




Aufgaben zur Prozentrechnung lösen

Prozent- und Zinsrechnung

1 Im Räumungsverkauf hat Modehaus Becker besondere Angebote. Berechne fehlende Größen.




a)   

100% = 82,50 €	$P = P : G$	15% = 12 €
1% = 0,825 €	= 99 : 134	1% = 0,80 €
80% = 66,00 €	≈ 74%	100% = 80 €

2 Adli interessiert sich für ein Longboard, einen Helm und ein Paar Kniesschoner.

a) Berechne den neuen Preis für das Longboard.

Neuer Preis für Longboard:

$P = G \cdot p$	
= 120 · 0,88	
= 105,60 (€)	

Rabattaktion: 12% auf alle Artikel!

b) Der Helm kostet mit der Rabattaktion nur noch 44 €. Berechne, wie viel Euro David beim Kauf des Helms sparen könnte.

Ersparnis:	
88% = 44 €	
1% = 0,50 €	
12% = 6,00 €	

Preis bei Barzahlung:

3998 € · 0,88 ≈ 3518 €
3518 € · 0,98 ≈ 3448 €

3 Ein Autohändler kauft die Fahrzeuge zu den angegebenen Preisen.




a) Den Lieferwagen, für den keine weiteren Kosten anfallen, kann er bereits am nächsten Tag für 6900 € verkaufen.

Gewinn in €: 900 € Gewinn in %: 15%

b) In den Pkw müssen zunächst Ersatzteile für 790 € eingebaut werden. Der anschließende Verkauf bringt nur 10% der entstandenen Gesamtkosten an Gewinn ein.

Gewinn in €: 409 €

4 a) Wie hoch ist der Zinssatz dieses Kredits?

Günstiger Kredit: über 15000 € für 1 Jahr.
Nur 120 € pro Monat!

Jahreszinsen: 120 € · 12 = 1440 €					
$p = Z : K$					
= 1440 : 15000 = 9,6%					

5 Die Bank erhöht die Zinsen für Kleinkredite von 2,1% auf 2,32%. Dadurch erhöhen sich die Zinsen für Frau Flierl um 12,32 €. Wie hoch ist der Kredit von Frau Flierl?


Differenz:	$K = Z : p$
2,32% - 2,1%	= 12,32 : 0,0022
= 0,22%	= 5600 (€)


Grundaufgaben zur Zinsrechnung lösen


1 Berechne die Jahreszinsen Z im Kopf.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	1000 €	500 €	2.000 €	5000 €	10000 €	50000 €
Zinssatz p	1%	0,5%	1,5%	2%	2,2%	2,5%
Zinsen Z	10 €	2,50 €	30 €	100 €	220 €	1250 €

2 Am Jahresende kommen die Zinsen zum Guthaben bzw. Kredit hinzu. Berechne die Zinsen Z für ein Jahr, anschließend die Höhe des Guthabens bzw. des Kredits am Jahresende.

a) Guthaben: 850 €  Ich spare für meinen Führerschein.
Zinssatz: 1,34 %

b) Guthaben: 4450 €  Ich lege Geld für ein Auto zurück.
Zinssatz: 1,74 %

c) Kredit: 6500 €  Ich brauche Geld für berufliche Fortbildung.
Zinssatz: 2,85 %

$Z = K \cdot p$	$Z = K \cdot p$
1% = 8,50 €	= 4450 · 0,0174
134% = 1139 €	= 7743 (€)
Guthaben: 86139 €	Guthaben: 452743 €
	Kredit: 6685,25 €

3 Berechne fehlende Werte im Kopf.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	800 €	1200 €	15000 €	10000 €	7500 €	100000 €
Zinssatz p	0,5%	1%	2%	1%	2%	1,5%
Zinsen Z	4 €	12 €	300 €	100 €	150 €	1500 €

b) Frau Durma legt ein Festgeld zu einem Zinssatz von 1,25% an. Nach sechs Monaten bekommt sie dafür 250 € Zinsen. Berechne die Höhe ihrer Geldanlage.

Jahreszinsen: 250 € · 2 = 500 €
$K = Z : p$
= 500 : 0,0125 = 40000 (€)

Mit Zinsseszinsen rechnen

1 Berechne die Zinsseszinsen, indem du die Zinsfaktoren potenzierst. Runde gegebenenfalls auf zwei Kommastellen.

	a)	b)	c)	d)	e)
Kapital (K_0)	5000 €	20000 €	30000 €	50000 €	75000 €
Zinssatz (p)	1,25 %	1,65 %	2,02 %	2,47 %	2,61 %
Laufzeit (t)	4 Jahre	6 Jahre	5 Jahre	10 Jahre	15 Jahre
Kapital (K_n)	5254,73 €	22063,49 €	33154,91 €	63817,4 €	110384,11 €

2 Herr Grimm legt 15.000 € für drei Jahre auf 1,5% Zinsszins fest. Nach Ablauf der drei Jahre bietet ihm die Bank einen Zinssatz von 1,75% für weitere drei Jahre. Herr Grimm nimmt das Angebot an und stockt gleichzeitig sein angespartes Guthaben um 4314,82 € auf. Runde Geldbeträge auf zwei Kommastellen.
 a) Welches Endkapital steht Herr Grimm nach den sechs Jahren zur Verfügung?
 b) Wie viele Zinsen hat er in den sechs Jahren insgesamt bekommen?

a) gegeben: $K_0 = 15000 \text{ €}; p = 1,5\%; n = 3 \text{ Jahre}$
 gesucht: $q; K_3$
 Zinsfaktor q für die ersten 3 Jahre: $q = 1 + 0,015 = 1,015$
 Guthaben nach 3 Jahren: $K_3 = 15000 \text{ €} \cdot 1,015^3 \approx 15685,18 \text{ €}$
 gegeben: $K = 15685,18 \text{ €}; \text{Aufstockung: } 4314,82 \text{ €}; p = 1,75\%$
 gesucht: $K_{6}; q; K_6$
 Anfangskapital: $K_0 = 15685,18 \text{ €} + 4314,82 \text{ €} = 20000 \text{ €}$
 Zinsfaktor q für die nächsten 3 Jahre: $q = 1 + 0,0175 = 1,0175$
 Neues Guthaben nach 3 Jahren: $K_3 = 20000 \text{ €} \cdot 1,0175^3 \approx 21068,48 \text{ €}$
 b) Zinsen in 6 Jahren insgesamt:
 $Z = 21068,48 \text{ €} - 15000 \text{ €} = 4314,82 \text{ €} = 1753,66 \text{ €}$

Geldanlage mit steigenden Zinssätzen

1. Jahr	0,75 %
2. Jahr	1,00 %
3. Jahr	1,50 %
4. Jahr	2,00 %
5. Jahr	2,25 %

3 Herr Jarolim legt 10000 € für eine Laufzeit von fünf Jahren an. Die Zinsen werden nicht ausbezahlt, sondern mitverzinst. Berechne sein Endkapital. Runde auf zwei Kommastellen.

Endkapital nach 5 Jahren:
 $K = 10000 \cdot 1,0075 \cdot 1,01 \cdot 1,015 \cdot 1,02 \cdot 1,0225$
 $\approx 10771,99 \text{ €}$

Mit Monats- und Tageszinsen rechnen

1 Berechne fehlende Werte. Wie viele Aufgaben kannst du im Kopf lösen?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital K	1200 €	800 €	10000 €	600 €	4000 €	24000 €
Zinssatz p	1 %	0,5 %	1,5 %	1 %	2 %	3 %
Zinsen Z	4 €	1 €	75 €	2 €	40 €	400 €
Zeit t	4 Monate	3 Monate	6 Monate	120 Tage	180 Tage	200 Tage

2 Berechne jeweils die Aus- bzw. die Rückzahlung.

a) Für den Kauf eines Rollers hat Julia 1200 € auf ein Sparkonto mit einem Jahreszins von 1,25% eingezahlt. Nach 8 Monaten braucht sie das Geld für den Kauf des Rollers.
 Zinsen für 8 Monate:
 $Z = \frac{1200 \cdot 0,0125 \cdot 8}{12} = 10 \text{ (€)}$
 Auszahlung: $1200 \text{ €} + 10 \text{ €} = 1210 \text{ €}$

b) Herr Sommer muss für dringende Anschaffungen einen Kredit in Höhe von 30000 € zu einem Zinssatz von 2,25% aufnehmen. Er zahlt den Kredit nach 80 Tagen zurück.
 Zinsen für 80 Tage:
 $Z = \frac{30000 \cdot 0,0225 \cdot 80}{360} = 150 \text{ (€)}$
 Rückzahlung: $30000 \text{ €} + 150 \text{ €} = 30150 \text{ €}$

Zinsen für 8 Monate:
 $Z = \frac{1200 \cdot 0,0125 \cdot 8}{12} = 10 \text{ (€)}$
 Auszahlung: $1200 \text{ €} + 10 \text{ €} = 1210 \text{ €}$

Zinsen für 80 Tage:
 $Z = \frac{30000 \cdot 0,0225 \cdot 80}{360} = 150 \text{ (€)}$
 Rückzahlung: $30000 \text{ €} + 150 \text{ €} = 30150 \text{ €}$

3 Berechne fehlende Werte.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Kapital (K)	2400 €	5600 €	14000 €	30000 €	1800 €	15000 €
Zinssatz (p)	0,85 %	0,72 %	1,20 %	1,71 %	0,75 %	1,26 %
Zeit (t)	8 Monate	4 Monate	7 Monate	144 Tage	100 Tage	250 Tage
Zinsen (Z)	13,60 €	13,44 €	98 €	205,20 €	3,75 €	131,25 €

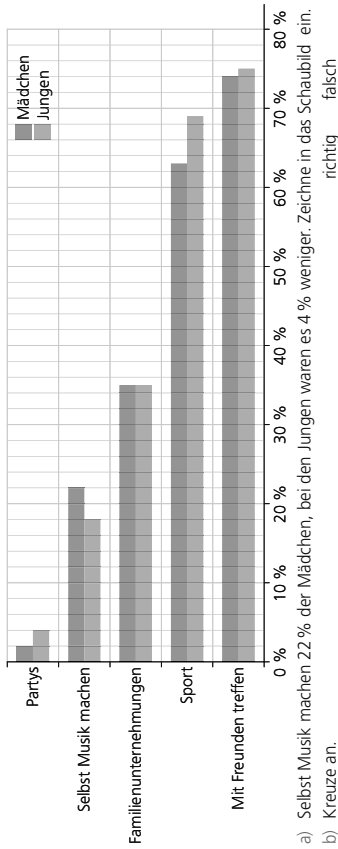
4 a) Lina legt bei ihrer Bank 8000 € zu einem Zinssatz von 1,5% an. Nach wie vielen Monaten wächst ihr Guthaben auf 8070 € an? Guthaben jetzt?
 b) Bei einem Zinssatz von 0,8% erhält Herr Zaremba in 280 Tagen 175 € Zinsen. Wie hoch ist sein Guthaben jetzt?

Zinsen:
 $8070 \text{ €} - 8000 \text{ €} = 70 \text{ €}$

Zeit:
 $t = \frac{Z \cdot 12}{K \cdot p}$
 $= \frac{70 \cdot 12}{8000 \cdot 0,015}$
 $= 7 \text{ (Monate)}$

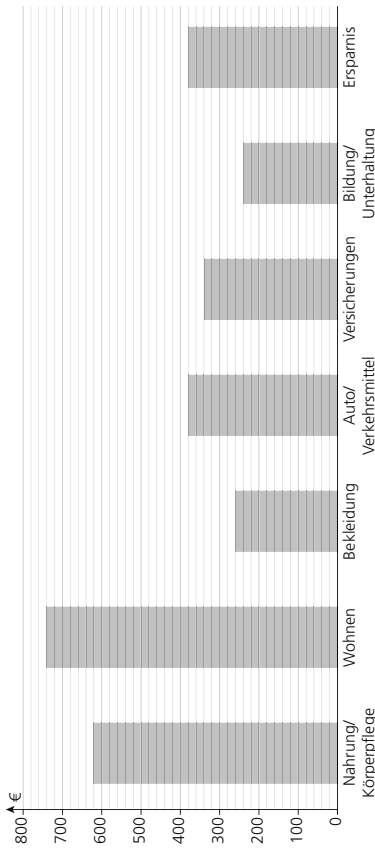
Kapital:
 $K = \frac{Z \cdot 360}{p \cdot t}$
 $= \frac{175 \cdot 360}{0,008 \cdot 280}$
 $= 28125 \text{ (€)}$
 Guthaben:
 $28125 \text{ €} + 175 \text{ €} = 28300 \text{ €}$

1 Ausgewählte Freizeitaktivitäten Jugendlicher 2020



- a) Selbst Musik machen 22% der Mädchen, bei den Jungen waren es 4% weniger. Zeichne in das Schaubild ein. richtig falsch
- b) Kreuze an.
 (A) Jungen feiern um 100% mehr Parties als Mädchen.
 (B) Am liebsten treiben Jungen und Mädchen Sport.
 (C) Mädchen und Jungen treffen sich mit Freunden etwa doppelt so oft als sie an Familienunternehmungen teilnehmen.

2 Das Schaubild zeigt, wie Familie Erol das monatliche Einkommen in Höhe von 2960 € im Jahr 2020 verwendet hat. Runde auf ganzzahlige Ergebnisse.



- a) Wie viel Prozent des monatlichen Einkommens verwendet Familie Erol für Nahrung/Körperpflege, Wohnen und Bekleidung?
 Anteil in Prozent: $p = \frac{P}{G} \cdot 100 = \frac{620 + 740 + 260}{2960} \cdot 100 \approx 55\%$
- b) Ihre Ausgaben für Auto/Verkehrsmittel sind im Vergleich zum Vorjahr um 3% gestiegen. Wie hoch waren sie pro Monat 2019?
 Ausgaben 2019: $G = P : p = 260 : 0,03 \approx 369 \text{ €}$
- c) Für Urlaub gibt die Familie 55% des im ganzen Jahr gesparten Betrags aus. Berechne die Höhe der Ausgaben für den Urlaub.
 Urlaubanteil (€): $P = G \cdot p = 2960 \cdot 0,55 = 2508 \text{ €}$

1 Aufgaben zur Prozentrechnung lösen

- a) Berechne fehlende Werte im Kopf.
- | | | | |
|---|--------|--------|--------|
| G | 480 € | 60 min | 4800 m |
| P | 60 € | 36 min | 1200 m |
| p | 12,5 % | 60 % | 25 % |

b) Wie viele der 20 Elfmeter hat Jana verschossen?
 $P = 20 \cdot 0,15 = 3$
 Meine Trefferquote beim Elfmeterschließen liegt bei 85%.
 Jana hat 3 Elfmeter verschossen.

2 Mit Jahreszinsen und Zinseszinsen rechnen

- a) Lea legt bei ihrer Bank 5500 € zu den angegebenen Zinsen an. Über wie viel Geld kann sie nach zwei Jahren verfügen?

1. Jahr: 1,7 %
 2. Jahr: 1,9 %

Guthaben nach 1. Jahr:
 $Z = 5500 \cdot 0,017 = 93,50 \text{ €}$
 $G = 5500 + 93,50 = 5593,50 \text{ €}$

Guthaben nach 2. Jahr:
 $Z = 5593,50 \cdot 0,019 = 106,28 \text{ €}$
 $G = 5593,50 + 106,28 = 5699,78 \text{ €}$

b) Welche Anlage ist für mein Guthaben von 12000 günstiger?
 Bank (A) 1,32% über die gesamte Laufzeit von 4 Jahren
 Bank (B) 1. Jahr 0,9% 2. Jahr 1,1% 3. Jahr 1,3% 4. Jahr 1,5%

$K_4 = 12000 \cdot 1,0132^4 \approx 12616,26 \text{ €}$
 $K = 12000 \cdot 1,009 \cdot 1,011 \cdot 1,013 \cdot 1,015 \approx 12586,33 \text{ €}$
 Bank A ist günstiger.

3 Mit Monats- und Tageszinsen rechnen

- a) Herr Held hat sein Girokonto 130 Tage um 1800 € überzogen. Der Zinssatz beträgt 3%. Wie hoch ist die Rückzahlung des Kredits nach dieser Laufzeit?

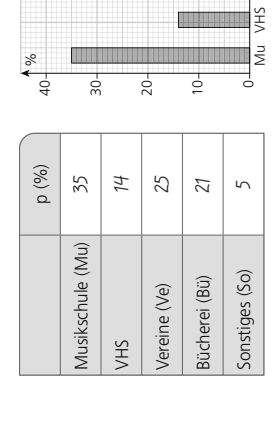
$Z = \frac{K \cdot p \cdot t}{360} = \frac{1800 \cdot 0,03 \cdot 130}{360} = 19,50 \text{ €}$
 Die Rückzahlung beträgt 181950 €.

- b) Nach Ablauf von 300 Tagen zahlte die Bank für ein Guthaben von 18000 € insgesamt 18225 € aus. Wie hoch war der Zinssatz?

Zinsen: $18225 - 18000 = 225 \text{ €}$
 $Z = \frac{Z \cdot 360}{K \cdot t} = \frac{225 \cdot 360}{18000 \cdot 300} = 0,015 = 1,5\%$

4 Schaubilder auswerten

Das Schaubild zeigt die Kulturausgaben einer Stadt.



- b) Für die Musikschule werden 45000 € ausgegeben. Wie viel € entfallen auf die Vereine? Runde auf ganze Euro.

$G = P : p = 45000 : 0,35 = 128571 \text{ €}$
 $P = G \cdot p = 128571 \cdot 0,25 = 32143 \text{ €}$

8

Große und kleine Zahlen in Zehnerpotenzen darstellen

Potenzen

1 Notiere als Zehnerpotenzen in Standardschreibweise.

a) $500\,000 = 5 \cdot 10^5$
 b) $371\,000\,000 = 3,71 \cdot 10^8$
 c) $46\,670\,000 = 4,667 \cdot 10^7$
 d) $1\,234\,000\,000 = 1,234 \cdot 10^9$
 e) $0,045 = 4,5 \cdot 10^{-2}$
 f) $0,0000578 = 5,78 \cdot 10^{-5}$
 g) $0,0000067 = 6,7 \cdot 10^{-6}$
 h) $0,0000000089 = 8,9 \cdot 10^{-9}$

2 Notiere als Dezimalbruch bzw. als natürliche Zahl.
 a) $2,472 \cdot 10^2 = 247,2$
 b) $0,573 \cdot 10^3 = 573$
 c) $7,683 \cdot 10^5 = 768\,300$
 d) $7,624 \cdot 10^6 = 7\,624\,000$
 e) $9,54 \cdot 10^{-3} = 0,00954$
 f) $8,67 \cdot 10^{-4} = 0,000867$
 g) $2,23 \cdot 10^{-5} = 0,0000223$
 h) $3,1 \cdot 10^{-6} = 0,0000031$

3 Trage die fehlenden Werte ein.


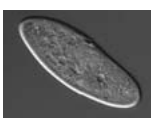
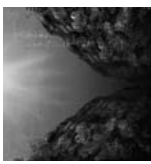

a) $3,6 \cdot 10^{-5} = 0,000036$
 b) $4 \cdot 10^{-2} = 0,04$
 c) $0,006 \cdot 10^4 = 60$
 d) $9,2 \cdot 10^{-4} = 92\,000$
 e) $2,6 \cdot 10^{-3} = 0,0026$
 f) $5,3 \cdot 10^5 = 530\,000$
 g) $7,3 \cdot 10^{-4} = 0,00073$
 h) $8,9 \cdot 10^3 = 8\,900$
 i) $9,6 \cdot 10^5 = 960\,000$

4 Immer drei Zahlen sind gleich. Verbinde sie mit dem =-Zeichen.

1 300 000 1 300 000 000 1,3 · 10⁵ 1,3 Milliarden 1,3 · 10⁶
 130 000 1,3 Billionen 1 300 000 000 000 1,3 · 10⁹ 1,3 · 10²

1 300 000 = 1,3 · 10⁵ = 1,3 Millionen
 130 000 = 1,3 · 10⁵ = 130 Tausend
 1 300 000 000 = 1,3 · 10⁹ = 1,3 Milliarden
 1 300 000 000 000 = 1,3 · 10¹² = 1,3 Billionen

5 Überlege und ordne die Größen richtig zu.

A $6 \cdot 10^{-6}$ m B  Typhus-Bakterien
 C $8,849 \cdot 10^3$ m D  Pantoffelchen
 E $1,1934 \cdot 10^4$ m F  Tiefe Marianengraben
 G $5 \cdot 10^{-5}$ m H  Höhe Mount Everest

Zahlen mit Zehnerpotenzen vergleichen, ordnen und berechnen

1 Überprüfe das Beispiel und arbeite dann ebenso.

a) $0,04 > 4 \cdot 10^{-3}$ b) $0,074 > 7,4 \cdot 10^{-3}$ c) $535 > 5,35 \cdot 10^{-2}$
 $4 \cdot 10^{-2} > 4 \cdot 10^{-3}$ $74 \cdot 10^{-2} > 7,4 \cdot 10^{-3}$ $5,35 \cdot 10^2 > 5,35 \cdot 10^{-2}$
 d) $0,0006 > 6 \cdot 10^{-5}$ e) $0,00009 > 9 \cdot 10^{-6}$ f) $67\,000 < 6,7 \cdot 10^5$
 $6 \cdot 10^{-4} > 6 \cdot 10^{-5}$ $9 \cdot 10^{-5} > 9 \cdot 10^{-6}$ $6,7 \cdot 10^4 < 6,7 \cdot 10^5$
 g) $68\,700 < 6,87 \cdot 10^8$ h) $0,00432 < 4,32 \cdot 10^{-2}$ i) $0,000461 = 4,61 \cdot 10^{-4}$
 $6,87 \cdot 10^4 < 6,87 \cdot 10^8$ $4,32 \cdot 10^{-3} < 4,32 \cdot 10^{-2}$ $4,61 \cdot 10^{-4} = 4,61 \cdot 10^{-4}$

2 Murat notiert zuerst in Standardschreibweise und ordnet dann der Größe nach. Überprüfe und arbeite ebenso.

a) $2,34 \cdot 10^5$ $234 \cdot 10^3$ $0,234 \cdot 10^9$ $0,0234 \cdot 10^{12}$
 $2,34 \cdot 10^5$ (2) $2,34 \cdot 10^6$ (3) $2,34 \cdot 10^4$ (1) $2,34 \cdot 10^8$ (4) $2,34 \cdot 10^{10}$ (5)

b) $4,7 \cdot 10^{-4}$ $0,47 \cdot 10^{-6}$ $0,0047 \cdot 10^3$ $470 \cdot 10^{-3}$ $0,47 \cdot 10^{-1}$
 $4,7 \cdot 10^{-4}$ (2) $4,7 \cdot 10^{-7}$ (1) $4,7 \cdot 10^{-1}$ (4) $4,7 \cdot 10^{-2}$ (3)

c) $0,032 \cdot 10^5$ $32 \cdot 10^7$ $32\,000\,000$ $0,00032 \cdot 10^9$ $320 \cdot 10^2$
 $3,2 \cdot 10^3$ (1) $3,2 \cdot 10^8$ (5) $3,2 \cdot 10^7$ (4) $3,2 \cdot 10^5$ (3) $3,2 \cdot 10^4$ (2)

d) $1,3 \cdot 10^{-4}$ $0,013 \cdot 10^3$ $1\,300$ $130 \cdot 10^{-7}$ $0,0013 \cdot 10^5$
 $1,3 \cdot 10^{-4}$ (2) $1,3 \cdot 10^1$ (3) $1,3 \cdot 10^2$ (5) $1,3 \cdot 10^{-5}$ (1) $1,3 \cdot 10^4$ (4)

3 Überprüfe das Beispiel und arbeite ebenso.

a) $5,4 \cdot 10^5$ mm = $54 \cdot 10^4$ cm = $54 \cdot 10^2$ m b) $6,8 \cdot 10^{-6}$ m = $6,8 \cdot 10^{-4}$ cm = $6,8 \cdot 10^{-3}$ mm
 c) $3,8 \cdot 10^8$ g = $3,8 \cdot 10^5$ kg = $3,8 \cdot 10^2$ t d) $6,3 \cdot 10^{-6}$ t = $6,3 \cdot 10^{-3}$ kg = $6,3 \cdot 10^{-6}$ g
 e) $2,5 \cdot 10^9$ mg = $2,5 \cdot 10^6$ g = $2,5 \cdot 10^3$ kg f) $9,8 \cdot 10^{-6}$ kg = $9,8 \cdot 10^{-3}$ g = $9,8 \cdot 10^0$ mg

4 Berechne die Terme und notiere das Ergebnis in Standardschreibweise.

a) $6,45 \cdot 10^6 \cdot 460 = 2967 \cdot 10^9$ b) $3,6 \cdot 10^8 : 120 = 3 \cdot 10^6$
 c) $2,5 \cdot 10^4 \cdot 0,4 = 1 \cdot 10^4$ d) $8,64 \cdot 10^3 : 2\,000 = 4,32 \cdot 10^0$
 e) $7,2 \cdot 10^6 : 1,2 = 6 \cdot 10^6$ f) $3,9 \cdot 10^{-7} : 3\,900 = 1 \cdot 10^{-10}$
 g) $4,67 \cdot 10^3 : 500 = 934 \cdot 10^0$ h) $4,56 \cdot 10^5 : 6\,000 = 7,6 \cdot 10^1$
 i) $3,8 \cdot 10^{-4} : 800 = 3,04 \cdot 10^{-1}$ j) $9,9 \cdot 10^6 : 3\,300 = 3 \cdot 10^3$

Sachsituationen mit Potenzen lösen

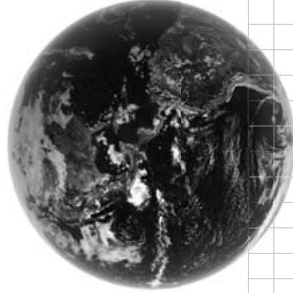
- 1 Notiere in Zehnerpotenzen in der angegebenen Größe.
- a) 5 Mikrometer = $5 \cdot 10^{-6}$ m
 - b) 6,5 Kilowatt = $6,5 \cdot 10^3$ W
 - d) 3,7 Mikrogramm = $3,7 \cdot 10^{-3}$ g
 - c) 7,3 Milliliter = $7,3 \cdot 10^{-3}$ l
 - e) 0,03 Gigameter = $3 \cdot 10^7$ m
 - f) 4,9 Petabyte = $4,9 \cdot 10^{15}$ B
 - g) 0,4 Megatonnen = $4 \cdot 10^5$ t
 - h) 25 Nanosekunden = $2,5 \cdot 10^{-8}$ s

2 Die folgende Tabelle listet die empfohlene tägliche Zufuhr von B-Vitaminen für einen Jugendlichen auf. Gib jeweils in Gramm als Zehnerpotenz in Standardschreibweise an. Ergänze das Beispiel und rechne dann ebenso.

Vitamin	Tagesbedarf	Tagesbedarf in Potenzschreibweise	Wochenbedarf in Potenzschreibweise	Jahresbedarf in Potenzschreibweise
B1	1,2 mg	$1,2 \cdot 10^{-3}$ g	$7 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}$ g $= 8,4 \cdot 10^{-3}$ g	$365 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}$ g $= 438 \cdot 10^{-1}$ g
B2	0,9 mg	$9 \cdot 10^{-4}$ g	$7 \cdot 9 \cdot 10^{-4}$ g $= 6,3 \cdot 10^{-3}$ g	$365 \cdot 9 \cdot 10^{-4}$ g $= 3,285 \cdot 10^{-1}$ g
B6	0,6 mg	$6 \cdot 10^{-4}$ g	$7 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ g $= 4,2 \cdot 10^{-3}$ g	$365 \cdot 6 \cdot 10^{-4}$ g $= 2,19 \cdot 10^{-1}$ g
B12	1,5 µg	$1,5 \cdot 10^{-6}$ g	$7 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}$ g $= 1,05 \cdot 10^{-5}$ g	$365 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}$ g $= 5,475 \cdot 10^{-4}$ g

3

	Erde	Mond
Dichte	$5,53 \frac{1}{\text{m}^3}$	$3,34 \frac{1}{\text{m}^3}$
Masse		$7,35 \cdot 10^{19}$ t
Volumen	$1,08 \cdot 10^{21}$ m ³	



- a) Berechne die fehlenden Werte.
b) Wievielmals schwerer ist die Erde im Vergleich zum Mond?

a) Masse Erde: $m = V \cdot \rho$
 $= 1,08 \cdot 10^{21} \cdot 5,53$
 $= 5,9724 \cdot 10^{21} (\frac{1}{\text{m}^3})$

Volumen Mond:
 $V = m : \rho$
 $= 7,35 \cdot 10^{19} : 3,34$
 $= 2,2 \cdot 10^{19} (\text{m}^3)$

b) Vergleich Erde - Mond:
 $5,9724 \cdot 10^{21} : 7,35 \cdot 10^{19}$
 $= 81,257 \dots$

Die Erde ist rund 81-mal schwerer als der Mond.

Potenzen

Am Ziel!

1 Große und kleine Zahlen in Zehnerpotenzen darstellen

- a) Schreibe als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.
- (A) $12\,380\,000 = 1,238 \cdot 10^7$
 - (B) $0,0000468 = 4,68 \cdot 10^{-5}$
- b) Stelle das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standardschreibweise dar.
- (A) $67\,000 \cdot 10\,000 = 6,7 \cdot 10^8$
 - (B) $0,08 : 1\,000 : 100 = 8 \cdot 10^{-7}$

2 Zahlen mit Zehnerpotenzen vergleichen und ordnen

- a) Setze >, < oder = ein.
- (A) $6,9 \cdot 10^5 > 69\,000$
 - (B) $0,00056 > 5,6 \cdot 10^{-5}$
 - (C) $9 \cdot 10^7 = 900\,000\,000$
- b) Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.
- $4,2 \cdot 10^5$ $4\,200 \cdot 10^{-5}$ $0,0042 \cdot 10^5$
- $4,2 \cdot 10^5 < 4,2 \cdot 10^2 < 4,2 \cdot 10^2 < 4,2 \cdot 10^5$

3 Rechnen mit Zehnerpotenzen

- a) Berechne und notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.
- (A) $6 \cdot 10^5 \cdot 70 = 4,2 \cdot 10^7$
 - (B) $6,4 \cdot 10^8 : 320 = 2 \cdot 10^6$
- b) Berechne und notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise.
- (A) $9,96 \cdot 10^5 : 3\,000 = 3,32 \cdot 10^2$
 - (B) $4,3 \cdot 10^{-3} \cdot 6\,000 = 2,58 \cdot 10^1$

4 Größen mit Vorsilben darstellen

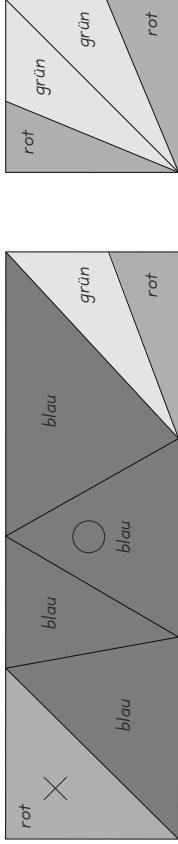
- a) Notiere die Größenangaben mit Vorsilben.
- (A) $3,29 \cdot 10^3$ m = $3,29$ km
 - (B) $6,85 \cdot 10^{-6}$ g = $6,85$ µg
 - (C) $9,423 \cdot 10^6$ t = $9,423$ Mrd. t
- b) Notiere als Zehnerpotenz in Standardschreibweise in der angegebenen Einheit.
- (A) 4,5 GB = $4,5 \cdot 10^6$ kB
 - (B) 0,085 mm = $8,5 \cdot 10^{-5}$ m
 - (C) 0,834 ml = $8,34 \cdot 10^{-5}$ l

5 Sachsituationen mit Zehnerpotenzen lösen

- a) In einem Mikroliter Blut befinden sich im Durchschnitt 6250 weiße Blutkörperchen. Wie viele dieser Blutkörperchen befinden sich in 6 l Blut? Gib das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standard-schreibweise an.
- $1 \text{ l} \approx 1\,000\,000 \text{ µl}$ $6 \text{ l} \approx 6\,000\,000 \text{ µl}$
- $1 \text{ µl} \approx 6\,250$ $6\,000\,000 \text{ µl} \approx 3,75 \cdot 10^{10}$
- In 6 l Blut sind ca. $3,75 \cdot 10^{10}$ weiße Blutkörperchen.
- b) Ein Sauerstoffatom hat eine Masse von $2,657 \cdot 10^{-23}$ g. Die so genannte atomare Masseneinheit u ist der sechzehnte Teil davon. Berechne und gib das Ergebnis als Zehnerpotenz in Standard-schreibweise an.
- $2,657 \cdot 10^{-23} : 16$
- $= 1,660625 \cdot 10^{-24}$
- Die atomare Masseneinheit u beträgt $1,660625 \cdot 10^{-24}$ g.

Rechtwinklige Dreiecke erkennen und beschreiben

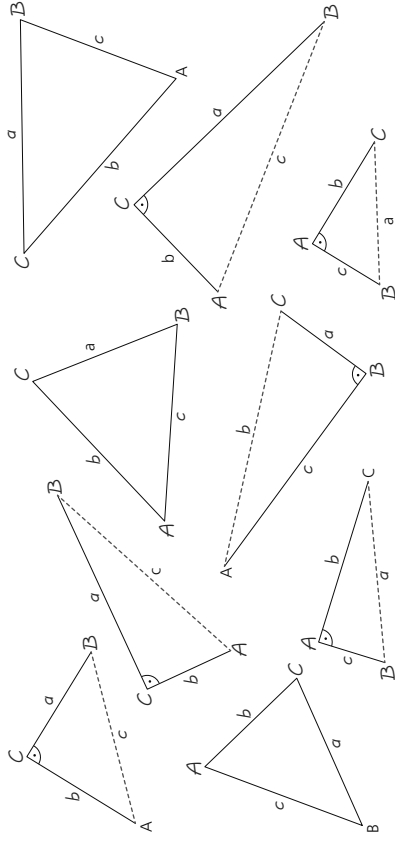
1 Gegeben sind ein Rechteck und ein Quadrat, welche in verschiedene Dreiecke unterteilt sind.



- a) Male die Dreiecksarten in unterschiedlichen Farben aus.
- spitzwinklige Dreiecke: blau rechtwinklige Dreiecke: rot stumpfwinklige Dreiecke: grün
- b) Markiere gleichschenklige Dreiecke mit einem Kreuz (X), gleichseitige Dreiecke mit einem Kreis (O).

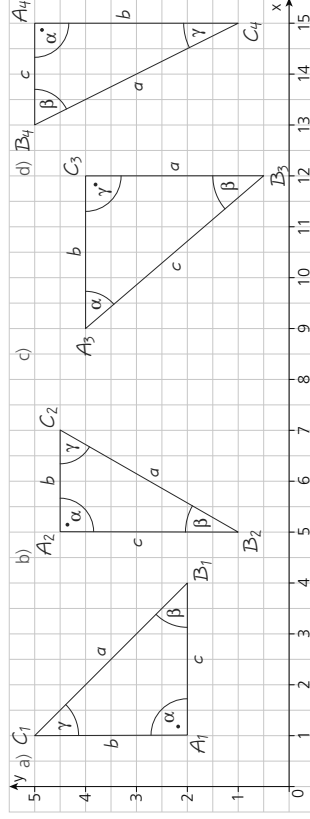
2 Dreiecke können ihre Lage verändern. Die Benennung der Ecken (gegen den Uhrzeigersinn) und der Seiten bleibt immer gleich.

- a) Vervollständige die Beschriftung der Ecken und Seiten.
- b) Kennzeichne bei rechtwinkligen Dreiecken den rechten Winkel (⊥). Markiere Hypotenusen rot.



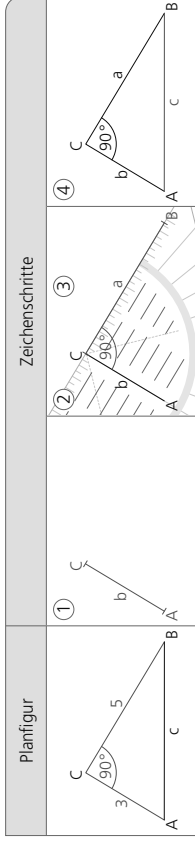
3 Zwei Eckpunkte eines rechtwinkligen Dreiecks sind jeweils gegeben. Für den dritten Punkt gibt es mehrere Möglichkeiten. Wähle eine, zeichne das Dreieck und beschrifte jeweils Eckpunkte, Seiten und Winkel der Figuren entsprechend.

- a) $A_1 (1|2)$, $B_1 (4|2)$, C_1 z.B. $(1|5)$
- b) A_2 z.B. $(5|4,5)$, $B_2 (5|1)$, $C_2 (7|4,5)$
- c) $A_3 (9|4)$, $B_3 (12|0,5)$, C_3 z.B. $(12|4)$
- d) $A_4 (15|15)$, B_4 z.B. $(13|5)$, $C_4 (15|1)$



Rechtwinklige Dreiecke zeichnen

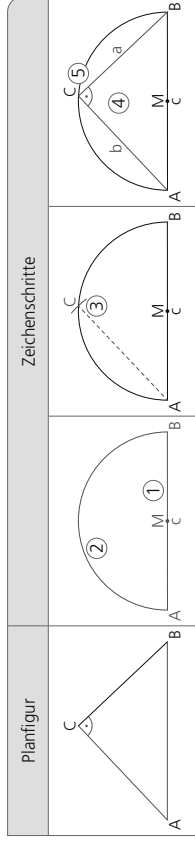
1 Dilek zeichnet ein rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90^\circ$) mit den Katheten $a = 5$ cm und $b = 3$ cm.



Beschreibe die Schrittfolge.

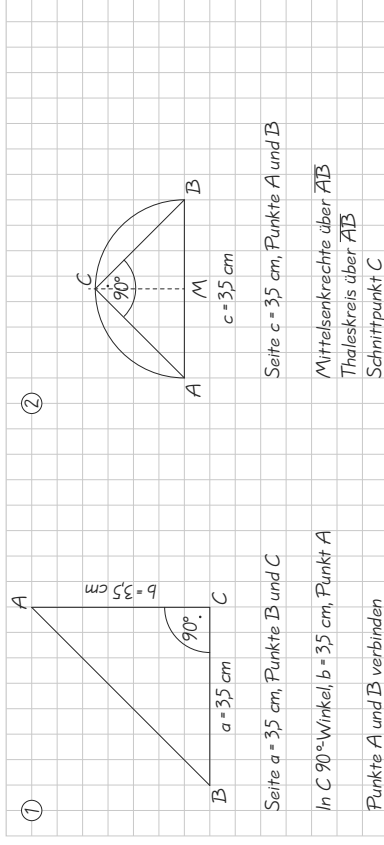
- ① Seite $b = 3$ cm zeichnen, mit A und C benennen
- ② In Punkt C Winkel $\gamma = 90^\circ$ antragen
- ③ Seite $a = 5$ cm einzeichnen, Punkt B benennen
- ④ Punkte A und B verbinden, Seite c benennen

2 Tanja zeichnet mithilfe des Thaleskreises ein rechtwinkliges Dreieck ($c = 5,5$ cm, $b = 4$ cm, $\gamma = 90^\circ$). Erstelle eine Konstruktionsbeschreibung für die Schritte ① bis ⑤.



- ① Seite $c = 5,5$ cm zeichnen, mit A und B sowie M benennen
- ② Halbkreis (= Thaleskreis) über der Seite c errichten
- ③ Kreis um A mit Radius $b = 4$ cm zeichnen, Punkt C benennen
- ④ Punkte A und B mit Punkt C verbinden, Seiten a und b benennen
- ⑤ Rechten Winkel bei Punkt C kennzeichnen

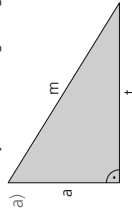
3 Ein Dreieck ist gleichschenkelig und rechtwinklig. Eine Seite ist 3,5 cm lang. Es gibt zwei Möglichkeiten. Zeichne passend einmal mit dem Verfahren von Aufgabe 1, das andere Mal mittels Thaleskreis von Aufgabe 2.



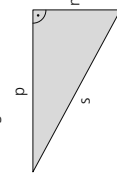
- Seite $a = 3,5$ cm, Punkte B und C
- In C 90° -Winkel, $b = 3,5$ cm, Punkt A
- Punkte A und B verbinden
- Seite $c = 3,5$ cm, Punkte A und B
- Mittelsenkrechte über \overline{AB}
- Thaleskreis über \overline{AB}
- Schnittpunkt C

Mit dem Satz des Pythagoras rechnen

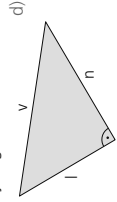
1 Notiere jeweils die zugehörige Gleichung nach dem Satz des Pythagoras.



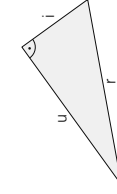
$$a^2 = t^2 + m^2$$



$$m^2 + p^2 = s^2$$



$$v^2 + n^2 = i^2$$



$$r^2 + u^2 = l^2$$

2 Ergänze die Tabelle für rechtwinklige Dreiecke ($\gamma = 90^\circ$). Runde auf eine Kommastelle.

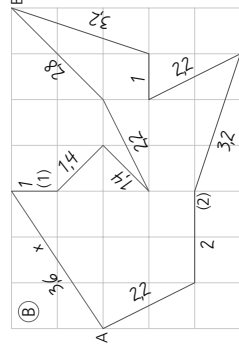
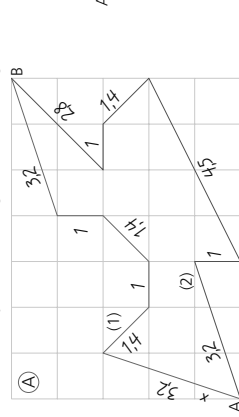
a	b	c
5 cm	8 cm	9,4 cm
8,5 cm	3,4 cm	9,2 cm

a	b	c
9,2 cm	18,9 cm	21 cm
16,7 cm	7,8 cm	18,4 cm

3 In ein Zentimetergitter sind Streckenzüge von A nach B eingezeichnet.

a) Berechne jeweils die Länge der Teilstrecken und trage die Ergebnisse in die Skizze ein. Runde immer auf eine Dezimalstelle.

b) Bestimme jeweils die Länge der Streckenzüge (1) und (2).



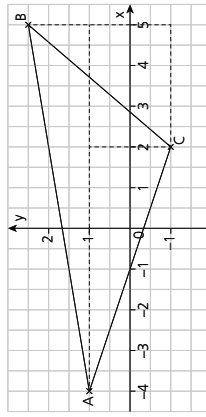
Streckenzug 1: 11,2 cm

Streckenzug 2: 13,9 cm

Beispiel: $x = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \approx 3,2$ (cm)

Beispiel: $x = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \approx 3,6$ (cm)

4 Das Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ist hier verkleinert dargestellt. Berechne die wirklichen Längen der Strecken $|AC|$, $|AB|$ und $|BC|$.



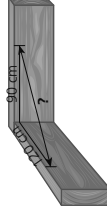
$$|AB| = \sqrt{9^2 + 15^2} = \sqrt{85,25} \approx 9,1 \text{ (cm)}$$

$$|AC| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} \approx 6,3 \text{ (cm)}$$

$$|BC| = \sqrt{3^2 + 3,5^2} = \sqrt{21,25} \approx 4,6 \text{ (cm)}$$

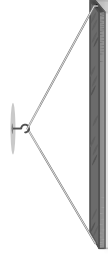
Den Satz des Pythagoras anwenden

1 a) Für eine Kastenform hat Schreiner Müller die Bretter wie angegeben markiert. Welche Länge muss zwischen den Strichen gemessen werden, damit die Bretter rechtwinklig ausgerichtet sind?



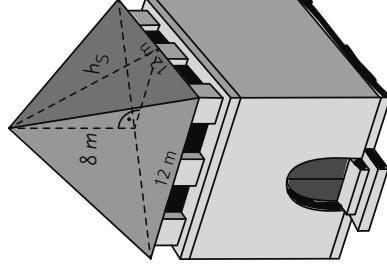
Länge zwischen Markierungen:
 $c^2 = 120^2 + 90^2$
 $c = \sqrt{22.500}$
 $c \approx 150$ (cm)

b) Eine Deckenleuchte ist einen Meter lang. Sie ist mit einem 120 cm langen Seil an einem Deckenhaken befestigt. Berechne den Abstand der Leuchte vom Haken. Trage wichtige Größen in die Skizze ein. Runde sinnvoll.



Abstand Leuchte - Haken:
 $a^2 = 60^2 - 50^2$
 $a = \sqrt{1.100}$
 $a \approx 33,2$ (cm)

2 Die Dachfläche der 8 m hohen Turmspitze soll neu gedeckt werden. Pro Quadratmeter rechnet man mit 35 Ziegeln.



Höhe des Seitendreiecks:

$$h_s = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ (m)}$$

Dachfläche:

$$4 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = 4 \cdot \frac{12 \cdot 10}{2} = 240 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Anzahl Ziegel: } 240 \cdot 35 = 8.400$$

3 Ein Quader aus Glas ist an den Seitenflächen mit braunen Folien beklebt. a) Wie viele cm^2 Folien sind das insgesamt? b) Wie viel Prozent der gesamten Seitenflächen sind beklebt?

a) Flächinhalt Folien:

$$A_D = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$A_1 = \frac{144 \cdot 4,8}{2} = 345,6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

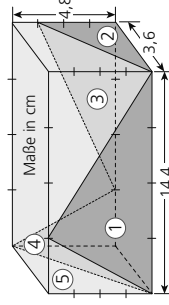
$$A_2 = \frac{3,6 \cdot 3,6}{2} = 6,48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A_3 = \frac{108 \cdot 3,6}{2} = 194,4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A_4 = \frac{3,6 \cdot 4,8}{2} = 8,64 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A_5 = \frac{3,6 \cdot 4,8}{2} = 8,64 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A_{1-5} = 777,6 \text{ (cm}^2\text{)}$$



b) Seitenflächen:

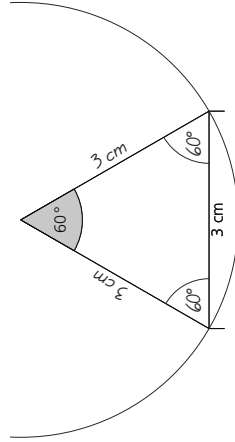
$$A = 2 \cdot 14,4 \cdot 4,8 + 2 \cdot 3,6 \cdot 4,8 = 172,8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Anteil (%):

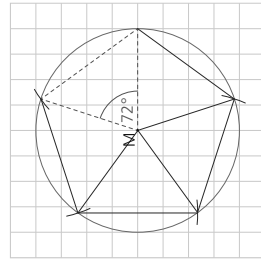
$$p = \frac{777,6}{172,8} = 0,45 = 45\%$$

Regelmäßige Vielecke beschreiben und zeichnen

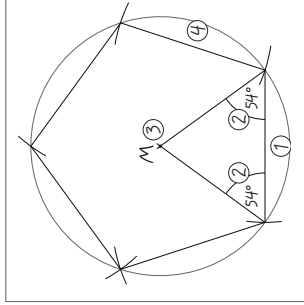
- 1 Hier ist das Bestimmungsdreieck eines regelmäßigen Vielecks abgebildet.
- Wie heißt das Vieleck?
Regelmäßiges Sechseck
 - Bemäße alle Seiten und Winkel.
 - Zeichne, soweit es der Platz erlaubt, den Umkreis des Vielecks ein.
 - Der Umfang des Vielecks beträgt 18 cm.



- 2 Die angegebenen Schritte beschreiben, wie man ein regelmäßiges Fünfeck zeichnet. Überprüfe die Abfolge in ① und ②, zeichne dann entsprechend ③ und ④ das Vieleck.

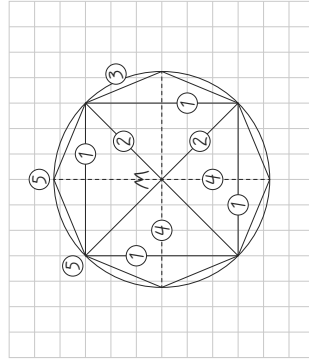


- 3 Zeichne ein regelmäßiges Fünfeck, bei dem die Seitenlänge $a = 3$ cm gegeben ist. Beschreibe dein Vorgehen.



- Seite $a = 3$ cm zeichnen
Mittelpunktswinkel: 72°
- \Rightarrow Basiswinkel: 54°
Bestimmungsdreieck erstellen
- M ist Umkreismittelpunkt
Umkreis zeichnen
- Seitenlängen abtragen
Eckpunkte verbinden

- 4 Zeichne ein regelmäßiges Achteck. Arbeite vorteilhaft, ohne Winkel anzutragen. Beginne wie angegeben. Notiere dann die Abfolge der Schritte.

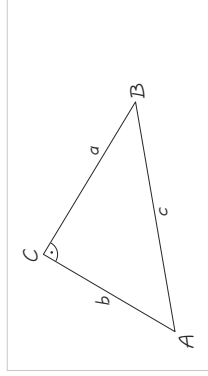


- Regelmäßiges Viereck (Quadrat) mit $a = 3$ cm zeichnen.
- Diagonalen einzeichnen,
M benennen
- Umkreis zeichnen
- Mittellinien des Quadrats einzeichnen
- Eckpunkte verbinden

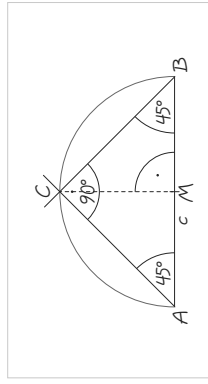
Am Ziel!

1 Rechtwinklige Dreiecke beschreiben und zeichnen

- a) Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90^\circ$) mit den Katheten $a = 3,5$ cm und $b = 3$ cm. Beschrifte Ecken und Seiten.



- b) Zeichne mithilfe des Thaleskreises ein gleichschenkeliges rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90^\circ$) mit der Hypotenuse $c = 4$ cm. Notiere die Winkelgrößen.



2 Mit dem Satz des Pythagoras rechnen

- a) Berechne die fehlenden Seiten in einem rechtwinkligen Dreieck mit $\gamma = 90^\circ$ (alle Maße in cm).

Seite a	Seite b	Seite c
16	12	20
60	11	61

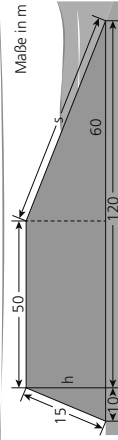
- b) Zwei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 6 m und 4 m lang. Berechne die dritte Seite auf eine Kommastelle. Es gibt zwei Lösungen.

$$c^2 = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} \approx 7,2 \text{ (cm)}$$

$$d^2 (b^2) = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} \approx 4,5 \text{ (cm)}$$

3 Den Satz des Pythagoras anwenden

Hier sieht man den Querschnitt eines Deichs, der zum Schutz gegen die Fluten des Meeres gebaut wurde.



- a) Berechne die Deichhöhe h . Runde auf Meter.

$$h^2 = 15^2 - 10^2$$

$$h = \sqrt{125}$$

$$h \approx 11 \text{ (cm)}$$

- b) Berechne die Länge der Seeseite s .

$$h = 11 \text{ m (Ergebnis aus a)}$$

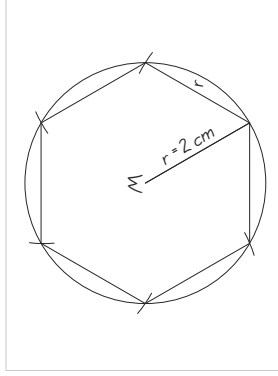
$$s^2 = 11^2 + 60^2$$

$$s = \sqrt{3721}$$

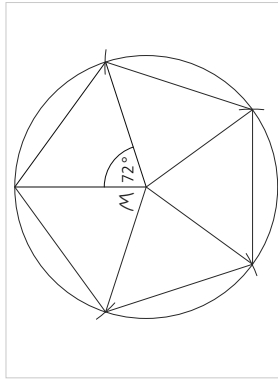
$$s = 61 \text{ (m)}$$

4 Regelmäßige Vielecke zeichnen

- a) Zeichne ein regelmäßiges Sechseck mit Seitenlängen von 2 cm.

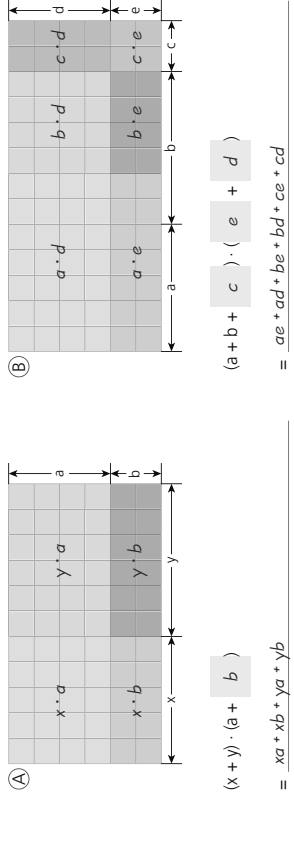


- b) Zeichne ein regelmäßiges Fünfeck mit einer Seitenlänge von 3 cm.



- 1 Welche Terme einer Reihe sind jeweils wertgleich? Kreuze an.
- a) $x : 2$ $x - \frac{1}{2}$ $\frac{2}{x}$ $0,7y$ $\frac{10}{7}y$ $7y : 10$ $\frac{7}{y}$ $3y : 4$ $y + \frac{3}{4}$ $0,75 \cdot \frac{3}{4}y$ $0,2 \cdot x$ $\frac{2}{100}x$
- 2 Löse die Klammern auf und fasse zusammen.
- a) $7x - 4 \cdot 8 - 3 \cdot 4x + 12 : 4$
 $= \underline{7x - 32 - 12x + 3}$
 $= \underline{-5x - 29}$
- b) $56 : 8 - 24y : 2 - 13 + 9y$
 $= \underline{7 - 12y - 13 + 9y}$
 $= \underline{-3y - 6}$
- c) $4 + (2x - 1) \cdot 2 - 6 + 4x$
 $= \underline{4 + 4x - 2 - 6 + 4x}$
 $= \underline{8x - 4}$
- d) $4 \cdot (2 - 1,5y) - 6y + 16 : 4$
 $= \underline{8 - 6y - 6y + 4}$
 $= \underline{-12y + 12}$
- e) $(10 - 12a) \cdot 2 - (2a + 3,5) \cdot 2 - 1,5a$
 $= \underline{20 - 24a - 4a - 7 - 1,5a}$
 $= \underline{-11,5a - 2}$
- 3 Multipliziere die Klammern aus und fasse zusammen.
- a) $(x + 9) \cdot (6 + y)$
 $= \underline{x \cdot 6 + 9 \cdot x + y \cdot 6 + 9 \cdot y}$
 $= \underline{6x + 9y + xy + 54}$
- b) $(a + 2) \cdot (b - 1)$
 $= \underline{a \cdot b - a \cdot 1 + 2 \cdot b - 2 \cdot 1}$
 $= \underline{-a + 2b + ab - 2}$
- c) $(x - 4) \cdot (y - 9)$
 $= \underline{x \cdot y - x \cdot 9 - 4 \cdot y + 4 \cdot 9}$
 $= \underline{-9x - 4y + xy + 36}$
- d) $(3x - 12) \cdot (5y + 6)$
 $= \underline{3x \cdot 5y + 3x \cdot 6 - 12 \cdot 5y - 12 \cdot 6}$
 $= \underline{18x - 60y + 15xy - 72}$
- e) $(2 - 5a) \cdot (4 - 5b)$
 $= \underline{2 \cdot 4 - 2 \cdot 5b - 5a \cdot 4 + 5a \cdot 5b}$
 $= \underline{-20a - 10b + 25ab + 8}$
- f) $(2x - y) \cdot (a - 3b)$
 $= \underline{2x \cdot a - 2x \cdot 3b - y \cdot a + y \cdot 3b}$
 $= \underline{2ax - 6bx - ay + 3by}$

4 a) Ergänze zuerst die fehlenden Angaben zur Berechnung der Flächeninhalte von **(A)** und **(B)**, multipliziere dann die Klammern aus.



b) Überprüfe, ob die einzelnen Elemente in a) alle Teilflächen der Figuren **(A)** und **(B)** beinhalten. Trage dazu in die jeweiligen Felder ein.

- 1 Bringe die Umformungsschritte in die richtige Reihenfolge und ergänze.
- $40x - (2 + 6x) \cdot 3 = 34 - 4 \cdot (1 - 2,5x)$ $| -10x$
 $40x - 6 - 18x = 34 - 4 + 10x$
 $40x - 6 - 18x = 34 - 4 + 10x$
 $22x - 6 = 30 + 10x$ $| -10x$
 $12x - 6 = 30$ $| +6$
 $12x = 36$ $| :12$
 $40x - (2 + 6x) \cdot 3 = 34 - 4 \cdot (1 - 2,5x)$ $| -10x$
 $40x - 6 - 18x = 34 - 4 + 10x$ $| -10x$
 $22x - 6 = 30 + 10x$ $| -10x$
 $12x - 6 = 30$ $| +6$
 $12x = 36$ $| :12$
 $x = 3$
- 2 Fülle die Lücken.
- a) $(2x - 2) \cdot 8 - 28 = 48 + 2 \cdot (3x - 1)$
 $(16x - 16) - 28 = 48 + (6x - 2)$
 $16x - 16 - 28 = 48 + 6x - 2$
 $16x - 44 = 46 + 6x$ $| -6x$
 $10x - 44 = 46$ $| +44$
 $10x = 90$ $| :10$
 $x = 9$
- b) $4x + 28 - 4 \cdot (4x + 8) = 80 - 40x$
 $4x + 28 - (16x + 32) = 80 - 40x$
 $4x + 28 - 16x - 32 = 80 - 40x$
 $-12x - 4 = 80 - 40x$ $| +40x$
 $28x - 4 = 80$ $| +4$
 $28x = 84$ $| :28$
 $x = 3$
- 3 Nummeriere die Umformungsschritte in der richtigen Reihenfolge und vervollständige sie.
- $4 \cdot \frac{(4x - 36) - 4 \cdot 3x = 4 \cdot 9 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot (2x - 8)}$ **2**
 $14x - 36 - 12x = 36 - 2x + 8$ **3**
 $4x = 80$ $| :4$ **6**
 $2x - 36 = 44 - 2x$ $| +2x$ **4**
 $4x - 36 = 44$ $| +36$ **5**
 $x = 20$ **7**
- 4 Ergänze die Lücken.
- a) $\frac{3x + 7}{4} - 3 = \frac{4x - 8}{5}$ $| \cdot 20$
 $\frac{20 \cdot (3x + 7)}{4} - 20 \cdot 3 = \frac{20 \cdot (4x - 8)}{5}$
 $5 \cdot (3x + 7) - 60 = 4 \cdot (4x - 8)$
 $15x + 35 - 60 = 16x - 32$
 $15x - 25 = 16x - 32$ $| -16x$
 $-x - 25 = -32$ $| +25$
 $-x = -7$ $| \cdot (-1)$
 $x = 7$
- b) $\frac{2x - 2}{3} = -2 + \frac{4x - 8}{5}$ $| \cdot 15$
 $\frac{15 \cdot (2x - 2)}{3} = 15 \cdot (-2) + \frac{15 \cdot (4x - 8)}{5}$
 $5 \cdot (2x - 2) = -30 + 3 \cdot (4x - 8)$
 $10x - 10 = -30 + 12x - 24$
 $10x - 10 = -54 + 12x$ $| -12x$
 $-2x - 10 = -54$ $| +10$
 $-2x = -44$ $| :(-2)$
 $x = 22$

Gleichungen aufstellen und lösen

1 In der Jahrgangsstufe 9 hatten im Januar $\frac{1}{4}$ aller Mädchen einen Ausbildungsvertrag als Kauffrau, $\frac{1}{3}$ als Friseurin und $\frac{1}{6}$ als Mechatronikerin abgeschlossen. Sechs Mädchen hatten zu diesem Zeitpunkt noch keinen Ausbildungsplatz.

a) Trage die Angaben des Textes in die Tabelle ein.

	Kauffrau	Friseurin	Mechatronikerin	ohne Ausbildungsplatz
Anzahl Mädchen	$\frac{1}{4}x$	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{6}x$	6
Mädchen insgesamt	x			

b) Berechne mithilfe einer Gleichung die Gesamtzahl der Mädchen und wie viele Mädchen sich für die genannten Ausbildungsberufe entschieden haben.

Gleichung:

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x + 6 = x$$

$$3x + 4x + 2x + 72 = 12x$$

$$9x + 72 = 12x$$

$$72 = 3x$$

$$24 = x$$

Anzahl Mädchen insgesamt: 24
 Zahl der Mädchen in den Ausbildungsberufen: 6
 Kauffrau: 6
 Friseurin: 8
 Mechatronikerin: 4

2



Für ein Musical wurden an einem Abend Karten in drei Preiskategorien verkauft. Ein Platz kostete in Kategorie I (420 verkaufte Karten) ein- und halbmal so viel wie in Kategorie III (655 verkaufte Karten). In der Kategorie II (710 verkaufte Karten) kostete ein Platz 22 € mehr als in Kategorie III. Die Gesamteinnahme betrug 155 270 €.

Stelle mithilfe einer Tabelle eine Gleichung auf und berechne die Preise pro Kategorie.

	Preiskat. I	Preiskat. II	Preiskat. III
Anzahl Karten	420	710	655
Preis pro Karte (€)	$1,5x$	$x + 22$	x
Gesamteinnahmen	155 270		
Gleichung	$420 \cdot 1,5x + 710 \cdot (x + 22) + 655x = 155 270$		

$$630x + 710x + 15 620 + 655x = 155 270$$

$$1 995x + 15 620 = 155 270$$

$$1 995x = 139 650$$

$$x = 70$$

Preiskat. I: 105 € Preiskat. II: 92 € Preiskat. III: 70 €

Gleichungen mit einer Variablen im Nenner lösen

1 Gib für die Gleichungen die Definitionsmenge an.

a)	b)	c)	d)
$\frac{4}{x} = 12$	$\frac{6}{3x} = \frac{1}{2}$	$8 - \frac{2}{x-7} = 6$	$\frac{25}{4x+8} = 0,8$
$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$D = \mathbb{Q} \setminus \{7\}$	$D = \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$

2 a) Bringe das Ablaufschema durch Nummerierung in der richtigen Reihenfolge.

- 2 Mit Hauptnenner multiplizieren und kürzen
- 3 Variable schrittweise isolieren
- 1 Definitionsmenge bestimmen
- 4 Lösung bestimmen und mit Definitionsmenge vergleichen

b) Löse die Gleichungen schrittweise.

a) $\frac{3}{x} + \frac{4}{5x} = 1$ | $\cdot 5x$ | $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$$\frac{3x+4}{x} = 5x$$

$$3x+4 = 5x$$

$$4 = 2x$$

$$2 = x$$

$L = \{2\}$

b) $\frac{5}{2x} = 3 - \frac{1}{2x}$ | $\cdot 2x$ | $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$$\frac{5x}{x} = 2x - 3 - \frac{1}{x}$$

$$5 = 2x - 3 - \frac{1}{x}$$

$$5 + 6x - 1 = 1 + 1$$

$$6 + 6x = 1 + 6$$

$$1 = x$$

$L = \{1\}$

3 Bestimme den Definitionsbereich und löse.

a) $\frac{4}{x} = \frac{3}{x-2}$ | $D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

$$4 \cdot (x-2) = 3 \cdot x$$

$$4x - 8 = 3x$$

$$x - 8 = 0$$

$$x = 8$$

$L = \{8\}$

b) $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x-2}$ | $D = \mathbb{Q} \setminus \{3, 2\}$

$$2 \cdot (x-2) = 3 \cdot (x-3)$$

$$2x - 4 = 3x - 6$$

$$-4 + x - 6 = 1 + 6$$

$$2 - x = 1 + 6$$

$$L = \{0\}$$

4 Stelle eine Gleichung auf, bestimme den Definitionsbereich und löse.

$$\frac{5}{x-1} = \frac{15}{2x+3}$$

$$5 \cdot (2x+3) = 15 \cdot (x-1)$$

$$10x + 15 = 15x - 15$$

$$15 = 5x - 15$$

$$30 = 5x$$

$$6 = x$$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{1, -1,5\}$

Wenn man 5 durch die Differenz einer Zahl und 1 dividiert, erhält man ebenso viel, wie wenn man den Quotienten aus 15 und der Summe aus dem Doppelten der Zahl und 3 bildet.

1 Verbinde Sachaufgabe, dazugehörige Skizze und passende Formel.

Sachaufgaben	Skizzen	Formeln
Berechne die Höhe eines Dreiecks, das einen Flächeninhalt von $31,04 \text{ cm}^2$ und eine Grundlinie von $9,7 \text{ cm}$ Länge hat.		$A = \frac{g \cdot h}{2}$
Ein Trapez hat einen Flächeninhalt von 11 m^2 . Die parallelen Seiten messen $4,50 \text{ m}$ und $3,50 \text{ m}$. Berechne die Höhe.		$V = a \cdot b \cdot c$
Ein Holzbalken ist 17 m lang, 18 cm breit und 16 cm hoch. Wie viele m^3 Holz wurden mindestens verarbeitet?		$k = 4 \cdot (a + b + c)$
Wie viel Draht benötigt man für ein Kanntenmodell eines 6 cm breiten, 8 cm langen und 12 cm hohen Quaders?		$A = a \cdot h$
		$V = a \cdot a \cdot a$
		$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

2 Berechne mithilfe der passenden Formel den fehlenden Wert.

	a)	b)	c)	d)
Quader	$3,5 \text{ cm}$	8 dm	Zylinder	Zylinder
Höhe _{Körper}	22 cm^2	$3,9 \text{ dm}^2$	$0,6 \text{ m}$	$3,4 \text{ cm}$
Grundfläche	77 cm^3	$31,2 \text{ dm}^3$	$0,785 \text{ m}^2$	$50,25 \text{ cm}^2$
Volumen			$0,471 \text{ m}^3$	$170,85 \text{ cm}^3$

3 Notiere die passende Formel und berechne die fehlende Größe.

a) $V = a \cdot a \cdot h_K$
 $V = 162 \text{ cm}^3$
 $h_K = 8 \text{ cm}$
 $a = \blacksquare$

b) $V = r \cdot r \cdot \pi \cdot h_K$
 $d = 8 \text{ cm}$
 $V = 251,2 \text{ cm}^3$
 $h_K = \blacksquare$

c) $V = \frac{a+b+c}{2} \cdot h_K$
 $V = 720 \text{ cm}^3$
 $a = 14 \text{ cm}$
 $c = 6 \text{ cm}$
 $h = 8 \text{ cm}$
 $h_K = \blacksquare$

$V = a \cdot a \cdot h_K$
 $162 = a \cdot a \cdot 8$
 $\Rightarrow a = 4,5 \text{ cm}$

$V = r \cdot r \cdot \pi \cdot h_K$
 $251,2 = 4 \cdot 4 \cdot \pi \cdot h_K$
 $\Rightarrow h_K = 5 \text{ cm}$

$V = \frac{a+b+c}{2} \cdot h_K$
 $720 = \frac{14+6}{2} \cdot 8 \cdot h_K$
 $\Rightarrow h_K = 9 \text{ (cm)}$

4 Berechne mithilfe der passenden Formel.

a) Der Quader hat ein Volumen von 264 cm^3 . Berechne die Breite.

$V = a \cdot b \cdot h_K$
 $264 = 3 \cdot b \cdot 22$
 $\Rightarrow b = 4 \text{ cm}$

$V = \frac{a+b}{2} \cdot h_K$
 $580,5 = \frac{a+6}{2} \cdot 15$
 $\Rightarrow g = 12,9 \text{ m}$

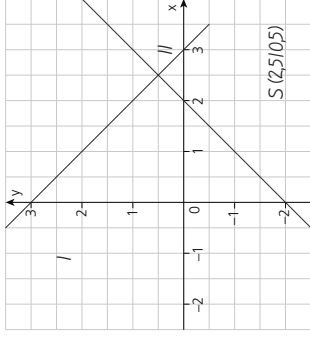
b) Der Dachraum hat ein Volumen von $580,50 \text{ cm}^3$. Wie breit ist er?

1 a) Forme jeweils in die Form $y = mx + t$ um.

$I: 2x + 2y = 6$
 $II: 2x - 2y = 4$

$I: -2x$
 $II: 2x - 2y = 4$
 $I: :2$
 $II: -2x - 2y = 2$
 $I: -x + 3$
 $II: -2x - 2y = 2$
 $I: -2x$
 $II: -2x - 2y = 2$
 $I: :(-2)$
 $II: x + y = -1$

b) Ermittle den Schnittpunkt zeichnerisch.



2 Kreuze an, welches Lösungsverfahren jeweils am günstigsten ist.

	a)	b)	c)
Gleichungssystem	$I: 3 = 4x + 9y$ $II: x = 5y + 2$	$I: 10x + 2y = 40$ $II: 6x - 2y = 24$	$I: y = 2x + 7$ $II: y = -3x - 3$
Gleichsetzungsverfahren	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Einsetzungsverfahren	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Additionsverfahren	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

3 Löse das lineare Gleichungssystem mithilfe des angegebenen Verfahrens.

a) Gleichsetzungsverfahren
 $I: 3y = 2x - 9$
 $II: 3y = -x + 9$

$I: +x$
 $II: 3y = -x + 9$
 $I: +9$
 $II: 3y = -x + 9$
 $I: -3$
 $II: 3y = -x + 9$
 $x = 6$
 $x = 6$ in I:
 $3y = 2 \cdot 6 - 9$
 $3y = 3$
 $y = 1$
 $L: (6 | 1)$

b) Einsetzungsverfahren
 $I: 4y - 14 = x$
 $II: 2x + 3y - 5 = 0$

I in II :
 $2 \cdot (4y - 14) + 3y - 5 = 0$
 $8y - 28 + 3y - 5 = 0$
 $11y - 33 = 0$
 $11y = 33$
 $y = 3$
 $y = 3$ in I:
 $4 \cdot 3 - 14 = x$
 $12 - 14 = x$
 $x = -2$
 $L: (-2 | 3)$

c) Additionsverfahren
 $I: 12x + 9y = 87$
 $II: -12x + 16y = -12$

$I + II$:
 $25y = 75$
 $y = 3$
 $y = 3$ in I:
 $12x + 9 \cdot 3 = 87$
 $12x + 27 = 87$
 $12x = 60$
 $x = 5$
 $L: (5 | 3)$

Sachaufgaben mit Gleichungssystemen lösen

- 1 Herr Blume kauft im Frühjahr zur Gartenbepflanzung bei der Gärtnerei „Creativ in Grün“ 5 Margeriten und 3 Rosenstöcke für insgesamt 42 €. Frau Öcan zahlt für 7 Rosenstöcke und 5 Margeriten 72 €. Berechne jeweils den Preis pro Pflanze.



Preis pro Pflanze:

Margeriten: 3,90 €

Rosenstock: 7,50 €

Preis Margerite: x	Preis Rosenstock: y
$I \ 5x + 3y = 42$	$\Rightarrow I \ 5x = 42 - 3y$
$II \ 5x + 7y = 72$	$\Rightarrow II \ 5x = 72 - 7y$
$I \text{ in } II: 42 - 3y = 72 - 7y$	$I + 7y$
$42 + 4y = 72$	$I - 42$
$4y = 30$	$I : 4$
$y = 7,5$	
$y = 7,5$ in I: $5x = 42 - 3 \cdot 7,5$	$I : 5$
$x = 3,9$	

- 2 Auf einem Grillfest trinkt jedes Kind im Durchschnitt 3 Getränke und isst 2 Würstchen. Die Erwachsenen trinken hingegen jeweils 4 Getränke und essen jeweils 1 Würstchen. Es werden insgesamt 110 Getränke und 45 Würstchen verzehrt.

a) Welches Gleichungssystem passt zu diesem Sachverhalt, wenn x die Anzahl der Kinder und y die Anzahl der Erwachsenen ist? Kreuze an.

- | | | | |
|---|--|---|---|
| A | <input type="checkbox"/> $I \ 3x + 2y = 45$ | B | <input type="checkbox"/> $I \ 3x + 2y = 45$ |
| | <input type="checkbox"/> $II \ 4y + 2x = 110$ | | <input type="checkbox"/> $II \ 4y + 2x = 110$ |
| C | <input type="checkbox"/> $I \ 2x + y = 45$ | D | <input type="checkbox"/> $I \ 3x + 2y = 45$ |
| | <input checked="" type="checkbox"/> $II \ 3x + 4y = 110$ | | <input type="checkbox"/> $II \ 4y + 2x = 110$ |

- b) Berechne jeweils die Anzahl der Kinder sowie die der Erwachsenen mit einem Verfahren deiner Wahl.

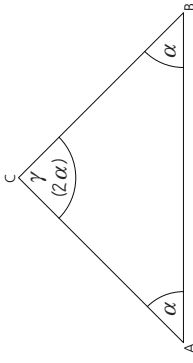
- 3 Während ihres Jugendherbergsaufenthalts unternehmen die beiden Klassen M9a/b eine gemeinsame Kanufahrt. Berechne die Tagespreise für die Dreier und Vierer-Kanus mithilfe eines Gleichungssystems.

KANUVERLEIH	M9a	M9b	Anzahl	Anzahl	Kosten
			4	5	
			2	1	
			350 €		355 €

$I \ 4x + 2y = 350$	$\Rightarrow y = 355 - 5x$
$II \ 5x + y = 355$	
$II \text{ in } I: 4x + 2 \cdot (355 - 5x) = 350$	$I - 710$
$4x + 710 - 10x = 350$	$I : (-6)$
$-6x = -360$	$x = 60$
$x = 60$ in II:	
$y = 355 - 5 \cdot 60 = 55$	
Preis 4er-Kanu: 60 €	
Preis 3er-Kanu: 55 €	

Geometrieaufgaben mit Gleichungssystemen lösen

- 1 In einem gleichschenkligen Dreieck ist der Winkel γ an der Spitze doppelt so groß wie der Basiswinkel α . Ergänze die Skizze entsprechend der Textaussagen.



b) Berechne die Größe der Winkel im Dreieck.

$I \ 2\alpha + \gamma = 180$	
$II \ \gamma = 2 \cdot \alpha$	
$II \text{ in } I: 2\alpha + 2\alpha = 180$	
$4\alpha = 180 \quad : 4$	
$\alpha = 45$	
$\alpha = 45$ in II:	
$\gamma = 2 \cdot 45 = 90$	
Basiswinkel: $\alpha = \beta = 45^\circ$	
Winkel an der Spitze: $\gamma = 90^\circ$	

- 2 Sabine fertigt aus einem 100 cm langen Draht einen rechteckigen Rahmen. Benachbarte Seiten sollen sich um 10 cm unterscheiden.

Welche Seitenlängen muss Sabine wählen?

- b) Ergänze zu einem vollständigen Gleichungssystem.

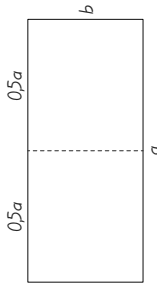
$I \ 2a + 2b = 100$ $II \ a = b + 10$

- c) Löse das Gleichungssystem und beantworte die Rechenfrage.

$I \ 2a + 2b = 100$	
$II \ a = b + 10$	
$II \text{ in } I: 2 \cdot (b + 10) + 2b = 100$	
$2b + 20 + 2b = 100$	
$4b + 20 = 100$	$I - 20$
$4b = 80$	$I : 4$
$b = 20$	
$b = 20$ in II:	
$a = 20 + 10 = 30$	
Seitenlängen: $a = 30 \text{ cm}$	
$b = 20 \text{ cm}$	

- 3 Bei einem Rechteck mit dem Umfang 40 cm werden die beiden längeren Seiten halbiert. Es entstehen zwei kleinere Rechtecke mit jeweils einem Umfang von 28 cm. Wie lang und breit war das ursprüngliche Rechteck?

- a) Ergänze die Skizze so, dass sie den Text veranschaulicht.



- b) Berechne mithilfe eines Gleichungssystems Länge und Breite des ursprünglichen Rechtecks.

$I \ 2a + 2b = 40$	
$II \ a + 2b = 28$	$\Rightarrow a = 28 - 2b$
$II \text{ in } I: 2 \cdot (28 - 2b) + 2b = 40$	
$56 - 4b + 2b = 40$	$I - 56$
$56 - 2b = 40$	$I : (-2)$
$\Rightarrow b = 8$	
$b = 8$ in II:	
$a = 28 - 2 \cdot 8 = 12$	
Seitenlängen: $a = 12 \text{ cm}; b = 8 \text{ cm}$	

Lösungsmengen von reinquadratischen Gleichungen bestimmen

1 Bestimme die Lösungsmenge im Kopf.

a)	b)	c)	d)	e)
Gleichung $x^2 = 49$	$x^2 = 81$	$y^2 = 144$	$y^2 - 16 = 0$	$-x^2 = -100$
Lösungen (L) $L = \{ 7 -7 \}$	$L = \{ 9 -9 \}$	$L = \{ 12 -12 \}$	$L = \{ 4 -4 \}$	$L = \{ 10 -10 \}$

2 Ergänze die Lücken.

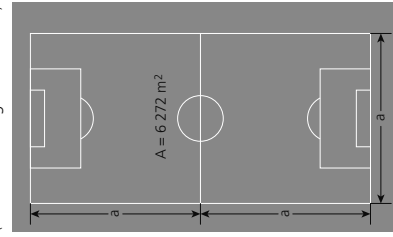
a) $2,5x^2 - 6 = 4$ $| + 6$ $| : 2,5$ $| \sqrt{\quad}$
 $2,5x^2 = 10$ $| : 2,5$
 $x^2 = 4$
 $x_{1/2} = \pm \sqrt{4}$
 $x_1 = 2$ $x_2 = -2$
 $L = \{ 2, -2 \}$

b) $40 - 2x^2 = 58$ $| - 40$
 $-2x^2 = -98$ $| : (-2)$
 $x^2 = 49$
 $x_{1/2} = \pm \sqrt{49}$
 $x_1 = 7$ $x_2 = -7$
 $L = \{ 7, -7 \}$

3 Begründe durch Rechnung, ob die Gleichung keine, eine oder zwei Lösungen haben.

a) $x^2 + 5 = 4$	$5x^2 + 7 = 5$	$16x^2 = 0$	$-5x^2 = -20$
$x^2 + 5 = 4$ $ - 5$	$5x^2 + 7 = 5$ $ - 7$	$16x^2 = 0$ $: 16$	$-5x^2 = -20$ $: (-5)$
$x^2 = -1$	$5x^2 = -2$ $: 5$	$x^2 = 0$	$x^2 = 4$ $ \sqrt{\quad}$
$x^2 < 0$	$x^2 = -0,4$	eine Lösung	$x^2 > 0$
keine Lösung	$x^2 < 0$	$L = \{ 0 \}$	zwei Lösungen
	keine Lösung		$L = \{ 2, -2 \}$

4 Berechne mithilfe einer Gleichung die Maße des Fußballfelds (keine maßstabgetreue Skizze).



Flächeninhalt halbes Fußballfeld:
 $6272 \text{ m}^2 : 2 = 3136 \text{ m}^2$

Seitenlänge a halbes Fußballfeld (Quadrat)
 $a \cdot a = 3136$ $| \sqrt{\quad}$
 $a_{1/2} = \pm \sqrt{3136}$
 $a_{1/2} = 56; a_1 = 56$

Ein negatives Ergebnis ist hier sinnlos.
 Die Seitenlängen für ein halbes Fußballfeld betragen 56 m.
 Seitenlängen ganzes Fußballfeld:
 Länge: $56 \text{ m} \cdot 2 = 112 \text{ m}$ Breite: 56 m

Am Ziel!

1 Gleichungen wertgleich umformen und lösen

a) $\frac{1}{2} \cdot (5x - 2,5) + 20 = \frac{1}{4} \cdot (x - 34) + 0,25$

$2,5x - 1,25 + 20 = 0,25x - 8,5 + 0,25$
 $2,5x + 18,75 = 0,25x - 8,25$ $| - 0,25x$
 $2,25x + 18,75 = -8,25$ $| - 18,75$
 $2,25x = -27$ $| : 2,25$
 $x = -12$

b) $\frac{4x-2}{3} = \frac{12+4x}{2}$ $| \cdot 6$

$2 \cdot (4x-2) = 3 \cdot (12+4x)$
 $8x - 4 + 36 = 12x$ $| - 8x$
 $-4 + 36 = 4x$ $| - 36$
 $-40 + 4x$ $| : 4$
 $-10 = x$

2 Gleichungen mit einer Variablen im Nenner lösen

a) Bestimme den Definitionsbereich D.

$\frac{2}{x+1} = \frac{1}{2x-4}$ $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 2\}$

$x+1=0$ $| - 1$ $2x-4=0$ $| + 4$
 $x = -1$ $2x = 4$ $| : 2$
 $x = 2$

b) Löse die Gleichung von a).

$\frac{2}{x+1} = \frac{1}{2x-4}$
 $2 \cdot (2x-4) = 1 \cdot (x+1)$
 $4x - 8 = x + 1$ $| - x$
 $3x - 8 = 1$ $| + 8$
 $3x = 9$ $| : 3$
 $x = 3$

3 Gleichungssysteme aufstellen und lösen

a) Forme das Gleichungssystem so um, dass man es mit dem Gleichsetzungsverfahren lösen kann.

$4y = 8x + 8$ $| - 5$ $14x - 10y = -1$ $| - 14x$
 $4y = 8x + 8$ $| - 5$ $14x - 10y = -1$ $| - 14x$
 $20y = 40x + 40$ $-10y = -1 - 14x$ $| \cdot (-2)$
 $-20y = 2 - 28x$

b) Stelle zur Lösung ein Gleichungssystem auf. Bei einem Basketballspiel sind insgesamt 56 Körbe geworfen worden. Mannschaft A hat 6 Körbe weniger geworfen als Mannschaft B. Wie viele Körbe haben die Mannschaften jeweils geworfen?

Mannschaft A: x Mannschaft B: y
 $I: x + y = 56$
 $II: x = y - 6$

4 Reinquadratische Gleichungen lösen

a) Bestimme die Lösungsmenge.

$5x^2 + 15 = 420$ $| - 15$
 $5x^2 = 405$ $| : 5$
 $x^2 = 81$ $| \sqrt{\quad}$
 $x_{1/2} = \pm \sqrt{81}$ $L = \{ 9; -9 \}$

b) Bestimme jeweils die Anzahl der Lösungen.

$4x^2 = -16$ $x < 0$ keine Lösung
 $2x^2 = 50$ $x > 0$ zwei Lösungen
 $9x^2 - 3 = 3$ $x = 0$ eine Lösung