Startklar

Arithmetisches Mittel bestimmen

K3/5 **1** $\bar{x} = \frac{1{,}45 + 1{,}36 + 1{,}42}{3}\,m = \frac{4{,}23}{3}\,m = 1{,}41\,m$

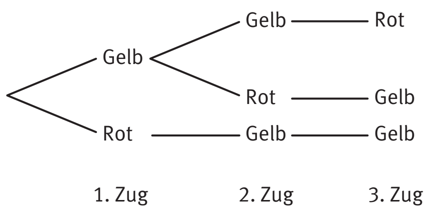
Absolute und relative Häufigkeiten ermitteln

K3/4 **2** **a)** Es sind individuelle Lösungen möglich.

b) Lösungsmöglichkeit:
Es fällt beispielsweise auf, dass bei Schüler A die absolute Häufigkeit einer Augenzahl größer ist als bei Schüler B, wohingegen die relative Häufigkeit der Augenzahl kleiner ist.
Erklärung: Schüler A hat in den 120 Sekunden die größere Anzahl an Würfen durchgeführt als Schüler B.

Baumdiagramme erstellen

K4/5 **3**



Die Begriffe Ergebnis und Ereignis sachgerecht verwenden

K6/1 **4** Den Ausgang eines Zufallsexperiments nennt man Ergebnis. Ein Ereignis ist eine Teilmenge der Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments.

K1/5 **5** **a)** Es gibt 100 mögliche Ergebnisse.

b) Zum Eintreten des Ereignisses „Die gezogene Zahl enthält mindestens einmal die Ziffer 9." führen die Ergebnisse 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98 und 99.

1 Daten und Zufall

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K6
- Der Casino-Spielwürfel (auch „Präzisionswürfel" genannt) ist durchsichtig; dadurch kann man (fast) sichergehen, dass der Würfel nicht gezinkt ist. Die Ecken und Kanten des Würfels sind nicht abgerundet, sondern scharf, sodass der Würfel nach dem Werfen schnell und sicher auf einer Seite liegen bleibt.

K1
- P (Eins) = P (Zwei) = P (Drei) = … = P (Sechs) = $\frac{1}{6}$

K1
- Anzahl der Möglichkeiten für eine gerade Augenzahl (= AZ_{gerade}): 3
  Anzahl der Möglichkeiten für eine ungerade Augenzahl (= $AZ_{ungerade}$): 3
  Es gibt halb so viele Möglichkeiten, eine gerade (ungerade) Augenzahl zu würfeln, wie die Anzahl aller möglichen Ergebnisse insgesamt.
  $P(AZ_{gerade}) = P(AZ_{ungerade}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

1.1 Empirisches Gesetz der großen Zahlen

Entdecken

K6/1
- Antwort C ist richtig: Dass bei 500 Würfen jedes Mal Zahl oben liegt, ist weniger wahrscheinlich als dass bei 5 Würfen jedes Mal Zahl oben liegt. Die Wahrscheinlichkeit für „Nur Zahl liegt oben." beträgt bei 500 Würfen nur $0{,}5^{500}$, bei 5 Würfen immerhin $0{,}5^5$.

K4/1
- Mit zunehmender Anzahl der Würfe geht die relative Häufigkeit des Ereignisses „Zahl liegt oben." gegen 50 % = 0,5.

K4/1
- Die Schwankung der relativen Häufigkeit ist umso größer, je weniger Würfe ausgeführt wurden. Demnach ist die Schwankung bei 10 Würfen deutlich höher im Vergleich zu 450 Würfen.

Nachgefragt

K1/6
- Achtung: Die beiden Ereignisse sind nicht gleich wahrscheinlich, obwohl $\frac{7}{10} = 70\,\%$ bzw. $\frac{70}{100} = 70\,\%$!
Richtig ist: A ist wahrscheinlicher als B. Die Schwankung der relativen Häufigkeit eines Ereignisses ist bei einer kleinen Anzahl an Durchführungen des Zufallsexperiments größer als bei einer großen Anzahl an Durchführungen (vgl. das Diagramm auf S. 40).

K6/1
- Die Aussage ist falsch. Am einfachsten erkennt man dies anhand eines Beispiels: Person X führt das Zufallsexperiment „Werfen einer Münze" 1-mal durch und erhält das Ergebnis „Zahl". Folglich ist h (Zahl) = 1.
Person Y führt das Zufallsexperiment „Werfen einer Münze" 1000-mal durch und erhält dabei 512-mal das Ergebnis „Zahl". Es ergibt sich diesbezüglich h (Zahl) = 0,512. Betrachtet man nun das arithmetische Mittel der einzelnen relativen Häufigkeiten, so ergibt sich als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses „Zahl": $\frac{1 + 0{,}512}{2} = 0{,}756$. Diesen Wert zu nehmen, erscheint wenig sinnvoll. Sinnvoller wäre beispielsweise als Schätzwert: $\frac{1 + 512}{1 + 1000} = \frac{513}{1001}$.

Aufgaben

K4/5 **1** **a)** Lösungsmöglichkeit:

	absolute Häufigkeit			relative Häufigkeit		
	H (o)	H (u)	H (S)	h (o)	h (u)	h (S)
Meine 500 Würfe	300	175	25	0,6	0,35	0,05

b) Es sind individuelle Lösungen möglich. Die Schätzwerte dürften sich ungefähr im Bereich der in a) genannten Wahrscheinlichkeiten bewegen.

K5 **2** Nelson hat nicht Recht. 10 Würfe reichen nicht aus, um eine Wahrscheinlichkeit zu bestimmen. Erst bei einer großen Anzahl an Würfen (z. B. 100 oder 1000) können die relativen Häufigkeiten der einzelnen Ausgänge als gute Näherungswerte für deren Wahrscheinlichkeit angesehen werden.

K4/5 **3**

a)				b)		
Ziffer	S. 34	S. 187	S. 342	Vorkommen	rel. Häufigkeit $\bar{x}$	Schätzwert
0	$\frac{354}{3147} \approx 0{,}112$	$\frac{267}{2547} \approx 0{,}105$	$\frac{317}{2892} \approx 0{,}110$	938	$\frac{938}{8586} \approx 0{,}109 = 10{,}9\,\%$	11 %
1	$\frac{276}{3147} \approx 0{,}088$	$\frac{189}{2547} \approx 0{,}074$	$\frac{229}{2892} \approx 0{,}079$	694	$\frac{694}{8586} \approx 0{,}081 = 8{,}1\,\%$	8 %
2	$\frac{451}{3147} \approx 0{,}143$	$\frac{312}{2547} \approx 0{,}122$	$\frac{395}{2892} \approx 0{,}137$	1158	$\frac{1158}{8586} \approx 0{,}135 = 13{,}5\,\%$	14 %
3	$\frac{289}{3147} \approx 0{,}091$	$\frac{251}{2547} \approx 0{,}099$	$\frac{321}{2892} \approx 0{,}111$	861	$\frac{861}{8586} \approx 0{,}100 = 10{,}0\,\%$	10 %
4	$\frac{313}{3147} \approx 0{,}099$	$\frac{281}{2547} \approx 0{,}110$	$\frac{276}{2892} \approx 0{,}095$	870	$\frac{870}{8586} \approx 0{,}101 = 10{,}1\,\%$	10 %
5	$\frac{462}{3147} \approx 0{,}147$	$\frac{361}{2547} \approx 0{,}142$	$\frac{385}{2892} \approx 0{,}133$	1208	$\frac{1208}{8586} \approx 0{,}141 = 14{,}1\,\%$	14 %
6	$\frac{243}{3147} \approx 0{,}077$	$\frac{176}{2547} \approx 0{,}069$	$\frac{207}{2892} \approx 0{,}072$	626	$\frac{626}{8586} \approx 0{,}073 = 7{,}3\,\%$	7 %
7	$\frac{178}{3147} \approx 0{,}057$	$\frac{189}{2547} \approx 0{,}074$	$\frac{165}{2892} \approx 0{,}057$	532	$\frac{532}{8586} \approx 0{,}062 = 6{,}2\,\%$	6 %
8	$\frac{254}{3147} \approx 0{,}081$	$\frac{243}{2547} \approx 0{,}095$	$\frac{265}{2892} \approx 0{,}092$	762	$\frac{762}{8586} \approx 0{,}089 = 8{,}9\,\%$	9 %
9	$\frac{327}{3147} \approx 0{,}104$	$\frac{278}{2547} \approx 0{,}109$	$\frac{332}{2892} \approx 0{,}115$	937	$\frac{937}{8586} \approx 0{,}109 = 10{,}9\,\%$	11 %

Die Ziffern 0, 1, 2, …, 9 kommen insgesamt 8586-mal vor.

K4/5 **4** **a)** ① gehört zum kleinen Holzzylinder, da die Mantelfläche des Zylinders kleiner ist als beim großen Holzzylinder. Es ist wahrscheinlicher, dass der Holzzylinder auf der Sternfläche liegen bleibt, als dass er auf die Seite kippt.

② gehört zum großen Holzzylinder, da die Mantelfläche des Zylinders größer ist als beim kleinen Holzzylinder. Es ist wahrscheinlicher, dass der Holzzylinder auf der Seite liegen bleibt, als dass er auf die Sternfläche kippt.

b) ① Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „Stern“: $\frac{30\,000}{50\,000} = 0{,}6 = 60\,\%$

② Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis „Stern“: $\frac{15\,000}{50\,000} = 0{,}3 = 30\,\%$

K1/6 **5** Wenn man davon ausgeht, dass Coras Würfel nicht professionell gezinkt wurde (etwa für den Einsatz bei illegalen Glückspielen), reicht es aus, dass Rudi selbst eine lange Versuchsreihe mit dem pinkfarbenen Würfel durchführt und die Wahrscheinlichkeit für einen Sechser ermittelt.

K6/1 **6** **a)** Mögliche Antwort/Vermutung:
Die 6 und die 1 werden am häufigsten gewürfelt (etwa 90 %), da diese die größten Flächen haben. Dass die Seitenlagen 3 und 4 bzw. 5 und 2 gewürfelt werden, ist sehr unwahrscheinlich (etwa 10 %).

b) und **c)** Es sind individuelle Ergebnisse möglich.

Faire Münze

K6/3 • Es sind individuelle Lösungen möglich.

K3/6 • Lösungsmöglichkeit: Zahl oben: 31
Wappen oben: 69

K3/5 • Lösungsmöglichkeit: h („Zahl oben“) = 31 %
h („Wappen oben“) = 69 %

Es fällt auf, dass das Ereignis „Wappen oben“ eine deutlich größere relative Häufigkeit aufweist als das Ereignis „Zahl oben“ (Anmerkung: je nach Münze genau anders herum), sodass 0,5 als Schätzwert für die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten nicht sinnvoll erscheint.

1.2 Laplace-Wahrscheinlichkeit

Entdecken

K6/1
- Man wird erwarten, dass das „X“ in ca. $\frac{1}{6}$ aller Würfe oben liegt.

K3/5
- Lösungsmöglichkeit: Bei 24 Schülern in der Klasse sollten dann insgesamt 2400 Würfe durchgeführt worden sein, sodass man erwarten kann, dass in ca. 4000 Fällen das „X“ oben lag, also H („X oben“) = 4000. Damit ergäbe sich eine relative Häufigkeit von h („X oben“) = $\frac{1}{6}$. In der Praxis ist es natürlich nahezu ausgeschlossen, dass man genau diesen Wert erhält.

K6/3
- Es sind individuelle Lösungen möglich.

K1/6
- Aufgrund der Symmetrie der Körper kann man annehmen, dass die Wahrscheinlichkeit, dass der Körper auf einer bestimmten Seite landet, für alle Seiten dieselbe ist:
  (1) Oktaeder: $\frac{1}{6}$ (2) Dodekaeder: $\frac{1}{12}$ (3) Ikosaeder: $\frac{1}{20}$

Nachgefragt

K6/1
- Lösungsmöglichkeiten: Werfen eines Holzzylinders, quaderförmigen Bausteins oder Reißnagels.

K1/6
- Nein, die Laplace-Wahrscheinlichkeit für ein mögliches Ergebnis bei einem Zufallsexperiment kann nicht 75 % betragen, da man hier nur Zufallsexperimente betrachtet, deren Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind. Die Wahrscheinlichkeit bei n Ergebnissen beträgt jeweils $\frac{1}{n}$. 75 % lässt sich so nicht als Bruch darstellen.

Aufgaben

K1/6 **1** **a)** Hier lässt sich die Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da es zwei mögliche Ergebnisse gibt, die gleich wahrscheinlich sind.
b) Hier lässt sich die Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da es 49 – 6 = 43 Ergebnisse gibt, die alle gleich wahrscheinlich sind.
c) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da die beiden Ergebnisse (Aufkommen auf der Halbkugel bzw. Aufkommen auf der Kreisfläche) nicht gleich wahrscheinlich sind.
d) Es lässt sich keine Laplace-Wahrscheinlichkeit angeben, da die beiden Ergebnisse (Niete oder Gewinn) nicht gleich wahrscheinlich sind, sondern von der Verteilung der Nieten bzw. Gewinnlose abhängen: Wenn im Lostopf beispielsweise 90 Nieten und 10 Gewinnlose sind, dann beträgt beim ersten Ziehen die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn 10 %, die für eine Niete dagegen 90 %. Ausnahme: Lostrommel, die ausschließlich nummerierte Gewinnlose enthält. Dann wird jeder Gewinn mit derselben Wahrscheinlichkeit gezogen.

K1/3 **2** (1) Glückskreisel (2) Spielwürfel (3) Tetraeder-Würfel

K1/3 **3** **a)** $\frac{1}{6} = 16{,}\overline{6}\,\%$ **b)** $\frac{1}{4} = 25\,\%$ **c)** $\frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$

K1/6 **4** Es sind individuelle Lösungen möglich.

K1/6 **5** **a)** (1) 20 % (2) 16,7 % (3) 14,3 % **b)** (1) 24-mal (2) 20-mal (3) ungefähr 17-mal
Anmerkung: In der Praxis ist es äußerst unwahrscheinlich, dass die bei b) vermuteten Anzahlen tatsächlich eintreten. Bei einer großen Anzahl an Versuchsdurchführungen wird man diese Anzahl allerdings im Mittel erwarten. Es kann gesagt werden, dass die in b) genannten Anzahlen die größte Wahrscheinlichkeit gegenüber allen anderen Anzahlen haben, insgesamt aber „höchstwahrscheinlich“ eben nicht auftreten.

K1/3 **6** $\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\,\%$ Die Wahrscheinlichkeit, dass Jennys Tasche getroffen wurde, beträgt 20 %.

K4/6 **7** **a)** Für jede Ziffer ist eine gleich große Wahrscheinlichkeit zu erwarten, also $\frac{1}{6}$.

b) Michas Meinung ist gerechtfertigt: Die Voraussetzung für ein Laplace-Glücksrad ist, dass alle möglichen Ereignisse gleich wahrscheinlich sind. Das trifft auf das Glücksrad von Micha und Eva zu, weil es symmetrisch aufgebaut ist.

K1/6 **8** Es sind unterschiedliche Antworten möglich, z. B.:

- „Hedwig hat nicht Recht mit ihrer Äußerung, die vermutlich auf der Annahme beruht, dass die geordnete Zahlenfolge auf Alberts Lottotipp weniger wahrscheinlich sei als die ungeordneten Zahlen auf Bertrams Lottotipp. Tatsächlich ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine der Zahlen gezogen wird, jeweils $\frac{1}{49}$ bzw. $\frac{1}{48}$ bzw. $\frac{1}{47}$ ...; die Anordnung der Zahlen hat auf die Wahrscheinlichkeit, gezogen zu werden, keinen Einfluss."
- „Hedwig hat nicht Recht: Beim Lotto gibt es immer genau eine Anzahl an allen möglichen Zahlenkombinationen. Alberts und Bertrams Kombinationen kommen jeweils ein Mal vor, die beiden Kombinationen sind gleich wahrscheinlich."

K1/6 **9** Die Chance für „Adler" liegt bei $\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$, da die Ergebnisse „Zahl" und „Adler" gleich wahrscheinlich und von den vorausgehenden Ergebnissen unabhängig sind.

K6/1 **10** **a)** Bezogen auf die möglichen Ergebnisse wird das Verhältnis „Günstige zu Ungünstige" betrachtet. (Anmerkung: 1 : n entspricht dem Verhältnis „Günstige zu Mögliche").

b) Es wird das Verhältnis Chance für „Günstig" zu Chance für „Ungünstig" betrachtet.

K6/1 **11** Aus mathematischer Sicht hat Rolf nicht Recht. Selbst wenn die Stute Scarlett mit Sarah Wildner die absoluten Favoriten sind (oder im Extremfall sogar als einziges Team antreten), kann die Wahrscheinlichkeit maximal bei 100 % = 1 liegen.

Simulation

K4/5 **Münzwurf simulieren**

a) bis **c)**

- Um die Wurfnummern fortzusetzen, empfiehlt es sich, den ersten Wurf in A9 mit 1 zu nummerieren und die Folgenummern über den Befehl „=SUMME(A9;1)" zu erzeugen.
- In B9 wird durch den Befehl „=ZUFALLSZAHL()" eine Zufallszahl generiert.
- In C9 wird über den Bedingungsbefehl „=WENN(B9<0,5;1;0)" festgestellt, ob (in der Simulation) Kopf gewürfelt wurde oder nicht; ebenso wird in D9 über „=WENN(B9<0,5;0;1)" festgestellt, ob Zahl gewürfelt wurde oder nicht.
- In C6 und in D6 werden über die Befehle „=SUMME(C9:C5008)" bzw. „=SUMME(D9:D5008)" alle Vorkommen von „Kopf" bzw. von „Zahl" addiert, und zwar im angegebenen Bereich, hier also bis zum 5000. Wurf.

Nimmt man in Zelle B3 anstelle von 0,5 einen anderen Wahrscheinlichkeitswert an, so lautet der Bedingungsbefehl für C9 bzw. D9: „=WENN(B9<B3;1;0)" bzw. „=WENN(B9<B3;0;1)".

d) und **e)**

- Die absolute Häufigkeit von „Kopf" erfolgt in Spalte D über den Befehl „=C4" in D4 bzw. „=D4+C5" in D5 und dann über Kopieren des Befehls in D5 in die Folgezellen von D5 in Spalte D.
- Die relative Häufigkeit von „Kopf" erfolgt in Spalte E über den Befehl „=D4/A4" in E4 und dann über Kopieren des Befehls in E4 in die Folgezellen in Spalte E.

Mit Ansteigen der Anzahl der Würfe nähert sich die relative Häufigkeit für „Kopf" (bzw. dann auch „Zahl") immer mehr dem Wert 0,5 an.

1.3 Ergebnisraum und Gegenereignis

Entdecken

K6/5
- Susi kann mit einer 3 die grüne Figur schlagen und mit einer 5 die blaue Figur. Mengenschreibweise:
  M = {Würfelergebnisse, bei denen Susi eine der anderen Figuren werfen kann.}
  M = {3; 5}

K6/5
- $\overline{M}$ = {Würfelergebnisse, bei denen Susi keine der anderen Figuren werfen kann.}
  $\overline{M}$ = {1; 2; 4; 6}

Nachgefragt

K1/6
- Die Behauptung ist richtig: Wenn ein Ereignis sicher ist, hat es die Wahrscheinlichkeit 1. Für das Gegenereignis bleibt dann nur noch die Wahrscheinlichkeit 0 übrig, was einem unmöglichen Ereignis enspricht.

K6/1
- Das Gegenereignis lautet: „keine Augenzahl 6 oder zweimal Augenzahl 6“.

Aufgaben

K6/1 **1** ① Ω = {Blau, Grün; Weiß} lässt sich hier als Ergebnisraum betrachten, da keine andersfarbigen Kugeln in der Urne sind.

② Auch hier beschreibt Ω = {Blau, Grün; Weiß} einen Ergebnisraum, da keine anderen Farben auf dem Kreisel zu sehen sind.

③ Unter der Voraussetzung, dass die nicht sichtbaren Flächen des Quaders ebenfalls blau, grün oder rot gefärbt sind, könnte hier ein möglicher Ergebnisraum sein: Ω = {Blau, Grün; Rot}. Sollten andere Farben hinzukommen, müsste der Ergebnisraum entsprechend erweitert werden.

K6/1 **2** **a)** $\overline{A}$: „Heute wird in unserer Straße kein rotes Auto parken.“

b) $\overline{B}$: „Nicht alle gezogenen Lose sind Nieten.“
oder: „Mindestens ein gezogenes Los ist keine Niete.“

c) $\overline{C}$: „Du würfelst mindestens zweimal die Augenzahl 6.“

d) $\overline{D}$: „In den Sommerferien fahre ich nie in den Urlaub.“

K6/1 **3** **a)** Tilo beschreibt in seinem Ergebnisraum eine Karte entweder mit dem Bild, das darauf abgebildet ist (Eis; Raupe), oder mit der aufgedruckten Zahl (30; 14; 10). Sinnvollerweise hätte Tilo sich auf eine der beiden Arten festgelegt (nur Bilder oder nur Zahlen) oder Bild und Zahl kombiniert, z. B. Eis-10, Raupe-72 ….
Tilo hat die Karte Eis-10 fälschlicherweise zweimal in seinem Ergebnisraum beschrieben, einmal als „Eis“ und einmal als „10“. Außerdem hat er vergessen, die Karte Hase-56 mit aufzunehmen.
Korrekt ist:

Ω_1 = {Hase-56; Schmetterling-14; Eis-10; Raupe-72; Schwan-30} oder

Ω_2 = {Hase; Schmetterling; Eis; Raupe; Schwan} oder

Ω_3 = {56; 14; 10; 72; 30}

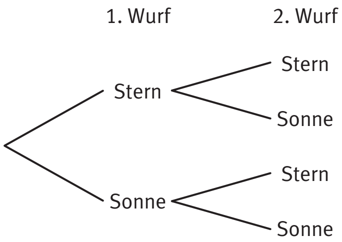
b) E_1 = {Hase; Schmetterling; Raupe; Schwan} in Ω_2
E_2 = {56; 72} in Ω_3

c) Gegenereignis $\overline{E_1}$: „ Auf der gezogenen Karte ist kein Tier abgebildet.“:
$\overline{E_1}$ = {Eis}. $\overline{E_1}$ ist ein Elementarereignis, es enthält nur ein einziges Element.
Gegenereignis $\overline{E_2}$: „Auf der gezogenen Karte steht eine Zahl, die nicht durch acht teilbar ist.“:
$\overline{E_2}$ = {14; 10; 30}. $\overline{E_2}$ ist kein Elementarereignis.

K3/1 **4** **a)** Mögliche Ergebnisräume beim Drehen des Glücksrades:
Ω_{Farben} = {Dunkelblau; Hellblau; Lila; Orange; Gelb; Grün}
$\Omega_{\text{Euros oder Sachpreis}}$ = {70 €; 110 €; 120 €; 130 €; 140 €; 150 €; 170 €; 200 €; Sachpreis}
$\Omega_{\text{Geld- oder Sachpreis}}$ = {Geldpreis; Sachpreis}

b) Beim Experiment „Farben“ handelt es sich um ein Laplace-Experiment, da jede Farbe auf dem Glücksrad gleich oft vorkommt, und zwar genau 4-mal. Die Ergebnisse der anderen beiden Ergebnisräume kommen nicht jeweils gleich oft vor, also handelt es sich bei „Euros oder Sachpreis“ und bei „Geld- oder Sachpreis“ nicht um Laplace-Experimente.

K4/1 **5** **a)** Baumdiagramm eines mehrstufigen Experiments:

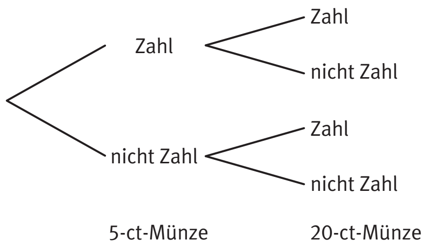


b) Ω = {Stern-Stern; Stern-Sonne, Sonne-Stern; Sonne-Sonne}
mit den Ergebnissen E_1 = {Stern-Stern}; E_2 = {Stern-Sonne}; E_3 = {Sonne-Stern} und E_4 = {Sonne-Sonne}

c) Das Ereignis E: „Bei genau einem der beiden Würfe liegt die Sonne oben.“ ist bei E_2 = {Stern-Sonne} und bei E_3 = {Sonne-Stern} eingetreten. Bei E_1 = {Stern-Stern} liegt die Sonne gar nicht oben. Bei E_4 = {Sonne-Sonne} liegt die Sonne zweimal oben.

1.4 Wahrscheinlichkeiten berechnen

Entdecken

K4/5
- 

  Ergebnisraum: Ω = {(Zahl; Zahl); (Zahl; nicht Zahl); (nicht Zahl; Zahl); (nicht Zahl; nicht Zahl)}

K6/1
- Vermutung: Es handelt sich um ein Laplace-Experiment. Man könnte die Vermutung überprüfen, indem man das Zufallsexperiment sehr oft wiederholt, sodass sich die zugehörigen relativen Häufigkeiten um 0,25 herum stabilisieren würden.

K1/4
- 2-mal Zahl: eine Möglichkeit
  0-mal Zahl: eine Möglichkeit
  1-mal Zahl: zwei Möglichkeiten

K6/1
- Wenn jedes der vier Ergebnisse gleich wahrscheinlich ist (weil ein Laplace-Experiment vorliegt), kann man die zugehörige Wahrscheinlichkeit bestimmen, indem man die Anzahl der günstigen Ergebnisse durch die Anzahl der möglichen Ergebnisse teilt:
  $P(E_1) = \frac{1}{4} = 0{,}25$ $\quad$ $P(E_2) = \frac{1}{4} = 0{,}25$ $\quad$ $P(E_3) = \frac{2}{4} = 0{,}5$

Nachgefragt

K1/6
- Bei einem Laplace-Experiment mit dem Ergebnisraum Ω und n unterschiedlichen, gleich wahrscheinlichen Ergebnissen gilt für jedes Ergebnis E_i die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{n}$:
  $P(E_i) = \frac{1}{n}$ für alle Ergebnisse E_i
  Setzt sich nun ein Ereignis E eines Laplace-Experiments aus mehreren günstigen Fällen zusammen, so werden zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeit von E die Wahrscheinlichkeiten der Ergebnisse, aus denen sich E zusammensetzt, addiert:
  $P(E) = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \ldots \frac{1}{n} = |E| \cdot \frac{1}{n} = \frac{|E|}{|\Omega|}$ für $E = E_1 \cup E_2 \cup \ldots$
  Man erhält so die allgemeine Formel für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E in einem Laplace-Experiment:
  $P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}$

K1/6
- Die Aussage ist wahr:
  Ist E_1 gleich dem Ergebnisraum Ω, so setzt sich E_1 aus den Ergebnissen von Ω zusammen, für E_1 gilt daher: $|E_1| = |\Omega|$. Damit gilt: $P(E_1) = \frac{|E_1|}{|\Omega|} = \frac{|\Omega|}{|\Omega|} = 1$.
  Ist E_2 gleich der leeren Menge, so gibt es kein Ereignis, das E_2 erfüllt, d. h.: $P(E_2) = \frac{|E_2|}{|\Omega|} = \frac{0}{|\Omega|} = 0$.

Aufgaben

K5/3
1 In der Urne sind insgesamt 15 Kugeln.

a) $\frac{5}{15} = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\,\%$ $\quad$ **b)** $\frac{7}{15} \approx 46{,}7\,\%$ $\quad$ **c)** $\frac{10}{15} = \frac{2}{3} \approx 66{,}7\,\%$

d) $\frac{0}{15} = 0 = 0\,\%$ (unmögliches Ereignis) $\quad$ **e)** $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 80\,\%$ $\quad$ **f)** $\frac{15}{15} = 1 = 100\,\%$ (sicheres Ereignis)

K6/4 **2**

	blaue Kugeln	gelbe Kugeln
a)	12	12
b)	8	16
c)	15	9
d)	4	20

K1/6 **3** Es wird angenommen, dass das Ergebnis, an einem bestimmten der 365 Tage des Jahres Geburtstag zu haben, gleich wahrscheinlich ist. Schaltjahre werden nicht berücksichtigt.

a) $\frac{1}{365} \approx 0{,}3\,\%$ **b)** $\frac{31}{365} \approx 8{,}5\,\%$ **c)** $\frac{1}{4} = 25\,\%$ **d)** $\frac{313}{365} \approx 85{,}8\,\%$ oder $\frac{312}{365} \approx 85{,}5\,\%$

K6/1 **4** **a)** A: „Farbe Rot“ $\overline{A}$: „Farbe Blau, Grün, Lila oder Orange“
B: „Farbe Orange“ $\overline{B}$: „Farbe Blau, Grün, Lila oder Rot“

1 $P(A) = 25\,\%$ $P(\overline{A}) = 75\,\%$ $P(B) = 25\,\%$ $P(\overline{B}) = 75\,\%$
2 $P(A) = 20\,\%$ $P(\overline{A}) = 80\,\%$ $P(B) = 30\,\%$ $P(\overline{B}) = 70\,\%$
3 $P(A) = 16{,}7\,\%$ $P(\overline{A}) = 83{,}3\,\%$ $P(B) = 25\,\%$ $P(\overline{B}) = 75\,\%$

b) 1 ca. 50-mal (1250-mal) 2 ca. 40-mal (1000-mal) 3 ca. 34-mal (834-mal)
Tatsächlich werden diese absoluten Häufigkeiten nur mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit erreicht. „Im Mittel“ wird man aber bei sehr vielen Versuchen diese Werte am häufigsten erwarten.

K3/6 **5** **a)** Mögliche Schülerantworten mit „Zahl“ = 7, 8, 9 oder 10; „Bild“ = Bube, Dame König oder Ass; „Person“ = Bube, Dame oder König:

Ω_1 = {Rot; Schwarz}
Ω_2 = {Zahl; Bild}
Ω_3 = {Kreuz; Herz; Pik; Karo}
Ω_4 = {7; 8; 9; 10; Bube; Dame; König; Ass}
Ω_5 = {Kreuz 7; Kreuz 8; Kreuz 9; Kreuz 10; Kreuz Bube; Kreuz Dame; Kreuz König; Kreuz Ass;
Herz 7; Herz 8; Herz 9; Herz 10; Herz Bube; Herz Dame; Herz König; Herz Ass;
Pik 7; Pik 8; Pik 9; Pik 10; Pik Bube; Pik Dame; Pik König; Pik Ass;
Karo 7; Karo 8; Karo 9; Karo 10; Karo Bube; Karo Dame; Karo König; Karo Ass}
Ω_6 = {Bube; nicht-Bube}
Ω_7 = {Person; nicht-Person}

b) Für die Ergebnisräume Ω_1, Ω_2, Ω_3, Ω_4, Ω_5 ist die Annahme, dass es sich um ein Laplace-Experiment handelt, gerechtfertigt. Die möglichen Ergebnisse sind jeweils gleich wahrscheinlich, da es gleich viele Karten der jeweiligen Arten gibt:
Ω_1: 16 rote Karten und 16 schwarze Karten
Ω_2: 16 Zahlkarten und 16 Bildkarten
Ω_3: 8 Kreuz-, 8 Herz-, 8 Pik- und 8 Karokarten
Ω_4: jeweils 4-mal die Karte 7; 8; 9; 10; Bube; Dame; König; Ass
Ω_5: genau eine von 32 Karten
Für die Ergebnisräume Ω_6 und Ω_7 ist die Annahme, dass es sich um ein Laplace-Experiment handelt, nicht gerechtfertigt: Die möglichen Ergebnisse sind nicht gleich wahrscheinlich, da es unterschiedlich viele Karten der jeweiligen Arten gibt:
Ω_6: 4 Bube-Karten; 28 Nicht-Bube-Karten
Ω_7: 12 Person-Karten; 20 Nicht-Person-Karten

c) 1 $P(E_{\text{Herz-Ass}}) = \frac{1}{32}$; Ergebnisraum Ω_5 2 $P(E_{\text{Rot}}) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$; Ergebnisraum Ω_5 bzw. Ω_1
3 $P(E_{\text{Sieben}}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$; Ergebnisraum Ω_5 bzw. Ω_4 4 $P(E_{\text{Person}}) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$; Ergebnisraum Ω_5

K6/1 **6** **a)** Das Werfen einer Muschelschale ist kein Laplace-Experiment, da die Muschelschale nicht so ausbalanciert ist, dass beide Positionen beim Werfen gleich wahrscheinlich sind. Die Formel $P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}$ ist daher nicht anwendbar.

b) Zur Ermittlung von P (E) kann man die Muschelschale 100-mal (oder öfter) werfen und festhalten, wie oft Position 1 eingenommen wurde. Nach dem empirischen Gesetz der großen Zahlen kann die relative Häufigkeit für E als Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit von E_3 angesehen werden.

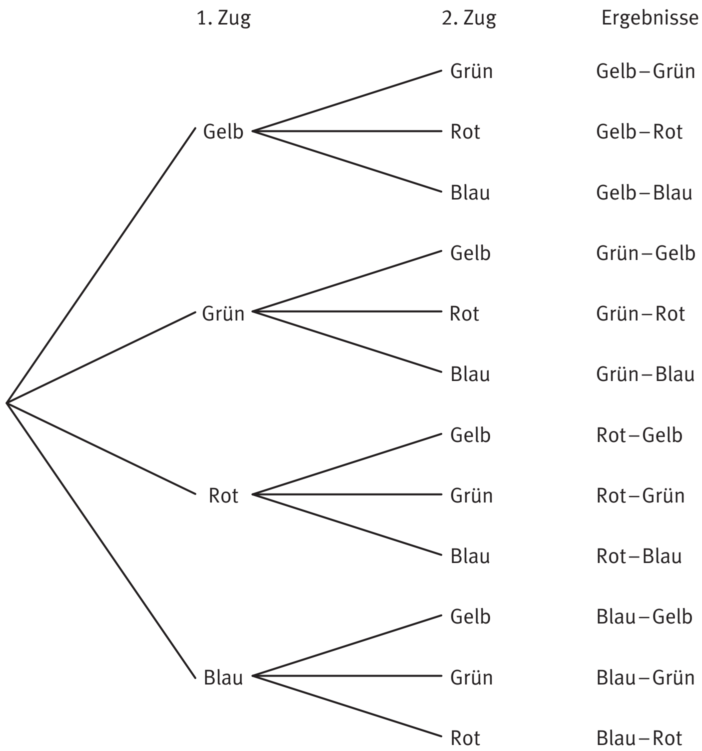
K3/6 **7** **a)** 1 $P(E_1) = \frac{1}{6}$ Max muss eine Sechs würfeln.

2 $P(E_2) = 0$ Mit einem einzigen Wurf kann Max es nicht schaffen, ins Haus einzuziehen. Um eine Figur ins Haus einziehen zu lassen, müsste Max mit seinem vordersten Spielstein 4-mal die Sechs und danach eine Eins, Zwei, Drei oder Vier würfeln; mit einem einzigen Wurf ist ihm dies nicht möglich.

3 $P(E_2) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ Max muss eine Zwei, Drei oder Fünf würfeln (mit einer Sechs muss Max eine neue Figur ins Feld bringen, kann also nicht eine andere Figur schlagen).

b) Die grünen Figuren können nicht Uli gehören, da keine davon mit nur einem Wurf ins Haus gelangen kann: $P(E_{grün}) = 0$; Pias Aussage ist nicht erfüllt.
Die blaue Figur vor dem blauen Haus würde mit einer Drei, Vier, Fünf oder Sechs ins Haus kommen; $P(E_{blau}) = \frac{4}{6} \approx 66{,}7\,\%$; Pias Aussage ist nicht erfüllt.
Der rote Spielstein vor dem roten Haus würde mit einer Zwei, Drei oder Vier ins Haus kommen: $P(E_{rot}) = \frac{3}{6} = 50\,\%$. Pias Aussage ist erfüllt. Uli hat die roten Spielfiguren.

K4/6 **8** **a)**



Unter Berücksichtigung der Reihenfolge der gezogenen Kugeln gilt für den Ergebnisraum:
Ω = {Gelb-Grün; Gelb-Rot; Gelb-Blau; Grün-Gelb; Grün-Rot; Grün-Blau; Rot-Gelb; Rot-Grün; Rot-Blau; Blau-Gelb; Blau-Grün; Blau-Rot}

b) Bestimmung durch Abzählen am Baumdiagramm oder aufgrund des Ergebnisraums:

1 $P(E_{Gelb\text{-}und\text{-}Blau}) = \frac{2}{12} \approx 16{,}67\,\%$ 2 $P(E_{nicht\text{-}Gelb}) = \frac{6}{12} = 50\,\%$ 2 $P(E_{gleiche\text{-}Farbe}) = \frac{0}{12} = 0\,\%$

c) Mögliche Antworten:
$E_{1.\,Kugel\,gelb}$ = „Die erste der gezogenen Kugeln ist gelb."
$E_{2.\,Kugel\,grün}$ = „Die zweite der gezogenen Kugeln ist grün."

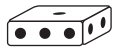
K 1/6 **9** Die Wahrscheinlichkeit, eine der Zahlen von Eins bis Sechs zu würfeln, beträgt bei jedem Wurf $\frac{1}{6}$, ganz gleich, welche Zahl davor oder danach gewürfelt wird. Bei drei Würfen gibt es $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ unterschiedliche Ergebnisse. Diese Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich (bzw. gleich unwahrscheinlich). Ihre Wahrscheinlichkeit beträgt jeweils: $\frac{1}{216} \approx 0{,}46\,\%$. Folglich sind die Ergebnisse 1, 2 und 3 alle gleich (un)wahrscheinlich.

K 1/4 **10** **a)** Insgesamt gibt es 36 mögliche Ergebnisse.

Wert der Summe beider Augenzahlen	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl der Möglichkeiten	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
Zugehörige Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

b) Insgesamt gibt es 15 Vorkommen für eine Primzahl:
2 (1-mal), 3 (2-mal), 5 (4-mal), 7 (6-mal), 11 (2-mal)
$P(E) = \frac{15}{36} \approx 41{,}7\,\%$

c) Genau eines der 36 möglichen Ergebnisse liefert die Kombination mit einer Fünf auf dem grauen und einer Fünf auf dem roten Würfel.
$P(E) = \frac{1}{36} \approx 2{,}8\,\%$
Alternative Lösungsantwort:
Es gibt 3 Möglichkeiten für den Summenwert 10. Genau eine dieser 3 Möglichkeiten entspricht der dargestellten Kombination von „Fünf auf grauem Würfel“ und „Fünf auf rotem Würfel“.
$P(E) = \frac{1}{3} \approx 33{,}3\,\%$

K4/1 **1** **a)** 1 – D: Die Flächen aller Würfelergebnisse sind jeweils gleich groß, somit sind die Häufigkeiten der verschiedenen Ergebnisse gleich verteilt.
2 – B: Die Fläche der Würfelaugen „Vier“ und „Drei“ sind hier am kleinsten und treten somit mit einer geringeren Häufigkeit auf.
3 – C: Die Fläche der Würfelaugen „Eins“ und „Sechs“ sind hier am kleinsten und treten somit mit einer geringeren Häufigkeit auf.
b) Das Zufallsgerät für Diagramm A könnte folgendermaßen aussehen: 

K4/6 **2** **a)** und **b)** Es sind individuelle Lösungen möglich. Die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Buchstaben dürfte ungefähr wie folgt aussehen:

E	N	I	S	R	A	T	D	H
17,40 %	9,78 %	7,55 %	7,27 %	7,00 %	6,51 %	6,15 %	5,08 %	4,76 %
U	L	C	G	M	O	B	W	F
4,35 %	3,44 %	3,06 %	3,01 %	2,53 %	2,51 %	1,89 %	1,89 %	1,66 %
K	Z	P	V	ß	J	Y	X	Q
1,21 %	1,13 %	0,79 %	0,67 %	0,31 %	0,27 %	0,04 %	0,03 %	0,02 %

K6/1 **3** Mögliche Antwort: Das Gegenereignis $\overline{E}$ zu einem Ereignis E enthält alle Versuchsausgänge, die in E nicht enthalten sind. Vereinigt man das Ereignis E und das Gegenereignis $\overline{E}$, so erhält man den gesamten Ergebnisraum Ω. Vreni hat mit ihrer Aussage nicht Recht: Das Gegenereignis zu „Borussia gewinnt“ beinhaltet neben „Bayern gewinnt“ auch: „Das Spiel endet unentschieden“.

K5/3 **4** **a)** $\frac{165°}{360°} = \frac{11}{24} \approx 45{,}8\,\%$ **b)** $\frac{90°}{360°} = \frac{1}{4} = 25\,\%$ **c)** $\frac{300°}{360°} = \frac{5}{6} \approx 83{,}3\,\%$ **d)** $\frac{150°}{360°} = \frac{5}{12} \approx 41{,}7\,\%$

K6/1 **5** **a)** Farben: Eichel, Blatt, Herz und Schellen
Symbole: Sau (Ass), Ober, Unter, Zehn, König, Neun, Acht, Sieben
b) Es sind individuelle Fragestellungen und zugehörige Lösungen möglich, z. B.:
E_1: „Es wird die Schellen-Ass-Karte gezogen.“ $P(E_1) = \frac{1}{32} = 3{,}125\,\%$
E_2: „Du ziehst eine Herz-Karte.“ $P(E_2) = \frac{8}{32} = 25\,\%$
E_3: „Du ziehst einen Unter.“ $P(E_3) = \frac{4}{32} = 12{,}5\,\%$

K6/1 **6** Gitte könnte mit ihrem Spielwürfel aus Holz sehr oft würfeln und jeweils die Ergebnisse notieren. Wenn sie dabei bemerkt, dass beispielsweise eine Zahl unverhältnismäßig oft (oder seltener als andere) vorkommt, sind ihre möglichen sechs Ergebnisse wohl nicht gleich wahrscheinlich. Pendeln sich jedoch die Ergebnisse auf etwa die gleiche Anzahl ein, dürfte ihr Holzwürfel nicht gezinkt sein. Je mehr Würfe sie macht, desto besser ist ihre Prognose.

K3/4 **7** **a)** Mögliche Trefferfläche von Schiffen: $4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$; $\frac{20}{100} = 20\,\%$
Die Wahrscheinlichkeit, gleich beim ersten Zug ein gegnerisches Schiff zu treffen, beträgt 20 %.
b) Trifft man ein gegnerisches Schiff, so ist es im Falle eines Einerbootes gleich versenkt. Falls nicht, dann sollte man gezielt im direkt angrenzenden Umfeld des Treffers einen Angriff starten, um den Rest des Schiffes ausfindig zu machen und es zu versenken. Hat man erst einmal „die Richtung“ eines Schiffes gefunden, so ist sichergestellt, dass an den anliegenden Kästchen keine Schiffe lagern, weil sich die Schiffe laut Regel nicht berühren dürfen. Durch diese Taktik kann man die Trefferwahrscheinlichkeit erhöhen.
c) Aron hat einen Glückstreffer gelandet, da der erste „Schuss“ ein reines Zufallsprodukt ist. Erst später kann man mit Taktik spielen. Die Wahrscheinlichkeit, einen Einer zu treffen, liegt bei 4 %, die für genau diesen Einer bei 1 %.
d) Restliche mögliche Treffer: $20 - 7 = 13$; restliche mögliche Spielfelder: $100 - 7 - 11 = 82$;
$\frac{13}{82} \approx 15{,}9\,\%$

K6/3

Las Vegas and gambling

a) Individual answer, for example:
Las Vegas is the most populous city in the state of Nevada, and the county seat of Clark County.
Las Vegas is an internationally renowned major resort city, known primarily for its gambling, shopping, fine dining, entertainment and nightlife.
Las Vegas was settled in 1905 and officially incorporated in 1911 and now has more than 600 000 inhabitants.

b) Individual answer, for example: Poker is a card game. Roulette is played with a little wheel. Roulette players can place bets on a single number, on a predefined block of numbers, or on the colors red or black.

K3/6

Blackjack

a) Blackjack is a comparing card game between a player and dealer.

b) You need two decks of cards.

c) Number cards count as their natural value from 2 through 10. Aces are valued as either 1 or 11 according to the player's best interest. Face cards count as 10.

d) (A hand busts if …) the hand value exceeds 21 points.

e)

1	… a jack and a queen is 21.	wrong
2	… two kings is 20.	right
3	… a ten and an ace is 20.	wrong
4	… a king, a queen and an ace is 21.	right

f) Mathematically, the lowest possible total value is two points (two aces). Because of the rule of the player's best interest two aces is valued as 12; an ace and a 2 is valued as 13. Therefore the lowest possible total value is 4 (two 2s).

g) A player has a blackjack, if he has an ace and a face card or a ten.

h) For example:

two kings and an ace;	a king, a queen and an ace;
a 5, a 7 and a 9;	two 6s and a 9;
a 5 and two 8s;	triple 7.

Hint: The combination of two face cards and an ace does not occur in a real game, because face card and ace is a blackjack already and finishes the game. With a hand of 2 face cards nobody would draw a third card in the hope of getting an ace.

i) Probability of the event E: the first card dealt is an ace.

one deck: $P(E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ two decks: $P(E) = \frac{8}{104} = \frac{1}{13}$

K2/5

Craps

a) Craps is a game played with a pair of dice on a table.

b) You need two dice.

c) A round can be divided into two phases. In the first phase the shooter makes a come-out roll, in the second phase he makes point rolls.
(A shooter enters the second phase of a round only if …) he rolls one of the numbers 4, 5, 6, 8, 9 and 10.

d) Hint: See the possible events in task 10 on page 103 in the schoolbook.
1 to win on the come-out roll. $\frac{8}{36} = \frac{2}{9} = 22{,}\overline{2}\,\%$
2 to lose on the come-out roll. $\frac{4}{36} = \frac{1}{9} = 11{,}\overline{1}\,\%$
3 for establishing a „point“ on the come-out roll. $\frac{24}{36} = \frac{6}{9} = 66{,}\overline{6}\,\%$

e) Wrong. The shooter must hit the point value established in the come-out roll, 11 is not a possible point value in the come-out roll.

f) Any number is possible.

g) The shooter wins by hitting the point value before rolling a 7.

Point	4	5	6	8	9	10
Probability	$\frac{3}{36} = 8{,}\overline{3}\,\%$	$\frac{4}{36} = 11{,}\overline{1}\,\%$	$\frac{5}{36} = 13{,}\overline{8}\,\%$	$\frac{5}{36} = 13{,}\overline{8}\,\%$	$\frac{4}{36} = 11{,}\overline{1}\,\%$	$\frac{3}{36} = 8{,}\overline{3}\,\%$

The shooter loses if he rolls a 7: $\frac{6}{36} = 16{,}\overline{6}\,\%$.

Aufgaben zur Einzelarbeit

K6/1 **1** Das empirische Gesetz der großen Zahlen besagt, dass sich bei wiederholter Durchführung eines Zufallsexperiments die relative Häufigkeit eines Ereignisses mit zunehmender Anzahl der Durchführungen stabilisiert.

K3/6 **2** Man führt das Experiment sehr häufig durch, um so – nach dem Gesetz der großen Zahlen – mithilfe der relativen Häufigkeiten Schätzwerte für die Wahrscheinlichkeiten der drei möglichen Positionen zu erhalten. Je häufiger man das Experiment durchführt, desto besser werden die Schätzwerte.

K3/5 **3** Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{5}$, da es fünf mögliche Ergebnisse gibt, die alle gleich wahrscheinlich sind.

K5/6 **4** **a)** Wahrscheinlichkeit je Farbe: $\frac{1}{8}$

b) Ella müsste das Experiment (Drehen des Glückskreisels) sehr häufig durchführen, um so – nach dem Gesetz der großen Zahlen – festzustellen, ob ihre Schätzwerte sich stabilisieren. Je häufiger sie das Experiment durchführt, desto besser werden die Schätzwerte.

K6/1 **5** $\overline{A}$: „Im August scheint nicht jeden Tag die Sonne." oder

$\overline{A}$: „An mindestens einem Tag im August scheint die Sonne nicht."

$\overline{B}$: „Das nächste Kind, ..., ist kein Mädchen." oder

$\overline{B}$: „Das nächste Kind, ..., ist ein Junge."

$\overline{C}$: „Hiran wird heute nicht in Geschichte abgefragt."

$\overline{D}$: „Ich würfle höchstens dreimal die Augenzahl Vier."

K3/5 **6** Rick muss eine Zwei oder eine Drei würfeln, um eine andere Figur schlagen zu können (= E).

$P(E) = \frac{2}{6} \approx 33{,}3\,\%$

K3/5 **7** ① $P(E_{gelb}) = \frac{20}{80} = 25\,\%$

② $P(E_{Elfer}) = \frac{4}{80} = 5\,\%$

③ $P(E_{gelber\ Elfer}) = \frac{1}{80} = 1{,}25\,\%$

K3/5 **8** **a)** Anzahl der unterschiedlichen Einstellungen bei 4 Rädern mit je 10 Möglichkeiten (Ziffern 0 bis 9):

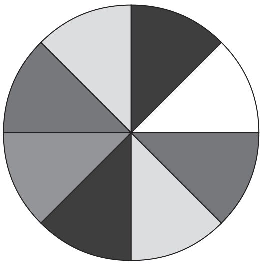
$10^4 = 10\,000$

b) $P(E_{falsche\ PIN}) = \frac{9999}{10\,000} = 99{,}99\,\%$

K4/6 **9** Unter der Voraussetzung, dass alle fünf freien Parkplätze mit gleicher Wahrscheinlichkeit angesteuert werden, beträgt die Wahrscheinlichkeit 0,2. In Wirklichkeit dürfte es aber wohl so sein, dass der Fahrer des neu hinzukommenden Autos seinen Wagen eher auf einen anderen Platz stellt, sodass die Wahrscheinlichkeit für den Platz direkt neben dem ersten Auto geringer als 0,2 ist.

K4/6 **10** **a)** Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger beim einmaligen Drehen auf „Weiß“ stehen bleibt, ist 25 %.

b) Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:



K3/6 **11** Es gibt $6 \cdot 7 = 42$ gleich große Felder.

P (Trixi gewinnt) $= \frac{1}{42} \approx 2{,}38\,\%$

Annahme: Die Wahrscheinlichkeit, getroffen zu werden, ist bei jedem der 42 Felder gleich groß.

K6/1 **12** Beide Ergebnisse – Ziehen der 12 bzw. Ziehen der 16 – können als gleich wahrscheinlich angenommen werden, es macht keinen Unterschied, wie oft das Ergebnis bisher eingetreten ist.

Aufgaben für Lernpartner

K1/6 **A** Das ist falsch. Es stabilisiert sich nicht die absolute, sondern die relative Häufigkeit.

K1/6 **B** Das ist falsch. Die Laplace-Wahrscheinlichkeit kann nur bei Zufallsexperimenten angegeben werden, bei denen alle möglichen Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, beispielsweise beim Werfen eines Würfels.

K1/6 **C** Das ist richtig. Hier liegt eine Laplace-Wahrscheinlichkeit vor, $\frac{1}{30} = 0{,}0\overline{3} = 3{,}\overline{3}\,\%$.

K1/6 **D** Das ist falsch. Wegen der geringen Anzahl an Versuchsdurchführungen kann man nicht auf eine gezinkte Münze schließen.

K1/6 **E** Das ist falsch. Das Gegenereignis zu „Beim Roulette gewinnt immer die Bank.“ ist „Beim Roulette gewinnt nicht immer die Bank.“ oder „Manchmal gewinnt beim Roulette die Bank nicht.“

K1/6 **F** Das ist falsch. In der Aussage muss noch ein Prozentzeichen ergänzt werden: „... so ist der Wert der Summe 100 %.“ bzw. „... so ist der Wert der Summe 1.“

Nichts geht mehr! Oder doch?

K 1/2 **1** **a)** 1 und 2 $\frac{1}{37} \approx 2{,}7\,\%$

3 und 4 $\frac{18}{37} \approx 48{,}6\,\%$

5 $\frac{12}{37} \approx 32{,}4\,\%$ („aus dem 1. Dutzend“ und „aus einer Kolonne“)

b) Mögliche Antwort: Da es hier um Millionen von Spielen geht und die Beträge, um die gespielt wird, ebenfalls in die Millionen gehen, stellt die Provision von $\frac{1}{37}$, die das Casino für sich einbehält, einen großen Wert dar. Das Spiel ist nicht fair, denn insgesamt ist das Casino der Gewinner und die Spieler sind die Verlierer.

Wahrscheinlichkeiten

K 3/6 **2** **a)** 27 Jungen; 27 Mädchen **b)** 7 Jungen; 47 Mädchen
c) 36 Jungen; 18 Mädchen **d)** 24 Jungen; 30 Mädchen

K 3/5 **3** **a)** Ω = {OLE; OEL; ELO; EOL, LEO; LOE}

b) P (OEL) = $\frac{1}{6}$

c) P (LEO; OLE) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

d) P (weder LEO noch OLE noch OEL) = P (ELO; EOL, LOE) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ oder
P (weder LEO noch OLE noch OEL) = 1 – P (LEO; OLE; OEL) = $1 - \frac{3}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

K 6/1 **4** Es ist nicht geschickt, bei diesem Spiel mitzumachen. Ist mindestens eine der beiden gedachten Zahlen gerade, so ist auch das Produkt gerade. Der Produktwert ist also nur bei zwei ungeraden Zahlen ebenfalls ungerade, also nur in 25 % der Fälle.