Startklar

Arithmetisches Mittel bestimmen

1 Sarah war mit ihrem Opa am Samstag angeln. Beim anschließenden Wiegen der Fische notiert sie folgende Messergebnisse:
550 g; 480 g; 1000 g; 770 g; 900 g; 615 g; 955 g.
Berechne das arithmetische Mittel der Messergebnisse. Runde geeignet.

550 g + 480 g + 1000 g + 770 g + 900 g + 615 g + 955 g = 5270 g
5270 g : 7 ≈ 753 g

Das arithmetische Mittel der Massen der Fische beträgt etwa 753 g.

Relative Häufigkeit ermitteln

2 The 30 students in a class did a survey of their favorite movie series and recorded the results as follows:

Calculate the relative frequency for Toy Story.

Movie series	Frequency
Harry Potter	10
Frozen 2	6
The Lion King	2
Toy Story	9
Hotel Transylvania	3

h(Toy Story) = $\frac{9}{30}$ = 0,3 = 30 %

The relative frequency for Toy Story was 30 %.

Baumdiagramme erstellen

3 Sicherlich kennst du das Spiel „Stein, Schere, Papier“.
Informiere dich über die Spielregeln.

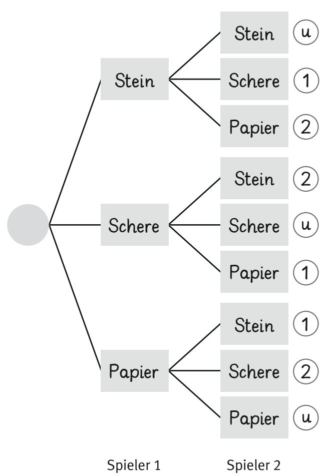
Schere Stein Papier

a) Bestimme alle möglichen Kombinationen von Stein, Schere und Papier in dem Spiel.
Vervollständige dazu das Baumdiagramm.

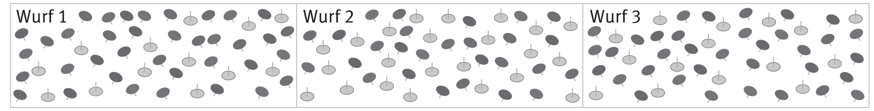
b) Markiere im Baumdiagramm mit verschiedenen Farben die Äste, bei denen **Spieler 1 gewinnt**, bei denen **Spieler 2 gewinnt** oder bei denen das Spiel unentschieden ausgeht.

c) Beurteile, ob das Spiel „fair“ ist.

Das Spiel ist fair, weil Spieler 1 genauso viele Gewinnmöglichkeiten hat wie Spieler 2.



1 Du wirfst drei Mal nacheinander Reißzwecken auf einen Tisch und erhältst die abgebildeten Ergebnisse.



a) Bestimme für jeden Wurf die absolute Häufigkeit H sowie die relative Häufigkeit h der Reißzwecken, die auf dem Kopf liegen. Gib h als Bruch und in Prozent an.

	1. Wurf	2. Wurf	3. Wurf
H („Kopf“)	13	23	15
h („Kopf“)	$\frac{13}{50} = \frac{26}{100}$ = 26 %	$\frac{23}{50} = \frac{46}{100}$ = 46 %	$\frac{15}{50} = \frac{30}{100}$ = 30 %

b) Bestimme die relative Häufigkeit für „Kopf“, wenn du die ersten beiden bzw. alle drei Würfe zusammenfasst.

	1. und 2. Wurf	alle drei Würfe
h („Kopf“)	$\frac{36}{100}$ = 36 %	$\frac{51}{150} = \frac{17}{50} = \frac{34}{100}$ = 34 %

c) Welchen Schätzwert würdest du für die Wahrscheinlichkeit von „Kopf“ angeben? Begründe.

Ich würde etwa 34 % angeben, weil ein Wert bei 150 Würfen etwas zuverlässiger ist als bei 50 Würfen.

d) Beurteile, wie gut dein Schätzwert aus c) ist. Wovon hängt die Zuverlässigkeit des Schätzwertes ab?

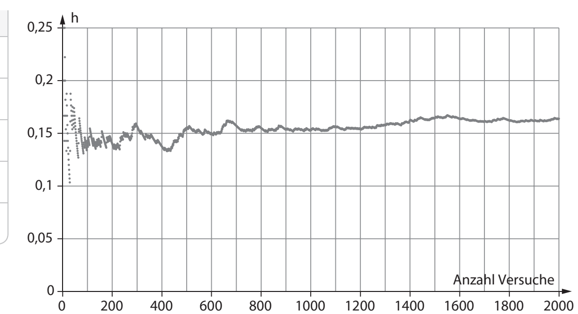
Der Schätzwert ist noch nicht gut, weil die Anzahl der Würfe noch viel zu klein ist.

Die Zuverlässigkeit des Schätzwertes hängt von der Anzahl der Würfe ab.

2 Das Diagramm stellt die relative Häufigkeit h eines bestimmten Ergebnisses eines Zufallsexperiments in Abhängigkeit von der Anzahl der Versuche dar.

a) Lies h möglichst genau ab.

Anzahl Versuche	h
100	0,14
200	0,14
500	0,16
1000	0,155
2000	0,165



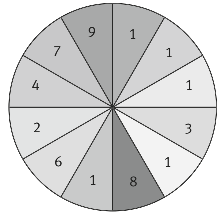
b) Gib einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit an, dass das Zufallsgerät das betrachtete Ergebnis anzeigt: 0,165 ≈ $\frac{1}{6}$

c) Gib zwei Zufallsgeräte an, die zu einer solchen Versuchsreihe führen könnten.

normaler Spielwürfel

Glücksrad mit 6 gleichen Feldern

1 Gib die gesuchten Wahrscheinlichkeiten jeweils als Bruch und in Prozent an.
Gib bei diesem Glücksrad die Wahrscheinlichkeit an, …



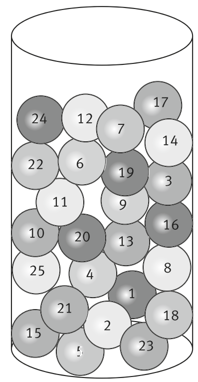
a) eine gerade Zahl zu drehen. $\frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 33{,}\overline{3}\,\%$

b) eine Zahl größer als 2 zu drehen. $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\,\%$

c) keine 1 zu drehen. $\frac{7}{12} = 58{,}\overline{3}\,\%$

d) eine durch 3 teilbare Zahl zu drehen. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\,\%$

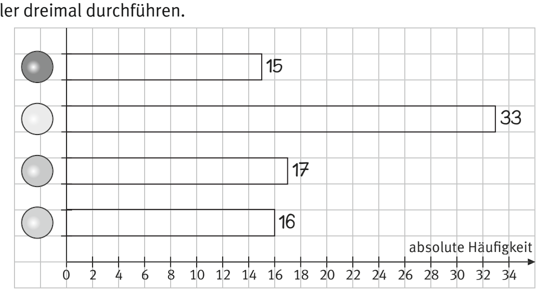
2 In einem undurchsichtigen Gefäß liegen nummerierte Kugeln. Ohne hinzusehen zieht Markus eine Kugel. Nach jedem Zufallsexperiment legt er die gezogene Kugel wieder in das Gefäß zurück. Gib als Bruch und in Prozent an, wie groß die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse sind.



	Ereignis	Bruch	Prozent
a)	Markus zieht eine blaue Kugel.	$\frac{3}{25}$	12 %
b)	Markus zieht eine gelbe oder eine grüne Kugel.	$\frac{10}{25}$	40 %
c)	Markus zieht eine durch 4 teilbare Zahl.	$\frac{6}{25}$	24 %
d)	Markus zieht einen Teiler von 24.	$\frac{8}{25}$	32 %
e)	Markus zieht eine Primzahl.	$\frac{9}{25}$	36 %
f)	Markus zieht weder eine rote noch eine violette Kugel.	$\frac{13}{25}$	52 %

3 Die Klasse 9b hat insgesamt 30 Schüler. In einem Säckchen befinden sich unterschiedlich gefärbte Kugeln. Nacheinander zieht jeder Schüler eine Kugel, notiert an der Tafel die Farbe und legt die Kugel dann wieder zurück. Dieses Experiment darf jeder Schüler dreimal durchführen.

rot 5 5 5
gelb 5 5 5 5 5 5 3
grün 5 5 5 2
blau 5 5 5 1



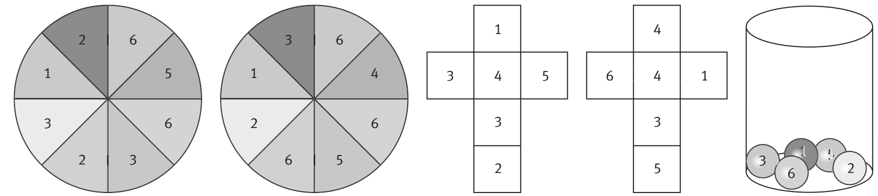
a) Erstelle für die absoluten Häufigkeiten ein Balkendiagramm.
b) Gib an, wie viele Schüler an diesem Tag krank sind.

(15 + 33 + 17 + 16) : 3 = 81 : 3 = 27. Es sind drei Schüler krank.

c) Stelle eine Vermutung auf, wie die Farben der Kugeln in dem Säckchen verteilt sind.

Man kann vermuten, dass etwa gleich viele rote, grüne und blaue Kugeln in dem Sack sind und mehr gelbe Kugeln.

4 Jan und Miriam spielen ein Brettspiel, bei dem es darum geht, möglichst schnell voran zu kommen und den Gegner vom Spielfeld zu werfen. Um es spannender zu machen, haben sie beschlossen, mit mehreren unterschiedlichen „Zufallsgeräten" zu spielen. Sie dürfen sich vor jedem Spielzug entscheiden, welches Gerät sie verwenden wollen. Zur Verfügung stehen folgende Zufallsgeräte:

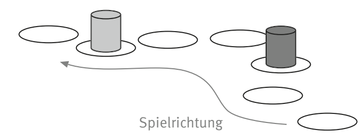


Glücksrad 1 Glücksrad 2 Würfel 1 Würfel 2 Urne

a) Bestimme für alle Zufallsgeräte die Wahrscheinlichkeit, eine „2" zu erhalten. Gib die Wahrscheinlichkeiten als Bruch, als Dezimalzahl und in Prozent an.

Glücksrad 1	Glücksrad 2	Würfel 1	Würfel 2	Urne
$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$	$\frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\,\%$	$\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} = 16{,}\overline{6}\,\%$	$\frac{0}{6} = 0 = 0\,\%$	$\frac{1}{5} = 0{,}20 = 20\,\%$

b) Miriam ist am Zug und möchte Jan vom Spielfeld werfen. Welche Zahl müsste Miriam werfen? Welches Zufallsgerät sollte sie wählen? Bestätige deine Entscheidung durch Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für die gesuchte Zahl bei allen Zufallsgeräten.



Miriam braucht eine 3, deren Wahrscheinlichkeit so aussieht:

Glücksrad 1	Glücksrad 2	Würfel 1	Würfel 2	Urne
$\frac{2}{8} = 25\,\%$	$\frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33{,}\overline{3}\,\%$	$\frac{1}{6} = 16{,}\overline{6}\,\%$	$\frac{1}{5} = 20\,\%$

Miriam sollte sich für Würfel 1 entscheiden.

c) Jan möchte möglichst schnell vorwärts kommen, also Fünfer oder Sechser werfen.

❶ Gib an, welches Zufallsgerät er auf keinen Fall auswählen sollte. Würfel 1

Wahrscheinlichkeit für 5 oder 6 in Prozent: $\frac{1}{6} = 16{,}\overline{6}\,\%$

❷ Gib an, welches der beiden Glücksräder besser geeignet ist. Glücksrad 2

Begründung: GR2 hat eine Fünf und drei Sechser, also einen Sechser mehr als GR1.

❸ Wähle für Jan nun das beste Zufallsgerät aus, indem du die Wahrscheinlichkeiten, eine Fünf oder eine Sechs zu werfen, für alle Zufallsgeräte miteinander vergleichst.

GR1: $\frac{3}{8} = 37{,}5\,\%$ GR2: $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50\,\%$

W1: $\frac{1}{6} = 16{,}\overline{6}\,\%$ W2: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33{,}\overline{3}\,\%$

Urne: $\frac{2}{5} = 40\,\%$ Jan sollte Glücksrad 2 wählen.

1 Kreuze jeweils die richtige Aussage an.

a)	Das Gegenereignis tritt dann ein, wenn das …	○ Ereignis zu 100 % eintritt.	⊗ Ereignis nicht eintritt.	○ Ereignis eintritt.	○ Ereignis zur Hälfte eintritt.
b)	Addiert man die Wahrscheinlichkeiten für Ereignis und Gegenereignis, ist die Summe …	○ undefiniert.	○ $\neq 1$.	○ $= 0{,}5$.	⊗ $= 1$.
c)	Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beim einmaligen Würfeln mit einem Spielwürfel eine 1 oder 2 gewürfelt wird.	○ $\frac{3}{3} = 1$	○ $\frac{0}{3}$	⊗ $\frac{1}{3}$	○ $\frac{2}{3}$
d)	Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis aus c).	⊗ $\frac{2}{3}$	○ $\frac{4}{4}$	○ $\frac{2}{4}$	○ $\frac{1}{3}$

2 Charlotte macht im Krankenhaus ein Praktikum auf der Geburtenstation. Dort wird eine Statistik über das Geschlecht der Neugeborenen geführt. Gib jeweils den Ergebnisraum an bei …

a) Einzelkindern: $\Omega = \{m; w\}$

b) eineiigen Zwillingen: $\Omega = \{mm; ww\}$

c) zweieiigen Zwillingen: $\Omega = \{mm; mw; ww\}$

d) Drillingen: $\Omega = \{mmm; www; mmw; mww\}$

Tipp: Eineiige Zwillinge haben immer das gleiche Geschlecht.

3

a) Gib den Ergebnisraum für dieses Spiel an: $\Omega = \{11; 21; 31; 41; 51; 61; 22; 32; 42; 52; 62; 33; 43; 53; 63; 44; 54; 64; 55; 65; 66\}$

b) Gib folgende Ereignisse in Mengenschreibweise an:

Die gebildete Zahl besteht aus zwei gleichen Ziffern. $E_1 = \{11; 22; 33; 44; 55; 66\}$

Die Zahl enthält mindestens eine 4. $E_2 = \{41; 42; 43; 44; 54; 64\}$

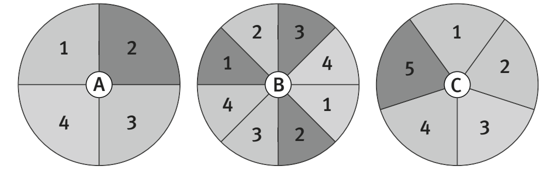
Die Zahl ist größer als 10. $E_3 = \Omega$

Die Quersumme der Zahl ist 6. $E_4 = \{51; 42; 33\}$

Die Zahl ist eine Primzahl. $E_5 = \{11; 31; 41; 43; 53; 61\}$

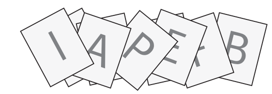
1 Bestimme die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse bei den Glücksrädern.

E_1: Rot gewinnt.
E_2: Rot oder 1 gewinnt.
E_3: Gelb oder 3 gewinnt.
E_4: Ungerade Ziffer gewinnt.
E_5: Gerade Ziffer gewinnt.
E_6: Rot oder Blau gewinnt.



	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
A	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
B	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$
C	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

2 Auf 26 kleinen Zetteln, die alle identisch aussehen, steht jeweils einer der Buchstaben des Alphabets. Ein Zettel wird zufällig gezogen. Vervollständige die Tabelle.



Lösungsmöglichkeit:

Ereignis E	zugehöriges Gegenereignis $\bar{E}$	P (E)	P ($\bar{E}$)
Auf dem gezogenen Zettel steht ein S.	Auf dem gezogenen Zettel steht kein S.	$\frac{1}{26}$	$\frac{25}{26}$
Auf dem gezogenen Zettel steht ein Vokal.	Auf dem gezogenen Zettel steht ein Konsonant.	$\frac{5}{26}$	$\frac{21}{26}$
Auf dem gezogenen Zettel steht einer der Buchstaben des Wortes „Patricia".	Auf dem gezogenen Zettel steht keiner der Buchstaben A, C, I, P, R oder T.	$\frac{6}{26} = \frac{3}{13}$	$\frac{20}{26} = \frac{10}{13}$

3 Ganove Edi hat die Kreditkartendaten von Lord Master ausspioniert. Als er auf dessen Kosten eine Bestellung im Internet durchführen will, wird er aufgefordert, die auf der Kartenrückseite stehende 3-stellige Prüfnummer einzugeben. Diese fehlt ihm!

a) Gib die kleinstmögliche (größtmögliche) Zahl als Prüfnummer an. 000 (999)

b) Bestimme, wie viele unterschiedliche Prüfnummern möglich sind. 1000

c) Ganove Edi probiert sein Glück, indem er zufällig eine 3-stellige Zahl eingibt. Gib die Wahrscheinlichkeit an, dass er die korrekte Prüfnummer erwischt. $\frac{1}{1000}$

Symbolbild

4 Wie groß schätzt du die Wahrscheinlichkeit, dass eine auf der Straße zufällig ausgewählte Person am gleichen Tag wie du selbst Geburtstag hat? Gib an, von welchen Annahmen du dabei ausgehst.

Lösungsmöglichkeit: $\frac{1}{365}$. Ich gehe davon aus, dass alle Tage eines Jahres als Geburtstag gleich wahrscheinlich sind und vernachlässige den 29. Februar.

Startklar

Vereinfachen von Termen

1 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $2 \cdot a - a + 4 \cdot a + a =$ 6a

b) $2 \cdot b + b + 3 =$ 3b + 3

c) $4 \cdot c + 2 \cdot d + 6 \cdot e + 2 \cdot c =$ 6c + 2d + 6e

d) $6{,}4 \cdot x - 10 \cdot x + 1 =$ −3,6x + 1

e) $y - \frac{1}{4} + \frac{y}{4} + y =$ 2,25y − 0,25

f) $0{,}08z^2 + 1{,}9z + 8{,}5z^2 =$ $8{,}58z^2 + 1{,}9z$

2 Verbinde äquivalente Terme miteinander. Ein Kästchen bleibt übrig.

$3b \cdot 33$	$a \cdot 4b \cdot 2{,}5a$	$\frac{3}{5}a \cdot 15ab$	$58{,}4a : 2$	$-b^2 : 4b$	
$10a^2b$	$9a^2b$	$99b$	$-\frac{1}{4}b$	$29{,}2a$	$99a^2b$

3 Ergänze so, dass die Rechnung stimmt.

a) $2{,}5a \cdot$ 5b $\cdot\, c = 12{,}5abc$

b) $8x :$ 64 $\cdot\, 2y = \frac{1}{4}xy$

c) $8 \cdot e \cdot f :$ (−1) $= -8ef$

d) $(100z : 12{,}5) \cdot z^2 =$ $8z^3$

e) $-1 \cdot$ $\left(-\frac{3}{8}\right)$ $xyz = \frac{3}{8}xyz$

f) $180k^2 :$ $90k^2$ $= 2$

Lineare Gleichungen lösen

4 Löse die Gleichungen mithilfe der angegebenen Äquivalenzumformungen im Bereich der rationalen Zahlen.

a)
$5a + 12{,}5 = -45 \quad | -12{,}5$
$5a = -57{,}5 \quad | :5$
$a = -11{,}5$
$L = \{-11{,}5\}$

b)
$\frac{2}{3}y - 1 = 4 \quad | +1$
$\frac{2}{3}y = 5 \quad | \cdot \frac{3}{2}$
$y = 7{,}5$
$L = \{7{,}5\}$

c)
$1{,}4x + 2{,}5 = x + 2 \quad | -2{,}5$
$1{,}4x = x - 0{,}5 \quad | -x$
$0{,}4x = -0{,}5 \quad | :0{,}4$
$x = -1{,}25$
$L = \{-1{,}25\}$

Lineare Funktionen

5 a) Ergänze die Funktionsgleichungen zu den abgebildeten Geraden.

g_1: y = 3x + 5

g_2: y = 2,5

g_3: y = 2x

b) Zeichne die Graphen der Funktionen mit verschiedenen Farben in das Koordinatensystem.

h: $y = 0{,}5x - 1$

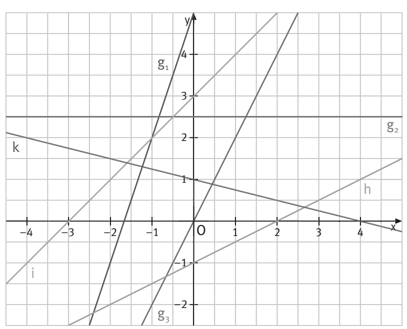
i: $y - 2 = x - 1 + 2$

y = x + 3

k: $2y + \frac{1}{2}x - 2 = 0$

$2y = 2 - \frac{1}{2}x$

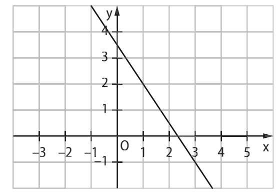
$y = 1 - \frac{1}{4}x$



1 Löse die Gleichungen nach y auf. Stelle diese Gleichungen grafisch dar.

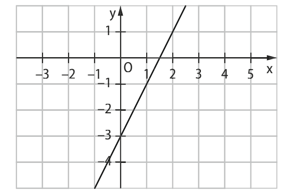
a) $3x + 2y = 7$

$3x + 2y = 7 \quad | -3x$
$2y = -3x + 7 \quad | :2$
$y = -1{,}5x + 3{,}5$



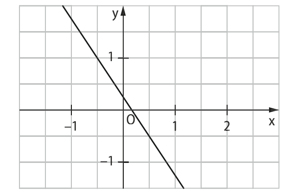
b) $-4y + 8x = 12$

$-4y + 8x = 12 \quad | -8x$
$-4y = -8x + 12 \quad | :(-4)$
$y = 2x - 3$



c) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{8}$

$\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{8} \quad | -\frac{3}{4}x$
$\frac{1}{2}y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{8} \quad | \cdot 2$
$y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}$



2 Kreuze die Zahlenpaare an, die Lösungen der Gleichungen sind.

a) $3x = -2y + 2$
- ☒ (−2|4)
- ○ (−2|3)
- ○ (4|−2)
- ○ (−2|−4)

b) $4x = 5y - 2$
- ○ (−2|2)
- ☒ (2|2)
- ○ (−2|−2)
- ☒ (7|6)

c) $-3x + y = -9$
- ○ (0|3)
- ☒ (3|0)
- ☒ (2|−3)
- ○ (−3|2)

d) $3 \cdot (x + 2) = y$
- ○ (1|7)
- ☒ (0|6)
- ○ (1|−7)
- ☒ (−2|0)

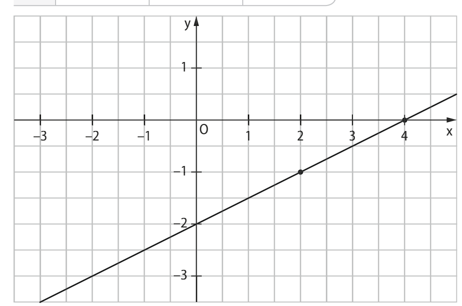
3 Die Zahlenpaare sollen die Gleichung $3x - 6y = -9$ lösen. Ergänze die fehlenden Werte.

a) (1| 2) b) (3 |3) c) (5| 4) d) (17 |10)

4 Vervollständige die Tabelle und zeichne anschließend die zugehörige Gerade der linearen Gleichung in das Koordinatensystem.

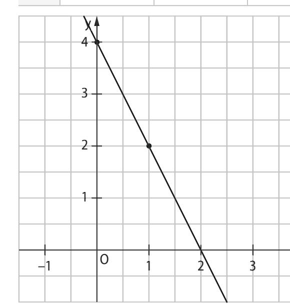
a) $8y - 4x = -16$ y = −2 + 0,5x

x	0	4	2
y	−2	0	−1



b) $2 \cdot (2x + y) = 8$ y = 4 − 2x

x	0	2	1
y	4	0	2



1 Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem: I $2x + 2y = 6$
II $2x - 2y = 4$

a) Löse die Gleichungen jeweils nach y auf.

I $2y = -2x + 6 \quad | : 2$

$y = -x + 3$

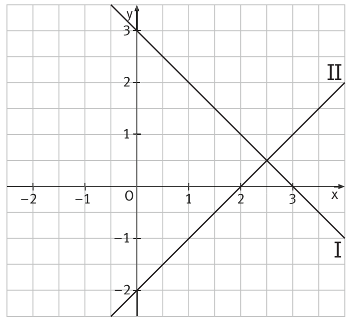
II $-2y = -2x + 4 \quad | : (-2)$

$y = x - 2$

I $y = -x + 3$

II $y = x - 2$

b) Bestimme die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems zeichnerisch.



L = { (2,5|0,5) }

c) Mache die Probe.

Lösung in I einsetzen:

$2 \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 0{,}5 = 6$

$6 = 6$ (wahr)

Lösung in II einsetzen:

$2 \cdot 2{,}5 - 2 \cdot 0{,}5 = 4$

$4 = 4$ (wahr)

2 Beim Charity-Lauf ihrer Schule haben Manni und Lukas insgesamt 24 km zurückgelegt. Lukas lief dreimal so weit wie Manni.

a) Kreuze die beiden Gleichungen an, die den Sachverhalt beschreiben. x gebe die gelaufenen km von Manni und y die gelaufenen km von Lukas an.

○ $x + y = 3$ ⊗ $x + y = 24$ ○ $x + 3y = 24$ ○ $3x + 3y = 24$
⊗ $3x = y$ ○ $x = 24y$ ○ $x + 24y = 3$ ○ $3x + 24 = y$

b) Bestimme, wie weit Manni und Lukas jeweils gelaufen sind. Löse diese Aufgabe zeichnerisch.

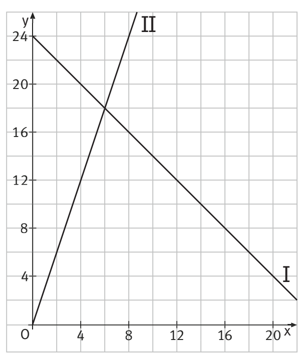
$x + y = 24 \quad | -x$

$y = -x + 24$

I $y = -x + 24$

II $y = 3x$

L = { (6|18) }



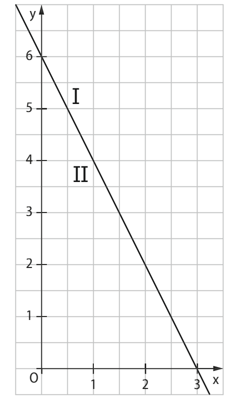
Manni ist 6 km und Lukas 18 km weit gelaufen.

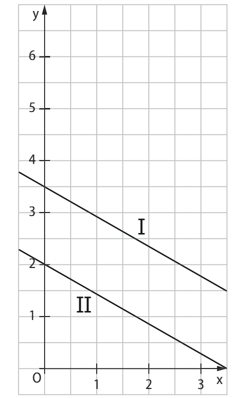
3 a) Zeichne die Graphen zu den linearen Gleichungssystemen jeweils in das Koordinatensystem.

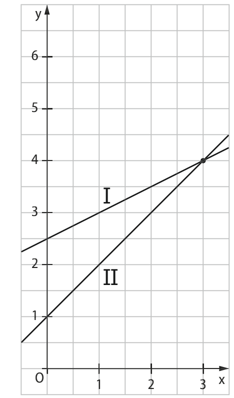
❶ I $2y + 4x = 12$
II $4y - 24 = -8x$

❷ I $-x + 7 = 2y$
II $-0{,}5x - y = -2$

❸ I $2x + 10 = 4y$
II $2x - 2y = -2$







b) Kreuze an, wie viele Lösungen das Gleichungssystem hat. Schreibe als Lösungsmenge.

❶ ○ keine Lösung
○ eine Lösung
⊗ unendlich viele Lösungen

L = { (x|y) mit $y = -2x + 6$ }

❷ ⊗ keine Lösung
○ eine Lösung
○ unendlich viele Lösungen

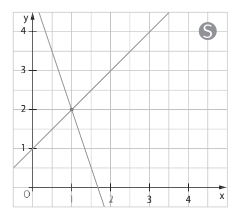
L = { }

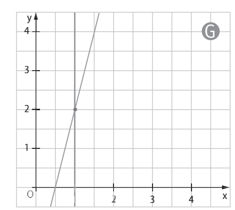
❸ ○ keine Lösung
⊗ eine Lösung
○ unendlich viele Lösungen

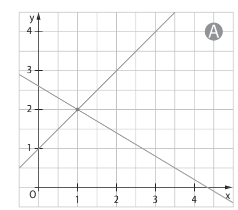
L = { (3|4) }

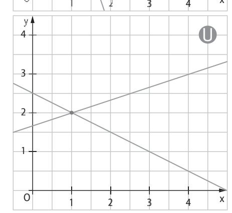
4 Sabrina hat für jedes der sechs Gleichungssysteme die Lösungsmenge L = {(1|2)} grafisch bestimmt. Ordne jedem Gleichungssystem eine grafische Darstellung (bzw. den Lösungsbuchstaben) zu.

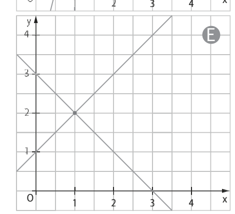
❶ I $x = 1$ II $y = 4x - 2$	G	❷ I $x + y = 3$ II $x - y = -1$	E	❸ I $y = x + 1$ II $y = 5 - 3x$	S
❹ I $4x - 2y = 0$ II $x + y = 3$	L	❺ I $x - y = -1$ II $3x + 5y = 13$	A	❻ I $0{,}4x + 0{,}8y = 2$ II $x = 3y - 5$	U

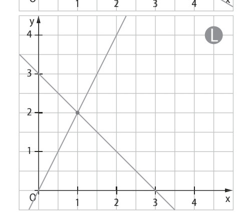












Das Lösungswort ist ein Ort in Bayern: G E S L A U

1 Ordne mithilfe der Kennbuchstaben zu, für welche Geraden g_1 und g_2 das Gleichsetzungsverfahren sofort (ohne weitere Umformungen) angewendet werden kann.

g_1: y = 2x | **A** g_1: 5y = (2x + 3) | **B** g_1: y + 4 = x | **C** g_1: 3y = x – 4 | **D** g_1: 4y = x | **E**

g_2: 3,5y = 2x	A
g_2: (2x + 3) = y + 1	B
g_2: 3y + 1 = x + 2	–

g_2: 0,5x = 3y	D
g_2: 4y – 2 = 7x	–
g_2: y = x + 3	A

g_2: 4y = 3x – 1	E
g_2: y – 4 = x	C I E
g_2: 2x + 3 = y + 4	B I C

g_2: x – 4 = y + 7	D
g_2: 5y = 4x	B
g_2: 4y – 2 = x + 1	–

2 Löse nach y auf. Kreuze dann die Anzahl der Lösungen des linearen Gleichungssystems an.

a) I –4y = 7 – 8x
II 4y + 8x = 12
I y = $2x - \frac{7}{4}$
II y = $-2x + 3$
○ keine Lösung
⊗ eine Lösung
○ unendlich viele Lösungen

b) I 2x + 5y = –3
II 3x + 4,5 = –7,5y
I y = $-0{,}4x - 0{,}6$
II y = $-0{,}4x - 0{,}6$
○ keine Lösung
○ eine Lösung
⊗ unendlich viele Lösungen

c) I 5x + 7y = 2
II 2,5x + 3,5y = 2
I y = $-\frac{5}{7}x + \frac{2}{7}$
II y = $-\frac{5}{7}x + \frac{4}{7}$
⊗ keine Lösung
○ eine Lösung
○ unendlich viele Lösungen

3 Löse die linearen Gleichungssysteme mit dem Gleichsetzungsverfahren.

a) I y = 2x + 7
II y = –3x – 3
Gleichsetzen:
2x + 7 = –3x – 3
x = –2
x = –2 in I: y = 2 · (–2) + 7
y = 3 L = {(–2 | 3)}

b) I 7x + 9y = 18,1 ⇔ I 7x = –9y + 18,1
II 29,9 + 7x = 11y ⇔ II 7x = 11y – 29,9

–9y + 18,1 = 11y – 29,9
...
y = 2,4
y = 2,4 in II : 7x = 11 · 2,4 – 29,9
...
x = –0,5
L = {(–0,5|2,4)}

4 Gegeben ist das lineare Gleichungssystem: I x – y = 5 II k · x – y = 4
Finde die Zahlen k ∈ ℚ so, dass das Gleichungssystem ...

a) die Lösungsmenge L = {(2|–3)} besitzt. k = 0,5 **b)** keine Lösung hat. k = 1

5 a) Kreuze das Verfahren an, das dir zur Lösung des Gleichungssystems günstig erscheint.

❶ I 2x + 4 = y
II y = 2x + 12
○ Einsetzungsverfahren
⊗ Gleichsetzungsverfahren
○ Additionsverfahren

❷ I –15x + 33y = –45
II 20x – 60 = 11y
⊗ Einsetzungsverfahren
○ Gleichsetzungsverfahren
○ Additionsverfahren

❸ I –2x + 7y = 24
II 2x + 3 y = 16
○ Einsetzungsverfahren
○ Gleichsetzungsverfahren
⊗ Additionsverfahren

b) Bestimme die Lösungsmenge mit dem gewählten Verfahren.

❶ I und II gleichsetzen:
2x + 4 = 2x + 12 | – 2x – 4
0 = 8 L = { }

❷ I –5x + 11y = –15
II 20x – 60 = 11y
II in I einsetzen:
–5x + 20x – 60 = –15 | + 60
15x = 45 | : 15
x = 3
einsetzen in II:
11y = 20 · 3 – 60 = 0
y = 0 L = {(3|0)}

❸ I –2x + 7y = 24
II 2x + 3y = 16
I + II 10y = 40 | : 10
⇔ y = 4
y in II einsetzen:
2x + 3 · 4 = 16 | – 12
2x = 4 | : 2
x = 2 L = {(2|4)}

6 Hier stimmt doch etwas nicht. Markiere die Fehler und verbessere anschließend.

a) I 3x + 5y = 11 II 10x – 19 = y

I –3x + 11 = 5y
II 10x – 19 = y
I und II gleichsetzen:
–3x + 11 = 10x – 19 | – 10x – 11
–13x = –30 | : (–13)
x = $\frac{30}{13}$
einsetzen in II:
y = 10 · $\frac{30}{13}$ – 19 = $\frac{53}{13}$
L = {($\frac{30}{13}$|$\frac{53}{13}$)}

Verbesserung:
I –0,6x + 2,2 = y
II 10x – 19 = y
I und II gleichsetzen:
–0,6x + 2,2 = 10x – 19 | – 10x – 2,2
–10,6x = –21,2 | : (–10,6)
x = 2
einsetzen in II:
y = 10 · 2 – 19 = 1
L = {(2|1)}

b) I 2x + 10y = 30 II 4x – 12 = 4y

I 2x + 10y = 30
II x – 3 = y
II in I einsetzen:
2x + 10 · x – 3 = 30 | + 3
12x = 33 | : 12
x = $\frac{33}{12}$ = $\frac{11}{4}$
einsetzen in II:
y = $\frac{11}{4}$ – 3 = $-\frac{1}{4}$
L = {($\frac{11}{4}$|$-\frac{1}{4}$)}

Verbesserung:
II in I einsetzen:
2x + 10 · (x – 3) = 30
2x + 10x –30 = 30 | + 30
12x = 60 | : 12
x = 5
einsetzen in II:
y = 5 – 3 = 2
L = {(5|2)}

c) Gib einen Tipp, wie man fehlerhafte Ergebnisse erkennen kann.

Mache die Probe und überprüfe damit die Lösung.

1 Lena und ihre Mutter sind zusammen 39 Jahre alt. Lenas Mutter ist 5,5-mal so alt wie Lena.

a) Kreuze das Gleichungssystem an, dass zu diesem Altersrätsel passt. Dabei sei x das Alter der Mutter und y das Alter von Lena.

- ◯ I $x + y = 39$ II $5{,}5x = 5{,}5y$
- ◯ I $x + y = 5{,}5$ II $x = 39y$
- ⊗ I $x + y = 39$ II $x = 5{,}5y$
- ◯ I $x + y = 39$ II $x + 5{,}5y = 39$

b) Bestimme die Lösungsmenge.

II in I einsetzen: $5{,}5y + y = 39$
$6{,}5y = 39 \quad | : 6{,}5$
$y = 6$

einsetzen in II: $x = 5{,}5 \cdot 6$
$x = 33$

Probe:
I: $6 + 33 = 39$ wahr

Lena ist 6 Jahre alt und ihre Mutter ist 33 Jahre alt.

2 Eine Pension hat insgesamt 30 Zimmer. Es gibt Einzel- und Doppelzimmer. Insgesamt hat die Pension 43 Betten. Ergänze die fehlenden Angaben. Bestimme die Anzahl der Einzel- und Doppelzimmer der Pension.

x: Anzahl der Einzelzimmer
y: Anzahl der Doppelzimmer

I 1 x + 1 y = 30

II 1 x + 2 y = 43

Es sind 17 Einzelzimmer

und 13 Doppelzimmer.

I $x + y = 30$
II $x = -2y + 43$
II in I einsetzen:
$(-2y + 43) + y = 30 \quad | -43$
$-y = -13 \quad | : (-1)$
$y = 13$

einsetzen in II:
$x = -2 \cdot (13) + 43 = 17$

Probe:
I $17 + 13 = 30$ wahr

3 Auf dem Bauernhof von Herrn Mistgabel gibt es Hühner und Pferde. Es sind zusammen 26 Tiere. Bauer Mistgabel zählt alle Beine und erhält insgesamt 74. Ergänze die Lücken und löse das Gleichungssystem.

x: Anzahl der Hühner
y: Anzahl der Pferde

I 1 x + 1 y = 26

II 2 x + 4 y = 74

Es sind 15 Hühner und

11 Pferde auf dem Bauernhof.

I $2x + 2y = 52$
II $-2x - 4y = -74$
I + II $-2y = -22 \quad | : (-2)$
$y = 11$

einsetzen in I:
$x + 11 = 26 \quad | -11$
$x = 15$
Probe:
II: $2 \cdot 15 + 4 \cdot 11 = 74$ wahr

4 Ertan bezahlt eine neue Jeansjacke mit 5-€- und 10-€-Scheinen. Insgesamt benutzt er 13 Scheine. Bestimme die Anzahl der Scheine von jeder Sorte.

$118{,}75\,€ \cdot 0{,}8 = 95\,€$
x: Anzahl 5-€-Scheine
y: Anzahl 10-€-Scheine

I $x + y = 13$
II $5x + 10y = 95$
Berechnung liefert: $x = 7$; $y = 6$

Er verwendet 7 5-€-Scheine und 6 10-€-Scheine.

5 Eine große Supermarktkette startet eine Verkaufsaktion für Fernseher. Bei der Aktion werden zwei verschiedene Fernseher angeboten. Stell dir vor, du bist der Einkäufer einer Niederlassung und sollst die Fernseher bestellen. In deinem Lager hast du insgesamt Platz für 200 Fernsehkartons. Die Abbildung zeigt die Einkaufspreise der Fernseher. Die Geschäftsleitung teilt dir mit, dass du höchstens 45 000 € für den Einkauf ausgeben darfst.

Berechne die Anzahl der Fernseher beider Marken mithilfe eines Gleichungssystems. Ergänze dazu die vorgegebenen Lücken.

Variablen zuordnen: Anzahl Fernseher Singsang: x Anzahl Fernseher Merison: y

Gleichung aufstellen zur 1. Bedingung: $x + y = 200$

Gleichung aufstellen zur 2. Bedingung: $150x + 250y = 45\,000$

Lineares Gleichungssystem mit einem Verfahren lösen: $x = 50$ $y = 150$

Lösung auf Ausgangssituation beziehen: Als Einkäufer würde ich 50 x Modell „SINGSANG" und 150 x Modell „MERISON" bestellen, um die Bedingungen auszunutzen.

6 Auf einem Grillfest trinkt jedes Kind im Durchschnitt 3 Getränke und isst 2 Würstchen. Die Erwachsenen trinken hingegen jeweils 4 Getränke, essen aber jeweils nur 1 Würstchen (schließlich gibt es ja auch noch andere Leckereien!). Es werden insgesamt 110 Getränke und 45 Würstchen verzehrt.

a) Kreuze das Gleichungssystem an, das zu diesem Sachverhalt passt, wenn x die Anzahl der Kinder und y die Anzahl der Erwachsenen ist.

- ◯ I $3x + 2x = 45$ II $4y + y = 110$
- ◯ I $4x + y = 45$ II $2x + 3y = 110$
- ⊗ I $3x + 4y = 110$ II $2x + y = 45$
- ◯ I $3x + 2y = 110$ II $4x + 3y = 45$

b) Berechne, wie viele Kinder und wie viele Erwachsene auf dem Grillfest waren. Löse hierbei das passende Gleichungssystem aus a).

I $3x + 4y = 110$

II $2x + y = 45 \quad | \cdot (-4) \Rightarrow -8x - 4y = -180$

I + II: $-5x = -70 \quad | : (-5)$
$x = 14$

$x = 14$ in II einsetzen: $2 \cdot 14 + y = 45 \quad | -28$
$y = 17$

$L = \{(14|17)\}$

Auf dem Grillfest waren 14 Kinder und 17 Erwachsene.

Startklar

Quadratzahlen erkennen

1 Bestimme die Quadratzahlen von 11 bis 20 in der Tabelle.

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

2 Quadriere die Zahlen. Nutze Zusammenhänge.

	a)	b)	c)
$0{,}04^2 = 0{,}0016$	$3^2 =$ 9	$6^2 =$ 36	$15^2 =$ 225
$0{,}4^2 = 0{,}16$	$30^2 =$ 900	$60^2 =$ 3600	$150^2 =$ 22500
$4^2 = 16$	$300^2 =$ 90 000	$600^2 =$ 360 000	$1500^2 =$ 2 250 000
$40^2 = 1\,600$	$0{,}3^2 =$ 0,09	$0{,}6^2 =$ 0,36	$1{,}5^2 =$ 2,25
$400^2 = 160\,000$	$0{,}03^2 =$ 0,0009	$0{,}06^2 =$ 0,0036	$0{,}15^2 =$ 0,0225

Potenzgesetze anwenden und Terme vereinfachen

3 Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a) $6x^2 + y + 3x^2 = 9x^2 + y$

b) $-9x^2 + x \cdot 4x + x = -5x^2 + x$

c) $5a - 6a^2 + 4a - \frac{7}{2}a^2 = -9{,}5a^2 + 9a$

d) $\frac{3}{2}y^3 - x^4 + 8y^3 + 2x^4 = x^4 + 9{,}5y^3$

e) $7{,}5s + 9s^2 - \frac{12}{8}s^2 + 8s = 7{,}5s^2 + 15{,}5s$

f) $\frac{7}{8}v^7 - \frac{5}{3}v^{12} + \frac{9}{8}v^7 + 2v^{12} - 3v = \frac{1}{3}v^{12} + 2v^7 - 3v$

g) $a^0 + a^1 + a^2 = a^2 + a + 1$

h) $2{,}3x^2 + 1{,}2x - 8x^2 + 9x^1 = -5{,}7x^2 + 10{,}2x$

4 Ergänze die Lücken.

a) $2^4 \cdot 2^7 = 2^{4+7} = 2^{11}$

b) $8^9 : 8^{4} = 8^{9-4} = 8^5$

c) $-3^3 \cdot (-3)^6 = -3^3 \cdot 3^{6} = -3^9$

d) $(-3)^3 \cdot (-3)^{-5} \cdot (-3)^{10} = (-3)^8$

e) $\left(-\frac{7}{8}\right)^8 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)^{-9} = \left(-\frac{7}{8}\right)^{-1} = -\frac{8}{7}$

f) $u^4v^6 : v^4u^2 = u^2v^2$

g) $\left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$

h) $-4^7 : 4^5 = -4^2 = -16$

i) $0^9 \cdot 0^5 = 0^{14} = 0$

5 Bestimme die fehlenden Potenzwerte in der Multiplikationsmauer.

a)

	8^{22}	
8^8		8^{14}
8^6	8^2	8^{12}

b)

	$\left(\frac{3}{2}\right)^4$	
1		$\left(\frac{3}{2}\right)^4$
$\frac{2}{3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^3$

c)

	a^5b^{10}	
a^3b^6		a^2b^4
a^2b	ab^5	ab^{-1}

1 Kreuze richtige Aussagen an.

- ○ $\sqrt{25} = -5$, denn $(-5)^2 = 25$
- ⊗ $\sqrt{961} = 31$, denn $31^2 = 961$
- ⊗ $\sqrt{0} = 0$, denn $0^2 = 0$
- ⊗ $\sqrt{-1}$ existiert nicht.

2 Vervollständige die Tabelle.

a)

a^2	a	$\sqrt{a^2}$
25	−5 oder 5	$\sqrt{25} = 5$
100	−10 oder 10	$\sqrt{100} = 10$
0	0	$\sqrt{0} = 0$
400	−20 oder 20	$\sqrt{400} = 20$
90 000	−300 oder 300	$\sqrt{90\,000} = 300$

b)

a^2	a	$\sqrt{a^2}$
1,44	−1,2 oder 1,2	$\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$
$\frac{9}{64}$	$-\frac{3}{8}$ oder $\frac{3}{8}$	$\sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$
0,0169	−0,13 oder 0,13	$\sqrt{0{,}0169} = 0{,}13$
$\frac{1}{256}$	$-\frac{1}{16}$ oder $\frac{1}{16}$	$\sqrt{\frac{1}{256}} = \frac{1}{16}$
0,0025	−0,05 oder 0,05	$\sqrt{0{,}0025} = 0{,}05$

3 Bestimme die Quadratwurzeln im Kopf.

a) $\sqrt{225} = 15$ b) $\sqrt{64} = 8$ c) $\sqrt{289} = 17$ d) $\sqrt{10\,000} = 100$

e) $\sqrt{17^2} = 17$ f) $\sqrt{853^2} = 853$ g) $\sqrt{(-97)^2} = 97$ h) $\sqrt{a^2} = a$ $(a > 0)$

i) $\sqrt{0{,}0036} = 0{,}06$ j) $\sqrt{0{,}3600} = 0{,}60$ k) $\sqrt{36{,}00} = 6{,}0$ l) $\sqrt{3600} = 60$

m) $\sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}$ n) $\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$ o) $\sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10}$ p) $\sqrt{\frac{25}{121}} = \frac{5}{11}$

4 <, > oder = ? Setze richtig ein. Begründe die Ungleichheit oder Gleichheit mithilfe einer Quadratwurzel.

a) $\sqrt{8} < 3$, denn $\sqrt{8} < \sqrt{9}$

b) $\sqrt{15} < 4$, denn $\sqrt{15} < \sqrt{16}$

c) $\sqrt{38} > 6$, denn $\sqrt{38} > \sqrt{36}$

d) $\sqrt{220} < 15$, denn $\sqrt{220} < \sqrt{225}$

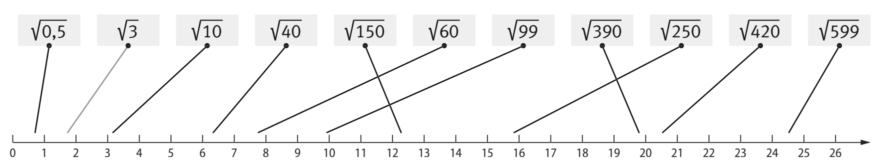
e) $\sqrt{625} = 25$, denn $\sqrt{625} = \sqrt{625}$

f) $\sqrt{881} < 30$, denn $\sqrt{881} < \sqrt{900}$

g) $\sqrt{80{,}5} > 8$, denn $\sqrt{80{,}5} > \sqrt{64}$

h) $\sqrt{48{,}9} < 7$, denn $\sqrt{48{,}9} < \sqrt{49}$

5 Ordne die Wurzeln zwischen zwei natürlichen Zahlen am Zahlenstrahl ein.



6 Ergänze die Lücken, jede Lücke steht für eine Ziffer.

a) $\sqrt{121} = 11$ b) $\sqrt{196} = 14$ c) $\sqrt{25} = 5$ d) $\sqrt{64} = 8$ e) $\sqrt{441} = 21$

f) $\sqrt{400} = 20$ g) $\sqrt{144} = 12$ h) $\sqrt{169} = 13$ i) $\sqrt{324} = 18$ j) $\sqrt{49} = 7$

1 Sortiere die gegebenen Zahlen in die passende Zahlenmenge ein.

$\sqrt{7}$; $\sqrt{100}$; $\sqrt{12{,}25}$; $3\sqrt{5}$; $-\sqrt{0{,}09}$; $\sqrt{\frac{1}{25}}$; $\sqrt{1\frac{7}{9}}$; $\sqrt{0{,}49}$; $\sqrt{4000}$; $-0{,}2\sqrt{16}$; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{-1}$; $\sqrt{\frac{7}{49}}$; $\sqrt{1{,}01}$

irrationale Zahlen: $3\sqrt{5}$, $\sqrt{1{,}01}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{4000}$, $-\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{7}{49}}$

rationale Zahlen: $\sqrt{12{,}25}$, $\sqrt{\frac{1}{25}}$, $\sqrt{100}$, $-\sqrt{0{,}09}$, $\sqrt{0{,}49}$, $\sqrt{1\frac{7}{9}}$, $-0{,}2\sqrt{16}$

Rest: $\sqrt{-1}$ ↯

2 Kreuze an.

	Die Zahl … ist eine …	natürliche Zahl (ℕ).	ganze Zahl (ℤ).	rationale Zahl (ℚ).	irrationale Zahl.	reelle Zahl (ℝ).
a)	$\sqrt{4}$	⊗	⊗	⊗	○	⊗
b)	$-\frac{2}{3}$	○	○	⊗	○	⊗
c)	6,25	○	○	⊗	○	⊗
d)	$-\sqrt{2}$	○	○	○	⊗	⊗
e)	$-\sqrt{144}$	○	⊗	⊗	○	⊗
f)	$\sqrt{16{,}9}$	○	○	○	⊗	⊗

3 Wahr oder falsch? Kreise ein. Die richtigen Lösungen ergeben ein Lösungswort.

	wahr	falsch
a) Die Wurzel aus einer natürlichen Zahl ist stets irrational.	R	Z
b) Jede rationale Zahl ist auch eine reelle Zahl.	A	U
c) Es gibt Zahlen, die zugleich rational und irrational sind.	C	H
d) Man kann stets die Wurzel aus einer ganzen Zahl ziehen.	G	L
e) Eine natürliche Zahl ist zugleich auch eine reelle Zahl.	E	A
f) Die reellen Zahlen umfassen alle rationalen und irrationalen Zahlen.	N	M

Lösungswort: ZAHLEN

4 Kreise im Zahlenspeicher alle irrationalen Zahlen ein und befülle damit die Lücken (möglichst ohne Taschenrechner), sodass wahre Aussagen entstehen. Es sind mehrere Lösungen möglich.

a) $0{,}7 < \sqrt{0{,}6} < 0{,}9$ b) $10 < \sqrt{140} < 12$ c) $\frac{1}{9} < \sqrt{\frac{1}{60}} < \frac{1}{7}$

d) $0{,}2 < \sqrt{0{,}048} < 0{,}3$ e) $2 < \sqrt{5} < 2{,}5$ f) $\frac{5}{9} < \sqrt{\frac{50}{81}} < \frac{8}{9}$

Zahlenspeicher: $\sqrt{\frac{50}{81}}$ $\sqrt{0{,}04}$ $\sqrt{\frac{49}{81}}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{\frac{1}{60}}$ $\sqrt{4{,}41}$ $\sqrt{0{,}6}$ $\sqrt{140}$ $\sqrt{0{,}64}$ $\sqrt{0{,}048}$ $\sqrt{121}$

1 Kreuze an, ob richtig umgeformt wurde. Verbessere falsche Ergebnisse.

a) $\sqrt{1+3\cdot 16} = (1+4)\cdot\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$	b) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9}+\sqrt{16} = 3+4 = 7$	c) $\sqrt{4\cdot 36} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{36} = 2\cdot 6 = 12$
○ richtig ⊗ falsch	○ richtig ⊗ falsch	⊗ richtig ○ falsch
$\sqrt{1+3\cdot 16} = \sqrt{1+48} = \sqrt{49} = 7$	$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$	
d) $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$	e) $(\sqrt{-3})^2 = -3$	f) $\sqrt{169-144} = 13-12 = 1$
⊗ richtig ○ falsch	○ richtig ⊗ falsch	○ richtig ⊗ falsch
	$\sqrt{-3}$ ↯ negativer Radikand!	$\sqrt{169-144} = \sqrt{25} = 5$
g) $\frac{\sqrt{10000}}{\sqrt{14400}} = \sqrt{\frac{10000}{14400}} = \sqrt{\frac{100}{144}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$	h) $\sqrt{\frac{2}{9}}+\sqrt{\frac{23}{9}} = \sqrt{\frac{2}{9}+\frac{23}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$	i) $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{68}} = \sqrt{\frac{17}{68}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = 2$
⊗ richtig ○ falsch	○ richtig ⊗ falsch	○ richtig ⊗ falsch
	$\sqrt{\frac{2}{9}}+\sqrt{\frac{23}{9}} = \frac{1}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3}\sqrt{23}$	$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

2 Fasse zusammen und radiziere ohne Taschenrechner so weit wie möglich.

a) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3} = \sqrt{12\cdot 3} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt{704}:\sqrt{11} = \sqrt{64} = 8$

c) $\sqrt{\frac{10}{21}}:\sqrt{\frac{7}{5}} = \sqrt{\frac{10}{21}:\frac{7}{5}} = \sqrt{\frac{10}{21}\cdot\frac{5}{7}} = \frac{5}{7}\sqrt{\frac{2}{3}}$

d) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{15}\cdot\sqrt{45} = \sqrt{2\cdot 3\cdot 15\cdot 3\cdot 15} = 45\sqrt{2}$

e) $0{,}5\sqrt{6}\cdot(\sqrt{15}+2\sqrt{18}) = 0{,}5\sqrt{6}\cdot\sqrt{15}+0{,}5\cdot 2\sqrt{6}\cdot\sqrt{18} = 0{,}5\sqrt{2\cdot 3\cdot 3\cdot 5}+\sqrt{6\cdot 6\cdot 3} = 1{,}5\sqrt{10}+6\sqrt{3}$

3 Markiere zuerst Quadratzahlen bzw. „Zahlenpärchen" und radiziere dann so weit wie möglich (a, b, x, y ∈ ℝ⁺).

a) $\sqrt{2\cdot 9} = 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{5^2\cdot 2} = 5\sqrt{2}$

c) $\sqrt{4\cdot 7\cdot 2\cdot 7} = 2\cdot 7\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$

d) $\sqrt{16\cdot 11} = 4\sqrt{11}$

e) $\sqrt{11\cdot 11\cdot 3} = 11\sqrt{3}$

f) $\sqrt{2\cdot 25\cdot 12\cdot 2} = 5\cdot 2\sqrt{12} = 20\sqrt{3}$

g) $\sqrt{y\cdot x\cdot y} = y\sqrt{x}$

h) $\sqrt{a^6\cdot b^3\cdot b\cdot b^3} = a^3b^3\sqrt{b}$

i) $\sqrt{6{,}25\cdot 10} = 2{,}5\sqrt{10}$

j) $\sqrt{0{,}7\cdot 0{,}04\cdot 25\cdot 0{,}7} = 0{,}7\cdot 0{,}2\cdot 5 = 0{,}7$

k) $\sqrt{\frac{3\cdot 7\cdot 3}{11\cdot 16}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{7}{11}}$

l) $\sqrt{\frac{100}{13\cdot 9\cdot 13\cdot 5}} = \frac{10}{13\cdot 3}\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{10}{39}\sqrt{\frac{1}{5}}$

4 Zerlege den Radikanden so in ein Produkt aus ganzzahligen Faktoren, dass mindestens ein Faktor eine Quadratzahl ist, und radiziere dann so weit wie möglich.

a) $\sqrt{12} = \sqrt{4\cdot 3} = 2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{300} = \sqrt{3\cdot 100} = 10\sqrt{3}$

c) $\sqrt{72} = \sqrt{36\cdot 2} = 6\sqrt{2}$

d) $\sqrt{150} = \sqrt{25\cdot 6} = 5\sqrt{6}$

e) $\sqrt{48} = \sqrt{16\cdot 3} = 4\sqrt{3}$

f) $\sqrt{147} = \sqrt{49\cdot 3} = 7\sqrt{3}$

5 Entscheide zuerst, welche der Wurzelterme nicht durch Addition bzw. Subtraktion zu einer einzigen Wurzel zusammengefasst werden können. Streiche die entsprechenden Felder und führe dann die verbleibenden Additionen und Subtraktionen aus.

a) Summand / Summand

+	$3\sqrt{5}$	$9\sqrt{2}$	$-2{,}5\sqrt{5}$
$11\sqrt{5}$	$14\sqrt{5}$		$8{,}5\sqrt{5}$
$5\sqrt{3}$			
$-\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$		$-3{,}5\sqrt{5}$
$3\sqrt{2}$		$12\sqrt{2}$	

b) Subtrahend / Minuend

−	$8\sqrt{7}$	$-3\sqrt{6}$	$\sqrt{6}$
$3\sqrt{7}$	$-5\sqrt{7}$		
$-8\sqrt{6}$		$-5\sqrt{6}$	$-9\sqrt{6}$
$7\sqrt{6}$		$10\sqrt{6}$	$6\sqrt{6}$
$-9{,}5\sqrt{7}$	$-17{,}5\sqrt{7}$		

6 Radiziere zuerst die einzelnen Wurzelterme ohne Taschenrechner so weit wie möglich und fasse sie dann zusammen.

a) $\sqrt{20} + \sqrt{45} = \sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{9 \cdot 5} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{28} + \sqrt{700} = \sqrt{4 \cdot 7} + \sqrt{100 \cdot 7} = 2\sqrt{7} + 10\sqrt{7} = 12\sqrt{7}$

c) $\sqrt{50} + \sqrt{8} - \sqrt{98} = \sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{49 \cdot 2} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 0$

d) $\sqrt{12} - 2\sqrt{24} + 8\sqrt{54} - \sqrt{75} = \sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{4 \cdot 6} + 8\sqrt{9 \cdot 6} - \sqrt{25 \cdot 3}$

$= 2\sqrt{3} - 4\sqrt{6} + 24\sqrt{6} - 5\sqrt{3} = -3\sqrt{3} + 20\sqrt{6}$

7 Man gelangt von einem gelben Kästchen zum nächsten, indem man die im Pfeil angegebene Rechenoperation ausführt. Vervollständige die Kästchen bzw. Pfeile.

a)	$\sqrt{3}$	$\cdot\sqrt{10}$	$\sqrt{30}$	$\cdot 6$ oder $+5\sqrt{30}$	$6\sqrt{30}$	$: 4\sqrt{15}$	$1{,}5\sqrt{2}$	$\cdot\sqrt{2}$	3
b)	6	$:\sqrt{6}$	$\sqrt{6}$	$\cdot(-6)$ oder $-7\sqrt{6}$	$-6\sqrt{6}$	$: 3\sqrt{2}$	$-2\sqrt{3}$	$\cdot(-3{,}5)$ oder $+9\sqrt{3}$	$7\sqrt{3}$
c)	$3\sqrt{2}$	$\cdot(-2\sqrt{5})$	$-6\sqrt{10}$	$\cdot 4\sqrt{3}$	$-24\sqrt{30}$	$\cdot \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}$	$-12\sqrt{5}$	$: 6\sqrt{15}$	$-2\sqrt{\frac{1}{3}}$

8 Mache den Nenner rational und vereinfache.

a) $\frac{5}{\sqrt{2}+7} = \frac{5 \cdot (\sqrt{2} - 7)}{(\sqrt{2}+7)\cdot(\sqrt{2}-7)} = \frac{5\sqrt{2} - 35}{2 - 49} = \frac{5\sqrt{2} - 35}{-47} = \frac{35 - 5\sqrt{2}}{47}$

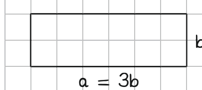
b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - 3\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} + 3\sqrt{8})}{(\sqrt{5} - 3\sqrt{8})\cdot(\sqrt{5} + 3\sqrt{8})} = \frac{\sqrt{10} + 3\sqrt{16}}{5 - 9 \cdot 8} = \frac{\sqrt{10} - 3 \cdot 4}{5 - 72} = \frac{\sqrt{10} - 12}{-67} = \frac{12 - \sqrt{10}}{67}$

c) $\frac{\sqrt{b} - z}{z + \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{b} - z)(z - \sqrt{b})}{(z + \sqrt{b})(z - \sqrt{b})} = \frac{z\sqrt{b} - b - z^2 + z\sqrt{b}}{z^2 - b} = \frac{-z^2 + 2z\sqrt{b} - b}{z^2 - b}$

1 Kreuze die Anzahl der Lösungen der quadratischen Gleichung an.

		eine Lösung	keine Lösung	zwei Lösungen
a)	$x^2 = 5$	○	○	⊗
b)	$x^2 = -4$	○	⊗	○
c)	$x^2 = 0$	⊗	○	○
d)	$x^2 - 2 = 7$	○	○	⊗
e)	$x^2 + 7 = -2$	○	⊗	○
f)	$x^2 + 6 = 6$	⊗	○	○
g)	$4 + x^2 = 8$	○	○	⊗

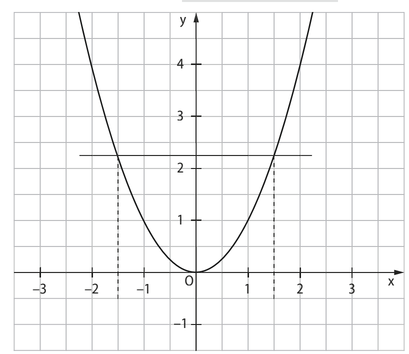
2 Ein Schulhof ist dreimal so lang wie breit.
Der Flächeninhalt beträgt 972 m^2.
Berechne die Maße des Schulhofs.
Skizziere zunächst den Sachverhalt.



$b \cdot 3b = 972$
$3b^2 = 972 \quad | : 3$
$b^2 = 324$
$\Rightarrow b = 18\,m$
$\Rightarrow a = 54\,m$
(zweite Lösung: $b = -18$)
A: Der Schulhof ist 54 m lang und 18 m breit.

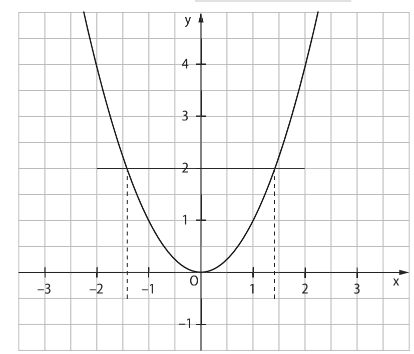
3 Löse die quadratischen Gleichungen (näherungsweise) grafisch. Forme zunächst die Gleichung um.

a) $x^2 + 2 = 4{,}25 \qquad x^2 =$ 2,25



$x_1 =$ −1,5 $\qquad x_2 =$ 1,5

b) $0{,}5x^2 - 2 = -1 \qquad x^2 =$ 2



$x_1 \approx$ −1,4 $\qquad x_2 \approx$ 1,4