Rechnen mit Brüchen

K 5 **1** **a)** $3\frac{3}{20}$ $5\frac{23}{26}$ $20\frac{19}{24}$

b) $\frac{7}{20}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$

c) $20\frac{3}{40}$ $2\frac{5}{8}$ 1

K 5 **2** **a)** $\frac{3}{5}+\frac{4}{10}=\frac{6}{10}+\frac{4}{10}=\frac{10}{10}=1$

b) $\frac{3}{7}:\frac{2}{3}=\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{14}$

c) $\frac{6}{9}:2=\frac{6}{9}:\frac{2}{1}=\frac{6}{9}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{4}+\frac{3}{10}=\frac{5}{20}+\frac{6}{20}=\frac{11}{20}$

Rechnen mit rationalen Zahlen

K 5 **3** **a)** -139 **b)** $-10{,}4$ **c)** $-8{,}12$ **d)** -179 **e)** $688\frac{1}{4}$ **f)** $-2\frac{23}{28}$ **g)** $-136\frac{23}{38}$

K 5 **4** **a)** Additionstabelle

$+$	$7\frac{3}{8}=7{,}375$	$-3\frac{5}{16}=-3{,}3125$	$-4\frac{5}{8}=-4{,}625$	$4\frac{3}{4}=4{,}75$
$24\frac{1}{4}=24{,}25$	31,625	20,9375	19,625	29
$-78\frac{1}{8}=-78{,}125$	–70,75	–81,4375	–82,75	–73,375
$\frac{1}{4}=0{,}25$	7,625	–3,0625	–4,375	5
$-2\frac{3}{16}=-2{,}1875$	5,1875	–5,5	–6,8125	2,5625

b) Multiplikationstabelle

$\cdot$	$7\frac{3}{8}=7{,}375$	$-3\frac{5}{16}=-3{,}3125$	$-4\frac{5}{8}=-4{,}625$	$4\frac{3}{4}=4{,}75$
$24\frac{1}{4}=24{,}25$	$178\frac{27}{32}$	$-80\frac{21}{64}$	$-112\frac{5}{32}$	$115\frac{3}{16}$
$-78\frac{1}{8}=-78{,}125$	$-576\frac{11}{64}$	$258\frac{101}{128}$	$361\frac{21}{64}$	$-371\frac{3}{32}$
$\frac{1}{4}=0{,}25$	$1\frac{27}{32}$	$-\frac{53}{64}$	$-1\frac{5}{32}$	$1\frac{3}{16}$
$-2\frac{3}{16}=-2{,}1875$	$-16\frac{17}{128}$	$7\frac{63}{256}$	$10\frac{15}{128}$	$-10\frac{25}{64}$

K 5/6 **5** **a)** Punkt vor Strich: 15,9
b) Klammer zuerst, Punkt vor Strich: –15,8
c) Klammer zuerst: 18,8
d) Klammer zuerst, Punkt vor Strich, Assoziativgesetz: –43
e) Distributivgesetz: $\frac{4}{33}$
f) Kommutativ- und Assoziativgesetz: 3
g) Punkt-vor-Strich: $3\frac{9}{20}$
h) Kommutativ- und Assoziativgesetz: 2,5
i) Distributivgesetz: –1,24

K 5 **6**
1 $(-10)\cdot(-6)=60$ $\Rightarrow$ R
2 $[(-75)+(-35)]:(+11)=-10$ $\Rightarrow$ E
3 $(-30):(-6)=5$ $\Rightarrow$ C
4 $(-1{,}25):(-2{,}5)+(+3{,}2)=3{,}7$ $\Rightarrow$ H
5 $(-7{,}2):(-3{,}6)\cdot(-1{,}2)=-2{,}4$ $\Rightarrow$ E
6 $(-30):(-10)-24=-21$ $\Rightarrow$ N
7 $(+84)-(-36):(-12)=84-3=81$ $\Rightarrow$ A
8 $(+1{,}25)-(+7{,}5)\cdot(-2)=16{,}25$ $\Rightarrow$ S
9 $[(-1{,}25)-(-7{,}5)]:(+2{,}5)=2{,}5$ $\Rightarrow$ S

Lösungswort: Rechenass

Potenzen und Potenzgesetze anwenden

K 5 **7** **a)** $\left(\frac{4}{7}\right)^6 = \frac{4096}{117\,649}$ **b)** $1{,}7^3 = 4{,}913$

c) $-\left(\frac{3}{4}\right)^5 = -\frac{243}{1024}$ **d)** $\left[-\left(\frac{2}{3}\right)\cdot(-18)\right]^4 = 12^4 = 20\,736$

e) $[0{,}25 : (-0{,}25)]^5 = (-1)^5 = -1$ **f)** $\left(-\frac{4}{5}\right)^6 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^3 = \left(-\frac{4}{5}\right)^9 = -\frac{262\,144}{1\,953\,125} = -0{,}134217728$

g) $0{,}4^9 \cdot 0{,}4^2 = 0{,}4^{11} = 0{,}00004194304$ **h)** $\left(\frac{1}{9}\right)^{-3} = 9^3 = 729$

i) y^2 **j)** 0

K 6/5 **8** Die Umformungen in a) sind richtig; bei b) und c) sind die Umformungen falsch, bei d) ist die Umformung von der vorletzten Zeile zur letzten Zeile falsch.

b)
$$\begin{aligned} 5\cdot 3^x &= 15 \quad &|:5\\ 3^x &= 3\\ x &= 1 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} 20 + 4\cdot 2^x &= 28 \quad &|-20\\ 4\cdot 2^x &= 8 \quad &|:4\\ 2^x &= 2\\ x &= 1 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 55 + 5\cdot 5^x &= 80\\ 5\cdot(11 + 5^x) &= 80 \quad &|:5\\ 11 + 5^x &= 16 \quad &|-11\\ 5^x &= 5\\ x &= 1 \end{aligned}$$

K 5 **9** **a)** a^7 **b)** b^4 **c)** c^{12} **d)** d^6 **e)** $6e^6$ **f)** f^6 **g)** g^6 **h)** h^{20} **i)** i^{21}

K 5 **10** **a)** a^{10} **b)** 2^{2x^2+4x+2} **c)** x **d)** $7^{-1} = \frac{1}{7}$

Terme vereinfachen

K 5 **11** **a)** $T(x) = 5x - 4$ **b)** $T(a) = a^2 - 13{,}2a - 7{,}4$ **c)** $T(y) = y^2 + 2y - 7{,}2$

d) $T(x) = -1{,}2x^2 - 11{,}08x - 7{,}48$ **e)** $T(y) = 25 + 4y^2$

K 5 **12** **a)** $0{,}5ab\cdot(30 + 6b - 20ab - 5)$ **b)** $2ab\cdot(2 - 8b + 10 - 13ab)$

c) $3ax\cdot(7a - 6 - 5x + 2ax)$ **d)** $2y\cdot(x + xz - 0{,}5y - 0{,}5z)$

K 6/5 **13** **a)** $T(x) = [3x - (-9)]^2 = (3x + 9)^2 = 9x^2 + 54x + 81 = 9\,(x^2 + 6x + 9)$

b) $T(x) = (1{,}5 - 2x)\,(1{,}5 - 2x) = 2{,}25 - 6x + 4x^2$

c) $T(x) = 5{,}8x - 4{,}5 + 3{,}5^2 = 5{,}8x - 4{,}5 + 12{,}25 = 5{,}8x + 7{,}75$

Rechnen mit Summentermen

K 5 **14** **a)** $z^2 + 9z + 18$ **b)** $-vw - 8v + 7w + 56$ **c)** $2x^2 - 2xy - 3x + 3y$

d) $\frac{4}{9}xy + \frac{4}{3}y - \frac{2}{3}x - 2$ **e)** $\frac{3}{8}y^2 - \frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{16}xy$

K 5 **15** **a)** $x^2 - 10x + 25$ **b)** $x^2 + 14bx + 49b^2$ **c)** $-4a^2 + 4ab - b^2$

d) $\frac{9}{16}x^2 + \frac{3}{2}xy + y^2$ **e)** $\frac{1}{16}a^4 + 0{,}5a^2 + 1$ **f)** $x^2a^4 - 2xa^2y^3 + y^6$

g) $a^4 - c^6$ **h)** $9v^2 - z^4$

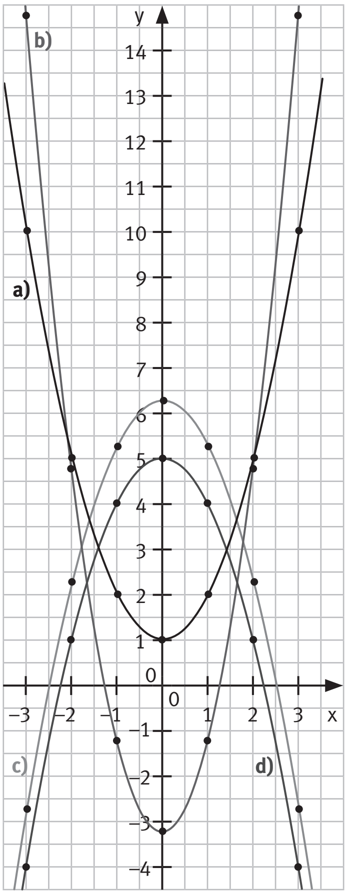
K 5 **16** **a)** $x^2 - 14xy^2 + 49y^4 = (x - 7y^2)^2$ **b)** $c^2 - 1\frac{5}{7}c + \frac{36}{49} = \left(c - \frac{6}{7}\right)^2$ **c)** $(3m - 2n)\cdot(3m + 2n) = 9m^2 - 4n^2$

d) $p^2 + 10pq + 25q^2 = (p + 5q)^2$ **e)** $(v - 2w^2x)\cdot(v + 2w^2x) = v^2 - 4w^4x^2$

Extremwerte quadratischer Terme

K4/5 **17**

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
a) $T(x) = x^2 + 1$	10	5	2	**1**	2	5	10
b) $T(x) = 2x^2 - 3{,}2$	14,8	4,8	–1,2	**–3,2**	–1,2	4,8	14,8
c) $T(x) = 6{,}25 - x^2$	–2,75	2,25	5,25	**6,25**	5,25	2,25	–2,75
d) $T(x) = 5 - x^2$	–4	1	4	**5**	4	1	–4



a) $T_{min} = 1$ bei $x = 0$
b) $T_{min} = -3{,}2$ bei $x = 0$
c) $T_{max} = 6{,}25$ bei $x = 0$
d) $T_{max} = 5$ bei $x = 0$

K6/5 **18 a)** 1. Schritt: ausklammern
2. Schritt: quadratisch ergänzen
3. Schritt: zusammenfassen
4. Schritt: Klammer auflösen
5. Schritt: Extremwert ablesen

b) $T(x) = 4x^2 - 24x + 32$
$= 4 \cdot [x^2 - 6x + 8]$
$= 4 \cdot [x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 8]$
$= 4 \cdot [(x - 3)^2 - 1]$
$= 4 \cdot (x - 3)^2 - 4$
$T_{min} = -4$ für $x = 3$

Rechnen mit Bruchtermen

K5 **19 a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$; $\frac{5}{x+2}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-5\}$; $\frac{1}{x+5}$ **c)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$; $\frac{3 \cdot (x+1)}{4 \cdot (x-1)}$
d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\frac{x+2}{5x}$ **e)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$; $\frac{x-2}{x+2}$ **f)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-6; 2\}$; $\frac{1}{x+6}$

K5 **20 a)** $\frac{14}{3x}$ **b)** $\frac{x}{(2x-1) \cdot (x-2)}$ **c)** $\frac{x}{x-2}$
d) $\frac{x+3}{x-3}$ **e)** $\frac{7}{3x}$ **f)** $2x$

K5 **21**

$+$	$\frac{2}{x-3}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$	$\frac{2x+4}{4x+12} = \frac{x+2}{2(x+3)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\frac{2^3x}{2x^2+12x+18} = \frac{4x}{(x+3)^2}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$
$\frac{x+3}{4x}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{x^2+8x-9}{4x(x-3)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{3x^2+10x+9}{4x(x+3)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{x^3+25x^2+27x+27}{4x(x+3)^2}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$
$\frac{4}{x^2-4}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$	$\frac{2x^2+4x-20}{(x^2-4)(x-3)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2; 3\}$	$\frac{x^3+2x^2+4x+16}{2(x+3)(x^2-4)}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; -2; 2\}$	$\frac{4x^3+4x^2+8x+36}{(x^2-4)(x+3)^2}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; -2; 2\}$

Lineare Gleichungen lösen

K5 **22**

	1 $G = \mathbb{Q}$	2 $G = \mathbb{N}$	3 $G = \mathbb{Z}$
a)	$L = \{11\}$	$L = \{11\}$	$L = \{11\}$
b)	$L = \{-13\}$	$L = \{\,\}$	$L = \{-13\}$
c)	$L = \left\{\frac{22}{23}\right\}$	$L = \{\,\}$	$L = \{\,\}$
d)	$L = \left\{-5\frac{1}{3}\right\}$	$L = \{\,\}$	$L = \{\,\}$
e)	$L = \left\{2\frac{2}{5}\right\}$	$L = \{\,\}$	$L = \{\,\}$

K5 **23** Die Äquivalenzumformung der Gleichung ergibt für den gesuchten Koeffizienten k: $k = \frac{20}{x} - 8$

a) $k = 2$ **b)** $k = -4$ **c)** $k = -8$ **d)** $k = -18$

K6/5 **24** **a)** $(16 - 4x)^2 = 0 \quad G = \mathbb{N}$

$16 - 4x = 0$

$x = 4$

$L = \{4\}$

b) $\frac{x^2}{2} = 2x \quad G = \mathbb{Q}$

$x^2 = 4x$

$x \cdot (x - 4) = 0$

$L = \{0; 4\}$

c) $3x^2 = 12x \quad G = \mathbb{Q}$

$x^2 = 4x$

$x \cdot (x - 4) = 0$

$L = \{0; 4\}$

Lineare Ungleichungen lösen

K5 **25**

	1 $G = \mathbb{Q}$	2 $G = \mathbb{N}$	3 $G = \mathbb{Z}$
a)	$L = \{x \mid x > 1{,}4\}$	$L = \{2; 3; 4; \ldots\}$	$L = \{2; 3; 4; \ldots\}$
b)	$L = \{x \mid x < 2\}$	$L = \{1\}$	$L = \{\ldots; -2; -1; 0; 1\}$
c)	$L = \{x \mid x \geq -0{,}36\}$	$L = \{1; 2; 3; \ldots\}$	$L = \{0; 1; 2; 3; \ldots\}$

K6/5 **26** $4x + 2 \geq 9 \cdot (x - 2)$ mit $G = \mathbb{Z}$;

$L = \{x \mid x \leq 4\} = \{\ldots; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

K4/5 **27** Es sind individuelle Lösungen für Ungleichungspaare möglich, z. B.:

$x < -4 \vee x > -2$; $2x < -8 \vee x + 2 > 0$; $2x + 8 < 0 \vee 4x > -8$.

Man kann aus dem Paar $x < -4 \vee x > -2$ unendlich viele äquivalente Paare erzeugen.

Bruchgleichungen lösen

K5 **28** **a)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-5\}$ $L = \{1{,}4\}$ **b)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0{,}25\}$ $L = \{0{,}7\}$

c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0; 4\}$ $L = \left\{-1\frac{1}{3}\right\}$ **d)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$ $L = \{-28\}$

e) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4; 4\}$ $L = \{12\}$ **f)** $D = \mathbb{Q} \setminus \{0; 4{,}5\}$ $L = \left\{\frac{1}{6}\right\}$

Proportionalitäten

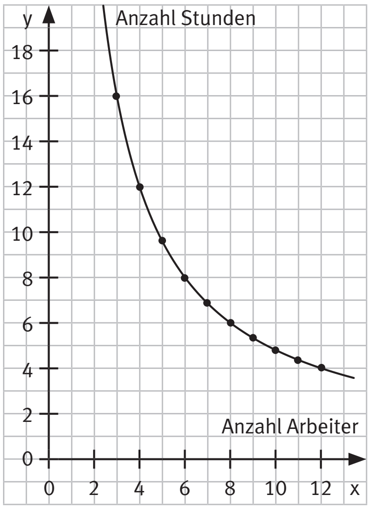
K4/5 **29** **a)**

x	1	2	3	6	9
y	1,5	3	4,5	9	13,5

b)

x	2	4	6	15	16
y	24	12	8	3,2	3

K3/4 **30** **a)** (gerundete Werte bei x = 7; 9; 11)



x	1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10	11	12
y	48	24	16	12	9,6	**8**	6,9	6	5,3	4,8	4,4	4

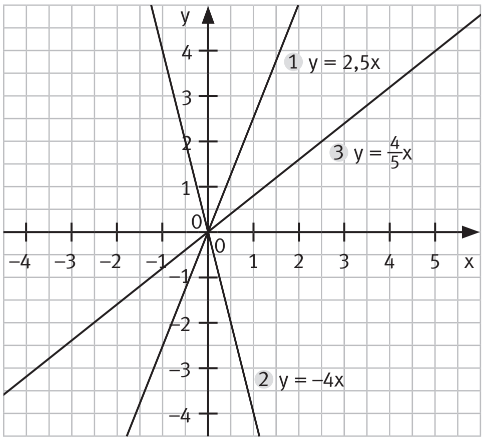
b) Damit die Arbeit in genau 5 Stunden fertig ist, sind 9,6 Arbeiter nötig. Dies ist jedoch nicht möglich, da $\mathbb{N}$ die Grundmenge für die x-Werte (Anzahl an Arbeitern) ist.

Also wären 10 Arbeiter in etwa 5 Stunden fertig. Die gewünschte Genauigkeit ist im realen Leben sicherlich nicht einzuhalten.

K3/5 **31** An dem Sportfest nehmen insgesamt 120 Schüler teil. Wenn sie auf 12 (gleich große) Gruppen aufgeteilt werden, sind 10 Schüler in einer Gruppe.

Lineare Funktionen

K4/5 **32** **a)**



b)

	L	O	G	I	S	C	H
1 $y = 2{,}5x$	(1 | 2,5)	(–1 | –2,5)	(2,5 | 6,25)	(–5 | –12,5)	(10 | 25)	(–2 | –5)	(4 | 10)
2 $y = -4x$	(1 | –4)	(–1 | 4)	(2,5 | 10)	(–5 | 20)	(10 | –40)	(–2 | 8)	(4 | –16)
3 $y = \frac{4}{5}x$	(1 | 0,8)	(–1 | –0,8)	(2,5 | 2)	(–5 | –4)	(10 | 8)	(–2 | –1,6)	(4 | 3,2)

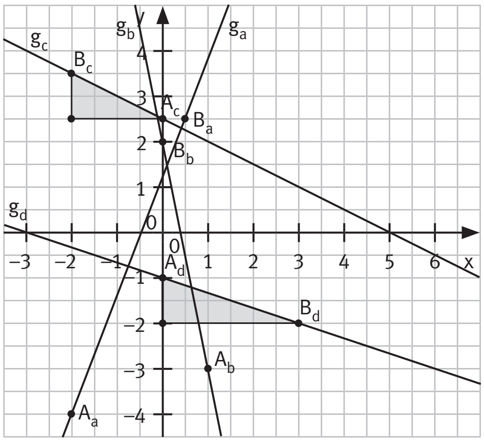
c)

	A	B	C
1 $y = 2{,}5x$	(4 | 10)	(–4 | –10)	(10 | 25)
2 $y = -4x$	(–2,5 | 10)	(2,5 | –10)	(–6,25 | 25)
3 $y = \frac{4}{5}x$	(12,5 | 10)	(–12,5 | –10)	(31,25 | 25)

K5 **33** **a)** $m = \frac{3}{0{,}5} = \frac{6}{1} = 6$ **b)** $m = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$ **c)** $m = \frac{-2}{-2} = \frac{1}{1} = 1$

KX **34** **a)** a: $y = x + 2$ **b)** b: $y = 2$ **c)** c: $y = -2x$ **d)** d: $y = -x - 2$

KX **35**



a) $m_a = \frac{2{,}5 + 4}{0{,}5 + 2} = 2{,}6$
$-4 = 2{,}6 \cdot (-2) + t_a \;\Leftrightarrow\; t_a = 1{,}2$
$g_a\colon y = 2{,}6x + 1{,}2$

b) $-3 = m_b + 2 \;\Leftrightarrow\; m_b = -5$
$g_b\colon y = -5x + 2$

c) $3{,}5 = -0{,}5 \cdot (-2) + t_c \;\Leftrightarrow\; t_c = 2{,}5$
$g_c\colon y = -0{,}5x + 2{,}5$

d) $g_d\colon y = -\frac{1}{3}x - 1$

Besondere Eigenschaften bei linearen Funktionen

K4/5 **36** Bestimmung der Steigungen der Geraden AB, DC, BC und AD:
$m_{AB} = m_{DC} = \frac{1}{3}$ und $m_{BC} = m_{AD} = \frac{3}{-1} = -3 \Rightarrow m_{AB} \cdot m_{BC} = -1$
$\Rightarrow$ AB und DC sind parallel zueinander und senkrecht zu den Geraden BC und AD.
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
$\Rightarrow$ Die parallelen Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{DC}$ und die parallelen Strecken $\overline{BC}$ und $\overline{AD}$ sind jeweils gleich lang.
$\Rightarrow$ Das Viereck ABCD ist ein Quadrat.

KX **37** $-5 = 2 \cdot 2 + t \;\Leftrightarrow\; t = -9 \;\Leftrightarrow\; g(-9)\colon y = 2x - 9$
Bestimmung der Nullstelle von $g(-9)$: $0 = 2x - 9 \;\Leftrightarrow\; x = 4{,}5$
Die Nullstelle der Geraden $g(-9)$ liegt bei $x = 4{,}5$.

Prozentrechnung und Zinsrechnung

K5/3 **38** **a)**

	alter Preis	Erhöhung	neuer Preis
1	280 €	4,5 %	292,60 €
2	7600 €	1,2 %	7691,20 €
3	6300 €	4 %	6552 €
4	1240 €	12,5 %	1395 €
5	240 €	5 %	252 €
6	14 000 €	3,5 %	14 490 €

b)

	alter Preis	Verminderung	neuer Preis
1	850 €	5 %	807,50 €
2	2760 €	2,6 %	2688,24 €
3	738 €	12 %	649,44 €
4	1240 €	5,5 %	1171,80 €
5	976,00 €	9 %	888,16 €
6	24,80 €	2,5 %	24,18 €

K5/3 **39**

MC Pappe		Spiel-Paradies	
Stifte	14,30 €	Fußball	28,90 €
Papier	27,59 €	Spiel	39,90 €
Summe	41,89 €	Summe	68,80 €
(MwSt. 19 %)	6,69 €	(MwSt. 19 %)	10,98 €
BAR	50,00 €	BAR	90,00 €
Rückgeld	8,11 €	Rückgeld	21,20 €

K3/1 **40** Die Angabe, wonach das Gerät statt ursprünglich 400 € nur noch 324 € kostet, stimmt mit der Aussage „alles um 19 % reduziert“ überein: 81 % von 400 € sind 324 €. Die Aussage „Keine Mehrwertsteuer“ passt jedoch nicht zum Angebot, die gesamte Aussage ist damit irreführend, da der Verkaufspreis von 400 € 19 % Mehrwertsteuer enthält: 400 ≙ 119 %. (Auch der reduzierte Preis enthält 19 % MwSt.)
„Keine Mehrwertsteuer“ wäre: $\frac{400\,€ \cdot 100}{119} = 336{,}13\,€$

KX **41** Vor der Erhöhung um 12 % zahlte der Mieter 616 € : 1,12 = 550 € Miete.

K5/3 **42** **a)** 25,50 € **b)** 225,00 € **c)** 367,50 € **d)** 15,00 €

K3/5 **43** $K \cdot 1{,}02 = 4182{,}00\,€ \Rightarrow K = 4100{,}00\,€$

Statistische Kennwerte

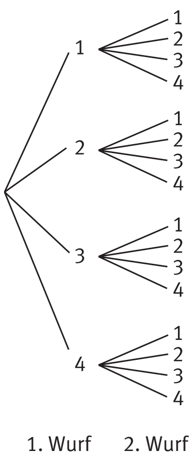
K5/3 **44** **a)** $\bar{x} = \frac{16{,}26\,m}{10} = 1{,}626\,m$ **b)** $R = 1{,}87\,m - 1{,}46\,m = 0{,}41\,m$

K5/6 **45** Mögliche Datenreihe: {4; 6; 7; 8; 8}

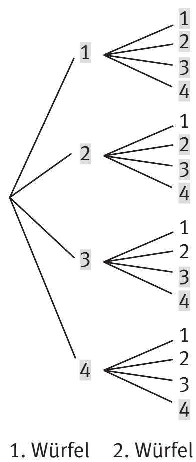
Zufallsexperimente darstellen

K6/3 **46** **a)** Beim ersten Baumdiagramm wird ein Schweinchen nacheinander geworfen. Es werden die Möglichkeiten angegeben, wie das einzelne Schweinchen liegen oder stehen bleibt.
Beim zweiten Baumdiagramm werden zwei Schweinchen gleichzeitig geworfen. Es werden die Möglichkeiten angegeben, wie die beiden Schweinchen liegen oder stehen bleiben.
b) Lösungsmöglichkeit: Münzwurf

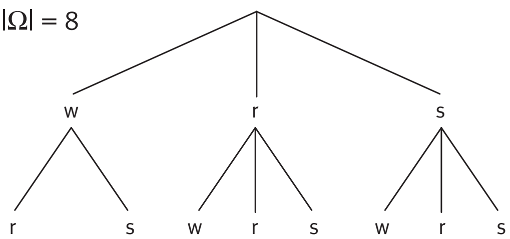
K4/5 **47** **a)** Der gleiche Würfel wird zweimal nacheinander geworfen, das Ergebnis des Wurfs ist jeweils eine 1, 2, 3 oder 4.



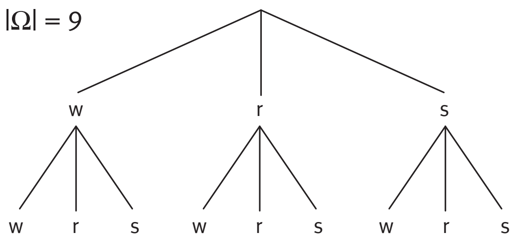
b) Zwei Würfel werden gleichzeitig geworfen, das Ergebnis für jeden Würfel ist eine 1, 2, 3 oder 4.
Werden die Würfel nicht unterschieden, bleiben als Ergebnis die zehn Paare (1|1), (1|2), (1|3), (1|4), (2|2), (2|3), (2|4), (3|3), (3|4) und (4|4).



K4/5 **48** **a)** Ω = {wr; ws; rw; rr; rs; sw; sr; ss}
|Ω| = 8



b) Ω = {ww; wr; ws; rw; rr; rs; sw; sr; ss}
|Ω| = 9



Absolute und relative Häufigkeiten

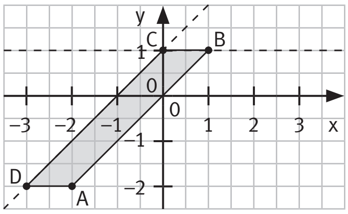
K4/1 **49** **a)**

	Mädchen	Jungen	
nimmt teil	36	54	90
nimmt nicht teil	4	26	30
gesamt	40	80	120

b) 1 Wahr, da 36 von 40 Mädchen teilnehmen und $\frac{36}{40} = 90\,\%$.
2 Die Aussage lässt sich anhand der Tabelle nicht beantworten, da die einzelnen Klassen dort nicht aufgelistet sind.
3 Wahr, da 54 von 80 eingeladenen Jungen teilnehmen.

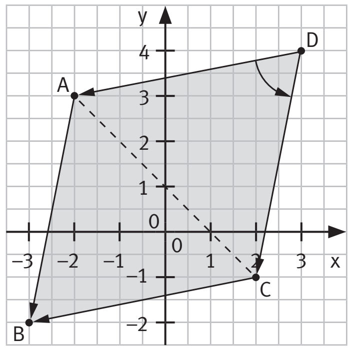
Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren

K4/5 **50** **a)** C (0|1)



$A_{ABCD} = 1\text{ LE} \cdot 3\text{ LE} = 3\text{ FE}$

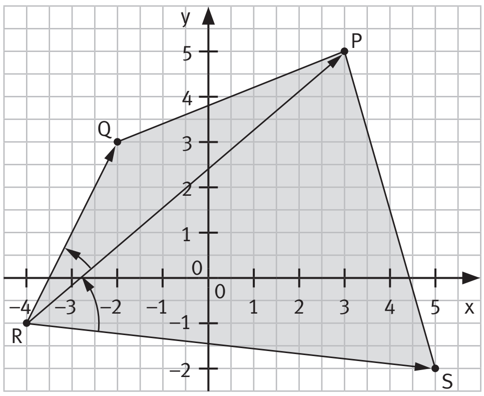
b) B (–3|–2)



$\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$

$A_{ABCD} = \begin{vmatrix} -5 & -1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix}\text{ FE} = 25\text{ FE} - 1\text{ FE} = 24\text{ FE}$

c) Es sind individuelle Zerlegungen möglich, z. B. mit R als Anfangspunkt:
$\overrightarrow{RS} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{RP} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{RQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

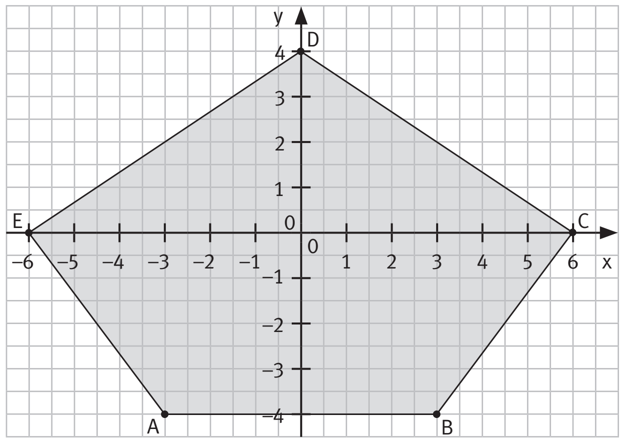


$A_{PRS} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 9 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}\text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot 61\text{ FE} = 30{,}5\text{ FE}$

$A_{PQR} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}\text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot 16\text{ FE} = 8\text{ FE}$

$A_{PQRS} = A_{PRS} + A_{PQR}$
$= 30{,}5\text{ FE} + 8\text{ FE} = 38{,}5\text{ FE}$

d) Es sind individuelle Zerlegungen möglich, z. B. mit dem Trapez ABCE und dem Dreieck CDE.



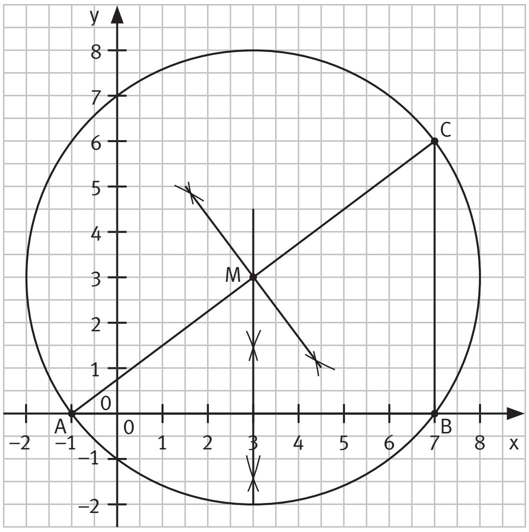
$A_{ABCE} = \frac{6 + 12}{2} \cdot 4\text{ FE} = 36\text{ FE}$
$A_{CDE} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4\text{ FE} = 24\text{ FE}$
$A_{ABCDE} = A_{ABCE} + A_{CDE} = 36\text{ FE} + 24\text{ FE} = 60\text{ FE}$

K5/4 **51** $A = 19{,}2\text{ cm}^2$; $s_1 = 4\text{ cm}$; $s_2 = 5\text{ cm}$; $u = 21\text{ cm}$
$u = a + s_1 + c + s_2 \Rightarrow a + c = 21\text{ cm} - 4\text{ cm} - 5\text{ cm} = 12\text{ cm}$
$A = 0{,}5 \cdot (a + c) \cdot h \Rightarrow h = 2 \cdot 19{,}2\text{ cm}^2 : 12\text{ cm} = 3{,}2\text{ cm}$
Die Höhe h beträgt 3,2 cm, die Längen der Grundseiten a und c betragen zusammen 12 cm.

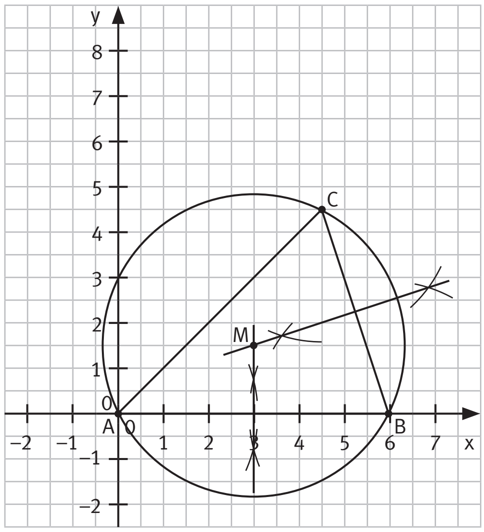
Besondere Punkte und Linien im Dreieck

K 4/5

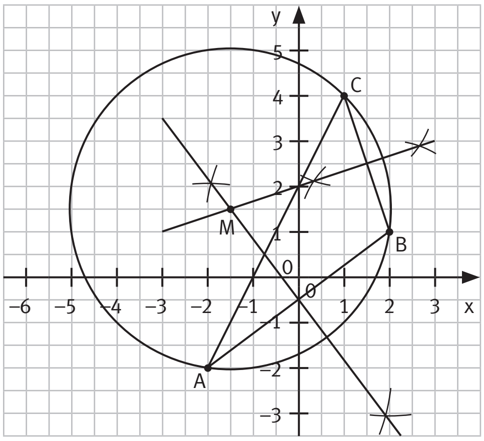
52 a) M (3 | 3); r = 5 cm



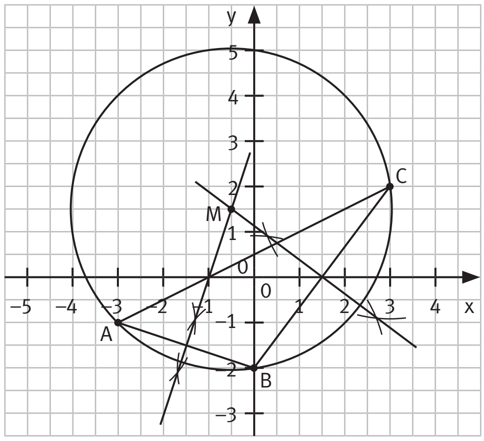
b) M (3 | 1,5); r ≈ 3,4 cm



c) M (–1,5 | 1,5); r ≈ 3,5 cm

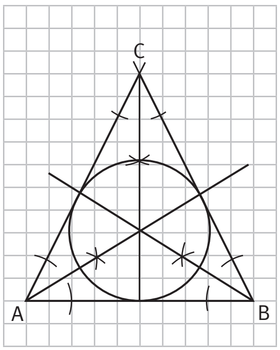


d) M (–0,5 | 1,5); r ≈ 3,5 cm

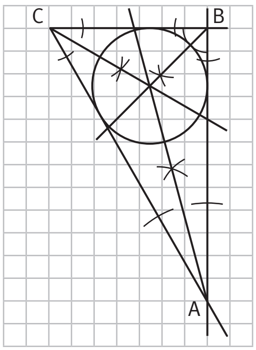


K 4/5

53 a)



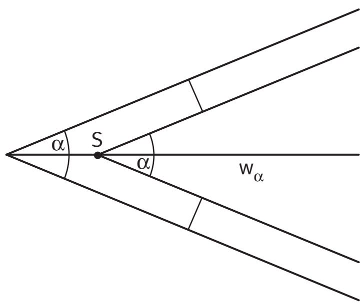
b)



K 1/4

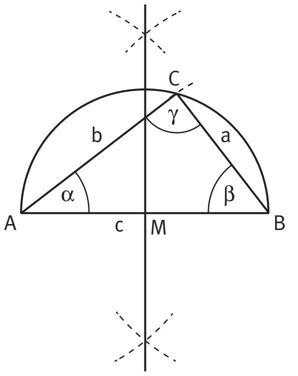
54 Carlo hat Recht, wenn die eingezeichneten Parallelen beide außerhalb bzw. beide innerhalb des ursprünglichen Winkels liegen (die Winkelhalbierende ist der geometrische Ort aller Punkte, die von den Schenkeln des Winkels jeweils den gleichen Abstand haben).
In der Abbildung ist der Fall dargestellt, dass die Parallelen außerhalb des Winkels liegen.

Wenn eine der eingezeichneten Parallelen außerhalb und eine innerhalb des ursprünglichen Winkels liegt, hat Carlo nicht Recht.



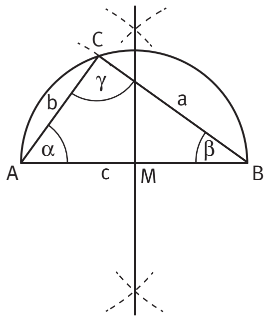
Satz des Thales

K4/5 **55 a)**



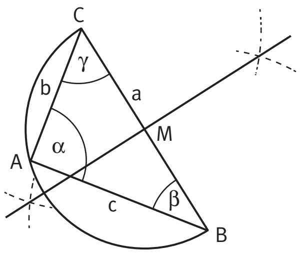
Beschreibung:
1. Festlegen der Strecke $\overline{AB}$ mit c = 5,5 cm
2. Konstruieren des Mittelpunktes M_c
3. Zeichne Kreise k_1 (M_c; r = $|\overline{AM_c}|$) und k_2 (B; r = a = 3,4 cm)
4. $k_1 \cap k_2 = \{C\}$

b)



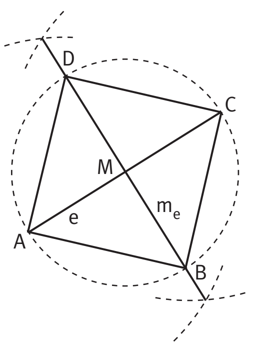
Beschreibung:
1. Festlegen der Strecke $\overline{AB}$ mit c = 5 cm
2. Konstruieren des Mittelpunktes M_c
3. Zeichne Kreise k_1 (M_c; r = $|\overline{AM_c}|$) und k_2 (A; r = b = 6,5 cm)
4. $k_1 \cap k_2 = \{C\}$

c)



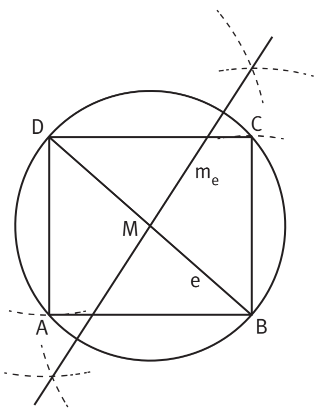
Beschreibung:
1. Festlegen der Strecke $\overline{BC}$ mit a = 5,3 cm
2. Konstruieren des Mittelpunktes M_a
3. Zeichne Kreise k_1 (M_a; r = $|\overline{BM_a}|$) und k_2 (C; r = b = 4,1 cm)
4. $k_1 \cap k_2 = \{A\}$

K4/5 **56 a)**



Beschreibung:
1. Festlegen der Strecke $\overline{AC}$ mit e = 5 cm
2. Konstruieren der Mittelsenkrechten m_e
3. Zeichne Kreis k (M; r = $|\overline{AM}|$)
4. $k \cap m_e = \{B, D\}$

b)



Beschreibung:
1. Festlegen der Strecke $\overline{BD}$ mit e = 6 cm
2. Konstruieren der Mittelsenkrechten m_e
3. Zeichne Kreise k_1 (M; r = $|\overline{DM}|$), k_2 (D; r = b = 4 cm) und k_3 (B; r = b = 4 cm)
4. $k_1 \cap k_2 = \{A\}$ und $k_1 \cap k_3 = \{C\}$

Zusammenhänge im Dreieck

K5/4 **57** **a)** $\beta = 180° - 33° - 76° = 71°$

b) $\alpha = \frac{180°}{9} = 20°$; $\beta = 5\alpha = 100°$; $\gamma = 3\alpha = 60°$

K1/6 **58** **a)** Ein Dreieck ist nicht möglich, da die Dreiecksungleichung nicht erfüllt ist: $a + b = 6{,}5\,\text{cm} < 7\,\text{cm} = c$.

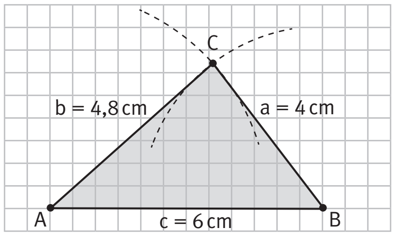
b) Ein Dreieck ist nach dem Kongruenzsatz SSS möglich, da die Dreiecksungleichung in allen drei Fällen erfüllt ist, insbesondere: $a + c = 8{,}2\,\text{cm} > 7\,\text{cm} = b$.

c) Ein Dreieck ist nicht möglich, da die Seite-Winkel-Beziehung nicht erfüllt ist: Der Winkel β ist mit 100° der größte Winkel im Dreieck, die gegenüberliegende Seite ist jedoch mit $b = 4\,\text{cm} < 5\,\text{cm} = a$ nicht die längste Seite.

Dreiecke konstruieren

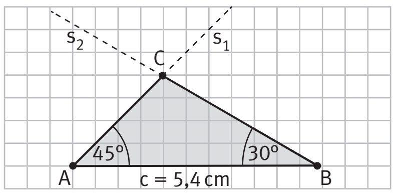
K4/1 **59** (Konstruktionen hier ohne Planfigur und ohne Konstruktionsbeschreibung)

a) Das Dreieck ist konstruierbar nach dem Kongruenzsatz SSS:

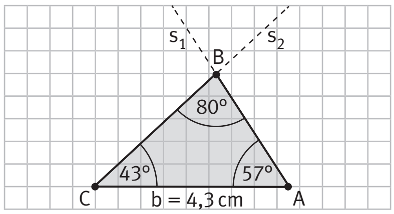


b) Eine Konstruktion ist nicht möglich, da die Dreiecksungleichung nicht erfüllt ist:
$a + b = 2a = c$

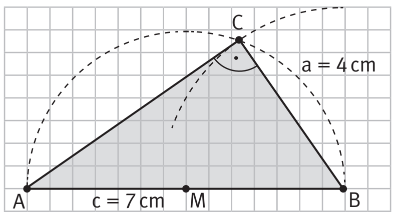
c) Das Dreieck ist konstruierbar nach dem Kongruenzsatz WSW:



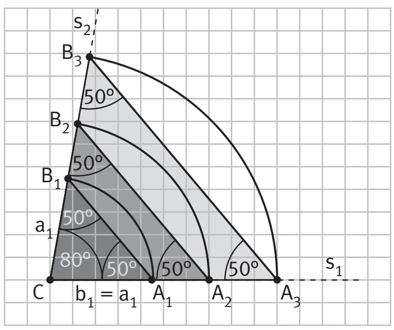
d) Das Dreieck mit $\gamma = 180° - 57° - 80° = 43°$ ist konstruierbar nach dem Kongruenzsatz WSW:



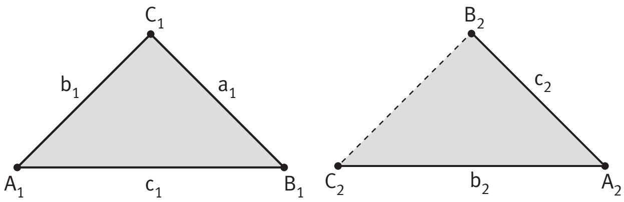
e) Das Dreieck ist konstruierbar nach dem Kongruenzsatz SsW:



f) Das Dreieck ist nicht eindeutig konstruierbar. Es sind unendlich viele Dreiecke möglich mit $\alpha = \beta = 50°$ und $a = b$:

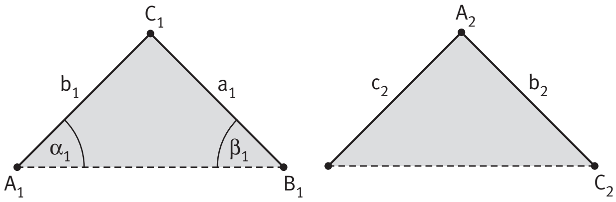


K 1/6 **60 a)**



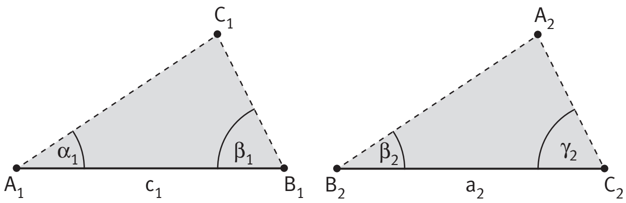
$\Delta A_1B_1C_1$ ist ein gleichschenkliges Dreieck mit $a_1 = b_1$. Da nur zwei Seiten von $\Delta A_2B_2C_2$ bekannt sind und mit den Seiten von $\Delta A_1B_1C_1$ übereinstimmen, ist das $\Delta A_2B_2C_2$ unterbestimmt, d. h., es muss nicht kongruent zu $\Delta A_1B_1C_1$ sein, kann aber kongruent zu $\Delta A_1B_1C_1$ sein.

b)



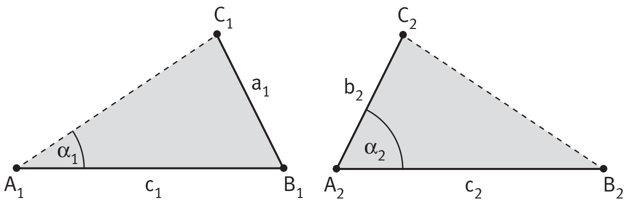
$\Delta A_1B_1C_1$ ist ein gleichschenkliges Dreieck mit $\alpha_1 = \beta_1$ und $b_1 = a_1$. Da nur zwei Seiten von $\Delta A_2B_2C_2$ bekannt sind und mit den Seiten von $\Delta A_1B_1C_1$ übereinstimmen, ist das $\Delta A_2B_2C_2$ unterbestimmt, d. h., es muss nicht kongruent zu $\Delta A_1B_1C_1$ sein, kann aber kongruent zu $\Delta A_1B_1C_1$ sein.

c)



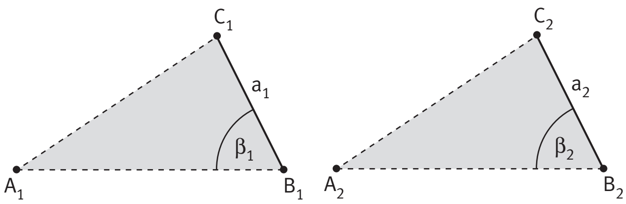
Nach dem Kongruenzsatz WSW sind die beiden Dreiecke kongruent.

d)



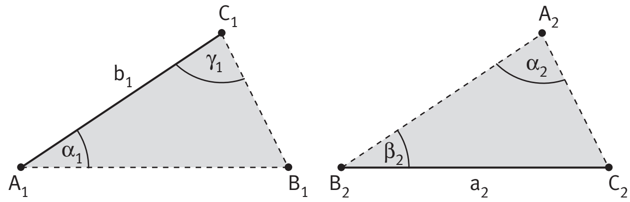
Das $\Delta A_2B_2C_2$ ist nach dem Kongruenzsatz WSW eindeutig bestimmt. Zu $\Delta A_1B_1C_1$ sind zwei Seiten und ein Winkel, der einer der gegebenen Seiten gegenüberliegt, gegeben; man weiß jedoch nicht, ob die dem Winkel gegenüberliegende Seite die längere der beiden Seiten ist – nur dann wäre der Kongruenzsatz SsW anwendbar. Damit ist $\Delta A_1B_1C_1$ unterbestimmt, d. h., es muss nicht kongruent zu $\Delta A_2B_2C_2$ sein.

e)



Es kann keine Aussage über die Kongruenz der Dreiecke gemacht werden, da die erste Bedingung ($b_1 + c_1 = b_2 + c_2$) keine genaue Aussage über die einzelnen Längen b_1, b_2, c_1 und c_2 zulässt; es ist jedoch möglich, dass die beiden Dreiecke kongruent sind.

f)

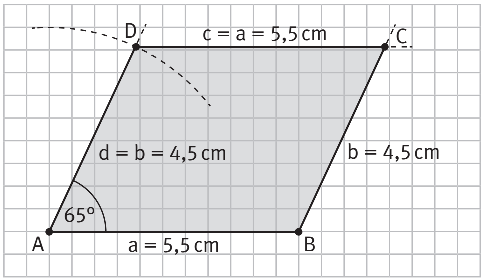


Das $\Delta A_1B_1C_1$ ist nach dem Kongruenzsatz WSW eindeutig bestimmt. Auch das $\Delta A_2B_2C_2$ ist wegen der Innenwinkelsumme im Dreieck eindeutig bestimmt ist (bekannt sind drei Winkel und eine Seite). Allerdings sind die beiden Dreiecke nicht erkennbar kongruent, da die gegebenen Seiten b_1 bzw. a_2 unterschiedlichen Winkeln gegenüberliegen.

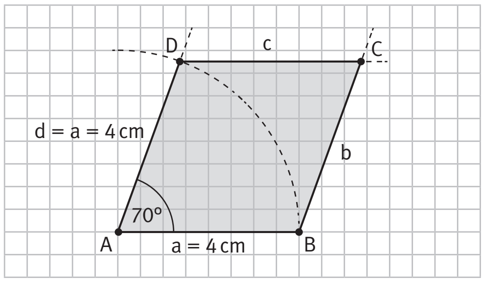
Vierecke ordnen und konstruieren

K4/5 **61** (Konstruktionen hier ohne Planfigur und ohne Konstruktionsbeschreibung)

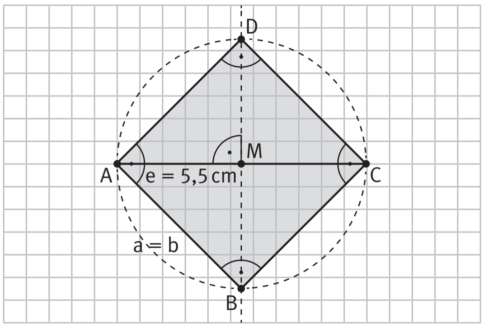
a)



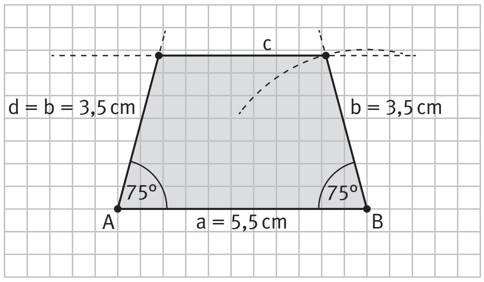
b)



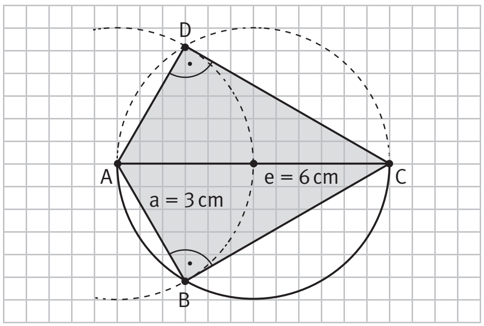
c)



d)



e)



K6/1 **62** **a)** Rechteck, Raute, Quadrat

b) Rechteck, Raute und Quadrat (achsen- und punktsymmetrisch)

c) Raute, Drachenviereck, Quadrat

d) Parallelogramm, Raute, Rechteck, Quadrat

e) achsensymmetrisches Trapez, Rechteck, Quadrat

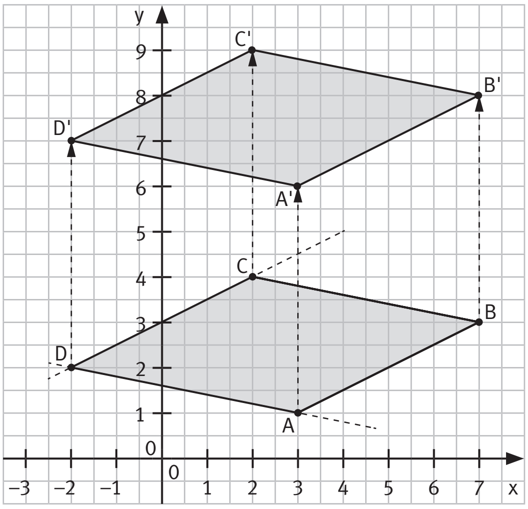
f) Raute, Quadrat

K6/1 **63** punktsymmetrische Vierecke: Rechteck, Raute, Quadrat, Parallelogramm;
achsensymmetrische Vierecke (Anzahl der Symmetrieachsen in Klammern): Rechteck (2), Raute (2), Quadrat (4), Drachenviereck (1), gleichschenkliges Trapez (1)

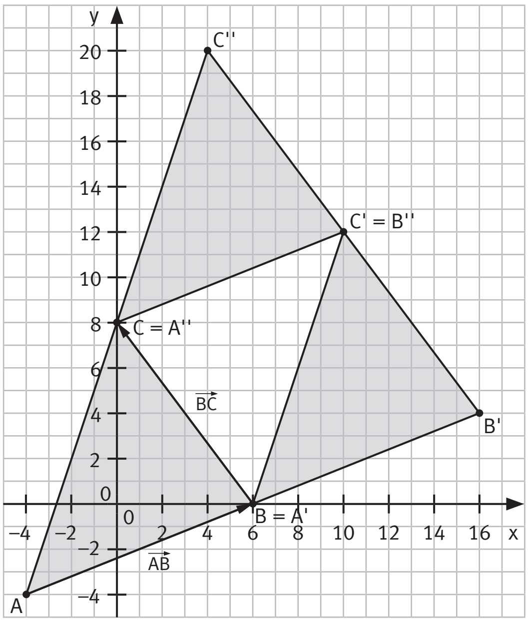
Vektoren

K4/5 **64 a)** und **b)**

Verschiebungspfeil $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ mit einer Länge von 5 cm



K5/4 **65**

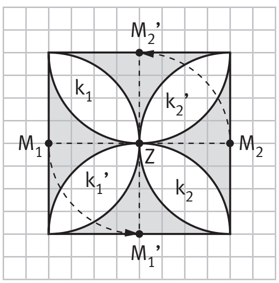


a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$

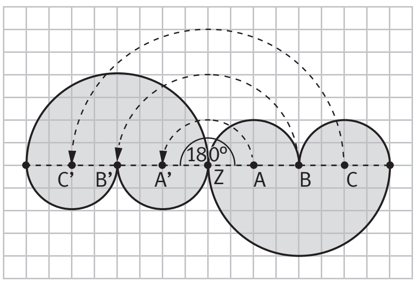
b) Das Dreieck A''B''C'' geht aus dem Dreieck ABC durch eine Parallelverschiebung um den Vektor $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \oplus \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix}$ hervor.

Drehung und Punktspiegelung

KX **66 a)**



b)



Raumgeometrie

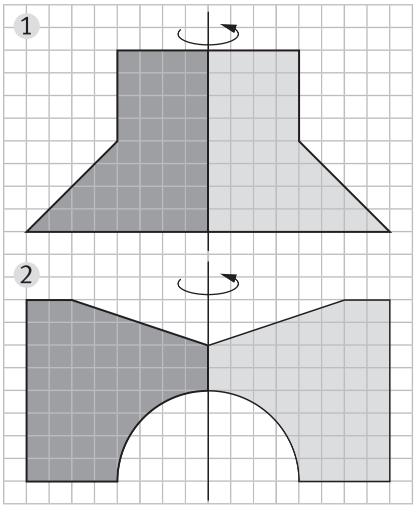
KX **67** Lösungsmöglichkeiten:
- spiegelsymmetrisch: Buch, viele Regale, Quader, Teller, …
- drehsymmetrisch: Zahnräder, Kettenblatt beim Fahrrad, Laufrad beim Fahrrad, Quader, …
- rotationssymmetrisch: Litfaßsäule, Sanduhr, Teller, …

KX **68** **a)** Lösungsmöglichkeit:

1 Der Rotationskörper ist ein Kegelstumpf, auf den ein Zylinder aufgesetzt ist, wobei der Radius des Zylinders dem oberen Radius des Kegelstumpfes entspricht.

2 Der Körper ist ein Zylinder, bei dem oben ein Kegel und unten eine Halbkugel ausgeschnitten ist.

b)



KX **69** **a)** A (4 | 0 | 0); B (4 | 4 | 0); C (0 | 4 | 0); D (0 | 0 | 0); E (4 | 0 | 4); F (4 | 4 | 4); G (0 | 4 | 4); H (0 | 0 | 4)

b) 1 S (4 | 2 | 0); T (0 | 4 | 2)

2 R (2 | 0 | 2); U (2 | 2 | 4)

3 M (2 | 2 | 2)