den jeweiligen Sachverhalt. Ordne die Grundbegriffe der Zinsrechnung zu.
b) Erkläre die Rechenwege.

Kapital

$K = \frac{Z \cdot 360}{p \cdot t}$

$K = \frac{150\,€ \cdot 360}{0{,}006 \cdot 200}$

$K = 45\,000\,€$

Zinssatz

$p = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot t}$

$p = \frac{120\,€ \cdot 360}{20\,000 \cdot 216}$

$p = 0{,}01 = 1\,\%$

Verzinsungszeit in Tagen

$t = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot p}$

$t = \frac{40\,€ \cdot 360}{72\,000\,€ \cdot 0{,}0025}$

$t = 80$ (Tage)

Kapital, Zinssatz und Verzinsungszeit in Tagen berechnen

2 Berechne jeweils die fehlende Größe.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital (€)	■	10 000	200 000	■	90 000	19 200
Zinssatz (%)	0,3	■	1,8	0,9	■	0,75
Zinstage	160	100	■	110	202	■
Zinsen (€)	6,40	12,50	800	132	707	110

Lösungen zu 2:

80	0,45	275
1,4	4800	48 000

3 Finde die gesuchte Größe und berechne sie anschließend.
a) Frau Knittl legt 16 000 € zu einem Zinssatz von 0,5 % an. Sie erhält dafür 20 € Zinsen.
b) Herr Üzgür überzieht sein Konto für 20 Tage. Bei einem Dispozinssatz von 11 % muss er 3,30 € Zinsen zahlen.
c) Herr Gieler nimmt einen Kredit in Höhe von 12 000 € auf, den er nach 300 Tagen zurückzahlt. Er zahlt 900 € Zinsen.

TIPP!
Ein Dispositionskredit („Dispo") bezeichnet einen Überziehungskredit für das Girokonto.

4 Der Friseurgeselle Markus will sich ein Profi-Scheren-Set kaufen, das im Fachhandel für 489,99 € angeboten wird.
a) 285 € hat er bereits gespart. Weitere Ersparnisse werden Markus erst zur Verfügung stehen, wenn in 87 Tagen sein Sparvertrag ausläuft. Bis dahin muss er den fehlenden Betrag zu einem Zinssatz von 14,75 % finanzieren. Was würde ihn das Set dadurch insgesamt kosten?
b) Im Internet wird das gleiche Set zum Kauf in 12 Monatsraten zu je 43,72 € angeboten; die Versandgebühren betragen 5,95 €. Wie viel kann er beim günstigeren Angebot sparen?

Lösungen zu 3 und 4:

33,29	540	497,30
9	90	

Zinsen mit dem Computer berechnen

Bei Spar- und Kreditverträgen sind die Rechnungen für die Zinsen immer ähnlich, nur die Werte für den Zinssatz, das Kapital oder die Laufzeit ändern sich. Daher ist ein Tabellenkalkulationsprogramm das ideale Hilfsmittel für Zinsberechnungen.

Jahreszinsen berechnen

1 Im nebenstehenden Tabellenblatt werden Jahreszinsen berechnet.

	A	B
1	**Jahreszinsen**	
2		
3	Anfangskapital	24000,00 €
4	Zinssatz	1,9 %
5		
6	Jahreszinsen	=B3*B4
7		
8	**Endkapital**	■
9		
10		

a) Was wird in Zelle B6 berechnet? Erkläre die Formel.

b) Das Endkapital setzt sich aus dem Anfangskapital und den Zinsen zusammen. Welche Formel musst du in die Zelle B8 eingeben?

c) Erstelle das Tabellenblatt und berechne das Endkapital.

d) Verdopple (verdreifache) den Zinssatz. Beschreibe, wie sich Zinsen und Endkapital verändern.

e) Verdopple (halbiere) das Kapital. Beschreibe, wie sich Zinsen und Endkapital verändern.

f) Berechne nun mithilfe des Tabellenblattes das Endkapital für nachfolgende Angaben.

(A) K = 7 500 €; p = 0,9 %

(B) K = 18 000 €; p = 2,1 %

g) Wie kann das Tabellenblatt ergänzt werden, wenn das gesamte Kapital fünf Jahre angelegt wird und die Zinsen nicht mitverzinst werden? Probiere.

Monatszinsen berechnen

2 Frau Freimuth ermittelt mit dem angegebenen Tabellenblatt für ihren Kredit mit sieben Monaten Laufzeit die Zinsen und den Rückzahlungsbetrag.

	A	B
1	**Monatszinsen**	
2		
3	Kreditbetrag	15000,00 €
4	Zinssatz	3,25 %
5	Zeit (Monate)	7
6		
7	Monatszinsen	■
8		
9	**Rückzahlungsbetrag**	■
10		

a) Welche Formel muss sie jeweils in die Zelle B7 und B9 eintragen?

b) Erstelle das Tabellenblatt und berechne den Rückzahlungsbetrag.

c) Berechne mithilfe des Tabellenblattes den Rückzahlungsbetrag für nachfolgende Angaben.

(A) K = 13 000 €; p = 1,7 %; t = 10 Monate

(B) K = 120 000 €; p = 2,9 %; t = 5 Monate

(C) K = 5 600 €; p = 0,75 %; t = 8 Monate

Tageszinsen berechnen

3 Ludwig berechnet für 150 Tage die Zinsen mithilfe einer Tabellenkalkulation.

a) Gib an, welche Formeln er jeweils in die Zelle B7 und B9 eingeben muss.

b) Erstelle das Tabellenblatt und berechne das Endkapital.

c) Bestimme mithilfe des Tabellenblattes das Endkapital für nachfolgende Angaben.

Ⓐ K = 24 000 €; p = 1,9 %; t = 130 Tage

Ⓑ K = 53 000 €; p = 3,2 %; t = 250 Tage

Ⓒ K = 37 000 €; p = 2,65 %; t = 220 Tage

	A	B
1	**Tageszinsen**	
2		
3	Anfangskapital	15000,00 €
4	Zinssatz	1,65 %
5	Zeit (Tage)	150
6		
7	Tageszinsen	■
8		
9	**Endkapital**	■
10		

Zinseszinsen berechnen

4 Herr Klein legt 20 000 € bei seiner Bank an. Sie empfiehlt ihm eine Anlage über sieben Jahre zu einem Zinssatz von 1,75 %, bei der er vom Zinseszins-Effekt profitiert. Er will sein Endkapital mithilfe eines Tabellenblattes berechnen.

	A	B	C	D	E	F
1	**Kapitalentwicklung**					
2						
3	**Kapital**	20000 €				
4	**Zinssatz**	1,75 %				
5						
6	**Zeit (Jahre)**	7	**Jahr**	**Anfangskapital**	**Zinsen**	**Endkapital**
7			1	20000,00 €	350,00 €	20350,00 €
8			2	20350,00 €	356,13 €	20706,13 €
9			3			
10			4			
11			5			
12			6			
13			7			
14						
15						
16						

=B3

=D7*B4

=D8*B4

TIPP!

Absolute Adressierung
Der Zinssatz ist immer gleich und steht in der Zelle B4. Wenn man die Formel zur Zinsberechnung kopiert, soll weiterhin mit dem Wert aus der Zelle B4 gerechnet werden. Das erreicht man mit dem $-Zeichen: B4

a) Erkläre die Formeln in den Zellen D7, E7 und E8. Beachte dabei den Tipp.

b) Welche Formeln hat er in den Zellen F7, D8 und F8 eingegeben? Erkläre.

c) Erstelle das Tabellenblatt wie in der Abbildung. Finde dann eine Möglichkeit, wie das Programm automatisch die restlichen Werte berechnet. Stelle sie der Klasse vor.

d) Berechne mithilfe des Tabellenblattes das Endkapital für nachfolgende Angaben.

Ⓐ K = 15 000 €; p = 1,7 %; t = 4 Jahre

Ⓑ K = 27 000 €; p = 2,1 %; t = 6 Jahre

Ⓒ K = 5 900 €; p = 1,95 %; t = 10 Jahre

Ⓓ K = 45 000 €; p = 2,5 %; t = 8 Jahre

Kapital, Zinssatz und Zeit mit dem Computer berechnen

Kapital berechnen

1 Mit nebenstehendem Tabellenblatt lässt sich das Kapital berechnen, wenn die Monatszinsen, die Anzahl der Monate sowie der Zinssatz bekannt sind.

	A	B
1	**Kapital**	
2		
3	Zeit (Monate)	7
4	Zinssatz	0,4 %
5	Monatszinsen	8,40 €
6		
7	**Kapital**	
8		
9		
10		

a) Welche Formel musst du in die Zelle B7 eingeben?

b) Erstelle das Tabellenblatt und berechne das Kapital.

c) Berechne nun mithilfe des Tabellenblattes das Kapital für nachfolgende Angaben. Passe es für Teilaufgabe B entsprechend an.

A $p = 1{,}1\ \%$; $t = 10$ Monate; $Z = 137{,}50$ €

B $p = 0{,}9\ \%$; $t = 140$ Tage; $Z = 42$ €

Zinssatz berechnen

2 Lydia und Hans erhalten für ihr angelegtes Kapital in Höhe von 50 000 € nach 225 Tagen 437,50 € Zinsen. Den Zinssatz berechnen sie mit nebenstehendem Tabellenblatt.

	A	B
1	**Zinssatz**	
2		
3	Kapital	50000 €
4	Zeit (Tage)	225
5	Tageszinsen	437,50 €
6		
7	**Zinssatz**	
8		
9		
10		

a) Welche Formel müssen sie in die Zelle B7 eingeben?

b) Erstelle das Tabellenblatt und berechne den Zinssatz.

c) Berechne den Zinssatz, für den man nach 11 Monaten 132 € (nach 200 Tagen 95 €) Zinsen für ein Kapital von 16 000 € (18 000 €) erhält.
Passe das Tabellenblatt entsprechend an.

Zeit berechnen

3 Irina möchte mit dem Tabellenblatt berechnen, nach wie vielen Monaten ihr Kapital in Höhe von 8 400 € bei einem Zinssatz von 0,5 % Zinsen in Höhe von 31,50 € bringt.

	A	B
1	**Zeit**	
2		
3	Kapital	8400,00 €
4	Zinssatz	0,5 %
5	Monatszinsen	31,50 €
6		
7	**Zeit (Monate)**	
8		
9		
10		

a) Welche Formel muss sie in Zelle B7 eintragen?

b) Erstelle das Tabellenblatt und berechne die Laufzeit.

c) Wie viele Tage wurde ein Kapital in Höhe von 45 000 € zu 1,4 % angelegt, wenn 218,75 € Zinsen anfielen?
Passe das Tabellenblatt entsprechend an und berechne.

Zinsen und Zinssätze vergleichen

Lara

SOFORT BARGELD
Zinssatz: ■ %

KREDITMEISTER
Zinsen im Jahr:
200 € · 12 = ■ €
Zinssatz:
p = Z : K
p = ■ € :

SOFORT BARGELD
bis zu 15 000 € für
nur 13 % Jahreszins

KREDITMEISTER
für 15 000 € nur
200 € Zinsen monatlich

Luis

SOFORT BARGELD
Zinsen im Jahr:
Z = K · p
Z = 15 000 € · 0,13
Z = ■ €

KREDITMEISTER
Zinsen im Jahr:
200 € ·

1 Familie Schneider braucht für ein neues Auto 15 000 € und möchte das günstigere Angebot wählen.
a) Erkläre, wie Lara und Luis jeweils die Angebote vergleichen.
b) Übertrage und vervollständige beide Rechnungen.
c) Welches Angebot sollte Familie Schneider wählen? Begründe.

Lösungen zu 1 und 2:		
2 400	1 560	450
13	13	1 950
1 440	16	480
8		

2 Vergleiche die Angebote jeweils ebenso wie Lara und Luis.
a) Familie Baum benötigt für neue Fußbodenbeläge in ihrem Haus einen Kredit in Höhe von 12 000 €. Welches Angebot ist günstiger?
b) Herr Saller will sich ein Auto für 16 000 € kaufen. 10 000 € hat er schon gespart. Für welches Angebot soll er sich zur Finanzierung des fehlenden Betrages entscheiden?

TOP-Kredit
12 000 €
nur 130 € im Monat

CASH
Kredite bis 15 000 €
Jahreszins nur 12 %

Autohändler
nur 120 € Zinsen
im Quartal

BANK
Kreditbetrag: 6 000 €
Zinssatz: 7,5 %

TIPP!
Ein Quartal ist ein Vierteljahr.

3 Entscheide jeweils, bei welcher Bank die Zinsen niedriger sind.

	Kreditbetrag	Laufzeit	Zinssatz (Bank A)	Zinsen (Bank B)
a)	5 000 €	2 Monate	5,5 %	50 €
b)	16 000 €	8 Monate	4,9 %	480 €
c)	50 000 €	10 Monate	4,1 %	1 625 €

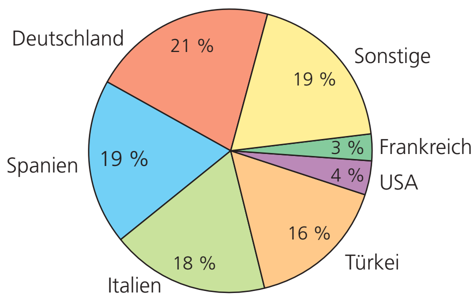
Lösungen zu 3 bis 5:		
1,5	45,83	522,67
1 708,33	12,25	3,9
27	6	9
4,5		

4 Bernhard hat sein Girokonto für 35 Tage um 1 200 € überzogen. Der Zinssatz seiner Bank beträgt dafür 10,5 % pro Jahr. Hätte es sich gelohnt, wenn er für diesen Betrag einen Kredit bei der SUPER-Bank mit insgesamt 10,50 € Zinsen für die 35 Tage aufgenommen hätte? Vergleiche wie Lara und Luis bei Aufgabe 1.

5 Frau Kaniber hat bei der Garantbank 1 800 € für ihren 15-jährigen Sohn angelegt. Nach 100 Tagen ist dieses Kapital auf 1 807,50 € angewachsen. Berechne, welche Bank den höheren Zinssatz anbietet.

Kapitalbank
bis zu einem Kapital von 2 500 €
1,3 % Zinsen pro Jahr

Schaubilder auswerten



Tom
Wie viel Prozent der Familien machten in Italien Urlaub?

Tanja
Warum machten mehr in Spanien Urlaub als in Frankreich?

Akasya
Welches war das beliebteste Urlaubsland?

Dean
In welchem Land machten am wenigsten Urlaub?

1 Das Kreisdiagramm zeigt das Ergebnis einer Umfrage an einer Mittelschule zum Urlaubsziel in den letzten Sommerferien.

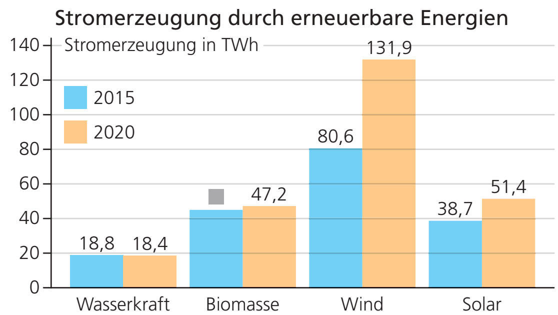
a) Welche Fragen von oben können mithilfe des Diagramms beantwortet werden? Notiere die Antworten in dein Heft.

b) Formuliere weitere Fragen, deren Antwort sich jeweils aus dem Diagramm ablesen lässt. Lasse sie von deiner Klasse beantworten.

2 Im Schaubild ist die Stromerzeugung durch erneuerbare Energien in Deutschland in Terawattstunden (TWh) dargestellt.

a) Ordne jeder Frage die entsprechende Rechnung zu und vervollständige diese im Heft.

Lösungen zu 2 a):		
488,8	44,4	63,6



TIPP!
Runde immer auf eine Kommastelle.

Ⓐ Um wie viel Prozent stieg die Stromerzeugung durch Wind von 2015 auf 2020?

Niklas
106,3 % ≙ 47,2 TWh
1 % ≙

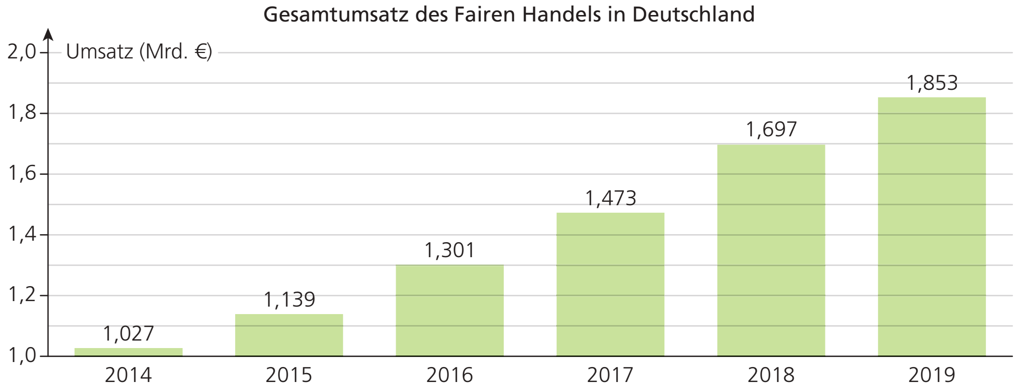
Ⓑ Wie viele Terawattstunden Strom wurden im Jahr 2015 durch Biomasse produziert, wenn im Jahr 2020 rund 6,3 % mehr Strom als 2015 erzeugt werden konnte?

Anna
131,9 TWh + 51,4 TWh = 183,3 TWh
37,5 % ≙ 183,3 TWh
1 % ≙

Ⓒ Wie viel Terawattstunden Strom wurden im Jahr 2020 insgesamt produziert, wenn durch Wind und Solar 37,5 % des gesamten Stroms erzeugt wurden?

Tanja
131,9 TWh – 80,6 TWh = 51,3 TWh
80,6 TWh ≙ 100 %
1 TWh ≙

b) Finde weitere Fragen, die du mithilfe des Diagramms lösen kannst. Tauscht sie in der Klasse aus und präsentiert die Lösungen.



3 Im Schaubild ist der Gesamtumsatz des Fairen Handels in Deutschland für die Jahre 2014 bis 2019 dargestellt.

a) Was bedeutet Fairer Handel? Recherchiere im Internet.

b) Beantworte die Fragen durch Rechnung.

Ⓐ 2019 wurden im Einzelhandel in Deutschland insgesamt 546,2 Mrd. Euro umgesetzt. Wie viel Prozent davon wurden fair gehandelt?

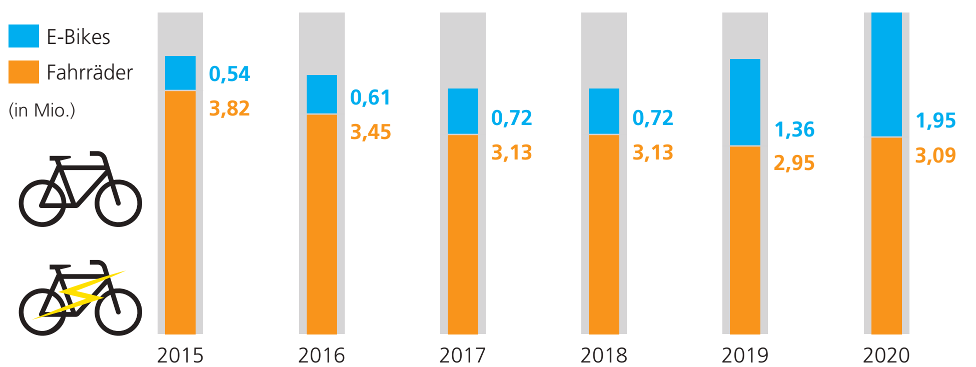
Ⓑ Um wie viel Prozent stieg der Gesamtumsatz des Fairen Handels von 2014 bis 2019?

c) Notiert weitere Rechenfragen, tauscht diese aus und bearbeitet sie. Recherchiert gegebenenfalls dafür weitere Daten im Internet.

TIPP!
Runde immer auf zwei Kommastellen.

Lösungen zu 3 b):	
80,43	0,34

4 Im Diagramm wird die Anzahl der verkauften Fahrräder und E-Bikes in Deutschland im Zeitraum von 2015 bis 2020 dargestellt.



Quelle: Zweirad-Industrie-Verband

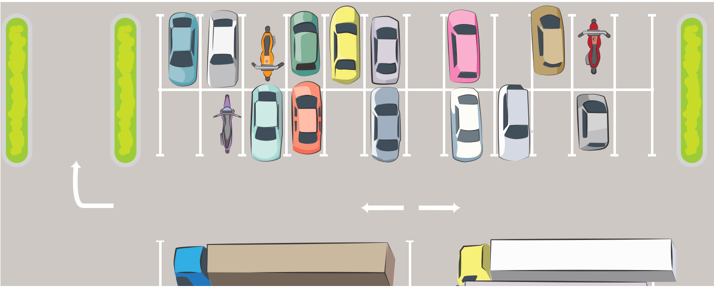
a) Notiere zu den Rechnungen passende Rechenfragen.

Tim
1,95 Mio. – 0,54 Mio. = 1,41 Mio.
0,54 Mio. ≙ 100 %
1 Mio. ≙ 100 % : 0,54 ≈ 185,2 %
1,41 Mio. ≙ 185,2 % · 1,41 ≈ 261,1 %

Lena
3,09 Mio. ≙ 100 %
1 Mio. ≙ 100 % : 3,09 ≈ 32,4 %
1,95 Mio. ≙ 32,4 % · 1,95 ≈ 63,1 %

b) Findet zum Schaubild weitere Rechenfragen, tauscht diese untereinander aus und beantwortet sie. Präsentiert eure Ergebnisse der Klasse.

Übungsaufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung lösen

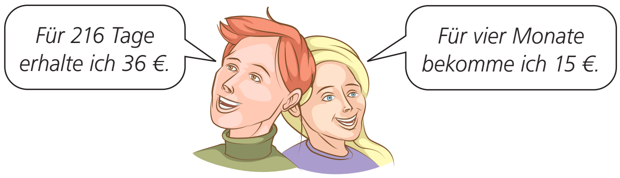


1 a) Auf einem Parkplatz befinden sich insgesamt 380 Fahrzeuge. Davon sind 35 % Lkw, acht Motorräder und der Rest sind Pkw. Bestimme die Anzahl der Lkw und Pkw.

b) Ermittle die prozentualen Anteile für Motorräder und Pkw und stelle die Verteilung in einem Kreisdiagramm dar. Runde dabei auf ganze Prozent und Grad.

Lösungen zu 1 bis 3:		
63	52,6	0,8
2	42,1	239
1,78	0,6	133

2 Heidi und Jürgen zahlen jeweils 7 500 € auf ein Sparbuch ein. Wer bekommt den höheren Zinssatz?

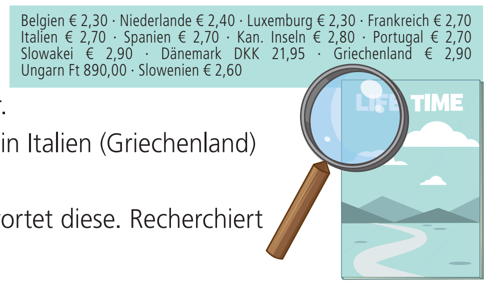


3 In Deutschland kostet die Ausgabe einer Zeitschrift 1,90 € (inklusive 7 % MwSt.).

a) Berechne den Preis ohne Mehrwertsteuer.

b) Um wie viel Prozent kostet die Zeitschrift in Italien (Griechenland) mehr? Runde auf eine Kommastelle.

c) Findet weitere Rechenfragen und beantwortet diese. Recherchiert dafür gegebenenfalls im Internet.



Lösungen zu 4 bis 6:		
0,12	5 533,62	154
5 534	8 800	5 527,60
3,08	5 527,60	225
7 200	5 534,52	5 527,60
0,8	18 000	

4 Berechne die fehlenden Werte.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital (K)	3 700 €	■	1 800 €	24 000 €	■	96 000 €
Zinssatz (p)	0,2 %	0,8 %	■	1,1 %	0,4 %	1,5 %
Zeit (t)	5 Monate	9 Monate	110 Tage	7 Monate	216 Tage	■ Tage
Zinsen (Z)	■	108 €	0,66 €	■	17,28 €	900 €

5 a) Fatima legt ihr Kapital in Höhe von 6 800 € bei ihrer Hausbank an und erhält nach 108 Tagen 16,32 € Zinsen. Berechne den Zinssatz.

b) Ihre Schwester Maria bekommt bei einem Zinssatz von 1,2 % nach 7 Monaten 61,60 € Zinsen. Ermittle das angelegte Kapital.

6 Jan möchte sein Kapital von 5 200 € für drei Jahre anlegen. Die Banken bieten hierfür verschiedene Möglichkeiten an.

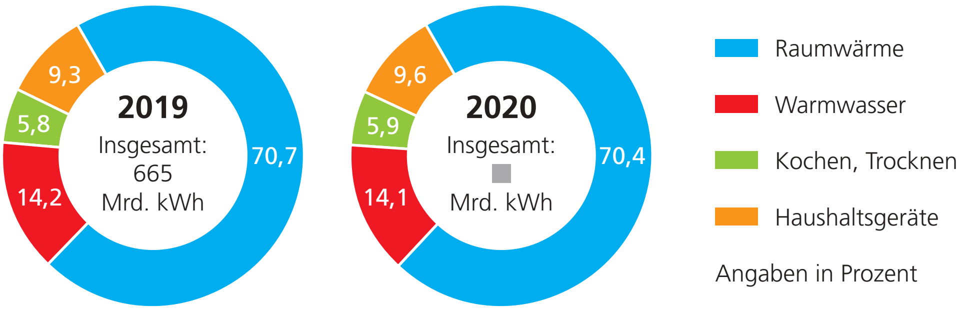
	Bank A	Bank B	Bank C
1. Jahr:	1,1 %	2,1 %	0,9 %
2. Jahr:	2,1 %	2,1 %	1,9 %
3. Jahr:	3,1 %	2,1 %	3,5 %

Berechne Jans Kapital nach drei Jahren bei jeder Bank, wenn

a) die Zinsen am Ende des Jahres ausbezahlt werden.

b) die Zinsen am Jahresende jeweils auf dem Konto bleiben und mitverzinst werden.

7 Die Diagramme zeigen den geschätzten Energieverbrauch der deutschen Privathaushalte.



a) Wie viele Mrd. kWh wurden 2019 für Haushaltsgeräte verbraucht?
b) Im Jahr 2020 verbrauchten die Privathaushalte rund 94,752 Mrd. kWh für Warmwasser. Berechne den gesamten Energieverbrauch der Privathaushalte in diesem Jahr.
c) In welchem Jahr war der Verbrauch in kWh für Kochen und Trocknen höher?
d) Wie veränderte sich prozentual der Energieverbrauch für Haushaltsgeräte im Jahr 2020 im Vergleich zu 2019? Runde auf eine Kommastelle.
e) Findet weitere Rechenfragen zu den Diagrammen, tauscht diese aus und beantwortet sie.

Lösungen zu 7 und 8:		
71,34	104	672
39,648	61,845	660
4,3	6,92	38,57

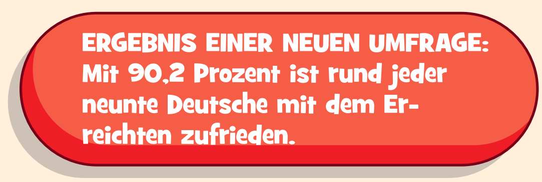
8 Frau Anzenberger möchte sich ein gebrauchtes Auto für 5 200 € kaufen. Der Händler bietet ihr nebenstehende Konditionen an.

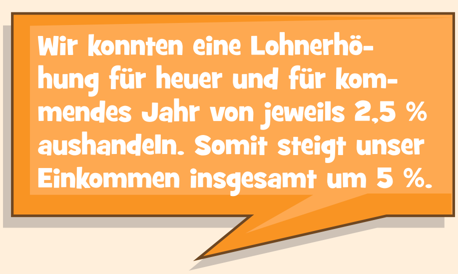
a) Um das Barzahlungsangebot nutzen zu können, würde ihr Bruder ihr den Betrag dafür für sieben Monate zu einem Zinssatz von 2,4 % leihen. Würde sich das für Frau Anzenberger lohnen?
b) Sie verdient im Monat 2 200 € netto. Davon sind 70 % für fixe Kosten verplant. Wäre der Ratenkauf möglich?
c) Mit welchem Zinssatz kalkuliert der Autohändler beim Ratenkauf?

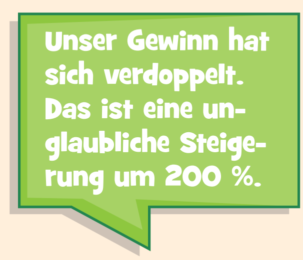
Auf Fehlersuche

Hier stimmt was nicht!

- Suche die Fehler, erkläre sie und formuliere richtig.
- Findet ähnliche Fehler z. B. im Internet oder in der Tagespresse und präsentiert sie der Klasse.







Zwischenrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Brüche in Prozent umwandeln S. 8

a) Gib als Prozentsatz an.

Ⓐ $\frac{15}{100}$ Ⓑ 20 € von 100 €

Ⓒ 0,04 Ⓓ 45 kg von 180 kg

b) Gib als Prozentsatz an. Runde gegebenenfalls auf eine Kommastelle.

Ⓐ $\frac{1}{8}$ Ⓑ 21 € von 32 €

Ⓒ 2,045 Ⓓ 8,5 kg von 72 kg

2 Prozentwert berechnen S. 9

a) Der menschliche Körper besteht bis zu 70 % aus Wasser.

Ⓐ Wie viele Liter sind das bei einer Frau mit 58 kg?

Ⓑ Berechne die Wassermenge deines Körpers.

b) Eine Familie erwirbt ein Grundstück mit einer Größe von 800 m^2. Welchen Flächeninhalt haben Garten und Zufahrtsweg, wenn der Grundriss des Hauses 12 % der gesamten Grundstücksfläche beträgt?

3 Grundwert berechnen S. 10

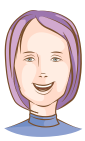
a) Der Preis eines Mofas wurde um 17 % reduziert. Daher spart Joe sich nun 272 € beim Kauf. Wie viel kostete das Mofa vor der Preissenkung?

b) Für ein E-Bike zahlt Herr Roselieb 2 259,81 €. Wie hoch ist der Preis ohne MwSt.?

4 Prozentsatz berechnen S. 11

a) Berechne die prozentualen Anteile, wenn insgesamt 24 Stimmen abgegeben wurden. Runde gegebenenfalls auf eine Stelle nach dem Komma.

Ich habe 9 Stimmen erhalten.

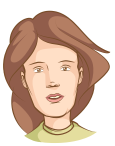


Jana

Ich habe 4 Stimmen erhalten.

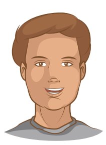
Max

Ich habe 3 Stimmen erhalten.



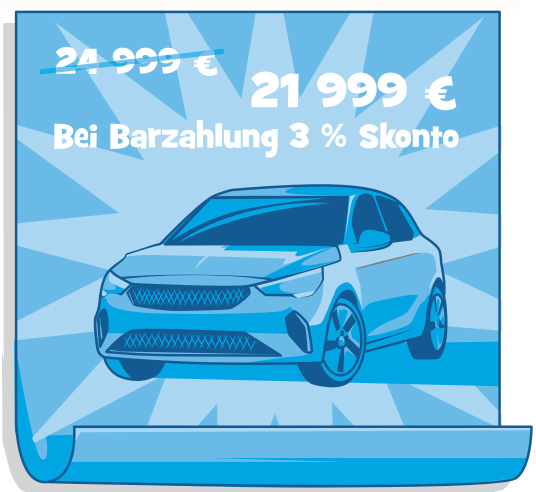
Ella

Ich habe 8 Stimmen erhalten.



Fabian

b) Wie viel Prozent vom ursprünglichen Preis können so insgesamt gespart werden? Runde auf eine Kommastelle.



Selbsteinschätzungs-
bogen: 60013-01

5 Jahreszinsen und Zinseszinsen berechnen S. 14, 18, 19

a) Wie hoch sind die Zinsen pro Jahr?

(A) Kapital: 8 300 €; Zinssatz: 0,9 %

(B) Kapital: 14 600 €; Zinssatz: 1,4 %

b) Frau Schönberger hat bei der Bank 15 000 € zu einem Zinssatz von 1,2 % angelegt. Wie hoch ist ihr Guthaben nach drei Jahren, wenn die jährlichen Zinsen jeweils zum Kapital hinzugerechnet werden?

6 Mit Monatszinsen rechnen S. 20, 21

a) Irina hat 1 750 € auf ihrem Sparbuch, das mit 0,7 % verzinst wird. Nach acht Monaten hebt sie das gesamte Geld ab. Wie hoch ist der Betrag?

b) Frau Breit nimmt für fünf Monate einen Kredit in Höhe von 7 500 € auf. Wie hoch ist der Zinssatz, wenn sie 7 718,75 € zurückzahlt?

7 Mit Tageszinsen rechnen S. 22, 23

a) Emma nimmt bei der Bank einen Kredit in Höhe von 2 800 € zu einem Zinssatz von 1,6 % auf. Nach 297 Tagen zahlt sie diesen zurück. Wie hoch sind dabei die Zinsen?

b) Herr Scheibe überzieht sein Girokonto für 15 Tage bei einem Dispozinssatz von 12 %. Er muss für diesen Zeitraum 12,50 € Zinsen zahlen. Um welchen Betrag hat er sein Konto überzogen?

8 Schaubilder auswerten S. 28, 29

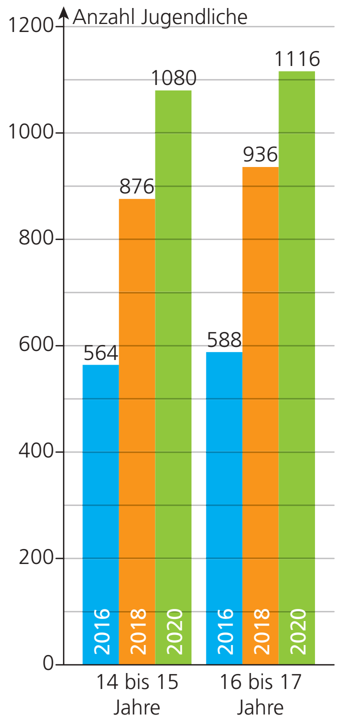
Das Diagramm zeigt das Ergebnis einer Umfrage unter jeweils 1 200 Jugendlichen zum Smartphonebesitz.

a) Welche Fragen können durch Ablesen bzw. durch Rechnung beantwortet werden?

(A) Wie viele Jugendliche von 14 bis 15 Jahren besaßen in den Jahren 2016 und 2018 ein Smartphone?

(B) Um wie viel Prozent stieg bei den 16- bis 17-Jährigen die Anzahl der Smartphonebesitzer von 2016 bis 2020?

(C) Wie viel der 15- bis 16-Jährigen besaßen im Jahre 2018 ein Smartphone?



b)

(A) Eine Frage von Teilaufgabe a) lässt sich durch Rechnung beantworten. Löse diese.

(B) Bei welcher Gruppe ist die Zunahme der Smartphonebesitzer von 2016 bis 2020 prozentual größer?

(C) Finde zwei weitere Fragen zum Schaubild, die sich durch Rechnung beantworten lassen.

Üben und vertiefen

Auf einen Blick

Prozentwert (P) berechnen

100 % ≙ 129 € oder: $P = G \cdot p$
1 % ≙ 1,29 € $P = 129\text{ €} \cdot 0{,}25$
25 % ≙ 32,25 € $P = 32{,}25\text{ €}$

Grundwert (G) berechnen

9 % ≙ 99 € oder: $G = P : p$
1 % ≙ 11 € $G = 99\text{ €} : 0{,}09$
100 % ≙ 1 100 € $G = 1\,100\text{ €}$

Prozentsatz (p) berechnen

80 € ≙ 100 % oder: $p = P : G$
1 € ≙ 1,25 % $p = 50\text{ €} : 80\text{ €}$
50 € ≙ 62,5 % $p = 0{,}625 = 62{,}5\,\%$

Zinsrechnung

Grundwert (G) → Kapital (K)
Prozentsatz (p) → Zinssatz (p)
Prozentwert (P) → Zinsen (Z)

1 Monat = 30 Zinstage 1 Jahr = 360 Zinstage

Mit Jahreszinsen rechnen

Zinsen (Z) gesucht

100 % ≙ 50 000 € oder: $Z = K \cdot p$
1 % ≙ 500 € $Z = 50\,000\text{ €} \cdot 0{,}02$
2 % ≙ 1 000 € $Z = 1\,000\text{ €}$

Kapital (K) gesucht

2 % ≙ 200 € oder: $K = Z : p$
1 % ≙ 100 € $K = 200\text{ €} : 0{,}02$
100 % ≙ 10 000 € $K = 10\,000\text{ €}$

Zinssatz (p) gesucht

8 000 € ≙ 100 % oder: $p = Z : K$
1 € ≙ 0,0125 % $p = 56\text{ €} : 8\,000\text{ €}$
56 € ≙ 0,7 % $p = 0{,}007 = 0{,}7\,\%$

Mit Monats- und Tageszinsen rechnen

	Monatszinsen (t: Monate)	Tageszinsen (t: Tage)
Zinsen (Z)	$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{12}$	$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360}$
Kapital (K)	$K = \frac{Z \cdot 12}{p \cdot t}$	$K = \frac{Z \cdot 360}{p \cdot t}$
Zinssatz (p)	$p = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot t}$	$p = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot t}$
Zeit (t)	$t = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot p}$	$t = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot p}$

1 Schreibe als Bruch, Dezimalbruch bzw. Prozentsatz.
a) 4 % b) 0,28 c) 7,8 % d) 0,7
e) 123,4 % f) 0,08 g) $1\frac{2}{5}$ h) $2\frac{3}{8}$

2 Berechne die fehlenden Angaben.

	a)	b)	c)
Grundwert	28,50 €	186 kg	■
Prozentsatz	30 %	■	56 %
Prozentwert	■	158,1 kg	0,7 m^2

3 a) Herr König verdient 1 898,65 € monatlich. Davon gehen 14,6 % an die Krankenkasse.
b) Frau Meier erhielt bei einer Wahl 358 von 486 gültigen Stimmen.
c) Familie Meister hat in diesem Jahr bereits 495 kg Holzpellets gebraucht. Das sind 18 % ihres Gesamtjahresverbrauchs.

4 Der Preis eines Laufschuhs beträgt einschließlich Mehrwertsteuer 142,80 €. Berechne die Höhe der MwSt. in Euro.

5 Die Preise werden um 15 % reduziert.

Smartphone	Earbuds	E-Bike
399,95 €	39,99 €	899 €

6 Berechne die fehlenden Angaben.

	a)	b)	c)
Kapital	3 600 €	7 400 €	■
Zinssatz	0,7 %	■	1,6 %
Jahreszinsen	■	111 €	176 €

7 Herr Schwarz überzieht sein Girokonto 21 Tage um 2 800 €. Die Bank verlangt dafür Überziehungszinsen in Höhe von 12 %. Wie viel Zinsen muss er bezahlen?

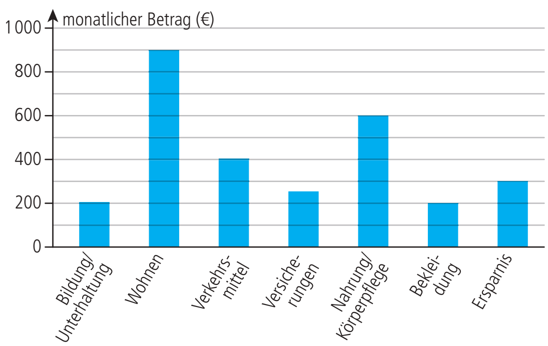
8 a) Für sein Kapital von 3 600 € erhält Ludwig nach 10 Monaten 12 €. Berechne den Zinssatz.
b) Emma legt 10 800 € mit einem Zinssatz von 0,6 % an. Nach wie vielen Tagen erhält sie 36 € Zinsen?

9 Lia erhält beim Einkauf während eines Räumungsverkaufs folgenden Kassenbon mit den bereits reduzierten Preisen.

Finde Rechenfragen, tausche diese mit deinem Partner aus und beantworte sie.

10 Herr und Frau Rothammer nehmen für den Kauf einer neuen Küche bei ihrer Bank einen Kredit von 8 100 € mit einer Laufzeit von fünf Monaten auf. Welchen Zinssatz verlangt die Bank, wenn 270 € Zinsen anfallen?

11 Das Diagramm zeigt die Verwendung des monatlichen Einkommens von Familie Kaiser.



a) Wie hoch ist das monatliche Einkommen?
b) Wie viel Prozent entfallen jeweils auf die Bereiche Wohnen, Bekleidung bzw. Nahrung/Körperpflege?
c) Die monatlichen Ausgaben für Verkehrsmittel sind im Vergleich zum Vorjahr um 6 % gestiegen. Wie hoch waren diese im Vorjahr?
d) Für ihren Urlaub verwendet die Familie 35 % ihrer Ersparnisse des ganzen Jahres. Wie teuer ist der Urlaub?
e) Findet weitere Rechenfragen zum Diagramm, tauscht diese aus und beantwortet sie.
f) Durch eine Erbschaft stehen der Familie 5 000 € mehr zur Verfügung. Um wie viel Prozent erhöhen sich die Ersparnisse eines Jahres, wenn die 5 000 € gespart werden?

12 Zur Einzäunung eines Gartens werden 70 m Zaun benötigt. Ein Zaunelement von 2,50 m Länge kostet 42,50 €. Bei der benötigten Stückzahl gewährt der Händler einen Rabatt in Höhe von 8 %. Bei Barzahlung gibt es zusätzlich noch 2 % Skonto. Wie teuer wird der Zaun bei Barzahlung?

13 Alexander hat vor einiger Zeit jeweils 100 Aktien von verschiedenen Unternehmen gekauft. Für welchen Betrag erwarb er insgesamt Aktien?

Unternehmen	Entwicklung	Wert je Aktie heute
Biotechnologie	+ 5,8 %	47,61 €
IT + Computer	+ 3,2 %	87,72 €
Solarenergie	+ 1,4 %	25,35 €
Elektroauto	– 1,9 %	35,46 €

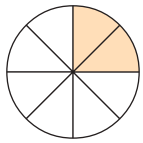
14 Zum Kauf eines Wohnmobils nimmt Herr Sattler ein Bankdarlehen zu einem Zinssatz von 2,6 % auf. Dafür muss er nach 10 Monaten 260 € Zinsen aufbringen.

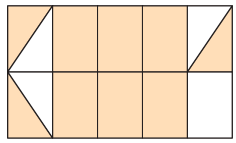
a) Berechne die Jahreszinsen und die Höhe des Darlehens.
b) Das Darlehen deckt 32 % des Kaufpreises ab. Berechne den Gesamtpreis.

15 Der Zweiradmechaniker Florian will sich ein E-Bike für 1 897 € kaufen.
a) 947 € hat er bereits gespart. In 90 Tagen läuft sein Sparvertrag aus, dann stehen ihm weitere Ersparnisse zur Verfügung. Bis dahin muss er den fehlenden Betrag zu einem Zinssatz von 4 % finanzieren. Was würde ihn das E-Bike dadurch insgesamt kosten?
b) Im Internet findet er ein Aktionsangebot für das gleiche Modell mit Kauf in zwölf Monatsraten zu je 155 €. Die Versandkosten betragen 49,00 €. Wie viel Prozent kann er durch Nutzung des günstigeren Angebots sparen?

Abschlussrunde

1 Gib als Prozentsatz an.

a) 

b) 

c) $\frac{21}{30}$

d) 7,8 kg von 39 kg

e) 3,0045

f) 9,92 m^2 von 64 m^2

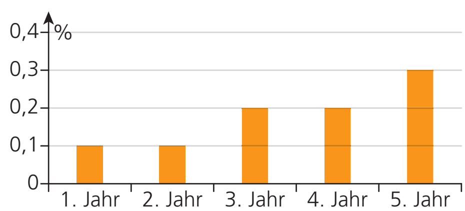
2 a) Die Kindergärten einer Stadt betreuen insgesamt 380 Kinder. Im kommenden Schuljahr werden 35 % von ihnen eingeschult. Wie viele besuchen dann einen Kindergarten, wenn 79 Kinder neu aufgenommen werden?

b) Beim letzten Einkauf erhielt Galina einen Rabatt von 24,50 €. Das entsprach 5 % des Einkaufspreises. Wie hoch war der ursprüngliche Preis und wie viel musste Galina bezahlen?

c) Durch energiebewusstes Stromsparen konnte Maria ihren Verbrauch von 2 300 kWh auf 2 185 kWh reduzieren. Wie viel Prozent sparte sie ein?

d) Der Kurswert einer Aktie stieg um 2,3 % und beträgt nun 122,76 €. Wie hoch war der Kurs zuvor?

3 Eine Bank bietet folgendes Wachstumssparen an. Lydia überlegt, wie viele Zinsen sie nach 5 Jahren bei einem Anfangskapital von 1 500 € erhalten würde.



4 Berechne die fehlenden Angaben.

a)
K: ■
p: 1,2 %
Z: 288 €

b)
K: 15 000 €
p: ■
t: 7 Monate
Z: 61,25 €

c)
K: 27 000 €
p: 1,4 %
t: ■ Tage
Z: 105 €

d)
K: 21 000 €
p: 1,1 %
t: ■ Monate
Z: 192,50 €

e)
K: ■
p: 0,9 %
t: 200 Tage
Z: 60 €

5 Familie Schwarz besitzt zwei Sparverträge.

① 8 000 € als Festgeld zu 1,9 % Zinsen

② 288 € Zinsen im Jahr bei einem Zinssatz von 2,4 %

a) Über welches Gesamtkapital einschließlich Zinsen verfügt die Familie nach einem Jahr?

b) Nach einem Jahr will sie ihr gesamtes Kapital für drei Jahre fest anlegen. Die Sparbank bietet ihr für diesen Zeitraum einen Zinssatz von 2,6 % an. Beim Angebot des Bankhauses Kluge könnte sie vom Zinseszins-Effekt profitieren. Die Bank zahlt einen Zinssatz von 2,4 %. Für welche Anlage sollte sich Familie Schwarz entscheiden?

c) Um wie viel Prozent sind die Zinsen beim vorteilhafteren Angebot höher? Runde auf eine Kommastelle.

Zahlen und Operationen

1 Berechne und runde gegebenenfalls auf eine Kommastelle.

a) $9^2 + \sqrt{121}$ b) $\sqrt{64} + 5^2 - \sqrt{121}$
c) $0{,}3^2 - \sqrt{0{,}3}$ d) $\sqrt{38} - \sqrt{56} + 2{,}5^2$

2 Berechne den Wert der Terme.

a) $13{,}5 + 14{,}7 + 5{,}3$ b) $6 \cdot 7{,}4 - 7{,}4 : 2$

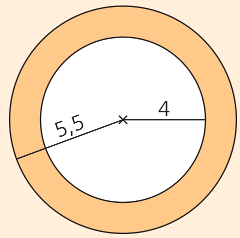
3 Fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $5x - 4 - (6 - 4x) : 2$
b) $(3y - 5) \cdot 4 - (9y + 12) : 3$

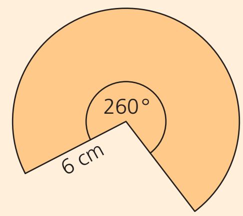
4 Berechne die Höhe einer Monatsrate mithilfe einer Gleichung.

Größen und Messen

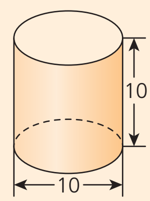
1 a) Berechne den Inhalt der gefärbten Fläche (Maße in cm). Rechne mit $\pi = 3{,}14$. Runde auf zwei Dezimalstellen.



b) Berechne den Flächeninhalt und die Bogenlänge des Kreissektors. Runde auf eine Kommastelle.

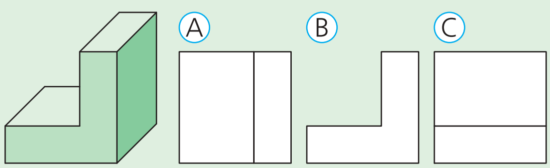


2 Passt in den Zylinder ein Dreiviertelliter Wasser? Schätze zuerst, dann überprüfe durch Rechnung (Maße in cm).



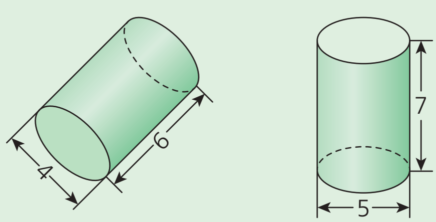
Raum und Form

1 Welche Ansicht zeigt den Körper von vorne, von oben, von der Seite? Ordne zu.



2 Zeichne jeweils die Schrägbildskizze des Zylinders (Maße in cm).

a) Die Grundfläche ist unten. b) Die Grundfläche ist vorne.



3 Wie ändert sich der Kreisumfang, wenn der Radius verdoppelt (verdreifacht, halbiert) wird? Überprüfe mit geeigneten Werten.

Funktionaler Zusammenhang

1 Ergänze die Tabellen im Heft so, dass proportionale Zuordnungen entstehen.

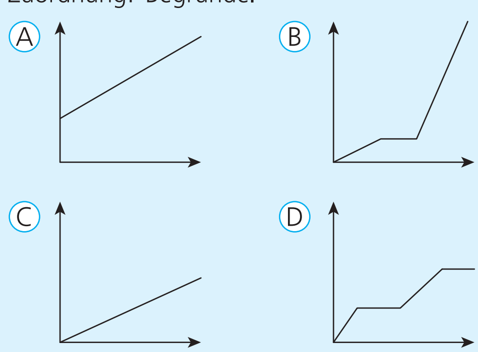
a)

Gewicht (kg)	Preis (€)
4	4,80
8	■
2	■
20	■

b)

Zeit (h)	Strecke (km)
3	210
■	70
■	280
■	35

2 Welche Graphen gehören zu einer linearen Zuordnung? Begründe.



Aufwärmrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Bruchzahlen umwandeln

a) Notiere als Bruch bzw. Dezimalbruch.

(A) $\frac{24}{100}$ (B) 0,7 (C) $\frac{307}{1000}$

b) Notiere als Bruch bzw. Dezimalbruch.

(A) $\frac{19}{50}$ (B) 2,106 (C) $\frac{24}{40}$

2 Mit ganzen Zahlen rechnen

a) Setze im Heft <, > oder = ein.

(A) (–8) · (+9) ■ (–42) + (–31)
(B) (–10) – (+4) ■ (+12) : (–4)
(C) (+21) : (–3) ■ (–3) + (–3)

b) Berechne die fehlende Zahl.

(A) ■ · (–72) = 288
(B) 96 : ■ = (–8)
(C) (–14) + (■) = (–54)
(D) ■ – (–64) = 17

3 Rationale Zahlen vergleichen

a) Ordne der Größe nach. Beginne dabei mit der kleinsten Zahl.

(A) 2,5; –1,03; 0,25; 10,3; –0,103; –2,5
(B) 0,92; 0,75; –0,34; –0,46; 0,72; –0,39

b) Bestimme jeweils die Zahl, die genau in der Mitte liegt.

(A) zwischen –8,4 und 2,8
(B) zwischen 1,25 und –3,15

4 Mit rationalen Zahlen rechnen

a) Bilde alle möglichen Aufgaben und berechne. Verwende dabei immer von jeder Farbe nur ein Kärtchen.

8 | 0,2 | 4,12 | · 10 | · 10 000 | : 1 000 | : 100

b) Finde die gedachte Zahl.

(A) Matthias addiert zu seiner gedachten Zahl –24,7 und multipliziert das Ergebnis mit –3,1. So erhält er schließlich –131,13.

(B) Helene denkt sich eine Zahl. Sie subtrahiert davon –112,82 und dividiert das Ergebnis durch –23,1. So erhält sie schließlich –2,22.

5 Mit Quadraten und Quadratwurzeln von Zahlen rechnen

a) Rechne im Kopf.

(A) 8^2
(B) $(-4)^2$
(C) $\sqrt{81}$
(D) $\sqrt{121}$

b) Rechne im Kopf.

(A) $5^2 + \sqrt{64}$
(B) $12^2 - \sqrt{49}$
(C) $\sqrt{36} + 4^2$
(D) $\sqrt{100 - 3^2}$

2 Potenzen

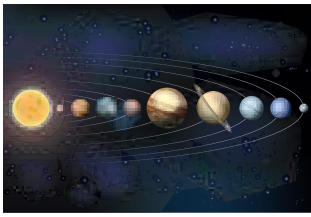
Einstieg

Das Universum ist vermutlich unendlich groß.
- Bestimme den Maßstab für den Durchmesser der Erde und des Mondes so, dass du diesen als Kreis in dein Heft zeichnen kannst.
- Vergleiche die Masse der Erde mit der des Mondes.
- Erstellt mit Informationen aus dem Internet Steckbriefe für die weiteren Planeten unseres Sonnensystems wie unten. Formuliert dann Rechenfragen und beantwortet diese.

Ausblick

In diesem Kapitel lernst du
- Zahlen in Dezimal- und in Zehnerpotenzschreibweise mit positiven und negativen Exponenten darzustellen, zu vergleichen und zu ordnen.
- Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise zur Lösung von Aufgaben in Sachsituationen unter Anwendung der Grundrechenarten zu verwenden.
- Zehnerpotenzen mit positiven und negativen Exponenten sowie Vorsilben bestimmter Zehnerpotenzen zur Darstellung von konkreten Größen zu nutzen.

Große Zahlen in Zehnerpotenzen darstellen



Mittlere Entfernungen der Planeten von der Sonne:

Merkur	58 000 000 km	Venus	108 000 000 km
Erde	149 000 000 km	Mars	228 000 000 km
Jupiter	778 000 000 km	Saturn	1 430 000 000 km
Uranus	2 870 000 000 km	Neptun	4 500 000 000 km

1 a) Lies die Zahlen in der obigen Abbildung.

b) Sehr große Zahlen sind umständlich zu schreiben und nicht leicht zu lesen. Man nutzt deshalb die verkürzte Form der Potenzschreibweise. Setze die Tabelle um weitere sechs Stufenzahlen fort und erkläre.

TIPP!

Potenz:

Exponent (Hochzahl)

10^3

Basis

Sprechweise: „zehn hoch drei“

Stufenzeichen	Stufenzahl	Produkt aus Zehnern	Zehnerpotenz
Z	10	1 · 10	10^1
H	100	10 · 10	10^2
T	1 000	10 · 10 · 10	

2 a) Die in Wirklichkeit vorkommenden Zahlen sind selten Stufenzahlen, sie haben meistens einen anderen Wert. Erkläre die Beispiele.

Zahl	Zerlegung in Vorfaktor und Stufenzahl	Produktdarstellung	Zehnerpotenzdarstellung
5 000	5 · 1 000	5 · 10 · 10 · 10	$5 \cdot 10^3$
800 000	8 · 100 000	8 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10	$8 \cdot 10^5$
1 300 000	1,3 · 1 000 000	1,3 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10	$1{,}3 \cdot 10^6$

b) Ergänze die Tabelle in deinem Heft für folgende Angaben:

16 000 | 3,7 · 100 000 | 7,12 · 10 · 10 · 10 · 10 | $2{,}9 \cdot 10^{11}$

c) Schreibe die Entfernungen unserer Planeten von der Sonne mit Zehnerpotenzen.

Zehnerpotenz mit positivem Exponenten

Zehnerpotenz

$5{,}7 \cdot 10^4$

Vorfaktor

„5,7 mal zehn hoch vier“

Die Zehnerpotenz gibt an, um wie viele Stellen man das Komma im Vorfaktor nach rechts rücken muss, wenn die Zahl ausgeschrieben wird. Nicht besetzte Stellen werden jeweils mit einer Null aufgefüllt.

$5{,}7 \cdot 10^4 = 5\,,\underbrace{7\,0\,0\,0}_{\text{4 Stellen nach rechts}}, = 57\,000$

TIPP!

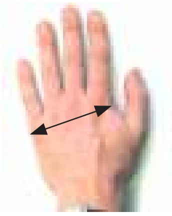
Standardschreibweise: Vorfaktor zwischen 1 und 10

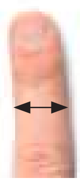
3 a) Lies die Zahlen und schreibe sie mit Zehnerpotenzen in Standardschreibweise.

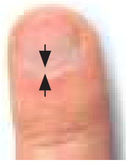
690 | 3 200 | 27 000 000 | 5 670 000 | 85 550 000 000 | 77 000 | 9 000 000

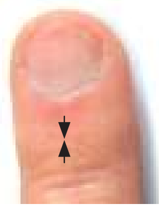
b) Notiere die Angaben aus den Steckbriefen von Seite 39 (auch die von dir recherchierten Angaben) in der Standardschreibweise.

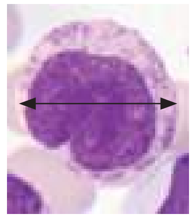
Kleine Zahlen in Zehnerpotenzen darstellen


Hand


Finger


Fingernagelhaut


Hautfalte


weißes Blutkörperchen

(A) $0{,}001\ \text{m} = 10^{-3}\ \text{m}$

(B) $0{,}1\ \text{m} = 10^{-1}\ \text{m}$

(C) $0{,}01\ \text{m} = 10^{-2}\ \text{m}$

(D) $0{,}00001\ \text{m} = 10^{-5}\ \text{m}$

(E) $0{,}0001\ \text{m} = 10^{-4}\ \text{m}$

1 a) Ordne die Größen richtig zu.
b) Notiere die Angaben auch als Bruch. $10^{-1}\ \text{m} = 0{,}1\ \text{m} = \frac{1}{10}\ \text{m}$

2 Setze die folgende Tabelle um weitere sechs Stufenzahlen fort.

Stufenzeichen	Stufenzahl	Produkt aus Zehntel	Zehnerpotenz
z	0,1	$1 \cdot \frac{1}{10}$	10^{-1}
h	0,01	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$	10^{-2}
t	0,001	$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1\,000}$	10^{-3}

TIPP!
Potenz:
Exponent (Hochzahl)
10^{-3}
Basis
Sprechweise:
„zehn hoch minus drei"

3 a) Erkläre die Beispiele gemäß Aufgabe 2 a) von Seite 40.

Zahl	Zerlegung in Vorfaktor und Stufenzahl	Produktdarstellung	Zehnerpotenzdarstellung
0,007	$7 \cdot 0{,}001$	$7 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$	$7 \cdot 10^{-3}$
0,00009	$9 \cdot 0{,}00001$	$9 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$	$9 \cdot 10^{-5}$
0,000003	$3 \cdot 0{,}000001$	$3 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$	$3 \cdot 10^{-6}$

b) Ergänze die Tabelle in deinem Heft für folgende Angaben.

0,0005 | $2 \cdot 0{,}00001$ | $6 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$ | $8 \cdot 10^{-7}$

Zehnerpotenz mit negativem Exponenten

Zehnerpotenz
$2{,}7 \cdot 10^{-3}$
Vorfaktor

„2,7 mal zehn hoch minus drei"

Die Zehnerpotenz gibt an, um wie viele Stellen man das Komma im Vorfaktor nach links rücken muss, wenn die Zahl ausgeschrieben wird. Nicht besetzte Stellen werden jeweils mit einer Null aufgefüllt.

$2{,}7 \cdot 10^{-3} = 0{,}\,0\,0\,2{,}\,7 = 0{,}0027$

3 Stellen nach links

4 a) Notiere mit Zehnerpotenzen in Standardschreibweise.

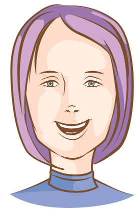
0,3 | 0,073 | 0,0007 | 0,275 | 0,0000000064 | 0,000069 | 0,000000116

b) Schreibe als Dezimalbruch.

$3{,}9 \cdot 10^{-3}$ | $3{,}5 \cdot 10^{-2}$ | $5 \cdot 10^{-6}$ | $6{,}75 \cdot 10^{-3}$ | $5{,}5 \cdot 10^{-9}$ | $2{,}004 \cdot 10^{-8}$

TIPP!
Standardschreibweise: Vorfaktor zwischen 1 und 10

Zahlen mit Zehnerpotenzen vergleichen und ordnen



$6{,}8 \cdot 10^{2}$ ■ $6{,}8 \cdot 10^{4}$
$2{,}01 \cdot 10^{-5}$ ■ $2{,}1 \cdot 10^{-7}$
$8{,}3 \cdot 10^{-8}$ ■ $8{,}3 \cdot 10^{4}$
$3{,}1 \cdot 10^{-2}$ ■ $0{,}031$

$4\,500\,000$ ■ $4{,}5 \cdot 10^{7}$
$0{,}00041$ ■ $4{,}1 \cdot 10^{-5}$
$2{,}9 \cdot 10^{5}$ ■ $0{,}000029$
$3{,}4 \cdot 10^{-6}$ ■ $0{,}00034$

1 Khadija hat die Aufgabe bekommen, die Zahlen zu vergleichen.
a) Welche Tipps würdest du ihr geben? Erkläre.
b) Übertrage nun ins Heft und setze <, > oder = ein.

2 Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.
a) $43\,000$; $4{,}3 \cdot 10^{5}$; $3{,}4 \cdot 10^{6}$
b) $9{,}2 \cdot 10^{-4}$; $0{,}00091$; $9{,}01 \cdot 10^{-4}$
c) $9{,}16 \cdot 10^{3}$; $9{,}061 \cdot 10^{2}$; $9\,160$
d) $3{,}8 \cdot 10^{-7}$; $0{,}0000033$; $3{,}7 \cdot 10^{-6}$
e) $6{,}6 \cdot 10^{5}$; $0{,}0068$; $6{,}66 \cdot 10^{5}$
f) $9{,}9 \cdot 10^{-8}$; $9\,990\,000$; $1{,}4 \cdot 10^{2}$

3 Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl. Es ergibt sich ein Lösungswort.

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■

X $2{,}5 \cdot 10^{-4}$
E $2\,200$
R $2 \cdot 10^{4}$
P $0{,}0022$
T $21\,000$
E $2{,}3 \cdot 10^{-5}$
E $2{,}1 \cdot 10^{5}$

4 Ordne der Größe nach. Beginne mit der größten Zahl.

a)	$2{,}1 \cdot 10^{7}$	$3\,500\,000$	$3{,}3 \cdot 10^{6} \cdot 10$	$0{,}3 \cdot 10^{8}$
b)	$5{,}1 \cdot 10^{-5}$	$0{,}0005 : 10$	$3{,}9 \cdot 10^{-6} \cdot 10$	$22 \cdot 10^{-3}$
c)	$8{,}5 \cdot 10^{6}$	$100\,000 \cdot 9$	$6{,}3 \cdot 10^{3} : 0{,}01$	$9{,}4 \cdot 10^{5} \cdot \sqrt{100}$

5 Finde Kärtchen mit demselben Wert.

$4{,}3 \cdot 10^{5}$
$4{,}13 \cdot 10^{-2}$
$41{,}3 \cdot 10^{-6}$
$0{,}4 \cdot 10^{5}$
$4 \cdot 10^{7} : 10$

$200 \cdot 200$
$0{,}0000413$
$4 \cdot 10^{5} \cdot 10$
$413 : 10\,000$
$430\,000$

6 Übertrage ins Heft und setze <, > oder = ein.
a) $4{,}8 \cdot 10^{4} \cdot 10$ ■ $4{,}8 \cdot 10^{5} \cdot 0{,}01$
b) $7{,}1 \cdot 10^{10} \cdot 10$ ■ $0{,}15 \cdot 10^{13}$
c) $5{,}3 \cdot 10^{-7} \cdot 10$ ■ $3{,}5 \cdot 10^{-5} : 0{,}1$
d) $1{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 100$ ■ $1{,}2 \cdot 10^{3} : 1\,000$

7 Notiere jeweils drei Zahlen mit Zehnerpotenzen, die eingesetzt werden können.
a) $7{,}2 \cdot 10^{4} <$ ■ $< 7{,}3 \cdot 10^{4}$
b) $3 \cdot 10^{1} >$ ■ $> 1 \cdot 10^{-2}$
c) $6{,}04 \cdot 10^{5} <$ ■ $< 6{,}3 \cdot 10^{7}$
d) $4{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 >$ ■ $> 4{,}1 \cdot 10^{-3} : 100$

Große und kleine Zahlen mit Zehnerpotenzen schreiben

1 a) Gib in deinen Taschenrechner die Zahl 3,5 ein und multipliziere sie mehrmals mit 1 000. Was fällt dir auf?

b) Erkläre die Eingabe großer Zahlen in den Taschenrechner. Gib dann folgende Zahlen in den Taschenrechner ein und notiere die Anzeige.

$260 \cdot 10^8$	$13 \cdot 10^{12}$	$520 \cdot 10^9$	$4{,}4 \cdot 10^9$	$0{,}078 \cdot 10^6$
$330{,}5 \cdot 10^8$	$15 \cdot 10^{12}$	$0{,}2 \cdot 10^{18}$	$2\,100 \cdot 10^7$	$23{,}4 \cdot 10^{14}$

2 Berechne. Was stellst du fest?

$4{,}25 \cdot 10^7 \cdot 2\,000$	$42{,}5 \cdot 10^6 \cdot 2\,000$	$4{,}25 \cdot 10^{10} \cdot 2$	$0{,}425 \cdot 10^{10} \cdot 20$
$425 \cdot 10^5 \cdot 2\,000$	$4{,}25 \cdot 10^8 \cdot 200$	$4{,}25 \cdot 10^9 \cdot 20$	$0{,}425 \cdot 10^{11} \cdot 2$

3 Berechne.

a) $7 \cdot 10^5 \cdot 21$ b) $5 \cdot 10^7 \cdot 36$ c) $0{,}4 \cdot 10^3 \cdot 333$

d) $3{,}5 \cdot 10^9 \cdot 32$ e) $0{,}04 \cdot 10^2 \cdot 88$ f) $5{,}45 \cdot 10^{21} : 5$

g) $1{,}8 \cdot 10^{12} : 4$ h) $3{,}2 \cdot 10^6 \cdot 22$ i) $0{,}45 \cdot 10^{18} : 15$

4 a) Gib in deinen Taschenrechner die Zahl 2,4 ein und dividiere sie mehrmals durch 1 000. Was fällt dir auf?

b) Erkläre die Eingabe kleiner Zahlen in den Taschenrechner. Gib dann folgende Zahlen in den Taschenrechner ein und notiere die Anzeige.

$0{,}1 \cdot 10^{-6}$	$0{,}025 \cdot 10^{-4}$	$45 \cdot 10^{-10}$	$0{,}06 \cdot 10^{-4}$	$331 \cdot 10^{-8}$
$89 \cdot 10^{-15}$	$1{,}203 \cdot 10^{-5}$	$1{,}3 \cdot 10^{-5}$	$2\,505 \cdot 10^{-10}$	$0{,}807 \cdot 10^{-3}$

5 Berechne.

a) $12 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}2$ b) $6 \cdot 10^{-7} \cdot 24$ c) $0{,}2 \cdot 10^{-2} : 250$

d) $8{,}1 \cdot 10^{-8} \cdot 3{,}2$ e) $0{,}12 \cdot 10^{-3} : 2{,}5$ f) $4{,}44 \cdot 10^{-4} \cdot 11$

g) $2{,}8 \cdot 10^{-5} : 4$ h) $2{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}2$ i) $2{,}2 \cdot 10^{-7} \cdot 222$

6 a) Die Erde hat eine Masse von circa $5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg, der Mond von etwa $7{,}349 \cdot 10^{22}$ kg. Wievielmal schwerer ist die Erde im Vergleich zum Mond? Runde auf Ganze.

b) Vergleiche ebenso Erde und Sonne. Recherchiere dazu die Masse der Sonne. Runde auf Ganze.

7 Ein 100 €-Schein ist circa $9 \cdot 10^{-3}$ cm dick.

a) Berechne die Höhe eines Stapels aus 100 €-Scheinen bei einem Betrag von 250 000 €.

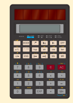
b) Welchen Wert hätte ein 90 cm hoher Stapel?

8 Ein Goldatom hat eine Masse von $3{,}29 \cdot 10^{-22}$ g und einen Radius von $1{,}442 \cdot 10^{-22}$ m.

a) Berechne die Anzahl der Goldatome in einem 9 g schweren Ring.

b) Wie viele Goldatome würden aneinandergereiht eine Länge von 1 m ergeben?

Eingabe großer Zahlen in den Taschenrechner

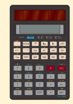


Drei Beispiele für
$3\,500\,000\,000 = 3{,}5 \cdot 10^9$

1. Eingabe mit der [x^y]-Taste
   Eingabe: [3,5] [×] [10] [x^y] [9] [=]
   Anzeige: 3.5^{09}
2. Eingabe mit der [EXP]-Taste
   Eingabe: [3,5] [EXP] [9]
   Anzeige: 3.5^{09}
3. Eingabe mit der [EE]-Taste
   Eingabe: [3,5] [EE] [9]
   Anzeige: 3.5^{09}

Wie rechnet dein Taschenrechner?

Eingabe kleiner Zahlen in den Taschenrechner



Drei Beispiele für
$0{,}000000024 = 2{,}4 \cdot 10^{-8}$

1. Eingabe mit der [x^y]-Taste
   Eingabe: [2,4] [×] [10] [x^y] [8] [+/−]
   Anzeige: 2.4^{-08}
2. Eingabe mit der [EXP]-Taste
   Eingabe: [2,4] [EXP] [8] [+/−]
   Anzeige: 2.4^{-08}
3. Eingabe mit der [EE]-Taste
   Eingabe: [2,4] [EE] [8] [+/−]
   Anzeige: 2.4^{-08}

Wie rechnet dein Taschenrechner?

Lösungen zu 6 bis 8:	
1 000 000	$2{,}7 \cdot 10^{22}$
81	22,5
$6{,}9 \cdot 10^{21}$	333 333

TIPP!

Notiere bei Aufgabe 8 jeweils als Zehnerpotenz in Standardschreibweise. Runde dabei den Vorfaktor auf eine Kommastelle.

Größen mit Vorsilben darstellen

Vorsilbe		Zeichen		natürliche Zahl/Bruch		Zehnerpotenz	
Dezi-	Milli-	m	c	1 000	$\frac{1}{10}$	10^{-3}	10^{-1}
Kilo-	Zenti-	d	k	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	10^{-2}	10^{3}

1 Von den Größen sind dir bereits einige Vorsilben bekannt.
a) Ordne jeweils richtig einander zu.
b) Bei welchen Größen sind dir diese Vorsilben schon begegnet?

TIPP!
10^3 → Kilo → kg

2 Ordne jeder Zehnerpotenz Vorsilbe und Zeichen richtig zu.

10^{6}	10^{-3}	10^{12}
10^{-6}	10^{15}	10^{-9}
10^{-2}	10^{3}	10^{9}

größer

Vorsilbe	Zeichen	Zehnerpotenz
Peta-	P	10^{15}
Tera-	T	10^{12}
Giga-	G	10^{9}
Mega-	M	10^{6}
Kilo-	k	10^{3}
Hekto-	h	10^{2}
Deka-	da	10^{1}
	$1 = 10^0$	
Dezi-	d	10^{-1}
Zenti-	c	10^{-2}
Milli-	m	10^{-3}
Mikro-	µ	10^{-6}
Nano-	n	10^{-9}

kleiner

3 Ergänze die passenden Kärtchenangaben.
a) 4 Kilometer (km) = ■

$4 \cdot 10^{-3}$ m | 4000 m | $4 \cdot 10^{3}$ m

b) 5 Milliliter (ml) = ■

$5 \cdot 10^{-4}$ l | $5 \cdot 10^{-3}$ l | 0,05 l

c) 7 Megabyte (MB) = ■

$7 \cdot 10^{6}$ B | 7 000 000 B | $7 \cdot 10^{9}$ B

4 Ändere jeweils eine Zahl so ab, dass immer die gleiche Größe bezeichnet wird.
a) 8,21 kg; $8,21 \cdot 10^3$ g; 821 g
b) $5,7 \cdot 10^9$ B; 5 700 000 B; 5,7 GB
c) $1,2 \cdot 10^{-3}$ m; 1,2 µm; 0,0000012 m
d) 9 ns; 0,000000009 s; $9 \cdot 10^{-6}$ s

TIPP!
W: Watt
V: Volt
B: Byte

5 Notiere wie im Beispiel in der jeweiligen Grundeinheit. 9 km = $9 \cdot 10^3$ m = 9000 m
a) 24 kg
b) 2,5 TB
c) 8 ms
d) 355 mm
e) 7 nm
f) 8,5 kW
g) 9,5 MV
h) 2 cl

6 a) Notiere die Längen- bzw. Durchmesserangaben der Viren als Zehnerpotenz.

Grippevirus 0,1 µm | Aidsvirus 2 nm | Hepatitis B-Virus 42 nm

b) Notiere die Dateigrößen als Zehnerpotenz in Standardschreibweise und mit Vorsilbe.

7 500 B | 4 250 000 000 B | 3 500 000 B | 2 500 000 000 000 B

7 Ein USB-Stick hat eine Speicherkapazität von 256 GB. Berechne, wie viele Filme mit 4,5 GB (Musikdateien mit 5 MB; Textdokumente mit 300 kB) komplett darauf Platz haben.

Thema: Größen von klein bis groß

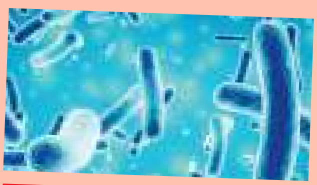
Nano

Nano $\widehat{=}$ 10^{-9}

$$1\ \text{ns} = \frac{1}{1\,000}\ \mu\text{s} = \frac{1}{1\,000\,000}\ \text{ms} = \frac{1}{1\,000\,000\,000}\ \text{s} = 10^{-9}\ \text{s}$$

1 Moderne Arbeitsspeicher von Computern haben Zugriffszeiten von 60 ns. Schnelle Festplatten weisen dagegen eine Geschwindigkeit von 0,1 ms auf. Berechne, wievielmal schneller der Arbeitsspeicher ist.

Mikro



Mikro $\widehat{=}$ 10^{-6}

$$1\ \mu\text{m} = \frac{1}{1\,000}\ \text{mm} = \frac{1}{1\,000\,000}\ \text{m} = 10^{-6}\ \text{m}$$

Bakterien	0,5–20 µm
menschliches Haar	0,07 mm
rote Blutkörperchen	7 µm
weiße Blutkörperchen	7–20 µm
Atom	0,0001 µm

2 a) Ordne die Angaben der Größe nach.
b) Berechne die Anzahl der Haare (Atome, Bakterien, Blutkörperchen), die aneinandergereiht so dick wie ein Blatt Papier (0,35 mm) sind. Runde auf Ganze.

Milli

Milli $\widehat{=}$ 10^{-3}

$$1\ \text{mg} = \frac{1}{1\,000}\ \text{g} = 10^{-3}\ \text{g}$$
$$1\ \text{mm} = \frac{1}{1\,000}\ \text{m} = 10^{-3}\ \text{m}$$
$$1\ \text{ms} = \frac{1}{1\,000}\ \text{s} = 10^{-3}\ \text{s}$$

3 Beim Training für ein Motorrad-Grand-Prix-Rennen benötigte der Schnellste für eine 3 670 m lange Runde 84,776 s. Damit war er nur 11 ms schneller als der Zweite.
Berechne den Vorsprung in Meter. Runde auf zwei Kommastellen.

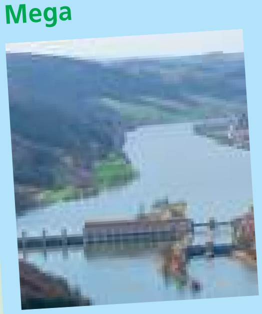
Kilo

Kilo $\widehat{=}$ 10^{3}

$$1\ \text{km} = 1\,000\ \text{m} = 10^3\ \text{m}$$
$$1\ \text{kg} = 1\,000\ \text{g} = 10^3\ \text{g}$$
$$1\ \text{kV} = 1\,000\ \text{V} = 10^3\ \text{V}$$

4 Hochspannungsleitungen leiten Strom mit einer Spannung von 380 kV.
a) Gib die Spannung ohne Vorsilbe an.
b) Die Haushaltsspannung beträgt 230 V. Berechne, um welchen Faktor die Hochspannung höher ist. Runde auf Ganze.

Mega



Mega $\widehat{=}$ 10^{6}

$$1\ \text{MV} = 1\,000\ \text{kV} = 1\,000\,000\ \text{V} = 10^6\ \text{Volt}$$
$$1\ \text{MW} = 1\,000\ \text{kW} = 1\,000\,000\ \text{W} = 10^6\ \text{Watt}$$
$$1\ \text{MB} \approx 1\,000\ \text{kB} \approx 1\,000\,000\ \text{B} = 10^6\ \text{Bit}$$

5 Das Laufwasserkraftwerk Jochenstein in der Donau ist das drittgrößte Wasserkraftwerk in Bayern. Es erbringt eine Leistung von 132 MW. Berechne die Anzahl der 12 W-LED-Lampen, die damit zum Leuchten gebracht werden könnten.

Giga

Giga $\widehat{=}$ 10^{9}

$$1\ \text{GB} \approx 1\,000\ \text{MB} \approx 1\,000\,000\ \text{kB} \approx 1\,000\,000\,000\ \text{B} = 10^9\ \text{B}$$

6 a) Eine große Festplatte bietet Platz für 100 TB. Ein neuer Streaming-Dienst speichert 21 157 Filme mit einer durchschnittlichen Speichergröße von 4,7 GB. Berechne, ob diese Festplatte dafür ausreicht.
b) Die Übertragungsrate bei LTE beträgt 100 MBit pro Sekunde, die vom neuesten Mobilfunknetz 5G bis zu 10 GBit pro Sekunde.
Bestimme, wievielmal schneller 5G ist.

Sachsituationen mit Zehnerpotenzen lösen

TIPP!

Als Zeichen gelten Buchstaben, Ziffern, Satzzeichen, Rechenzeichen, sonstige Zeichen sowie Leerzeichen.

1 Eine Seite im Schulbuch hat circa 50 Zeilen mit je 90 Zeichen. Für jedes Zeichen wird dabei 1 Byte Speicherplatz benötigt.

a) Berechne den nötigen Speicherplatz für eine Seite in kB.
b) Berechne den nötigen Speicherplatz für ein Buch (180 Seiten), wenn die Bilder darin zusätzlich 54,8 MB groß sind.
c) Wie oft würde dieses Buch komplett auf einen Stick mit 128 GB Speicher passen?

Lösungen zu 1 bis 3:	
0,43	$1{,}5 \cdot 10^6$
275,05	2 301
4,5	250 000
55,61	

2 Bei einer Windkraftanlage können ca. 1,5 MW elektrische Leistung genutzt werden.

a) Gib die elektrische Leistung als Zehnerpotenz in Standardschreibweise an.
b) Berechne die Anzahl der 6-W-LED-Lampen, die mit dieser Leistung betrieben werden können.

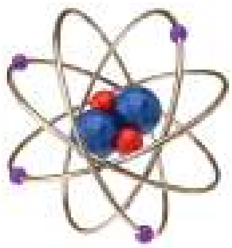
3 Bei einer Temperaturerhöhung um 1 °C dehnt sich eine Autobahnbrücke pro Meter um $1{,}15 \cdot 10^{-5}$ m aus.
a) Eine Brücke hat bei 12 °C eine Länge von 275 m. Berechne die Länge der Brücke bei 27 °C. Runde auf zwei Kommastellen.
b) Eine andere Brücke hat bei 0 °C eine Länge von 628 m. Die Temperaturen fallen im Winter auf bis zu –25 °C und steigen im Sommer auf bis zu 35 °C. Berechne den Längenunterschied, der durch die Temperaturen entsteht. Runde auf zwei Kommastellen.

Lösungen zu 4 bis 6:	
8,3	$3{,}98 \cdot 10^{-22}$
384 000	123
$9{,}112 \cdot 10^{-28}$	200
14,82	300 000

4 Ein menschliches Haar wächst im Durchschnitt $4{,}7 \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

a) Wie lange dauert es, bis ein Haar 5 cm gewachsen ist? Runde auf ganze Tage.
b) Um wie viele Zentimeter wachsen deine Haare, wenn du ein Jahr nicht zum Friseur gehst? Runde auf zwei Kommastellen.
c) Ein Haar hat etwa eine Dicke von $5 \cdot 10^{-2}$ mm. Wie viele Haare könnte man nebeneinander auf 1 cm legen? Schätze zuerst und berechne dann.

5 Ein Atomkern ist aus elektrisch positiv geladenen Protonen mit einer Masse von circa $1{,}673 \cdot 10^{-24}$ g und etwa gleich schweren ungeladenen Neutronen aufgebaut.



a) Ein Elektron wiegt den 1 836-ten Teil eines Protons. Berechne seine Masse.
b) Der Kern eines Uran-Atoms besteht aus 92 Protonen und 146 Neutronen. Berechne die Masse des Atomkerns.

6 Das Licht legt in einem Jahr eine Strecke von $9{,}4608 \cdot 10^{12}$ km zurück. Man spricht von einem Lichtjahr.
a) Berechne die Lichtgeschwindigkeit in km pro Sekunde.
b) Die Entfernung von der Sonne zur Erde beträgt $1{,}496 \cdot 10^8$ km. Wie lange braucht das Licht dafür? Gib in Minuten an und runde auf eine Kommastelle.
c) Berechne die Entfernung des Mondes von der Erde, wenn das Licht dafür 1,28 s benötigt.

Selbsteinschätzungsbogen: 60013-02

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Große und kleine Zahlen in Zehnerpotenzen darstellen S. 40, 41

a) Schreibe als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

(A) 8 400 (B) 510 000

(C) 0,004 (D) 0,0000105

b) Schreibe als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

(A) $87\,500 \cdot 1\,000$ (B) $785\,000 \cdot 100 \cdot 100$

(C) $0{,}00806 : 100$ (D) $0{,}00894 : 1\,000 : 10$

2 Zahlen mit Zehnerpotenzen vergleichen und ordnen S. 42

a) Notiere ins Heft und setze < oder > ein.

(A) $8{,}6 \cdot 10^4$ ■ $1{,}1 \cdot 10^5$

(B) $0{,}00058$ ■ $5{,}8 \cdot 10^{-5}$

(C) $7{,}8 \cdot 10^6$ ■ $78\,000\,000$

b) Ordne der Größe nach. Beginne dabei mit der kleinsten Zahl.

(A) $2{,}1 \cdot 10^3$; $21\,000$; $2{,}01 \cdot 10^4$

(B) $0{,}0092$; $9{,}2 \cdot 10^{-4}$; $0{,}92 \cdot 10^{-5}$

(C) $8{,}8 \cdot 10^{-6}$; $0{,}000088$; $8 \cdot 10^{-5}$

3 Rechnen mit Zehnerpotenzen S. 43

a) Berechne und notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

(A) $9 \cdot 10^6 \cdot 55$

(B) $4{,}9 \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}3$

(C) $8{,}64 \cdot 10^{-5} : 2{,}4$

b) Berechne und notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

(A) $0{,}81 \cdot 10^{-7} : 3^2$

(B) $\sqrt{64} \cdot 10^5 \cdot 0{,}11$

(C) $\frac{3}{4} \cdot 10^{-6} : 0{,}5$

4 Größen mit Vorsilben darstellen S. 44

a) Notiere die Größenangaben ausschließlich mit Vorsilben.

(A) $3 \cdot 10^6$ B (B) $7 \cdot 10^{-3}$ l

(C) $6{,}1 \cdot 10^9$ V (D) $1{,}9 \cdot 10^{-9}$ m

b) Wandle in die in Klammern angegebene Einheit um. Notiere als Zehnerpotenz.

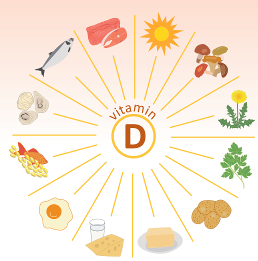
(A) 2,5 TB (MB) (B) 8 mV (MV)

(C) 7,6 nm (m) (D) 0,21 ml (l)

5 Sachsituationen mit Zehnerpotenzen lösen S. 46

a) Bei Erwachsenen schlägt das Herz 60- bis 90-mal in der Minute. Wie oft schlägt das Herz in 10 (50) Jahren? Notiere als Zehnerpotenz.

b) Die empfohlene tägliche Vitamin-D-Zufuhr liegt bei Erwachsenen bei 2,5 µg. Berechne den Jahresbedarf in Gramm und notiere als Zehnerpotenz.



Üben und vertiefen

Auf einen Blick

Zehnerpotenzen bei großen Zahlen

Zehnerzahlen (Stufenzahlen) lassen sich als Zehnerpotenzen schreiben.
Der Exponent gibt die Anzahl der Nullen an.

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$
$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$
…

10^3 – Exponent (Hochzahl); Basis

$4{,}5 \cdot 10^5 = 4{,}5 \cdot 100\,000 = 450\,000$
$126\,000\,000 = 1{,}26 \cdot 100\,000\,000 = 1{,}26 \cdot 10^8$

Standardschreibweise:
Vorfaktor zwischen 1 und 10

Zehnerpotenzen bei kleinen Zahlen

Der negative Exponent gibt an, aus wie vielen „Zehntel-Faktoren" die Zahl besteht.

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$

$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$

…

$4{,}5 \cdot 10^{-5} = 4{,}5 \cdot \frac{1}{10^5} = 4{,}5 \cdot \frac{1}{100\,000} = 0{,}000045$

$0{,}00028 = 2{,}8 \cdot \frac{1}{10\,000} = 2{,}8 \cdot \frac{1}{10^4} = 2{,}8 \cdot 10^{-4}$

Standardschreibweise:
Vorfaktor zwischen 1 und 10

Vorsilben für Größen

Peta-	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
Tera-	T	10^{12}	1 000 000 000 000
Giga-	G	10^9	1 000 000 000
Mega-	M	10^6	1 000 000
Kilo-	k	10^3	1 000
Hekto-	h	10^2	100
Deka-	da	10^1	10
Dezi-	d	10^{-1}	0,1
Zenti-	c	10^{-2}	0,01
Milli-	m	10^{-3}	0,001
Mikro-	µ	10^{-6}	0,000 001
Nano-	n	10^{-9}	0,000 000 001

1 Schreibe als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.
a) 40 000 b) 500 000
c) 0,0000034 d) 0,00000048
e) 0,00000002 f) 345 000 000 000

2 Ordne gleichwertige Zahlen einander zu.
A $4{,}05 \cdot 10^6$ B $4{,}05 \cdot 10^9$ C $40{,}5 \cdot 10^8$
D 4,05 Mio. E 405 Mio. F $0{,}405 \cdot 10^9$

3 Notiere als Dezimalbruch bzw. als natürliche Zahl.
a) 10^8 b) 10^{-3} c) $5 \cdot 10^9$
d) $4{,}2 \cdot 10^7$ e) $0{,}9 \cdot 10^4$ f) $7 \cdot 10^{-5}$
g) $65{,}7 \cdot 10^{-6}$ h) $1{,}08 \cdot 10^{-7}$ i) $7{,}03 \cdot 10^8$

4 Ordne der Größe nach.
a) $2{,}4 \cdot 10^{-5}$; 0,0000024; $0{,}24 \cdot 10^{-6}$
b) 87 000 000 000; $8{,}7 \cdot 10^8$; $87 \cdot 10^8$
c) $5{,}5 \cdot 10^{-4}$; 0,000055; $550 \cdot 10^{-5}$

5 Ergänze im Heft den richtigen Exponenten.
a) $10\,000 = 10^{■}$ b) $100\,000\,000 = 10^{■}$
c) $0{,}001 = 10^{■}$ d) $0{,}00000001 = 10^{■}$
e) $0{,}032 = 3{,}2 \cdot 10^{■}$ f) $0{,}000022 = 2{,}2 \cdot 10^{■}$
g) $120\,000 = 1{,}2 \cdot 10^{■}$ h) $0{,}00092 = 9{,}2 \cdot 10^{■}$
i) $850\,000\,000\,000 = 8{,}5 \cdot 10^{■}$

6 a) Welche drei Zahlen sind jeweils wertgleich?
250 Tsd. | $2{,}5 \cdot 10^6$ | 2 500 000 000 000
2 500 000 000 | 2,5 Mio. | 2 500 000
$2{,}5 \cdot 10^{12}$ | 250 000 | $2{,}5 \cdot 10^9$
$2{,}5 \cdot 10^5$ | 2,5 Mrd. | 2,5 Bio.

b) Welche drei Zahlen sind jeweils wertgleich?
0,00082 | 0,0000082 | $8{,}2 \cdot 10^{-3}$
0,082 | $82 \cdot 10^{-3}$ | $8{,}2 \cdot 10^{-5}$ | $8{,}2 \cdot 10^{-4}$
0,0082 | $0{,}82 \cdot 10^{-5}$ | 0,000082

7 Ordne den Einheiten die passenden Zehnerpotenzen und Abkürzungen zu.

1 Nanosekunde	$1 \cdot 10^{3}$	MW
1 Megawatt	$1 \cdot 10^{-6}$	µg
1 Kilojoule	$1 \cdot 10^{-9}$	GB
1 Mikrogramm	$1 \cdot 10^{9}$	ns
1 Gigabyte	$1 \cdot 10^{6}$	kJ

8 Schreibe das Ergebnis in Standardschreibweise.
a) $10\,000\,000 \cdot 124\,000$
b) $964\,000\,000 \cdot 100\,000\,000$
c) $15 : 100\,000\,000$
d) $340 : 1\,000\,000\,000$

9

Zelle	0,01 mm
Virus	0,0001 mm
DNA-Strang	0,00001 mm
Sandkorn	0,000063 mm

a) Notiere die Größen als Zehnerpotenzen in Standardschreibweise.
b) Berechne jeweils, wie viele Zellen, Viren, DNA-Stränge und Sandkörner man nebeneinander auf einen 1 cm breiten Streifen legen kann. Notiere als Zehnerpotenz.

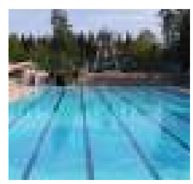
10 Berechne und notiere als Zehnerpotenz.
a) $2{,}4 \cdot 10^{5} : 0{,}6 \cdot 3{,}3$ b) $0{,}45 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}5 \cdot 4{,}4$
c) $36 \cdot 10^{-8} : 0{,}2 : 0{,}9$ d) $4{,}2 \cdot 10^{15} : 2{,}1 \cdot 10{,}5$

11 In 1 mm^3 Blut befinden sich ca. $5 \cdot 10^{6}$ rote Blutkörperchen. Ein Erwachsener hat etwa 6 Liter Blut.
a) Wie viele rote Blutkörperchen besitzt er?
b) Ein rotes Blutkörperchen hat einen Durchmesser von $7 \cdot 10^{-3}$ mm. Wie viele km lang wäre das Band, wenn man alle roten Blutkörperchen eines Menschen aneinander legen würde?
c) Die durchschnittliche Lebensdauer eines roten Blutkörperchens beträgt 120 Tage. Wie viele davon werden in 50 Jahren gebildet?

12 Ein Armreif mit einer Oberfläche von 21 cm^2 wird mit einer $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ mm starken Legierung von 18 Karat Rotgold beschichtet. Das Rotgold kostet pro Gramm 37 € und hat eine Dichte von 15 $\frac{g}{cm^3}$. Wie hoch ist der Materialpreis des Goldes?

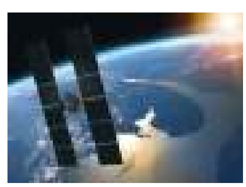
13 a) Josef ist ein Hobbyfotograf. Er stellt seine Kamera so ein, dass Fotos eine Dateigröße von jeweils 2,6 MB haben. Berechne, wie viele Fotos er auf seiner Festplatte mit 500 GB Speicherplatz speichern kann.
b) Auf einer Festplatte mit 3 TB sind 700 GB belegt. Bestimme rechnerisch den freien Speicherplatz.
c) Der gespeicherte Spielstand eines Computerspiels hat etwa eine Größe von $8{,}5 \cdot 10^{7}$ B. Berechne die ungefähre Datengröße in MB.

14 Das Volumen eines Wassertropfens beträgt 5 mm^3.
a) Wie viele dieser Tropfen ergeben zusammen 10 Liter Wasser? Gib das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standardschreibweise an.
b) Im Schwimmerbecken eines Freibades befinden sich $8{,}5 \cdot 10^{11}$ dieser Wassertropfen. Berechne, wie viele Liter Wasser das sind.



c) Im Nichtschwimmerbecken sind $2{,}125 \cdot 10^{6}$ l Wasser. Es wird in 8 h von 6 Pumpen vollständig geleert. Berechne, wie viele l Wasser eine Pumpe pro Minute fördert. Runde sinnvoll.

15 Ein GPS-Satellit umkreist die Erde in etwa $2 \cdot 10^{4}$ km Höhe mit einer Geschwindigkeit von ca. $1{,}4 \cdot 10^{4}\ \frac{km}{h}$.



a) Wie lange braucht der Satellit für eine Erdumdrehung? Recherchiere fehlende Angaben im Internet. Runde sinnvoll.
b) Berechne die Strecke, die der Satellit in einem Jahr zurücklegt. Notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

Abschlussrunde

1 Notiere jede Angabe als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.

a) Die Wellenlänge des sichtbaren Lichts liegt zwischen 0,00000039 m und 0,00000075 m.

b) Die Wellenlänge der Röntgenstrahlen liegt zwischen 0,0000001 m und 0,000000000001 m.

c) Ein erwachsener Mensch besteht aus etwa 100 Billionen Zellen.

d) Der Umfang des Äquators beträgt 40 075 016,686 m.

2 Berechne.

a) $3{,}6 \cdot 10^{6} : 0{,}09$ b) $6{,}6 \cdot 10^{-9} : 110$ c) $7{,}02 \cdot 10^{-8} \cdot 380$
d) $4{,}3 \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-3}$ e) $15 : 10^{-8} \cdot 10^{3}$ f) $10^{9} \cdot 2{,}022 \cdot 10^{-6}$

3 Pro Sekunde werden rund vier Menschen geboren. Notiere in Standardschreibweise.
a) Wie viele Menschen werden pro Tag (Jahr) geboren?
b) Um wie viele Menschen nimmt die Weltbevölkerung in einem Jahr zu, wenn jede Sekunde ca. zwei Menschen sterben?

4 Spezielles Dünndruckpapier ist etwa 30 Tausendstelmillimeter dick.
a) Notiere diese Angabe in der Standardschreibweise.
b) Berechne, wie viele solche Dünndruckblätter man braucht, um die Dicke einer Schulbuchseite von 120 µm zu erreichen.

5 Simon kauft sich für seinen Computer eine neue 1 TB große SSD-Festplatte. Diese hat eine Schreib- und Lesegeschwindigkeit von 550 MB pro Sekunde. Auf seiner alten HDD-Festplatte hatte er ein Datenvolumen von $3{,}96 \cdot 10^{10}$ Byte gespeichert.
a) Gib die gespeicherte Datenmenge in GB an.
b) Er überträgt die Daten auf die neue SSD-Festplatte. Zu wie viel Prozent ist diese nun belegt?
c) Wie lange dauert der Speichervorgang von Aufgabe b)?

6 Ein Spinnenfaden hat einen Durchmesser von nur $5 \cdot 10^{-3}$ mm.

a) In einem Buch wird er mit 1 500-facher Vergrößerung abgebildet. Berechne seinen Durchmesser in der Abbildung.
b) Wie viele Spinnenfäden könnte man nebeneinander auf einen 1 cm breiten Streifen legen? Schätze zuerst und berechne dann.

7 a) Ein Gletscher hat eine durchschnittliche Ausbreitungsgeschwindigkeit von $6{,}4 \cdot 10^{-6}\ \frac{m}{s}$. Berechne die Zeit, die er für 100 m braucht.
b) Der Gornergletscher, einer der ältesten Gletscher in Europa, hat sich die letzten 150 Jahre um 3 000 m zurückgezogen. Berechne seine Rückzugsgeschwindigkeit in $\frac{m}{s}$. Notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise mit einer Kommastelle.

Zahlen und Operationen

1 Berechne die fehlenden Werte.

	a)	b)	c)
Kapital	6 000 €	■	18 000 €
Zinssatz	■	1,8 %	2,1 %
Zeit	7 Monate	9 Monate	■ Tage
Zinsen	52,50 €	162 €	168 €

2 15 000 € werden mit 1,5 % Zinsen pro Jahr angelegt. Berechne das Guthaben nach drei Jahren, wenn die Zinsen mitverzinst werden.

3 Stelle jeweils eine Gleichung auf und löse diese.

a) Wenn ich eine Zahl mit 4 multipliziere und 5 addiere, erhalte ich die Summe aus 90 und 33.

b) Juri ist vier Jahre älter als seine Schwester Ina. In zwei Jahren sind sie zusammen 20 Jahre alt.

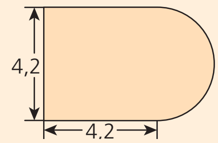
c) Die Summe dreier Zahlen ist 108. Die 2. Zahl ist um 1, die 3. Zahl um 2 kleiner als die 1. Zahl.

Größen und Messen

1 Berechne jeweils die gesuchte Größe des Dreiecks.

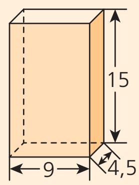
	a)	b)	c)
Grundseite	6,5 cm	■	5,9 dm
Höhe	4,4 cm	8,2 m	■
Flächeninhalt	■	52,48 m^2	24,19 dm^2

2 Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der Figur (Maße in cm). Runde auf eine Kommastelle.

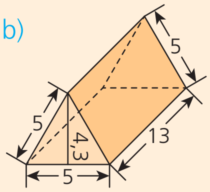


3 Berechne jeweils das Volumen und den Oberflächeninhalt des Körpers (alle Maße in cm).

a)

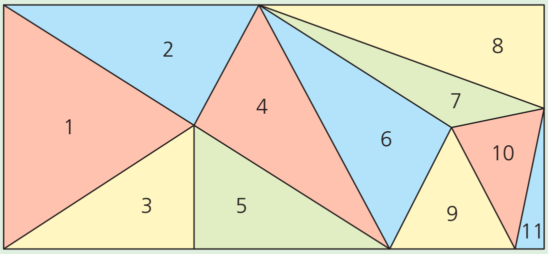


b)



Raum und Form

1 Finde und notiere jeweils die Dreiecke mit der angegebenen Eigenschaft.



a) gleichschenklig
b) gleichseitig
c) spitzwinklig
d) rechtwinklig
e) stumpfwinklig

2 Zeichne zuerst eine Planfigur, dann die Dreiecke. Benenne sie nach ihrer jeweiligen Eigenschaft.

a) $c = 7{,}5$ cm; $\alpha = \beta = 60°$

b) $c = 5{,}6$ cm; $\alpha = 50°$; $\beta = 75°$

c) $a = 5$ cm; $b = 5$ cm; $c = 5$ cm

d) $b = 3{,}8$ cm; $\alpha = 45°$; $\gamma = 90°$

e) $a = 5$ cm; $c = 3$ cm; $\beta = 35°$

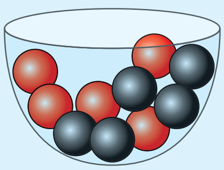
Daten und Zufall

1 Übertrage die Tabelle ins Heft und ergänze fehlende Werte.

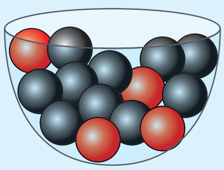
Klasse	9a	9b	9c
Schüler	20	22	20
Urkunden	14	■	■
h (Bruch)	■	$\frac{1}{2}$	■
h (Prozent)	■	■	60 %

2 Gut mischen und blind eine Kugel ziehen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es eine schwarze?

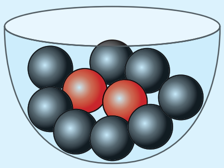
a)



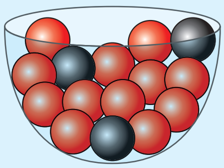
b)



c)



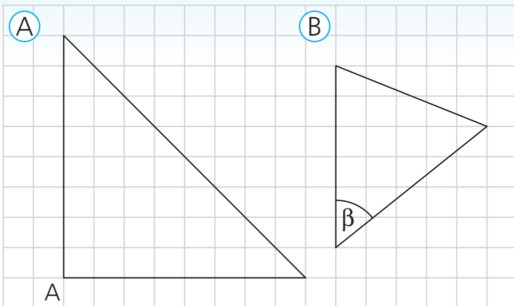
d)



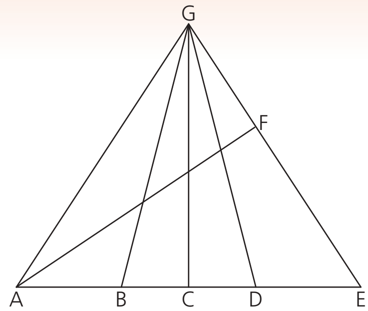
So schätze ich meine Leistung ein.

1 Dreiecke beschriften und untersuchen

a) Übertrage die Dreiecke in dein Heft und beschrifte sie vollständig.



b) Benenne alle Dreiecke, die gleichschenklig oder rechtwinklig sind.

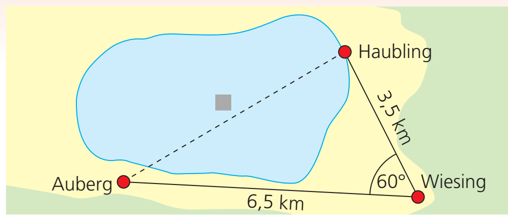


2 Dreiecke zeichnen

a) Erstelle erst eine Planfigur und zeichne dann das Dreieck.

- (A) $a = 4$ cm; $b = 3$ cm; $c = 5$ cm
- (B) $\alpha = 70°$; $\beta = 40°$; $c = 4$ cm
- (C) $a = 5$ cm; $b = 7$ cm; $\gamma = 60°$

b) Zeichne im geeigneten Maßstab und bestimme die Entfernung von Haubling und Auberg.



3 Quadrate und Quadratwurzeln von Zahlen bestimmen

a) Rechne im Kopf.

- (A) 9^2
- (B) 20^2
- (C) $\sqrt{25}$
- (D) $\sqrt{64}$

b) Rechne im Kopf.

- (A) $(-6)^2$
- (B) $(-1{,}2)^2$
- (C) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$
- (D) $\sqrt{\frac{1}{16}}$

4 Mit Quadraten und Quadratwurzeln von Zahlen rechnen

a) Berechne und runde auf eine Kommastelle.

- (A) $11^2 + \sqrt{5}$
- (B) $7^2 - \sqrt{8}$
- (C) $\sqrt{6} + 3^2$
- (D) $\sqrt{10} - 0{,}9^2$

b) Berechne und runde auf eine Kommastelle.

- (A) $(-5)^2 + \sqrt{7}$
- (B) $\sqrt{15} + (-1{,}5)^2$
- (C) $\sqrt{4{,}5} - (-1{,}6)^2$
- (D) $0{,}8^2 - \sqrt{4^2 + 5}$

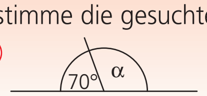
5 Winkel zeichnen und bestimmen

a) Zeichne die folgenden Winkel in dein Heft.

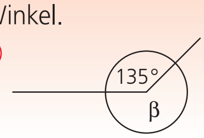
- (A) $\alpha = 45°$
- (B) $\beta = 60°$
- (C) $\gamma = 120°$
- (D) $\delta = 180°$

b) Bestimme die gesuchten Winkel.

(A)



(B)



3 Geometrie 1

Einstieg

Die Waben eines Bienenstocks sind von kunstvoller Architektur. Ihre Gleichmäßigkeit verblüfft.

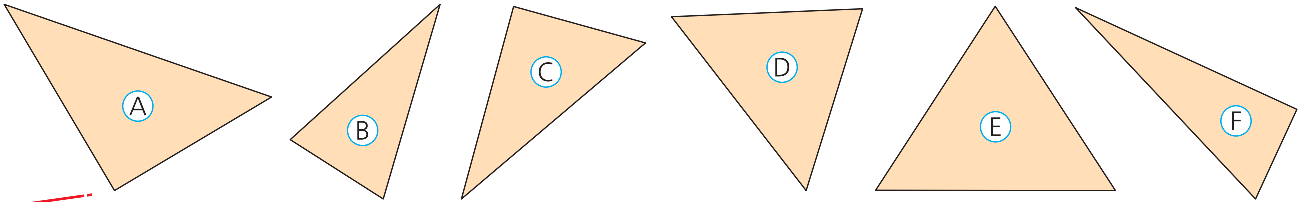
- Welche geometrische Form haben die Waben? Beschreibe.
- Welche Vorteile hat diese geometrische Form? Erläutere. Recherchiere gegebenenfalls im Internet.
- Wie entsteht diese besondere Wabenform? Recherchiere im Internet.
- Sucht nach Beispielen, wo sich diese geometrische Form noch findet und besorgt euch Abbildungen davon. Erstellt mit diesen ein Plakat.

Ausblick

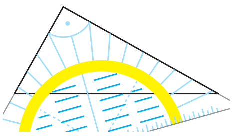
In diesem Kapitel lernst du

- rechtwinklige Dreiecke zu beschreiben, zu erkennen und mit dem Geodreieck bzw. mithilfe des Thaleskreises zu zeichnen.
- den Satz des Pythagoras kennen und anzuwenden.
- Eigenschaften von regelmäßigen Vielecken zu beschreiben, diese zu zeichnen und Berechnungen an ihnen vorzunehmen.
- den Flächeninhalt komplexer zusammengesetzter Figuren durch Zerlegen und Ergänzen zu ermitteln.

Rechtwinklige Dreiecke erkennen und beschreiben



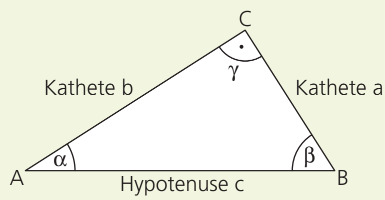
TIPP!
Überprüfe rechte Winkel mit dem Geodreieck.



rechtwinkliges Dreieck

1 a) Welche der Dreiecke sind rechtwinklig? Begründe.
b) Beschreibe bei den rechtwinkligen Dreiecken den Zusammenhang zwischen der Lage des rechten Winkels und der längsten Seite im Dreieck.

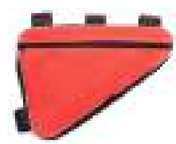
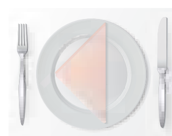
In einem rechtwinkligen Dreieck bezeichnet man die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, als Hypotenuse. Sie ist die längste Seite. Die beiden Seiten, die den rechten Winkel bilden, heißen Katheten.



2 Zeige deinem Nachbarn bei den rechtwinkligen Dreiecken von Aufgabe 1 die Lage der Hypotenuse und der Katheten.

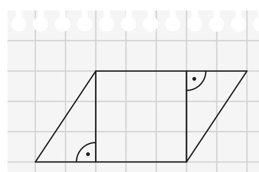
3 a) Welche Bilder enthalten rechtwinklige Dreiecke?

(A)

(B)

(C)

(D)


b) Findet weitere Beispiele für rechtwinklige Dreiecke in eurer Umgebung.

4 a) Doris hatte die Aufgabe, ein Parallelogramm in rechtwinklige Dreiecke aufzuteilen. Ist sie schon fertig? Was meinst du?
b) Vervollständige die Zeichnung in deinem Heft.
c) Teile folgende geometrische Figuren ebenso in rechtwinklige Dreiecke auf. Vergleicht eure Ergebnisse.



Quadrat | Rechteck | Trapez | Raute

5 a) Nationalflaggen haben oft rechtwinklige Dreiecke als Formelemente. Sucht alle rechtwinkligen Dreiecke und bestimmt jeweils die Hypotenuse und die Katheten.


Großbritannien

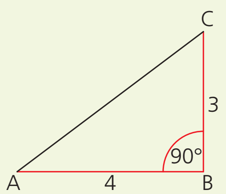
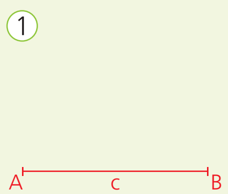
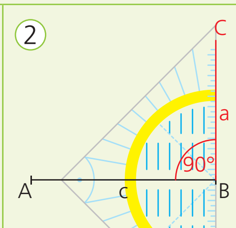
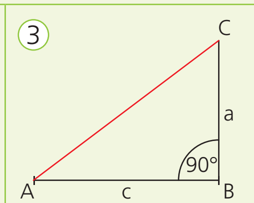

Eritrea


Republik Kongo

b) Recherchiert im Internet nach weiteren Flaggen mit rechtwinkligen Dreiecken und präsentiert sie der Klasse.

Rechtwinklige Dreiecke mit dem Geodreieck zeichnen

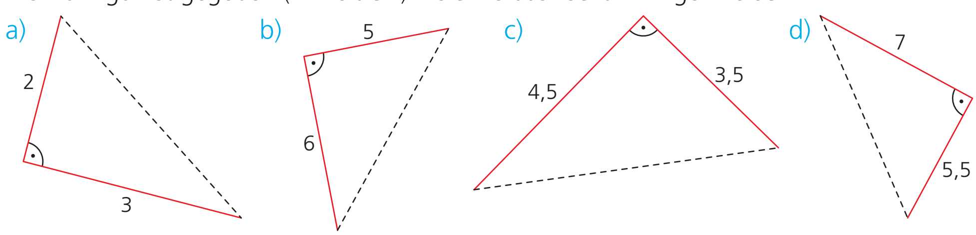
1 Kevin hat ein Erklärvideo zum Zeichnen eines rechtwinkligen Dreiecks mit dem Geodreieck auf seinem Tablet erstellt.
a) Bringe die Videoausschnitte in die richtige Reihenfolge.
b) Beschreibe die einzelnen Schritte seines Erklärvideos.

Planfigur	Zeichenschritte		
			
Gegeben: a = 3 cm; c = 4 cm; β = 90°	c = 4 cm zeichnen	In B rechten Winkel anlegen und Seite a = 3 cm zeichnen	Punkt C mit A verbinden

rechtwinkliges Dreieck mit dem Geodreieck zeichnen

2 Zeichne erst mit den Angaben im Merkkasten, dann mit doppelt so langen Seiten.

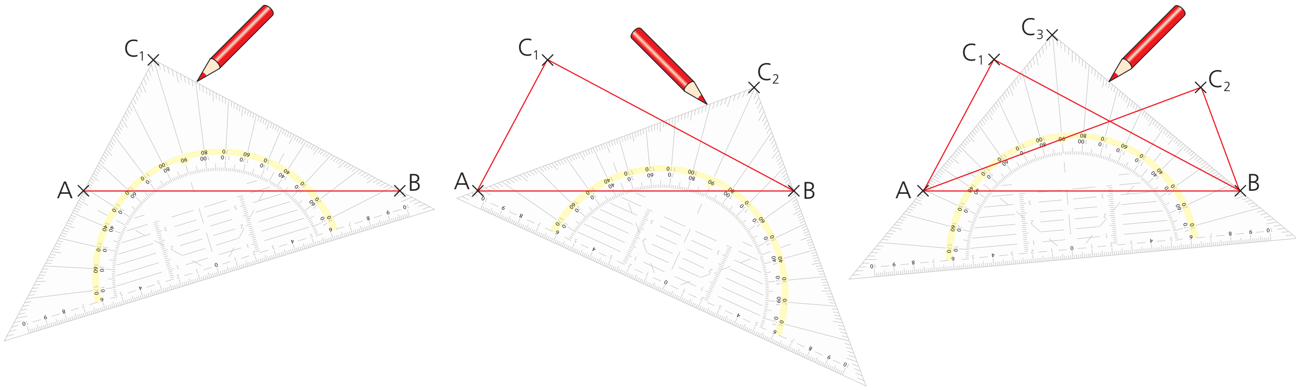
3 Die Planfigur ist gegeben (Einheit cm). Zeichne das rechtwinklige Dreieck.



4 Erstelle eine Planfigur und zeichne.
a) a = 2,6 cm; c = 4,1 cm; β = 90°
b) b = 4,5 cm; c = 4,5 cm; α = 90°
c) a = 7 cm; c = 5,5 cm; β = 90°
d) a = 8,2 cm; b = 5,2 cm; γ = 90°

5 Zeichne jeweils in ein Koordinatensystem (Einheit cm) die gegebenen Punkte ein und ergänze mit den weiteren Angaben zu einem rechtwinkligen Dreieck. Notiere die Koordinaten des entstandenen dritten Punktes.
a) A (1|1); B (4|1); β = 90°; a = 3 cm
b) B (–1|2); C (2|2); γ = 90°; b = 5 cm
c) A (4|1); B (2,5|–2); α = 90°; b = 4,5 cm
d) A (0,5|–1,5); B (–3,5|1,5); β = 90°; a = 5 cm

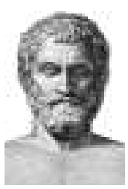
Den Satz des Thales verstehen



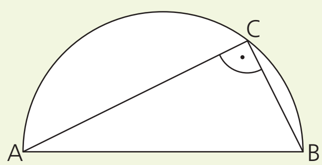
1 a) Gegeben ist eine Strecke $\overline{AB}$ mit der Länge 6 cm. Diese soll die Seite c verschiedener rechtwinkliger Dreiecke sein. Zeichne mithilfe deines Geodreiecks mehrere Dreiecke über die Strecke $\overline{AB}$ (siehe Abbildung oben). Bezeichne die erhaltenen Eckpunkte mit C_1, C_2, …. Auf welcher Kurve liegen alle diese Eckpunkte?
b) Experimentiere auch mit anderen Streckenlängen für $\overline{AB}$.

2 Zeichne zuerst einen Halbkreis über eine beliebige Strecke $\overline{AB}$. Wähle nun verschiedene Punkte C so, dass sie nicht auf der Kreislinie liegen, sondern innerhalb oder außerhalb von dieser. Was kannst du bei diesen Dreiecken über den Winkel bei C sagen?

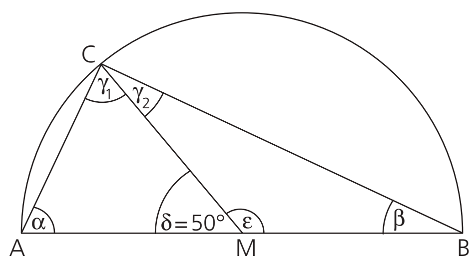
Satz des Thales



Liegt der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis über der Strecke $\overline{AB}$, dann hat das Dreieck bei C immer einen rechten Winkel.

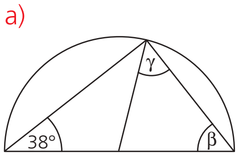


3 a) Das Dreieck ABC wurde durch die Strecke $\overline{CM}$ in zwei Dreiecke unterteilt. Welche gemeinsame Eigenschaft haben die beiden Dreiecke?
b) Bestimme die fehlenden Winkel und zeige, dass der Winkel γ bei C (ACB) insgesamt 90° hat.
c) Zeichne auf die gleiche Art Figuren mit selbst gewählten Winkeln für δ.
d) Was lässt sich damit begründen?

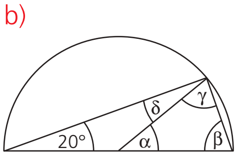


4 Bestimme jeweils die fehlenden Winkelmaße.

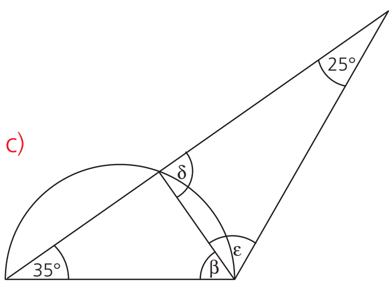
a)



b)



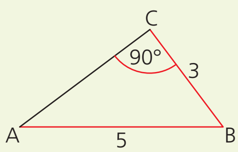
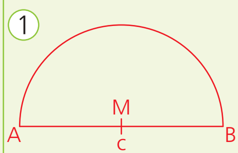
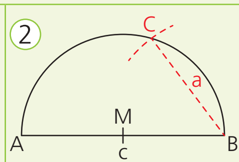
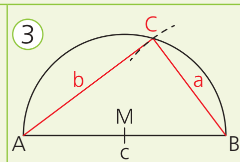
c)



Rechtwinklige Dreiecke mit dem Thaleskreis zeichnen

1 Kevin hat auch ein Erklärvideo zum Zeichnen eines rechtwinkligen Dreiecks mithilfe des Thaleskreises erstellt.
a) Bringe die Videoausschnitte in die richtige Reihenfolge.
b) Beschreibe die einzelnen Schritte seines Erklärvideos.

rechtwinkliges Dreieck mithilfe des Thaleskreises zeichnen

Planfigur	Zeichenschritte		
			
Gegeben: $a = 3$ cm; $c = 5$ cm; $\gamma = 90°$	$c = 5$ cm zeichnen, Mittelpunkt markieren; Halbkreisbogen um M mit $r = 2{,}5$ cm zeichnen	Kreisbogen um B mit Radius $a = 3$ cm zeichnen; Schnittpunkt C	Schnittpunkt C mit A und B verbinden

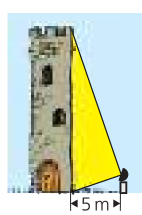
2 a) Erkläre, wie im Merkkasten das rechtwinklige Dreieck gezeichnet wird.
b) Zeichne erst mit den Angaben im Merkkasten, dann mit doppelt so langen Seiten.

3 Zeichne mithilfe des Thaleskreises folgende rechtwinklige Dreiecke.
a) $c = 8$ cm; $a = 6$ cm; $\gamma = 90°$
b) $c = 9$ cm; $b = 4$ cm; $\gamma = 90°$
c) $b = 6$ cm; $c = 4$ cm; $\beta = 90°$
d) $a = 8$ cm; $c = 7$ cm; $\alpha = 90°$
e) $a = 10$ cm; $\alpha = 90°$; $b = 6{,}5$ cm
e) $\beta = 90°$; $b = 7$ cm; $a = 4{,}5$ cm

TIPP!
Beginne immer mit der Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt.

4 Rechtwinklige Dreiecke kann man mithilfe des Thaleskreises auch zeichnen, wenn eine Seite und zwei Winkel gegeben sind.
a) Probiere am Beispiel $c = 5$ cm; $\alpha = 40°$; $\gamma = 90°$ und erkläre deine Vorgehensweise.
b) Zeichne auch für folgende Angaben.
A $c = 12$ cm; $\gamma = 90°$; $\alpha = 45°$
B $c = 7$ cm; $\beta = 20°$; $\gamma = 90°$
C $b = 9$ cm; $\alpha = 60°$; $\beta = 90°$
D $a = 7$ cm; $\beta = 70°$; $\alpha = 90°$

5 Ein 20 m hoher Turm soll aus einem Abstand von 5 m angestrahlt werden. Der Strahler hat einen Abstrahlwinkel von 90°. In welcher Höhe muss der Strahler montiert werden, damit der Turm von oben bis unten vom Lichtstrahl getroffen wird?
Löse mithilfe einer maßstabsgetreuen Zeichnung.



Den Satz des Pythagoras verstehen

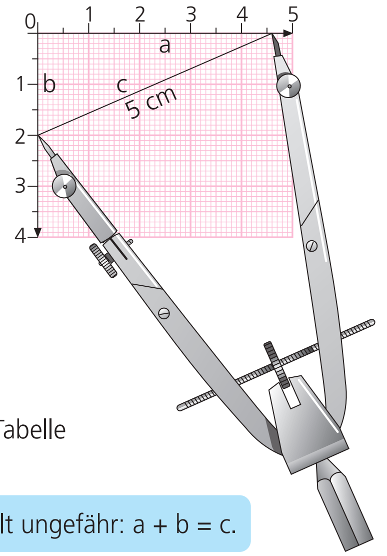
Durch die regelmäßigen Überschwemmungen des Nils mussten die alten Ägypter die Felder jährlich neu vermessen. Die Feldvermesser hießen Seilspanner, weil sie zur genauen Vermessung von rechten Winkeln Seile spannten, die durch Knoten in zwölf gleiche Abstände unterteilt waren.

TIPP!
Wenn du eine Schnur mit einer Länge von 60 cm wählst, dann ist jedes Teil 5 cm lang.

1 Teilt eine Schnur oder ein Seil durch Knoten oder farbige Markierungen in zwölf gleich große Teile. Der Anfang und das Ende müssen zusammengefügt werden. Spannt nun verschiedene Dreiecke. Wann entsteht ein rechter Winkel?
Alternative: Legt die Dreiecke mithilfe von zwölf Streichhölzern.

Millimeterpapier: 60013-03

2 Zeichne auf Millimeterpapier ein Koordinatensystem wie in nebenstehender Abbildung. Stelle deinen Zirkel auf 5 cm ein und bilde verschiedene rechtwinklige Dreiecke. Wandere dazu an den Achsen entlang. Die 5 cm-Linie bleibt fest.
Fülle die Tabelle aus und finde zwei eigene Beispiele.



a	1 cm	2 cm	2,50 cm	3,50 cm	4 cm	■	■
b	■	■	■	■	■	■	■
c	5 cm	5 cm	5 cm	5 cm	5 cm	5 cm	5 cm

3 Welche der folgenden Aussagen lassen sich aus obiger Tabelle ableiten?

Ⓐ Wenn a größer wird, wird b kleiner.
Ⓑ Es gilt ungefähr: $a + b = c$.
Ⓒ Es gilt ungefähr: $a^2 + b^2 = c^2$.
Ⓓ Wenn b größer wird, wird a kleiner.

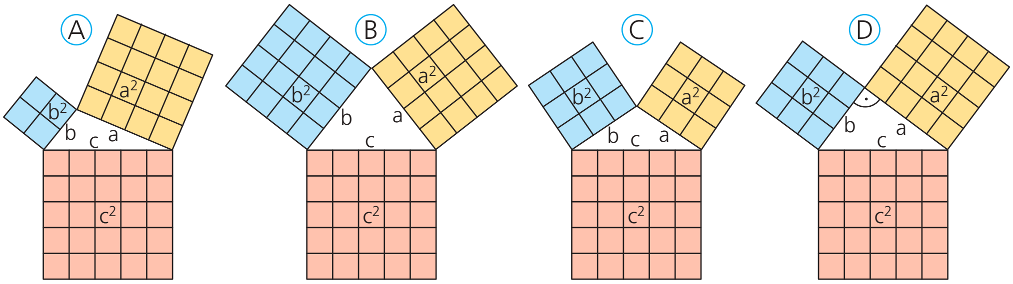
4 Übertrage die Tabelle in dein Heft, zeichne die Dreiecke und fülle die Lücken aus. Was fällt dir bei den rechtwinkligen Dreiecken auf? Erkläre.

	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$a^2 + b^2$	< = >	c^2	Dreiecksform
a)	4 cm	5 cm	7 cm	■	■	■	■	<	■	stumpfwinklig
b)	5 cm	5 cm	5 cm	■	■	■				
c)	4 cm	3 cm	5 cm	■	■					
d)	6 cm	8 cm	10 cm	■	■					
e)	4 cm	7 cm	7 cm	■						
f)	4,2 cm	5,6 cm	7 cm	■						

5 Welche der nebenstehenden Dreiecke sind nach der Erkenntnis von Aufgabe 4 rechtwinklig? Zeichne diese Dreiecke und überprüfe.

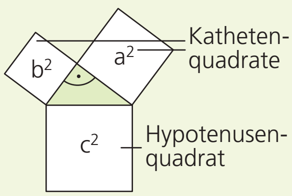
Seitenlängen von Dreiecken in cm					
a)	3; 4; 5	b)	4; 5; 8	c)	5; 12; 13
d)	2; 4; 5	e)	4,5; 6; 7,5	f)	3,6; 4,8; 6

Mit dem Satz des Pythagoras rechnen



1 Bei welchem der obenstehenden Dreiecke müsste die Aussage $a^2 + b^2 = c^2$ gelten? Überprüfe deine Vermutung durch Auszählen der Kästchen.

Satz des Pythagoras



Im rechtwinkligen Dreieck gilt:
Die Flächeninhalte der beiden Kathetenquadrate sind zusammen immer so groß wie der Flächeninhalt des Hypotenusenquadrats.
$a^2 + b^2 = c^2$

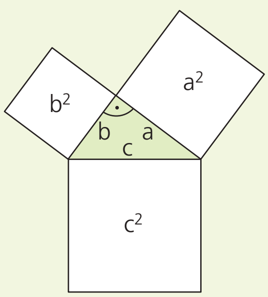
2 Gegeben sind die Flächeninhalte zweier Quadrate über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks. Berechne den Flächeninhalt des dritten Quadrats.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Quadrat a^2	25 cm²	■	49 cm²	■	16 dm²	1,21 m²	■
Quadrat b^2	36 cm²	36 cm²	■	36 cm²	2,25 dm²	■	169 dm²
Quadrat c^2	■	117 cm²	113 cm²	157 cm²	■	1,57 m²	2,25 m²

Lösungen zu 2:

121	0,56	61
0,36	64	18,25
81		

Berechnung von Seitenlängen



Gegeben	a = 6 cm b = 8 cm	b = 9 cm c = 15 cm	a = 3 cm c = 5 cm
Gesucht	c	a	b
Lösung	$c^2 = a^2 + b^2$ $c^2 = 6^2 + 8^2$ $c^2 = 36 + 64$ $c^2 = 100$ $c = \sqrt{100}$ $c = 10$ (cm)	$a^2 = c^2 - b^2$ $a^2 = 15^2 - 9^2$ $a^2 = 225 - 81$ $a^2 = 144$ $a = \sqrt{144}$ $a = 12$ (cm)	$b^2 = c^2 - a^2$ $b^2 = 5^2 - 3^2$ $b^2 = 25 - 9$ $b^2 = 16$ $b = \sqrt{16}$ $b = 4$ (cm)

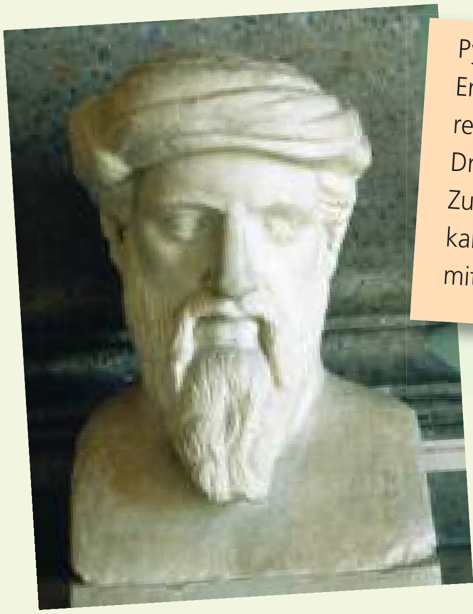
3 Erkläre erst, wie im Merkkasten jeweils die fehlende Dreiecksseite berechnet wird und bearbeite dann ebenso.

a) a = 9 cm; b = 12 cm
b) b = 18 dm; c = 30 dm
c) a = 12 cm; b = 16 cm
d) b = 12 cm; c = 13 cm
e) a = 12 m; c = 15 m
f) a = 24 cm; c = 26 cm

Lösungen zu 3:

24	5	9
15	10	20

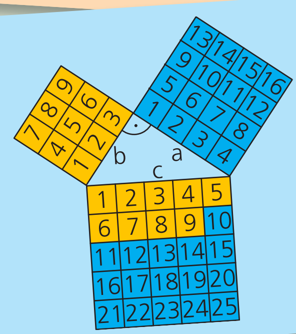
Thema: Den Satz des Pythagoras beweisen

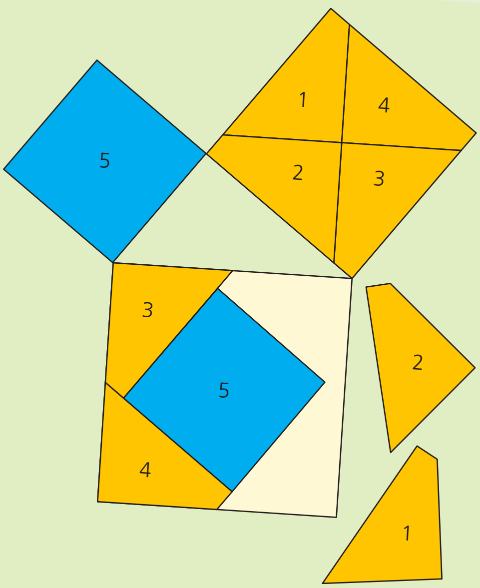


Pythagoras von Samos war ein berühmter griechischer Mathematiker. Er lebte im 6. Jahrhundert vor Christus, also vor mehr als 2 500 Jahren. Bekannt ist sein Satz über die Seitenlängen beim rechtwinkligen Dreieck. Pythagoras hat seinen Satz aber gar nicht selber erfunden. Zu seinen Lebzeiten war diese Formel schon mehr als 1 000 Jahre bekannt. Schon die Chinesen, die Ägypter und die Babylonier arbeiteten mit dieser Erkenntnis.

1 Beweis über Auszählen von Kästchen

Für den Satz des Pythagoras gibt es Hunderte von Beweisen. Nebenan siehst du den klassischen Beweis, den du schon kennengelernt hast. Versuche ihn zu erklären.





2 Schaufelradbeweis

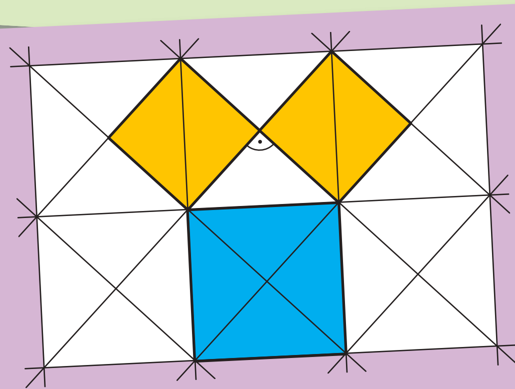
Zeichne ein beliebiges, nicht zu kleines rechtwinkliges Dreieck und die Quadrate über den Seiten. Suche den Mittelpunkt des größeren Kathetenquadrats und zeichne durch diesen die Parallele und die Senkrechte zur Hypotenuse. Schneide nun die Teile 1 - 5 aus und lege damit das Hypotenusenquadrat aus.
Was kannst du damit beweisen? Begründe.

Ausschneidebogen: 60013-04

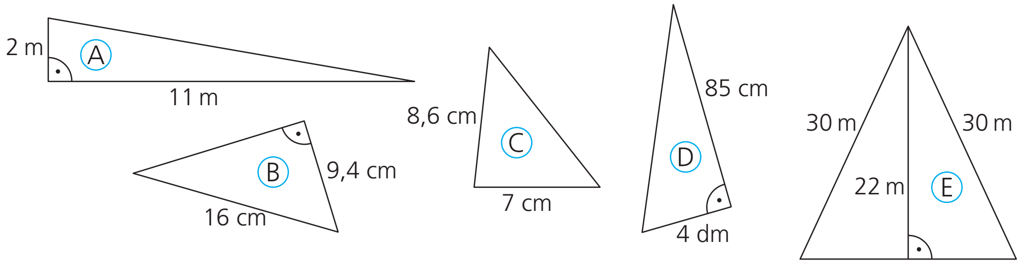
3 Beweis über gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke

Zeichne die Figur für ein beliebiges gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck und färbe die Quadrate über den Seiten entsprechend ein.
Was kannst du damit beweisen? Begründe.

Ausschneidebogen: 60013-05



Den Satz des Pythagoras anwenden

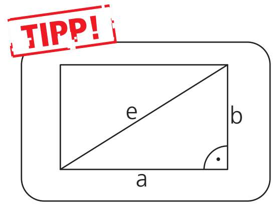


Lösungen zu 1 und 2:		
360	40,79	60
85	53	12,95
45	11,18	93,94
7,2	17	

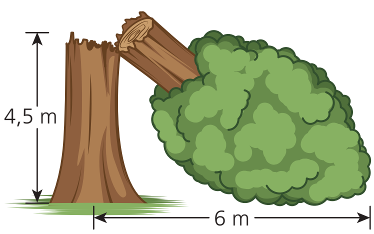
1 Welche fehlenden Seiten der oben abgebildeten Dreiecke kannst du mithilfe des Satzes des Pythagoras berechnen, welche nicht? Berechne, wo möglich. Runde gegebenenfalls auf zwei Stellen nach dem Komma.

2 Berechne die fehlenden Werte des Rechtecks.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Seite a	77 cm	■	■	192 mm	6,5 m	4,5 dm	0,11 m
Seite b	36 cm	108 cm	144 cm	■	■	28 cm	■
Diagonale e	■	117 cm	145 cm	408 mm	9,7 m	■	61 cm

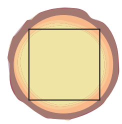


3 Ein Ball ist auf das Garagendach gefallen. Jonas lehnt die 3 m lange Leiter so an, dass sie unten einen Abstand von 1,5 m zur Garagenwand hat. Wie hoch reicht die Leiter?



4 Berechne die Länge der abgebrochenen Spitze des Baumes.

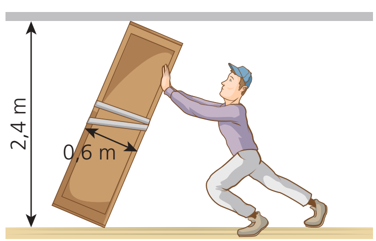
5 Aus einem Baumstamm wird ein Balken mit quadratischem Querschnitt (18 cm x 18 cm) ausgesägt. Ermittle den Durchmesser des Stammes.



Lösungen zu 3 bis 8:		
2,32	7,5	2,6
25,5	16	1,84
1,9		

6 a) Wie hoch darf ein Schrank mit 60 cm Tiefe höchstens sein, damit man ihn in einem Zimmer wie angegeben aufstellen kann?

b) Kann man eine 2,50 m lange und 1,85 m breite rechteckige Holzplatte durch eine 1,25 m breite und 1,35 m hohe rechteckige Fensteröffnung hindurchreichen?

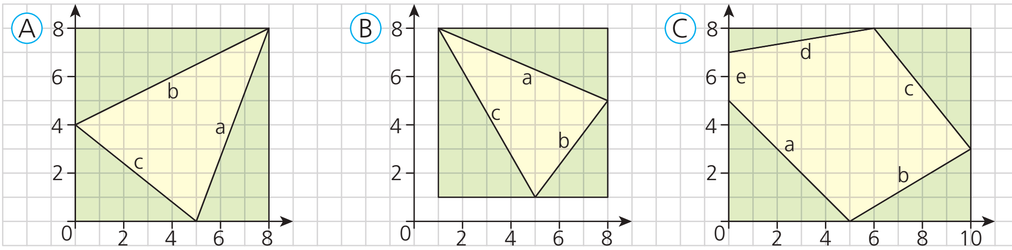


7 Wie hoch reicht eine Klappleiter von 2 m Länge, wenn für ihren sicheren Stand eine Standbreite von 1,20 m vorgeschrieben ist?

8 Das Hypotenusenquadrat eines gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecks hat einen Flächeninhalt von 512 cm^2. Wie lang sind seine Katheten?

Den Satz des Pythagoras anwenden

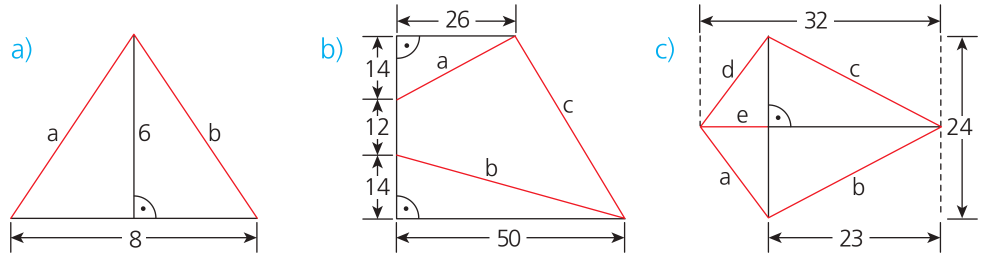
Blendona
$a^2 = 8^2 + 3^2$
$a^2 = 64 + 9$
$a^2 =$



Lösungen zu 1:		
5,8	8,9	7,1
8,5	6,4	6,1
6,4	5	8,1
7,6		

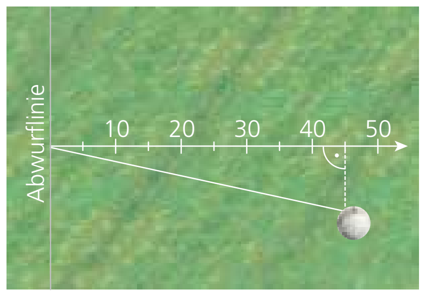
1 a) Erläutere, wie Blendona die Seite a in Abbildung A berechnet und vervollständige.
b) Berechne alle anderen Seitenlängen ebenso. Wähle hierbei als Einheit cm und runde auf eine Kommastelle.
c) Überlege dir ähnliche Aufgaben und tausche diese mit deinem Partner aus.

2 Berechne die Längen der roten Strecken (Angaben in cm). Runde auf eine Kommastelle.

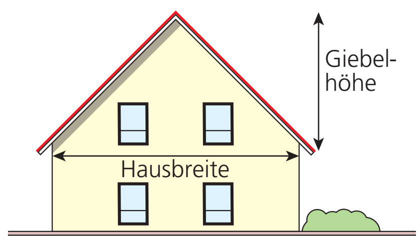


Lösungen zu 3 bis 5:		
5,515	173,42	0,43
45	46,1	6,83
16,15		

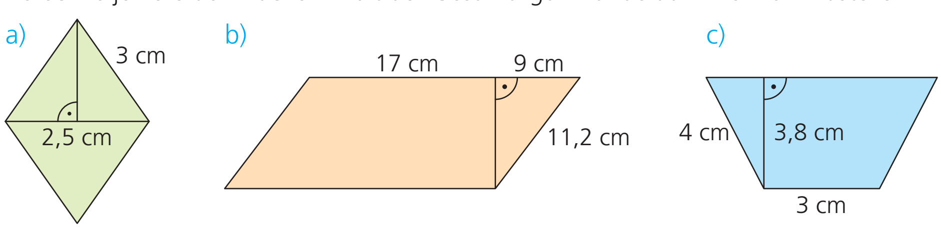
3 In der Leichtathletik werden oft nur senkrechte Entfernungen, das heißt Entfernungen entlang der Maßbandlinie gemessen.
a) Jochens Ball trifft 10 m seitlich der ausgesteckten Messlinie auf. Wie viele Meter werden gemessen und wie viele hat er tatsächlich geworfen?
b) Maria ist beim Weitsprung in Wirklichkeit 4,60 m gesprungen, gewertet werden aber nur 4,58 m. Wie weit ist sie von der Ideallinie abgekommen?



4 Ein Haus ist 8 m breit und hat eine Giebelhöhe von 3,50 m. Die Dachbalken sollen 20 cm überstehen. Wie lang müssen die Balken sein?

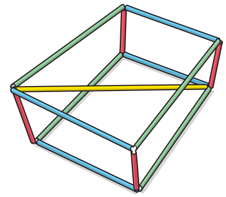


5 Berechne jeweils den Flächeninhalt der Gesamtfigur. Runde auf zwei Kommastellen.

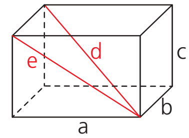


Den Satz des Pythagoras im Raum anwenden

1 Fertige aus dickeren Trinkhalmen, Zahnstochern oder Schaschlikstäbchen das Kantenmodell eines Quaders. Baue mindestens eine Flächendiagonale und eine Raumdiagonale ein. Vergleiche dein Modell mit denen deiner Mitschüler.
Wo kannst du rechtwinklige Dreiecke entdecken? Beschreibe.



TIPP!

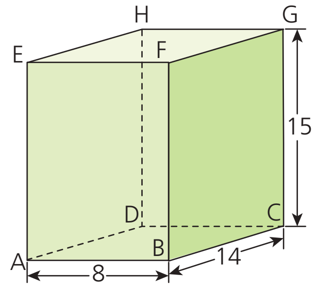


Bezeichnungen am Quader:
Flächendiagonale: e
Raumdiagonale: d

2 a) Welche Diagonalen in nebenstehendem Quader sind jeweils gleich lang? Nimm dein Modell aus Aufgabe 1 als Anschauungshilfe und notiere wie folgt: $|\overline{BG}| = |\blacksquare|$

b) Berechne die Diagonalenlängen. Skizziere, wenn nötig, passende Plandreiecke. Runde auf eine Kommastelle.

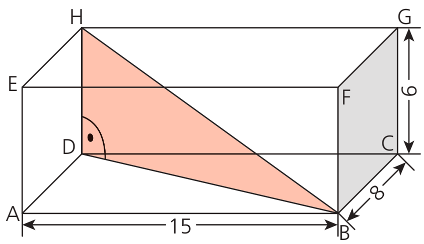
Ⓐ von B nach G Ⓑ von A nach F
Ⓒ von A nach C Ⓓ von D nach E



Maße in cm

Lösungen zu 2 und 3:		
18	20,5	20,5
17	16,1	17

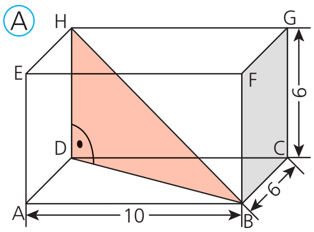
3 Erkläre und vervollständige den Lösungsweg von Sina zur Berechnung der Länge der Raumdiagonale $\overline{BH}$ (Maße in cm).

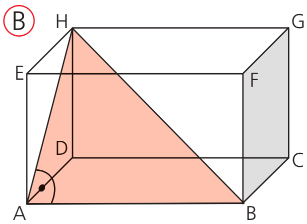


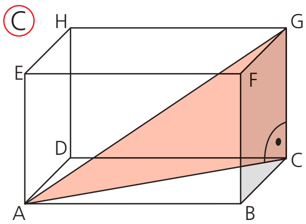
Berechnung $|\overline{BD}|$:
$a^2 + b^2 = e^2$
$15^2 + 8^2 = e^2$
$225 + 64 = e^2$
$289 = e^2 \quad |\sqrt{\ }$
$\blacksquare = e$

Berechnung $|\overline{BH}|$:
$e^2 + c^2 = d^2$
$\blacksquare^2 + 6^2 = d^2$

4 Berechne wie Sina die Länge der Raumdiagonalen mithilfe der angegebenen rechtwinkligen Dreiecke (Maße in cm). Runde jeweils auf eine Kommastelle.

Ⓐ


Ⓑ


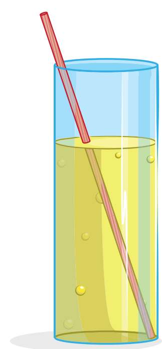
Ⓒ


Lösungen zu 4 bis 6:		
13,1	8,66	13,1
25,98	2,9	7,07
13,1	17,32	

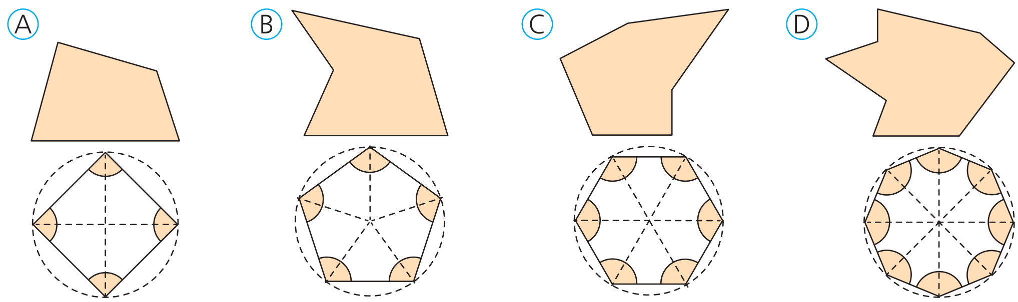
5 a) Berechne die Länge der Flächen- und Raumdiagonalen bei einem Würfel mit a = 5 cm. Erstelle vorher eine Schrägbildskizze. Runde jeweils auf eine Kommastelle.

b) Wie verändert sich die Länge der Raumdiagonalen, wenn die Kantenlänge des Würfels verdoppelt (verdreifacht) wird? Vermute zuerst und überprüfe dann durch Rechnung.

6 In einem Café wird Eistee in zylinderförmigen Gläsern serviert. Die Gläser sind 16 cm hoch und haben einen Innendurchmesser von 6 cm. Wie viele Zentimeter ragt der 20 cm lange Trinkhalm noch aus dem Glas, wenn er wie abgebildet in diesem lehnt? Runde auf eine Kommastelle.



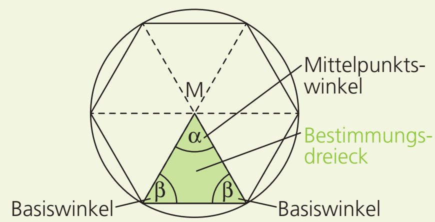
Regelmäßige Vielecke beschreiben und zeichnen



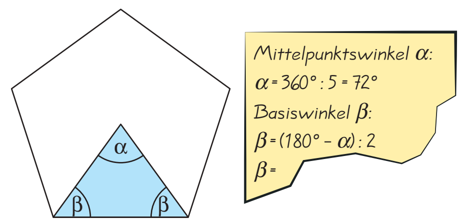
1 a) Nenne Gemeinsamkeiten und Unterschiede untereinander liegender Vielecke.
b) Die Vielecke in der zweiten Reihe heißen regelmäßige Vielecke. Welche Eigenschaften haben sie? Benenne die regelmäßigen Vielecke.

regelmäßiges Vieleck

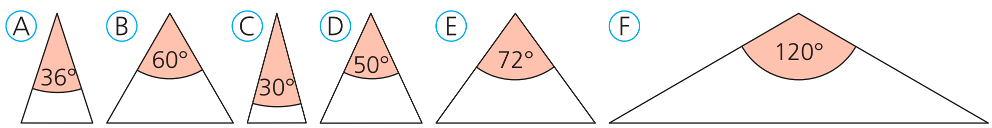
Bei regelmäßigen Vielecken sind alle Seiten gleich lang und die Winkel an den Eckpunkten gleich groß. Die Eckpunkte liegen alle auf dem Umkreis.
Regelmäßige Vielecke sind in gleich große gleichschenklige Dreiecke zerlegbar.



2 a) Erkläre und vervollständige den Lösungsweg von Josef zur Berechnung des Mittelpunktswinkels α und der Basiswinkel β.
b) Berechne ebenso die Mittelpunktswinkel und die Basiswinkel der restlichen regelmäßigen Vielecke von Aufgabe 1.

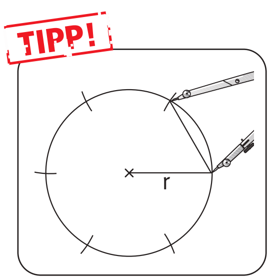


3 a) Welche Dreiecke können Bestimmungsdreiecke von regelmäßigen Vielecken sein?
b) Benenne die regelmäßigen Vielecke.

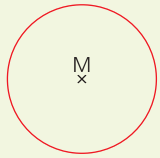
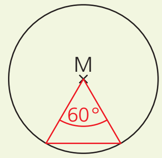
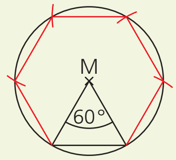


4 Übertrage ins Heft und ergänze die fehlenden Angaben für die regelmäßigen Vielecke.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
Anzahl der Ecken	■	4	8	■	■	12	■	■	24
Mittelpunktswinkel	120°	■	■	40°	■	■	24°	■	■
Basiswinkel	■	■	■	■	72°	■	■	80°	■



5 a) Zeichne einen Kreis mit r = 5 cm und trage den Radius auf der Kreislinie ab. Benenne die entstandene Figur.
b) Verbinde die Eckpunkte mit dem Kreismittelpunkt. Welche besondere Form haben die entstandenen Bestimmungsdreiecke? Beschreibe.

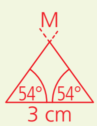
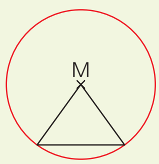
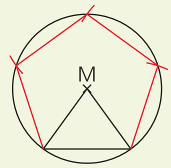
Gegeben	Zeichenschritte		
regelmäßiges Sechseck r = 3 cm Mittelpunktswinkel: 360° : 6 = 60°	1 	2 	3 
	Umkreis mit r = 3 cm zeichnen	Mittelpunktswinkel α = 60° antragen Seitenlänge ein- zeichnen	Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eckpunkte verbinden

regelmäßiges Vieleck über Umkreis und Mittelpunktswinkel zeichnen (Radius gegeben)

6 a) Beschreibe, wie im Merkkasten ein regelmäßiges Vieleck gezeichnet wird.
b) Zeichne zuerst wie im Merkkasten, dann mit r = 4 cm.

7 Zeichne ebenso folgende regelmäßige Vielecke.

Fünfeck	Sechseck	Achteck	Zehneck	Zwölfeck
r = 3 cm	r = 5 cm	r = 5,5 cm	r = 5 cm	r = 4,5 cm
r = 4 cm	r = 6 cm	r = 6 cm	r = 4,5 cm	r = 6 cm

Gegeben	Zeichenschritte		
regelmäßiges Fünfeck a = 3 cm Mittelpunktswinkel: 360° : 5 = 72° Basiswinkel: (180° – 72°) : 2 = 54°	1 	2 	3 
	Bestimmungs- dreieck konstruieren	Umkreis zeichnen	Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eck- punkte verbinden

regelmäßiges Vieleck über eine Seite und Basiswinkel zeichnen (Seite gegeben)

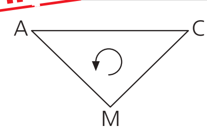
8 a) Beschreibe, wie im Merkkasten ein regelmäßiges Vieleck gezeichnet wird.
b) Zeichne zuerst wie im Merkkasten, dann mit a = 4 cm.

9 Zeichne ebenso folgende regelmäßige Vielecke.

Viereck	Fünfeck	Sechseck	Achteck	Zwölfeck
a = 4 cm	a = 3,5 cm	a = 4,5 cm	a = 3,5 cm	a = 2 cm
a = 5 cm	a = 2,5 cm	a = 5 cm	a = 3 cm	a = 6 cm

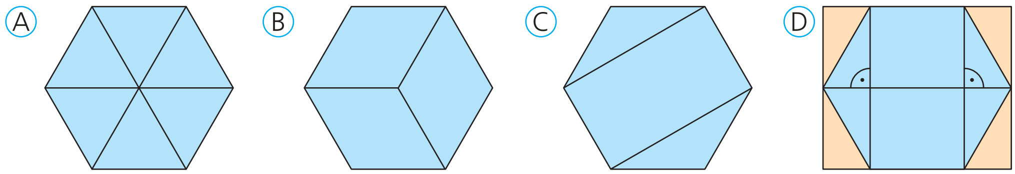
10 Trage in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm die Punkte A (–2|2) und C (1|3) ein.
a) Ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite $\overline{AC}$ hat das Dreieck AMC als Bestimmungsdreieck. Zeichne dieses Sechseck.
b) Warum müssen beim Zeichnen über die Seitenlänge keine Winkel berechnet werden?
c) Ergänze das Dreieck AMC zur Raute AMCD.

TIPP!



Eckenangaben gegen den Uhrzeigersinn!

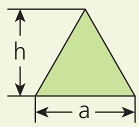
Regelmäßige Vielecke berechnen



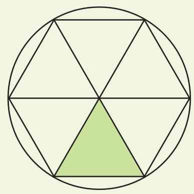
1 a) Zeichne die Sechsecke mit der Seitenlänge 3 cm ins Heft. Berechne jeweils mithilfe der gekennzeichneten Flächen den Flächeninhalt. Entnimm dazu fehlende Maße deiner Zeichnung. Beschreibe deine Vorgehensweise.
b) Warum ist die Aufteilung bei A besonders vorteilhaft? Begründe.
c) Berechne den Umfang des regelmäßigen Sechsecks. Erkläre, wie du vorgehst.

Flächeninhalt und Umfang regelmäßiges Vieleck

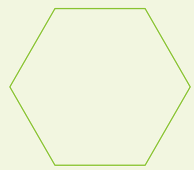
$A_{\text{Best.-Dreieck}} = \frac{a \cdot h}{2}$



$A_{\text{n-Eck}} = \frac{a \cdot h}{2} \cdot n$



$u_{\text{n-Eck}} = a \cdot n$



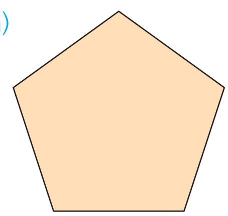
Lösungen zu 2 bis 4:		
8,5	22	25
42,5	27	34,8
1 554,9	170,1	42
142	87	32,5
37,4	52,65	48,6
24,5	27	40,63
5,53	55,35	24
44,1		

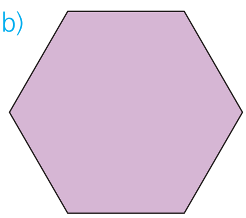
2 a) Erläutere mithilfe des Merkkastens, wie der Flächeninhalt und der Umfang regelmäßiger Vielecke bestimmt wird.
b) Berechne den Flächeninhalt und den Umfang des Sechsecks mit a = 4 cm und h = 3,5 cm.
c) Wie ändern sich Flächeninhalt und Umfang des Sechsecks von Aufgabe b), wenn die Seitenlänge a verdoppelt (halbiert) wird?

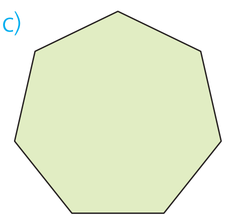
3 Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der regelmäßigen Vielecke. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

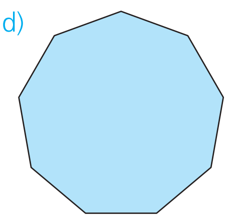
	Fünfeck		Sechseck		Zehneck	
	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Seitenlänge a	6,5 cm	1,7 m	8,1 cm	5,8 m	2,2 dm	14,2 cm
Höhe h Bestimmungsdreieck	2,5 cm	1,3 m	7 cm	5 m	3,4 dm	21,9 cm

4 Zeichne jeweils das regelmäßige Vieleck in dein Heft und berechne den Flächeninhalt und den Umfang. Entnimm fehlende Maße deiner Zeichnung.

a)

5 cm

b)

4,5 cm

c)

3,5 cm

d)

3 cm

5 a) Von einem regelmäßigen Sechseck sind der Flächeninhalt mit 70,2 cm^2 und die Höhe des Bestimmungsdreiecks von 4,5 cm bekannt. Beschreibe, wie Anna und Tim die Seitenlänge a berechnen und vervollständige in deinem Heft. Welchen Weg bevorzugst du?

Anna
Flächeninhalt Bestimmungsdreieck:
$70{,}2\,cm^2 : 6 = 11{,}7\,cm^2$
Seitenlänge a:
$11{,}7\,cm^2 = \frac{a \cdot 4{,}5\,cm}{2} \quad | \cdot 2$
$23{,}4\,cm^2 = a \cdot 4{,}5\,cm \quad | :$

Tim
Seitenlänge a:
$70{,}2\,cm^2 = \frac{a \cdot 4{,}5\,cm}{2} \cdot 6 \quad | : 6$
$11{,}7\,cm^2 = \frac{a \cdot 4{,}5\,cm}{2} \quad | \cdot 2$
$23{,}4\,cm^2 =$

b) Was ändert sich bei den Rechnungen, wenn nicht die Seitenlänge a sondern die Höhe des Bestimmungsdreiecks gesucht wäre? Erläutere und berechne.

6 Berechne die fehlenden Angaben. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

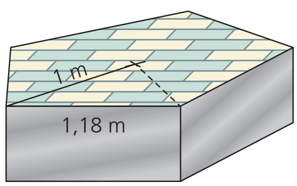
	Fünfeck		Sechseck		Siebeneck	
	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Seitenlänge a	8 dm	■	9 cm	■	5 dm	■
Höhe h Bestimmungsdreieck	■	0,82 m	■	21 m	■	5,7 m
Umfang	■	5,95 m	■	145,2 m	■	36,4 m
Flächeninhalt	110 dm^2	■	210,6 cm^2	■	61,25 dm^2	■

Lösungen zu 6:		
24,2	7,8	35
1,19	3,5	103,74
54	5,5	2,44
40	1 524,60	5,2

7 Ein 15 x 20 Meter großer Raum soll mit regelmäßigen sechseckigen Teppichfliesen ausgelegt werden. Eine Teppichfliese hat eine Seitenlänge von 30 cm.
a) Zeichne eine Fliese im Maßstab 1 : 10 und berechne den Flächeninhalt. Entnimm fehlende Maße der Zeichnung.
b) Wie viele Teppichfliesen müssen bestellt werden, wenn man mit einer überschüssigen Materialmenge von 15 Prozent rechnet?

Lösungen zu 7 bis 9:		
7,26	6 388,75	1 476
2 340	20	

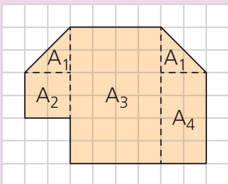
8 In einem Hallenbad sollen die acht Sitzflächen, die die Form eines regelmäßigen Fünfecks haben, neu gefliest werden. Wie viele Quadratmeter Fliesen werden benötigt? Runde auf ganze Quadratmeter.



9 Das als Oktogon (regelmäßiges Achteck) gebaute Castel del Monte in Süditalien ist ein UNESCO-Weltkulturerbe. Besonders eindrucksvoll ist der Blick aus der Mitte des Innenhofs in den Himmel.
a) Wie lang ist die Achtecksseite, wenn der Abstand zweier gegenüberliegender Seiten 17,6 m und die sichtbare Himmelsfläche 255,55 m^2 beträgt?
b) Die Wände des Kastells sind 25 m hoch. Wie viele Kubikmeter Luftraum befinden sich im Innenhof?

Flächeninhalt zusammengesetzter Figuren berechnen

Linda

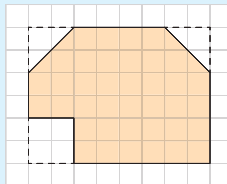


$A = A_1 \cdot 2 + A_2 + A_3 + A_4$

$A = \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2$

$A = 10\ (cm^2)$

Hannah



$A = A_R - A_D \cdot 2 - A_Q$

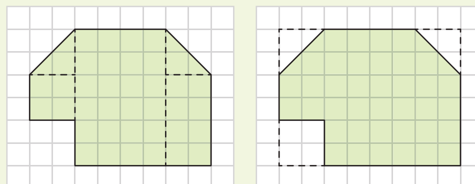
$A = 4 \cdot 3 - \frac{1 \cdot 1}{2} \cdot 2 - 1 \cdot 1$

$A = 10\ (cm^2)$

1 a) Erkläre, wie Linda und Hannah den Flächeninhalt eines zugeschnittenen Kupferblechs berechnen (Maße in cm).
b) Welchen Weg bevorzugst du? Begründe.

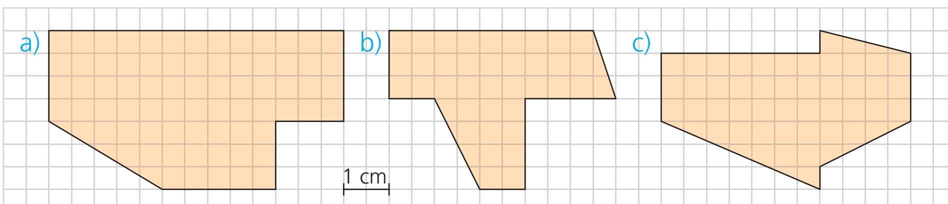
Flächeninhalt zusammengesetzte Figur

Jedes Vieleck lässt sich in berechenbare Dreiecke und Vierecke zerlegen bzw. zu einem Rechteck ergänzen. Die Addition aller Teilflächen bzw. die Subtraktion aller ergänzten Flächen ergibt den Flächeninhalt des Vielecks.

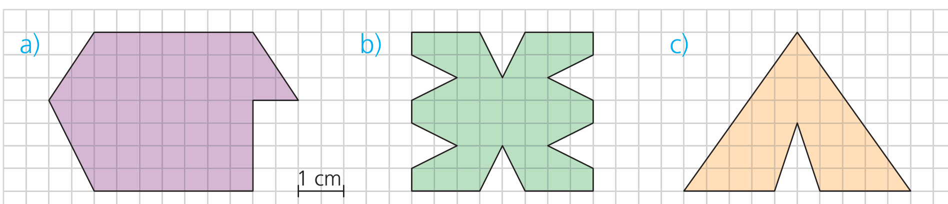


Lösungen zu 2 bis 4:		
14,75	12,375	8
7650	10,125	11
18,625		

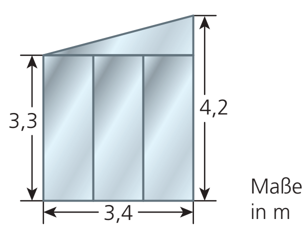
2 Berechne den Flächeninhalt der folgenden Kupferbleche wie Linda und Hannah. Übertrage dazu die Figuren in dein Heft.



3 Zeichne die Schablonen in dein Heft und berechne deren Flächeninhalt. Welcher Rechenweg ist jeweils vorteilhafter? Begründe.

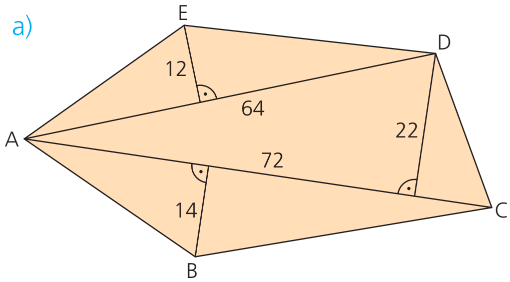


4 Bei einem Wintergarten werden die abgebildeten Glasflächen ausgetauscht. Wie viel kosten die neuen Scheiben bei einem Quadratmeterpreis von 600 €?

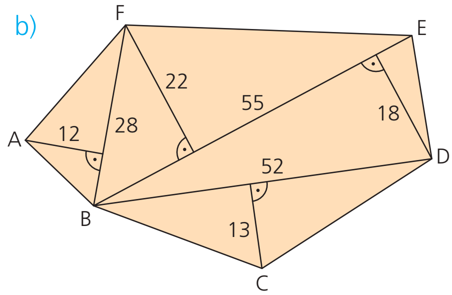


5 Berechne den Flächeninhalt der Flurstücke (Maße in m).

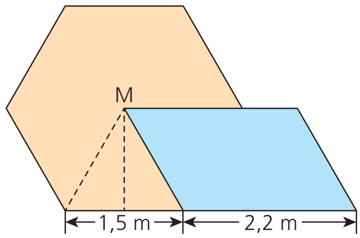
a)



b)

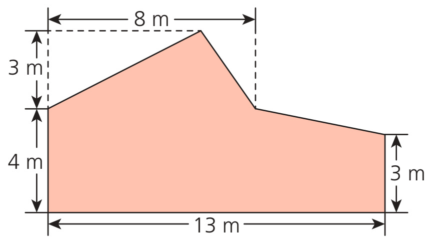


6 Ludwig ist Auszubildender bei einer Werbeagentur. Diese hat den Auftrag, für einen Kunden nebenstehendes Firmenlogo für die Hausfassade zu erstellen. Ludwig soll den Flächeninhalt des Logos berechnen.

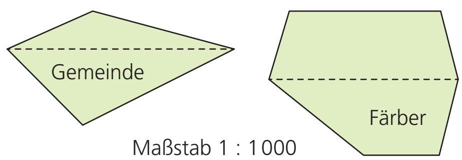


Lösungen zu 5 bis 9 a):		
26 840	1 680	7,74
1 606	5 473,5	2 012

7 Die beiden Giebelwände einer Halle werden mit Holzpaneelen zu einem Quadratmeterpreis von 44,50 € verkleidet. Berechne die Kosten.



8 Eine Gemeinde möchte ihr Grundstück mit dem von Herrn Färber tauschen. Es wird vereinbart, eine etwaige Differenz mit 176 € pro Quadratmeter zu entschädigen. Miss benötigte Seitenlängen.

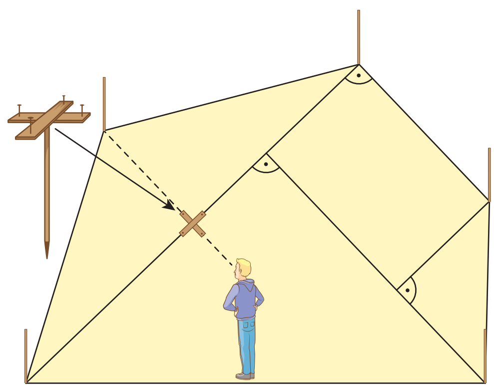


Maßstab 1 : 1 000

9 Die 9. Klasse hat ein Flurstück vermessen. Mit Fluchtstäben wurden die Eckpunkte markiert und mit einem selbstgezimmerten Drehkreuz die Senkrechten bestimmt. Aus den Messergebnissen wurde die Zeichnung im Maßstab 1 : 1 000 erstellt.

a) Wie groß ist das Flurstück? Miss benötigte Seitenlängen.

b) Probiert selbst einmal, ein Flächenstück im Gelände zu vermessen.

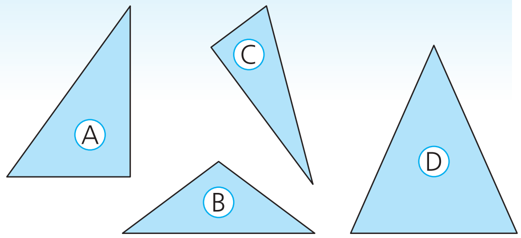


Zwischenrunde

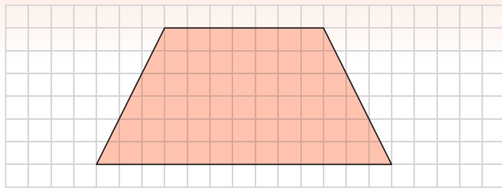
So schätze ich meine Leistung ein.

1 Rechtwinklige Dreiecke erkennen und beschreiben S. 54

a) Welche Dreiecke sind rechtwinklig?



b) Übertrage das Trapez ins Heft und teile es komplett in rechtwinklige Dreiecke auf.



2 Rechtwinklige Dreiecke zeichnen S. 55, 57

a) Zeichne die Punkte in ein Koordinatensystem (Einheit cm) und ergänze mit den weiteren Angaben zu einem rechtwinkligen Dreieck. Verwende dabei das Geodreieck.

A A (1|1); B (6|1); $\beta = 90°$; a = 4 cm

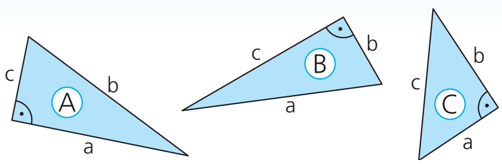
B B (3|2); C (7|2); $\gamma = 90°$; b = 4,6 cm

b) Zeichne mithilfe des Thaleskreises ein rechtwinkliges Dreieck mit a = 2,5 cm, c = 7 cm und $\gamma = 90°$.

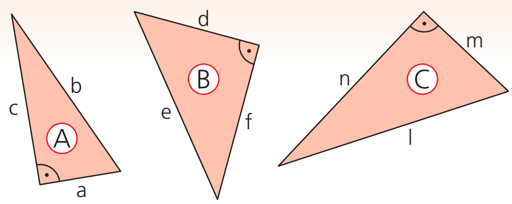
3 Den Satz des Pythagoras verstehen S. 58, 59

a) Welche Gleichung gilt für welches Dreieck?

$c^2 = a^2 + b^2$ $\quad$ $b^2 = a^2 + c^2$ $\quad$ $a^2 = b^2 + c^2$



b) Notiere jeweils die Gleichung, die sich nach dem Satz des Pythagoras ergibt.



4 Mit dem Satz des Pythagoras rechnen S. 59

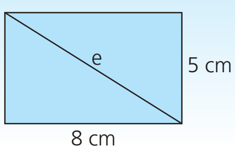
a) Berechne jeweils die fehlende Angabe des rechtwinkligen Dreiecks.

Seite	a	b	c
A	9 cm	12 cm	■
B	3 cm	■	5 cm
C	■	18 dm	30 dm

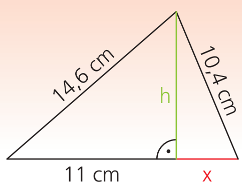
b) Gegeben sind von einem rechtwinkligen Dreieck die Seitenlängen a = 6 cm, b = 8 cm und c = 10 cm. Alle Seitenlängen werden verdoppelt. Ist das Dreieck immer noch rechtwinklig? Überlege zuerst und überprüfe dann durch Rechnung.

5 Den Satz des Pythagoras bei geometrischen Figuren anwenden S. 61, 62

a) Berechne die Länge der Diagonalen e im Rechteck. Runde auf eine Kommastelle.



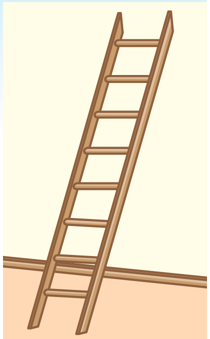
b) Berechne die Länge der rot gefärbten Strecke.



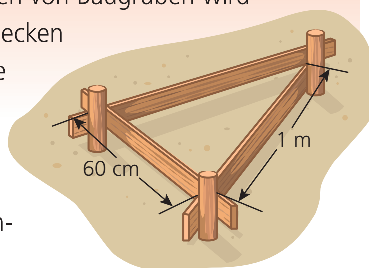
6 Den Satz des Pythagoras bei Sachsituationen anwenden

S. 61, 62

a) Eine Leiter wird an eine Giebelwand gelehnt. Sie hat am Boden einen Abstand von 1 m zur Wand und reicht 4,9 m an der Wand hoch. Wie lang ist die Leiter?



b) Beim Abstecken von Baugruben wird mit Lattendreiecken gearbeitet, die an den Ecken angebracht werden. Berechne die fehlende Länge.



7 Regelmäßige Vielecke zeichnen

S. 65

a) Zeichne die regelmäßigen Fünfecke in dein Heft.

Ⓐ r = 4 cm

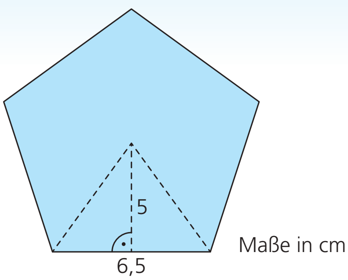
Ⓑ a = 4,5 cm

b) Trage in ein Koordinatensystem (Einheit cm) die Punkte A (2|2) und B (5|2) ein. Zeichne ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite $\overline{AB}$ und dem Bestimmungsdreieck ABM.

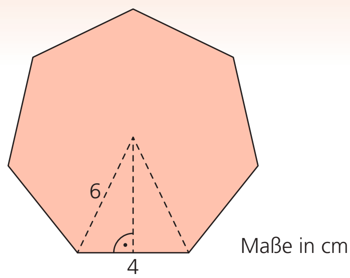
8 Regelmäßige Vielecke berechnen

S. 66, 67

a) Berechne Umfang und Flächeninhalt des regelmäßigen Fünfecks.



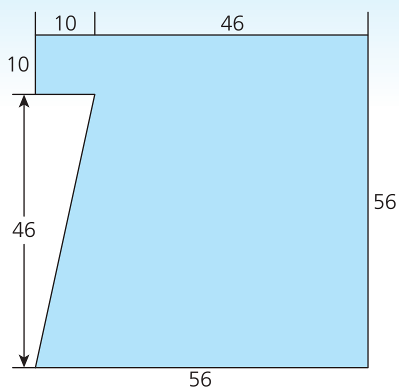
b) Berechne den Flächeninhalt des regelmäßigen Siebenecks.



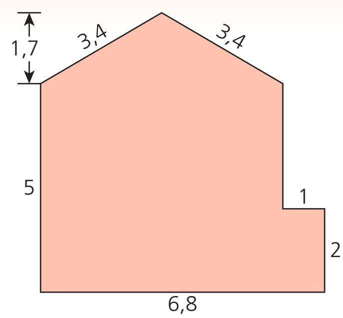
9 Flächeninhalt zusammengesetzter Figuren berechnen

S. 68, 69

a) Berechne den Flächeninhalt (Maße in mm).



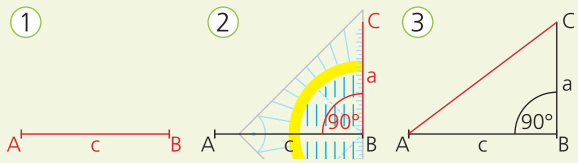
b) Die zwei Giebelseiten eines Hauses werden gestrichen. Berechne, für wie viel Quadratmeter Farbe gekauft werden muss (Maße in m).



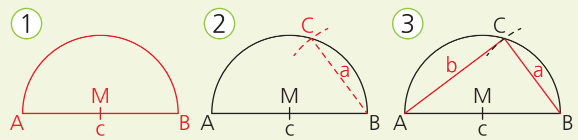
Üben und vertiefen

Rechtwinklige Dreiecke

Zeichnen mit dem Geodreieck

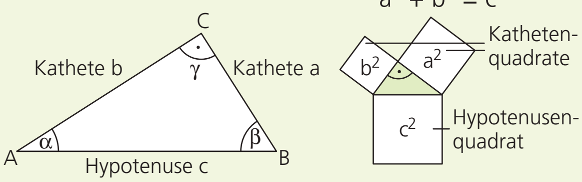


Zeichnen mithilfe des Thaleskreises



Bezeichnungen und Satz des Pythagoras

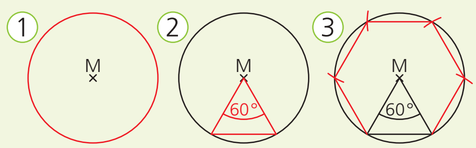
$a^2 + b^2 = c^2$



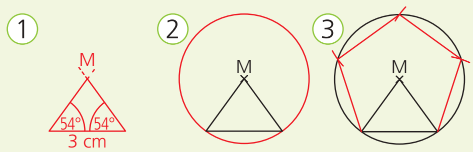
Regelmäßige Vielecke

Zeichnung

Radius gegeben



Seite gegeben



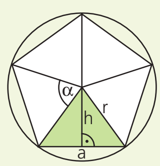
Berechnungen

Anzahl der Seiten bzw. Ecken: n

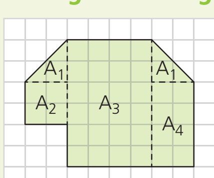
Mittelpunktswinkel: α

$u_{n\text{-Eck}} = a \cdot n$

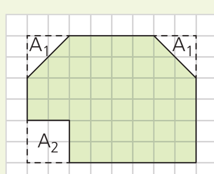
$A_{\text{Best.-Dreieck}} = \frac{a \cdot h}{2}$ $\quad A_{n\text{-Eck}} = \frac{a \cdot h}{2} \cdot n$



Zusammengesetzte Figuren

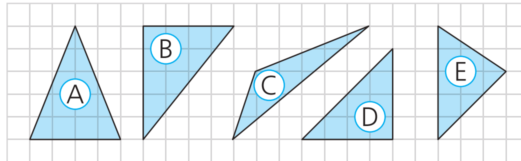


A = Summe der Teilflächen



A = Rechtecksfläche – ergänzte Flächen

1 Welche Dreiecke sind rechtwinklig? Zeichne diese in dein Heft und ordne jeweils die Begriffe Kathete und Hypotenuse richtig zu.

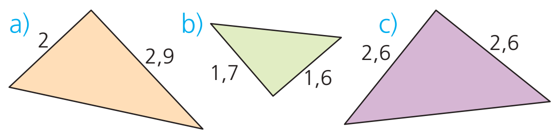


2 Zeichne die rechtwinkligen Dreiecke. Erstelle jeweils zuerst eine Planfigur.

a) mit dem Geodreieck
- Ⓐ a = 5,5 cm; b = 4 cm; γ = 90°
- Ⓑ b = 4,5 cm; c = 6,5 cm; α = 90°
- Ⓒ a = 7,3 cm; c = 5,7 cm; β = 90°

b) mithilfe des Thaleskreises
- Ⓐ c = 8 cm; b = 4 cm; γ = 90°
- Ⓑ b = 10 cm; γ = 70°; β = 90°

3 Berechne jeweils die Länge der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks (Maße in cm). Runde auf zwei Kommastellen.

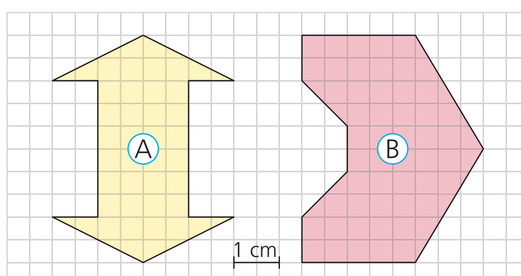


4 a) Zeichne die regelmäßigen Vielecke.

Fünfeck	Sechseck	Achteck
Ⓐ r = 5 cm	Ⓒ r = 4,5 cm	Ⓔ r = 5 cm
Ⓑ a = 5,5 cm	Ⓓ a = 4 cm	Ⓕ a = 3,5 cm

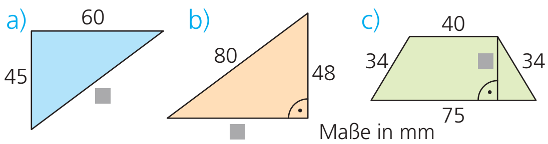
b) Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der regelmäßigen Vielecke. Entnimm hierfür benötigte Maße deiner Zeichnung.

5 Zeichne jede Schablone zweimal in dein Heft und berechne den Flächeninhalt einmal durch Zerlegen und einmal durch Ergänzen.



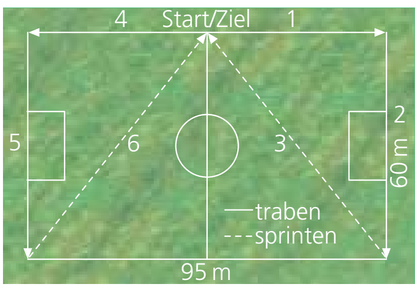
6 In einem regelmäßigen Vieleck sind die Basiswinkel im Bestimmungsdreieck 75°.
a) Wie groß ist der Mittelpunktswinkel?
b) Benenne das regelmäßige Vieleck.

7 Berechne die gesuchten Seitenlängen. Zeichne dann die Figuren und überprüfe durch Messen.

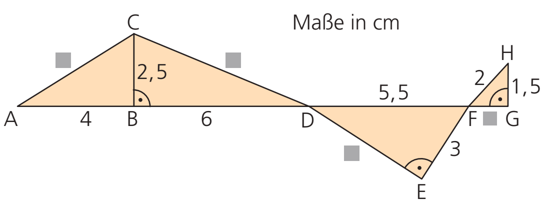


8 Eine Leiter ist 4 m lang und soll in 3,70 m Höhe an die Hauswand gelehnt werden. Welchen Abstand von der Mauer hat die Leiter unten?

9 Der Trainer einer Fußballjungend lässt seine Spieler die Strecken 1 bis 6 fünfmal durchlaufen.
a) Wie lang ist die Sprintstrecke?
b) Wie lang ist die Gesamtstrecke?

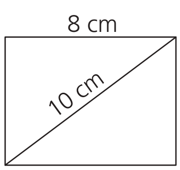


10 Berechne die gesuchten Streckenlängen. Runde auf eine Kommastelle.

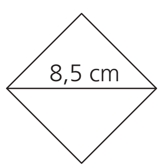


11 Zeichne mithilfe des Thaleskreises die Vierecke nach den Planfiguren.

a)

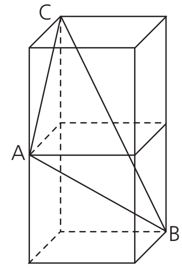


b)

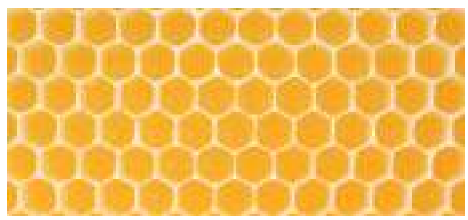


12 Welchen Durchmesser muss ein Baumstamm mindestens haben, um daraus einen Balken mit einem Querschnitt von 14 cm x 28 cm schneiden zu können?

13 Zwei Würfel mit einer Kantenlänge von 3 cm sind aufeinander gestellt. Berechne die Seitenlängen des Dreiecks ABC und zeige durch Rechnung, dass dieses Dreieck rechtwinklig ist.

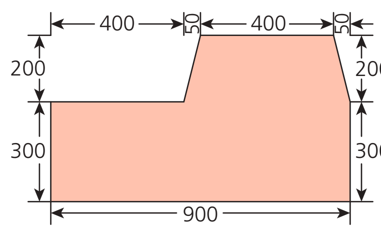


14 a) Schätze überlegt die Anzahl der Bienenwaben.
b) Der Abstand zweier gegenüberliegender Eckpunkte einer Wabe beträgt 5,3 mm. Berechne den Umfang einer Wabe.
c) Eine Wabe ist ca. 11 mm tief. Wie viel Raum für Honig befindet sich darin?

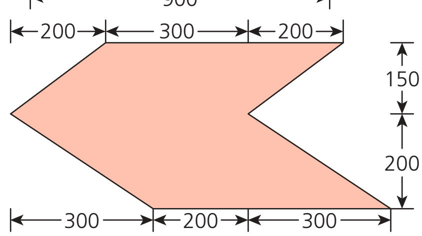


15 Eine Maschine stanzt die angegebenen Schablonen aus Blech (Maße in mm). Von Form Ⓐ sind es täglich 750 und von Form Ⓑ 1 250 Stück. Wie groß ist der tägliche Materialverbrauch in m², wenn wegen Verschnitt mit einem Mehrbedarf von 15 % zu rechnen ist?

Ⓐ

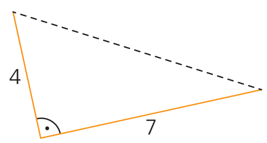


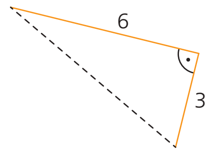
Ⓑ

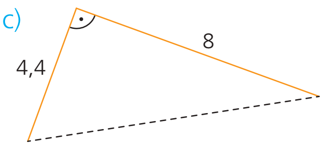


Abschlussrunde

1 Die Planfigur von rechtwinkligen Dreiecken ist gegeben (Einheit cm). Zeichne das Dreieck mit dem Geodreieck in dein Heft und ordne jeweils die Begriffe Kathete und Hypotenuse richtig zu.

a)


b)


c)


2 Zeichne die Dreiecke mithilfe des Thaleskreises.

a) $a = 7$ cm; $c = 5$ cm; $\alpha = 90°$ b) $c = 12$ cm; $\beta = 40°$; $\gamma = 90°$

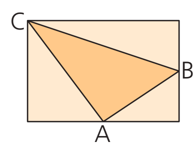
3 Ergänze die Tabelle zu regelmäßigen Vielecken im Heft.

	a)	b)	c)	d)
Anzahl der Ecken	■	5	■	12
Mittelpunktswinkel	90°	■	36°	■
Basiswinkel	45°	54°	72°	■

4 a) Zeichne ein regelmäßiges Sechseck mit $r = 3$ cm.

b) Berechne Umfang und Flächeninhalt des Sechsecks. Entnimm benötigte Maße deiner Zeichnung.

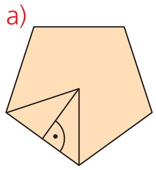
5 Berechne Umfang und Flächeninhalt des Dreiecks, wenn das Rechteck 6 cm lang und 4 cm breit ist. Die Punkte A und B liegen jeweils genau in der Seitenmitte.

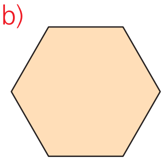


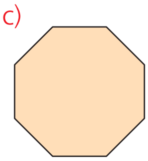
6 Berechne jeweils die fehlende Angabe. Runde auf zwei Kommastellen.

	a)	b)	c)	d)
Kathete a	11 cm	■	16 dm	4,9 cm
Kathete b	7,5 cm	9,5 m	■	■
Hypotenuse c	■	17 m	25,6 dm	74 mm

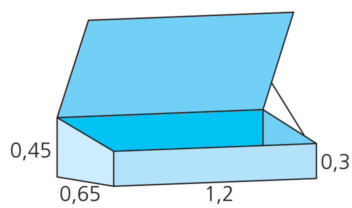
7 Bestimme jeweils den Umfang und den Flächeninhalt.

a)

$a = 3$ cm
$h = 2{,}5$ cm

b)

$a = 11$ m

c)

$r = 4{,}9$ cm
$h = 4{,}5$ cm

8 Die vier Seitenteile und der Deckel des Frühbeets sollen aus Hohlkammerplatten hergestellt werden (Maße in m). Wie viele Quadratmeter werden hierfür mindestens benötigt?



Zahlen und Operationen

1 Notiere mit Zehnerpotenzen in Standardschreibweise.

a) 200 000 000 b) 300 000 000 000
c) 250 000 000 d) 2 300 000 000
e) 0,000005 f) 0,00000013
g) 0,00305 h) 0,0007008

2 Notiere die Flächen der Kontinente ohne Zehnerpotenzen.

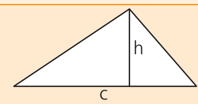
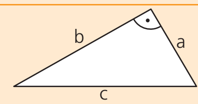
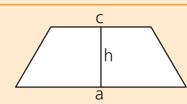
Europa: $1{,}05 \cdot 10^7$ km² Afrika: $3{,}03 \cdot 10^7$ km²
Australien: $8{,}5 \cdot 10^6$ km² Asien: $4{,}44 \cdot 10^7$ km²
Nordamerika: $2{,}49 \cdot 10^7$ km²
Südamerika: $1{,}78 \cdot 10^7$ km²
Antarktis: $1{,}32 \cdot 10^7$ km²

3 Ordne der Größe nach.

0,0003 $3 \cdot 10^{-3}$ $\frac{3}{100}$ $3 \cdot 10^{-5}$ 0,3

Größen und Messen

1 Der Flächeninhalt beträgt immer 9 m². Berechne jeweils die fehlende Größe.

a)		h = 3 m c = ■
b)		a = 37,5 dm b = ■
c)		c = 4 cm h = 15 dm a = ■

2 Berechne die fehlenden Größen eines Kreises.

	a)	b)	c)	d)
r	2,2 mm	■	■	■
d	■	■	■	6,4 dm
u	■	■	75,36 m	■
A	■	78,5 cm²	■	■

Raum und Form

1 Zeichne die Vierecke.

a) Parallelogramm: a = 5 cm; b = 4 cm; $\beta = 80°$
b) Raute: a = 4 cm; $\beta = 50°$
c) Trapez: a = 4 cm; $\alpha = 60°$; h = 5 cm; $\beta = 50°$

2 a) Trage die Punkte A (1|0,5), B (10|3,5) und C (5|9) in ein Koordinatensystem (Einheit cm) ein und verbinde sie zum Dreieck ABC.

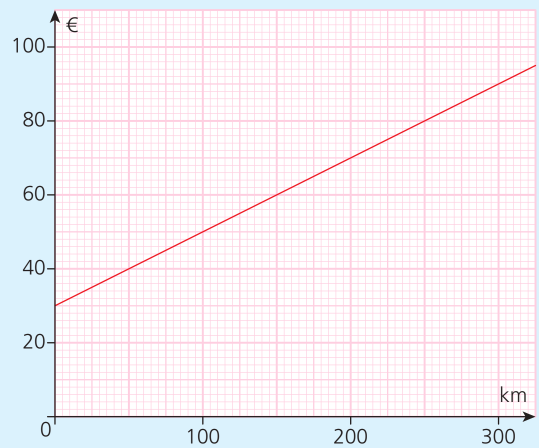
b) Zeichne die drei Mittelsenkrechten ein und bestimme die Koordinaten ihres Schnittpunktes.

3 Übertrage die Punkte in ein Koordinatensystem. Ergänze jeweils zum angegebenen Viereck und gib die Koordinaten des fehlenden Punktes an.

Quadrat	Rechteck	Parallelogramm
A (1,5|–2,5)	E (–2|2,5)	I (–4|–2)
B (5,5|–2,5)	F (■|■)	J (–1|–2)
C (■|■)	G (3|4)	K (1|1)
D (1,5|1,5)	H (–2|4)	L (■|■)

Funktionaler Zusammenhang

1 Ein Autovermieter verlangt für seinen Mietwagen eine Grundgebühr. Außerdem wird für jeden gefahrenen Kilometer ein Kilometerpreis berechnet.



a) Wie hoch ist die Grundgebühr?
b) Berechne den Kilometerpreis.
c) Welchen Betrag muss man für eine Strecke von 50 km (100 km, 200 km, 225 km) zahlen?
d) Welche Wegstrecke ist dem Betrag 60 € (100 €, 90 €) zugeordnet?

Aufwärmrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Rechenregeln und Rechengesetze anwenden

a) Berechne.

Ⓐ $-3{,}6 + 9{,}3 - 6{,}4 + 20{,}7$

Ⓑ $1\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{4}\right) + 3\frac{5}{8} - 3\frac{7}{8}$

b) Vereinfache so weit wie möglich.

Ⓐ $5 \cdot (x + 3) - (2x - 5) \cdot \frac{1}{2}$

Ⓑ $6x - \frac{1}{3} \cdot (21x - 12) - 3\frac{1}{2}x$

2 Gleichungen wertgleich umformen

a) Vervollständige im Heft.

Ⓐ
■ = ■ | − 4
■ = ■ | : 2
y = 3,5

Ⓑ
■ = ■ | + 2,1
■ = ■ | : 0,5
■ = ■ | · (−1)
x = −3,2

b) Löse die Gleichungen und mache die Probe.

Ⓐ $2x + (4x + 10) \cdot 3 - 2 = 2 \cdot (-9 + 3x) - 6$

Ⓑ $\frac{1}{5} \cdot (120 - 4x) + 2 = \frac{1}{4} \cdot (3x - 20)$

Ⓒ $\frac{3}{4}x - 9\frac{1}{5} = -3 - \frac{4}{5}x$

3 Gleichungen aufstellen und lösen

a) Wenn man zur Hälfte einer Zahl 10 addiert, erhält man die Summe aus dem Dreifachen dieser Zahl und 8.

b) Subtrahiert man vom 5-Fachen einer Zahl 6 und multipliziert die Differenz mit 4, so erhält man das Produkt aus 9 und der Summe aus der Zahl vermehrt um 1.

4 Sachaufgaben mit Gleichungen lösen

a) Ein Gewinn von 98 € wird an drei Jungen verteilt. Cengiz erhält viermal so viel wie Simon, Luca das Doppelte von Simon.

Ⓐ Vervollständige die Tabelle im Heft.

	Cengiz	Simon	Luca
Betrag	4x	x	■
insgesamt		■	

Ⓑ Berechne mithilfe einer Gleichung, welchen Betrag jeder von ihnen erhält.

b) Eine Jugendgruppe unternimmt eine dreitägige Wanderung über insgesamt 37 km. Am 2. Tag wandert die Jugendgruppe 4 km weniger als am 1. Tag, am 3. Tag 3 km mehr als am 2. Tag.

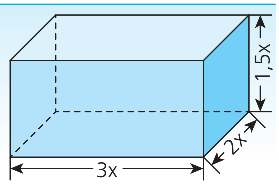
Ⓐ Vervollständige die Tabelle im Heft.

	1. Tag	2. Tag
Strecke		

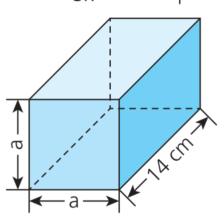
Ⓑ Berechne mithilfe einer Gleichung die jeweiligen Tagesstrecken.

5 Geometrieaufgaben mit Gleichungen lösen

a) Ⓐ Berechne die einzelnen Kantenlängen für k = 156 cm.

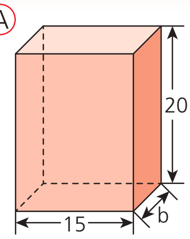


Ⓑ Berechne die Kantenlänge der Grundfläche für V = 350 cm³.

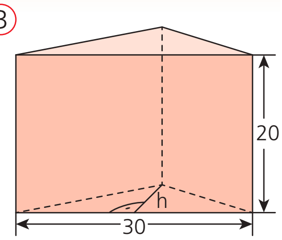


b) Die Körper haben jeweils ein Volumen von 3 000 cm³. Berechne die gesuchten Größen mithilfe der passenden Formel (Maße in cm).

Ⓐ



Ⓑ



4 Gleichungen

Einstieg

– Welcher Sachverhalt ist hier dargestellt?
– Erkläre die Abkürzungen BL und UCL und die unterschiedlichen Preise pro Ticket. Recherchiere gegebenenfalls im Internet.
– Ermittle mithilfe eines Terms die Gesamtkosten des SV Feldenwiesen für den Besuch eines Bundesligaspiels (15 Personen Kategorie 2, 22 Personen Stehplatz).
– Formuliert weitere Aufgabenstellungen, tauscht diese aus und bearbeitet sie.

	BL	UCL
1	70 €	100 €
2	60 €	80 €
3	45 €	60 €
4	35 €	50 €
5	15 € Stehplatz	30 € Sitzplatz

Körperbehinderte	Block 108/215	**5 €**
Sehbehinderte	Block 135	
Rollstuhlfahrer		

Ausblick

In diesem Kapitel lernst du
– lineare Gleichungen mit Brüchen (Variable im Zähler oder Nenner) sowie Gleichungssysteme zu lösen.
– aus Sachzusammenhängen Gleichungen mit ein oder zwei Variablen aufzustellen und diese mithilfe von Äquivalenzumformungen zu lösen.
– Lösungsmengen von reinquadratischen Gleichungen zu bestimmen.
– Werte in mathematische Formeln einzusetzen und fehlende Werte durch Äquivalenzumformungen zu finden.

Terme umformen

$16 - (2x + 3) \cdot 4$ | $6x + 16$ | $3x + 5$ | $7 + 4 \cdot 2x$ | $45 + x - 9$ | $4 - 8x$ | $45 - x + 9$

$2x + 7 + x - 2$ | $3 \cdot (2x + 6) - 2$ | $45 - (x - 9)$ | $7 + 8x$ | $45 + (x - 9)$

wertgleiche Terme

1 a) Schreibe wertgleiche Terme auf und verbinde sie mit dem „="-Zeichen.
b) Berechne alle Termwerte, indem du jeweils die Variable x mit 1, 2 und 3 belegst.

2

$3x + 6 - x + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 6x$
$= 3x + 6 - x + 24 + 12x$
$= 14x + 30$

Terme kann man vereinfachen, indem man gleichartige Glieder wie im Beispiel kennzeichnet und zusammenfasst.
Erkläre die Umformungen von Zeile zu Zeile.

TIPP!
Nur gleichartige Glieder zusammenfassen

3 Vereinfache die Terme.
a) $7x - 12 - 24 - 9x + 16$
b) $-13 + 13y + 25 - 16y - 16y$
c) $6x - 9 + 5 \cdot 3 - 2 \cdot 2x$
d) $7 \cdot 2x + 14 - 3x - 3 \cdot 12$
e) $2 \cdot 6 - 4 \cdot 5x - 7 \cdot 3 + 3 \cdot 2x$
f) $28 : 4 + 5x \cdot 2 - 19 : 2 - 10x \cdot 3$

Rechenregeln und Rechengesetze

Klammern auflösen			
⊕ vor der Klammer	⊖ vor der Klammer	Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)	
$45 + (x - 9)$	$18 - (-x + 4)$	$3 \cdot (2x + 6) - 2$	$14 - (6x - 9) : 3$
$= 45 + x - 9$	$= 18 + x - 4$	$= (6x + 18) - 2$	$= 14 - (2x - 3)$
$= x + 36$	$= x + 14$	$= 6x + 18 - 2$	$= 14 - 2x + 3$
		$= 6x + 16$	$= -2x + 17$

Lösungen zu 4 und 5:	
$-14y + 6{,}5$	$11a + 10{,}6$
$18{,}9x - 19{,}7$	$13x - 1$
$7x + 3$	$7{,}6x + 5$
$-10x + 10$	$22x - 41$
$10y + 0{,}8$	$3{,}6a + 0{,}8$
$-0{,}6b - 6{,}9$	$13x + 3$
$-15{,}8x + 11{,}2$	$-2y + 7$
$22x - 33$	$-13x - 16$
$-27y + 23$	

4 Erkläre die verschiedenen Möglichkeiten Klammern aufzulösen. Rechne dann ebenso.
a) $24 + (13x + 19) - 44$
b) $8 - (4x - 2) - 6x$
c) $8 + 17x - (5 + 4x)$
d) $26x - 18 - (4x + 8) - 7$
e) $2{,}9 - (-4{,}5x - 2{,}1) + 3{,}1x$
f) $8 \cdot (4 - 3y) - (12y + 36) : 4$
g) $5x + 2 \cdot (2 - 4x) - (10x + 20)$
h) $17a - (-17 + 6a) - 6{,}4$
i) $4{,}1y - (3{,}6 - 5{,}9y) + 4{,}4$
j) $4 \cdot (6x - 1) - (2 + x) \cdot 2 - 33$
k) $(5 - 6y) : 2 - (4y + 7) \cdot 2 - 3y + 18$
l) $6{,}3x - (-12{,}6x + 10{,}5) - 11{,}3 - (-2{,}1)$
m) $7 \cdot (1{,}4b - 2{,}1) - (-3{,}9 + 5{,}2b) \cdot 2$
n) $(8{,}4 - 14{,}6x) : 2 - (5{,}5x - 8{,}2) + (-3x - 1{,}2)$

5 Suche Fehler und berichtige diese.

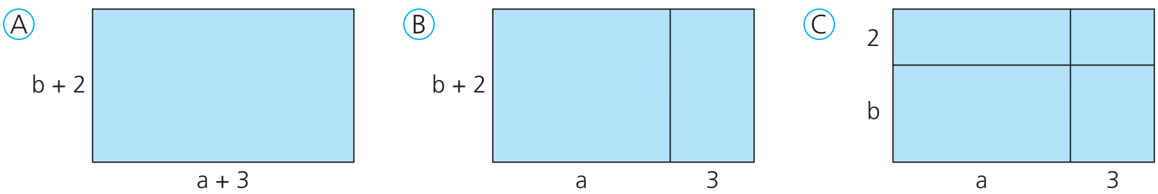
a) $7 - (4 - 7x)$
$= 7 - 4 - 7x$
$= -7x + 3$

b) $3y - (-7 + 5y)$
$= 3y - 7 - 5y$
$= -2y - 7$

c) $-2{,}1 - (-2{,}9 - 3{,}6a)$
$= -2{,}1 + 2{,}9 - 3{,}6a$
$= 0{,}8 - 3{,}6a$

6 Wo rechnet man einfacher mit Brüchen, wo mit Dezimalbrüchen?
Überblicke den gesamten Term und beginne dann erst mit dem Umformen.
a) $2 \cdot (2 + \frac{1}{2}x) - (5 - x) \cdot 3 - \frac{1}{4}x$
b) $5 \cdot (\frac{2}{5}x + 7) - 9 \cdot (\frac{1}{10}x - \frac{1}{3})$
c) $4 \cdot (5\frac{1}{2} - 7x) - (9x - 6\frac{3}{10}) : 3$
d) $(6x - 9) \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \cdot (12 - 24x)$

Lösungen zu 6:	
$1{,}1x + 38$	$6x - 5$
$-31x + 24{,}1$	$3{,}75x - 11$



7 Die drei identischen Rechtecke A, B und C haben jeweils die Länge a + 3 cm und die Breite b + 2 cm. Der Flächeninhalt des Rechtecks A lässt sich mit der Formel „Länge mal Breite" berechnen: $A = (a + 3) \cdot (b + 2)$

a) Aus welchen Teilrechtecken setzen sich die Rechtecke B und C zusammen?

b) Stelle Gesamtterme zur Berechnung der Rechtecksflächen B und C auf. Begründe, warum sie zum gleichen Gesamtergebnis wie bei Rechteck A führen.

c) Berechne jeweils die Rechtecksflächen für a = 4 cm und b = 2 cm.

$(a + b) \cdot (c + d) =$ $ac + ad + bc + bd$	$(a + b) \cdot (c - d) =$ $ac - ad + bc - bd$	$(a - b) \cdot (c + d) =$ $ac + ad - bc - bd$	$(a - b) \cdot (c - d) =$ $ac - ad - bc + bd$

Verteilungsgesetz (Distributivgesetz)

8 Beschreibe das Distributivgesetz anhand des Merkkastens mit eigenen Worten und wende es bei folgenden Aufgaben an.

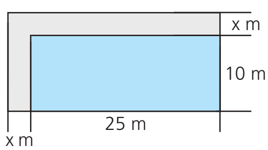
a) $(x + 2) \cdot (y + 3) =$ ■ b) $(x + 8) \cdot (y - 4) =$ ■ c) $(x - 6) \cdot (y + 2) =$ ■

d) $(3{,}5 - a) \cdot (6 + b) =$ ■ e) $(a - 4) \cdot (b - 5{,}5) =$ ■ f) $(8 - x) \cdot (5{,}2 - y) =$ ■

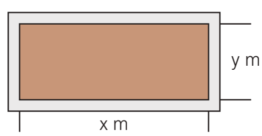
TIPP!
Bei Differenzen Vorzeichen beachten

Lösungen zu 8 und 9:
$21 + 3{,}5b - 6a - a \cdot b$
$(x + 25) \cdot (x + 10)$
$x \cdot y + 3x + 2y + 6$
$(x + 1) \cdot (y + 1) - x \cdot y$
$a \cdot b - 5{,}5a - 4b + 22$
$x \cdot y - 4x + 8y - 32$
$41{,}6 - 8y - 5{,}2x + x \cdot y$
$x \cdot y + 2x - 6y - 12$

9 a) Neben dem Schwimmbecken wird ein Plattenweg angelegt. Gib die Fläche der Gesamtanlage in einem Term an.



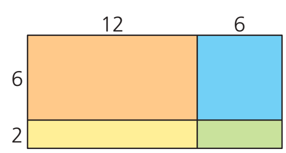
b) Um ein Beet wird ein Weg mit der Breite 0,5 m angelegt. Stelle einen Term für die Wegfläche auf.



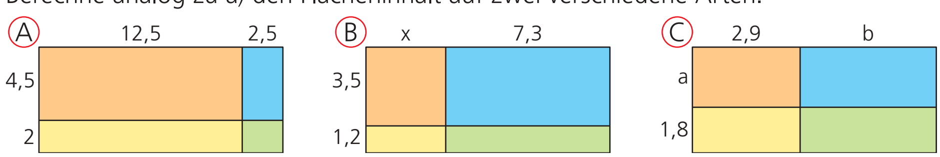
10 a) Der Flächeninhalt der Figur wurde auf zwei Arten (jeweils ohne Einheiten) berechnet. Erkläre das Vorgehen.

① $A = 6 \cdot 12 + 6 \cdot 6 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 6 = 144$

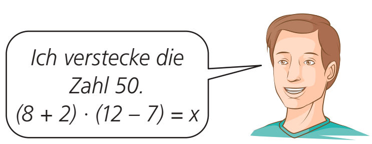
② $A = (6 + 2) \cdot (12 + 6) = 8 \cdot 18 = 144$



b) Berechne analog zu a) den Flächeninhalt auf zwei verschiedene Arten.



11 Denke dir eine beliebige Zahl. Verstecke nun diese Zahl, indem du Produkte von Summen und Differenzen bildest. Deine Mitschüler sollen die versteckte Zahl finden.



Gleichungen wertgleich umformen

Gleichungen schrittweise lösen

TIPP!
Der Malpunkt vor der Klammer kann weggelassen werden.
$2 \cdot (x - 4) = 2\,(x - 4)$

$3x - 2\,(x - 4) = (x - 4) \cdot 5$		Klammern ausmultiplizieren
$3x - (2x - 8) = (5x - 20)$		Klammern auflösen
$3x - 2x + 8 = 5x - 20$		Zusammenfassen
$x + 8 = 5x - 20$	$\mid \square$	Variable schrittweise
$8 = 4x - 20$	$\mid \square$	isolieren
$28 = 4x$	$\mid \square$	
$7 = x$		Lösung notieren

Lösungen zu 1 und 2:		
–3	37	2
4	–33	–1
2	9	4
11	7	0,3
–9	10	2
0,2		

1 Erkläre und ergänze die Lösungsschritte im Beispiel und verfahre dann ebenso.

a) $8\,(x + 2) - 11x = 49 - 2x$
b) $5\,(2x + 2) + 6 - 4x = 8x + 2$
c) $6\,(x - 2) = x + 8 + 3x$
d) $3\,(6 + 2x) = (x - 9) \cdot 8 - 6x + 54$
e) $18x - 5 - 5x = 4\,(3x + 1) + 2$
f) $9 + 5x = 5\,(x + 4) - 2 + 3x$
g) $5\,(4x - 5) = 23 - 4\,(3x - 4)$
h) $5\,(3x - 4) - 10 = 4\,(15 - 3x) - 36$
i) $16\,(x + 3) = 142 - (4x - 11) \cdot 6$
j) $3\,(7x - 4) - (x + 8) + 14 = 11x + 12$

2 Beim Umformen sind Fehler passiert. Berichtige sie und bestimme x.

a) $5 \cdot (2 - x) = 5 \cdot (2x - 10)$
$5 - x = 10x - 50$ f

b) $4 + (6 - 3x) : 1{,}5 = -10$
$4 + 4 + 2x = -10$ f

c) $11x - 5 = 4x - (3x + 2)$
$11x - 5 = x + 2$ f

d) $8 \cdot (5x - 3) + 16 = 1{,}8 + 9 \cdot (4x - 1)$
$40x - 24 + 16 = 1{,}8 + 36x + 9$ f

e) $42 - (x + 3) \cdot 7 = (9 - 3x) : 3 + 24$
$63 - 7x = 27 - x$ f

f) $36\,(x + 2) = 312 + 8\,(4x - 11{,}5)$
$68x + 72 = 220$ f

TIPP!
Gib vor allem bei einem Minuszeichen vor der Klammer beim Auflösen besonders gut acht.

Lösungen zu 3:		
5	4	2
2	6,6	4
–5		

3 Bestimme x.

a) $28x - 60{,}5 - (11x - 182) = 6\,(5 - 0{,}25x) + 3\,(2x + 58)$
b) $3\,(1{,}5x - 2{,}5) - (3x - 5) + (3{,}5x + 7) : 0{,}2 = 12{,}5x$
c) $(1{,}2x + 1{,}5) \cdot 0{,}7 - (0{,}3 - 1{,}7x) \cdot 1{,}2 = 10{,}69 - 2{,}12x$
d) $0{,}25\,(x + 4) + 2x - 4 = 2\,(5x - 16) - (6 - 3{,}5x) - 2{,}5x$
e) $1{,}2\,(16x - 8) - 3{,}6\,(3x + 9) = 2{,}4\,(4x - 16) - 9{,}6$
f) $20\,(0{,}5x + 1{,}5) + (0{,}25 - 5x) \cdot 2 = 50{,}5 - (1{,}25x + 5) \cdot 2$
g) $2{,}8 \cdot (0{,}3x + 0{,}375) - (0{,}15 - 0{,}85x) \cdot 2{,}4 = (42{,}76 - 8{,}48x) \cdot 0{,}25$

4 a) Stelle Gleichungen auf und löse.
b) Erfinde ähnliche Rätsel, die dann deine Mitschüler lösen.

Ich erhalte als Ergebnis 6, wenn ich zuerst zu beiden Seiten meiner Gleichung 14 addiere und dann beide Seiten durch 5 teile.

Als Ergebnis ergibt sich 3. Ich habe auf beiden Seiten erst 12 subtrahiert und dann mit 14 dividiert.

Ich erhalte das Ergebnis (–3), wenn ich als erstes 18 auf beiden Seiten subtrahiere und anschließend durch (–3) teile.

Gleichungen mit Brüchen lösen

Ⓐ

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}x = 2 + \frac{3}{4}x$

$\frac{8}{12}x + \quad x = 2 + \quad x$

$\frac{10}{12}x = 2 + \frac{9}{12}x \quad | - \frac{9}{12}x$

$\frac{1}{12}x = 2 \quad | \cdot 12$

$x = 24$

Gemeinsamen Nenner finden und erweitern

Schrittweises Isolieren von x

Ⓑ

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}x = 2 + \frac{3}{4}x \quad | \cdot 12$

$\frac{{}^{4}\cancel{12} \cdot 2}{{}_{1}\cancel{3}}x + \frac{{}^{2}\cancel{12} \cdot 1}{{}_{1}\cancel{6}}x = 12 \cdot 2 + \frac{{}^{3}\cancel{12} \cdot 3}{{}_{1}\cancel{4}}x$

$8x + 2x = 24 + 9x$

$10x = 24 + 9x \quad | - 9x$

$x = 24$

Mit Hauptnenner multiplizieren und kürzen

Schrittweises Isolieren von x

1 a) Erkläre beide Lösungswege. Warum wurde bei Ⓑ mit 12 multipliziert?
b) Welcher Lösungsweg ist für dich günstiger? Begründe.

2 Löse die Gleichungen und mache die Probe.

a) $\frac{5}{4}x - \frac{4}{3} = \frac{7}{6}x - \frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{1}{6}x - 2 = 0$ c) $\frac{x}{2} + \frac{4x}{5} - \frac{3x}{10} - \frac{5x}{6} = 8$

d) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{11}{12} = x - 2$ e) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 14 - \frac{x}{8}$ f) $\frac{x}{7} - \frac{9x}{14} - \frac{4}{7} = -\frac{3x}{14}$

Lösungen zu 2 und 3:		
–2	48	7
3	16	24
8		

3

$\frac{8x+3}{3} = \frac{18-2x}{4} + 2x \quad | \cdot 12$ — Mit Hauptnenner multiplizieren und kürzen

$\frac{{}^{4}\cancel{12} \cdot (8x+3)}{{}_{1}\cancel{3}} = \frac{{}^{3}\cancel{12} \cdot (18-2x)}{{}_{1}\cancel{4}} + 12 \cdot 2x$

$4 \cdot (8x + 3) = 3 \cdot (18 - 2x) + 24x$ — Klammern ausmultiplizieren

$(32x + 12) = (54 - 6x) + 24x$ — Klammern auflösen

$32x + 12 = 54 - 6x + 24x$ — Zusammenfassen

a) Erkläre die Klammersetzung bei der Multiplikation mit dem Hauptnenner.
b) Vervollständige die Lösungsschritte und mache die Probe.
c) Wo sind für dich schwierige Stellen im Lösungsablauf? Tauscht euch aus.

4 Beim Multiplizieren mit dem Hauptnenner wurden Fehler gemacht. Berichtige.

a) $\frac{x+3}{5} + 3 = 6$
$\frac{5 \cdot (x+3)}{5} + 3 \cdot 5 = 6$ f

b) $\frac{3x-20}{8} - \frac{60-2x}{5} = 1$
$\frac{40 \cdot 3x - 20}{8} - \frac{40 \cdot 60 - 2x}{5} = 40 \cdot 1$ f

c) $3 - \frac{7y}{5} = 8 - \frac{39y}{10}$
$3 - \frac{10 \cdot 7y}{5} = 8 - \frac{10 \cdot 39y}{10}$ f

5 Löse die Gleichungen und mache die Probe.

a) $\frac{4x-5}{2} + 8 = 2 - 1{,}5x$ b) $3 \cdot (4 + 4x) = \frac{9x-18}{3}$ c) $\frac{2x-1}{3} = \frac{6+2x}{2}$

d) $\frac{6x+10}{4} = \frac{5x+4}{3}$ e) $\frac{2x+8}{2} + \frac{x-4}{6} = 15$ f) $\frac{3x-8}{4} + 3 = \frac{5x+14}{7}$

g) $\frac{80+x}{4} = \frac{4x-5}{3}$ h) $\frac{3 \cdot (15-x)}{4} = \frac{6 \cdot (2x-7)}{7}$ i) $\frac{7x+6}{9} - x = 4 - \frac{5x-2}{6}$

Lösungen zu 5 und 6:		
7	1	10
–10	20	10
4	6	28
–1	2,5	3
7	–2	4

6 a) $\frac{9x + 0{,}5 \cdot (4-6x)}{2} = 7{,}5 - (x + 1{,}5) + 2x$ b) $\frac{4}{5} \cdot (30x - 75) - (x + 27) = \frac{11x-29}{3}$

c) $\frac{2-x}{3} - \frac{1}{2} \cdot (x + 12) = \frac{5x}{6} - 7$ d) $10 \cdot (x + 3) + \frac{2-40x}{4} = 50\frac{1}{2} - \frac{5x+20}{2}$

e) $\frac{3}{4} \cdot (12x - 32) + \frac{20-4x}{8} = 9 - (4x - 7)$ f) $\frac{x}{2} - 4 \cdot (7 - x) = \frac{1}{5} \cdot (75 - 3x) + 8$

Gleichungen aufstellen und lösen

Lies den Text genau durch.

↓

Lege die Variable fest.

↓

Fertige eine Skizze oder eine Tabelle an.

↓

Stelle eine Gleichung auf und löse.

↓

Beantworte die Frage.

1 Die insgesamt 67 Schüler der drei neunten Klassen machen ein einwöchiges Betriebspraktikum. Für das Berufsfeld „Metall, Maschinenbau" interessieren sich zwölf Schüler mehr als für „Körperpflege, Hauswirtschaft". Für das Berufsfeld „Lebensmittel, Getränke" entscheiden sich halb so viele wie für „Metall, Maschinenbau". Vier Schüler melden sich für das Berufsfeld „Landwirtschaft, Natur".

a) Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze sie mit den Angaben des Textes.

Berufsfeld	Körperpflege, Hauswirtschaft	Metall, Maschinenbau	Lebensmittel, Getränke	Landwirtschaft, Natur
Anzahl Schüler	x	■	■	■
Gesamtzahl Schüler	■			

b) Berechne mithilfe einer Gleichung , wie viele Schüler in den jeweiligen Berufsfeldern ein Praktikum machen.

2 Löse mithilfe von Gleichungen.

a) Bei der Vorstandswahl eines Handballvereins wurden insgesamt 196 Stimmen abgegeben. Frau Plail erhielt 24 Stimmen weniger als Herr Bauer. Herr Uhlig erhielt $\frac{1}{4}$ der Stimmen von Herrn Bauer. Für die restlichen Kandidaten votierten 22 Teilnehmer. Wer erhielt die meisten Stimmen und wie viele waren das?

b) Ein neues Wellenbad wurde am Eröffnungstag von insgesamt 1 260 Personen besucht. Dabei war die Anzahl der Jugendlichen um 40 geringer als die doppelte Anzahl der Kinder. Die Zahl der Erwachsenen entsprach der Hälfte der Zahl der Jugendlichen. Wie viele Kinder, Jugendliche und Erwachsene besuchten jeweils das Wellenbad?

Lösungen zu 1 bis 3:

88	330	15
620	11	22
8	64	18
310	30	

3 Eine Jugendgruppe benötigt für einen Theaterbesuch 13 Karten. Sie bekommt jedoch nur noch fünf Karten in der teuren Preisklasse A und die restlichen Karten in der um 3 € billigeren Preisklasse B. Zusammen kosten die Karten 119 €. Vervollständige die Tabelle im Heft und berechne dann den jeweiligen Preis pro Karte.

Preisklasse	A	B
Anzahl	5	
Preis pro Karte	x	
Gesamtbetrag		

Lösungen zu 4:

20	5	20
15	25	10
15		

4 Stelle mithilfe von Tabellen Gleichungen auf und löse.

Anzahl	Kategorie	Preis
50	Kat. A	■
80	Kat. B	■
100	Kat. C	■
75	Kat. D	■

a) Ein Fanclub will zu einem Frauenfußball-Länderspiel fahren. Der Vorstand reserviert nebenstehendes Kontingent. Ein Platz kostet in der Kategorie A 5 € mehr als in Kategorie B. In der Kategorie C ist ein Platz 5 € billiger als in Kategorie B und in Kategorie D zahlt man den vierten Teil von Kategorie B. Die reservierten Plätze kosten insgesamt 4 725 €. Wie teuer ist jeweils ein Platz in den verschiedenen Kategorien?

b) Ein Sportverein meldet zu einem Triathlon Frauen, Männer und Jugendliche. Die Anzahl der Männer ist dabei doppelt so hoch wie die der Frauen. Die Zahl der Jugendlichen ist nur halb so groß wie die der Erwachsenen. Die Anmeldegebühr für einen Erwachsenen beträgt 35 €, für einen Jugendlichen 20 €. Der Verein überweist insgesamt 1 350 €. Wie viele Frauen, Männer und Jugendliche wurden gemeldet?

5 Bei einer Geschwindigkeitsmessung vor einer Schule fuhren ein Viertel der Autofahrer bis zu 10 $\frac{km}{h}$ schneller als zugelassen, ein Fünftel überschritt die Höchstgeschwindigkeit um mehr als 10 $\frac{km}{h}$ (aber höchstens um 30 $\frac{km}{h}$). Weitere acht Autofahrer wurden wegen erheblicher Geschwindigkeitsüberschreitung von mehr als 30 $\frac{km}{h}$ zur Anzeige gebracht. 322 Fahrzeuge überschritten die zulässige Geschwindigkeit nicht.

a) Vervollständige die Tabelle im Heft und trage die Angaben des Textes ein.

b) Löse mithilfe einer Gleichung, bei wie vielen Fahrzeugen an diesem Tag die Geschwindigkeit gemessen wurde.

Geschwindigkeitsüberschreitung	bis zu 10 $\frac{km}{h}$
Anzahl der Autos	$\frac{1}{4}x$
Autos insgesamt	

Lösungen zu 5 und 6:		
124	372	600
62		

6 Stelle eine Gleichung auf und löse diese.
Bei einer Verkehrssicherheitskontrolle von Fahrrädern an einer Mittelschule wurden folgende Mängel festgestellt:

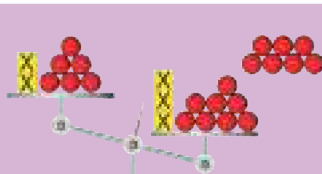
– Ein Drittel der Fahrräder hatte fehlerhafte Bremsen.
– Ein Sechstel der Fahrräder hatte keine funktionstüchtige Beleuchtung.
– Sechs nicht verkehrstaugliche Fahrräder mussten nach Hause geschoben werden.
– 180 Fahrräder hatten keine Mängel.

a) Wie viele Fahrräder wurden kontrolliert?

b) Bei wie vielen Fahrrädern wurden Mängel bei den Bremsen bzw. bei der Beleuchtung festgestellt?

7 Welche Gleichungen passen zum Text? Vergleiche und nenne Unterschiede.

Wenn man zum Doppelten einer Zahl 6 addiert, erhält man um 7 weniger, als wenn man zum Dreifachen der gesuchten Zahl 8 dazuzählt.



$2x + 6 + 7 = 3x + 8$

$2x + 6 = 3x + 8 + 7$

$2x + 6 = 3x + 8 - 7$

8 Stelle zu folgenden Zahlenrätseln Gleichungen auf und löse.

a) Dividiert man das Sechsfache einer Zahl durch 4 und vermehrt den Quotienten um 12, so erhält man die doppelte Differenz aus 9 und dem vierten Teil der Zahl.

b) Subtrahiert man vom Fünffachen einer Zahl die Differenz aus der Zahl und 4, so erhält man die doppelte Summe aus der Zahl und 16.

c) Dividiert man die Differenz aus dem Sechsfachen einer Zahl und 7 durch 5, so erhält man das Vierfache der Differenz aus der Hälfte der Zahl und 13,75.

d) Wenn man die Summe aus einer Zahl und 6 bildet und diese mit 3 vervielfacht, erhält man halb so viel, wie wenn man von 31 das Vierfache der Zahl subtrahiert und diese Differenz mit 4 multipliziert.

e) Addiert man 9 zum Fünffachen einer Zahl, multipliziert diese Summe mit 4 und vermindert das Produkt um 20, so erhält man halb so viel, wie wenn man das Zehnfache der gesuchten Zahl von 93 subtrahiert.

f) Die Summe aus der Hälfte, dem 3. Teil, dem 4. Teil, dem 6. Teil und dem 8. Teil einer Zahl ist um 6 kleiner als das Eineinhalbfache der Zahl.

Lösungen zu 8:		
3	4	67
14	1,22	48

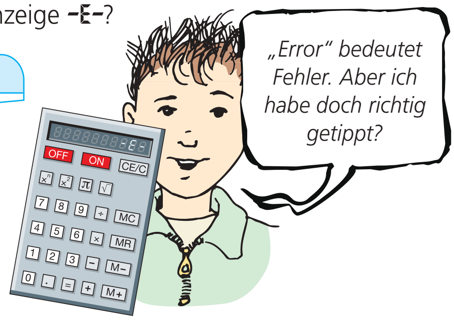
Terme mit einer Variablen im Nenner umformen

$\frac{3}{8}$ $\frac{9}{x}$ $\frac{x-5}{6}$ $\frac{5 \cdot 6}{x-1}$ $\frac{5x}{2}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{7+3}{2x}$ $\frac{7}{4+x}$ $\frac{17}{3x+4}$ $\frac{14}{2(x-1)}$

1 Wodurch unterscheiden sich die Terme? Teile sie in drei Kategorien ein.

2 a) Übertrage die Tabelle ins Heft und berechne die Terme. Was stellst du fest?
b) Welche Bedeutung hat die Taschenrechneranzeige -E-?

x	0	1	2	3	4	5
$\frac{1}{x}$	-E-	1	0,5	0,33...	0,25	
$\frac{3}{x-2}$	-1,5	-3	-E-	3		
$\frac{6}{4 \cdot (x-3)}$	-0,5	-0,75				
$\frac{32}{2(2x-8)}$	-2					



Terme mit einer Variablen im Nenner

Definitionsbereich D

Bei Termen mit der Variablen im Nenner darf man Zahlen, für die der Nenner 0 wird, nicht einsetzen, da die Division durch 0 nicht definiert ist. Alle Zahlen, die man einsetzen darf, gehören zum Definitionsbereich D.

3 Die Beispiele zeigen, wie man bei Termen mit einer Variablen im Nenner den Definitionsbereich festlegen kann. Erkläre und arbeite dann ebenso.

Term	A $\frac{7}{x}$	B $\frac{1}{x-4}$	C $\frac{2}{3(2x+6)}$
Für welche Zahl wird der Nenner 0?	$x = 0$	$x - 4 = 0 \quad \vert +4$ $x = 4$	$2x + 6 = 0 \quad \vert -6$ $2x = -6 \quad \vert :2$ $x = -3$
Definitionsbereich (alle zum Einsetzen zulässigen Zahlen)	alle Zahlen außer 0	alle Zahlen außer 4	alle Zahlen außer –3

a) $\frac{9}{x}$ b) $\frac{3}{x-2}$ c) $\frac{3}{x-14}$ d) $\frac{3}{2x-4}$ e) $\frac{17}{2(x-1)}$ f) $\frac{13}{(2x-4) \cdot 3}$

TIPP!
Kürzen:
Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl dividieren
Erweitern:
Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl multiplizieren

4 Terme mit einer Variablen im Nenner lassen sich wie Brüche kürzen und erweitern. Vervollständige im Heft.

a) $\frac{27}{54x} = \frac{\square}{2x}$ b) $\frac{2}{5x} = \frac{\square}{10x}$ c) $\frac{18}{6x} = \frac{3}{\square}$ d) $\frac{7}{5x} = \frac{28}{\square}$

e) $\frac{16}{4 \cdot (x+3)} = \frac{\square}{x+3}$ f) $\frac{1}{x-1} = \frac{8}{\square}$ g) $\frac{100}{25 \cdot (2x+8)} = \frac{4}{\square}$ h) $\frac{3}{x-2} = \frac{\square}{8 \cdot (x-2)}$

5 Bringe wie im Beispiel auf den Hauptnenner und vereinfache nach Möglichkeit.

$$\frac{4}{5x} + \frac{3}{2x} = \frac{4 \cdot 2}{5x \cdot 2} + \frac{3 \cdot 5}{2x \cdot 5} = \frac{8}{10x} + \frac{15}{10x} = \frac{23}{10x}$$

a) $\frac{3}{8x} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{9x} - \frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{5x} - \frac{3}{2x}$ d) $\frac{3}{4x} - \frac{1}{6x}$

e) $\frac{7}{9x} - \frac{1}{6}$ f) $\frac{7}{10} + \frac{3}{5x}$ g) $\frac{3}{x-2} + \frac{1}{2}$ h) $\frac{3}{4} - \frac{6}{2x+3}$

i) $\frac{1}{x} + \frac{7}{2x}$ j) $\frac{1}{4x} + \frac{3}{x}$ k) $\frac{x-4}{x+4} - 1$ l) $\frac{2}{x} - \frac{4}{x-12}$

Gleichungen mit einer Variablen im Nenner lösen

$\frac{10}{x} - \frac{7}{5} = \frac{8}{x} - \frac{9}{10}$	Gleichung
$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	Definitionsbereich D bestimmen
$\frac{\cancel{10x}^{1} \cdot 10}{{}_1\cancel{x}} - \frac{{}^2\cancel{10}x \cdot 7}{{}_1\cancel{5}} = \frac{10\cancel{x}^{1} \cdot 8}{{}_1\cancel{x}} - \frac{{}^1\cancel{10}x \cdot 9}{{}_1\cancel{10}}$ $100 - 14x = 80 - 9x \quad \mid + 14x$	Mit dem Hauptnenner multiplizieren und dann kürzen
$100 = 5x + 80 \quad \mid - 80$ $20 = 5x \quad \mid : 5$ $4 = x$	Variable schrittweise isolieren
$L = \{4\}$	Lösungsmenge angeben

TIPP!
Schreibweise:
$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
Sprechweise:
Definitionsbereich sind die rationalen Zahlen ohne 0.

1 Bei diesen Gleichungen kommt die Variable auch im Nenner vor. Erkläre das Beispiel. Überlege, bei welchen Schritten wohl am ehesten Fehler passieren.

2 Ordne die Lösungszeilen und gib die Umformungen an.

Gleichung	$\frac{3}{x} - \frac{7}{5} = \frac{8}{x} - 3\frac{9}{10}$	$\frac{3}{x} - \frac{1}{3x} + 3 = \frac{6 + 5x}{2x}$
ungeordnete Lösungszeilen	$30 - 14x = 80 - 39x$	$3x = 2$
	$\frac{10x \cdot 3}{x} - \frac{10x \cdot 7}{5} = \frac{10x \cdot 8}{x} - \frac{10x \cdot 39}{10}$	$18 - 2 + 18x = 18 + 15x$
	$25x = 50$	$\frac{6x \cdot 3}{x} - \frac{6x \cdot 1}{3x} + 6x \cdot 3 = \frac{6x(6 + 5x)}{2x}$
	$30 + 25x = 80$	$16 + 18x = 18 + 15x$
Lösung	$x = 2$ $\quad$ $L = \{2\}$	$x = \frac{2}{3}$ $\quad$ $L = \{\frac{2}{3}\}$

3 Welcher Fehler ist beim Lösen der Gleichung passiert? Berichtige und bestimme x.

a) $\frac{12}{8} + \frac{5}{x} = 4$
$12x + 40 = 4$ f

b) $\frac{4}{x} + \quad = \quad - 7$
$60x + 6 = 45 - 105x$ f

c) $\frac{2}{8x} - \quad + \frac{4}{x} = 6 + \frac{1}{x}$
$2 - 64x + 32 = 48x + 8x$ f

4 Bestimme den Definitionsbereich und die Lösungsmenge.

a) $\frac{40}{x} + \frac{3}{4} = \frac{11}{12}$ b) $\frac{5}{2x} - \frac{5}{6} = \frac{2}{x}$ c) $\frac{6}{x} + 4 = \frac{4{,}5}{x} + 9$

d) $2 + \frac{8}{x} = \frac{1}{x} + 3{,}75$ e) $\frac{3}{5x} + \frac{9}{10x} = \frac{13}{8x} - \frac{1}{8}$ f) $\frac{4}{3x} - \frac{5}{4x} = \frac{5}{6x} - \frac{3}{8}$

g) $\frac{23}{x} + 25 = 5(\frac{4}{x} + 8)$ h) $\frac{7{,}5}{9x} - \frac{2}{3x} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6x} - \frac{11}{12x}$ i) $\frac{7}{x} + \frac{8}{x} - 1 = \frac{1}{2} - 6(\frac{2}{x} - 2)$

Lösungen zu 4 und 5:		
0,25	7	2
0,6	4	1
4	240	0,2
2	0,3	1,5
5		

5 Bestimme den Definitionsbereich und die Lösungsmenge.

a) $\frac{1}{6} - \frac{2}{3}(\frac{1}{4x} - \frac{1}{2x} - \frac{1}{4}) = 1$ b) $\frac{49}{x} - 7(\frac{4}{x} - \frac{2}{3}) = \frac{63}{x} \cdot 2 - 10\frac{1}{3}$

c) $28 - 2(\frac{9}{x} + 4) = \frac{28 + 4}{2x} + \frac{94}{x} - 12$ d) $\frac{9}{x} - 2\frac{2}{5} - \frac{3}{2}(\frac{9}{x} - 3) = \frac{6}{x}$

Gleichungen mit einer Vaiablen im Nenner lösen

Gleichung	$\frac{44}{x-1} = 4$	$\frac{1}{4\cdot(x-5)} = \frac{1}{4}$
Definitionsbereich D bestimmen	D = ℚ \ {1}	D = ℚ \ {5}
Mit dem Hauptnenner multiplizieren und dann kürzen	$\frac{\cancel{(x-1)}^{1}\cdot 44}{{}_{1}\cancel{x-1}} = (x-1)\cdot 4$ $44 = (x-1)\cdot 4$	$\frac{\cancel{4}^{1}\cdot\cancel{(x-5)}^{1}\cdot 1}{{}_{1}\cancel{4}\cdot{}_{1}\cancel{(x-5)}} = \frac{\cancel{4}^{1}\cdot(x-5)\cdot 1}{{}_{1}\cancel{4}}$ $1 = x-5$
Lösung bestimmen	■ = x	■ = x
Lösungsmenge angeben	L = {■}	L = {■}

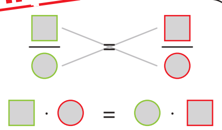
Lösungen zu 1:		
–5	4	7
2	1,5	–3
2,5	6	

1 Stelle fest, ob die Lösungen der Beispielaufgaben im Definitionsbereich enthalten sind. Löse dann ebenso.

a) $\frac{36}{x+2} = 9$ b) $7 = \frac{91}{2x-1}$ c) $\frac{12}{x-1} = 8$ d) $\frac{-70}{x-5} = 7$

e) $24 = \frac{12}{x-1}$ f) $\frac{1}{4-3x} = \frac{1}{13}$ g) $\frac{1}{4x-20} = \frac{1}{4}$ h) $\frac{2}{3} = \frac{7}{3x-1{,}5}$

TIPP!



über Kreuz multiplizieren

2 Führe den Lösungsweg 1 zu Ende, erkläre beide Lösungswege und vergleiche.

Lösungsweg 1	Lösungsweg 2	Definitionsbereich
$\frac{2}{x+1} = \frac{1}{x-1}$ $\frac{(x-1)\cdot\cancel{(x+1)}^{1}\cdot 2}{{}_{1}\cancel{x+1}} = \frac{\cancel{(x-1)}^{1}(x+1)\cdot 1}{{}_{1}\cancel{x-1}}$ $(x-1)\cdot 2 = (x+1)\cdot 1$	$\frac{2}{x+1} = \frac{1}{x-1}$ $2\cdot(x-1) = 1\cdot(x+1)$ $2x-2 = x+1$ $x = 3$	x + 1 = 0 x = –1 x – 1 = 0 x = 1 D = ℚ \ {–1; 1}

Lösungen zu 3:		
6,75	7	3
5	1	7
1	10	4
0,625	–1	12

3 Probiere beide Lösungswege aus.

a) $\frac{2}{x+1} = \frac{3}{x+2}$ b) $\frac{16}{3x-4} = \frac{22}{2x+3}$ c) $\frac{4}{x+1} = \frac{10}{x+4}$

d) $\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{x}$ e) $\frac{x+3}{2x-7} = \frac{3}{2}$ f) $\frac{30}{5x-11} = \frac{5}{3x-17}$

g) $\frac{2}{2-3x} = \frac{-4}{1-2x}$ h) $\frac{4}{x+1} = \frac{1}{2x-5}$ i) $\frac{10}{x-2} = \frac{7}{x-5}$

j) $\frac{11}{x+1} + \frac{3}{7-x} = 0$ k) $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{3x-5} = 0$ l) $\frac{10}{x+3} - \frac{1}{x-6} = 0$

4 Nicht immer haben Gleichungen mit einer Variablen im Nenner Lösungen. Erkläre und überprüfe, welche Gleichungen keine Lösung haben.

a) $\frac{2}{x} = 1$ b) $0 = \frac{1}{x-3}$ c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x} = 0$

d) $\frac{7}{x} + \frac{-6}{x} = 0$ e) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2x}$ f) $\frac{1}{2x} - \frac{1}{18} = \frac{3}{6x}$

5 Gib mindestens drei Gleichungen zu der angegebenen Definitionsmenge an. Vergleiche mit deinem Nachbarn.

a) ℚ \ {0} b) ℚ \ {–9} c) ℚ \ {0; 3} d) ℚ \ {–5; 5}

e) ℚ \ {–1; 1} f) ℚ \ {1; 8} g) ℚ \ {0; 1} h) ℚ \ {–3; –1}

Gleichungen mit einer Variablen im Nenner aufstellen und lösen

1

	Text
A	Wenn man 8 durch eine Zahl dividiert und 3 subtrahiert, erhält man 9.
B	Dividiert man 9 durch die Differenz aus 8 und einer Zahl, erhält man 3.
C	Wird der Quotient aus 9 und einer Zahl um 3 vermehrt, ergibt sich 8.
D	Dividiert man 8 durch die Summe aus einer Zahl und 9, erhält man 3.

Gleichung

1	2	3	4
$\frac{8}{x+9} = 3$	$\frac{8}{x} - 3 = 9$	$\frac{9}{8-x} = 3$	$\frac{9}{x} + 3 = 8$

a) Ordne Text und Gleichung einander zu.
b) Bestimme jeweils den Definitionsbereich und die Lösungsmenge.

2 Dividiert man die Differenz aus einer natürlichen Zahl und 9 durch das um 2 verminderte Dreifache der Zahl, erhält man –8.

a) Welche Gleichung passt zur Textaufgabe?
b) Bestimme die Definitions- und die Lösungsmenge der passenden Gleichung.
c) Bestimme für die weiteren Gleichungen jeweils den Definitionsbereich und die Lösungsmenge.
d) Findet zu den restlichen Gleichungen passende Texte. Vergleicht miteinander.

(A) $\frac{2x-9}{3+x} = -8$

(B) $\frac{2}{x+3} - 9 = -8$

(C) $\frac{9+3x}{2-x} = -8$

(D) $\frac{x-9}{3x-2} = -8$

TIPP!
$\frac{x+2}{5-x}$
$= (x + 2) : (5 - x)$

3 Stelle Gleichungen auf, bestimme den Definitionsbereich und löse.

(A) Dividiert man 20 durch eine Zahl und subtrahiert davon 2, so erhält man 6 vermehrt um den Quotienten aus 4 und der gesuchten Zahl.

(B) Vermindert man den Quotienten aus 18 und einer Zahl um 6, so erhält man das gleiche Ergebnis, wie wenn man 12 durch die unbekannte Zahl teilt.

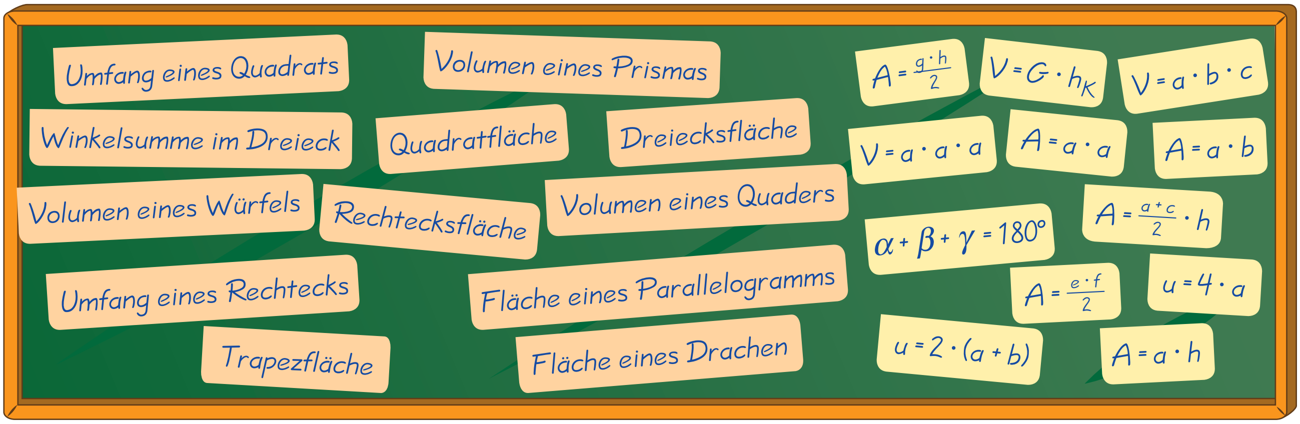
(C) Bildet man die Summe aus den x-ten Teilen von 5, 6, 17 und 21, so erhält man 98.

Lösungen zu 1 bis 4:

–4	1,8	$-6\frac{1}{3}$
0,5	5	–1,5
1	3	–0,2
2	–1	$\frac{2}{3}$
1	5	6
15		

4 a) Der Quotient aus 24 und einer natürlichen Zahl ist gleich dem Quotienten aus der Zahl 28 und dem Nachfolger der natürlichen Zahl.
b) Dividiert man die Summe aus –0,8 und 4 durch das Vierfache einer Zahl, so erhält man als Ergebnis –4.
c) Wenn man 6 durch die Differenz aus 9 und einer Zahl teilt, erhält man dasselbe Ergebnis, wie wenn man 12 durch die Differenz aus 3 und der Zahl teilt.
d) Ein Bruch hat den Wert $\frac{17}{18}$. Welche Zahl muss man vom Zähler subtrahieren und zum Nenner addieren, damit sein Wert $\frac{2}{3}$ wird?
e) Der Nenner eines Bruchs ist um 2 größer als der Zähler. Addiert man zum Zähler 12 und zum Nenner 6, so erhält man einen Bruch, dessen Wert gleich dem ursprünglichen Bruch ist.

Mit Formeln aus der Geometrie rechnen

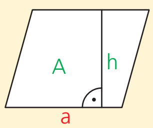


Formel

1 Bei vielen Anwendungsaufgaben werden Formeln benutzt. Eine Formel enthält verschiedene Variablen, wobei eine der Variablen zu berechnen ist.
a) Ordne die Angaben einander richtig zu.
b) Erkläre jeweils die in den Formeln vorkommenden Variablen.

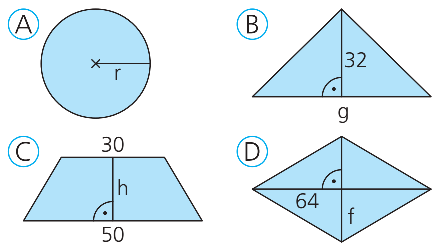
Text genau durchlesen
↓
Gegebene und gesuchte Größen notieren
↓
Sachverhalt in einer Skizze darstellen
↓
Formel wählen (Formelsammlung)
↓
Größen einsetzen, Gleichung lösen
↓
Rechenfrage beantworten

2 Gegeben: Parallelogramm mit
$A = 50{,}7\ m^2$; $h = 6{,}5\ m$
Gesucht: a



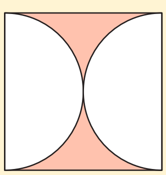
$A = a \cdot h$
$50{,}7 = a \cdot 6{,}5 \quad |:$ ▬
▬ $= a$
Die Länge der Grundseite des Parallelogramms beträgt ▬ m.

a) Ergänze im Beispiel die Lösungsschritte zur Berechnung der Grundseite a.
b) Der Flächeninhalt jeder Figur beträgt 1 256 cm^2. Berechne jeweils die fehlende Größe (Maße in cm).



3 a) Ein Trapez hat eine Höhe von 6 cm und einen Flächeninhalt von 24 cm^2. Die Seite a misst 6 cm. Wie lang ist die zu a parallele Seite c?
b) Ein Drachen hat einen Flächeninhalt von 128 cm^2. Berechne die Länge der Diagonale f, wenn die Diagonale e 32 cm misst.
c) Ein gleichseitiges Dreieck hat einen Umfang von 36 cm und eine Höhe von 10,4 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?
d) Berechne den Flächeninhalt eines Rechtecks mit b = 6 cm und u = 40 cm.

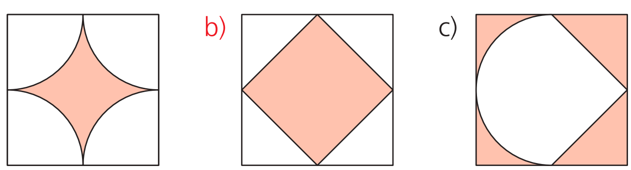
4



$A = A_Q - A_K$
$A = a \cdot a - r \cdot r \cdot \pi$
$A =$

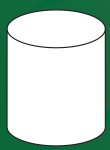
Erkläre, wie im Beispiel das farbige Flächenstück berechnet wird. Vervollständige die Rechnung und bearbeite dann ebenso.

a) b) c)



Lösungen zu 2 bis 4:		
9,8	30,96	84
31,4	20	78,5
28,9575	5,8	32
162	7,8	62,4
7,74		

Ein Zylinder hat ein Volumen von 14,13 dm³. Der Radius der Grundfläche beträgt 1,5 dm. Berechne die Höhe des Körpers.



Gegeben: $V_Z = 14{,}13\ dm^3$
$r = 1{,}5\ dm$
Gesucht: h_K
Formel: $V_Z = r^2 \cdot \pi \cdot h_K$

$14{,}13 = 1{,}5^2 \cdot 3{,}14 \cdot h_K$
$14{,}13 = 7{,}065 \cdot h_K \quad | : \blacksquare$
$\bullet = h_K$
Höhe des Körpers: $\bullet$ *dm*

5 Erkläre den Lösungsablauf und rechne dann ebenso.

a) Eine Konservendose hat bei einem Durchmesser von 9,8 cm ein Fassungsvermögen von 850 cm³. Wie hoch ist die Dose? Runde auf zwei Kommastellen.

b) In ein quaderförmiges Aquarium, das 9 dm lang und 4,5 dm breit ist, werden 243 l Wasser gegossen. Wie hoch steht das Wasser?

c) Für einen Betonpfeiler mit quadratischem Querschnitt (Kantenlänge 30 cm) werden 1,08 m³ Beton benötigt. Wie hoch ist der Pfeiler?

d) Das Satteldach eines Hauses ist 12,9 m breit und 15 m lang. Es umschließt einen Raum von 677,25 m³. Wie hoch ist der Giebel?

TIPP! *In die Formel einsetzen, dann vereinfachen und umformen.*

6

Ein quaderförmiger Briefbeschwerer aus Marmor ($\rho = 2{,}8\ \frac{g}{cm^3}$) ist 12 cm lang, 7 cm breit und 2 cm dick. Berechne seine Masse.

Gegeben: $a = 12\ cm$; $b = 7\ cm$
$c = 2\ cm$; $\rho = 2{,}8\ \frac{g}{cm^3}$
Gesucht: m
Lösung: $m = V \cdot \rho$
$m = a \cdot b \cdot c \cdot \rho$
$m = \blacksquare$

Erkläre und vervollständige den Lösungsweg, löse dann ebenso.

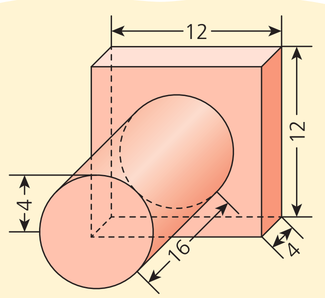
a) Ein Zylinder mit $r = 2\ cm$ und $h_K = 4{,}8\ cm$ ist aus Kupfer ($\rho = 8{,}9\ \frac{g}{cm^3}$) gefertigt. Berechne seine Masse. Runde auf eine Kommastelle.

b) Ein Würfel aus Kork ($\rho = 0{,}25\ \frac{kg}{dm^3}$) hat die Kantenlänge 5 dm. Berechne seine Masse.

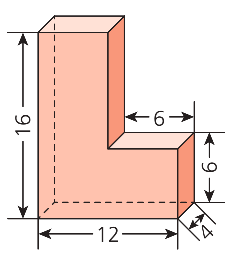
c) Eine Tischplatte aus Eichenholz ($\rho = 0{,}8\ \frac{g}{cm^3}$) ist 1,40 m lang und 1,10 m breit. Ihre Stärke beträgt 6 cm. Berechne die Masse der Tischplatte in Kilogramm.

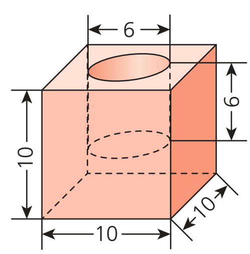
TIPP! *Achte immer auf gleiche Maßeinheiten.*

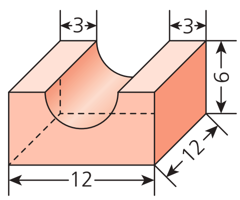
7 Vervollständige die Rechnung und bearbeite dann ebenso (Maße in cm).

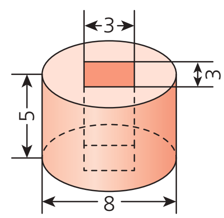


$V = V_{Qu} + V_Z$
$V = a \cdot b \cdot c + r \cdot r \cdot \pi \cdot h_K$
$V = 12 \cdot 4 \cdot 12 +$
$V = 576 +$

a)


b)


c)


d)


Lösungen zu 5 bis 7:		
470,4	536,6	528
6	830,44	73,92
206,2	11,27	694,44
7	1 379,84	12
31,25		

Mit Formeln der Prozent- und Zinsrechnung rechnen

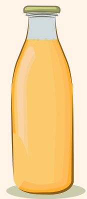
$P = G \cdot p$

$Z = K \cdot p$

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360}$

$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{12}$

Ⓐ



Statt 14,99 €
jetzt 13,99 €!
1 € gespart!

Wie viel Prozent des ursprünglichen Preises muss man zahlen? Runde auf eine Kommastelle.

Ⓑ

Sehr günstiger Kredit

Bei uns zahlen Sie für 10 000 € nur 120 € Zinsen im Monat.

Frau Schwarz überlegt: „Ist das wirklich so günstig?“ Berechne den Zinssatz.

1 a) Die Formeln für die Prozent- und Zinsrechnung kennst du schon. Erläutere die dabei vorkommenden Variablen.

b) Welche Lösungsschritte von Seite 88 können für die Prozent- und Zinsrechnung übernommen werden? Besprich dich mit deinem Partner und bearbeite dann die Aufgaben Ⓐ und Ⓑ entsprechend.

TIPP!

Gegebene Angaben in die Formel einsetzen, gegebenenfalls erst vereinfachen und dann umformen.

2 Berechne fehlende Angaben mithilfe der Prozentformel.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Grundwert G	51,60 €	29,80 €	■	50 kg	70 l	■
Prozentsatz p	2,5 %	■	32,5 %	3,2 %	■	17,5 %
Prozentwert P	■	1,49 €	162,5 t	■	5,6 l	35 m

Lösungen zu 1 bis 3:

500	2 162	8
8 010	93,3	20
200	1,6	1,29
14,4	5	

3 a) Ein Handwerker kauft Werkzeuge für 2 300 € ein. Wie viel muss er zahlen, wenn er einen Treuerabatt von 6 % erhält?

b) Sonnenschirme werden in einem Baumarkt von 87,50 € auf 70 € herabgesetzt. Wie viel Prozent beträgt der Preisnachlass?

c) Ein Unternehmer muss für eine Materiallieferung 8 450,55 € bezahlen, da die Preise um 5,5 % angehoben wurden. Wie viel hätte er vor der Verteuerung bezahlen müssen?

4 Berechne die fehlenden Werte mithilfe der jeweiligen Zinsformel.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	3 600 €	■	5 500 €	15 000 €	■	72 000 €
Zinssatz p	0,85 %	1,2 %	■	1,5 %	0,75 %	1,5 %
Zeit t	1 Jahr	1 Jahr	10 Monate	7 Monate	200 Tage	■ Tage
Zinsen Z	■	150 €	55 €	■	20 €	300 €

Lösungen zu 4 und 5:

4800	1,2	131,25
100	121 155	12 500
2,5	30,60	22 762,50

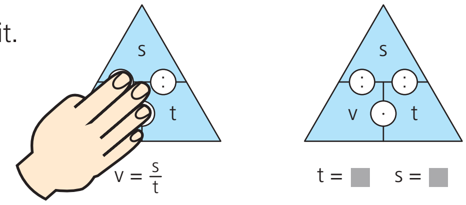
5 a) Familie Jarolim finanziert eine 13 200 € teure Einbauküche über einen Kredit. Nach fünf Monaten wird dieser zusammen mit 137,50 € Zinsen zurückgezahlt. Berechne, zu welchem Zinssatz die Bank den Kredit gewährt.

b) Ein Betrieb nimmt ein Darlehen über 120 000 € für ein Vierteljahr zu einem Zinssatz von 3,85 % auf. Welcher Betrag ist nach Ablauf des Vertrags zurückzuzahlen?

c) Frau Zeus legt ein Kapital zu einem Zinssatz von 1,5 % an. Nach neun Monaten und zehn Tagen betragen die Zinsen 262,50 €. Über welchen Betrag kann sie jetzt verfügen?

Mit Formeln aus Natur und Technik rechnen

1 Hier geht es um Weg, Zeit und Geschwindigkeit.
a) Ordne die Variablen s, t und v richtig zu.
b) Das Umstellen der Formel kannst du dir mithilfe eines Dreiecks erleichtern. Erkläre und notiere die umgestellten Formeln.



2 Berechne die fehlenden Größen.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Geschwindigkeit ($\frac{km}{h}$)	■	■	50	100	25	130
Weg (km)	24	450	■	■	75	325
Zeit (h)	4	$4\frac{1}{2}$	3	$5\frac{1}{4}$	■	■

Lösungen zu 2 und 3:

150	18,75	$2\frac{1}{2}$
140	6	$1\frac{1}{4}$
3	525	100

3 a) Wie weit kommt ein E-Bike-Fahrer in 45 min bei einer Geschwindigkeit von 25 $\frac{km}{h}$?
b) Wie schnell fährt ein Zug, der eine Strecke von 315 km in 2 h 15 min schafft?
c) Wie lange braucht ein Rollerblader für 15 km, wenn mit 12 $\frac{km}{h}$ fährt?

4 a) Von einem Ultramarathon spricht man, wenn die Strecke länger als 42,2 km ist. Bei einem solchen Lauf erreichte ein Läufer das Ziel nach 6,25 h. Er lief eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 11,52 $\frac{km}{h}$. Wie lang war der Ultramarathon?
b) Ein Marathonläufer legt 42,2 km in 3 h 14 min 15 s zurück. Berechne seine Durchschnittsgeschwindigkeit in $\frac{m}{s}$ und $\frac{km}{h}$. Runde jeweils auf zwei Kommastellen.
c) Ein Zug von 461 m Länge durchfährt den 10,65 km langen Arlbergtunnel mit einer Geschwindigkeit von 200 $\frac{km}{h}$. Wie viele Sekunden braucht er für eine Durchfahrt durch den Tunnel? Denke auch an die Zuglänge. Runde auf ganze Sekunden.

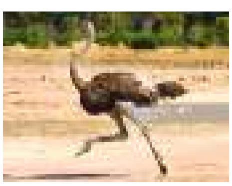
TIPP!
$\frac{km}{h} \xrightarrow{:\,3,6} \frac{m}{s}$
$\frac{m}{s} \xrightarrow{\cdot\,3,6} \frac{km}{h}$

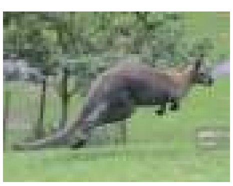
5 Der Schall breitet sich in der Luft mit einer Geschwindigkeit von 1 224 $\frac{km}{h}$ aus.
a) Berechne, wie viele Meter der Schall in einer Sekunde zurücklegt.
b) Wie lange dauert es, bis sich der Schall in Luft über eine Strecke von 1 000 m ausbreitet? Runde auf ganze Sekunden.
c) Zwischen dem Sehen eines Blitzes und dem Hören des Donners liegen 12 Sekunden. Wie viele Kilometer ist das Gewitter etwa entfernt?
d) Julia sieht den Blitz und zählt von 21 bis 25. Jetzt hört sie den Donner. Sie meint: „Das Gewitter ist ungefähr eineinhalb Kilometer entfernt." Hat sie recht? Begründe.
e) Auf einem Aussichtspunkt, der sich genau gegenüber einer großen Felswand befindet, rufst du laut „Schule". Das Echo kommt nach vier Sekunden zu dir zurück. Wie weit ist die Felswand etwa von dir entfernt?

Lösungen zu 4 und 5:

680	340	200
4	13,03	1,7
3	72	3,62

6 Findet verschiedene Aufgabenstellungen. Tauscht diese aus und löst sie.

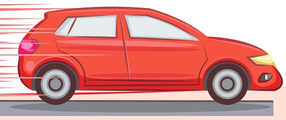

1 000 m in 45 s


100 m in 12,5 s


1 200 m in 1 min


$v = 10\ \frac{m}{s}$

Thema: ANHALTEWEG EINES KFZ



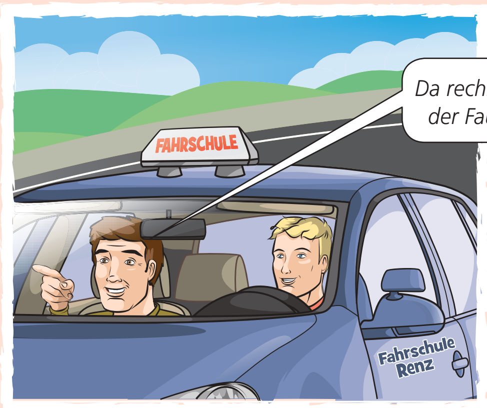
Erkennen der Gefahr — bis zum → Betätigen der Bremse — bis zum → Stillstand des Fahrzeugs

$\frac{\text{Geschwindigkeit}}{10} \cdot 3$ $\qquad$ $\frac{\text{Geschwindigkeit}}{10} \cdot \frac{\text{Geschwindigkeit}}{10}$

Reaktionsweg (R) $\qquad$ **Bremsweg (B)**

Anhalteweg (A)

Erkennen der Gefahr — bis zum → Stillstand des Fahrzeugs



Beispiel: Anhalteweg bei 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

$\frac{50}{10} \cdot 3 + \frac{50}{10} \cdot \frac{50}{10}$

$= 15 + 25 = 40\ (\text{m})$

1 In der Fahrschule

Mit der Skizze und dem Berechnungsbeispiel erklärt Fahrlehrer Renz seinen Fahrschülern die Faustformel für die Berechnung des Anhaltewegs eines Kfz bei besten Bedingungen.

a) Recherchiere und erkläre, was mit besten Bedingungen gemeint ist.
b) Welche Variable ist für die Faustformel entscheidend?
c) Notiere die Faustformel als Gleichung.

2 Anhalteweg bei besten Bedingungen

Geschwindigkeit	Anhalteweg
30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	18 m
80 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	■
100 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	■
130 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	■
150 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	■

Berechne jeweils den Anhalteweg.

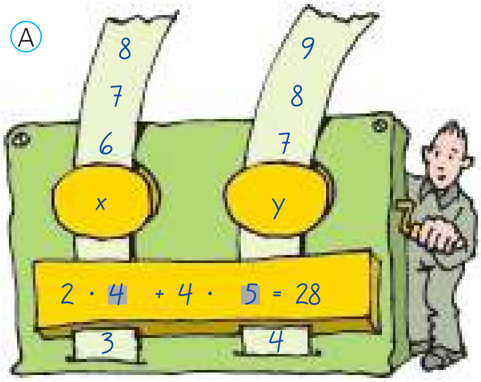
3

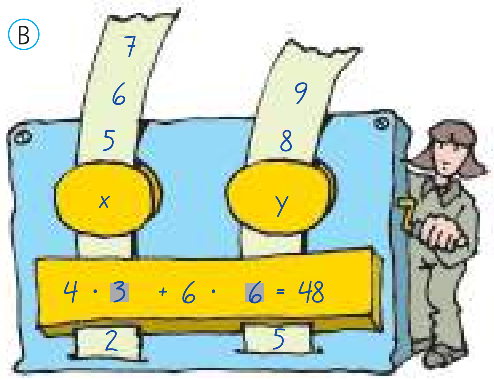
a) Erkläre.
b) Welche Faktoren können weiterhin den Anhalteweg beeinflussen? Recherchiere im Internet.

4 Gefahrbremsung

a) Findet Beispiele für solche Situationen.
b) Erkläre die Faustformel: Anhalteweg bei Gefahrbremsung = $\frac{\text{Geschwindigkeit}}{10} \cdot \frac{\text{Geschwindigkeit}}{10}$
c) Berechne jeweils den Anhalteweg bei Gefahrbremsung für die Geschwindigkeiten von Nummer 2.

Lineare Gleichungssysteme kennen lernen





(4|5) (3|6) (9|2) (6|4) (2|6) (12|1) (8|3) (0|8) (10|2) (12|0)

1 a) Welche der angegebenen Zahlenpaare sind Lösungen der Gleichung Ⓐ, welche Lösungen der Gleichung Ⓑ?
b) Welches Zahlenpaar haben beide Gleichungen gemeinsam als Lösung?

2 Ergänze so, dass die Zahlenpaare Lösungen der Gleichung sind.

a) $x + y = 12$
(5|■), (■|–2)

b) $2x + y = 20$
(6|■), (■|6)

c) $x - 2y = 8$
(■|8), (10|■)

d) $x - y = 13$
(5|■), (■|–3)

e) $2x + 3y = 48$
(12|■), (■|10)

f) $3y - 2x = 6$
(3|■), (■|6)

g) $4x - 3y = 0$
(3|■), (■|8)

h) $2\,(x + y) = 12$
(■|3), (–1|■)

> Zwei lineare Gleichungen bilden zusammen ein lineares Gleichungssystem.
> Das Zahlenpaar, das beide Gleichungen erfüllt, ist die Lösung des Gleichungssystems.

lineares Gleichungssystem

3 Welches Zahlenpaar gilt für beide Gleichungen als Lösung?

Gleichung I	$x + 2y = 8$	Lösungen: (0|4), (2|3), (4|2), (6|1), (8|0), (10|–1)
Gleichung II	$x + y = 6$	Lösungen: (0|6), (1|5), (2|4), (3|3), (4|2), (5|1), (6|0)

4 a) Bestimme das Zahlenpaar, welches die Lösung für das Gleichungssystem ist.

Gleichung I: $y = 2x + 6$							
x	0	1	2	3	4	5	6
y	6	9	10	12	14	16	18

Gleichung II: $y = 4x - 4$							
x	0	1	2	3	4	5	6
y	–4	0	4	8	12	16	20

b) Lege ebenso Tabellen an und probiere systematisch, die Lösung des Gleichungssystems zu bestimmen.

Ⓐ I $y = 2x$
II $y = 3 - x$

Ⓑ I $y = 3x + 1$
II $y = 5x - 5$

Ⓒ I $y = -4x - 4$
II $y = 2x - 10$

Ⓓ I $3x + 2y = 16$
II $2x + 3y = 19$

Ⓔ I $x = 6 - y$
II $x - y = 2$

Ⓕ I $y - 2x + 1 = 0$
II $y + x - 5 = 0$

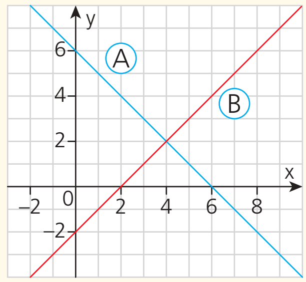
Lösungen zu 4:		
(1|–8)	(2|5)	(4|2)
(2|3)	(1|2)	(3|10)
(5|16)		

Gleichungssysteme zeichnerisch lösen

Gleichungssystem

I $y = -x + 6$
II $y = x - 2$

Beide Graphen zeichnen und Koordinaten des Schnittpunktes ablesen
(■|▲)



Lösung durch Einsetzen in die Ausgangsgleichungen überprüfen
I ▲ = – ■ + 6
II ▲ = ■ – 2

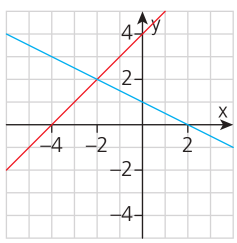
1 a) Ordne den Graphen Ⓐ und Ⓑ die entsprechenden Funktionsgleichungen zu.
b) Lies die Koordinaten des Schnittpunktes der beiden linearen Funktionsgleichungen ab und überprüfe durch Einsetzen.

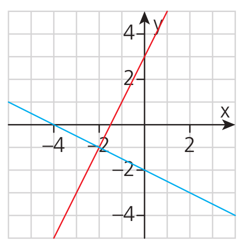
zeichnerisches Lösungsverfahren

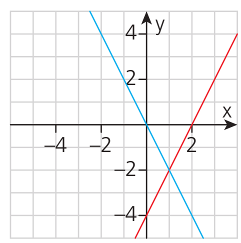
> Bei der zeichnerischen Lösung eines linearen Gleichungssystems zeichnet man die Graphen beider Funktionsgleichungen in ein Koordinatensystem. Die Koordinaten des Schnittpunktes beider Graphen entsprechen der Lösungsmenge des Gleichungssystems.

Lösungen zu 1 bis 4:		
(4|5)	(2|3)	(1|–2)
(4|2)	(3|2)	(6|1)
(–2|–1)	(4|2)	(3|1)
(–2|4)	(–2|2)	

2 Ordne die Gleichungssysteme den Schaubildern zu. Ermittle die Koordinaten der Schnittpunkte und überprüfe die Lösung.

Ⓐ


Ⓑ


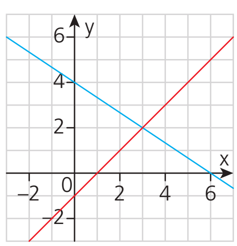
Ⓒ


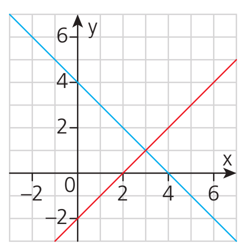
① I $y = -0{,}5x + 1$
II $y = x + 4$

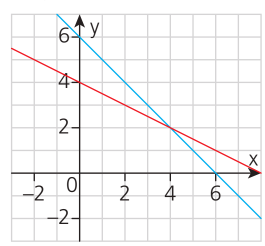
② I $y = -2x$
II $y = 2x - 4$

③ I $y = 2x + 3$
II $y = -0{,}5x - 2$

3 Gib jeweils die beiden Funktionsgleichungen und die Koordinaten des Schnittpunktes an. Überprüfe dann durch Einsetzen, ob die Koordinaten die Gleichungen erfüllen.

a)


b)


c)


4 Stelle das Gleichungssystem zeichnerisch dar und gib die Koordinaten des Schnittpunktes der beiden Geraden an. Überprüfe durch Einsetzen.

a) I $y = 2x - 1$
II $y = -x + 5$

b) I $y = -x + 2$
II $y = -3x - 2$

c) I $y = 2x - 3$
II $y = 1{,}5x - 1$

d) I $y = 0{,}5x - 2$
II $y = -0{,}5x + 4$

5

Gleichungssysteme

Ⓐ I $y - 3 = -2$
II $y - 6 = x$

Ⓑ I $x + y = 3$
II $4x + 2y = 18$

In die Form $y = mx + t$ umformen

Ⓐ I $y = 3x - 2$
II $y =$ ___

Ⓑ I $y =$ ___
II $y =$ ___

Graphen zeichnen und Koordinaten des Schnittpunktes ablesen

Ⓐ (▲|■)

Ⓑ (⬟|⬢)

Lösung durch einsetzen in die Ausgangsgleichungen überprüfen

a) Nicht immer kommen Gleichungen schon in der Form $y = mx + t$ vor. Sie müssen dann erst umgeformt werden. Ergänze die fehlenden Umformungen.

b) Zeichne jedes Gleichungssystem in ein Koordinatensystem. Lies jeweils die Koordinaten des Schnittpunktes ab und überprüfe durch Einsetzen.

6 Forme jeweils in die Form $y = mx + t$ um und ermittle den Schnittpunkt zeichnerisch.

a) I $2x + y = 6$
II $x - y = -3$

b) I $y + 9 = x$
II $3x + y = 3$

c) I $2x + y = 2$
II $y - 1 = -3x$

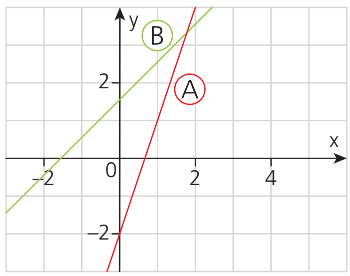
d) I $-0{,}5x + y = 2$
II $-1{,}5x + y = -2$

Lösungen zu 5 und 6:		
(3|–6)	(4|10)	(1|4)
(–1|4)	(4|4)	(6|–3)

7 a) Ordne die Funktionsgleichungen den Graphen zu.
I $y - x = 1{,}5$ II $y + 2 = 3x$

b) Lies die Koordinaten des Schnittpunktes ab. Erläutere, welchen Nachteil das zeichnerische Lösen eines Gleichungssystems haben kann. Besprich dich dazu mit deinem Nachbarn.

c) Überprüfe die Lösung durch Einsetzen.



8 Nicht bei allen Gleichungssystemen kann man die Lösung zeichnerisch exakt bestimmen. Zeichne und notiere die Koordinaten des Schnittpunktes näherungsweise.

a) I $y = 0{,}2x - 4$
II $y = -3x + 4$

b) I $y = 2x + 3{,}5$
II $y = x + 5$

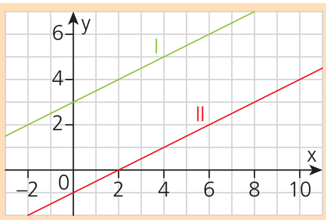
c) I $y = 3x + 2{,}4$
II $y = 4x + 1{,}2$

d) I $y + 5x = 0{,}2$
II $y - 1{,}5x - 9{,}3 = 0$

Lösungen zu 7 und 8:		
(–1,4|7,2)	(1,5|6,5)	(1,75|3,25)
(1,2|6)	(2,5|–3,5)	

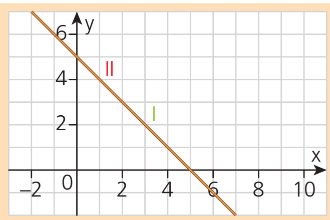
9

①



Die beiden Geraden verlaufen parallel. Sie haben keinen Schnittpunkt. Das Gleichungssystem hat keine Lösung.

②



Die beiden Gleichungen sind identisch. Jedes Zahlenpaar erfüllt die Gleichungen I und II. Es gibt unendlich viele Lösungen.

a) Wie kann man an den Gleichungen erkennen, dass das Gleichungssystem keine Lösung bzw. unendlich viele Lösungen hat?

b) Stellt zu ① und ② passende Gleichungssysteme auf. Vergleicht eure Ergebnisse.

c) Diese Gleichungssysteme haben keine bzw. unendlich viele Lösungen. Erkläre. Überprüfe mithilfe der Zeichnung.

Ⓐ I $y = 3x + 2$
II $3x = y - 2$

Ⓑ I $x = 5 - y$
II $2x = 10 - 2y$

Ⓒ I $y - 2x = 4$
II $2x = 4 + y$

Ⓓ I $2x + y - 3 = 0$
II $2y = 6 - 4x$

Das Gleichsetzungsverfahren anwenden

Gleichungssystem	Terme gleichsetzen	Erste Variable berechnen	Zweite Variable berechnen: x in I	Lösung angeben
I $y = 2x + 4$ II $y = 3x + 3$	I = II $2x + 4 = 3x + 3$	$2x + 4 = 3x + 3$ $\Rightarrow x = 1$	I $y = 2 \cdot 1 + 4$ $y = 6$	Lösung: $(1\|6)$

Gleichsetzungsverfahren

1 a) Erkläre anhand des Beispiels das Gleichsetzungsverfahren.
b) Zur Berechnung von y könnte man die Lösung für x auch in die Gleichung II einsetzen. Prüfe nach.

TIPP!
$y = y$
$x = x$

Lösungen zu 2:		
(6|−3)	(12|20)	(7|26)
(10|4)	(3|10)	(1|12)
(5|15)	(4|10)	

2 Löse die Gleichungen mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

a) I $y = 2x + 4$ II $y = 3x + 1$
b) I $y = 3x - 2$ II $y = x + 6$
c) I $y = -2x + 9$ II $y = -x + 3$
d) I $y = 4x - 2$ II $y = 3x + 5$
e) I $y = 3x + 9$ II $y = 5x + 7$
f) I $x = y - 10$ II $x = 5y - 70$
g) I $x = y - 8$ II $x = 3y - 48$
h) I $x = 2y + 2$ II $x = 3y - 2$

3 Kommen Gleichungen nicht in der Form $y = mx + t$ vor, müssen sie erst entsprechend umgeformt werden. Erkläre das Beispiel, ermittle die Lösung dazu und arbeite ebenso.

Gleichungssystem	I $y + x = 5$ II $y - 2x = -4$
Beide Gleichungen nach y auflösen	I $y = 5 - x$ II $y = -4 + 2x$
Gleichsetzen und lösen	I = II

a) I $y - 2x = 6$ II $y = 6x + 2$
b) I $9x + y = 17$ II $3x + y = 5$
c) I $2x - y = 4$ II $6x - 2y = 16$
d) I $15x + 5y = 25$ II $2x + 3y = -6$
e) I $x + 2y = 5$ II $5x + 6y = 21$
f) I $2x + 7y = 1$ II $x + 5y = -1$

Lösungen zu 3 bis 5:		
(3|1)	(4|−1)	(1|8)
(3|−4)	(6|4)	(5|2)
(2|−1)	(4|4)	(−7,5|−2)
(5|6)	(5|3)	(0|2,5)
(8|4)	(2|2)	(0,5|6)
(1,4|4,16)	(3|2)	

4 Sonderfälle. Erkläre die Beispiele und löse sie. Arbeite dann ebenso.

A	B
I $-7x + 5y = 11$ II $5y + 3x = 25$	I $3x - 2y = -10{,}5$ II $7{,}5 + 3x = 1{,}5y$
I $5y = 11 + 7x$ II $5y = 25 - 3x$	I $3x = -10{,}5 + 2y$ II $3x = 1{,}5y - 7{,}5$
I = II	I = II

a) I $2y - 2 = x$ II $2y + 22 = 5x$
b) I $4x + 2y = 26$ II $4x - 2y = 14$
c) I $3x - 2y = 11$ II $27 + 3x = 21y$
d) I $5x - 49 = -4y$ II $3x + 4y = 39$
e) I $8y = 3{,}2x + 8$ II $1{,}6x = 8y + 4$
f) I $5x + 6y = 15$ II $10y - 25 = 5x$

5 Stelle das Gleichungssystem auf und löse.

a)
I Die Zahl x ist doppelt so groß wie die Zahl y.
II Die Zahl x ist um 4 größer als die Zahl y.

b)
I Das Vierfache von y ist gleich der Summe aus x und 6.
II Das Vierfache von y ist um 4 größer als das Doppelte von x.

Das Einsetzungsverfahren anwenden

Gleichungssystem	II in I (oder I in II) einsetzen	Erste Variable berechnen	Zweite Variable berechnen: x in II	Lösung angeben
I $y + 2 = 2x$ II $y = x + 3$	$x + 3 + 2 = 2x$	$x + 5 = 2x$ $5 = x$	II $y = 5 + 3$ $y = 8$	Lösung: (5|8)

Einsetzungsverfahren

1 a) Eine weitere Möglichkeit, Gleichungssysteme zu lösen, ist das Einsetzungsverfahren. Erkläre.

b) Zur Berechnung von y könnte man die Lösung für x auch in die Gleichung I einsetzen. Prüfe nach.

2 Löse die Gleichungssysteme mit dem Einsetzungsverfahren.

a) I $3x + y = 25$; II $y = 2x$
b) I $x + 2y = 15$; II $y = 7x$
c) I $5 - x = y$; II $2x - y = 7$
d) I $3x = 14 - y$; II $y = x - 2$
e) I $2x = 2y - 6$; II $x = 2y + 3$
f) I $4x + 3y = 42$; II $x = y + 7$
g) I $3x + 2y = 2$; II $x = 10 - 3y$
h) I $3x + 8y = 48$; II $4y - 4 = x$

Lösungen zu 2:

(8|3)	(–9|–6)	(–2|4)
(1|7)	(4|2)	(4|1)
(5|10)	(9|2)	

3 Kommen Gleichungen nicht in der Form $y = mx + t$ vor, müssen sie erst entsprechend umgeformt werden. Erkläre das Beispiel, ermittle die Lösung dazu und arbeite ebenso.

Gleichungssystem	I $6x + 2y = 28$ II $-x + y = -2$
Eine Gleichung nach einer Variablen umformen	II $y = x - 2$
Einsetzen und lösen	II in I

a) I $2y = 4x + 4$; II $7x - 5y = -1$
b) I $y - x = 25$; II $3y = 3 - 3x$
c) I $x + 3y = 5$; II $x - 2y = 10$
d) I $2x = 3y - 3$; II $x - 3y = -9$
e) I $4y - 2x = 16$; II $4x - 5y = -2$
f) I $x - 2y = -4$; II $x - y = 5$

Lösungen zu 3 bis 5:

(–3|–4)	(–12|13)	(–1|2)
(8|–1)	(4|5)	(–12|16)
(6|5)	(4|2)	(12|10)
(14|9)	(5|3)	(2|12)
(15|–25)	(3|–2)	(4|2)
(8|3)	(10|1)	

4 Gelegentlich kann es vorteilhaft sein, eine der beiden Gleichungen nach einem Vielfachen von x oder y aufzulösen. Erkläre die Beispiele, löse dann ebenso.

A	B
I $3x + 8y = 48$ II $-2x + 8y = 48$	I $7x - 8y = 62$ II $7x + 8y = 78$
II $8y = 2x + 8$	I $7x = 62 + 8y$
II in I	I in II

a) I $2x + 3y = 24$; II $2x + 5y = 56$
b) I $6x - 12y = -30$; II $20x - 12y = -44$
c) I $3x + 4y = 32$; II $3x + 7y = 47$
d) I $3x + 7y = 26$; II $3x - 4y = 4$
e) I $3x - 2y = 13$; II $5x - 2y = 19$
f) I $12x + 7y = 5$; II $15x + 7y = 50$

5 Stelle das Gleichungssystem auf und löse.

a)
I Das Doppelte von x ist um 8 kleiner als y.
II Die Summe beider Zahlen beträgt 14.

b)
I Das Doppelte von x vermehrt um das Dreifache von y ist 19.
II Das Doppelte von x vermindert um das Dreifache von y ist 1.

Das Additionsverfahren anwenden

Gleichungssystem	Gleichungen addieren: I + II	Erste Variable berechnen	Zweite Variable berechnen: x in I	Lösung angeben
I $9x - 3y = 3$ II $4x + 3y = 23$	$9x - 3y = 3$ $\underline{4x + 3y = 23}$ $13x \quad = 26$	$13x = 26$ $x = \blacksquare$	I $9 \cdot \blacksquare - 3y = 3$ $y = \blacktriangle$	Lösung: $(\blacksquare \mid \blacktriangle)$

Additionsverfahren

1 Erkläre anhand der Abbildungen, wie man mithilfe des Additionsverfahrens die Lösung des Gleichungssystems ermittelt und vervollständige den Lösungsweg.

Lösungen zu 2 und 3:	
(15,5|–12,5)	(5|3)
(11|–14)	(8|2)
(15|22,75)	(3|3)
(–1,5|3)	(–2|0,5)
(5|1)	(10|1)
(3|7)	(5|3)
(9|2)	

2 Bestimme ebenso die Lösung der Gleichungssysteme.

a) I $2x - 2y = -5$
II $4x + 2y = -7$

b) I $15x + 11y = 78$
II $15x - 11y = 12$

c) I $5y = 10 - x$
II $-5y = 20 - 5x$

d) I $18 = 3x + y$
II $7 = 2x - y$

e) I $2x - 5y = 8$
II $-2x + 11y = 4$

f) I $-3x + 2y = -9$
II $3x + 7y = 36$

g) I $3x - 4y - 16 = 0$
II $10x + 4y - 88 = 0$

h) I $7x - 8y = 62$
II $7x + 8y = 78$

i) I $6x - 2y = 4$
II $-6x + 5y = 17$

3 Multipliziere eine Gleichung mit (–1) und wende dann das Additionsverfahren an.

a) I $y - 2x = 6$
II $y + 6 = -6x$

b) I $4y - 3x = 46$
II $4y - 7x = -14$

c) I $6x + 4y = 10$
II $7x + 4y = 21$

d) I $6x + 8y = -7$
II $6x + 2y = 68$

Lösungen zu 4 und 5:		
(2|13)	(1|3)	(10|1)
(6|3)	(37|24)	(8|2)
(4|6,4)	(–2|–1)	(1|–2,5)
(–15|7)	(5|–1)	(7|15)
(–6|4)	(2|–2)	

4 Bei manchen Gleichungssystemen muss man zuerst eine der beiden Gleichungen äquivalent umformen. Erkläre das Beispiel und vervollständige, rechne dann ebenso.

I $2x + 3y = 11 \quad | \cdot (-4)$
II $8x - 2y = 2$

I $-8x - 12y = -44$
II $8x - 2y = 2$

I + II
$-8x - 12y + 8x - 2y = -44 + 2$
$\Rightarrow y = 3$

y in I eingesetzt:

a) I $9x + 6y = 96$
II $-20x + 3y = -1$

b) I $4x - 3y = -5$
II $3x + y = 6$

c) I $3x - 14 = 5y$
II $x + y - 10 = 0$

d) I $2y - 1{,}4x = 0{,}8$
II $y + 7x + 15 = 0$

e) I $5y - 2x = 24$
II $2{,}5y + 3x = 28$

f) I $9x + 4y = 66$
II $3x - 5y = 3$

g) I $8x - 18 - 4y = 0$
II $-2y + 5x = 10$

h) I $2x - 9y = 11$
II $20 + 22y - 4x = 2$

i) I $7x + 3y = -30$
II $8x + 6y = -24$

j) I $5x + 2y = 23$
II $4y - 6x = -34$

k) I $6y + 2x = 12$
II $2y + 2x = -16$

l) I $2y - 4x = 2$
II $2y - 16 = 2x$

5 Stelle das Gleichungssystem auf und löse.

a)
I Die Summe von x und y beträgt 61.
II Subtrahiert man y von x, erhält man 13.

b)
I Die Differenz aus dem Dreifachen der ersten Zahl und einer zweiten Zahl ergibt 8.
II Die Summe aus dem Vierfachen der ersten Zahl und der zweiten Zahl ergibt 6.

Gleichungssysteme verschiedenartig lösen

I

x	y
12	

II

x	y · 1,5
16	

1 a) Wie viele Flaschen von jeder Sorte hat Maria gekauft? Erkläre die Skizzen, stelle ein Gleichungssystem auf und löse nach den drei Verfahren.

b) Welches Lösungsverfahren war für dich am günstigsten? Begründe.

Lösungen zu 1 bis 3:

(5|7)	(2|–4)	(6|5)
(4|8)	(13|1)	(–2|–3)
(7|2)	(4|–3)	(3|2)
(1|1)	(1|2)	(7|3)
(4|7,5)	(–5|20)	(8|2)
(–10|3)		

2 Wende die verschiedenen Lösungsverfahren an.

Gleichsetzungsverfahren

a) I $11y = 4x - 6$
II $11y = 9x - 41$

b) I $7x - 8y = 52$
II $7x = 3y + 37$

c) I $2x - 5 = 3y$
II $3x + 3 = y$

Einsetzungsverfahren

a) I $y = 2x - 3$
II $y - 3x = -8$

b) I $0 = 3y + 14 - x$
II $x = 5y + 22$

c) I $y = 3x - 13$
II $8x - 78 = -6y$

Additionsverfahren

a) I $5x + 5y = 50$
II $5x - 5y = 20$

b) I $3x + 5y = 19$
II $7x + 5y = 31$

c) I $11x + 6y = 23$
II $7x + 8y = 23$

3 Löse mit einem Verfahren deiner Wahl.

a) I $3x + y = 5$
II $3y - 2x = 70$

b) I $x + 11 = 2y$
II $x + 56 = 8y$

c) I $3x - 5y - 14 = 0$
II $x + y - 10 = 0$

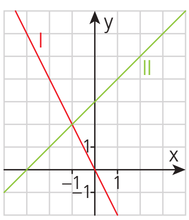
d) I $1{,}5a - 3b = -24$
II $-6a + 9b = 87$

e) I $-3p + 7q = 4$
II $8q + 3p = 11$

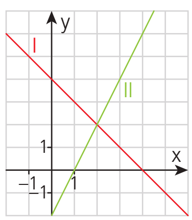
f) I $4z - 3y = -35$
II $6z - 2y = -20$

4 Überprüfe die grafische Lösung durch Rechnung und korrigiere gegebenenfalls.

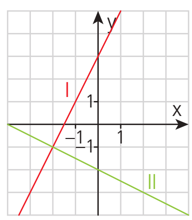
a) I $y - 2x = 0$
II $2y - 6 = 2x$



b) I $y + x = 4$
II $2y - 4 = -2$

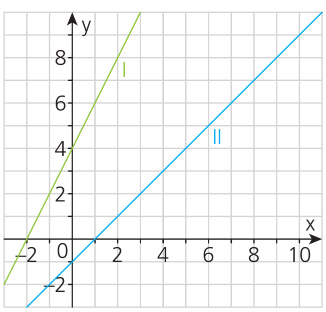


c) I $y - 2x - 3 = 0$
II $2y + x = -4$

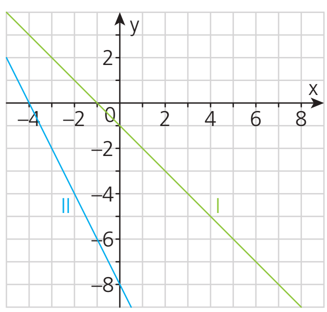


5 Bestimme jeweils die Geradengleichungen und berechne den Schnittpunkt der Geraden.

a)



b)



Sachaufgaben mit Gleichungssystemen lösen

Variablen festlegen:
Anzahl der Einzelzimmer: x
Anzahl der Doppelzimmer: y

Gleichungssystem aufstellen
I x + 2y = 30
II x + y = 21

Gleichungssystem lösen
I x = ___
I in II ___ = ___

Lösung angeben: (▰|▲)

Frage beantworten
Das Jugendhotel hat ▰ Einzel- und ▲ Doppelzimmer.

Lösungen zu 1 bis 4:		
(6|14)	(4|5)	(2,5|3,6)
(12|9)	(6|9)	(8|42)
(6|9)	(1,8|2,5)	(3,2|2,4)

1 Ein Jugendhotel kann 30 Gäste in Einzel- und Doppelzimmern unterbringen. Insgesamt sind 21 Zimmer vorhanden. Wie viele Einzel- und wie viele Doppelzimmer hat das Jugendhotel?

a) Im Text findet man zwei Aussagen, die das Aufstellen des Gleichungssystems ermöglichen. Erkläre.

b) Ergänze den Lösungsablauf und beantworte die Frage.

c) Berechne, wenn die Zahl der Doppelzimmer mit x festgelegt wird. Was stellst du fest?

2 a) In einer Jugendherberge gibt es nur Drei- und Fünfbettzimmer. Es sind insgesamt 15 Zimmer mit 63 Betten. Wie viele Drei- und wie viele Fünfbettzimmer hat die Jugendherberge?

b) In einer Pension stehen Einzel- und Zweibettzimmer zur Verfügung, insgesamt 20 Zimmer mit 34 Betten. Berechne die Anzahl der Einzel- bzw. Doppelzimmer.

c) Ein Schullandheim verfügt über Sechsbett-, Vierbett-, vier Zweibett- und drei Einzelzimmer. Insgesamt sind es 55 Betten in 16 Zimmern. Bestimme die jeweilige Anzahl der Sechsbett- bzw. Vierbettzimmer.

3 a) An der Kinokasse kauft Familie Gül eine Eintrittskarte für Kinder und zwei für Erwachsene. Familie Gül bezahlt dafür 24 €. Familie Jakob bezahlt 36 € für drei Kinderkarten und zwei Erwachsenenkarten. Wie viel kostet eine Karte jeweils?

b) Beim Besuch eines Bauernhofes entdeckt Susi ein Gehege, in dem sich Schweine und Hühner befinden. Tina zählt insgesamt 50 Köpfe und 116 Beine. Wie viele Hühner und Schweine sind es?

c) Zwei Tassen Kaffee und ein Stück Kuchen kosten 8,60 €, drei Tassen Kaffee und vier Stück Kuchen 21,90 €. Berechne den Preis für eine Tasse Kaffee bzw. ein Stück Kuchen.

4 a) Formuliere Texte, stelle Gleichungssysteme auf und löse.

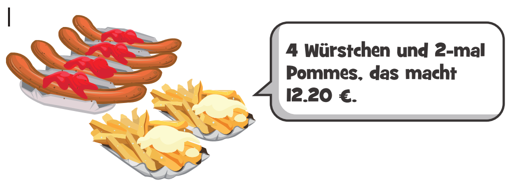
(A) Preis Paar Wiener: x Preis Brezel: y

I

II

(B) Preis Würstchen: x Preis Pommes: y

I



II

b) Findet selbst ähnliche Aufgaben, tauscht diese aus und löst sie.

5

Aussagen
I Vater war vor 8 Jahren dreimal so alt wie sein Sohn Tobias.
II In zwei Jahren wird Tobias halb so alt wie Vater sein.

Variablen festlegen

	Vater	Sohn
Alter heute	x	y
Alter vor 8 Jah.	x – 8	y – 8
Alter in 2 Jah.	x + 2	y + 2

Gleichungssystem aufstellen

I $x - 8 = (y - 8) \cdot 3$

II $x + 2 = (y + 2) \cdot 2$

Erkläre das Zustandekommen des Gleichungssystems. Berechne das jeweilige Alter.

Lösungen zu 5 und 6:		
(38|18)	(18|14)	(42|12)
(15|75)	(12|4)	

6 Stelle ein Gleichungssystem auf und ermittle das Alter der Personen.

a) Irmgards Großvater ist heute fünfmal so alt wie Irmgard. Vor fünf Jahren war er siebenmal so alt.

b) Fabian war vor zehn Jahren halb so alt wie Anja. In vier Jahren wird er so alt sein, wie Anja heute ist.

c) Thomas ist um vier Jahre mehr als doppelt so alt wie Silke. Vor zwei Jahren war er fünfmal so alt wie Silke.

d) Christian war vor sieben Jahren siebenmal so alt wie Simon. In drei Jahren wird er dreimal so alt sein wie Simon.

Lösungen zu 7 und 8:	
(6|10)	(120|0,28)
(12|6)	(12|6)
(1,25|0,75)	

7 Familie Bauer und Familie Reber gehen zusammen in den Zirkus. Familie Bauer zahlt für drei Erwachsene und vier Kinder insgesamt 60 €. Familie Reber zahlt für zwei Erwachsene und drei Kinder insgesamt 42 €. Wie viel kostet der Eintritt für einen Erwachsenen, wie viel für ein Kind?

a) Übertrage die Tabelle und ergänze sie.

	Preis pro Erw. (€)		Preis pro Kind (€)		Gesamtpreis (€)
I Familie Bauer	3x	+	4y	=	60
II Familie Reber	■	+	■	=	42

b) Erkläre, wie das Gleichungssystem entsteht.

c) Löse das Gleichungssystem und beantworte die Rechenfrage.

TIPP! *Tabellen gliedern Texte.*

8 Stelle ein Gleichungssystem auf und löse.

a) Familie Bösner (zwei Erwachsene und drei Kinder) und Familie Raab (drei Erwachsene und ein Kind) unternehmen einen Tagesausflug mit der Bahn. Beide Familien mussten für ihre Fahrkarten 42 € bezahlen. Berechne den Fahrkartenpreis für einen Erwachsenen und für ein Kind.

b) Andrea kauft neun Rosen und sieben Tulpen. Sie zahlt 16,50 €. Peter zahlt für neun Tulpen und sieben Rosen 15,50 €. Berechne jeweils den Einzelpreis der Blumen.

c) Lena kauft für ihre Geburtstagsparty Apfelsaft und Orangensaft, insgesamt 16 Flaschen. Eine Flasche Apfelsaft kostet 1,30 €, eine Flasche Orangensaft 1,45 €. Wie viele Flaschen kauft Lena von jeder Sorte, wenn sie 22,30 € bezahlt?

d) Für ein Wohnmobil zahlt man pro Tag eine Grundgebühr und einen Geldbetrag pro gefahrenem Kilometer. Familie Gruber zahlt 775 € für fünf Tage und 625 km. Familie Merl ist sieben Tage unterwegs und fährt insgesamt 1 025 km. Sie muss 1 127 € bezahlen. Berechne die Grundgebühr pro Tag und den Preis für einen Kilometer.

Mischungsaufgaben mit Gleichungssystemen lösen

Tee war in ganz Asien bereits lange vor unserer Zeitrechnung ein Zeichen für Freundschaft, Geselligkeit und Harmonie. So wurde beispielsweise jeder Gast mit einer Tasse Tee begrüßt. Teeliebhaber schätzen Teemischungen und deren besonderen Geschmack.

Gleichungssystem
I Gesamtgewicht Mischung: $x + y = \blacksquare$
II Gesamtpreis Mischung: $x \cdot ⬢ + y \cdot \blacktriangle = \blacksquare \cdot 22$

Lösungen zu 1 und 2:		
11	18	60
40	12	9

1 a) Erkläre und ergänze das Gleichungssystem.
b) Berechne, wie viele Kilogramm von jeder Sorte gemischt werden.
c) Ermittle die Menge jeder Teesorte, wenn die Sorte 1 pro kg 28 €, die Sorte 2 pro kg 24 € und 20 kg Mischung 516 € kosten.

2 Stelle das Gleichungssystem auf und bestimme die Menge von jeder Sorte.
Ein Großhändler will eine gute Kaffeesorte, das Kilogramm zu 16 €, mit einer billigeren Kaffeesorte, das Kilogramm zu 6 €, mischen. Es soll nach seinem Rezept 1,5-mal so viel von der billigeren Sorte verwendet werden wie von der teureren Sorte. Der Gesamtpreis der Mischung soll dabei 1 000 € betragen.

TIPP!
Bronze entsteht beim Verschmelzen von Kupfer und Zinn. Man spricht dabei von einer Legierung.

3 a) Erklärе und ergänze das Gleichungssystem.
b) Berechne, wie viel Kilogramm Kupfer und Zinn gemischt werden.
c) Wie viel Kilogramm von jedem Metall werden bei einem Gesamtgewicht von 4 800 kg und 35 Kupfer- sowie 15 Zinnanteilen gemischt?

Kupfer
39 Anteile: x kg

Zinn
11 Anteile: y kg

I Gesamtgewicht: $x + y = 5\,400$ kg
II Verhältnis: $\frac{39}{\blacksquare} = \frac{\blacktriangle}{y}$

Lösungen zu 3 und 4:		
20	0,75	3 360
1 440	1 188	100
0,25	4 212	80
60		

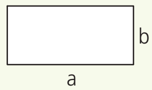
4 Stelle ein Gleichungssystem auf und löse.
a) Doris nimmt ein Bad und füllt die Badewanne mit 100 Liter Wasser. Sie misst eine Temperatur von 33° C. Wie viel Kaltwasser zu 25° C und Warmwasser zu 65° C waren dafür nötig?
b) Antonio möchte aus zwei Orangensäften mit einem Fruchtanteil von 60 % und 20 % einen Liter Saft mit einem Fruchtanteil von 30 % mischen. Wie viel von jeder Sorte muss er verwenden?
c) Florian macht ein Praktikum in einer Bäckerei. Er mischt Weizenmehl zu 0,68 € je kg mit Roggenmehl zu 0,60 € je kg und erhält das Backmehl für Weizenmischbrot. 1 kg der Mischung kostet 0,65 €. Nimmt er 60 kg Roggenmehl mehr und 60 kg Weizenmehl weniger, so erhält er die richtige Mischung für Roggenmischbrot. Der Preis für 1 kg dieser Mehlmischung beträgt 0,62 €. Wie viel Kilogramm von den beiden Mehlsorten muss Florian für die erste Mischung nehmen?

Geometrieaufgaben mit Gleichungssystemen lösen

Die Länge eines Rechtecks ist dreimal so groß wie die Breite. Sein Umfang beträgt 440 cm. Wie lang sind die Seiten?

Skizze

u = 440 cm



Aussagen

I Länge des Rechtecks ist dreimal so groß wie Breite.

II Umfang beträgt 440 cm.

Gleichungssystem

I $a = 3b$

II $440 = 2a + 2b$

1 Erkläre und löse.

2 Berechne die Seitenlängen des Rechtecks.

a) Die Länge ist um 24 m größer als die Breite. Der Umfang beträgt 78 m.

b) Die Länge ist 4 cm größer als die 1,5-fache Breite. Der Umfang beträgt 78 cm.

c) Der Umfang beträgt 40 cm. Verdoppelt man die beiden längeren Seiten, so entsteht ein neues Rechteck mit dem Umfang 64 cm.

Lösungen zu 1 bis 4:	
(25|14)	(15|20)
(9|14)	(31,5|7,5)
(165|55)	(28,8|14,4)
(57|81)	(12|8)
(63|54)	(71|38)

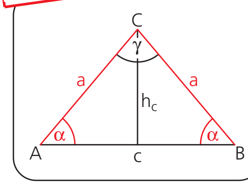
3 Berechne die Seitenlängen im gleichschenkligen Dreieck.

a) Der Umfang beträgt 50 cm. Die beiden Schenkel sind zusammen eineinhalbmal so lang wie die Basis.

b) Beide Schenkel sind zusammen 4 cm länger als die Basis. Der Umfang ist 32 cm.

c) Die Basis ist halb so lang wie ein Schenkel. Der Umfang beträgt 72 cm.

TIPP!



4 Berechne die Winkel im Dreieck.

a) In einem gleichschenkligen Dreieck ist der Basiswinkel um 9° größer als der Winkel an der Spitze.

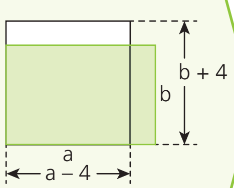
b) In einem gleichschenkligen Dreieck ist der Winkel an der Spitze um 33° kleiner als der Basiswinkel.

c) In einem Dreieck mit $\alpha = 42°$ ist γ um 24° größer als β.

5 Ein Rechteck hat einen Umfang von 42 cm. Verkürzt man die Länge um 4 cm und verlängert die Breite um 4 cm, so entsteht ein Rechteck mit 4 cm² weniger Flächeninhalt. Erkläre und löse.

Lösungen zu 5 und 6:		
(18|15)	(32|20)	(12|9)

Skizze



u = 42 cm

Aussagen

I Rechteck hat einen Umfang von 42 cm.

II Verkürzt man die Länge um 4 cm und verlängert die Breite um 4 cm, so entsteht ein Rechteck mit 4 cm² weniger Flächeninhalt.

Gleichungssystem

I $2a + 2b = 42$

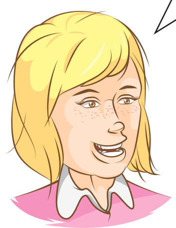
II $(a - 4) \cdot (b + 4)$
$= a \cdot b - 4$

6 Berechne die Seitenlängen des Rechtecks.

a) Verkürzt man eine Seite um 3 cm und verlängert die andere um 5 cm, so wächst der Flächeninhalt um 85 cm². Verlängert man die erste Seite um 5 cm und verkürzt die andere um 3 cm, so verringert sich der Flächeninhalt um 11 cm².

b) Verkürzt man die längere Seite um 6 cm und die kürzere Seite um 3 cm, entsteht ein Quadrat, dessen Fläche um 126 cm² kleiner ist als die des Rechtecks.

Reinquadratische Gleichungen lösen



$x^2 = 25$ | $x^2 - 3 = 6$ | $x^2 = 2{,}56$ | $b^2 = 196$ | $y^2 - 81 = 0$ | $x^2 = 0{,}04$ | $x^2 - 1{,}44 = 0$ | $a^2 = \frac{4}{9}$

1 a) Anna will die Variablen berechnen. Hat sie mit ihrer Aussage recht? Begründe.
b) Berechne die Variablen. Löse nach Möglichkeit im Kopf.

2 a) Vergleiche die Gleichung $6x^2 - 12 = 138$ mit den Gleichungsbeispielen bei Nr. 1.
b) Bringe das Ablaufschema in die richtige Reihenfolge. Ordne es den Lösungsschritten zu.

$$
\begin{aligned}
6x^2 - 12 &= 138 \quad &|+12\\
6x^2 &= 150 \quad &|:6\\
x^2 &= 25 \quad &|\sqrt{}\\
x_{1/2} &= \pm\sqrt{25}\\
x_1 &= +\sqrt{25} = 5\\
x_2 &= -\sqrt{25} = -5\\
6 \cdot 5^2 - 12 &= 138\\
6 \cdot (-5)^2 - 12 &= 138
\end{aligned}
$$

Dividiere beide Seiten durch die gleiche Zahl.

Addiere auf beiden Seiten die gleiche Zahl.

Mache die Probe.

Berechne die Lösungen.

Ziehe auf beiden Seiten die Wurzel.

reinquadratische Gleichungen

Gleichungen, bei denen die Variable nur als Quadratzahl vorkommt, nennt man reinquadratische Gleichungen.

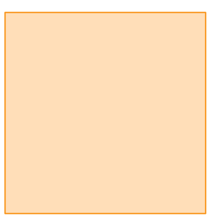
$6x^2 - 12 = 138$	$\vert +12$	Variable isolieren
$6x^2 = 150$	$\vert :6$	Durch Faktor vor der Variablen dividieren
$x^2 = 25$	$\vert \sqrt{}$	Radizieren
$x_{1/2} = \pm\sqrt{25}$		2 Lösungen beachten: Es gibt zwei Zahlen, deren Quadrat 25 ergibt.
$x_1 = +\sqrt{25} = 5$	$x_2 = -\sqrt{25} = -5$	Lösungen berechnen
$6 \cdot 5^2 - 12 = 138$	$6 \cdot (-5)^2 - 12 = 138$	Einsetzprobe durchführen
$L = \{5; -5\}$		Lösungsmenge angeben

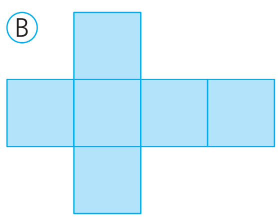
TIPP! Das Wurzelziehen wird in der Fachsprache Radizieren genannt.

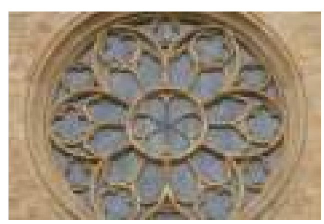
Lösungen zu 3 und 4:		
{5; –5}	{4; –4}	{6; –6}
{9}	{3; –3}	{18}
{10; –10}	{0,5; –0,5}	{7; –7}
{20; –20}	{11; –11}	{6}
{12; –12}	{9; –9}	{8; –8}

3 Erkläre, wie im Merkkasten reinquadratische Gleichungen gelöst werden und bestimme dann die Lösungsmenge ebenso.
a) $5x^2 = 45$ b) $7x^2 = 2\,800$ c) $4x^2 - 144 = 0$ d) $2y^2 - 50 = 0$
e) $-y^2 + 25 = -75$ f) $2x^2 - 242 = 0$ g) $6x^2 - 17 = 277$ h) $-0{,}3x^2 + 17 = -2{,}2$
i) $0{,}3x^2 - 24{,}3 = 0$ j) $92{,}5 = 12{,}5 + 5y^2$ k) $0{,}25x^2 - 9 = 27$ l) $1{,}4b^2 - 2{,}3 = -1{,}95$

4 Die Seitenlänge a bzw. der Radius r ist gesucht. Notiere jeweils eine Gleichung und gib die Lösungsmenge an. Begründe, warum hierbei negative Lösungen nicht sinnvoll sind.

(A)

a
a
$A = 36\ m^2$.

(B)

a
a
$A = 486\ cm^2$.

(C)

$A = 1\,017{,}36\ dm^2$.

$x^2 = 81$	$x^2 = 0$	$x^2 = -3$
$x_{1/2} = \pm\sqrt{81}$ $x_1 = 9 \quad x_2 = -9$	$x_{1/2} = \pm\sqrt{0}$ $x = 0$	
Für $x^2 > 0$ gibt es zwei Lösungen.	Für $x^2 = 0$ gibt es eine Lösung.	Für $x^2 < 0$ gibt es keine Lösung, da es (im bekannten Zahlenraum $\mathbb{R}$) keine Zahl gibt, deren Quadrat negativ ist.
$L = \{9; -9\}$	$L = \{0\}$	$L = \varnothing$

Fallunterscheidung:
zwei Lösungen
eine Lösung
keine Lösung

5 Erkläre die Fallunterscheidungen im Merkkasten. Löse dann ebenso und begründe.

a) $x^2 = 144$ b) $y^2 = -56$ c) $15 = y^2 + 15$ d) $x^2 = -\frac{4}{9}$
e) $2x^2 + 2 = 0$ f) $\frac{1}{3}m^2 - \frac{1}{3} = 0$ g) $-4{,}5 + z^2 = 4{,}5$ h) $5x^2 - 16 = -16$

6 Ermittle die Lösungsmenge.

a) $10z^2 - 810 = 0$ b) $3y^2 + 6 = -3$ c) $\frac{x^2}{4} = 16$
d) $1 - 12\,m^2 = 1 - 16\,m^2$ e) $-9x^2 + 0{,}8 = 169{,}8 - 10x^2$ f) $2z^2 + 2 = 3z^2 + 3$
g) $5a^2 + 127 = 2a^2 + 100$ h) $30t^2 + 10 + 3t^2 = 37t^2 - 26$ i) $8x^2 + 21 = -x^2 - 5$

Lösungen zu 5 und 6:

{9; –9}	{1; –1}	Ø
{3; –3}	Ø	Ø
{0}	{12; –12}	{0}
{8; –8}	{13; –13}	Ø
Ø	Ø	Ø
{0}	{3; –3}	

7 Löse die Klammern auf und bestimme die Lösungsmenge.

a) $2(3 + x^2) = 24$ b) $45 - 4z^2 = 0{,}5(z^2 - 54)$
c) $4b^2 + b^2 - 13 = (3 + b^2) \cdot 4$ d) $\frac{1}{2}(6 - s^2) + 37{,}5 - 4s^2 = 0$
e) $(x^2 + 16) : 4 + 0{,}25x^2 = -20$ f) $(5{,}5a^2 - 3{,}5) \cdot 1{,}5 = a^2 + 1{,}5(5{,}5a^2 - 3{,}5)$

Lösungen zu 7, 8 und 10:

{7; –7}	{19; –19}	{4; –4}
{3; –3}	{0,6}	Ø
{0}	{5; –5}	{3; –3}
{12; –12}		

8 Eine Terrasse hat eine Gesamtfläche von 10,8 m². Sie ist mit 30 gleich großen quadratischen Platten ausgelegt. Welche Seitelänge hat eine Platte?

9 Setze für die Variable a Zahlen ein, sodass die Gleichung zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung besitzt. Notiere jeweils drei Beispiele. Vergleicht diese.

a) $x^2 - a = 0$ b) $6y^2 = a$ c) $4x^2 + 2a = 0$ d) $\frac{1}{4}y^2 - 4a = 0$

10 Stelle Gleichungen auf und bestimme die Lösungsmenge.

A Dividierst du das Quadrat einer Zahl durch 2 und addierst zum Quotienten 20, so erhältst du die Hälfte von 401.

B Multipliziere die Differenz aus dem Quadrat einer Zahl und 23 mit 4. Als Ergebnis erhältst du 484.

C Das Vierfache einer Quadratzahl vermindert um 49 ist ebenso groß wie die Summe aus dem Zweifachen der Quadratzahl und 49.

11 Stellt zur jeweiligen Lösungsmenge reinquadratische Gleichungen auf. Vergleicht eure Ergebnisse.

a) $L = \{-3; 3\}$ b) $L = \{0\}$ c) $L = \{-0{,}5; 0{,}5\}$

Zwischenrunde

So schätze ich meine Leistung ein.

1 Terme umformen S. 78, 79

a) Vereinfache die Terme so weit wie möglich.
(A) $6 \cdot (4x + 10) - 4 \cdot (2x + 12) - 2x$
(B) $22y - (4{,}5 + 2{,}1y) + (14{,}4y - 28{,}4) : 4$

b) Vereinfache die Terme.
(A) $(x - 7) \cdot (y + 8)$
(B) $(a - 2{,}5) \cdot (4 - b)$

2 Gleichungen wertgleich umformen S. 80, 81

a) Löse die Gleichungen und mache die Probe.
(A) $27 - (6 - 5y) \cdot 2 = 9 \cdot (8 - 10y) + 19y + 24$
(B) $1{,}2 \cdot (16x - 8) - 3{,}6 \cdot (3x + 9) = 9{,}6x - 48$

b) Bestimme x.
(A) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} - 3 = \frac{3x}{10} + 1$
(B) $\frac{6x}{5} - \frac{4(x-2)}{3} - 6x + (x + 2) \cdot 4 = 0$

3 Gleichungen aufstellen und lösen S. 82, 83

a) Finde eine geeignete Rechenfrage und löse mithilfe einer Gleichung.
Sabine, Lena und Karin sammelten Geld für einen wohltätigen Zweck. Sabine bekam halb so viel wie Lena. Karin erhielt 8 € mehr als Sabine. Damit insgesamt 200 € zusammenkamen, spendete Sabines Mutter noch 10 €.

b) Stelle eine Gleichung auf, mit der man die gesuchte Zahl berechnen kann, und löse.
Teilt man die Summe aus dem 6-Fachen einer Zahl und 12 durch 3, so erhält man halb so viel, wie wenn man vom 8-Fachen der gesuchten Zahl 4 subtrahiert.

4 Bruchgleichungen aufstellen und lösen S. 85, 86, 87

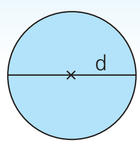
a) Bestimme den Definitionsbereich und löse.
(A) $\frac{9}{x} + 4 = \frac{27}{x} - 2$
(B) $\frac{x+2}{x-3} - \frac{x+8}{x-5} = 0$

b) Stelle eine Gleichungen auf, bestimme den Definitionsbereich und löse.
Dividiert man 10 durch die Differenz aus einer Zahl und 2, so erhält man den Quotienten aus 25 und der Summe aus der Zahl und 1.

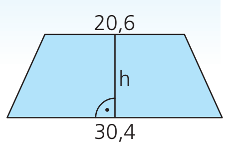
5 Mit Formeln rechnen S. 88, 89, 90, 91

a) Berechne die fehlenden Größen (Maße in cm).

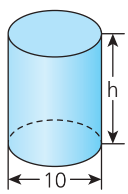
(A) $A = 176{,}625\ cm^2$



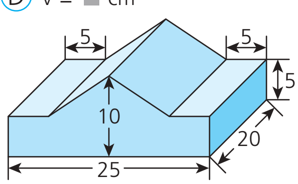
(B) $A = 229{,}5\ cm^2$



(C) $V = 1240{,}3\ cm^3$



(D) V = ■ cm³



b) Bestimme die gesuchte Größe jeweils mithilfe der passenden Formel.
(A) Bei einer Gehaltserhöhung von 2,8 % erhält Frau Ulrich 98 € mehr Gehalt. Berechne ihr neues Gehalt.
(B) Ein Bauherr nimmt bei seiner Bank ein Darlehen auf, für das er bei einem Zinssatz von 2,1 % für acht Monate 700 € Zinsen bezahlt. Berechne die Darlehenshöhe.
(C) Ein Autofahrer durchfährt innerhalb einer Ortschaft 800 Meter in einer Minute und 28 Sekunden. Die zulässige Höchstgeschwindigkeit beträgt dabei 50 $\frac{km}{h}$.

Selbsteinschätzungs-
bogen: 60013-07

6 Gleichungssysteme verschiedenartig lösen S. 94, 95, 96, 97, 98

a) Ⓐ Forme die beiden linearen Gleichungen in die Form $y = mx + t$ um.

I $x + 2y = 10$ II $x + y = 8$

Ⓑ Löse das Gleichungssystem zeichnerisch und gib die Lösungen an.

b) Löse die Gleichungssysteme rechnerisch. Wähle jeweils geschickt ein Verfahren.

Ⓐ I $3x - 2y = 4$
II $3x - y = 5$

Ⓑ I $8y + 10x = 4$
II $14y + 10x = 22$

7 Sachaufgaben mit Gleichungssystemen lösen S. 100, 101

a) Stelle ein Gleichungssystem auf und löse. Frau Schmid kauft bei der Gärtnerei Ritschel 16 Pflanzen und bezahlt 38 €.

Wie viele Pflanzen von jeder Sorte kauft sie?

b) Löse mithilfe eines Gleichungssystems. Ein Erlebnisbad hat unterschiedliche Preise für Kinder und Erwachsene. Zwei Erwachsene und drei Kinder müssen für ihre Tageskarten insgesamt 41,50 € bezahlen. Für einen Erwachsenen und zwei Kinder kosten die Tageskarten 24 €. Berechne den Einzelpreis einer Tageskarte für Erwachsene bzw. für Kinder.

8 Mischungsaufgaben mit Gleichungssystemen lösen S. 102

a) Stelle ein Gleichungssystem auf und löse. Ein Feinkosthändler mischt Kaffee nach dem Wunsch seiner Kunden.

	Sorte Ⓐ	Sorte Ⓑ	Preis pro kg
Mischung I	3 kg	2 kg	8,80 €
Mischung II	3 kg	5 kg	9,25 €

Wie teuer ist ein Kilogramm jeder Sorte?

b) Löse mithilfe eines Gleichungssystems. Ein Kaffeegroßhändler mischt 24 kg der Sorte „Exquisit“ und 16 kg der Sorte „Premium“. Er stellt auch eine Mischung her, bei der er 16 kg der Sorte „Exquisit“ mit 24 kg der Sorte „Premium“ mischt. Wie viel kostet 1 kg jeder Sorte?

9 Geometrieaufgaben mit Gleichungssystemen lösen S. 103

a) Stelle ein Gleichungssystem auf und löse. Sabrina fertigt aus einem 100 cm langen Draht einen rechteckigen Rahmen. Benachbarte Seiten sollen sich dabei um 10 cm unterscheiden. Welche Seitenlängen muss Sabrina wählen?

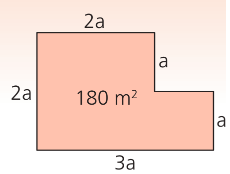
b) Löse mithilfe eines Gleichungssystems. Die Seiten a und c eines Trapezes unterscheiden sich um 3 cm. Seine Höhe misst 4,2 cm, der Flächeninhalt beträgt 25,2 cm². Berechne die Länge der Seiten a und c.

10 Reinquadratische Gleichungen lösen S. 104, 105

a) Bestimme jeweils die Lösungsmenge.

Ⓐ $x^2 = 42{,}25$
Ⓑ $16y^2 = 3\,844$
Ⓒ $5{,}5a^2 - 12{,}22 = 560$
Ⓓ $17x^2 + 65 = 12x^2 + 110$

b) Löse mithilfe einer Gleichung. Das skizzierte Grundstück soll umzäunt werden. Berechne seine Außenmaße.



Üben und vertiefen

Auf einen Blick

Produkte von Summen und Differenzen

$(a + b) \cdot (c + d)$

$= ac + ad + bc + bd$

$(a - b) \cdot (c - d)$

$= ac - ad - bc + bd$

Bruchterme

$\frac{5}{x}$ $\quad \frac{1}{x+2}$ $\quad \frac{3}{2(3x-1)}$

Keine Zahlen einsetzen, für die der Nenner null wird.

Lösen von Bruchgleichungen

$\frac{24}{x-2} = 6$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$ — Definitionsbereich D bestimmen

$\frac{^{1}\cancel{(x-2)} \cdot 24}{_{1}\cancel{x-2}} = (x-2) \cdot 6$ — Mit dem Hauptnenner multiplizieren und kürzen

$24 = 6x - 12$ — Variable schrittweise isolieren

$\Rightarrow 6 = x$

Lösen von Gleichungssystemen

Gleichsetzungsverfahren

I	$x - 2y = -1$
II	$x + 3y = 9$
I	$x = 2y - 1$
II	$x = 9 - 3y$
I = II	$2y - 1 = 9 - 3y$

Beide Gleichungen nach derselben Variablen auflösen

Gleichsetzen und lösen

Einsetzungsverfahren

I	$3y + x = 6$
II	$2y - 3x = 11$
I	$x = 6 - 3y$
II	$2y - 3x = 11$
I in II	$2y - 3(6 - 3y) = 11$

Eine Gleichung auflösen

Einsetzen und lösen

Additionsverfahren

I	$2y - 3x = 1 \quad | \cdot (-2)$
II	$4y - 5x = 3$
I	$-4y + 6x = -2$
II	$4y - 5x = 3$
I + II	$x = 1$

Umformen, sodass bei einer Variablen Gegenzahlen auftreten

Addieren und lösen

Lösen von reinquadratischen Gleichungen

$3x^2 + 5 = 17 \quad | -5$ — Variable schrittweise isolieren

$3x^2 = 12 \quad | :3$

$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\ }$ — Radizieren

$x_{1/2} = \pm\sqrt{4}$ — Zwei Lösungen beachten

$x_1 = 2 \qquad x_2 = -2$ — Zwei Lösungen berechnen

$L = \{2 | -2\}$ — Lösungsmenge angeben

1 Fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $9x - 2 + 17 - 8x - 12x - 19$
b) $9y - 5 - 7y - 18 + 12y - 12 - 23y$
c) $2(3x - 2) - (2 + 4x) \cdot 3$
d) $(2{,}8y - 4{,}2) \cdot 3 - (-4{,}9 + 2{,}2y)$
e) $4\left(1{,}5 + \frac{3}{4}x\right) - (2 - x) \cdot 4 - \frac{3}{5}$
f) $(12x - 18) \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \cdot (27x - 36)$

2 Multipliziere die Summen und Differenzen.

a) $(x + 3) \cdot (y + 2)$ b) $(4 + a) \cdot (3 + b)$
c) $(x - 4) \cdot (y + 2)$ d) $(6 + a) \cdot (b - 5)$
e) $(a - 7) \cdot (9 - b)$ f) $(8 - x) \cdot (1{,}5 - y)$
g) $(2x - 3) \cdot (3y + 6)$ h) $(7x + 2) \cdot (7y - 3)$

3 Übertrage ins Heft und ergänze die Tabelle. Für welche der eingesetzten Zahlen ist der Bruchterm nicht definiert?

		−3	−2	−1	0	1	2
a)	$\frac{5}{x}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{2}$	−5	–		
b)	$\frac{2}{x-2}$	$-\frac{2}{5}$					
c)	$\frac{6}{2x-8}$	$-\frac{6}{14}$					
d)	$\frac{3}{(x-1)(x+1)}$	$\frac{3}{8}$					

4 Gib den Definitionsbereich an und bestimme x.

a) $\frac{9}{x} + \frac{6}{2x} = -4$ b) $\frac{7}{3x} - \frac{5}{6x} = -\frac{1}{4}$
c) $\frac{9}{2x} - 2 = \frac{3}{2x} + 4$ d) $\frac{7}{3} + \frac{1-12x}{3x} = \frac{7}{x}$
e) $\frac{100}{x+2} - 1 = 9$ f) $\frac{4}{4+x} = \frac{2}{x-3}$

5 Löse das Gleichungssystem zeichnerisch.

a) I $y - x = 2$
II $y - 5 = -0{,}5x$

b) I $y - 4 = -2x$
II $-0{,}5 - y = -x$

6 Löse das Gleichungssystem rechnerisch. Wähle jeweils geschickt ein Verfahren.

a) I $y = 8x - 4$
II $y = 14 + 3x$

b) I $2y + 3x = 12$
II $y = 2x - 15$

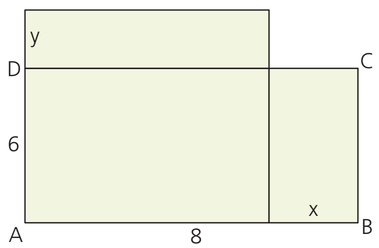
c) I $0{,}5x + y = 10$
II $-2x - y = -13$

d) I $22 = 4y + 2x$
II $4y + 5x = 31$

7 Bestimme jeweils die Lösungsmenge.

a) $x^2 = 169$ b) $4x^2 = 225$
c) $5y^2 - 38 = 682$ d) $3y^2 + 4 = 5y^2 - 68$

8



a) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks ABCD (Maße in cm).

b) Man erhält ein neues Rechteck, wenn man die Länge um x cm verkleinert und die Breite um y cm vergrößert. Notiere einen Term zur Berechnung des Flächeninhalts.

c) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks von b) für x = 2 cm und y = 3 cm.

9 Löse die Gleichungen.

a) $-9 \cdot (1 - x) + 15x = 16 \cdot (x + 4{,}5) - 65$

b) $28y - (3 - 4y) \cdot 10 = -40 + 6\,(y - 7) - 42y$

c) $82 - (44{,}5 + 0{,}625x) : 0{,}25 = (-2) \cdot (-6{,}5x + 17)$

d) $\frac{x}{2} - 4 \cdot (7 - x) = \frac{1}{5} \cdot (75 - 3x) + 8$

e) $\frac{7x - 18}{2} - 3x = \frac{2x - 4}{6} - \frac{1}{8} \cdot (4x - 16) + 3$

f) $\frac{3}{8}\,(12x - 16) - \frac{x}{2} - 12 = \frac{3}{4} - \frac{5}{4}\,(4 - x)$

10 Notiere jeweils die passende Formel und berechne die gesuchte Größe.

a) Quader
$V = 88\ \text{cm}^3$; $a = 5{,}5$ cm; $b = 4$ cm

b) Zylinder
$V = 141{,}3\ \text{cm}^3$; $h_K = 5$ cm

c) dreiseitiges Prisma
$V = 101{,}4\ \text{cm}^3$; $h = 4$ cm; $h_K = 7{,}8$ cm

11 Formuliere eine Rechenfrage, stelle eine Gleichung auf und löse diese.
In einem Freizeitpark erzielten die drei größten Attraktionen im Monat Juli insgesamt einen Gewinn von 97 200 €. Die Wildwasserbahn erwirtschaftete dreimal so viel wie die Westernarena und noch zusätzlich 2 400 €. Der Drachenlooping nahm halb so viel ein wie die Wildwasserbahn und die Westernarena zusammen.

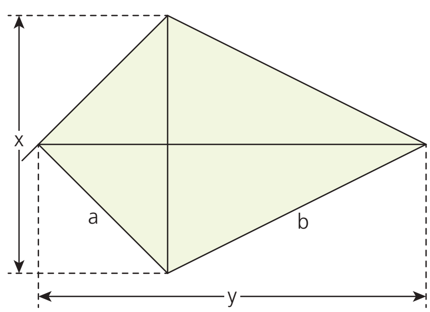
12 Berechne das jeweilige Alter.

13 Bestimme das Zahlenpaar, das die folgenden Bedingungen erfüllt.
Die Differenz zweier Zahlen ist 15. Addiert man das 5-Fache der kleineren Zahl zum 3-Fachen der größeren Zahl, so erhält man 29.

14

Wie viele Zwei- und wie viele Vierbettzimmer bietet das Jugendhotel?

15



a) Tim baut einen Drachen. Aus einer 160 cm langen dünnen Leiste stellt er das Diagonalkreuz her. In der Anleitung liest er, dass die Diagonallänge y das 1,5-Fache der Diagonallänge x sein muss. Welche Längen muss Tim wählen, wenn er die Leiste ganz verbrauchen will?

b) Die längeren Seiten eines Drachens sind um 26,3 cm länger als die kürzeren. Der Umfang beträgt 233,8 cm. Berechne die Länge der Seiten.

Abschlussrunde

1 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $24x + 13 - 9x - 22 - 16x + 8$

b) $8\,(4x - 2x) - (3x + 12) \cdot 2$

c) $(x - 5) \cdot (7 + y) - 8 + 6z$

d) $4\,(\frac{4}{5}y + 6) - (\frac{3}{10}y - 6) \cdot 5$

2 Bestimme die Variable.

a) $42y - (3 + 21y) \cdot 3 + 6 = 6 - y - 4$

b) $\frac{2x - 3}{2} + 3{,}5 = \frac{4}{3} \cdot (2x + 3) - x - \frac{x + 6}{2}$

3 Ermittle jeweils die Lösungsmenge.

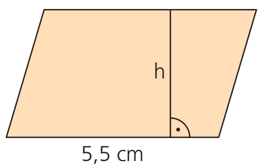
a) $8x^2 - 3{,}5 = 14{,}5$

b) $4y^2 + 8 = 8$

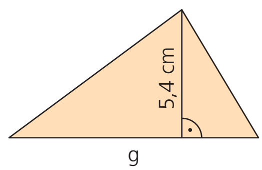
c) $2x^2 + 20 = -108$

4 Berechne die fehlende Größe.

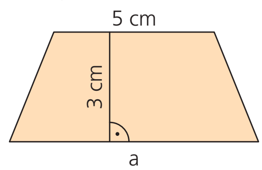
a) $A = 49{,}5\ \text{cm}^2$



b) $A = 20{,}52\ \text{cm}^2$

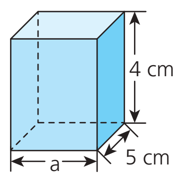


c) $A = 40{,}5\ \text{cm}^2$

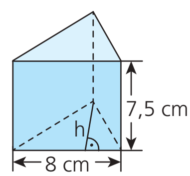


5 Jeder der abgebildeten Körper hat ein Volumen von $120\ \text{cm}^3$. Notiere jeweils die Formel für die Volumenberechnung des Körpers und berechne die gesuchte Größe.

a)



b)



6 Löse mithilfe einer Gleichung.
In der Diskothek Moonlight wurde eine Befragung zum Musikgeschmack der Gäste mit folgendem Ergebnis durchgeführt: Ein Sechstel der Befragten bevorzugt Metal, ein Drittel hört am liebsten Rockmusik. Für Hip Hop stimmten 28 Gäste mehr als für Rockmusik, die restlichen 38 mögen Techno. Wie viele der befragten Gäste entschieden sich jeweils für die einzelnen Musikrichtungen?

7 Löse das Gleichungssystem rechnerisch mit einem Lösungsverfahren deiner Wahl.

a) I $x + 3y = 57$
II $3x - 6y = -54$

b) I $2x + 3y = 9$
II $-3x + 2y = 19$

c) I $3y = x + 16$
II $8y = 10x + 28$

8 Bestimme den Definitionsbereich und löse.

a) $\frac{20}{x} - 13 = -9$

b) $\frac{2}{x} + 2 = \frac{1}{2x} + 2{,}75$

c) $\frac{4}{3x - 9} = \frac{13}{x - 3} + 1$

9 a) Frau Fischer bezahlt für 5 kg Äpfel und 3 kg Orangen 9,40 €, Herr Schirrmacher für 2 kg Äpfel und 1,5 kg Orangen 4,15 €. Berechne jeweils den Preis pro Kilogramm.

b) Verlängert man in einem Dreieck die Grundseite um 5 cm und die Höhe um 2 cm, so wird der Flächeninhalt um $65\ \text{cm}^2$ größer. Wird dieselbe Seite um 3 cm vergrößert und die Höhe um 2 cm verkleinert, so entsteht ein Dreieck, dessen Flächeninhalt $7\ \text{cm}^2$ kleiner ist als der des ursprünglichen Dreiecks. Berechne die Länge der Grundseite und der Höhe.

Zahlen und Operationen

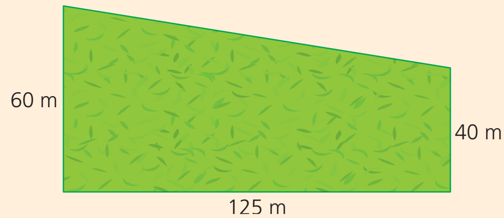
1 Stelle Rechenfragen und beantworte sie.
- a) Ein E-Bike für 2 180 € wird mit 19 % Nachlass angeboten.
- b) Von einer Radtour hat Julian schon 80 % der Strecke zurückgelegt. Das sind 68 km.
- c) Eine Sitzgarnitur für 2 024 € wird um 15 % billiger angeboten. Herr Prey erhält bei Barzahlung zudem noch 3 % Skonto.

2 Berechne die Zinsen für folgende Geldanlagen.
- a) 6 500 € zu 0,8 % für 6 Monate
- b) 1 640 € zu 0,5 % für 9 Monate
- c) 1 932 € zu 0,6 % für 110 Tage
- d) 7 900 € zu 0,9 % für 315 Tage

3 Für Pia wurden bei ihrer Geburt 5 000 € zu einem Zinssatz von 0,95 % angelegt, wobei die jährlichen Zinsen mitverzinst werden. Berechne das Guthaben nach 18 Jahren.

Größen und Messen

1
- a) Wie groß ist die Weidefläche?
- b) Wie viele Meter Elektroband sind nötig, um die Weide doppelt zu umspannen?

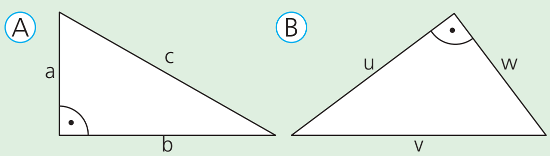


2 Berechne fehlende Angaben der regelmäßigen Vielecke. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

	Fünfeck	Achteck
Höhe Bestimmungsdreieck	50 cm	■
Seitenlänge	70 cm	■
Umfang	■	80 m
Flächeninhalt	■	482,84 m^2

Raum und Form

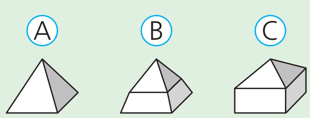
1
- a) Wie lautet der Satz des Pythagoras mit den jeweils vorgegebenen Dreiecksseiten?

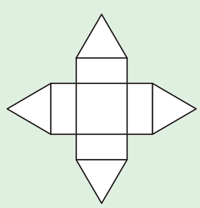


- b) Welches der angegebenen Dreiecke ist rechtwinklig? Begründe durch Rechnung.

	Seite a	Seite b	Seite c
A	9 cm	25 cm	36 cm
B	4 dm	3 dm	5 dm
C	60 m	10 m	80 m

2 Zu welchem der Körper gehört das Netz?





Funktionaler Zusammenhang

1 Die Grundgebühr eines Taxiunternehmers beträgt 3 €. Vervollständige die Tabelle.

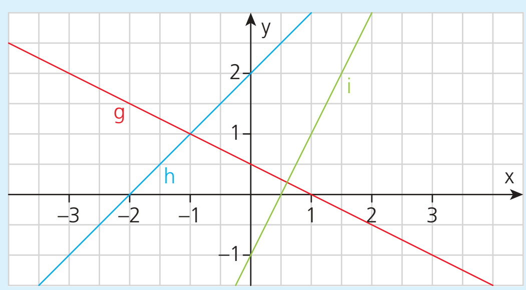
Fahrstrecke (km)	0	2	4	8
Kilometerkosten (€)	■	3	■	■
Gesamtkosten (€)	3	■	■	■

2 Berechne die fehlenden Werte entsprechend der Rechenvorschrift.

$y = 1{,}2 \cdot x$

x	–5	0	1	■
y	■	■	■	4,8

3 Gib jeweils die Funktionsgleichung an.



Prozent- und Zinsrechnung

Seite 32/33

1 a) A 15 % B 20 % C 4 % D 25 %
b) A 12,5 % B 65,6 % C 204,5 % D 11,8 %

2 a) A Wassermenge bei Frau mit 58 kg: ca. 40,6 Liter
B Es sind individuelle Lösungen möglich.
b) Flächeninhalt Garten und Zufahrtsweg (88 % der Grundstücksfläche):
$800\ m^2 \cdot 0{,}88 = 704\ m^2$

3 a) Ursprünglicher Preis Mofa: 272 € : 0,17 = 1 600 €
b) Preis E-Bike ohne Mehrwertsteuer:
2 259,81 € : 1,19 = 1 899 €

4 a) Anteil Jana: $\frac{9}{24} = 0{,}375 = 37{,}5\ \%$
Anteil Max: $\frac{4}{24} = 0{,}1\overline{6} \approx 16{,}7\ \%$
Anteil Ella: $\frac{3}{24} = 0{,}125 = 12{,}5\ \%$
Anteil Fabian: $\frac{8}{24} = 0{,}\overline{3} \approx 33{,}3\ \%$
b) Preis bei Barzahlung (97 % des alten Preises):
21 999 € · 0,97 = 21 339,03 €
Prozentuale Ersparnis gegenüber ursprünglichem Preis:
21 339,03 € : 24 999 € ≈ 0,854 = 85,4 %
100 % – 85,4 % = 14,6 %

5 a) Jahreszinsen:
A 74,70 € B 204,40 €
b) Zinsen bzw. Guthaben nach einem Jahr:
Z = 15 000 € · 0,012 = 180 €
K = 15 000 € + 180 € = 15 180 €
Zinsen bzw. Guthaben nach zwei Jahren:
Z = 15 180 € · 0,012 = 182,16 €
K = 15 180 € + 182,16 € = 15 362,16 €
Zinsen bzw. Guthaben nach drei Jahren:
Z = 15 362,16 € · 0,012 ≈ 184,35 €
K = 15 362,16 € + 184,35 € = 15 546,51 €

6 a) Zinsen bzw. Guthaben nach acht Monaten:
$Z = 1\,750\ € \cdot 0{,}007 \cdot \frac{8}{12} \approx 8{,}17\ €$
K = 1 750 € + 8,17 € = 1758,17 €
b) Insgesamt zu zahlende Zinsen:
Z = 7 718,75 € – 7 500 € = 218,75 €
$p = \frac{218{,}75\ € \cdot 12}{7\,500\ € \cdot 7}$
p = 0,05 = 5 %

7 a) Zinsen des Kredits nach 297 Tagen:
$Z = 2\,800\ € \cdot 0{,}016 \cdot \frac{297}{360} = 36{,}96\ €$
b) $K = \frac{12{,}50\ € \cdot 360}{0{,}12 \cdot 15}$
K = 2 500 €

8 a) Beantwortbare Fragen: A und B
b) A Durch Rechnung beantwortbare Frage: B
Prozentualer Anstieg:
588 · p = 1116
p = 1116 : 588 ≈ 1,9 = 190 %
Die Anzahl der Smartphonebesitzer bei den 16- bis 17-Jährigen stieg von 2016 bis 2020 um rund 90 %.
B Prozentualer Anstieg bei den 14- bis 15-Jährigen von 2016 bis 2020: rund 91,5 %.
Der Anstieg bei dieser Gruppe ist somit größer.
C Es sind individuelle Lösungen möglich.

Seite 36

1 a) 25 % bzw. 75 % b) 75 % bzw. 25 % c) 70 %
d) 20 % e) 300,45 % f) 15,5 %

2 a) Anzahl Kinder nach Einschulung:
0,65 · 380 = 247
247 + 79 = 326
b) Ursprünglicher Preis:
24,50 € : 0,05 = 490 €
Zu zahlender Betrag: 465,50 €
c) Prozentuale Einsparung:
2185 kWh : 2300 kWh = 0,95 = 95 %
100 % – 95 % = 5 %
d) Kurswert der Aktie zuvor:
122,76 € : 1,023 = 120 €

3 Kapital nach dem ersten Jahr:
Z = 1 500 € · 0,001 = 1,50 €
K = 1 501,50 €
Kapital nach dem zweiten Jahr:
Z = 1 501,50 € · 0,001 = 1,50 €
K = 1 503 €
Kapital nach dem dritten Jahr:
Z = 1 503 € · 0,002 = 3 €
K = 1 506 €
Kapital nach dem vierten Jahr:
Z = 1 506 € · 0,002 = 3,01 €
K = 1 509,01 €
Kapital nach dem fünften Jahr:
Z = 1 509,01 € · 0,003 = 4,53 €
K = 1 513,63 €

4 a) K = 288 € · 0,012 = 24 000 €
b) p = (12 · 61,25 €) : (15 000 € · 7) = 0,7 %
c) t = (360 · 105 €) : (27 000 € · 0,014) = 100
d) t = (12 · 192,50 €) : (21 000 € · 0,011) = 10
e) K = (360 · 60 €) : (0,009 · 200) = 12 000 €

5 a) Sparvertrag 1:
Zinsen nach einem Jahr:
8 000 € · 0,019 = 152 €
Kapital nach einem Jahr: 8 152 €
Sparvertrag 2:
Kapital nach einem Jahr:
288 € : 0,024 = 12 000 €
Gesamtkapital:
8 152 € + 12 000 € = 20 152 €
b) Zinsen bei Sparbank in drei Jahren (ohne Zinseszins):
20 152 € · 0,026 ≈ 523,95 €
523,95 € · 3 = 1 571,85 €
20 152 € + 1 571,85 € = 21 723,85 €

Zinsen bei Bankhaus Kluge (mit Zinseszins):
1. Jahr:
Z = 20 152 € · 0,024 ≈ 483,65 €
K = 20 152 € + 483,65 € = 20 635,65 €

2. Jahr:
Z = 20 635,65 € · 0,024 ≈ 495,26 €
K = 20 635,65 € + 495,26 € = 21130,91 €
3. Jahr:
Z = 21 130,91 € · 0,024 ≈ 507,14 €
K = 21 130,91 € + 507,14 € = 21 638,05 €

Familie Schwarz sollte sich für die Anlage bei der Sparbank entscheiden.

c) Zinsen gesamt bei Sparbank: 1 571,85 €
Zinsen gesamt bei Bankhaus Kluge: 1 486,05 €
Unterschied in Prozent:
1 571,85 € : 1 486,05 € ≈ 1,058
Die Zinsen sind beim besseren Angebot (Sparbank) rund 5,8 % höher.

Potenzen

Seite 47

1 a) Ⓐ $8,4 \cdot 10^3$ Ⓑ $5,1 \cdot 10^5$
Ⓒ $4 \cdot 10^{-3}$ Ⓓ $1,05 \cdot 10^{-5}$
b) Ⓐ $8,75 \cdot 10^7$ Ⓑ $7,85 \cdot 10^9$
Ⓒ $8,06 \cdot 10^{-5}$ Ⓓ $8,94 \cdot 10^{-7}$

2 a) Ⓐ $8,6 \cdot 10^4 < 1,1 \cdot 10^5$
Ⓑ $0,00058 > 5,8 \cdot 10^{-5}$
Ⓒ $7,8 \cdot 10^6 < 78\,000\,000$
b) Ⓐ $2,1 \cdot 10^3 < 2,01 \cdot 10^4 < 21\,000$
Ⓑ $9,2 \cdot 10^{-4} = 0,92 \cdot 10^{-5} < 0,0092$
Ⓒ $8,8 \cdot 10^{-6} < 0,000088 < 8 \cdot 10^{-5}$

3 a) Ⓐ $4,95 \cdot 10^8$ Ⓑ $1,47 \cdot 10^{-7}$
Ⓒ $3,6 \cdot 10^{-5}$
b) Ⓐ $9 \cdot 10^{-9}$ Ⓑ $8,8 \cdot 10^4$
Ⓒ $1,5 \cdot 10^{-6}$

4 a) Ⓐ 3 MB Ⓑ 7 ml
Ⓒ 6,1 GV Ⓓ 1,9 nm
b) Ⓐ $2,5 \cdot 10^6$ MB Ⓑ $8 \cdot 10^{-9}$ MV
Ⓒ $7,6 \cdot 10^{-9}$ m Ⓓ $2,1 \cdot 10^{-4}$ l

5 a) Herzschläge in 10 Jahren:
60-mal pro Minute:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 10 = 3,1536 \cdot 10^8$
90-mal pro Minute:
$90 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 10 = 4,7304 \cdot 10^8$
Herzschläge in 50 Jahren:
60-mal pro Minute:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 50 = 1,5768 \cdot 10^9$
90-mal pro Minute:
$90 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 50 = 2,3652 \cdot 10^9$
b) Jahresbedarf in Gramm:
$2,5 \cdot 10^{-6}$ g $\cdot 365 = 9,125 \cdot 10^{-4}$ g

Seite 50

1 a) $3,9 \cdot 10^{-7}$ m und $7,5 \cdot 10^{-7}$ m
b) $1 \cdot 10^{-7}$ m und $1 \cdot 10^{-12}$ m
c) $1 \cdot 10^{14}$ Zellen
d) $4,0075016686 \cdot 10^7$ m

2 a) $4 \cdot 10^7$
b) $6 \cdot 10^{-11}$
c) $2,6676 \cdot 10^{-5}$
d) $3,053 \cdot 10^{-2}$
e) $1,5 \cdot 10^{12}$
f) $2,022 \cdot 10^3$

3 a) Geburten pro Tag:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 4 = 3,456 \cdot 10^5$
Geburten pro Jahr:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 4 = 1,26144 \cdot 10^8$
b) Todesfälle pro Jahr:
$60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 2 = 6,3072 \cdot 10^7$
Die Weltbevölkerung nimmt pro Jahr um $6,3072 \cdot 10^7$ Menschen zu.

4 a) Dicke Dünndruckpapier:
$3,0 \cdot 10^{-2}$ mm oder $3,0 \cdot 10^{-5}$ m
b) Anzahl benötigte Blätter Dünndruckpapier für Schulbuchseite:
$120 \cdot 10^{-6}$ m : ($3,0 \cdot 10^{-5}$ m) = 4

5 a) $3,96 \cdot 10^{10}$ Byte = 39,6 GB
b) Belegter Speicher in Prozent (1 TB = 1 000 GB):
3,96 %
c) 39,6 GB = 39 600 MB
Dauer des Speichervorgangs:
39 600 MB : 550 $\frac{MB}{s}$ = 72 s

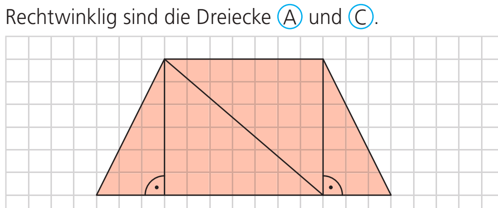
6 a) Durchmesser des Fadens auf der Abbildung:
$5 \cdot 10^{-3}$ mm · 1 500 = 7,5 mm
b) Anzahl Spinnenfäden auf 1 cm:
$1 \cdot 10^{-2}$ m : ($5 \cdot 10^{-6}$ m) = $2 \cdot 10^3$

7 a) Benötigte Zeit eines Gletschers für 100 m:
100 m : ($6,4 \cdot 10^{-6}$ $\frac{m}{s}$) = 1,5625 · 107 s ≈ 181 d
b) Rückzuggeschwindigkeit:
150 Jahre = $4,7304 \cdot 10^9$ s
3 000 m : $4,7304 \cdot 10^9$ s = $6,3 \cdot 10^{-7}$ $\frac{m}{s}$

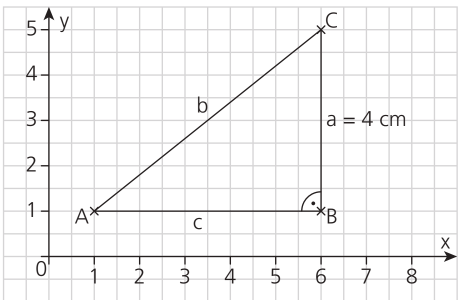
Geometrie 1

Seite 70/71

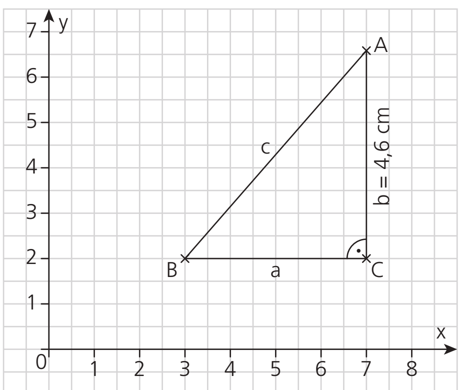
1 a) Rechtwinklig sind die Dreiecke Ⓐ und Ⓒ.
b)



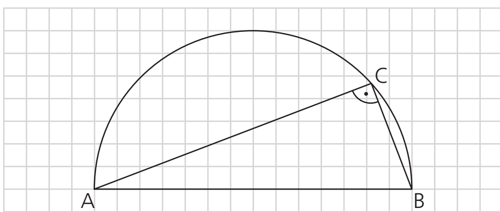
2 a) Ⓐ



Ⓑ



b)



3 a) Dreieck Ⓐ: $b^2 = c^2 + a^2$
Dreieck Ⓑ: $a^2 = b^2 + c^2$
Dreieck Ⓒ: $c^2 = a^2 + b^2$
b) Dreieck Ⓐ: $b^2 = a^2 + c^2$
Dreieck Ⓑ: $e^2 = d^2 + f^2$
Dreieck Ⓒ: $l^2 = n^2 + m^2$

4 a)

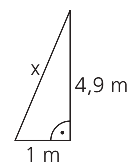
Seite	a	b	c
Ⓐ	9 cm	12 cm	15 cm
Ⓑ	3 cm	4 cm	5 cm
Ⓒ	24 dm	18 dm	30 dm

b) Überlegung:
Das Dreieck mit den ursprünglichen Seiten ist rechtwinklig. Werden alle Seitenlängen verdoppelt, so ist das Dreieck ebenfalls rechtwinklig, da alle Seitenlängen mit dem gleichen Faktor multipliziert wurden.
Rechnerische Überprüfung:
$a^2 + b^2 = c^2$
Ursprüngliches Dreieck:
$(6\text{ cm})^2 + (8\text{ cm})^2 = (10\text{ cm})^2$
$36\text{ cm}^2 + 64\text{ cm}^2 = 100\text{ cm}^2$
$100\text{ cm}^2 = 100\text{ cm}^2$

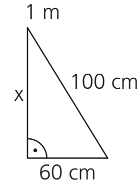
Dreieck mit verdoppelten Seitenlängen:
$(12\text{ cm})^2 + (16\text{ cm})^2 = (20\text{ cm})^2$
$144\text{ cm}^2 + 256\text{ cm}^2 = 400\text{ cm}^2$
$400\text{ cm}^2 = 400\text{ cm}^2$

5 a) $e^2 = 8^2 + 5^2$
$e^2 = 64 + 25$
$e^2 = 89 \quad |\sqrt{\ }$
$e = \sqrt{89}$
$e \approx 9{,}4$ (cm)
b) Berechnung der Dreieckhöhe h:
$h^2 = 14{,}6^2 - 11^2$
$h^2 = 213{,}16 - 121$
$h^2 = 92{,}16 \quad |\sqrt{\ }$
$h = \sqrt{92{,}16}$
$h = 9{,}6$ (cm)
Berechnung der Länge x:
$x^2 = 10{,}4^2 - 9{,}6^2$
$x^2 = 108{,}16 - 92{,}16$
$x^2 = 16 \quad |\sqrt{\ }$
$x = \sqrt{16}$
$x = 4$ (cm)

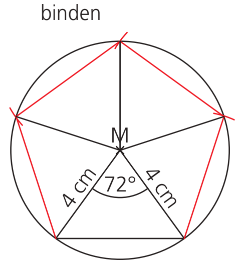
6 a) Länge der Leiter: x
$x^2 = 1^2 + 4{,}9^2$
$x^2 = 1 + 24{,}01$
$x^2 = 25{,}01 \quad |\sqrt{\ }$
$x = \sqrt{25{,}01}$
$x \approx 5$ (cm)



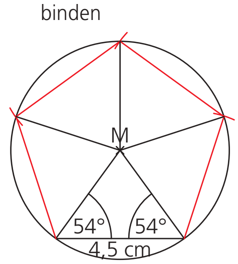
b) Fehlende Länge: x
$x^2 = 100^2 - 60^2$
$x^2 = 10\,000 - 3\,600$
$x^2 = 6\,400 \quad |\sqrt{\ }$
$x = \sqrt{6\,400}$
$x = 80$ (cm)



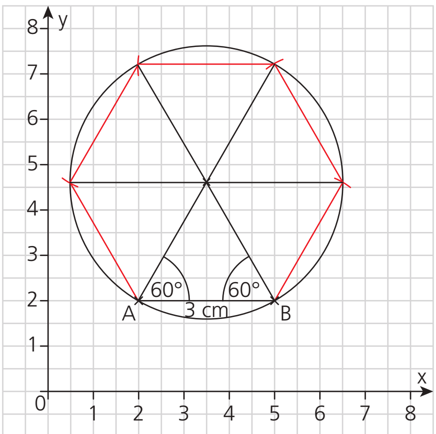
7 a) Ⓐ regelmäßiges Fünfeck mit r = 4 cm:
Zeichenschritte:
① Umkreis mit r = 4 cm zeichnen
② Mittelpunktswinkel $\alpha = 72°$ antragen und Seitenlänge einzeichnen
③ Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eckpunkte verbinden



Ⓑ regelmäßiges Fünfeck mit a = 4,5 cm:
Zeichenschritte:
① Bestimmungdreieck konstruieren
② Umkreis zeichnen (r = Schenkellänge)
③ Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eckpunkte verbinden

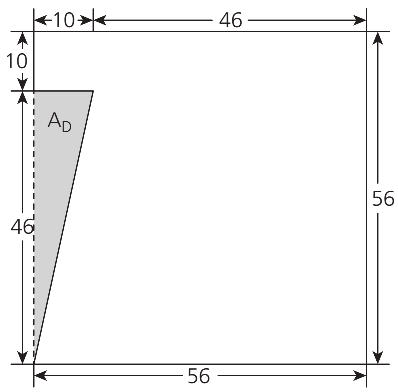


b) Zeichenschritte:
① Punkte A und B in das Koordinatensystem eintragen.
② Bestimmungsdreieck konstruieren.
③ Seitenlänge mit Zirkel abtragen und Eckpunkte verbinden.



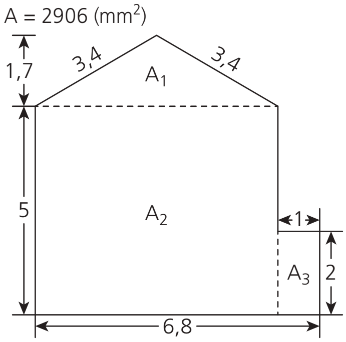
8 a) $u_{\text{Fünfeck}} = 5 \cdot 6{,}5 = 32{,}5$ (cm)
$A_{\text{Fünfeck}} = \frac{6{,}5 \cdot 5}{2} \cdot 5 = 81{,}25$ (cm^2)
b) Höhe des Bestimmungsdreiecks h:
$h^2 = 6^2 - 2^2$
$h^2 = 36 - 4$
$h^2 = 32 \quad |\sqrt{\ }$
$h = \sqrt{32}$
$h \approx 5{,}7$ (cm)
$A_{\text{Siebeneck}} = \frac{4 \cdot 5{,}7}{2} \cdot 9 = 102{,}6$ (cm^2)

9 a)



$A = A_Q - A_D$
$A = 56 \cdot 56 - \frac{46 \cdot 10}{2}$
$A = 3\,136 - 230$
$A = 2906$ (mm^2)

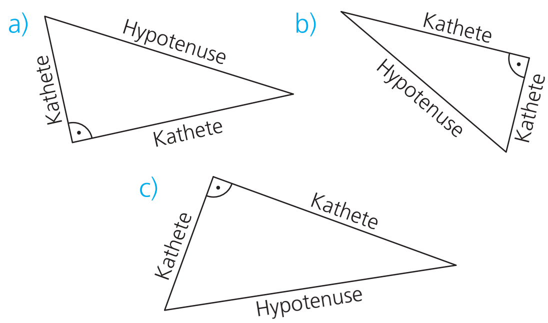
b)



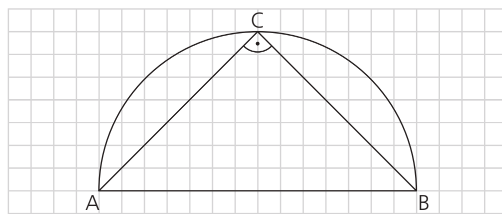
$A = A_1 + A_2 + A_3$
$A = \frac{5{,}8 \cdot 1{,}7}{2} + 5 \cdot 5{,}8 + 1 \cdot 2$
$A = 4{,}93 + 29 + 2$
$A = 35{,}93$ (m^2)
Bei zwei Giebelseiten muss für 71,86 m^2, also rund 72 m^2 Farbe gekauft warden.

Seite 74

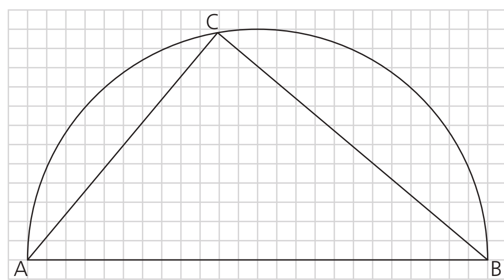
1



2 a)



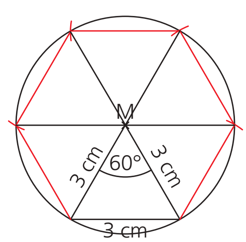
b)



3

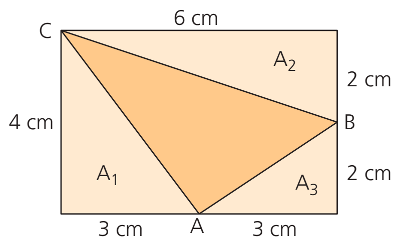
	a)	b)	c)	d)
Anzahl der Ecken	4	5	10	12
Mittelpunktswinkel	90°	72°	36°	30°
Basiswinkel	45°	54°	72°	75°

4



$r = a = 3$ cm; $h_{\text{Best.-Dreieck}} \approx 2{,}6$ cm
$u_{\text{Sechseck}} = 6 \cdot 3 = 18$ (cm)
$A_{\text{Sechseck}} = \frac{3 \cdot 2{,}6}{2} \cdot 6 = 23{,}4$ (cm^2)

5



Berechnung der Längen der Dreiecksseiten:
$c^2 = 3^2 + 2^2$
$\Rightarrow c \approx 3,6$ (cm)
$b^2 = 4^2 + 3^2$
$\Rightarrow b = 5$ (cm)
$a^2 = 6^2 + 2^2$
$\Rightarrow c \approx 6,3$ (cm)

Umfang des Dreiecks: u = 14,9 cm

Flächeninhalt des Dreiecks:
$A = A_R - A_1 - A_2 - A_3$
$A = 24 - 6 - 6 - 3$
$A = 9$ (cm^2)

6

	a)	b)	c)	d)
Kathete a	11 cm	14,10 cm	16 dm	4,9 cm
Kathete b	7,5 cm	9,5 m	19,98 dm	5,55 cm
Hypotenuse	13,31 cm	17 m	25,6 dm	74 mm

7 a) $u_{Fünfeck} = 5 \cdot 3 = 15$ (cm)

$A_{Fünfeck} = \frac{3 \cdot 2,5}{2} \cdot 5 = 18,75$ (cm^2)

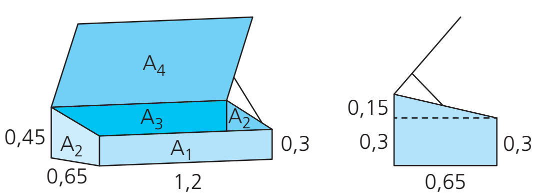
b) Höhe des Bestimmungsdreiecks:
$h = 11^2 - 5,5^2 \Rightarrow h \approx 9,5$ (m)

$u_{Sechseck} = 6 \cdot 11 = 66$ (m)

$A_{Sechseck} = \frac{11 \cdot 9,5}{2} \cdot 6 = 313,5$ (m^2)

c) Seitenlänge a:
$x = 4,9^2 - 4,5^2$
$\Rightarrow x \approx 1,9$ (cm)
$\Rightarrow a = 2 \cdot 1,9 = 3,8$ (cm)
$u_{Achteck} = 8 \cdot 3,8 = 30,4$ (cm)
$A_{Achteck} = \frac{3,8 \cdot 4,5}{2} \cdot 8 = 68,4$ (cm^2)

8



Flächeninhalt der vier Seitenteile und Deckel:
$A = A_1 + 2 \cdot A_2 + A_3 + A_4$
$A = 1,2 \cdot 0,3 + 2 \cdot (0,3 \cdot 0,65 + \frac{0,65 \cdot 0,15}{2}) + 1,2 \cdot 0,45 +$
$1,2 \cdot 0,65$
$A = 2,1675$ (m^2)

Bildnachweis

AdobeStock / electriceye – S. 36; - / lexpixelart – S. 45; - / PeterPunk – S. 11; - / sudowoodo – S. 82; Fotolia / Riccardo Bruni – S. 67; - / Astrid Gast – S. 83; - / tournee – S. 35; - / valdistorms – S. 46; - / Ina van Harteren – S. 67; - / Zauberhut – S. 49; Getty Images Plus / Hemera, Nikolai Sokorin – S. 43; Getty Images Plus / iStockphoto – S. 45; Getty Images Plus / iStockphoto, alfexe – S. 7; - / iStockphoto, allanswart – S. 46; - / iStockphoto, artisticco – S. 11; - / iStockphoto, ArtPhoto – S. 10, 32; - / iStockphoto, Ben185 – S. 50; - / iStockphoto, BiancaGrueneberg – S. 91; - / iStockphoto, brizmaker – S. 54; - / iStockphoto, ChrisGorgio – S. 40; - / iStockphoto, ClaudioVentrella – S. 45; - / iStockphoto, Paul Collins – S. 91; - / iStockphoto, Corr – S. 10; - / iStockphoto, DiyanaDimitrova – S. 53; - / iStockphoto, Evgeny555 – S. 43; - / iStockphoto, FabrizioBernardi – S. 45; - / iStockphoto, frentusha – S. 39; - / iStockphoto, grebeshkovmaxim – S. 54; - / iStockphoto, iZonda – S. 54; - / iStockphoto, jarun011 – S. 41; - / iStockphoto, Juksy – S. 7; - / iStockphoto, Anatolii Kovalov – S. 47; - / iStockphoto, kurga – S. 46; - / iStockphoto, Leesle – S. 8; - / iStockphoto, Marina Designer – S. 47; - / iStockphoto, nelsonpeng – S. 54; - / iStockphoto, NorGal – S. 45; - / iStockphoto, paulafrench – S. 91; - / iStockphoto, peterschreiber.media – S. 49; - / iStockphoto, ratpack223 – S. 49; - / iStockphoto, sarayut – S. 45; - / iStockphoto, Ilya Starikov – S. 54; - / iStockphoto, tinnakorn – S. 54; - / iStockphoto, topae – S. 32; - / iStockphoto, underworld111 – S. 50; - / iStockphoto, WichienTep – S. 17; - / iStockphoto, zeitalex – S. 91; Getty Images Plus / PHOTOS.com – S. 60; Getty Images Plus / Zoonar, J.Wachala – S. 46; IMAGO / Artokoloro – S. 58; Mauritius Images / Alamy Stock Photo, Canbedone – S. 77; - / Alamy Stock Photo, Derek Meijer – Cover; Pixabay / Clker-Free-Vector-Images – S. 11; - / OpenClipart-Vectors – S. 54; Shutterstock / Ivan Neshev – S. 49; - / Zillmann Reka Imola – S. 106; Georg Vollmer, Bamberg – S. 41 (4); www.wikimedia.org / Ernst Wallis et al – S. 56.

FORMEL PLUS M 9

Mathematik für Mittelschulen
Bayern

T60013