Kapitel 1: Quadratische Funktionen und Gleichungen

Das ist die Gedenkstätte „Gateway Arch" in St. Louis, die 1965 eingeweiht wurde. Sie wurde gebaut zu Ehren des dritten US-Präsidenten Thomas Jefferson, der 1803 die ehemalige Kolonie Louisiana für 15 Millionen US-Dollar von Frankreich kaufte. Dieses größte Grundstücksgeschäft der Geschichte verdoppelte die damalige Fläche der USA und führte letztlich zur Ausbreitung der USA bis an die Pazifikküste.
Beschreibe die Form des Bauwerks.
Es sind individuelle Antworten möglich, bei denen man die Form des Gateway Arch mit einer Parabel vergleicht oder mit einer „Kettenlinie" (engl. „catenary").

Skizziert die Form mithilfe einer Linie in einem Koordinatensystem. Vergleicht eure Lösungen. Wie seid ihr vorgegangen?
Es sind individuelle Lösungen möglich.

Betrachte beide Brücken. Die rechte heißt Svinesund-Brücke und befindet sich in Norwegen. Die Golden Gate Bridge ist eine Hängebrücke am Eingang zur Bucht von San Francisco in Kalifornien. Beschreibe zum Bau der Brücken Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:
Die Svinesund Brücke ist eine Bogenbrücke, für deren Bau Granit/Beton verwendet wurde; ihre Gesamtlänge beträgt 420 m, die Spannweite 165 m und die Durchfahrtshöhe 58 m.
Die Golden Gate Bridge ist eine Hängebrücke, für deren Bau Stahl verwendet wurde; ihre Gesamtlänge beträgt 2737 m, ihre Spannweite 1281 m und ihre Durchfahrtshöhe 67 m.

Skizziere die Bogenform beider Brücken in einem Koordinatensystem. Lege dabei den höchsten bzw. niedrigsten Punkt des Bogens in den Koordinatenursprung.
Es sind individuelle Lösungen möglich; vgl. die Lösungen zur Er-Schulbuchseite 186.

Begründe, dass es sich bei der Darstellung um die Graphen zweier Funktionen handelt.
Bei den Graphen handelt es sich um Parabeln, die achsensymmetrisch zur y-Achse sind und einen Hochpunkt bzw. einen Tiefpunkt haben.

Finde weitere Informationen über die Brücken heraus.
Es sind individuelle Lösungen möglich.

Suche in deiner Umgebung, im Internet oder in Büchern nach ähnlichen Bögen.
Es sind individuelle Lösungen möglich.

1 a) 289 0,04 10 000 –2,25 $\frac{1}{16}$

b) 11 1,4 1000 $\frac{3}{5}$ $2 \cdot \sqrt{2}$

2 a) $-2 \cdot 5 + 15 = -10 + 15 = 5$ $\quad -2 \cdot (-5) + 15 = 10 + 15 = 25$

b) $5 \cdot (2 \cdot (-6) + 5) = 5 \cdot (-7) = -35$ $\quad 5 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{2} + 5\right) = 5 \cdot 6 = 30$

c) $(7 + 3)^2 = 10^2 = 100$ $\quad (7 - 4{,}5)^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25$

d) $\sqrt{(60 - 11)} = \sqrt{49} = 7$ $\quad \sqrt{(132 - 11)} = \sqrt{121} = 11$

3 a) $2x + 3 + 4{,}5x - 0{,}5 = 6{,}5x + 2{,}5$

b) $4y - 12{,}5 - 6y + 7{,}5 = -2y - 5$

c) $3x + 7y + x - 5y = 4x + 2y$

d) $6x^2 - 9 + 5 \cdot 3 - 4x^2 = 2x^2 + 6$

e) $7 \cdot 2x + 14 - 3x - 3 \cdot 12 = 11x - 22$

f) $28 : 4 - 19 : 2 - y^2 = -y^2 - 2{,}5$

g) $\frac{1}{2}a + \frac{1}{5}b - \frac{1}{4}a + \frac{3}{4}a - 0{,}25a^2 = -0{,}25a^2 + a + \frac{1}{5}b$

h) $2\frac{3}{4} + \frac{2}{5}c^2 - \frac{2}{10}c^2 + 0{,}2c^2 - 4\frac{1}{4} = \frac{2}{5}c^2 - \frac{3}{2}$

4 a) $24 + (13x + 19) - 44 = 13x - 1$

b) $8 - (4x - 2) - 6x = -10x + 10$

c) $8 + 17x^2 - (5 + 4x^2) = 13x^2 + 3$

d) $26x^2 - 18 - (4x^2 + 8) - 7 = 22x^2 - 33$

5 a)
$$\begin{aligned} 5x + 3 &= 3x + 7 && \mid -3 - 3x \\ 2x &= 4 && \mid :2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 0{,}5x - 12 &= 0{,}25x - 9 && \mid -0{,}25x + 12 \\ 0{,}25x &= 3 && \mid \cdot 4 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} -16 &= 4x - 4 && \mid +4 \\ -12 &= 4x && \mid :4 \\ -3 &= x \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} 4{,}5x - 5{,}2 &= -7{,}45 && \mid +5{,}2 \\ 4{,}5x &= -2{,}25 && \mid :4{,}5 \\ x &= -0{,}5 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} 96 - 2y &= 288 && \mid -96 \\ -2y &= 192 && \mid :(-2) \\ y &= -96 \end{aligned}$$

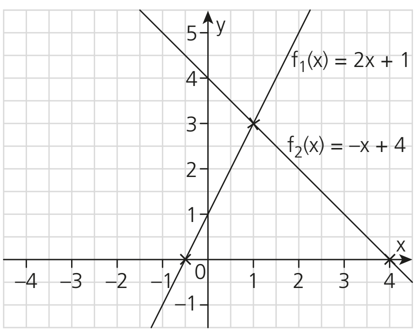
f)
$$\begin{aligned} 4 + \tfrac{2}{3}b &= 3 && \mid -4 \\ \tfrac{2}{3}b &= -1 && \mid \cdot \tfrac{3}{2} \\ b &= -1{,}5 \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} 6 - (4 - 9c) &= 56 \\ 2 + 9c &= 56 && \mid -2 \\ 9c &= 54 && \mid :9 \\ c &= 6 \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} 4 + (-x + 4) &= -(-6x + 6) \\ 8 - x &= 6x - 6 && \mid -6x - 8 \\ -7x &= -14 && \mid :(-7) \\ x &= 2 \end{aligned}$$

6 $m = 3$ $\quad n = -2$

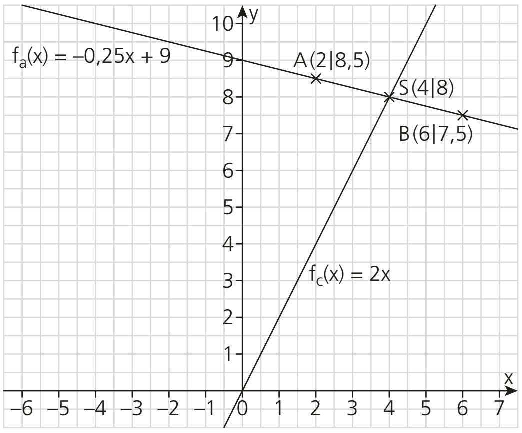
7 a)



b) Die Gerade zu $f_1(x)$ steigt, da $m = 2 > 0$.
Die Gerade zu $f_2(x)$ fällt, da $m = -1 < 0$.

8 a) Nullstellen: $x_1 = -0{,}5$; $x_2 = 4$
Die Berechnung bestätigt das grafische Ergebnis.
b) Schnittpunkt: S(1 | 3)
Die Berechnung bestätigt das grafische Ergebnis.

9 a) und c)



b) Nullstelle: $x_0 = 36$
d) Schnittpunkt: S(4 | 8)

1 a) $A_1 = 3z \cdot 2y = 6yz$
$A_2 = 3z \cdot z = 3z^2$
$A = A_1 + A_2 = 6yz + 3z^2$

b) $A = 3z \cdot (2y + z) = 6yz + 3z^2$
Man erhält auf beiden Wegen dasselbe Ergebnis.

2 a) $15x + 5y$ b) $\frac{3}{2}x + 3$ c) $-18b + 6a$ d) $64x - 12y$
e) $a + 4$ f) $2x^2 + 5$ g) $-15y - y^2$ h) $9z^2 + 4z$

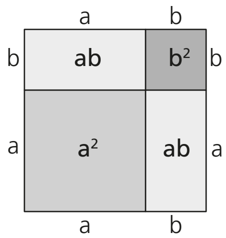
3 a) $3 \cdot (7z - 2)$ b) $-25 \cdot (1 + 3a)$ c) $a \cdot (4 + 7a)$ d) $y \cdot (25y - 19)$
e) $-2{,}5v \cdot (2{,}5 + v)$ f) $b \cdot (c - 6)$ g) $4 \cdot (4 + c^2 - 8b)$ h) $x^2 \cdot (4x + 3)$

4 a) $ab - ad + cb - cd$
b) $xf + 3x - yf - 3y$
c) $96 + 8y - 12x - xy$
d) $x^2 - 12x - 7x + 84 = x^2 - 19x + 84$
e) $8ax + 4ay - 12bx - 6by$
f) $a^2 - 2a + 2a - 4 = a^2 - 4$

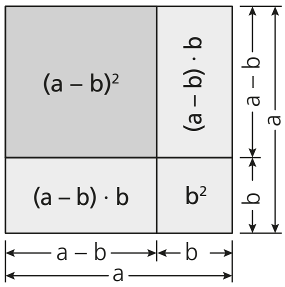
5 a)
$$\begin{aligned} x^2 + 5x + 4x + 20 &= x^2 - 7 \\ x^2 + 9x + 20 &= x^2 - 7 \\ 9x &= -27 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 48x^2 + 8 &= 48x^2 + 36x - 32x - 24 \\ 48x^2 + 8 &= 48x^2 + 4x - 24 \\ 32 &= 4x \\ x &= 8 \end{aligned}$$

1 a) $A = (a + b) \cdot (a + b)$
$= a^2 + ab + ba + b^2$
$= a^2 + 2ab + b^2$

b) 

$A = a^2 + ab + ab + b^2$
$= a^2 + 2ab + b^2$

2 

$A = (a - b)^2$
$= a^2 - b^2 - 2(a - b) \cdot b$
$= a^2 - b^2 - (2ab - 2b^2)$
$= a^2 - b^2 - 2ab + 2b^2$
$= a^2 - 2ab + b^2$

Tom hat mit seiner Behauptung recht:
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3 a) Die neue Fläche hat die Form eines Rechtecks mit den Seitenlängen a + b und a – b.
b) $A = (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

4 a) $a^2 - 1$ b) $1 + 2b + b^2$ c) $x^2 - x + 0{,}25$
d) $y^2 - 49$ e) $a^2 - \frac{1}{16}$ f) $16x^2 + 24x + 9$
g) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ h) $0{,}25a^2 + 2ab + 4b^2$ i) $25x^2 - 16y^2$

5 a) $(z + 9)^2 = z^2 + 18z + 81$ b) $(12 + a)^2 = 144 + 24a + a^2$
c) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ d) $(a - 1)^2 = a^2 - 2a + 1$
e) $(6a + 6b)^2 = 36a^2 + 72ab + 36b^2$ f) $(x - 0{,}5)^2 = x^2 - x + 0{,}25$

6 a) $4x^2 + 20x + 25 = 4x^2 - 15$
$20x = -40$
$x = -2$

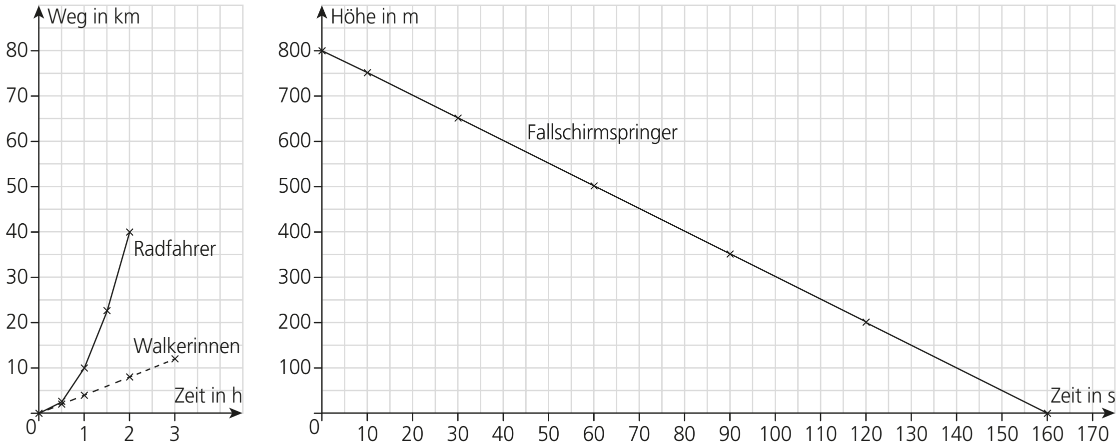
b) $16x^2 - 64x + 64 = 16x^2 + 32$
$-64x = -32$
$x = 0{,}5$

c) $x^2 - 12x + 36 - (4x^2 - 16x + 16) = 4 - 3x^2$
$4x = -16$
$x = -4$

d) $x^2 + 8x + 16 - (4x^2 - 36) = -3x^2$
$8x = -52$
$x = -6{,}5$

1 a) Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:
Je mehr Zeit vergeht, desto länger ist die Strecke, die der Radfahrer bzw. die Walkerinnen zurücklegen: Bei den Walkerinnen steigt die zurückgelegte Strecke proportional mit der Dauer des Laufs. Beim Radfahrer steigt die zurückgelegte Strecke schneller an als bei einem proportionalen Anstieg. Berechnet man beim Fallschirmspringer anhand der Höhe über dem Boden die jeweils zurückgelegte Strecke, so stellt man fest, dass die zurückgelegte Strecke proportional zur Falldauer ist: In 10 s sind es 50 m, …, in 160 s sind es $160 \cdot 10$ m = 800 m.

b)



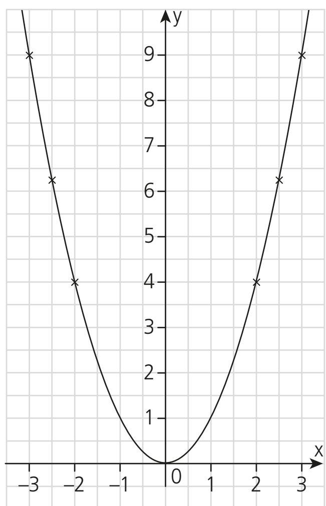
Die Graphen der Walkerinnen und des Fallschirmspringers verlaufen linear, der Graph der Walkerinnen steigt gleichmäßig an, der Graph des Fallschirmspringers fällt gleichmäßig. Der Graph des Radfahrers verläuft nicht linear, der Radfahrer fährt nicht mit konstanter Geschwindigkeit.

c) Funktionsgleichung der Bewegung der Walkerinnen mit $n = 0$ und $m = 4$: $f(x) = 4x$
Funktionsgleichung der Bewegung des Fallschirmspringers mit $n = 800$ und $m = -5$: $f(x) = 800 - 5x$

2 Man setzt in die drei Funktionsgleichungen $x = 1$ ein und vergleicht den Funktionswert mit dem in der Radfahrer-Tabelle angegebenen Wert, $y = 10$.
1 $f(1) = 1 \neq 10$ 2 $f(1) = 10$ 3 $f(1) = 0{,}01 \neq 10$
Die Funktionsgleichung 2 beschreibt die Bewegung des Radfahrers. Bei der gefundenen Gleichung setzt man zur Überprüfung die anderen (x|y)-Werte ein: (0|0); (0,5|2,5); (1,5|22,5); (2|40).

3 a)

x	–3	–2,5	–2	2	2,5	3
$f(x) = x^2$	9	6,25	4	4	6,25	9



b) Der Graph der Funktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse, für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$

c) Zu jedem y-Wert der Funktion gehören zwei x-Werte, da eine negative Zahl, die quadriert wird, immer eine positive betragsgleiche Zahl ergibt.

d) Die Aussage aus c) gilt nicht für den y-Wert 0:
$0 = x^2 \Leftrightarrow x = 0$.

4 a) $f(0{,}5) = 0{,}25$ A liegt auf der Normalparabel.
b) $f(0{,}3) = 0{,}09 \neq 0{,}6$ B liegt nicht auf der Normalparabel.
c) $f(-5) = 25$ C liegt auf der Normalparabel.
d) $f(1) = 1 \neq -1$ D liegt nicht auf der Normalparabel.
e) $(-3) = 9 \neq -9$ E liegt nicht auf der Normalparabel.

1 a) Mögliche Antwort: Der Ball fliegt steil in die Höhe und leicht nach rechts (von Max weg), bis er einen Hochpunkt erreicht und dann wieder steil nach unten fällt. Der Verlauf des Wurfes entspricht einer nach unten geöffneten Normalparabel.

b) Der Graph hat die Form einer Normalparabel, er ist achsensymmetrisch zur y-Achse, verläuft aber unterhalb der x-Achse, ist nach unten geöffnet und hat anstelle eines Tiefpunkts einen Hochpunkt.

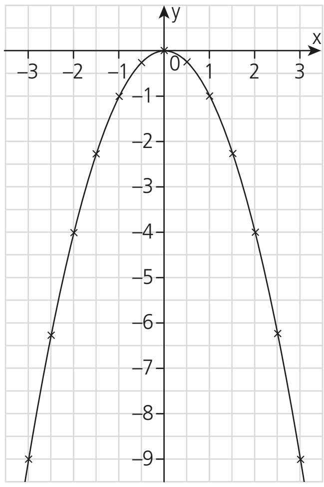
c) Die Funktionsgleichung für diese Parabel lautet: $f(x) = -x^2$
Im Gegensatz zur Funktionsgleichung der Normalparabel hat diese Gleichung ein Minuszeichen.

2 a)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x) = -x^2$	0	–0,25	–1	–2,25	–4	–6,25	–9

Es müssen keine negativen x-Werte aufgeführt werden, da die Funktionswerte für positive und negative x-Werte gleich sind (Achsensymmetrie zur y-Achse).
Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:
$f(-x) = -(-x)^2 = -x^2 = f(x)$

b) und **c)**

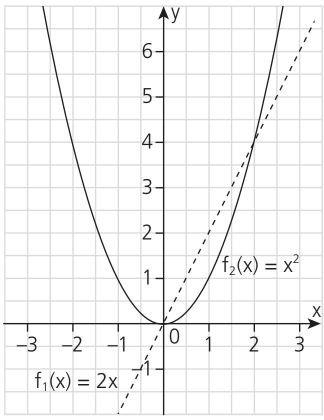


3 a) A(–2,8 | –7,84) B(–1,4 | –1,96) C(–0,3 | –0,09)
D(0,85 | –0,7225) E(1,2 | –1,44) F(2,3 | –5,29)

b) G(±10 | –100) H(±0,1 | –0,01) I(±8 | –64)
J$\left(\pm\frac{2}{3} \middle| -\frac{4}{9}\right)$ K(±1,3 | –1,69) L(±0,5 | –0,25)

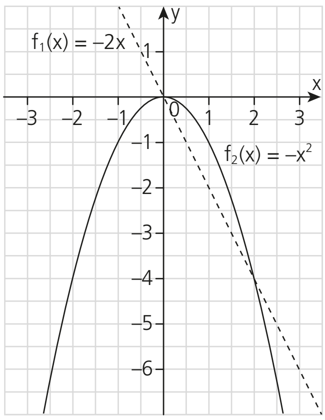
4 a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f_1(x) = 2x$	–6	–4	–2	0	2	4	6
$f_2(x) = x^2$	9	4	1	0	1	4	9



b)

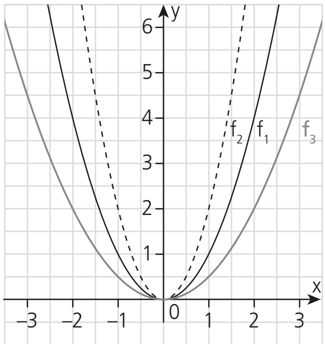
x	–2	0	0,5	4
1 $f_1(x) = -2x$	4	0	–1	–8
2 $f_2(x) = -x^2$	–4	0	–0,25	–16



1 a)

	Felix	Charlotte	Didi
x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	0	0
1	1	2	0,5
2	4	8	2
3	9	18	4,5

b) bis d)



$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = 2x^2$

$f_3(x) = \frac{1}{2}x^2$

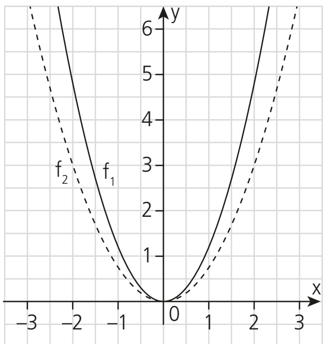
e) Mögliche Antwort:
Die Parabel zu $f_2(x) = 2x^2$ ist enger als die Normalparabel.
Die Parabel zu $f_3(x) = \frac{1}{2}x^2$ ist weiter als die Normalparabel.

2 a) Der Graph der Funktion $f_1(x) = 1{,}2x^2$ ist eine gestreckte Parabel. Der Graph der Funktion $f_2(x) = 0{,}75x^2$ ist eine gestauchte Parabel. Beide Parabeln sind nach oben geöffnet.

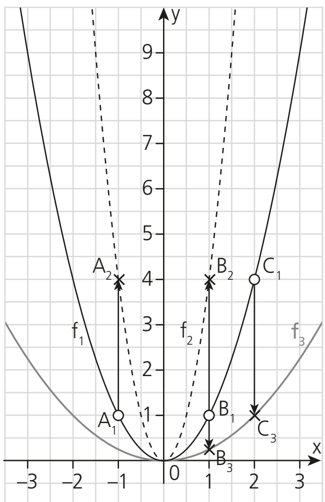
b)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f_1(x)$	0	0,3	1,2	2,7	4,8	7,5	10,8
$f_2(x)$	0	0,19	0,75	1,69	3	4,69	6,75

c)



3



Punkte A_1, B_1, C_1 … auf der Parabel zu f_1 verschieben sich nach oben auf die Punkte A_2, B_2, C_2 … auf der Parabel zu f_2; z. B. $A_1(-1|1)$ auf $A_2(-1|4)$ oder $B_1(1|1)$ auf $B_2(1|4)$.

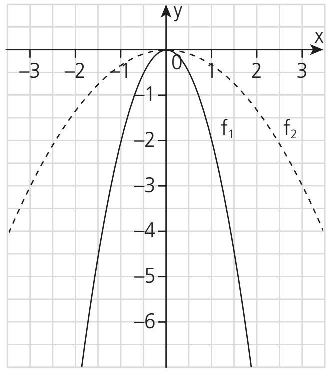
Punkte A_1, B_1, C_1 … auf der Parabel zu f_1 verschieben sich nach unten auf die Punkte A_3, B_3, C_3 … auf der Parabel zu f_3, z. B. $B_1(1|1)$ auf $B_3(1|0{,}25)$ oder $C_1(2|4)$ auf $C_3(2|1)$.

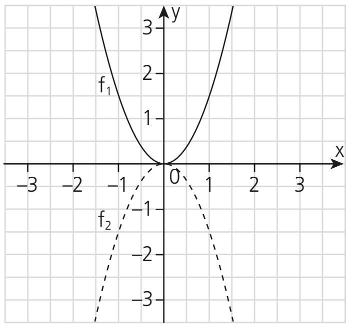
Durch die Verschiebungen der Punkte der Normalparabel erhält man die Punkte der Parabel zu $f_2(x)$ bzw. zu $f_3(x)$.

1 a) Die Parabel $f_1(x) = -2x^2$ ist eine gestreckte Parabel, die nach unten geöffnet ist. Die Parabel $f_2(x) = -\frac{1}{3}x^2$ ist eine gestauchte Parabel, die nach unten geöffnet ist. Beide Parabeln sind achsensymmetrisch zur y-Achse und liegen „unterhalb“ der x-Achse, ihr höchster Punkt ist S(0|0).

b)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f_1(x)$	0	–0,5	–2	–4,5	–8	–12,5	–18
$f_2(x)$	0	–0,08	–0,3	–0,75	–1,3	–2,08	–3

c)


2


a) $f_1(x) = 1{,}5x^2$

b) $f_2(x) = -1{,}5x^2$

„Einer Zahl wird der negative Wert des 1,5-Fachen ihrer Quadratzahl zugeordnet.“

Die zuerst gestreckte, dann an der x-Achse gespiegelte Parabel liegt „unterhalb“ der x-Achse, sie ist nach unten geöffnet und hat ihren Hochpunkt in S(0|0).

3 Die Parabeln A (blau) und B (rot) sind gestreckt, die Parabel C (grün) ist gestaucht.
Die Parabel D (lila) ist gestaucht und an der x-Achse gespiegelt.
Die Parabel E (gelb) ist gestreckt und an der x-Achse gespiegelt.
Zuordnung der Parabeln und Funktionsgleichungen:
A – 5 B – 4 C – 1 D – 2 E – 3

4

Funktionsgleichung	a	Die Parabel ist … enger als die Normalparabel	weiter als die Normalparabel	und nach oben geöffnet.	und nach unten geöffnet.
$f_1(x) = 8x^2$	8	x		x	
$f_2(x) = -3x^2$	–3	x			x
$f_3(x) = 1{,}25x^2$	1,25	x		x	
$f_4(x) = -0{,}6x^2$	–0,6		x		x

5 a) $3{,}6 = a \cdot 1{,}2^2 \Leftrightarrow a = 2{,}5$ $f(x) = 2{,}5x^2$

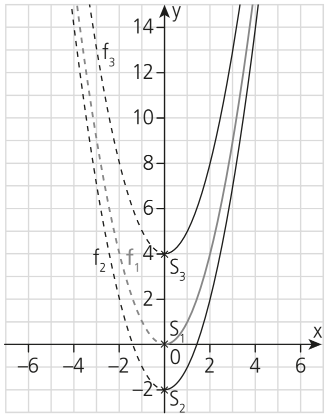
b) $-7{,}04 = a \cdot 1{,}6^2 \Leftrightarrow a = -2{,}75$ $f(x) = -2{,}75x^2$

1 a)

	Felix	Charlotte	Didi
x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	–2	4
1	1	–1	5
2	4	2	8
3	9	7	13

Die negativen Funktionswerte bei $f_2(x)$ geben Charlottes Rückstand zum Startpunkt bei (0|0) an.

b) bis **d)**



Zu **b)** Die Schnittpunkte mit der y-Achse geben den Abstand zum Startpunkt beim Startzeitpunkt an.

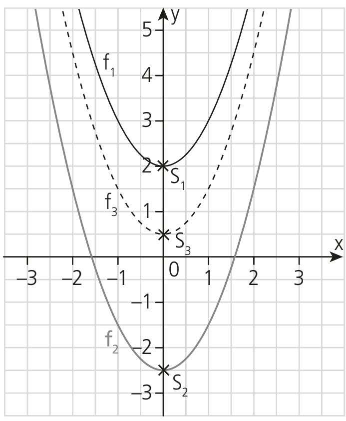
Zu **c)** $f_1(x) = x^2$
$f_2(x) = x^2 - 2$
$f_3(x) = x^2 + 4$

e) $S_1(0|0)$ $S_2(0|-2)$ $S_3(0|4)$

Der Graph zu $f_1(x)$ entspricht der Normalparabel. Der Graph zu $f_2(x)$ hat die Form der Normalparabel, ist aber entlang der y-Achse um 2 Einheiten nach unten verschoben. Der Graph zu $f_3(x)$ hat die Form der Normalparabel, ist aber entlang der y-Achse um 4 Einheiten nach oben verschoben.

2 a) 1 S(0|2) 2 S(0|–2,5) 3 S(0|0,5)

b)



Der Graph entstand durch Verschiebung der Normalparabel entlang der y-Achse …

1: … um 2 Einheiten nach oben.

2: … um 2,5 Einheiten nach unten.

3: … um 0,5 Einheiten nach oben.

3 a) $f(x) = x^2 + 8$

b) $f(x) = x^2 - 3$

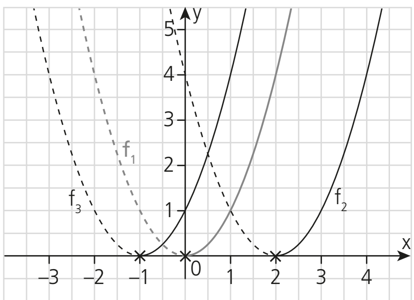
c) $f(x) = x^2 + \frac{1}{3}$

1 a)

	Felix	Charlotte	Didi
x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	–	1
1	1	–	4
2	4	0	9
3	9	1	16

In der Wertetabelle sind für x = 0 und x = 1 bei $f_2(x)$ keine Werte eingetragen, da Charlotte zwei Sekunden zu spät startet und sie zu dieser Zeit noch nicht in Bewegung ist.

b) bis **d)**



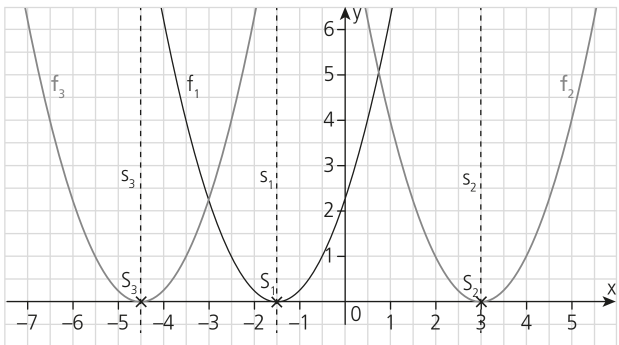
Zu **b)** Die Schnittpunkte mit der x-Achse markieren den Start von Didi bei (–1|0), von Felix bei (0|0) und von Charlotte bei (2|0).

Zu **c)** Durch Einsetzen von x = 2 bzw. x = 0 in die vier Gleichungen zeigt sich, welche Gleichung zu welcher Bewegung passt.
Charlotte mit (2|0) und (3|1):
$f_2(x) = (x - 2)^2$
Didi mit (0|1) und (1|4): $f_3(x) = (x + 1)^2$

e) $S_1(0|0)$ $S_2(2|0)$ $S_3(-1|0)$
Der Graph zu $f_1(x)$ entspricht der Normalparabel. Der Graph zu $f_2(x)$ hat die Form der Normalparabel, ist aber entlang der x-Achse um 2 Einheiten nach rechts verschoben. Der Graph zu $f_3(x)$ hat die Form der Normalparabel, ist aber entlang der x-Achse um 1 Einheit nach links verschoben.

2 a) 1: S(–1,5|0) 2: S(3|0) 3: S(–4,5|0)

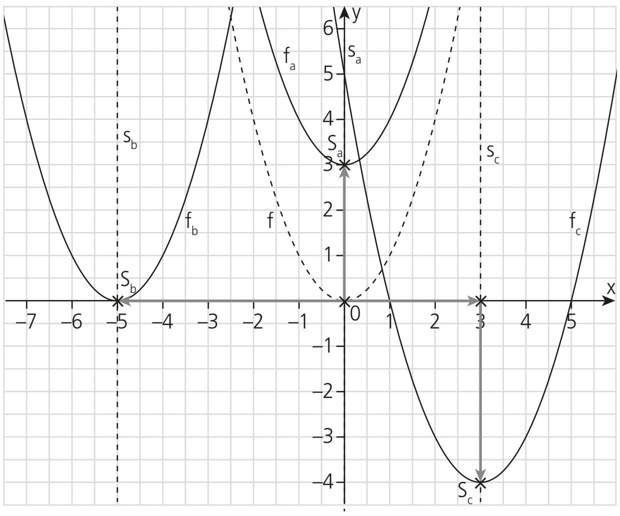
b) und **c)**



Der Graph entstand durch Verschiebung der Normalparabel entlang der …
1: … x-Achse um 1,5 Einheiten nach links.
2: … x-Achse um 3 Einheiten nach rechts.
3: … x-Achse um 4,5 Einheiten nach links.

3 a) $f(x) = (x - 4)^2$
b) $f(x) = (x + 2{,}5)^2$
c) $f(x) = (x - 0{,}5)^2$

4



a) $f_a(x) = x^2 + 3$

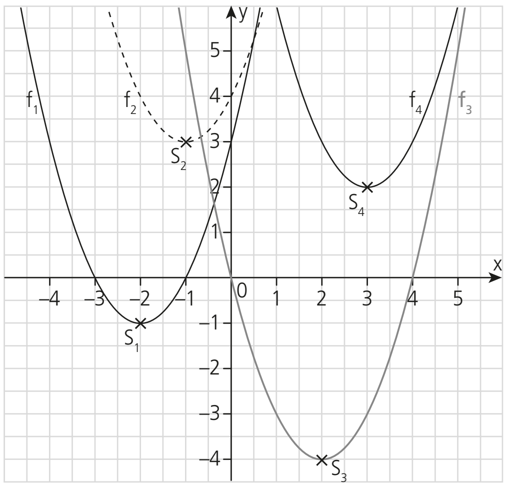
b) $f_b(x) = (x + 5)^2$

c) $f_c(x) = (x - 3)^2 - 4$

1 a)

	Scheitelpunkt S (x|y)		
	Verschiebung der Normalparabel entlang der x-Achse	Verschiebung der Normalparabel entlang der y-Achse	Funktionsgleichung
①	–2	–1	$f_1(x) = (x + 2)^2 - 1$
②	–1	3	$f_2(x) = (x + 1)^2 + 3$
③	2	–4	$f_3(x) = (x - 2)^2 - 4$
④	3	2	$f_4(x) = (x - 3)^2 + 2$

b)

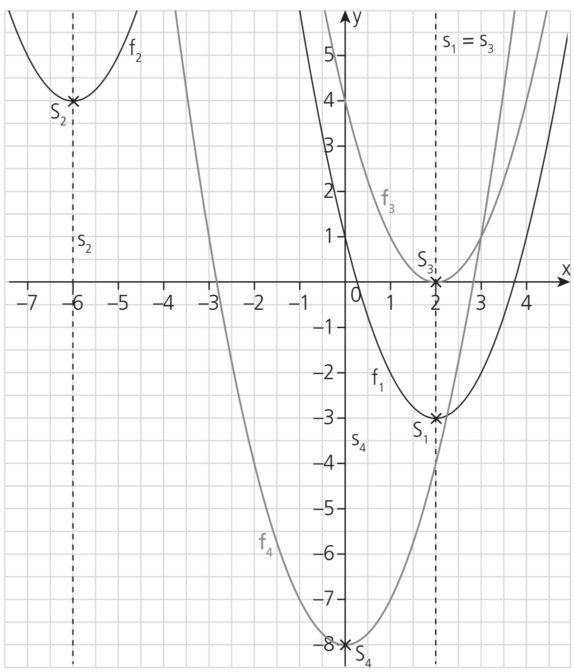


c) Zu Ⓐ („3 s zu spät, 2 m Vorsprung") passt der Graph der Funktion $f_4(x) = (x - 3)^2 + 2$.

Zu Ⓑ („1 s zu früh, 3 m Vorsprung") passt der Graph der Funktion $f_2(x) = (x + 1)^2 + 3$.

2 a) ①: $S_1(2|-3)$ ②: $S_2(-6|4)$ ③: $S_3(2|0)$ ④: $S_4(0|-8)$

b) und **c)**



Der Graph der Funktion entstand durch Verschiebung der Normalparabel …

①: entlang der x-Achse um 2 Einheiten nach rechts und entlang der y-Achse um 3 Einheiten nach unten.

②: entlang der x-Achse um 6 Einheiten nach links und entlang der y-Achse um 4 Einheiten nach oben.

③: entlang der x-Achse um 2 Einheiten nach rechts.

④: entlang der y-Achse um 8 Einheiten nach unten.

3

	a) a = 1	**b)** a = 2,5	a = –0,5
①	$f(x) = (x - 1)^2 + 6$	$f(x) = 2{,}5 \cdot (x - 1)^2 + 6$	$f(x) = -0{,}5 \cdot (x - 1)^2 + 6$
②	$f(x) = (x - 2)^2 + 2$	$f(x) = 2{,}5 \cdot (x - 2)^2 + 2$	$f(x) = -0{,}5 \cdot (x - 2)^2 + 2$
③	$f(x) = (x + 7)^2 + 5$	$f(x) = 2{,}5 \cdot (x + 7)^2 + 5$	$f(x) = -0{,}5 \cdot (x + 7)^2 + 5$
④	$f(x) = (x - 7)^2 - 5$	$f(x) = 2{,}5 \cdot (x - 7)^2 - 5$	$f(x) = -0{,}5 \cdot (x - 7)^2 - 5$

1 f_1: S(–2|1) $f_1(x) = (x + 2)^2 + 1$
f_2: S(0|–3) $f_2(x) = x^2 – 3$
f_3: S(1|–2) $f_3(x) = (x – 1)^2 – 2$
f_4: S(5|0) $f_4(x) = (x – 5)^2$

2 a) $f(x) = (x + 3)^2 + 1$ $5 = (–1 + 3)^2 + 1$ ⇔ 5 = 5 (wahr) P liegt auf der Parabel.
b) $f(x) = (x – 1)^2 – 2$ $5 = (–1 – 1)^2 – 2$ ⇔ 5 = 2 (falsch) P liegt nicht auf der Parabel.
c) $f(x) = x^2 + 4$ $5 = (–1)^2 + 4$ ⇔ 5 = 5 (wahr) P liegt auf der Parabel.

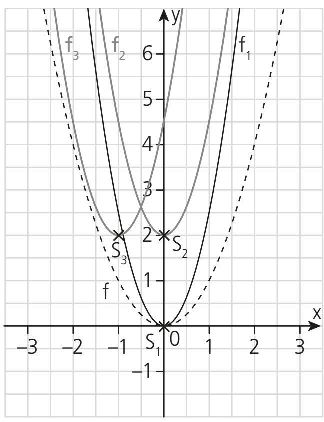
3 a) und c)

	Normal-parabel	① um 2,5 strecken	② um 2 nach oben verschieben	③ um 1 nach links verschieben
x	$f(x) = x^2$ S(0|0)	$f_1(x) = 2{,}5x^2$ $S_1(0\|0)$	$f_2(x) = 2{,}5x^2 + 2$ $S_2(0\|2)$	$f_3(x) = 2{,}5 \cdot (x + 1)^2 + 2$ $S_3(–1\|2)$
–2,0	4,00	10,00	12,00	4,50
–1,5	2,25	5,63	7,63	2,63
–1,0	1,00	2,50	4,50	2,00
–0,5	0,25	0,63	2,63	2,63
0,0	0,00	0,00	2,00	4,50
0,5	0,25	0,63	2,63	7,63
1,0	1,00	2,50	4,50	12,00
1,5	2,25	5,63	7,63	17,63
2,0	4,00	10,00	12,00	24,50

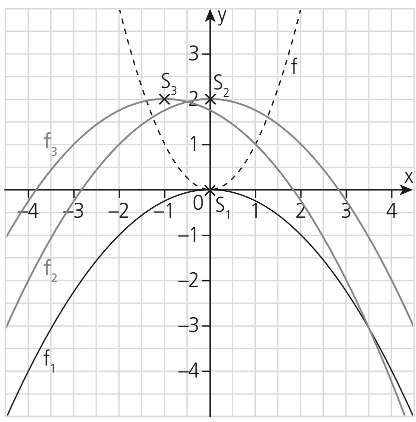
d) und e)

	Normal-parabel	① um –2,5 stauchen	② um 2 nach oben verschieben	③ um 1 nach links verschieben
x	$f(x) = x^2$ S(0|0)	$f_1(x) = –0{,}25x^2$ $S_1(0\|0)$	$f_2(x) = –0{,}25x^2 + 2$ $S_2(0\|2)$	$f_3(x) = –0{,}25 \cdot (x + 1)^2 + 2$ $S_3(–1\|2)$
–4,0	16,00	–4,00	–2,00	–0,25
–3,5	12,25	–3,06	–1,06	0,44
–3,0	9,00	–2,25	–0,25	1,00
–2,5	6,25	–1,56	0,44	1,44
–2,0	4,00	–1,00	1,00	1,75
–1,5	2,25	–0,56	1,44	1,94
–1,0	1,00	–0,25	1,75	2,00
–0,5	0,25	–0,06	1,94	1,94
0,0	0,00	0,00	2,00	1,75
0,5	0,25	–0,06	1,94	1,44
1,0	1,00	–0,25	1,75	1,00
1,5	2,25	–0,56	1,44	0,44
2,0	4,00	–1,00	1,00	–0,25
2,5	6,25	–1,56	0,44	–1,06
3,0	9,00	–2,25	–0,25	–2,00
3,5	12,25	–3,06	–1,06	–3,06
4,0	16,00	–4,00	–2,00	–4,25

3 **b)** Parabeln zu a)



e) Parabeln zu d)



4 **a)** Im Vergleich zur Normalparabel ist der Graph der Funktion eine Parabel, die …

1 um den Faktor 7,5 gestreckt und nach unten geöffnet ist und um 3 Einheiten nach oben verschoben wurde.

2 um den Faktor 3 gestreckt und nach oben geöffnet ist.

3 nach oben geöffnet ist und um 1 Einheit nach unten und um 1 Einheit nach links verschoben wurde.

4 um den Faktor 0,5 gestaucht und nach unten geöffnet ist und um 0,75 Einheiten nach oben und um 0,6 Einheiten nach links verschoben wurde.

b) 3 $f(x) = x^2 + 2x$ 4 $f(x) = -0{,}5x^2 - 0{,}6x + 0{,}57$

5 **a)** Der rote Graph stellt eine lineare steigende Funktion dar mit Steigung $m = 0{,}5$, Nullstelle $x_0 = 1$ und y-Achsenabschnitt bei –0,5.

Der blaue Graph ist im Vergleich zur Normalparabel eine Parabel, die um den Faktor 0,5 gestaucht ist und um 3 Einheiten nach rechts und um 2 Einheiten nach unten verschoben wurde. Beide Parabeln sind nach oben geöffnet. Der Scheitelpunkt der Normalparabel liegt bei S(0|0), der Scheitelpunkt der blauen Parabel liegt bei S(3|–2). Die Normalparabel ist achsensymmetrisch zur y-Achse, die blaue Parabel ist achsensymmetrisch zur Geraden x = 3.

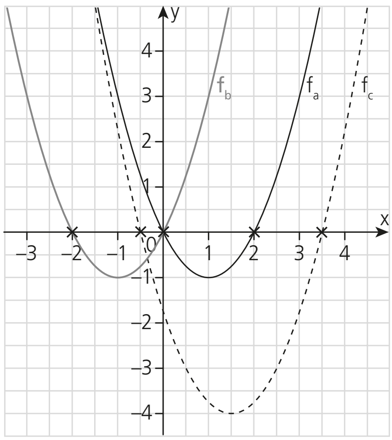
b) $g(x) = 0{,}5x - 0{,}5$ $f(x) = 0{,}5(x - 3)^2 - 2$

c) Schnittpunkte der Geraden mit der Parabel: $S_1(1|0)$, $S_2(6|2{,}5)$

d) Schnittpunkte der Geraden mit der x-Achse und der y-Achse: A(1|0), B(0|–0,5)
Schnittpunkte der Parabel mit der x-Achse und der y-Achse: A(1|0); C(5|0) und D(0|2,5)

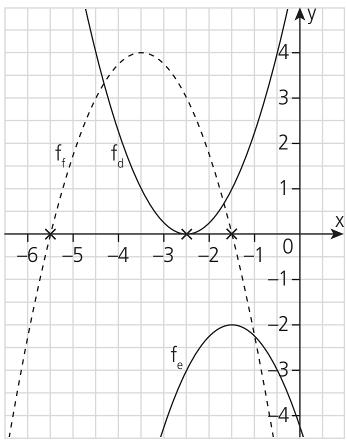
1 a) Der Seevogel taucht 4 m tief ins Wasser bis zum tiefsten Punkt S(2|–4).
b) Der Seevogel taucht bei A(0|0) ins Wasser ein und bei B(4|0) wieder aus dem Wasser auf.
c) S(2|–4) ist der Scheitelpunkt des Graphen der Funktion. A(0|0) und B(4|0) markieren die Nullstellen der Funktion: $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$.
d) $f(x) = (x - 2)^2 - 4$

2 a) bis **c)**



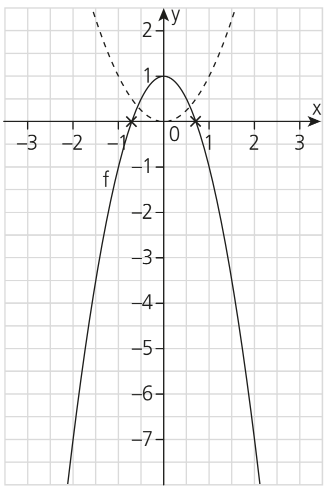
a) $x_1 = 0$; $x_2 = 2$
b) $x_1 = -2$; $x_2 = 0$
c) $x_1 = -0{,}5$; $x_2 = 3{,}5$

d) bis **f)**



d) $x_1 = -2{,}5$
e) keine Nullstelle
f) $x_1 = -5{,}5$; $x_2 = -1{,}5$

3



a)

x	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	–7	–3,5	–1	0,5	1	0,5	–1	–3,5	–7

Der Graph der Funktion ist eine Parabel, die um den Faktor 2 gestreckt ist und um 1 Einheit nach oben verschoben wurde und die nach unten geöffnet ist.

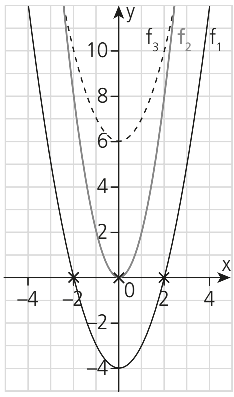
b) $x_1 \approx -0{,}7$ und $x_2 \approx 0{,}7$
Der Fisch taucht bei $x_1 = -0{,}7$ aus dem Wasser auf und bei $x_2 = 0{,}7$ wieder ins Wasser ein.

c) Nachteil der grafischen Lösung ist, dass man bei der betrachteten Funktion die Nullstellen nicht genau ablesen kann.

4

$f(x) = -2x^2 + 1$	$-2x^2 + 1 = 0$
① Quadratisches Glied isolieren	$x^2 = \frac{1}{2}$
② Wurzel ziehen (radizieren)	$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ bzw. $\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 2}$
③ Zwei Lösungen beachten	$x_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \approx -0{,}71$ und $x_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2} \approx 0{,}71$
④ Lösungsmenge angeben	$\mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{2}\sqrt{2}; \frac{1}{2}\sqrt{2}\right\}$
⑤ Probe durchführen	$-2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2 + 1 = 0$ (wahr) und $-2 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2 + 1 = 0$ (wahr)

1 Grafisch:



Rechnerisch:

①
$x^2 - 4 = 0$
$x^2 = 4$
$x_1 = -2$ und $x_2 = 2$
$\mathbb{L} = \{-2; 2\}$
Zwei Lösungen

②
$2x^2 = 0$
$x^2 = 0$
$x = 0$
$\mathbb{L} = \{0\}$
Eine Lösung

③
$3x^2 + 6 = 0$
$x^2 = -2$
$\mathbb{L} = \{\ \}$
Keine Lösung

Die grafische und die rechnerische Bestimmung der Nullstellen zeigt: Eine quadratische Gleichung kann zwei, eine oder keine Nullstelle haben, d. h.: Murat hat Recht.

2 a) $\mathbb{L} = \{-7; 7\}$ b) $\mathbb{L} = \{\ \}$ c) $\mathbb{L} = \{0\}$ d) $\mathbb{L} = \{-8; 8\}$
e) $\mathbb{L} = \{-1{,}5; 1{,}5\}$ f) $\mathbb{L} = \{-0{,}5; 0{,}5\}$ g) $\mathbb{L} = \{-2{,}2; 2{,}2\}$ h) $\mathbb{L} = \{-1{,}5; 1{,}5\}$
i) $\mathbb{L} = \{-0{,}5; 0{,}5\}$ j) $\mathbb{L} = \{-3; 3\}$ k) $\mathbb{L} = \{\ \}$ l) $\mathbb{L} = \{-0{,}2; 0{,}2\}$

3 a) $x^2 - 16 = 20$
$x^2 = 36$
$x_1 = -6$ und $x_2 = 6$
$\mathbb{L} = \{-6; 6\}$

b) $a^2 - 0{,}25 = 6$
$a^2 = 6{,}25$
$a_1 = -2{,}5$ und $a_2 = 2{,}5$
$\mathbb{L} = \{-2{,}5; 2{,}5\}$

c) $1{,}96 - y^2 = 1{,}96$
$y^2 = 0$
$y = 0$
$\mathbb{L} = \{0\}$

4 a) $(x + 2)^2 = 121$
$x_1 + 2 = -11$ und $x_2 + 2 = 11$
$x_1 = -13$ und $x_2 = 9$
$\mathbb{L} = \{-13; 9\}$

b) $(y + 2)^2 = 4$
$y_1 + 2 = -2$ und $y_2 + 2 = 2$
$y_1 = -4$ und $y_2 = 0$
$\mathbb{L} = \{-4; 0\}$

c) $(x - 4)^2 = 0$
$x - 4 = 0$
$x = 4$
$\mathbb{L} = \{4\}$

d) $(1{,}5 - 2a)^2 = -1$
$\mathbb{L} = \{\ \}$

e) $(5 - y)^2 = 1$
$5 - y_1 = -1$ und $5 - y_2 = 1$
$y_1 = 6$ und $y_2 = 4$
$\mathbb{L} = \{4; 6\}$

f) $(x + 2)^2 = 1$
$x_1 + 2 = -1$ und $x_2 + 2 = 1$
$x_1 = -3$ und $x_2 = -1$
$\mathbb{L} = \{-3; -1\}$

g) $(2 + x)^2 = -1$
$\mathbb{L} = \{\ \}$

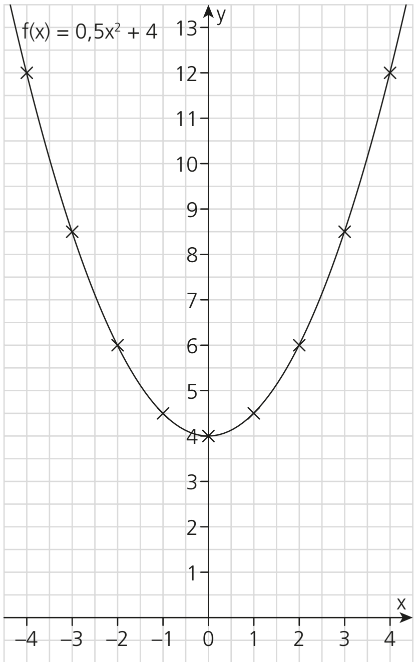
h) $(2{,}5 + x)^2 = 6{,}25$
$2{,}5 + x_1 = -2{,}5$ und $2{,}5 + x_2 = 2{,}5$
$x_1 = -5$ und $x_2 = 0$
$\mathbb{L} = \{-5; 0\}$

1 Die erste Lösung ist korrekt: $f(-3) = 4 \cdot (-3)^2 - 40 = 36 - 40 = -4$

2

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	12	8,5	6	4,5	4	4,5	6	8,5	12

Die Parabel ist um den Faktor 0,5 gestaucht und um 4 Einheiten entlang der y-Achse nach oben verschoben.

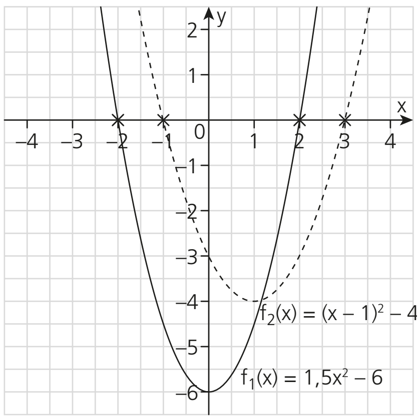


3 **a)** und **b)**

roter Graph: S(3|–1,5) $\rightarrow f_1(x) = (x-3)^2 - 1{,}5$
grüner Graph: S(1|0,5) $\rightarrow f_5(x) = (x-1)^2 + 0{,}5$
lila Graph: S(–1|0) $\rightarrow f_6(x) = (x+1)^2$
blauer Graph: S(–1|–2) $\rightarrow f_4(x) = (x+1)^2 - 2$
gelber Graph: S(–2,5|–3) $\rightarrow f_3(x) = (x+2{,}5)^2 - 3$
Zur Funktionsgleichung $f_2(x) = (x+1)^2 + 2$ mit S(–1|2) fehlt der Graph.

4 Nullstellen von $f_1(x)$:
$0 = 1{,}5x^2 - 6$
$6 = 1{,}5x^2$
$4 = x^2$
$x_1 = -2$ und $x_2 = 2$
$\mathbb{L} = \{-2; 2\}$

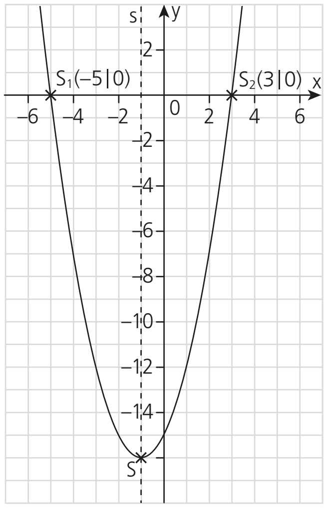
Nullstellen von $f_2(x)$:
$0 = (x-1)^2 - 4$
$4 = (x-1)^2$
$x_1 - 1 = 2$ und $x_2 - 1 = -2$
$x_1 = 3$ und $x_2 = -1$
$\mathbb{L} = \{-1; 3\}$



1 a) Die Variable x steht für die Seitenläge des Ausgangsquadrats (in m). Da jede Seite um einen Meter verlängert wird, ergibt sich für die Seitenlänge des neuen Quadrats x + 1 (in m). Aus der Formel für die Flächenberechnung eines Quadrats folgt für den Flächeninhalt des neuen Quadrats mit einem Flächeninhalt von 16 m² die genannte Formel.

b) $(x + 1)^2 = 16$
$x_1 + 1 = -4$ und $x_2 + 1 = 4$
$x_1 = -5$ und $x_2 = 3$
Als Lösung ist nur x = 3 sinnvoll, da die Seitenlänge keinen negativen Wert annehmen kann.

c) Die Scheitelpunktform mit S(–1|–16) lautet: $f(x) = (x + 1)^2 - 16$
Die Nullstellen in der Zeichnung entsprechen den in b) berechneten x-Werten.



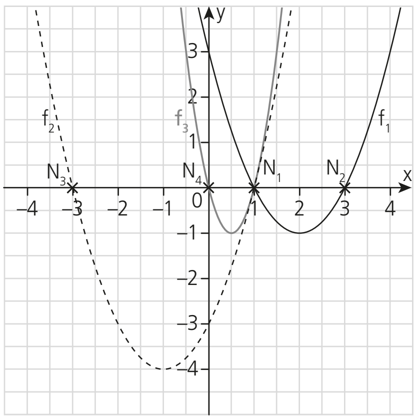
2 a) Rechnerisch lösen:

1
$(x - 2)^2 - 1 = 0$
$(x - 2)^2 = 1$
$x_1 - 2 = -1$ und $x_2 - 2 = 1$
$x_1 = 1$ und $x_2 = 3$
$\mathbb{L} = \{1; 3\}$

2
$(x + 1)^2 - 4 = 0$
$(x + 1)^2 = 4$
$x_1 + 1 = -2$ und $x_2 + 1 = 2$
$x_1 = -3$ und $x_2 = 1$
$\mathbb{L} = \{-3; 1\}$

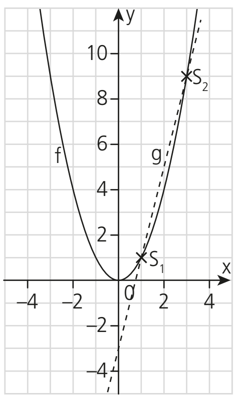
3
$4 \cdot (x - 0{,}5)^2 - 1 = 0$
$(x - 0{,}5)^2 = \frac{1}{4}$
$x_1 - 0{,}5 = -\frac{1}{2}$ und $x_2 - 0{,}5 = \frac{1}{2}$
$x_1 = 0$ und $x_2 = 1$
$\mathbb{L} = \{0; 1\}$

Grafisch lösen:



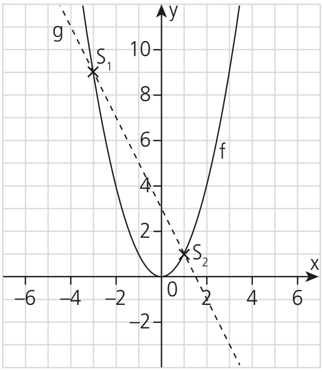
1 $N_1(1|0)$; $N_2(3|0)$
2 $N_3(-3|0)$; $N_1(1|0)$
3 $N_4(0|0)$; $N_1(1|0)$

b) Julias Lösung zu 1:



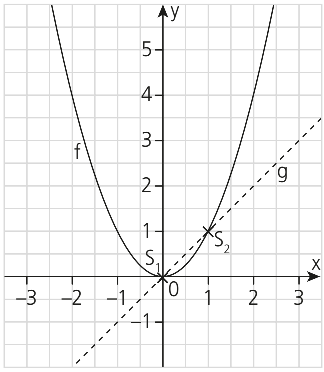
x-Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f(x) und g(x):
$x_1 = 1$ und $x_2 = 3$

3 ② $(x + 1)^2 - 4 = 0$
$x^2 + 2x - 3 = 0$
$x^2 = -2x + 3$
$f(x) = x^2$
$g(x) = -2x + 3$



x–Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f(x) und g(x):
$x_1 = -3$ und $x_2 = 1$

③ $4 \cdot (x - 0{,}5)^2 - 1 = 0$
$4x^2 - 4x + 1 - 1 = 0$
$x^2 = x$
$f(x) = x^2$
$g(x) = x$



x–Koordinaten der Schnittpunkte der Graphen von f(x) und g(x):
$x_1 = 0$ und $x_2 = 1$

1 Die grafische Lösung wird bei Gleichung (1) durch sehr kleine Koordinatenwerte der Schnittpunkte erschwert, da diese nur schwer exakt ablesbar sind, und bei Gleichung (2) durch sehr große Koordinatenwerte, die das Zeichnen in einem geeigneten Koordinatensystem erschweren.

2 (1) $x^2 + 1{,}2x + 0{,}16 = 0$
$(p = 1{,}2;\ q = 0{,}16)$
$x_{1,2} = -0{,}6 \pm \sqrt{\left(\frac{1{,}2}{2}\right)^2 - 0{,}16}$
$x_{1,2} = -0{,}6 \pm \sqrt{0{,}2}$
$x_{1,2} \approx -0{,}6 \pm 0{,}45$
$x_1 = -1{,}05$ und $x_2 = -0{,}15$
$\mathbb{L} = \{-1{,}05; -0{,}15\}$

(2) $x^2 + 32x + 112 = 0$
$(p = 32;\ q = 112)$
$x_{1,2} = -16 \pm \sqrt{\left(\frac{32}{2}\right)^2 - 112}$
$x_{1,2} = -16 \pm \sqrt{144}$
$x_{1,2} = -16 \pm 12$
$x_1 = -28$ und $x_2 = -4$
$\mathbb{L} = \{-28; -4\}$

3 a) $x^2 - 4x + 3 = 0$
Mit $p = -4$ und $q = 3$ gilt:
$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 3 = 1 > 0$
Zwei Lösungen:
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{1}$
$x_1 = 1$ und $x_2 = 3$
$\mathbb{L} = \{1; 3\}$

b) $x^2 - 4x + 4 = 0$
Mit $p = -4$ und $q = 4$ gilt:
$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 4 = 0$
Eine Lösung:
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{0}$
$x_1 = 2$
$\mathbb{L} = \{2\}$

c) $x^2 - 4x + 5 = 0$
Mit $p = -4$ und $q = 5$ gilt:
$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 5 = -1 < 0$
Keine Lösung:
Für $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{-1}$ gibt es keine Lösung.
$L = \{\}$

Murats Behauptung stimmt: Die Anzahl der Lösungen einer quadratischen Gleichung hängt vom Wert des Terms $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ab.

4 a) $x^2 + 6x + 8 = 0$
$(p = 6;\ q = 8)$
$\left(\frac{6}{2}\right)^2 - 8 = 1 > 0$
Zwei Lösungen:
$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{1}$
$x_1 = -4$ und $x_2 = -2$
$\mathbb{L} = \{-4; -2\}$

b) $x^2 + 14x + 33 = 0$
$(p = 14;\ q = 33)$
$\left(\frac{14}{2}\right)^2 - 33 = 16 > 0$
Zwei Lösungen:
$x_{1,2} = -7 \pm \sqrt{16}$
$x_1 = -11$ und $x_2 = -3$
$\mathbb{L} = \{-11; -3\}$

c) $x^2 + 3x + 2 = 0$
$(p = 3;\ q = 2)$
$\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 = 0{,}25 > 0$
Zwei Lösungen:
$x_{1,2} = -1{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -1{,}5 \pm 0{,}5$
$x_1 = -2$ und $x_2 = -1$
$\mathbb{L} = \{-2; -1\}$

d) $x^2 - 8x + 16 = 0$
$(p = -8;\ q = 16)$
$\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 16 = 0$
Eine Lösung:
$x = 4 \pm \sqrt{0}$
$x = 4$
$\mathbb{L} = \{4\}$

e) $x^2 + 2x + 1 = 0$
$(p = 2;\ q = 1)$
$\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 1 = 0$
Eine Lösung:
$x = -1 \pm \sqrt{0}$
$x = -1$
$\mathbb{L} = \{-1\}$

f) $x^2 + 30x + 300 = 0$
$(p = 30;\ q = 300)$
$\left(\frac{30}{2}\right)^2 - 300 = -75 < 0$
Keine Lösung:
$x_{1,2} = -15 \pm \sqrt{-75}$
$L = \{\}$

g) $x^2 + 21x + 90 = 0$
$(p = 21;\ q = 90)$
$\left(\frac{21}{2}\right)^2 - 90 = 20{,}25 > 0$
Zwei Lösungen:
$x_{1,2} = -10{,}5 \pm \sqrt{20{,}25}$
$= -10{,}5 \pm 4{,}5$
$x_1 = -15$ und $x_2 = -6$
$\mathbb{L} = \{-15; -6\}$

h) $x^2 + 4x + 4 = 0$
$(p = 4;\ q = 4)$
$\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4 = 0$
Eine Lösung:
$x = -2 \pm \sqrt{0}$
$x = -2$
$\mathbb{L} = \{-2\}$

i) $x^2 + 30x + 125 = 0$
$(p = 30;\ q = 125)$
$\left(\frac{30}{2}\right)^2 - 125 = 100 > 0$
Zwei Lösungen:
$x_{1,2} = -15 \pm \sqrt{100} = -15 \pm 10$
$x_1 = -25$ und $x_2 = -5$
$\mathbb{L} = \{-25; -5\}$

5 a) $x^2 - 4{,}5x - 9 = 0$
$(p = -4{,}5;\ q = -9)$
$x_{1,2} = 2{,}25 \pm \sqrt{(-2{,}25)^2 + 9}$
$x_{1,2} = 2{,}25 \pm 3{,}75$
$x_1 = -1{,}5$ und $x_2 = 6$
$\mathbb{L} = \{-1{,}5;\ 6\}$

b) $x^2 - 7{,}2x - 8{,}2 = 0$
$(p = -7{,}2;\ q = -8{,}2)$
$x_{1,2} = 3{,}6 \pm \sqrt{(-3{,}6)^2 + 8{,}2}$
$x_{1,2} = 3{,}6 \pm 4{,}6$
$x_1 = -1$ und $x_2 = 8{,}2$
$\mathbb{L} = \{-1;\ 8{,}2\}$

c) $x^2 - 0{,}9x - 0{,}4375 = 0$
$(p = -0{,}9;\ q = -0{,}4375)$
$x_{1,2} = 0{,}45 \pm \sqrt{(-0{,}45)^2 + 0{,}4375}$
$x_{1,2} = 0{,}45 \pm 0{,}8$
$x_1 = -0{,}35$ und $x_2 = 1{,}25$
$\mathbb{L} = \{-0{,}35;\ 1{,}25\}$

d) $x^2 - 8x + 15 = 0$
$(p = -8;\ q = 15)$
$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 15}$
$x_{1,2} = 4 \pm 1$
$x_1 = 3$ und $x_2 = 5$
$\mathbb{L} = \{3;\ 5\}$

e) $x^2 - 13{,}9x + 48 = 0$
$(p = -13{,}9;\ q = 48)$
$x_{1,2} = 6{,}95 \pm \sqrt{(-6{,}95)^2 - 48}$
$x_{1,2} = 6{,}95 \pm 0{,}55$
$x_1 = 6{,}4$ und $x_2 = 7{,}5$
$\mathbb{L} = \{6{,}4;\ 7{,}5\}$

f) $x^2 - 12x - 6{,}25 = 0$
$(p = -12;\ q = -6{,}25)$
$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{(-6)^2 + 6{,}25}$
$x_{1,2} = 6 \pm 6{,}5$
$x_1 = -0{,}5$ und $x_2 = 12{,}5$
$\mathbb{L} = \{-0{,}5;\ 12{,}5\}$

g) $x^2 - 0{,}2x - 0{,}08 = 0$
$(p = -0{,}2;\ q = -0{,}08)$
$x_{1,2} = 0{,}1 \pm \sqrt{(-0{,}1)^2 + 0{,}08}$
$x_{1,2} = 0{,}1 \pm 0{,}3$
$x_1 = -0{,}2$ und $x_2 = 0{,}4$
$\mathbb{L} = \{-0{,}2;\ 0{,}4\}$

h) $x^2 - 0{,}4x - 0{,}05 = 0$
$(p = -0{,}4;\ q = -0{,}05)$
$x_{1,2} = 0{,}2 \pm \sqrt{(-0{,}2)^2 + 0{,}05}$
$x_{1,2} = 0{,}2 \pm 0{,}3$
$x_1 = -0{,}1$ und $x_2 = 0{,}5$
$\mathbb{L} = \{-0{,}1;\ 0{,}5\}$

i) $x^2 - 3{,}8x + 3{,}6 = 0$
$(p = -3{,}8;\ q = 3{,}6)$
$x_{1,2} = 1{,}9 \pm \sqrt{(-1{,}9)^2 - 3{,}6}$
$x_{1,2} = 1{,}9 \pm 0{,}1$
$x_1 = 1{,}8$ und $x_2 = 2$
$\mathbb{L} = \{1{,}8;\ 2\}$

6 a) $x^2 + 0{,}8x - 1{,}28 = 0$
$(p = 0{,}8;\ q = -1{,}28)$
$x_{1,2} = -0{,}4 \pm \sqrt{(-0{,}4)^2 + 1{,}28}$
$x_{1,2} = -0{,}4 \pm 1{,}2$
$x_1 = -1{,}6$ und $x_2 = 0{,}8$
$\mathbb{L} = \{-1{,}6;\ 0{,}8\}$

b) $x^2 - x = 0$
$(p = -1;\ q = 0)$
$x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{(-0{,}5)^2}$
$x_{1,2} = 0{,}5 \pm 0{,}5$
$x_1 = 0$ und $x_2 = 1$
$\mathbb{L} = \{0;\ 1\}$

c) $x^2 - 2x + 1 = 0$
$(p = -2;\ q = 1)$
$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1}$
$x_{1,2} = 1 \pm 0$
$x = 1$
$\mathbb{L} = \{1\}$

d) $x^2 + 3{,}5x + 5 = 0$
$(p = 3{,}5;\ q = 5)$
$x_{1,2} = -1{,}75 \pm \sqrt{(1{,}75)^2 - 5}$
$x_{1,2} = -1{,}75 \pm \sqrt{-1{,}9375}$
$L = \{\}$

e) $x^2 - 5x - 300 = 0$
$(p = -5;\ q = -300)$
$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 + 300}$
$x_{1,2} = 2{,}5 \pm 17{,}5$
$x_1 = -15$ und $x_2 = 20$
$\mathbb{L} = \{-15;\ 20\}$

f) $x^2 - 1{,}3x - 7{,}7 = 0$
$(p = -1{,}3;\ q = -7{,}7)$
$x_{1,2} = 0{,}65 \pm \sqrt{(-0{,}65)^2 + 7{,}7}$
$x_{1,2} = 0{,}65 \pm 2{,}85$
$x_1 = -2{,}2$ und $x_2 = 3{,}5$
$\mathbb{L} = \{-2{,}2;\ 3{,}5\}$

g) $x^2 - 10x - 13\,200 = 0$
$(p = -10;\ q = -13\,200)$
$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{(-5)^2 + 13\,200}$
$x_{1,2} = 5 \pm 115$
$x_1 = -110$ und $x_2 = 120$
$\mathbb{L} = \{-110;\ 120\}$

h) $x^2 - 25{,}4x - 26{,}4 = 0$
$(p = -25{,}4;\ q = -26{,}4)$
$x_{1,2} = 12{,}7 \pm \sqrt{(-12{,}7)^2 + 26{,}4}$
$x_{1,2} = 12{,}7 \pm 13{,}7$
$x_1 = -1$ und $x_2 = 26{,}4$
$\mathbb{L} = \{-1;\ 26{,}4\}$

i) $x^2 - 0{,}6x - 19{,}27 = 0$
$(p = -0{,}6;\ q = -19{,}27)$
$x_{1,2} = 0{,}3 \pm \sqrt{(-0{,}3)^2 + 19{,}27}$
$x_{1,2} = 0{,}3 \pm 4{,}4$
$x_1 = -4{,}1$ und $x_2 = 4{,}7$
$\mathbb{L} = \{-4{,}1;\ 4{,}7\}$

1 a) $\mathbb{L} = \{-8; 8\}$ b) $\mathbb{L} = \{-0{,}5; 0{,}5\}$ c) $\mathbb{L} = \{\}$
d) $\mathbb{L} = \{-4; 4\}$ e) $\mathbb{L} = \{\}$ f) $\mathbb{L} = \{-3; 3\}$
g) $\mathbb{L} = \{-9; 9\}$ h) $\mathbb{L} = \{-8; 8\}$ i) $\mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\}$

2 a) $\mathbb{L} = \{0; 0{,}4\}$ b) $\mathbb{L} = \{-0{,}4; 0\}$ c) $\mathbb{L} = \{0; 5\}$
d) $\mathbb{L} = \{-1{,}6; 0\}$ e) $\mathbb{L} = \{0; 15\}$ f) $\mathbb{L} = \{-0{,}5; 0\}$
g) $\mathbb{L} = \{0; 11\}$ h) $\mathbb{L} = \{0; 1\}$ i) $\mathbb{L} = \left\{-\frac{2}{5}; 0\right\}$

3 Im Gegensatz zu Florian hat Lucia vergessen auszuklammern. Dadurch entging ihr die zweite Lösung: $x = 0$.

1 Für die Lösungen x_1 und x_2 der quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ gilt:
$x_1 + x_2 = -p$ und $x_1 \cdot x_2 = q$.

2 Lösung 1 zu Gleichung D
Lösung 2 zu Gleichung C
Lösung 3 zu Gleichung B
Lösung 4 zu Gleichung A

3

	p	q	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	Lösungen der Gleichung
a)	–11	18	9	2	$11 = -p$	$18 = q$	ja
b)	–7	–44	11	–4	$7 = -p$	$-44 = q$	ja
c)	1	6	3	–2	$1 \neq -p$	$-6 \neq q$	nein
d)	–8	–48	12	–4	$8 = -p$	$-48 = q$	ja
e)	–1	1	1,5	–0,5	$1 = -p$	$-0{,}75 \neq q$	nein
f)	–0,8	–5,6	2,8	–2	$0{,}8 = -p$	$-5{,}6 = q$	ja

4 a) $x^2 - 5x + 4 = 0$
b) $x^2 - 4 = 0$
c) $x^2 + 7x + 12 = 0$
d) $x^2 + 2{,}5x + 1 = 0$
e) $x^2 - 0{,}65x + 0{,}1 = 0$
f) $x^2 - 8x + 15{,}75 = 0$
g) $x^2 - 0{,}2x - 0{,}15 = 0$
h) $x^2 + 8x + 9{,}75 = 0$
i) $x^2 - 11x - 18{,}75 = 0$
j) $x^2 + 2{,}25x - 4{,}375 = 0$

5

	p	q	$x_1 + x_2 = -p$	$x_1 \cdot x_2 = q$	x_1	x_2	$\mathbb{L}$
a)	–7	12	7	12	3	4	{3; 4}
b)	1	–20	–1	–20	4	–5	{–5; 4}
c)	–5	–24	5	–24	8	–3	{–3; 8}

1 Schritt 1: Variablen festlegen, evtl. Skizze machen
Schritt 2: Terme bilden
Schritt 3: Gleichung aufstellen
Schritt 4: Gleichung lösen
Schritt 5: Probe durchführen
Schritt 6: Antwortsatz formulieren

2

1: Variablen festlegen	erste Zahl: x; zweite Zahl: $x + 5$; es gilt: $x > 0$
2: Terme bilden	Quadrate: x^2 und $(x + 5)^2$; Summe der Quadrate: $x^2 + (x + 5)^2$
3: Gleichung aufstellen	$x^2 + (x + 5)^2 = 97$, umgeformt: $x^2 + 5x - 36 = 0$
4: Gleichung lösen	$x^2 + 5x - 36 = 0$ (p-q-Formel oder Satz des Vieta) $x_1 = 4$ und $x_2 = -9$ ($x_2 = -9$ entfällt als Lösung, da beiden Zahlen positiv sind.)
5: Probe durchführen	Für $x_1 = 4$: $4^2 + (4 + 5)^2 = 16 + 81 = 97$ (wahr)
6: Antwortsatz formulieren	Ines hat sich die Zahlen 4 und 9 gemerkt.

3

1: Variablen festlegen	erste Zahl x; zweite Zahl: $x - 4$; es gilt: $x > 0$ und $x - 4 > 0$, d. h.: $x > 4$
2: Terme bilden	Beide Zahlen um 3 vergrößern: $(x + 3)$ und $(x - 4 + 3) = x - 1$ Produkt der Zahlen: $(x + 3) \cdot (x - 1)$
3: Gleichung aufstellen	$(x + 3) \cdot (x - 1) = 96$, umgeformt: $x^2 + 2x - 99 = 0$
4: Gleichung lösen	$x^2 + 2x - 99 = 0$ (p-q-Formel oder Satz des Vieta) $x_1 = 9$ und $x_2 = -11$ ($x_2 = -11$ entfällt, da beiden Zahlen positiv sind.)
5: Probe durchführen	Für $x_1 = 9$: $(9 + 3) \cdot (9 - 1) = 12 \cdot 8 = 96$ (wahr)
6: Antwortsatz formulieren	Tobias hat sich die Zahlen 9 und 5 gemerkt.

4 a) $x^2 - 8x = x - 14$
$x^2 - 9x + 14 = 0$
$x_{1,2} = 4{,}5 \pm \sqrt{4{,}5^2 - 14}$
$x_{1,2} = 4{,}5 \pm 2{,}5$
$x_1 = 2$ und $x_2 = 7$

Probe für $x = 2$:
$2^2 - 8 \cdot 2 = 2 - 14$
$-12 = -12$ (wahr)
Probe für $x = 7$:
$7^2 - 8 \cdot 7 = 7 - 14$
$-7 = -7$ (wahr)
Die Zahl ist die 2 oder die 7.

b) $2x^2 - 1 = 24x - 55$
$2x^2 - 24x + 54 = 0$
$x^2 - 12x + 27 = 0$
$x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{6^2 - 27}$
$x_{1,2} = 6 \pm 3$
$x_1 = 3$ und $x_2 = 9$
Probe für $x = 3$:
$2 \cdot 3^2 - 1 = 24 \cdot 3 - 55$
$17 = 17$ (wahr)
Probe für $x = 9$:
$2 \cdot 9^2 - 1 = 24 \cdot 9 - 55$
$161 = 161$ (wahr)
Die Zahl ist die 3 oder die 9.

c) $x \cdot (x + 1) = 1260$
$x^2 + x - 1260 = 0$
$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 + 1260}$
$x_{1,2} = -0{,}5 \pm 35{,}5$
$x_1 = -36$ und $x_2 = 35$

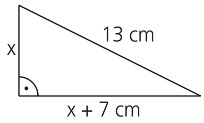
Probe für $x = -36$:
$-36 \cdot (-36 + 1) = 1260$
$1260 = 1260$ (wahr)
Probe für $x = 35$:
$35 \cdot (35 + 1) = 1260$
$1260 = 1260$ (wahr)
Das Zahlenpaar ist $(-36; -35)$ oder $(35; 36)$.

1 1: Skizze/Variable — Skizze wie im Schulbuch.
Breite (in m): x mit $x > 0$, Länge (in m): $x + 11$.
2: Terme — $A = x \cdot (x + 11)$
3: Gleichung — $x \cdot (x + 11) = 840$
4: Lösen — $x^2 + 11x - 840 = 0$
$x_{1,2} = -5{,}5 \pm \sqrt{5{,}5^2 + 840} = -5{,}5 \pm 29{,}5$
$x_1 = -35$ und $x_2 = 24$
Der negativer Wert $x = -35$ entfällt als Seitenlänge.
5: Probe — Probe für $x = 24$:
$24 \cdot (24 + 11) = 24 \cdot 35 = 840$ (wahr)
6: Antwortsatz — Die kurze Seite des Grundstücks ist 24 m lang, die lange Seite ist 35 m lang.

2 a) 1: Skizze/Variable — Skizze wie im Schulbuch.
Seitenlänge (in cm): x; verkürzte Seitenlänge (in cm): $x - 4$; $x > 4$
2: Terme — $A = x \cdot (x - 4)$
3: Gleichung — $x \cdot (x - 4) = 106{,}25$
4: Lösen — $x^2 - 4x - 106{,}25 = 0$
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2^2 + 106{,}25} = 2 \pm 10{,}5$
$x_1 = -8{,}5$ und $x_2 = 12{,}5$
Der negative Wert $x = -8{,}5$ entfällt als Seitenlänge.
5: Probe — Probe für $x = 12{,}5$:
$12{,}5 \cdot (12{,}5 - 4) = 12{,}5 \cdot 8{,}5 = 106{,}25$ (wahr)
6: Antwortsatz — Das ursprüngliche Quadrat hatte die Seitenlänge 12,5 cm.
Das Rechteck hat die Seitenlängen 12,5 cm und 8,5 cm.

b) 1: Skizze/Variable — Skizze wie Schulbuch.
Seitenlänge des Quadrats (in m): x; $x > 0$
verlängerte Seitenlänge (in m): $x + 5$; $x > -5$
verkürzte Seitenlänge (in m): $x - 5$; $x > 5$
2: Terme — $A = (x + 5) \cdot (x - 5)$
3: Gleichung — $(x + 5) \cdot (x - 5) = 936$
4: Lösen — $x^2 - 25 = 936$
$x^2 = 961$
$x_1 = -31$ und $x_2 = 31$
Der negative Wert $x = -31$ entfällt als Seitenlänge.
5: Probe — Probe für $x = 31$:
$(31 + 5) \cdot (31 - 5) = 36 \cdot 26 = 936$ (wahr)
6: Antwortsatz — Das ursprüngliche Quadrat hatte die Seitenlänge 31 m.
Die lange Seite des Rechtecks ist 36 m lang, die kurze Seite ist 26 m lang.

3 a) 1: Skizze/Variable



Hypotenuse: 13 cm
erste Kathete (in cm): x; $x > 0$
zweite Kathete (in cm): $x + 7$

2: Terme $x^2 + (x + 7)^2$

3: Gleichung $x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$

4: Lösen $2x^2 + 14x + 49 = 169$

$x^2 + 7x - 60 = 0$

$x_{1,2} = -3{,}5 \pm \sqrt{3{,}5^2 + 60} = -3{,}5 \pm 8{,}5$

$x_1 = -12$ und $x_2 = 5$

Der negative Wert $x = -12$ entfällt als Länge der Kathete.

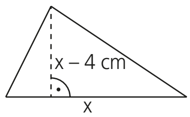
5: Probe Probe für $x = 5$:

$5^2 + (5 + 7)^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$ (wahr)

6: Antwortsatz Die kurze Kathete des Dreiecks ist 5 cm lang, die lange Kathete ist 12 cm lang.

b) $u = 13\text{ cm} + 5\text{ cm} + 12\text{ cm} = 30\text{ cm}$ $A = 0{,}5 \cdot 5\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 30\text{ cm}^2$

4 1: Skizze/Variable



Länge der Grundseite (in cm): x
Höhe zur Grundseite (in cm): $x - 4$; $x > 4$

2: Terme $A = 0{,}5 \cdot x \cdot (x - 4)$

3: Gleichung $0{,}5 \cdot x \cdot (x - 4) = 160$

4: Lösen $x^2 - 4x = 320$

$x^2 - 4x - 320 = 0$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2^2 + 320} = 2 \pm 18$

$x_1 = -16$ und $x_2 = 20$

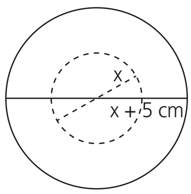
Der negative Wert $x = -16$ entfällt als Grundseitenlänge.

5: Probe Probe für $x = 20$:

$0{,}5 \cdot 20 \cdot (20 - 4) = 10 \cdot 16 = 160$ (wahr)

6: Antwortsatz Die Grundseite des Dreiecks ist 20 cm lang, die Höhe ist 16 cm lang.

5 1: Skizze/Variable



Durchmesser des kleinen Kreises (in cm): x; $x > 0$
Durchmesser des großen Kreises (in cm): $x + 5$

2: Terme $A = \pi \cdot \left(\frac{x + 5}{2}\right)^2$

3: Gleichung $\pi \cdot \left(\frac{x + 5}{2}\right)^2 = 226{,}865$

4: Lösen $\frac{\pi}{4} \cdot (x + 5)^2 = 226{,}865$

$x^2 + 10x + 25 = \frac{4 \cdot 226{,}865}{\pi}$

$x^2 + 10x + 25 \approx 289$

$x^2 + 10x - 264 = 0$

$x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{5^2 + 264} = -5 \pm 17$

$x_1 = -22$ und $x_2 = 12$

Der negative Wert $x = -22$ entfällt als Durchmesserlänge.

5: Probe Probe für $x = 12$:

$\pi \cdot \left(\frac{12 + 5}{2}\right)^2 \approx 226{,}98 \approx 226{,}865$ (wahr)

6: Antwortsatz Der ursprüngliche Durchmesser betrug 12 cm; der neue beträgt 17 cm.

6 1: Skizze/Variable — Länge des kleinen Würfels (in cm): x
Länge des großen Würfels (in cm): x + 10

2: Terme — $O_{klein} = 6 \cdot x^2$
$O_{klein\_doppelt} = 2 \cdot 6 \cdot x^2$
$O_{groß} = 6 \cdot (x + 10)^2$

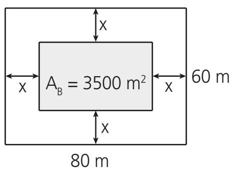
3: Gleichung — $6 \cdot (x + 10)^2 = 2 \cdot 6 \cdot x^2$

4: Lösen — $(x + 10)^2 = 2 \cdot x^2$
$x^2 + 20x + 100 = 2x^2$
$x^2 - 20x - 100 = 0$
$x_{1,2} = 10 \pm \sqrt{10^2 + 100} = 10 \pm \sqrt{200} = 10 \pm 10\sqrt{2} \approx 10 \pm 14{,}14$
$x_1 = -4{,}14$ und $x_2 = 24{,}14$
Der negative Wert $x = -4{,}14$ entfällt als Seitenlänge.

5: Probe — Probe für $x = 24{,}14$:
$6 \cdot (24{,}14 + 10)^2 \approx 6993$ und $2 \cdot 6 \cdot 24{,}14^2 \approx 6993$
$6 \cdot (24{,}14 + 10)^2 = 2 \cdot 6 \cdot 24{,}14^2$ (wahr)

6: Antwortsatz — Die Kantenlänge des kleinen Würfels betrug 24,14 cm.
Die Kantenlänge des großen Würfels beträgt 34,14 cm.

7 1: Skizze/Variable



Breite des Zuschauerstreifens (in m): x
Länge des Bolzplatzes (in m): 80 – 2x
Breite des Bolzplatzes (in m): 60 – 2x

2: Terme — Bolzplatz: $A_B = (80 - 2x) \cdot (60 - 2x)$

3: Gleichung — $(80 - 2x) \cdot (60 - 2x) = 3500$

4: Lösen — $4800 - 280x + 4x^2 = 3500$
$x^2 - 70x + 1200 = 875$
$x^2 - 70x + 325 = 0$
$x_{1,2} = 35 \pm \sqrt{35^2 - 325} = 35 \pm 30$
$x_1 = 65$ und $x_2 = 5$
Der Wert $x = 65$ ist für die Breite des Zuschauerstreifens nicht möglich, da man von dem 60 m breiten und 80 m langen Gelände nicht $2x = 130$ m abstecken kann.

5: Probe — Probe für $x = 5$:
$(80 - 2 \cdot 5) \cdot (60 - 2 \cdot 5) = 70 \cdot 50 = 3500$ (wahr)

6: Antwortsatz — Der Rand für die Zuschauer ist 5 m breit.

1 a) Der Brückenbogen hat die Form einer gestauchten und nach unten geöffneten Normalparabel. Die Spannweite beträgt etwas mehr als $12 \cdot 20$ m = 240 m, an seiner höchsten Stelle ist der Bogen 100 m hoch.

b) Die Spannweite kann durch die Gleichung $-0{,}005x^2 = -80$ beschrieben werden, da an der Stelle $f(x) = -80$ der Brückenbogen in das Gebirge übergeht.

$-0{,}005x^2 = -80$

$x^2 = 16\,000$

$x_1 \approx -126{,}5$ und $x_2 \approx 126{,}5$

Die Spannweite der Brücke beträgt $2 \cdot 126{,}5$ m = 253 m.

c) Martina verschiebt das Koordinatensystem so nach oben, dass der Scheitelpunkt bei (0|80) liegt. Zur Berechnung der Spannweite bestimmt sie die Nullstellen von $f(x) = -0{,}005x^2 + 80$.

2 Fehmarnsundbrücke

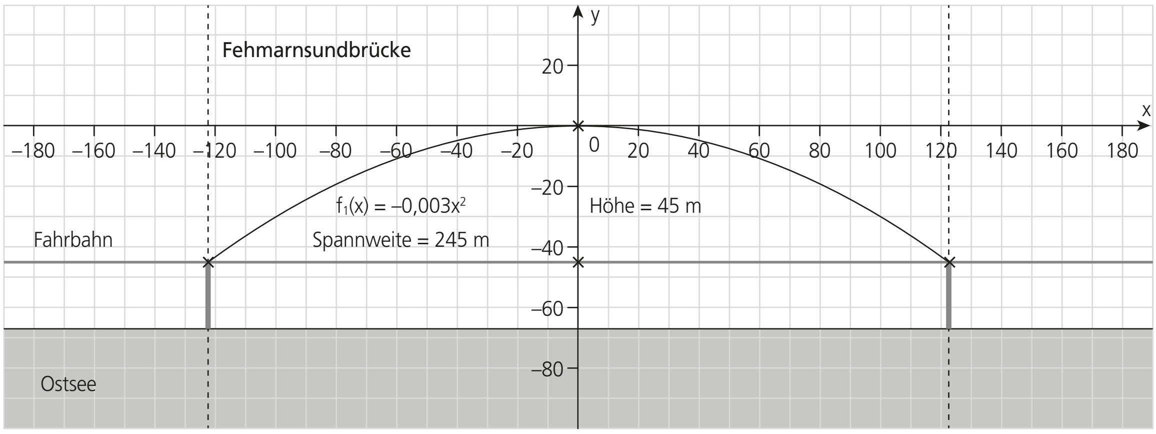
Spannweite des Bogens mit $f_1(x) = -0{,}003x^2$:

$-0{,}003x^2 = -45$

$x^2 = \frac{-45}{-0{,}003} = 15\,000$

$x_{1/2} = \pm\sqrt{15\,000} \approx \pm 122{,}5$ $\quad 2 \cdot 122{,}5 = 245$

Die Spannweite des Bogens der Fehmarnsundbrücke beträgt 245 m.



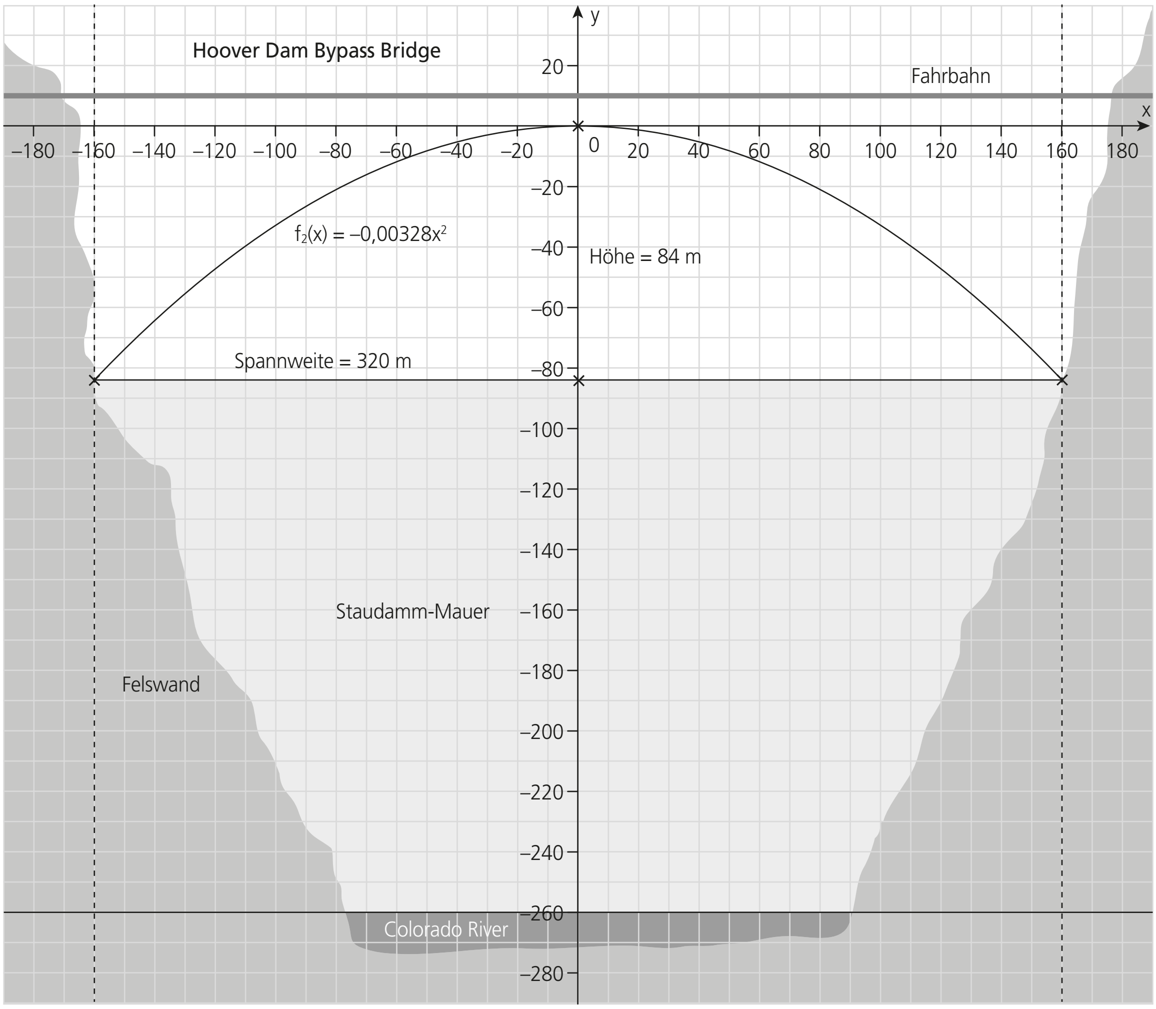
Hoover Dam Bypass Bridge

Höhe des Bogens mit $f_2(x) = -0{,}00328x^2$:

320 m : 2 = 160 m

$-0{,}00328 \cdot 160^2 \approx -84$

Die Höhe des Bogens beträgt 84 m.

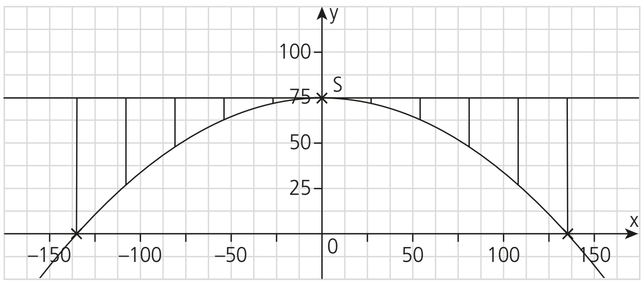


	Funktionsgleichung für den Bogen	Höhe	Spannweite
Fehmarnsundbrücke	$f_1(x) = -0{,}003x^2$	45 m	245 m
Hoover Dam Bypass Bridge	$f_2(x) = -0{,}00328x^2$	84 m	330 m

3 a) 1 Die Parabel ist symmetrisch zur y-Achse mit S(0|0). Also gilt: $f(x) = ax^2$
2 Ablesen eines Punktes des Graphen, z. B.: P(640|122)
3 Einsetzen in die Funktionsgleichung: $122 = a \cdot 640^2 \Rightarrow$ $a = \frac{122}{640^2} \approx 0{,}0003$
4 Funktionsgleichung: $f(x) = 0{,}0003x^2$

b) 1 Die Parabel ist symmetrisch zur y-Achse mit S(0|67). Also gilt: $f(x) = ax^2 + 67$
2 Ablesen eines Punktes des Graphen, z. B.: P(640|189)
3 Einsetzen in die Funktionsgleichung: $189 = a \cdot 640^2 + 67 \Rightarrow$ $a = \frac{122}{640^2} \approx 0{,}0003$
4 Funktionsgleichung: $f(x) = 0{,}0003x^2 + 67$

4 a)



b) 1 Die Parabel ist symmetrisch zur y-Achse mit S(0|75). Also gilt: $f(x) = ax^2 + 75$

2 Ablesen eines Punktes des Graphen, z. B.: P(135|0)

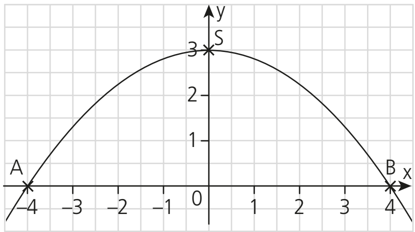
3 Einsetzen in die Funktionsgleichung: $0 = a \cdot 135^2 + 75 \Rightarrow$ $a = \frac{-75}{135^2} \approx -0{,}0041$

4 Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}0041x^2 + 75$

c) Es wurden insgesamt 10 Träger in gleichen Abständen eingezogen. Das bedeutet, dass immer ein Träger nach 27 m an der Brücke befestigt ist. Da die Brücke symmetrisch ist, muss nur die Länge von fünf Trägern berechnet werden mit $y = 75 - (-0{,}0041 \cdot x^2 + 75) = 0{,}0041 \cdot x^2$.

$x = 27$:	$y = 0{,}0041 \cdot 27^2 \approx 3$	Der erste Träger ist 3 m lang.
$x = 54$:	$y = 0{,}0041 \cdot 54^2 \approx 12$	Der zweite Träger ist 12 m lang.
$x = 81$:	$y = 0{,}0041 \cdot 81^2 \approx 27$	Der dritte Träger ist 27 m lang.
$x = 108$:	$y = 0{,}0041 \cdot 108^2 \approx 48$	Der vierte Träger ist 48 m lang.
$x = 135$:	$y = 0{,}0041 \cdot 135^2 \approx 75$	Der fünfte Träger ist 75 m lang.

1 a)



Der Scheitelpunkt S(0|3) der Parabel markiert den höchsten Punkt, den der Delfin erreicht, dieser Punkt liegt 3 m über der Wasseroberfläche. Die Nullstellen A(–4|0) und B(4|0) markieren das Auftauchen des Delfins aus dem Wasser bzw. das Eintauchen ins Wasser, der Abstand zwischen den beiden Punkten beträgt 8 m.

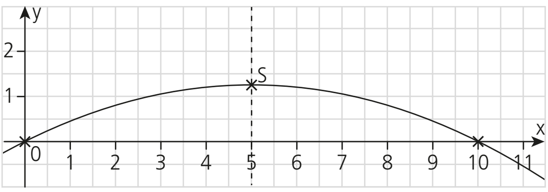
b) Die Funktionsgleichung hat die Form $f(x) = ax^2 + c$, da die Flugbahn des Delfins annähernd einer Parabel mit Scheitelpunkt S(0|c) entspricht.

c) 1 Die Parabel ist symmetrisch zur y-Achse mit S(0|3). Es gilt: $f(x) = ax^2 + 3$
2 Ablesen eines Punktes des Graphen: B(4|0)
3 Einsetzen in die Funktionsgleichung: $0 = a \cdot 4^2 + 3 \Rightarrow$ $a = \frac{-3}{4^2} = -0{,}1875$
4 Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}1875x^2 + 3$

2 1 Die Parabel ist symmetrisch zur y-Achse mit S(0|3,8). Es gilt: $f(x) = ax^2 + 3{,}8$
2 Ablesen eines Punktes des Graphen, z. B.: P(5,3|0)
3 Einsetzen in die Funktionsgleichung: $0 = a \cdot 5{,}3^2 + 3{,}8 \Rightarrow$ $a = \frac{-3{,}8}{5{,}3^2} \approx -0{,}135$
4 Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}135x^2 + 3{,}8$

3 a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	0,45	0,8	1,05	1,2	1,25	1,2	1,05	0,8	0,45	0

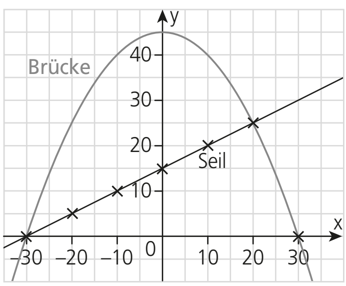


Die Variable x gibt die Entfernung zur Düse des Spritzgerätes an, der Funktionswert f(x) gibt die Höhe der Flugbahn an der Stelle x an.

b) Scheitelpunkt S(5|1,25): Bei 5 m Abstand zur Düse erreicht der Wasserstrahl mit 1,25 m seine höchste Höhe.
Die Nullstelle $N_1(0|0)$ markiert die Stelle, an der das Wasser aus der Düse spritzt. Die Nullstelle $N_2(10|0)$ markiert die Stelle, an der der Wasserstrahl auf den Boden auftrifft.
Die Düse kann das Wasser 10 m weit spritzen.

c) $-0{,}05x^2 + 0{,}5x = 0$
$x^2 - 10x = 0$
$x \cdot (x - 10) = 0$
$x_1 = 0$ und $x_2 = 10$
$\mathbb{L} = \{0; 10\}$

4 a)

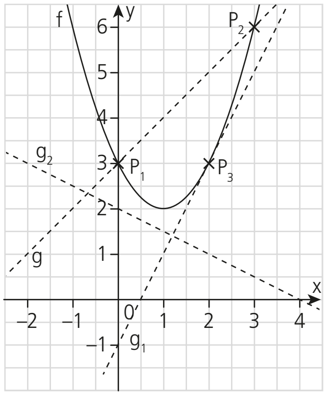


x	–30	–20	–10	0	10	20	30
$f(x) = -0{,}05 \cdot x^2 + 45$	0	25	40	45	40	25	0
$g(x) = 0{,}5 \cdot x + 15$	0	5	10	15	20	25	30

b) Startpunkt P(–30|0) und Zielpunkt Z(20|25) entsprechen den Schnittpunkten der beiden Graphen.

1 a) $P_1(0|3)$ und $P_2(3|6)$

b)



c) Die Parabel und die Gerade g_1 haben genau einen gemeinsamen Punkt: $P_3(2|3)$.
Die Parabel und die Gerade g_2 haben keinen gemeinsamen Punkt.

2 a) Quadratische Gleichung lösen:
$x^2 - 2x + 3 = x + 3$
$x^2 - 3x = 0$
$x \cdot (x - 3) = 0$
$x_1 = 0$ und $x_2 = 3$
$g(0) = 3$ und $g(3) = 6$
$P_1(0|3)$ und $P_2(3|6)$

b) Schnittpunkt von g_1 mit der Parabel:
$x^2 - 2x + 3 = 2x - 1$
$x^2 - 4x + 4 = 0$
$(x - 2)^2 = 0$
$x = 2$
$g_1(2) = 3$
$P_3(2|3)$

Schnittpunkt von g_2 mit der Parabel:
$x^2 - 2x + 3 = -0{,}5x + 2$
$x^2 - 1{,}5x + 1 = 0$
$x_{1,2} = 0{,}75 \pm \sqrt{0{,}75^2 - 1}$
$\quad = 0{,}75 \pm \sqrt{-0{,}4375}$
$\mathbb{L} = \{\}$

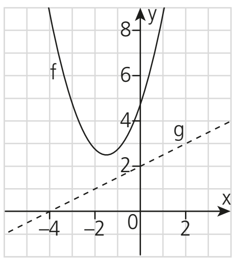
3 a) $x^2 + 3x + 4{,}75 = 0{,}5x + 2$
$x^2 + 2{,}5x + 2{,}75 = 0$
$x_{1,2} = -1{,}25 \pm \sqrt{1{,}25^2 - 2{,}75}$
$x_{1,2} = -1{,}25 \pm \sqrt{-1{,}1875}$
$\mathbb{L} = \{\}$

b) $x^2 - 4x + 4 - 2 = -0{,}5x + 2$
$x^2 - 3{,}5x = 0$
$x \cdot (x - 3{,}5) = 0$
$x_1 = 0$ und $x_2 = 3{,}5$
$P_1(0|-2)$; $P_2(3{,}5|-0{,}25)$

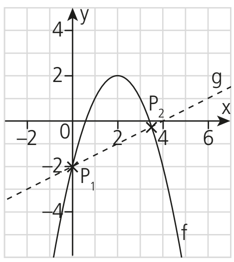
c) $x^2 - 8x + 14 = -2x + 5$
$x^2 - 6x + 9 = 0$
$(x - 3)^2 = 0$
$x = 3$
$P(3|-1)$

d) $x^2 + 4x + 4 - 3 = -x - 6$
$x^2 + 5x + 7 = 0$
$x_{1,2} = -2{,}5 \pm \sqrt{2{,}5^2 - 7}$
$x_{1,2} = -2{,}5 \pm \sqrt{-0{,}75}$
$\mathbb{L} = \{\}$

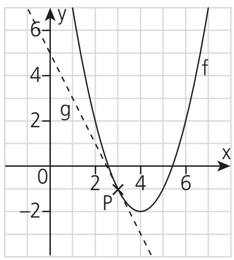
a)



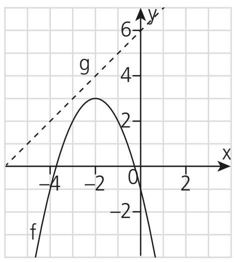
b)



c)



d)



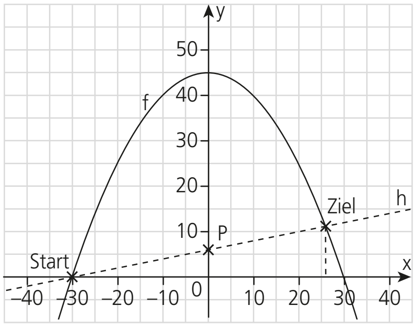
4 a) Schnittpunkt der Normalparabel mit der Geraden $g(x) = 3x - 2$:
$x^2 = 3x - 2$
$x^2 - 3x + 2 = 0$
$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{1{,}5^2 - 2}$
$x_{1,2} = 1{,}5 \pm 0{,}5$
$x_1 = 1$ und $x_2 = 2$
$P_1(1|1)$; $P_2(2|4)$

b) Schnittpunkt der Normalparabel mit der Geraden $g(x) = -0{,}5x + 1{,}5$:
$x^2 = -0{,}5x + 1{,}5$
$x^2 + 0{,}5x - 1{,}5 = 0$
$x_{1,2} = -0{,}25 \pm \sqrt{0{,}25^2 + 1{,}5}$
$x_{1,2} = -0{,}25 \pm 1{,}25$
$x_1 = -1{,}5$ und $x_2 = 1$
$P_1(-1{,}5|2{,}25)$; $P_2(1|1)$

c) Schnittpunkt der gespiegelten Normalparabel mit der Geraden $g(x) = -x - 2$:
$-x^2 = -x - 2$
$x^2 - x - 2 = 0$
$x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 + 2}$
$x_{1,2} = 0{,}5 \pm 1{,}5$
$x_1 = -1$ und $x_2 = 2$
$P_1(-1|-1)$; $P_2(2|-4)$

1 a) $-0{,}05x^2 + 45 = 0{,}5x + 15$
$-0{,}05x^2 - 0{,}5x + 30 = 0$
$x^2 + 10x - 600 = 0$
$x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{5^2 + 600} = -5 \pm 25$
$x_1 = -30$ und $x_2 = 20$
$P_1(-30|0)$ und $P_2(20|25)$

b) Der Faktor m gibt die Steigung des Seils an. In diesem Fall hat das Seil eine Steigung von 50 %, was ein sehr unrealistischer Wert dafür ist, dass Herr Munkemöller die Steigung auf dem Seil erklimmt.

c) 

Die Höhe des Zielpunkts ist etwa 11 m.

d) Die neue Gerade h mit der Steigung $m_h = \frac{6}{30} = 0{,}2$ hat die Gleichung $h(x) = 0{,}2x + 6$.
Schnittpunkt der Parabel mit der Geraden $h(x) = 0{,}2x + 6$:
$-0{,}05x^2 + 45 = 0{,}2x + 6$
$-0{,}05x^2 - 0{,}2x + 39 = 0$
$x^2 + 4x - 780 = 0$
$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{2^2 + 780} = -2 \pm 28$
$x_1 = -30$ und $x_2 = 26$
$P_1(-30|0)$ und Zielpunkt $P_2(26|11{,}2)$

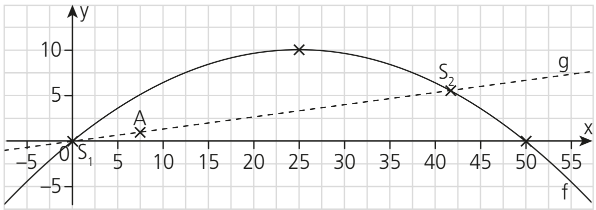
2 a) Gerade $g(x) = mx + b$ mit Steigung m und y-Achsenabschnitt b: $m = \frac{10}{50} = 0{,}2$
$C(20|21)$ in $g(x) = 0{,}2x + b$ einsetzen: $21 = 0{,}2 \cdot 20 + b \Rightarrow$ $b = 17$
Funktionsgleichung der Geraden: $g(x) = 0{,}2x + 17$

b) 1 Die Parabel ist symmetrisch zur y-Achse mit $S(0|16)$. Es gilt: $f(x) = ax^2 + 16$
2 Ablesen eines Punktes des Graphen: $D(-40|0)$
3 Einsetzen in die Funktionsgleichung: $0 = a \cdot (-40)^2 + 16 \Rightarrow$ $a = \frac{-16}{40^2} = -0{,}01$
4 Funktionsgleichung des parabelförmigen Bogens: $f(x) = -0{,}01x^2 + 16$

c) Schnittpunkt B (Berührpunkt) der Parabel mit der Geraden $g(x) = 0{,}2x + 17$:
$-0{,}01x^2 + 16 = 0{,}2x + 17$
$-0{,}01x^2 - 0{,}2x - 1 = 0$
$x^2 + 20x + 100 = 0$
$(x + 10)^2 = 0$
$x = -10$
$B(-10|15)$

d) Die Berechnung der Koordinaten von D′, A′, C′ und F′ erfolgt durch Einsetzen des x-Wertes von D, A, C und F in die Funktionsgleichung der Geraden bzw. der Parabel. Die Länge der Pfeiler ergibt sich als Differenz der y-Werte von D und D′, A und A′, C und C′ und von F und F′.
Der Stützpfeiler bei $x = -40$ geht durch $D(-40|0)$ und durch $D'(-40|9)$ und ist 9 m lang.
Der Stützpfeiler bei $x = -30$ geht durch $A'(-30|7)$ und durch $A(-30|11)$ und ist 4 m lang.
Der Stützpfeiler bei $x = 20$ geht durch $C'(20|12)$ und durch $C(20|21)$ und ist 9 m lang.
Der Stützpfeiler bei $x = 30$ geht durch $F(30|7)$ und durch $F'(30|23)$ und ist 16 m lang.

3 a)



b) Wurfscheibe:

1 Die Parabel ist symmetrisch zur Geraden x = 25 mit S(25|10): $f(x) = a(x - 25)^2 + 10$

2 Ablesen eines Punktes des Graphen: D(50|0)

3 Einsetzen in die Funktionsgleichung: $0 = a \cdot (50 - 25)^2 + 10 \Rightarrow$ $a = \frac{-10}{25^2} = -0{,}016$

4 Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}016 \cdot (x - 25)^2 + 10$

Kugel:

Gerade durch (0|0) mit Steigung $m = \frac{1}{7{,}5}$ $g(x) = \frac{1}{7{,}5}x$

c) Schnittpunkte der Parabel mit der Geraden:

$-0{,}016 \cdot (x - 25)^2 + 10 = \frac{1}{7{,}5}x$

$(x - 25)^2 - 625 = -8\frac{1}{3}x$

$x^2 - 50x + 8\frac{1}{3}x = 0$

$x \cdot \left(x - 41\frac{2}{3}\right) = 0$

$x_1 = 0$ und $x_2 \approx 41{,}7$

$S_1(0|0)$ und $S_2(41{,}7|5{,}6)$

Der Schütze trifft die Wurfscheibe im Punkt $S_2(41{,}75|5{,}6)$.

1 Basis–Aufgaben

$(4 - a)^2 = 16 - 8a + a^2$	$(4 + a) \cdot (4 - a) = 16 - a^2$	$(2 + a)^2 = 4 + 4a + a^2$
$(4 + a)^2 = 16 + 8a + a^2$	Übrig bleiben die Terme:	$4 + 2a + a^2$ und $16 - 4a + a^2$

Vertiefende Aufgaben

a) $2x^2 + 6x + 5$	**b)** $8a + 8$	**c)** $21a^2 - 34ab + 8b^2$
d) $77x^2 - 126xy + 58y^2$	**e)** $135a^2 + 48ab - 89b^2$	**f)** 0

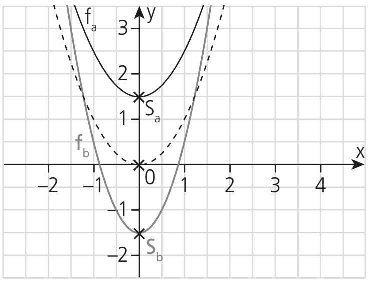
2 Basis–Aufgaben

a) $(-12{,}5)^2 = 156{,}25$	A liegt auf der Normalparabel.
b) $(-3{,}8)^2 = 14{,}44 \neq -14{,}44$	B liegt nicht auf der Normalparabel.
c) $(-0{,}2)^2 = 0{,}04 \neq 0{,}4$	C liegt nicht auf der Normalparabel.
d) $0{,}8^2 = 0{,}64$	D liegt auf der Normalparabel.

Vertiefende Aufgaben

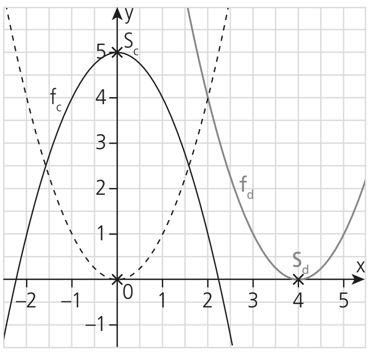
a) $(-9{,}8)^2 = 96{,}04 > 96{,}00$	A liegt unterhalb der Normalparabel.
b) $(-2{,}8)^2 = 7{,}84$	B liegt auf der Normalparabel.
c) $(-0{,}6)^2 = 0{,}36 < 0{,}4$	C liegt oberhalb der Normalparabel.
d) $0{,}25^2 = 0{,}0625$	D liegt auf der Normalparabel.

3 Basis–Aufgaben



a) Der Graph zu f_a ist eine um 1,5 Einheiten entlang der y-Achse nach oben verschobene Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_a(0|1{,}5)$.

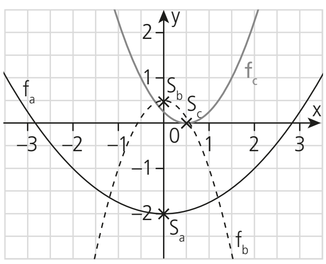
b) Der Graph zu f_b ist eine um 1,5 Einheiten entlang der y-Achse nach unten verschobene und um den Faktor 2 gestreckte Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_b(0|-1{,}5)$.



c) Der Graph zu f_c ist eine an der x-Achse gespiegelte und um 5 Einheiten entlang der y-Achse nach oben verschobene Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_c(0|5)$.

d) Der Graph zu f_d ist eine um 4 Einheiten entlang der x-Achse nach rechts verschobene um den Faktor 2 Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_d(4|0)$.

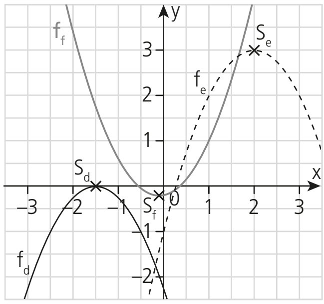
Vertiefende Aufgaben



a) Der Graph zu f_a ist eine um 2 Einheiten entlang der y-Achse nach unten verschobene um den Faktor 0,25 gestauchte Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_a(0|-2)$.

b) Der Graph zu f_b ist eine an der x-Achse gespiegelte und entlang der y-Achse um 0,5 Einheiten nach oben verschobene um den Faktor 1,5 gestreckte Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_b(0|0{,}5)$.

c) Der Graph zu f_c ist eine um 0,5 Einheiten entlang der x-Achse nach rechts verschobene Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_c(0{,}5|0)$.



d) Der Graph zu f_d ist eine an der x-Achse gespiegelte und um 1,5 Einheiten entlang der x-Achse nach links verschobene Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_d(-1{,}5|0)$.

e) Der Graph zu f_e ist eine an der x-Achse gespiegelte und um 2 Einheiten entlang der x-Achse nach rechts verschobene und um 3 Einheiten entlang der y-Achse nach oben verschobene Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_e(2|3)$.

f) Der Graph zu f_f ist eine um 0,1 Einheiten entlang der x-Achse nach links verschobene und entlang der y-Achse um 0,2 Einheiten nach unten verschobene Normalparabel mit Scheitelpunkt $S_f(-0{,}1|-0{,}2)$.

4 Basis–Aufgaben

a) Die Aussage ist richtig.

b) Die Aussage ist richtig.

c) Die Aussage ist falsch, richtig ist: Je größer c ist, desto weiter wird die Parabel nach oben verschoben.

Vertiefende Aufgabe

a) Die Aussage ist richtig.

b) Die Aussage ist falsch: Es gibt Geraden, die die Normalparabel in einem einzigen Punkt berühren (z. B. $g(x) = 0$) oder gar nicht schneiden (z. B.: $g(x) = -1$).

c) Die Aussage ist falsch: Wenn man nur den Scheitelpunkt der Parabel $f(x) = ax^2 + c$ kennt, weiß man noch nicht, ob die Parabel nach oben oder nach unten geöffnet ist und ob sie gestreckt oder gestaucht ist. Zusätzlich zu den Koordinaten des Scheitelpunkts braucht man den Wert von a oder einen weiteren Punkt auf der Parabel. Durch Einsetzen der Koordinaten des Punktes in die Funktionsgleichung kann man den Wert für a berechnen.

5 Basis–Aufgaben

Zuordnung Gleichung zu Funktionsgraph:

$f_1(x)$ zu **b)** $f_2(x)$ zu **a)** $f_3(x)$ zu **d)** $f_4(x)$ zu **e)** $f_5(x)$ zu **c)**

Vertiefende Aufgaben

a) S(2|1) und P(3|2) $f(x) = (x - 2)^2 + 1$

b) S(4|0) und P(5|–1) $f(x) = -(x - 4)^2$

c) S(0|2) und P(1|–2) $f(x) = -5x^2 + 2$

d) S(–2|–3) und P(0|0) $f(x) = \frac{3}{4}(x + 2)^2 - 3$

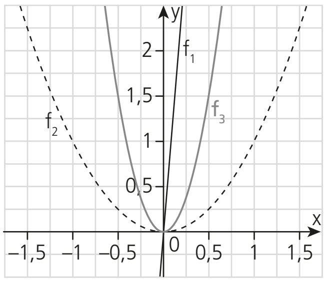
1 a) $4u^2 + 4uv + v^2$ b) $16x^2 - 40xy + 25y^2$ c) $s^2 + s + \frac{1}{4}$
d) $x^4 - 30x^2 + 225$ e) $x^2 - 16$ f) $\frac{16}{81} - y^2$

2 a) Die Variable x steht für die Seitenlänge des Würfels. Mit $f_1(x) = 12x$ wird die Summe der Seitenlängen berechnet. Mit $f_2(x) = x^2$ wird der Flächeninhalt einer Seitenfläche des Würfels berechnet. Mit $f_3(x) = 6x^2$ wird der Oberflächeninhalt des Würfels berechnet.

b)

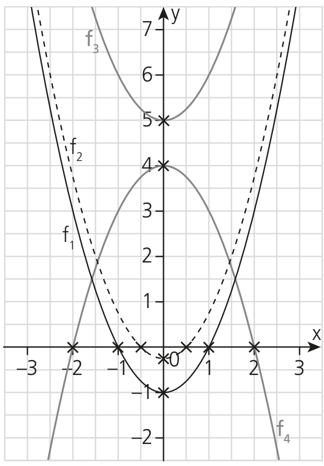
	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f_1(x)$	0	6	12	18	24	30	36	42	48
$f_2(x)$	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9	12,25	16
$f_3(x)$	0	1,5	6	13,5	24	37,5	54	73,5	96

c)



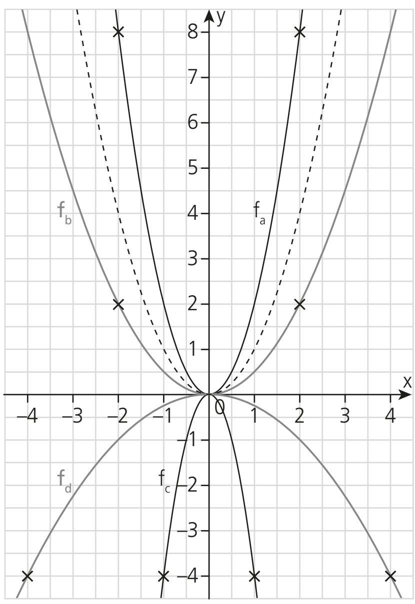
Alle drei Graphen gehen durch den Ursprung (0|0).
$f_1(x)$ ist eine Gerade mit m = 12.
$f_2(x)$ ist eine Normalparabel.
$f_3(x)$ ist eine um den Faktor a = 6 gestreckte Normalparabel.

3 a)



b) 1 Scheitelpunkt S(0|–1); Nullstellen $N_1(-1|0)$ und $N_2(1|0)$
2 Scheitelpunkt S(0|–25); Nullstellen $N_1(-0{,}5|0)$ und $N_2(0{,}5|0)$
3 Scheitelpunkt S(0|5); keine Nullstellen
4 Scheitelpunkt S(0|4); Nullstellen $N_1(-2|0)$ und $N_2(2|0)$

4



Für alle vier quadratischen Funktionen gilt: $f(x) = ax^2$ mit Scheitelpunkt S(0|0). Durch Einsetzen der Koordinaten von P erhält man den Wert für a:

$y_P = ax_P^2 \Leftrightarrow a = \frac{y_P}{x_P^2}$

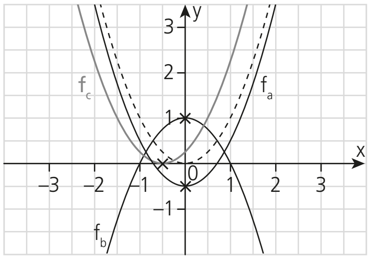
a) $a = \frac{8}{2^2} = 2$ $f(x) = 2x^2$. Die Parabel ist gestreckt.

b) $a = \frac{2}{2^2} = \frac{1}{2}$ $f(x) = \frac{1}{2}x^2$. Die Parabel ist gestaucht.

c) $a = \frac{-4}{1^2} = -4$ $f(x) = -4x^2$. Die Parabel ist nach unten geöffnet und gestreckt.

d) $a = \frac{-4}{4^2} = -\frac{1}{4}$ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$. Die Parabel ist nach unten geöffnet und gestaucht.

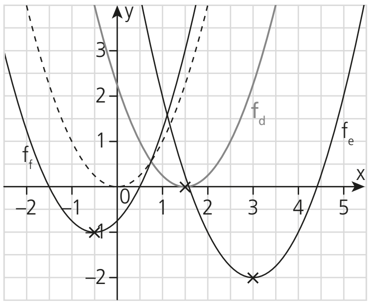
5



a) Die Parabel mit S(0|–0,5) ist entlang der y-Achse um 0,5 Einheiten nach unten verschoben.

b) Die Parabel mit S(0|1) ist nach unten geöffnet und entlang der y-Achse um 1 Einheit nach oben verschoben.

c) Die Parabel mit S(–0,5|0) ist entlang der x-Achse um 0,5 Einheiten nach links verschoben.



d) Die Parabel mit S(1,5|0) ist entlang der x-Achse um 1,5 Einheiten nach rechts verschoben.

e) Die Parabel mit S(3|–2) ist entlang der x-Achse um 3 Einheiten nach rechts verschoben und entlang der y-Achse um 2 Einheiten nach unten verschoben.

f) Die Parabel mit S(–0,5|–1) ist entlang der x-Achse um 0,5 Einheiten nach links verschoben und entlang der y-Achse um 1 Einheit nach unten verschoben.

6 a) $f(x) = (x - 2)^2$ b) $f(x) = (x + 1{,}5)^2$ c) $f(x) = x^2 + 0{,}5$
d) $f(x) = x^2 - 0{,}5$ e) $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ f) $f(x) = (x + 1)^2 - 2{,}5$

7 a) S(4|0); $f(x) = (x - 4)^2$ b) S(0|5); $f(x) = -x^2 + 5$
c) $S\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{1}{4}\right)$; $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ d) S(2|–4); $f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 4$

8 Sonja hat beim Wurzelziehen eine der beiden Lösungen vergessen:
$x_1 = -4$ und $x_2 = 4$
$\mathbb{L} = \{-4; 4\}$

9 a) $-5x^2 = 0$
$x^2 = 0$
$x = 0$
$\mathbb{L} = \{0\}$

b) $\frac{1}{2}x^2 - 8 = 0$
$x^2 = 16$
$x_1 = -4$ und $x_2 = 4$
$\mathbb{L} = \{-4; 4\}$

c) $\frac{1}{4}x^2 - 8 = -4$
$x^2 = 16$
$x_1 = -4$ und $x_2 = 4$
$\mathbb{L} = \{-4; 4\}$

d) $4x^2 + 9 = -7$
$4x^2 = -16$
$x^2 = -4$
$\mathbb{L} = \{\}$

10 a) $6 \cdot a^2 = 486$
$a^2 = 81$
$a_1 = -9$ und $a_2 = 9$
Nur a = 9 cm ist als Seitenlänge sinnvoll.
Die Seite des Würfels ist 9 cm lang.

b) $\pi \cdot r^2 = 1018$
$r^2 \approx 324$
$r_1 = -18$ und $r_2 = 18$
Nur r = 18 dm ist als Radius sinnvoll.
Der Radius des Fensters beträgt 18 dm.

11 a) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
b) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$
c) $x^2 + x + 0{,}25 = (x + 0{,}5)^2$
d) $x^2 + 0{,}1x + 0{,}0025 = (x + 0{,}05)^2$
e) $x^2 - 0{,}5x + 0{,}0625 = (x - 0{,}25)^2$

12 a) Scheitelpunkt S(0|3) zu f_1:
$f_1(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3$

Scheitelpunkt $S_2(0|-1)$ zu f_2:
$f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$

b) Nullstellen zu f_1:
$-\frac{1}{4}x^2 + 3 = 0$
$x^2 = 12$
$x_1 \approx -3{,}46$ und $x_2 \approx 3{,}46$

Nullstellen zu f_2:
$\frac{1}{2}x^2 - 1 = 0$
$x^2 = 2$
$x_1 \approx -1{,}41$ und $x_2 \approx 1{,}41$

13 a) $f_1(x) = 3(x + 2)^2 - 3$
$P_1(-3|0)$, $P_2(-1|0)$

$f_2(x) = (x + 2{,}5)^2 - 4$
$P_1(-4{,}5|0)$, $P_2(-0{,}5|0)$; $T(0|2{,}25)$

$f_3(x) = -0{,}5(x - 3)^2 + 2$
$P_1(1|0)$, $P_2(5|0)$; $T(0|-2{,}5)$

$f_4(x) = -2(x - 1)^2 + 2$
$P_1(0|0)$, $P_2(2|0)$

b) $f_1(-3) = 3 - 3 = 0$
$f_1(-1) = 3 - 3 = 0$

$f_2(-4{,}5) = 4 - 4 = 0$
$f_2(-0{,}5) = 4 - 4 = 0$
$f_2(0) = 6{,}25 - 4 = 2{,}25$

$f_3(1) = -2 + 2 = 0$
$f_3(5) = -2 + 2 = 0$
$f_3(0) = -4{,}5 + 2 = -2{,}5$

$f_4(0) = -2 + 2 = 0$
$f_4(2) = -2 + 2 = 0$

c) Die Parabel ist um a = 3 gestreckt, um 2 Einheiten nach links und um 3 Einheiten nach unten verschoben.

Die Parabel ist um 2,5 Einheiten nach links und um 4 Einheiten nach unten verschoben.

Die Parabel ist um a = 0,5 gestaucht, nach unten geöffnet, um 3 Einheiten nach rechts und um 2 Einheiten nach oben verschoben.

Die Parabel ist um a = 2 gestreckt, nach unten geöffnet, um 1 Einheit nach rechts und um 2 Einheiten nach oben verschoben.

14 a) $y^2 = 2{,}25$
$y_1 = -1{,}5$ und $y_2 = 1{,}5$
$\mathbb{L} = \{-1{,}5;\ 1{,}5\}$

b) $a^2 = 6{,}76$
$a_1 = -2{,}6$ und $a_2 = 2{,}6$
$\mathbb{L} = \{-2{,}6;\ 2{,}6\}$

c) $x^2 + 6x + 9 = 121$
$x^2 + 6x - 112 = 0$
$x_{1/2} = -3 \pm \sqrt{9 + 112} = -3 \pm 11$
$x_1 = -14$ und $x_2 = 8$
$\mathbb{L} = \{-14;\ 8\}$

d) $36 = x^2 - x + 0{,}25$
$0 = x^2 - x - 35{,}75$
$x_{1/2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 35{,}75} = 0{,}5 \pm 6$
$x_1 = -5{,}5$ und $x_2 = 6{,}5$
$\mathbb{L} = \{-5{,}5;\ 6{,}5\}$

e) $(1 + x)^2 = 9$
$x_1 = -4$ und $x_2 = 2$
$\mathbb{L} = \{-4;\ 2\}$

15 a) x ist eine natürliche Zahl.
$x^2 + 33 = 154$
$x^2 = 121$
$x_1 = -11$ und $x_2 = 11$
Die natürliche Zahl 11 ist Lösung der Gleichung.

b) x ist eine ganze Zahl.
$x^2 - 88 = 696$
$x^2 = 784$
$x_1 = -28$ und $x_2 = 28$
Die ganzen Zahlen –28 und 28 sind Lösungen der Gleichung.

c) x ist eine natürliche Zahl.
$3x \cdot 5x = 375$
$x^2 = 25$
$x_1 = -5$ und $x_2 = 5$
Die natürliche Zahl 5 ist Lösung der Gleichung.

d) x ist eine natürliche Zahl.
$5x \cdot \frac{1}{2}x = 250$
$x^2 = 100$
$x_1 = -10$ und $x_2 = 10$
Die natürliche Zahl 10 ist Lösung der Gleichung.

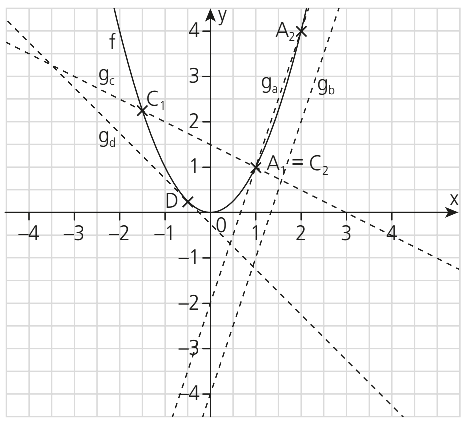
16 a) $(x + 12) \cdot (x - 23) = 0$
$x_1 = -12$ und $x_2 = 23$
$\mathbb{L} = \{-12;\ 23\}$

b) $x^2 - 4x - 165 = 0$
$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{4 + 165} = 2 \pm 13$
$x_1 = -11$ und $x_2 = 15$
$\mathbb{L} = \{-11;\ 15\}$

c) $x^2 - 4x + 77 = 0$
$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{4 - 77}$
$\mathbb{L} = \{\}$

d) $x^2 - 0{,}6x - 0{,}72 = 0$
$x_{1/2} = 0{,}3 \pm \sqrt{0{,}09 + 0{,}72} = 0{,}3 \pm 0{,}9$
$x_1 = -0{,}6$ und $x_2 = 1{,}2$
$\mathbb{L} = \{-0{,}6;\ 1{,}2\}$

17



a) $\mathbb{L} = \{1;\ 2\}$
b) $\mathbb{L} = \{\}$
c) $\mathbb{L} = \{-1{,}5;\ 1\}$
d) $\mathbb{L} = \{-0{,}5\}$

18 Seitenlänge des Quadrats (in cm): x. Seitenlängen des Rechtecks (in cm): $a = (x + 1)$ und $b = (x - 2)$

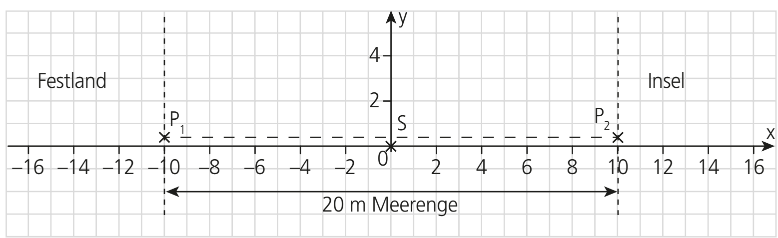
$(x - 2) \cdot (x + 1) = 18$

$x^2 - x - 20 = 0$

$x_1 = -4$ und $x_2 = 5$

Das Quadrat hat eine Seitenlänge von 5 cm; das Rechteck hat die Seitenlängen a = 6 cm und b = 3 cm.

19 a) Skizze:



Breite der Meerenge: 20 m
Tiefster Punkt der Brücke: S(0|0)
Durchhängen der Brücke: 0,4 m
Brückenpfeiler bei $P_1(-10|0{,}4)$ und $P_2(10|0{,}4)$
$P_1(-10|0{,}4)$ und $P_2(10|0{,}4)$ liegen auf der Parabel in einem Abstand von 20 m; sie sind 0,4 m höher als der tiefste Punkt der Brücke.

b) Die Parabel ist symmetrisch zur y-Achse mit S(0|0): $f(x) = ax^2$
Einsetzen von $P_2(10|0{,}4)$ in die Funktionsgleichung: $a \cdot 10^2 = 0{,}4 \Leftrightarrow a = \frac{0{,}4}{100} = 0{,}004$
Funktionsgleichung: $f(x) = 0{,}004x^2$

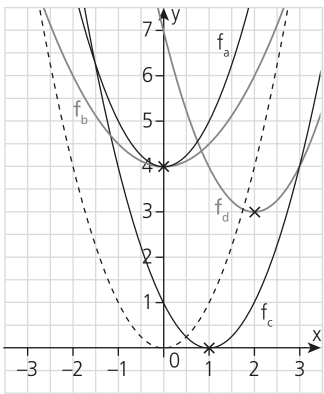
20 a) $f(x) = (x - 3)^2 - 1$
$g(x) = 2x - 4$

b) $P_1(2|0)$

c) $(x - 3)^2 - 1 = 2x - 4$
$x^2 - 8x + 12 = 0$
$x_1 = 2$ und $x_2 = 6$
$P_2(6|8)$

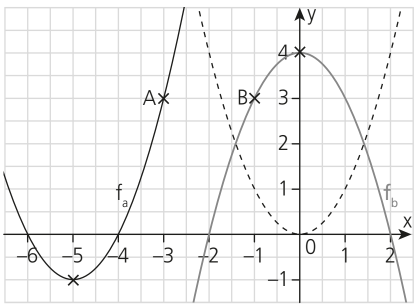
1 a) Die Parabel ist nach oben geöffnet und um den Faktor 1,5 gestreckt.
b) Die Parabel ist nach unten geöffnet und um den Faktor 0,9 gestaucht.
c) Die Parabel ist nach oben geöffnet und um den Faktor 1,25 gestreckt.
d) Die Parabel ist nach unten geöffnet und um den Faktor 3,2 gestreckt.

2



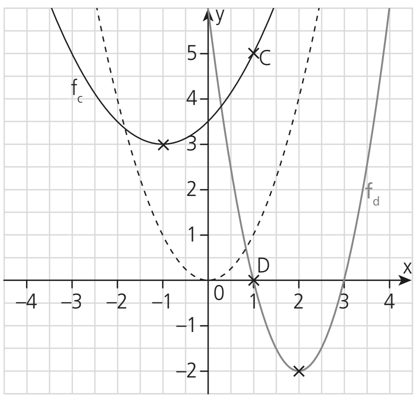
a) Die Parabel ist um 4 Einheiten nach oben verschoben, S(0|4).
b) Die Parabel ist um den Faktor 0,5 gestaucht und um 4 Einheiten nach oben verschoben, S(0|4).
c) Die Parabel ist um 1 Einheit nach rechts verschoben, S(1|0).
d) Die Parabel ist um 2 Einheiten nach rechts und um 3 Einheiten nach oben verschoben, S(2|3).

3



a) $3 = (-3 + 5)^2 + e$
$e = -1$
$f(x) = (x + 5)^2 - 1$
S(–5|–1)
5 Einheiten nach links und 1 Einheit nach unten verschoben.

b) $3 = a \cdot (-1)^2 + 4$
$a = -1$
$f(x) = -x^2 + 4$
S(0|4)
Nach unten geöffnet und 4 Einheiten nach oben verschoben.



c) $5 = a \cdot (1 + 1)^2 + 3$
$a = 0{,}5$
$f(x) = 0{,}5 \cdot (x + 1)^2 + 3$
S(–1|3)
Um den Faktor 0,5 gestaucht, 1 Einheit nach links und 3 Einheiten nach oben verschoben.

d) $0 = 2 \cdot (1 - 2)^2 + e$
$e = -2$
$f(x) = 2 \cdot (x - 2)^2 - 2$
S(2|–2)
Um den Faktor 2 gestreckt, 2 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach unten verschoben.

4 a) $\mathbb{L} = \{-8; 8\}$
b) $\mathbb{L} = \{-6; 6\}$
c) $\mathbb{L} = \{\}$
d) $\mathbb{L} = \{-6; 6\}$
e) $\mathbb{L} = \{\}$
f) $\mathbb{L} = \{\}$
g) $\mathbb{L} = \{-0{,}8; 0{,}2\}$
h) $\mathbb{L} = \{-1\}$
i) $\mathbb{L} = \{-8; 8\}$

5 Breite des Fußballfelds (in m): x.
Länge des Fußballfelds (in m): 2x
Term für die Fläche des Fußballfelds: $2x^2$
Gleichung: $2x^2 = 6272$
$x^2 = 3136$
$x_1 = -56$ und $x_2 = 56$
Antwort: Das Fußballfeld ist 56 m breit und 112 m lang.

6 a) $(x + 4) \cdot (x - 4) = 0$
$\mathbb{L} = \{-4; 4\}$

b) $x \cdot (2x + 5) = 0$
$\mathbb{L} = \{-2{,}5; 0\}$

c) $(x + 3)^2 = -1$
$\mathbb{L} = \{\}$

d) $x^2 - x - 6 = 0$
$\mathbb{L} = \{3; -2\}$

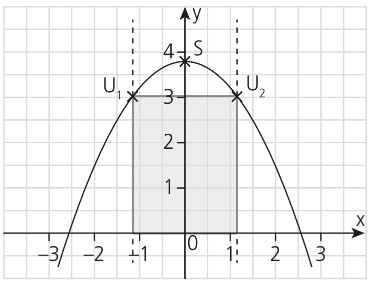
e) $x^2 + 6x + 5 = 0$
$\mathbb{L} = \{-1; -5\}$

f) $x^2 + 10x + 21 = x^2 - 2x - 3$
$12x = -24$
$\mathbb{L} = \{-2\}$

7 a) Symmetrisch zur y-Achse mit $S(0|0)$:
$f(x) = ax^2$
$15{,}6 : 2 = 7{,}8$
$P_1(-7{,}8|-6{,}5)$ und $P_2(7{,}8|-6{,}5)$
Einsetzen von $P_2(7{,}8|-6{,}5)$:
$a \cdot 7{,}8^2 = -6{,}5 \Leftrightarrow a = \frac{-6{,}5}{7{,}8^2} \Leftrightarrow a \approx -0{,}107$
Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}107x^2$

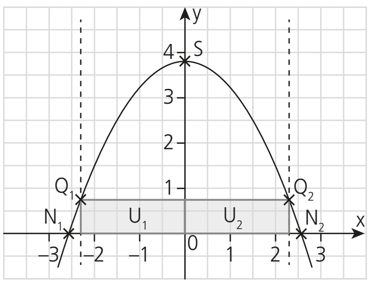
b) Symmetrisch zur y-Achse mit $S(0|0)$:
$f(x) = ax^2$
$79 : 2 = 39{,}5$
$P_1(-39{,}5|-69)$ und $P_2(39{,}5|-69)$
Einsetzen von $P_2(39{,}5|-69)$:
$a \cdot 39{,}5^2 = -69 \Leftrightarrow a = \frac{-69}{39{,}5^2} \Leftrightarrow a \approx -0{,}044$
Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}044x^2$

8 a)



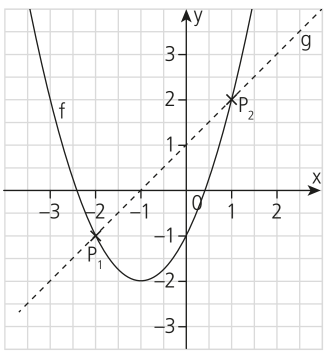
Symmetrisch zur y-Achse mit $S(0|3{,}8)$: $f(x) = ax^2 + 3{,}8$
$P(-1{,}5|2{,}5)$ liegt auf der Parabel.
Einsetzen von $P(-1{,}5|2{,}5)$:
$a \cdot (-1{,}5)^2 + 3{,}8 = 2{,}5 \Leftrightarrow a = -\frac{1{,}3}{2{,}25} \Rightarrow$ $a \approx -0{,}578$
Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}578x^2 + 3{,}8$
$U_1(-1{,}15|3{,}04)$ und $U_2(1{,}15|3{,}04)$ zeigen, dass eine 2,30 m breite U-Bahn maximal 3 m hoch sein darf.

b)

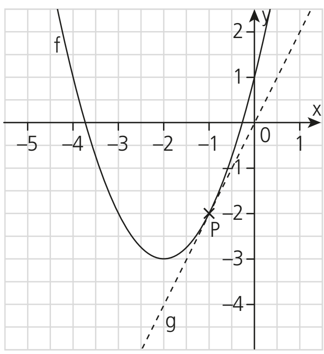


Nullstelle bestimmen für $f(x) = -0{,}578x^2 + 3{,}8$:
$x^2 = \frac{3{,}8}{0{,}578} \Leftrightarrow x^2 \approx 6{,}57 \Rightarrow x_1 = -2{,}56$ und $x_2 = 2{,}56$
Die Spannweite zwischen den Nullstellen beträgt $2 \cdot 2{,}56$ m = 5,12 m.
Zwei Züge sind zusammen 4,60 m breit, ihre Fahrgestelle am Boden der Fahrbahn passen nebeneinander in den Tunnel.
Funktionswert für $x = 2{,}30$:
$f(2{,}30) = -0{,}578(2{,}3)^2 + 3{,}8 \approx 0{,}74$
$Q_1(-2{,}3|0{,}74)$ und $Q_2(2{,}3|0{,}74)$ geben die Tunnelhöhe von 0,74 m an diesen Stellen an. Es folgt:
Zwei U-Bahnen passen nicht nebeneinander in den Tunnel, da sie mit einer geschätzten Höhe von 2,50 m zu hoch für den Tunnel sind.

9 a) $x^2 + 2x - 1 = x + 1$
$x^2 + x - 2 = 0$
$x_1 = -2$ und $x_2 = 1$
Zwei Schnittpunkte:
$P_1(-2|-1)$ und $P_2(1|2)$



b) $x^2 + 4x + 1 = 2x$
$x^2 + 2x + 1 = 0$
$(x + 1)^2 = 0$
$x = -1$
Ein Schnittpunkt: $P(-1|-2)$



c) $2x^2 - 8x + 5 = -x - 2$
$x^2 - 3{,}5x + 3{,}5 = 0$
$x_{1/2} = 1{,}75 \pm \sqrt{1{,}75^2 - 3{,}5}$
$= 1{,}75 \pm \sqrt{-0{,}4375}$
$L = \{\}$
Kein Schnittpunkt