Mit Hilfe der Aufwärmrunde soll möglichst präzise ermittelt werden, welche Inhalte bei den Lernenden noch verfügbar sind, wo auf fundiertes Wissen aufgebaut werden kann und was evtl. einer nochmaligen Grundlegung bedarf. Um eine gewisse Trennschärfe in dieser Lernstandserhebung zu erreichen, sind die Aufgaben differenziert gehalten: linke Spalte eher leichte Aufgaben, rechte Spalte dann schwierigere. Zudem wird für jede Aufgabennummer die angestrebte Kompetenz benannt. So kann diese Seite ein wichtiger Anhaltspunkt sein, um Lernende möglichst angemessen zu fördern.
Smileys sollen dazu anregen, eigene Fähigkeiten und Fertigkeiten allmählich selbst einzuschätzen. Eine aussagekräftige Analyse der Lernvoraussetzungen erhält die Lehrkraft, wenn sie die Ergebnisse mit dem Auswertungsbogen erfasst.

Diese Auswertung kann handschriftlich (K xx) bzw. bei click & teach auch in digitaler Form erfolgen.

K XX

L

**1 Körper erkennen**

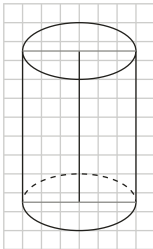
a) Ⓐ Zylinder
Ⓑ Kegel
Ⓒ Kegel
Ⓓ zwei Zylinder

b) Ⓐ zusammengesetzter Körper aus drei Zylindern
Ⓑ zusammengesetzter Körper aus Zylinder und Kegel
Ⓒ zusammengesetzter Körper: „Doppelkegel"
Ⓓ „Hohlzylinder"

**2 Ansichten von Körpern kennen und Schrägbildskizzen zeichnen**

a) Ansicht von vorne: Ⓑ
Ansicht von oben: Ⓐ
Ansicht von der Seite: Ⓒ

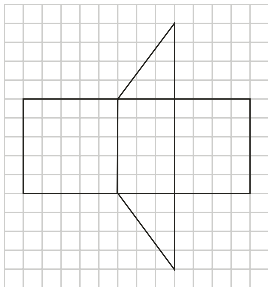
b) Schrägbildskizze:



**3 Körpernetze kennen und zeichnen**

a) Ⓐ sechsseitiges Prisma
Ⓑ Zylinder
Ⓒ Dreiecksprisma

b) Dreieck Ⓑ
Netz:



**4 Volumen von Prismen berechnen**

a) Ⓐ $V_{Pr} = G \cdot h_K$
$= 42\ cm^2 \cdot 2\ cm$
$= 84\ cm^3$

Ⓑ $V_Z = G \cdot h_K$
$= (1{,}5\ cm)^2 \cdot 3{,}14 \cdot 4\ cm$
$= 28{,}26\ cm^3$

b) Ⓐ

| | |
|---|---|
| $r$ | 3 cm |
| $h_K$ | 27,22 cm |
| $V_Z$ | 769,3 $cm^3$ |
| $O_Z$ | 569,3 $cm^2$ |

Ⓑ

| | |
|---|---|
| $h$ | 5,2 cm |
| $c$ | 5 cm |
| $h_K$ | 13 cm |
| $V_{Pr}$ | 169 $cm^3$ |
| $O_{Pr}$ | 242 $cm^2$ |

Z

## Auswertungsbogen zur Aufwärmrunde „Geometrie 2"

Einsatzhinweis:
Siehe Erläuterung Lösungsband Seite 5

# 5 Geometrie 2



## Kompetenzerwartungen und Inhalte

**R9 Lernbereich 5: Rauminhalt – Prismen, Pyramiden, Kegel**

Die Schülerinnen und Schüler …

- beschreiben die Volumenberechnung regelmäßiger gerader Prismen (Grundfläche: regelmäßige Vielecke), indem sie die Analogie $V = G \cdot h_K$ nutzen.
- beschreiben den Zusammenhang zwischen dem Volumen eines spitzen und eines geraden Körpers mit jeweils gleicher Grundfläche und Höhe, um die Formel zur Berechnung des Volumens von Pyramide und Kegel $\left(V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K\right)$ herzuleiten.
- berechnen Volumina gerader Pyramiden (Grundfläche: regelmäßige Vielecke), gerader Kegel und zusammengesetzter Körper. Sie lösen dazu Sachaufgaben und Umkehraufgaben, insbesondere berufsbezogene Aufgaben, um realistische Anwendungsbereiche kennenzulernen.

Jedes neue Kapitel beginnt mit einer Bildaufgabe. Bildliche Darstellungen sind eher offen und engen weniger als textliche Vorgaben ein. So bieten sie die Möglichkeit, verschiedene Aspekte zu sehen, herauszugreifen und zu durchdenken. Vorgegebene Fragen bzw. Aufgaben zeigen dazu einen Weg auf. Mögliche eigene Fragestellungen der Lernenden können Inhalte weiter durchdringen und lassen zudem erkennen, inwieweit Lernende mit solch offenen Situationen umzugehen vermögen.

## Einstieg

- **Im Lehrmittelzimmer einer Mittelschule befindet sich diese Sammlung von Körpermodellen. Welche Körper erkennst du?**
  z. B.: Würfel, Quader, Zylinder, verschiedene regelmäßige Prismen (drei-, vier-, fünf-, sechsseitig), verschiedene regelmäßige gerade Pyramiden (dreieckig, quadratisch, fünfeckig, sechseckig), Halbkugel, Kugel.
- **Wie könnte man die Modelle ordnen? Findet verschiedene Möglichkeiten.**
  Ordnungsmöglichkeit 1: Prismen, Spitzkörper, kugelförmige Körper, usw.
  Ordnungsmöglichkeit 2: Nach der Art der Grundfläche (z. B. mit dreieckiger, viereckiger oder kreisförmiger Grundfläche).
- **Beschreibe einen Körper mit seinen Eigenschaften. Dein Partner soll ihn erraten.**
  Es sind weitere individuelle Beschreibungen möglich, z. B.: Welche Körper haben genau 6 (8, …) Flächen? Welche Körper haben gekrümmte Kanten?
- **Findet selbst Fragen oder Aufgaben zu den Körpern und beantwortet bzw. bearbeitet diese.**
  - Welche Körper haben die gleiche Anzahl von Ecken (Kanten, Seiten)?
  - Welche Körper findest du in deiner Umgebung, im Klassenzimmer, zu Hause wieder?
  - Weitere individuelle Fragestellungen und Aufgaben sind möglich.

## Ausblick

Hier werden kurz und kompetenzorientiert die Inhalte des nachfolgenden Kapitels aufgezeigt. Die Lernenden erhalten so bereits einen ersten Überblick über das, was sie auf den nächsten Seiten lernen.

# Pyramiden und Kegel untersuchen und beschreiben

Die Lernenden beschreiben Eigenschaften von geraden Pyramiden (Grundfläche: Quadrat, Rechteck, Dreieck oder regelmäßiges Vieleck) sowie geraden Kegeln an Modellen, an Schrägbildern und an Körpern im Alltag. Sie erstellen die abgewickelten Oberflächen von Pyramiden und Kegeln aus Papier, um den jeweiligen Unterschied von Grund- und Mantelfläche zu erkennen.
Sie lösen dazu kopfgeometrische Aufgaben, um ihre Raumvorstellung zu schulen.

L

**1** a) Körper → Benennung → Grundkörper

Ⓐ → Pralinenschachtel → Sechseck-Prisma
Ⓑ → Spielwürfel „Rubik’s cube“ → Würfel
Ⓒ → Haus → Kugel
Ⓓ → Stroh-Rundballen → Zylinder
Ⓔ → Sechskant-Mutter → Sechseck-Prisma
Ⓕ → „Nur-Dach-Haus“ → Dreiecks-Prisma
Ⓖ → Konservendose → Zylinder
Ⓗ → Pyramidendach → Pyramide
Ⓘ → halbe Torte → Halbzylinder
Ⓙ → Warn- oder Leitkegel → Kegel

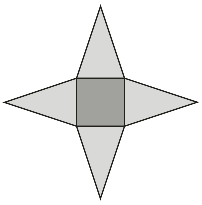
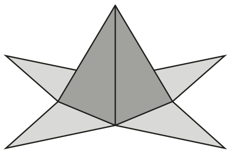
b) Individuelle Schülerantworten sind möglich.

c) Einteilungsmöglichkeiten der Körper mit ähnlichen Eigenschaften:
Prismen: Stifte-Box, Farbstift, ..
Würfel und Quader: Schulrucksack, Smartphone, …
Zylinder: Getränkedose, Kreide, …
Spitzkörper: Schultüte, Bleistiftspitze, …
Weitere individuelle Antworten sind möglich, z. B. eine Anordnung nach der Grundfläche.

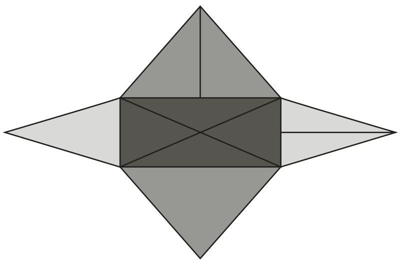
**2** a) Jana und Mark ordnen die Körper nach Spitzkörpern und Prismen.

b) Individuelle Antworten sind möglich , z. B. Prismen: Sechseck-Prisma, Dreiecks-Prisma; Spitzkörper: sechseckige Pyramide.

**3** a) Es entsteht eine quadratische Pyramide. Die quadratischen Grundflächen der Pyramiden sind jeweils unterschiedlich groß. Die Pyramiden sind unterschiedlich hoch.

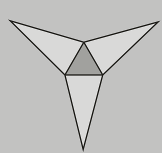
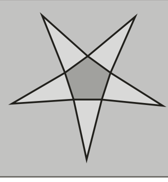
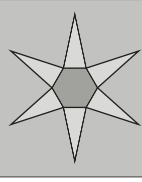



b) Man bräuchte jeweils zwei gleich große, gleichschenklige Dreiecke. Die rechteckigen Grundflächen sind unterschiedlich groß. Die Pyramiden wären unterschiedlich hoch.



**4** Die jeweils entstehenden Kegelmäntel haben – aufgestellt – eine unterschiedliche Höhe. Der jeweils zugehörige Grundflächenkreis ist unterschiedlich groß.

**5**

| Benennung | dreieckige Pyr. | fünfeckige Pyr. | sechseckige Pyr. |
|---|---|---|---|
| Anzahl der Ecken | 4 | 6 | 7 |
| Anzahl der Kanten | 6 | 10 | 12 |
| Mantelfläche | 3 gleich große, gleichschenklige Dreiecke | 5 gleich große, gleichschenklige Dreiecke | 6 gleich große, gleichschenklige Dreiecke |
| Netz |  |  |  |

**6** a) Bei schiefen Körpern befindet sich die Spitze nicht senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche, bei geraden Spitzkörpern dagegen schon.

b) gerade Pyramiden: Ⓕ, Ⓖ, Ⓘ
Die Spitze befindet sich senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche.
schiefe Pyramiden: Ⓐ, Ⓔ, Ⓗ
Die Spitze befindet sich nicht senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche.
gerade Kegel: Ⓓ
Die Spitze befindet sich senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche.
schiefe Kegel: Ⓑ, Ⓒ
Die Spitze befindet sich nicht senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche.

**7** a) Vollständige Tabelle:

| Grundfläche der Pyramide | Anzahl an der Pyramide | | |
|---|---|---|---|
| | Ecken (E = n + 1) | Kanten (K = 2 · n) | Flächen (F = n + 1) |
| Dreieck (n = 3) | 4 | 6 | 4 |
| Viereck (n = 4) | 5 | 8 | 5 |
| Fünfeck (n = 5) | 6 | 10 | 6 |
| Sechseck (n = 6) | 7 | 12 | 7 |
| Siebeneck (n = 7) | 8 | 14 | 8 |

b) Die Anzahl der Ecken ist jeweils um eins größer als die Ecken der Grundfläche
Beispiel: Dreieck → 3 Ecken in der Grundfläche + 1 Spitze → 4 Ecken insgesamt.
Die Anzahl der Kanten ist doppelt so groß wie die Anzahl der Grundflächenkanten
Beispiel: Fünfeck-Pyramide → 5 Grundflächenkanten → 10 Kanten insgesamt.
Die Anzahl der Flächen ist genauso groß wie die Anzahl der Ecken.
Die Anzahl der Flächen ist um 1 größer als die Eckenzahl der Grundfläche.
Beispiel: Siebeneck-Pyramide → 7 Ecken in der Grundfläche + 1 → 8 Flächen insgesamt.

**8** a) Ⓐ ja → dreiseitige (dreieckige) Pyramide
Ⓑ ja → Kegel
Ⓒ ja → dreiseitiges (dreieckiges) Prisma
Ⓓ ja → fünfseitige (fünfeckige) Pyramide
Ⓔ ja → rechteckige Pyramide
Ⓕ nein
Ⓖ ja → schräge Pyramide
Ⓗ ja → dreiseitiges Prisma
Ⓘ ja → quadratische Pyramide
Ⓙ ja → Würfel
Ⓚ ja → quadratische Pyramide
Ⓛ ja → quadratische Pyramide

b) Prismen: Ⓒ, Ⓖ, Ⓘ.
Begründung: Grund- und Deckfläche jeweils sind deckungsgleich.
Spitzkörper: Ⓐ, Ⓑ, Ⓓ, Ⓔ, Ⓗ, Ⓙ
Begründung: Es entstehen jeweils Pyramiden bzw. ein Kegel.

**9**

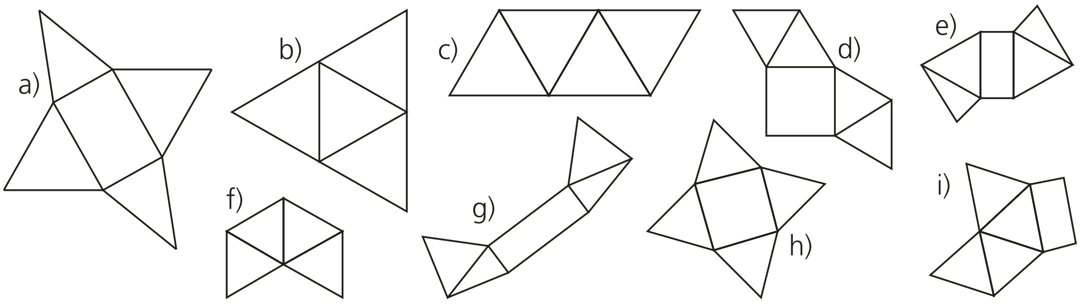
| Körper | Ansicht von… | | |
|---|---|---|---|
| | oben | vorne | der Seite |
| A | --- | 4 | 4 |
| B | 2 | 2 | 2 |
| C | 3 | 3 | 2 |
| D | 2 | 4 | 4 |
| E | 1 | 3 | 3 |
| F | 1 | 4 | 4 |
| G | 3 | 3 | 4 |
| H | 1 | 1 | 1 |

Z

## Netze von Pyramiden (Kopfgeometrie)

Einsatzmöglichkeit: Auf Folie vorgeben

Möglicher Arbeitsauftrag:
Aus welchen Netzen kann man Pyramiden falten? (Lösung: a, b, c, d, e, h)

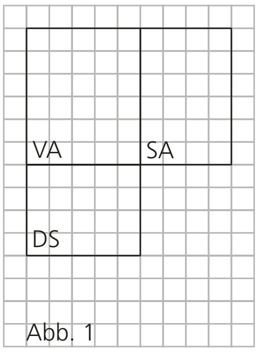


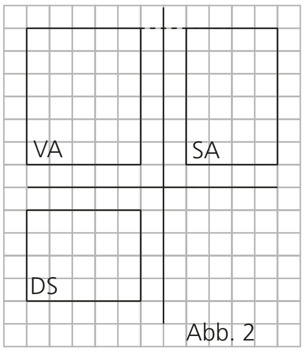

## Dreitafelbilder zeichnen

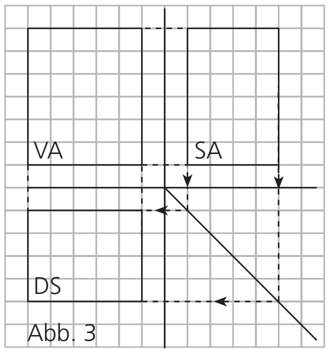
Einsatzmöglichkeit: Als Arbeitsblatt vorgeben

Entsprechend den Skizzen wird geschicktes Zeichnen von Dreitafelbildern verdeutlicht.
Dabei ist anzumerken:

- Abstandslinien vom Achsenkreuz (üblicherweise 1 cm) erhöhen die Übersichtlichkeit. (Abb. 2).
- Die Übertragung der Projektionslinien von der Seitenansicht zur Draufsicht mittels Hilfsdiagonale erspart den Einsatz des Zirkels und ist gerade auf dem Karoraster des Matheheftes sinnvoll. (Abb. 3)



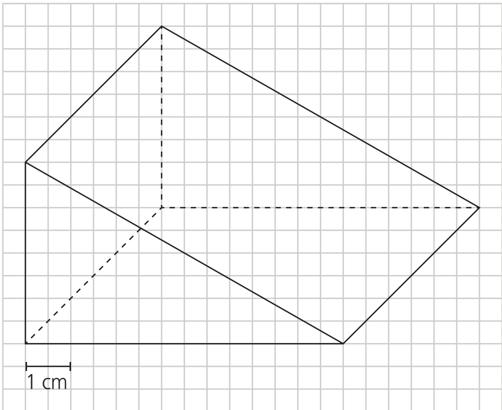



L

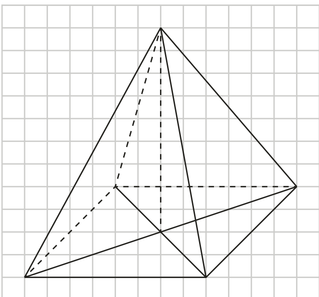
**1** a) Zwischen Schrägbild und Schrägbildskizze besteht folgender Unterschied:
Beim Schrägbild werden die nach hinten verlaufenden Kanten in exakt halber Länge und im Winkel von 45° entlang der Karodiagonalen gezeichnet.
Bei der Schrägbildskizze hingegen werden die Kanten nach hinten ebenfalls verkürzt und im 45°-Winkel gezeichnet. Jedoch entspricht hier einem Zentimeter jeweils eine Karodiagonale. Eine Schrägbildskizze ist somit einfacher zu zeichnen, da sich die Schüler an den Karodiagonalen und den jeweiligen Kästchengrenzen orientieren können.
Unsichtbare Linien werden selbstverständlich wie bei allen 3-D-Darstellungen in gestrichelter Form gezeichnet.

b) Zeichnerische Darstellung wie im Schülerbuch vorgegeben.

c)

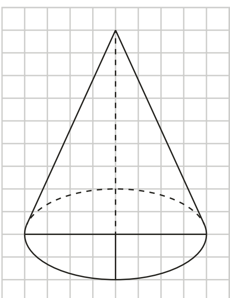



**2** Schrägbildskizze quadratische Pyramide und Kegel mit Beschreibung:



Beschreibung Schrägbildskizze einer quadratischen Pyramide:

- Grundkante a = 4 cm als durchgezogene Linie zeichnen.
- Die nach hinten verlaufenden, sichtbaren Linien im 45°-Winkel (Orientierung: Karodiagonale) antragen: 4 cm ≙ 4 Karodiagonalen) → Es entsteht ein „Parallelogramm" als Grundfläche.
- Die beiden Grundflächendiagonalen als Hilfslinien eintragen.
- Im Schnittpunkt dieser Diagonalen die Körperhöhe (4,5 cm) senkrecht und unverkürzt antragen.
- Die Spitze der Höhe mit den vier Eckpunkten von G verbinden → Vier Kanten ergeben die Pyramidenmantel-Dreiecke.
- Nicht sichtbare Kanten werden gestrichelt.



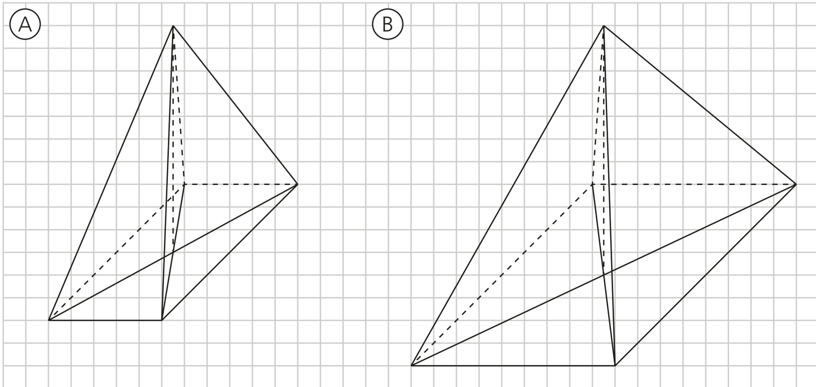
Beschreibung Schrägbildskizze Kegel:

- Den Radius r = 2 cm verdoppelt antragen → Hauptachse der Ellipse entsteht.
- Im Achsenmittelpunkt senkrecht dazu den halben Radius nach oben und unten eintragen → ergibt die Nebenachse der Ellipse.
- Die beiden Ellipsenbögen laut Anleitung TIPP eintragen.
- Im Schnittpunkt der beiden Ellipsen-Achsen die Körperhöhe senkrecht und unverkürzt eintragen → Kegelspitze entsteht.
- Die Kegelspitze mit den beiden Enden der Hauptachse verbinden: „Kegelkanten" entstehen.
- Nicht sichtbare Linien werden gestrichelt.

Schrittweise wird das Zeichnen einer Schrägbildskizze von Pyramiden bzw. Kegeln erarbeitet:
Zunächst wird der Unterschied zwischen Schrägbild und Schrägbildskizze erläutert.
Im Merkkasten erfolgt eine Schritt-für-Schritt-Anleitung zu Pyramide und Kegel. Anschließend werden vielfältige, variierte Übungen zu quadratischen und rechteckigen Pyramiden sowie zu verschiedenen Kegeln durchgeführt.
Auf der zweiten Seite werden jeweils Skizzen anhand von Draufsichten und Vorderansichten erstellt.
Im Methodenkasten wird das Zeichnen von Schrägbildskizzen mit dem Computer Schritt für Schritt angeleitet. Durch diese unterschiedlichen Aufgabenstellungen gewinnen die Lernenden zunehmend Sicherheit.

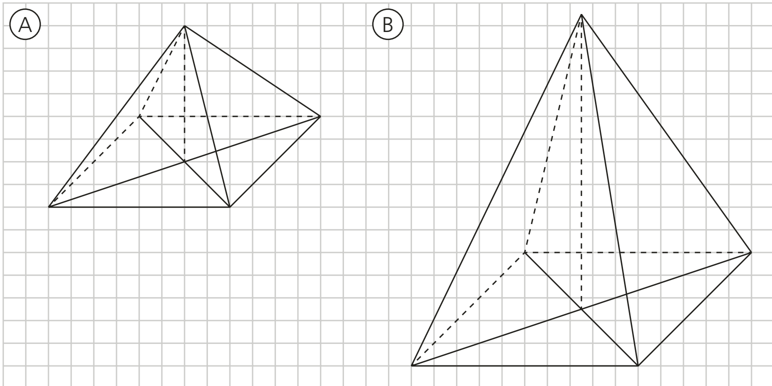
**3** Lösung im Schülerbuch.

**4** a)



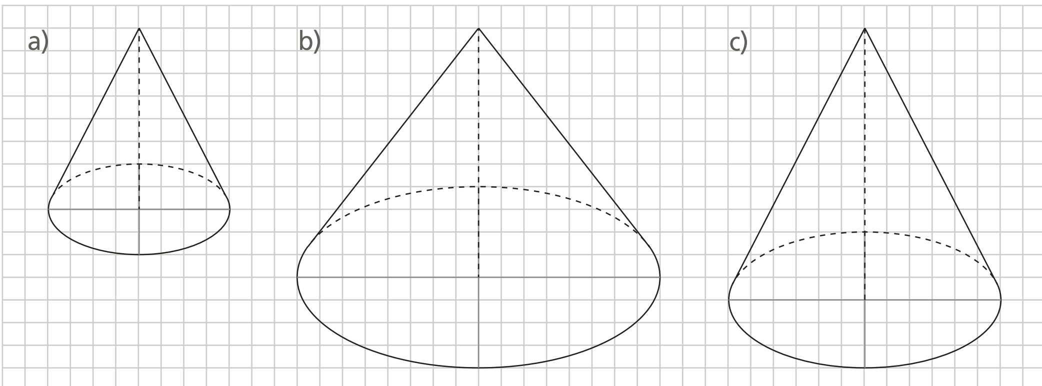

Ⓒ, Ⓓ Erstellung der Zeichnung gemäß vorherigen Aufgaben.

b)




Ⓒ, Ⓓ Erstellung der Zeichnung gemäß vorherigen Aufgaben.

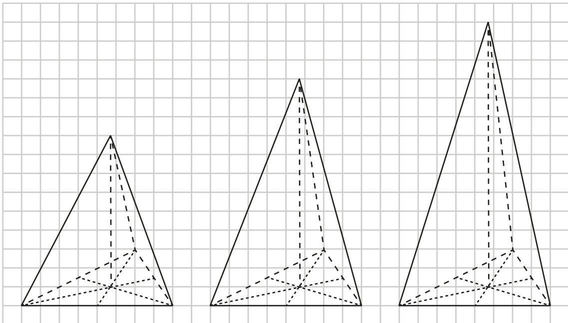
**5**



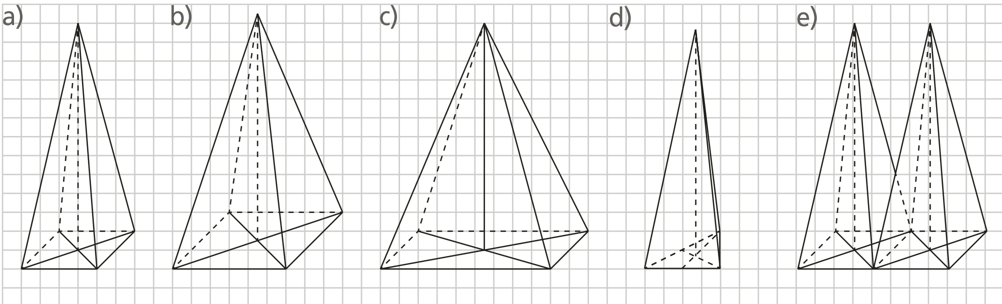

d), e), f) Erstellung der Zeichnung gemäß vorherigen Aufgaben.

**6** a)
1. Zeichne die Grundfläche auf.
2. Ergänze die Grundfläche zu einem Rechteck.
3. Zeichne das Rechteck im Schrägbild und füge das Dreieck ein.
4. Zeichne die Seitenhalbierenden des Dreiecks ein und zeichne an deren Schnittpunkt die Höhe der Pyramide ein. Verbinde nun die Spitze der Pyramide mit der Grundfläche.

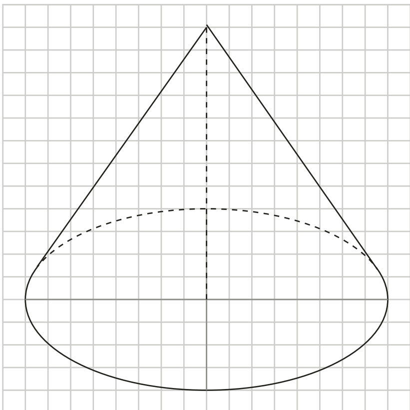
b)



**7** Schrägbildskizzen der einzelnen Pyramiden mit jeweils gleicher Körperhöhe $h_K = 6$ cm.




**8** a) Schrägbildskizzen der einzelnen Kegel im Maßstab 2 : 1.



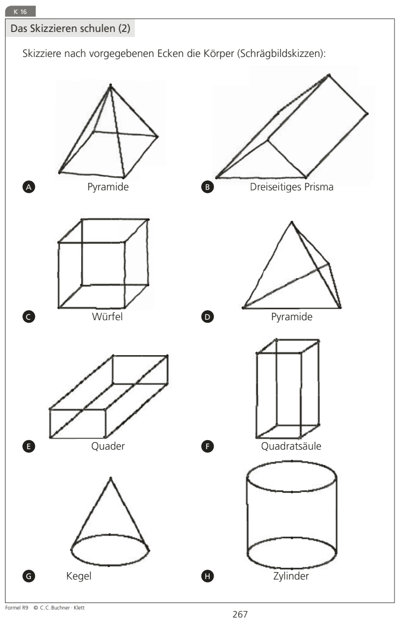
b), c), d) Erstellung der Zeichnung gemäß vorherigen Aufgaben.

Z

## Das Skizzieren schulen

Einsatzmöglichkeit:
Als Arbeitsblatt vorgeben

Nach grundlegenden Übungen in K 15 geht es nun darum, Körper zu skizzieren.
Die Eckpunkte sind vorgegeben, entsprechend sollen die Figuren gezeichnet werden. Neben der Schulung des Freihandzeichnens dient das Arbeitsblatt auch der Schulung der Raumvorstellung:
Welche Körper verstecken sich hinter den vorgegebenen Punkten?
Wie muss ich die Kanten ziehen, damit der geometrische Körper entsteht?


K 16

Das Skizzieren schulen (2)

Skizziere nach vorgegebenen Ecken die Körper (Schrägbildskizzen):

A Pyramide
B Dreiseitiges Prisma
C Würfel
D Pyramide
E Quader
F Quadratsäule
G Kegel
H Zylinder

Formel R9 © C.C.Buchner · Klett

267

K XX

K XX

# Volumen von Prismen berechnen

Mit Hilfe von verschieden ausgeformten Objekten aus der Erfahrungswelt der Lernenden (Aquarien) wird die Volumenberechnung beim Prisma erarbeitet:
Die Lernenden beschreiben die Volumenberechnung bei geraden Prismen, indem sie die Analogie für die Volumensberechnung
$V = G \cdot h_K$ benutzen.

Sie erkennen und erklären die Abhängigkeit des Prismenvolumens vom Flächeninhalt der regelmäßig ausgeprägten Grundfläche und der jeweiligen Körperhöhe. Mit diesem Wissen vermögen sie auch die anspruchsvolleren Aufgaben der Seite 97 zu lösen.
Durch die reversiblen Aufgabenstellungen gewinnen sie zunehmend Sicherheit bei der Berechnung.

L

**1** Die Volumenberechnung kann einsichtig mit dem Schichtenmodell veranschaulicht werden: Jede Körperform der Aquarien lässt sich in unendlich viele dünne Schichten zerlegen. Der Flächeninhalt einer einzelnen Schicht entspricht der Grundfläche G, die Anzahl der unendlich vielen Einzelschichten der Körperhöhe $h_K$.
Lösungsvorschlag:
① Man füllt die Aquarien schrittweise mit Wasser. Der Wasserspiegel repräsentiert die Grundfläche.
② Wenn die Aquarien vollgefüllt sind, hat man insgesamt die Körperhöhe eingefüllt.
Daraus ergibt sich für jedes dargestellte Aquarium die Analogie $V = G \cdot h_K$.

**2**

| | quadratische Grundfläche | rechteckige Grundfläche | dreieckige Grundfläche |
|---|---|---|---|
| a) | 1 300 cm³ | 576 cm³ | 120 cm³ |
| b) | 1 250 cm³ | 87,36 cm³ | 38,5 cm³ |
| c) | 840,5 cm³ | 505,6 cm³ | 315 cm³ |

**3**

| | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| G | 10 cm² | 196 cm² | 169 cm² | 225 cm² | 0,4 m² | 1,8 m² |
| $h_K$ | 50 cm | 45 cm | 7 cm | 44 cm | 4,7 m | 3,6 m |
| $V_{Pr}$ | 500 cm³ | 8 820 cm³ | 1 183 cm³ | 9 900 cm³ | 1,88 m³ | 6,48 m³ |

**4** a) $G = 10\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 100\text{ cm}^2$
$1\,200\text{ cm}^2 : 100\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}$

b) $G = 10\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 80\text{ cm}^2$
$1\,200\text{ cm}^2 : 80\text{ cm}^2 = 15\text{ cm}$

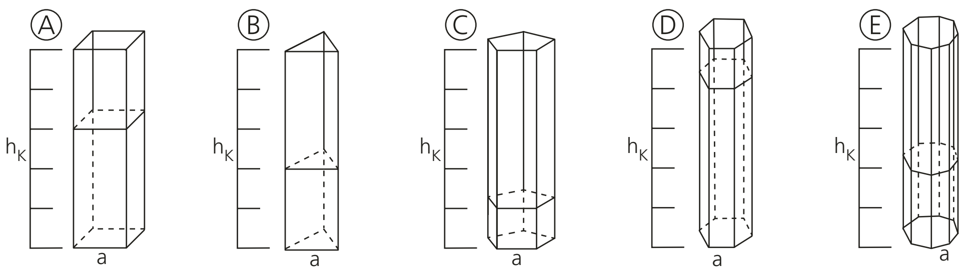
c) $G = \frac{1}{2} \cdot 10\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 40\text{ cm}^2$
$1\,200\text{ cm}^2 : 40\text{ cm}^2 = 30\text{ cm}$

d) $G = \frac{1}{2} \cdot 10\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 40\text{ cm}^2$
$1\,200\text{ cm}^2 : 40\text{ cm}^2 = 30\text{ cm}$

**5** a) Masse $m = V_{Pr} \cdot$ Dichte $\rho = \left(\frac{g \cdot h}{2} \cdot h_K\right) \cdot 2{,}8 = \frac{3{,}25 \cdot 3{,}25}{2} \cdot 10 \cdot 2{,}8$
$\approx 147{,}88$ [g]

b) $h_K$ = Masse m : Dichte : $G = 280 : 2{,}8 : \left(\frac{3{,}25 \cdot 3{,}25}{2}\right) \approx 18{,}9$ (cm)

**6**




| | Alle Prismen haben regelmäßige Vielecke als Grundflächen. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) | Vierseitiges Prisma Vierecksäule | Dreiseitiges Prisma Dreiecksäule | Fünfseitiges Prisma Fünfecksäule | Sechsseitiges Prisma Sechsecksäule | Achtseitiges Prisma Achtecksäule |
| b) | $V_K = 120\text{ cm}^3$ $V_{Fl.} = 72\text{ cm}^3$ | $V_K = 52{,}5\text{ cm}^3$ $V_{Fl.} = 21\text{ cm}^3$ | $V_K = 118{,}125\text{ cm}^3$ $V_{Fl.} = 23{,}625\text{ cm}^3$ | $V_K = 175{,}5\text{ cm}^3$ $V_{Fl.} = 140{,}4\text{ cm}^3$ | $V_K = 144\text{ cm}^3$ $V_{Fl.} = 57{,}6\text{ cm}^3$ |

**7** a) Erläuterung:

$V_{Ei} = V_{nach\ Einlegen} - V_{vor\ Einlegen} = (G \cdot h_K) - (G \cdot h_K) = (6 \cdot 6 \cdot 5) - (6 \cdot 6 \cdot 3)$
$= 180 - 108 = 72\ (cm^3) = 72\ (ml)$

b) $V_{Wachtelei} = (V_{nach\ Einlegen} - V_{vor\ Einlegen}) : 2 = ((6 \cdot 6 \cdot 4{,}9) - (6 \cdot 6 \cdot 3)) : 2 = 34{,}2\ (cm^3)$

**8** a) $V_{Stein} = G_{Sechseck} \cdot h_K = (A_{Dreieck} \cdot 6 \cdot h_K) = \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 6 \cdot 8\right) = \frac{12{,}5^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 6 \cdot 8$
$\approx 3\,247{,}60\ (cm^3)$

Masse $m_{Stein} = V_{Stein} \cdot$ Dichte $\rho = 3\,247{,}59 \cdot 2{,}2 \approx 7\,144{,}70\ (g) \approx 7\ (kg)$

b) Anzahl Steine $= 1\ (m^2) : G_{Sechseck} = 10\,000\ (cm^2) : 405{,}95\ (cm^2) = 24{,}633$
$\approx 25$ ganze Steine

$A_{Sechseck} = 6 \cdot A_{Dreieck}$
$A_{Seckseck} = 6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$
$A_{Seckseck} = \frac{6 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$
$A_{Seckseck} = \frac{3 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$
$A_{Seckseck} = \frac{3}{2} \cdot a^2 \sqrt{3}$

**9** Fassungsvermögen Pool $= V_{Achteckprisma}$

Achtung: Eine Füllmenge bis 10 cm unter dem Rand entspricht einer Körperhöhe von $h_K = 126$ cm.

$G_{Achteck} = 8 \cdot$ Dreieck $= 8 \cdot \frac{g \cdot h}{2}$

Fassungsvermögen $= V_{Achteckprisma} = G_{Achteck} \cdot Füllhöhe_{Wasser} = \frac{145 \cdot 175}{2} \cdot 8 \cdot 126 =$
$= 12\,789\,000\ (cm^3) = 12\,789\ (dm^3) = 12\,789\ (l)$

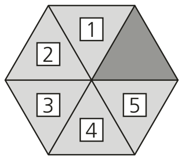
**10** a) und b): Individuelle Ergebnisse

**11** Erläuterung des Rechenweges:

$V_{Prisma} = G_{Prisma} \cdot h_K$

$G_{Prisma}$ = regelmäßiges Sechseck minus 1 Bestimmungsdreieck

$V_{Prisma\ mit\ Keil} = 5 \cdot \frac{g \cdot h}{2} \cdot h_K = 5 \cdot \frac{30 \cdot 26}{2} \cdot 150 = 292\,284\ [cm^3]$



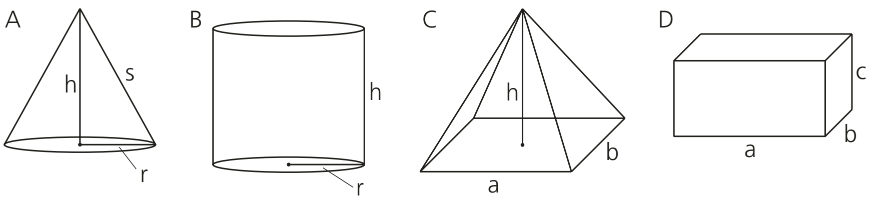

Z

## Berechnungen an Körpern (Kopfgeometrie)

Einsatzmöglichkeit: Auf Folie vorgeben

Arbeitsauftrag: Vervollständige die Formeln und ordne sie den jeweiligen Körpern zu.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \square \cdot \square$ | $V = a \cdot \square \cdot \square$ | $V = \square \cdot \pi \cdot \square$ | $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \square \cdot \square$ |
| $O = 2\,(a \cdot b + \square \cdot \square + \square \cdot \square)$ | $O = r \cdot \pi\,(\square + \square)$ | $O = 2\,r\,\pi\,(\square + \square)$ | |




Lösungen:

| | |
|---|---|
| A: $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$ $O = r \cdot \pi\,(r + s)$ | B: $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ $O = 2\,r\,\pi\,(r + h)$ |
| C: $V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot b \cdot h$ | D: $V = a \cdot b \cdot c$ $O = 2\,(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$ |

# Volumen von Pyramiden berechnen

Die Lernenden bestimmen über handlungsorientierte Vorgehensweisen (annähernd) das Volumen von geraden Pyramiden:
Es ist ein Drittel des Volumens eines Würfels bzw. Quaders mit gleicher Grundfläche und gleicher Körperhöhe.
Die Berechnungsformel bestätigt diese Hypothese. Auf der zweiten Seite berechnen die Lernenden das Volumen von geraden Pyramiden unterschiedlicher Form. Sie lösen anspruchsvollere Aufgaben und finden dabei unterschiedliche Lösungswege (beispielsweise bei Aufgabe 12).
Reversible Aufgabenstellungen mit Formelumstellungen finden Berücksichtigung.

L

**1** a) $V_A = 6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 216\text{ cm}^3$
$V_B = 36\text{ cm}^3 + 25\text{ cm}^3 + 16\text{ cm}^3 + 9\text{ cm}^3 + 4\text{ cm}^3 + 1\text{ cm}^3 = 91\text{ cm}^3$
$V_C = 25\text{ cm}^3 + 16\text{ cm}^3 + 9\text{ cm}^3 + 4\text{ cm}^3 + 1\text{ cm}^3 = 55\text{ cm}^3$

b) $91\text{ cm}^3 > V_{Pyramide} > 55\text{ cm}^3$ Schätzwert: $\frac{91\text{ cm}^3 + 55\text{ cm}^3}{2} = 73\text{ cm}^3$
Berechnung: $\frac{1}{3} \cdot 36\text{ cm}^2 \cdot 6\text{ cm} = 72\text{ cm}^3$

c) $\frac{72\text{ cm}^3}{216\text{ cm}^3} = \frac{1}{3}$

**2** a) –/–

b) $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot V_{Würfel}$
$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot 9\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} = 243\text{ cm}^3$
$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot 12\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 576\text{ cm}^3$

**3**

| | a) | b) | c) |
|---|---|---|---|
| $V_{Prisma}$ | $18\,000\text{ cm}^3$ | $41\,160\text{ cm}^3$ | $9\,072\text{ cm}^3$ |
| $V_{Pyramide}$ | $6\,000\text{ cm}^3$ | $13\,720\text{ cm}^3$ | $3\,024\text{ cm}^3$ |

**4** a) Das Volumen wird verdoppelt (verdreifacht).
b) Das Volumen wird halbiert (gedrittelt).

**5** Alle Körper haben das gleiche Volumen:
a) $V = \frac{1}{3} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 90\text{ cm} = 48\,000\text{ cm}^3 = 48\text{ dm}^3$
b) $V = \frac{1}{3} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 45\text{ cm} + \frac{1}{3} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 45\text{ cm} = 48\text{ dm}^3$
c) $V = \frac{1}{3} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 60\text{ cm} + \frac{1}{3} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} = 48\text{ dm}^3$

**6** a) $V = \frac{1}{3} \cdot 8\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} = 192\text{ cm}^3$
b) $V = \frac{1}{3} \cdot 10\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} = 180\text{ cm}^3$
c) $h_{gleichschenkl.\ Dreieck} = 4\text{ cm}$ $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\text{ cm} \cdot 4\text{ cm}}{2} \cdot 9\text{ cm} = 36\text{ cm}^3$
d) $h_{Teildreieck} \approx 3{,}5\text{ cm}$
$A_G = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 6 = 42\ (\text{cm}^2)$ $V = \frac{1}{3} \cdot 42\text{ cm}^2 \cdot 9\text{ cm} = 126\text{ cm}^3$

**7**

| | rechteckige Grundfläche | dreieckige Grundfläche | sechseckige Grundfläche |
|---|---|---|---|
| a) | $V = 6\,912\text{ cm}^3$ | $V = 480\text{ cm}^3$ | $G = 16\,627{,}7\text{ cm}^2$<br>$V = 1\,219\,363{,}8\text{ cm}^3$ |
| b) | $V = 29\,120\text{ cm}^3$ | $V = 45\,333{,}3\text{ cm}^3$ | $G = 8\,147{,}6\text{ cm}^2$<br>$V = 244\,427\text{ cm}^3$ |
| c) | $V = 324\,720\text{ cm}^3$ | $V = 266\,666{,}7\text{ cm}^3$ | $G = 50\,922{,}3\text{ cm}^2$<br>$V = 3\,904\,042{,}2\text{ cm}^3$ |
| d) | $V = 1\,080\,000\text{ cm}^3$ | $V = 480\text{ cm}^3$ | $G = 4\,156{,}92\text{ cm}^2$<br>$V = 69\,282\text{ cm}^3$ |

**8** $V = 42\text{ cm} \cdot 42\text{ cm} \cdot 68\text{ cm} \cdot \frac{1}{3} = 39\,984\text{ cm}^3$

$m = 39\,984\text{ cm}^3 \cdot 2{,}7\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 107\,958{,}8\text{ g} \approx 108\text{ kg}$

**9**

| | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_G$ | 30 cm² | 588 cm² | 169 cm² | 225 cm² | 1,2 m² | 5,4 m² |
| $h_K$ | 50 cm | 45 cm | 21 cm | 132 cm | 4,7 m | 3,6 m |
| $V_P$ | 500 cm³ | 8 820 cm³ | 1 183 cm³ | 9 900 cm³ | 1,88 m³ | 6,48 m³ |

**10** $V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot G$

$76{,}26 = \frac{1}{3} \cdot h \cdot 4{,}5 \cdot 8{,}2$

$h = \frac{3 \cdot 76{,}26}{4{,}5 \cdot 8{,}2} = 6{,}2\ (\text{m})$

$V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot G$

$76{,}26 = \frac{1}{3} \cdot h \cdot 6{,}2 \cdot 4{,}1$

$h = \frac{3 \cdot 76{,}26}{6{,}2 \cdot 4{,}1} = 9\ (\text{m})$

**11** $V_{\text{Würfel}} = 225{,}36\text{ cm}^3$ $\qquad V_{\text{Pyramide}} = \frac{1}{3} \cdot 225{,}36\text{ cm}^3 = 75{,}12\text{ cm}^3$

$V_{\text{Rest}} = 225{,}36\text{ cm}^3 - 75{,}12\text{ cm}^3 = 150{,}24\text{ cm}^3$

**12** a) 6 Teilpyramiden: ABCDS, BCGFS, GHDCS, HEADS, EFGHS, ABFES

b) $V_{\text{Teilpyramide}} = V_{\text{Würfel}} : 6 = 512\text{ cm}^3 : 6 = 85{,}3\text{ cm}^3$

$V_{\text{Teilpyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 8\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} \approx 85{,}3\text{ cm}^3$

**13** Die Körperhöhe berechnet sich durch Formelumstellung aus dem gegebenen Volumen ($0{,}3\text{ l} = 0{,}3\text{ dm}^3 = 300\text{ cm}^3$) und der zu bestimmenden Grundfläche G (gleichseitiges Dreieck: $G = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$):

$G = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{13{,}7^2}{4} \cdot \sqrt{3} \approx 81{,}3\ (\text{cm}^2)$

$V_{\text{Dreieckspyramide}} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K \qquad 300 = \frac{1}{3} \cdot 81{,}3 \cdot h_K$

$h_K = \frac{3 \cdot 300}{81{,}3} \approx 11{,}1\ [\text{cm}]$

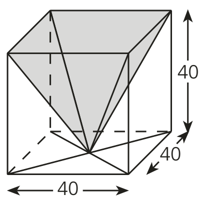
Z

## Berechnungen an Körpern (Kopfgeometrie)

K XX

Einsatzmöglichkeit: Auf Folie vorgeben

Möglicher Arbeitsauftrag: Welche Größen werden jeweils berechnet? (Differenzierungsmöglichkeit: Größen 1 bis 6 nicht / ungeordnet vorgeben.)




Lösungen: a – 4; b – 5, c – 2; d – 6; e – 1; f – 3

a) $\sqrt{40^2 + 40^2}$

b) $40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} - \frac{1}{3} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm}$

c) $\frac{1}{3} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm}$

d) $\sqrt{20^2 + 40^2}$

e) $4 \cdot 40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm}$

f) $40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} \cdot 6$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | $\text{Mantel}_{\text{Würfel}}$ | **2** | $V_{\text{Pyramide}}$ | **3** | $\text{Oberfläche}_{\text{Würfel}}$ |
| **4** | $\text{Diagonale}_{\text{Würfelseite}}$ | **5** | $V_{\text{Restkörper}}$ | **6** | $\text{Höhe}_{\text{Seitendreieck}}$ |

Nach Betrachtungen und Berechnungen an geraden pyramidenförmigen geometrischen Körpern werfen wir nun einen Blick auf die Pyramiden des alten Ägypten, exemplarisch an den drei weltberühmten Gizeh-Pyramiden. Die Cheopspyramide beeindruckt noch immer durch ihre gigantischen Ausmaße und ihre Exaktheit.
Die Informationen der Schüler- und Lehrerbuchseite wollen ansatzweise diese beeindruckenden Leistungen der Baumeister und Arbeiter vor annähernd 5 000 Jahren herausstellen.
Mittels mehrerer, auch reversibler Aufgaben sollen die Dimensionen dieser monumentalen Bauten verdeutlicht werden.

## Weitere Informationen zur Cheopspyramide

Die Pyramiden, besonders deren größte, die Cheopspyramide, haben immer wieder Wissenschaftler angeregt, sich mit besonderen Erscheinungen auseinanderzusetzen.
Viele Fragen wurden bis heute nicht fundiert geklärt:
Wie wurden die Pyramiden gebaut? Welcher Hilfsmittel bediente man sich?
Viele Besonderheiten wurden im Laufe der Zeit entdeckt; es ist in der Tat ungewiss, ob die mathematischen, geometrischen, astronomischen oder physikalischen Phänomene letztlich gewollt oder rein zufällig sind. Im Folgenden soll eine kleine Auswahl von Besonderheiten aufgezeigt werden:

**1** Die Pyramide ist exakt nach den vier Himmelsrichtungen ausgerichtet.

**2** Die Pyramide ist eine riesige Sonnenuhr. Von Mitte Oktober bis Anfang März zeigen die Schatten die Jahreszeiten an.

**3** Der Abstand der Cheopspyramide vom Mittelpunkt der Erde ist genauso groß wie die Distanz zum Nordpol. Die Entfernung zur Äquatorebene ist gleich dem halben Erdradius. (Abb. 1)

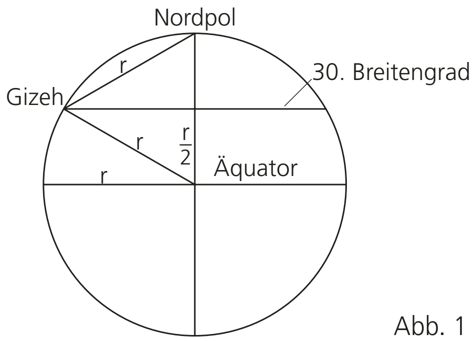



Abb. 1

**4** Die Exaktheit der Bauausführung ist selbst heute mit modernster Technik kaum realisierbar. Die maximale Abweichung der Seitenkanten vom Mittelwert beträgt 11 cm, das bedeutet auf 230 m einen Fehler von weniger als 0,05 % (Abb. 2).
Die durchschnittliche Abweichung der Ausrichtung liegt bei 3,1 Bogenminuten. Der Fehler ist hier 0,014 %.

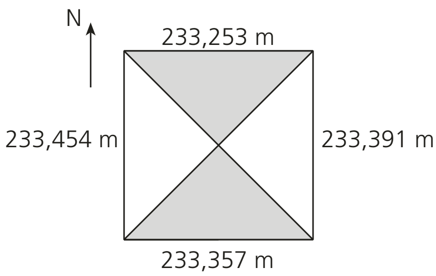



Abb. 2

Z

### Infotafel zur Cheopspyramide

| | |
|---|---|
| Messdaten | Ursprünglich 148 m hoch; jetzt 138 m hoch<br>Seitenlänge ursprünglich: 233 m; jetzt: 227 m<br>bestehend aus ca. 2,3 Mio. Steinblöcken |
| Ort | Gizeh |
| Bauherr | Cheops |
| Bauzeit | 30 Jahre mit etwa 100 000 Arbeitern (laut Herodot) |
| Alter | Annähernd 5 000 Jahre |
| Zweck | Grabstätte für Pharao Cheops |

L

Berechnungen:

**1** Heutige Grundfläche: $G = (227\ \text{m})^2 = 51\ 529\ \text{m}^2$
Fläche eines Fußballplatzes: $100\ \text{m} \cdot 60\ \text{m} = 6\ 000\ \text{m}$
Anzahl Fußballplätze: $51\ 529 : 6\ 000 \approx 8{,}6$ (Fußballplätze)

**2** $V_{\text{Stein}} = 0{,}8\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} \cdot 1{,}2\ \text{m} = 0{,}96\ \text{m}^3 = 960\ \text{dm}^3 = 960\ 000\ \text{cm}^3$
$\rho_{\text{Stein}} = 2\ 500\ 000\ \text{g} : 960\ 000\ \text{cm}^3 \approx 2{,}6\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
s. S. 103: $\rho_{\text{Kalkstein}} = 2{,}6\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

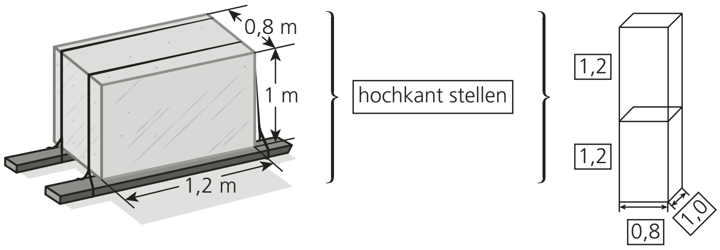
**3** a) Menge des verwitterten Materials:

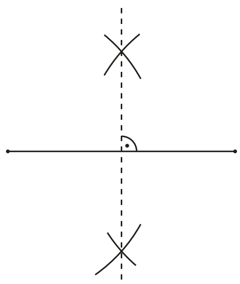
$V_{\text{verwittert}} = V_{\text{früher}} - V_{\text{heute}} = \frac{1}{3} \cdot 233^2 \cdot 148 - \frac{1}{3} \cdot 227^2 \cdot 138$
$= 2\ 678\ 257 - 2\ 370\ 334 = 307\ 923\ (\text{m}^3)$

b) Prozentsatz („Schrumpfung") $= 1 - \frac{PW}{GW} = 1 - \frac{2\ 370\ 334\ \text{m}^3}{2\ 678\ 257{,}333\ \text{m}^3} = 0{,}1149 \approx 11{,}5\ \%$

c) $\text{Masse}_{\text{abgetragenes Gestein}}$: $307\ 923\ \text{m}^3 \cdot 2{,}6\ \frac{\text{t}}{\text{m}^3} = 800\ 599{,}8\ \text{t}$
Anzahl LKW – Ladungen = Masse : $\text{Ladekapazität}_{\text{LKW}}$
$= 800\ 599{,}8 : 40 = 20\ 014{,}995$
Es wären 20 015 Lkw notwendig gewesen.

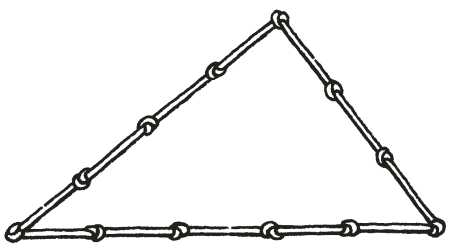
**4** 1 Steinblock (hochkant gestellt) ist 1,2 m hoch, zwei Blöcke dementsprechend 2,40 m.
2 300 000 Blöcke ergeben: 2 300 000 : 2 = 1 150 0000 m = 1 150 km Mauerlänge



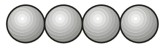
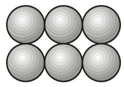



**5** Angeführt ist die Konstruktion der Mittelsenkrechten, mit der man nicht nur eine Strecke halbieren, sondern eben auch eine Senkrechte (somit einen rechten Winkel) herstellen kann.

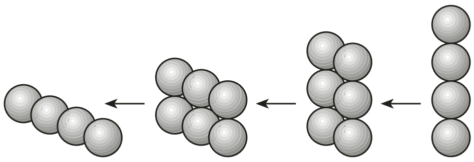
**6** Seilmethode zur Erzeugung eines rechten Winkels:
Die Seiten der Knotenschnur sind im Verhältnis 3 : 4 : 5 aufgeteilt. Dieses pythagoreische Zahlentripel bedingt ein rechtwinkliges Dreieck (= rechter Winkel).
Hinweis zur Herstellung der Zwölfknotenschnur:
Knoten in genauen Abständen in eine Schnur zu binden ist nicht leicht. Einfacher und somit auch sinnvoller ist es, an einer Schnur die zwölf gleichen Abschnitte mit einem farbigen Bindfaden zu markieren. Das erfüllt den gleichen Zweck. Die Arbeit der ägyptischen Vermesser kann verdeutlicht und die Exaktheit mit einem Tafelgeodreieck überprüft werden.



**7** Knobelaufgabe:
Material, Herstellung und Anzahl der Teile:

<table>
<tr>
<td>Material<br>• 20 Holzkugeln mit durchgehender Bohrung<br>• 1 Holzrundstab, Länge ca. 50 cm, Durchmesser entsprechend der Bohrung in den Holzkugeln</td>
<td>Herstellung<br>Entsprechende Anzahl Holzkugeln nach Zeichnung auf Rundstab aufschieben, absägen und verleimen</td>
<td>Anzahl und Aussehen der Teile<br>2x <br>2x </td>
</tr>
</table>

Lösung:



L

**1** $V_A = 150\ cm^3$ $V_B = 110\ cm^3$
Erläuterung: Das Volumen einer Pyramide ist jeweils ein Drittel des Volumens eines Quaders mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe.

**2** a) $V_{Pyramide\ A\,/\,B} = \frac{1}{3} \cdot 186\ cm^2 \cdot 12\ cm = 744\ cm^3$
b) Pyramide B stimmt von der Form her annähernd mit einem Kegel überein.
Für die Berechnung des Volumens folgt daraus: $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

**3** Der Umschüttversuch ergibt: $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot V_{Zylinder} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

**4**

| Kegel | a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|---|
| Volumen | 226,08 $cm^3$ | 84,78 $cm^3$ | 50,24 $cm^3$ | 84,78 $cm^3$ |

Rechenvorteil: Teilaufgabe d) braucht man nicht mehr zu berechnen, wenn man die gleichen Maße wie bei b) erkennt.

**5**

| Kegel | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_{Grundkreis}$ | 12 m | 70 cm | 60 cm | 30 cm | 20 cm | 60 cm |
| $r_{Grundkreis}$ | 6 m | 35 cm | 30 cm | 15 cm | 10 cm | 30 cm |
| $h_K$ | 18 m | 88 cm | 110 cm | 3 cm | 6 cm | 9 cm |
| $V_{Kegel}$ | 678,24 $m^3$ | 112 830,7 $cm^3$ | 103 620 $cm^3$ | 706,5 $cm^3$ | 628 $cm^3$ | 8 478 $cm^3$ |

Über die schon bekannte Volumenberechnung von Pyramiden kommen die Lernenden zur Volumenberechnung von Kegeln: Durch Erhöhung der Eckenzahl einer regelmäßigen Vieleckspyramide nähert sich der Körper immer mehr einem Kegel an. Daraus lässt sich folgern, dass auch das Volumen des Kegels wie das der Pyramide berechnet wird.
Umschüttversuche bestätigen diese Folgerung.
Auf der zweiten Seite berechnen die Lernenden das Volumen von kegelförmigen (und zusammengesetzten) Körpern in verschiedenen Sachzusammenhängen – zum Teil in anspruchsvollen, reversiblen Aufgabenstellungen.

Z

## Interessante Kegelvolumen (Kopfgeometrie)

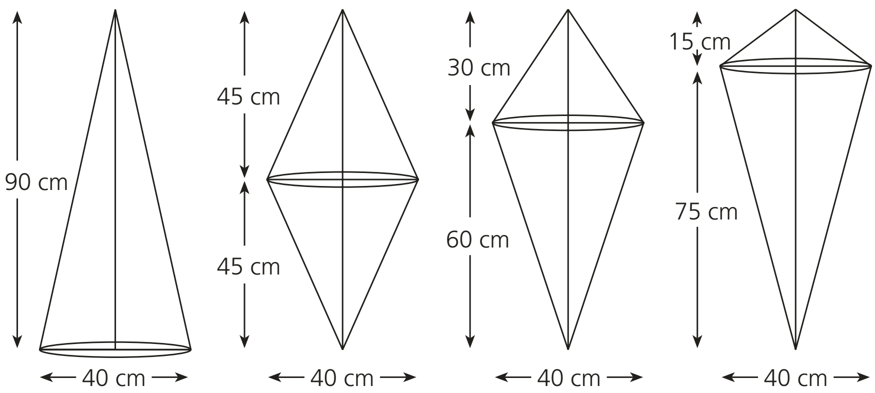
K XX

Einsatzmöglichkeit: Auf Folie vorgeben

Können die Schüler evtl. über die Arbeit an der Formel zur Einsicht gelangen: Die Grundfläche bleibt konstant, nur die Höhe ändert sich, d. h.: $\frac{1}{2}$h ergibt auch $\frac{1}{2}$V, $\frac{1}{3}$h auch $\frac{1}{3}$V usw. ?

Arbeitsauftrag: Vergleiche die Volumen der Kegel-Körper. Begründe.

Lösung: Das Volumen bleibt immer gleich, vgl. auch oben (37 680 $cm^3$).



**6** $V_{\frac{1}{4}Kegel} = \frac{1}{3} \cdot 1{,}20\ m \cdot 1{,}20\ m \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}60\ m : 4 = 0{,}60288\ m^3$

**7** Radius $r = 5{,}652\ m : (2 \cdot 3{,}14) = 0{,}90\ m$

$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot 0{,}9\ m \cdot 0{,}9\ m \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5\ m = 1{,}2717\ m^3$

**8** a) $V_{Silo} = 1\ m \cdot 1\ m \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}8\ m + \frac{1}{3} \cdot 1\ m \cdot 1\ m \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}8\ m = 13{,}816\ m^3$

b) Nur das kegelförmige Endstück bedingt die Volumenänderung.

$V_{Kegel} = 1{,}884\ m^3 – 0{,}6\ m^3 = 1{,}284\ m^3$

$h_K = 1{,}284\ m^3 \cdot 3 : 3{,}14 : 1\ m : 1\ m = 1{,}23\ m$

**9** $V_{Säule} = 0{,}16\ m \cdot 0{,}16\ m \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5\ m + 0{,}16\ m \cdot 0{,}16\ m \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}6\ m : 3 = 0{,}2170368\ m^3$

$m = V \cdot 2{,}2\ \frac{g}{cm^3} \approx 477{,}48\ kg$

**10** $V = \frac{1}{3} \cdot 5{,}75\ dm \cdot 5{,}75\ dm \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}8\ dm \approx 339{,}133\ dm^3$

Anzahl Säcke : $339{,}133\ dm^3 : 80 \approx 4{,}24 \approx 4\frac{1}{4}$

**11** $h_{Würfel} = 20\ cm\ (= h_{Kegel})$

$V_{Würfel} = 8\,000\ cm^3\ (= V_{Kegel})$

$d_{Kegel} = \sqrt{8\,000 \cdot 3 : 20 : 3{,}14} \cdot 2 \approx 39{,}1\ (cm)$

**12** $V = 840\ g : 10{,}5\ \frac{g}{cm^3} = 80\ cm^3$ $G = 80\ cm^3 \cdot 3 : 8\ cm = 30\ cm^2$

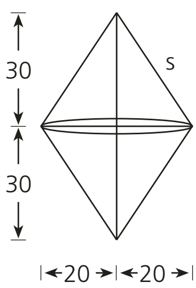
**13**

| Körper | Möglicher Rechenweg | Ergebnis | Masse |
|---|---|---|---|
| a) | $V = 3\ cm \cdot 3\ cm \cdot 3\ cm \cdot 3{,}14 + \frac{1}{3} \cdot 2\ cm \cdot 2\ cm \cdot 3{,}14 \cdot 9\ cm$ | $122{,}46\ cm^3$ | 1 090 g |
| b) | $V = 10\ cm \cdot 10\ cm \cdot 3{,}14 \cdot 28\ cm – 8\ cm \cdot 8\ cm \cdot 3{,}14 \cdot 16$ | $5\,576{,}64\ cm^3$ | 49 632 g |
| c) | $h \approx 26{,}2\ cm$<br>$V = \frac{1}{3} \cdot 10\ cm \cdot 10\ cm \cdot 3{,}14 \cdot 26{,}2\ cm – 5\ cm \cdot 5\ cm \cdot 3{,}14 \cdot 12$ | $\approx 1\,800{,}267\ cm^3$ | 16 022 g |

Z

K XX

## Berechnungen an Körpern (Kopfgeometrie)




Maße in cm

Einsatzmöglichkeit: Auf Folie vorgeben

Arbeitsauftrag:
Welche Größen werden jeweils berechnet?
(Differenzierungsmöglichkeit:
Größen 1 – 4 nicht / ungeordnet vorgeben.)

Lösungen: a – 2; b – 4; c – 1; d – 3

| | | |
|---|---|---|
| a) $20\ cm \cdot 20\ cm \cdot 3{,}14$ | b) $\frac{1}{3} \cdot 20\ cm \cdot 20\ cm \cdot 3{,}14 \cdot 30\ cm$ | c) $\sqrt{30^2 + 20^2}$ |
| d) $\frac{2}{3} \cdot 20\ cm \cdot 20\ cm \cdot 3{,}14 \cdot 30\ cm$ | | |

1 Seitenlinie s | 2 $u_{Grundkreis}$ | 3 $V_{Doppelkegel}$ | 4 $V_{1\ Kegel}$

L

**1** Jana: Sie berechnet das Volumen ihres zusammengesetzten Körpers, der aus einem Quader und einer aufgesetzten quadratischen Pyramide besteht. Beide Teilkörper haben den gleichen Grundflächeninhalt und die gleiche Körperhöhe. Die beiden, ggf. auf eine Kommastelle gerundeten Zwischenergebnisse muss sie addieren.

Youssef: Sein zusammengesetzter Körper entsteht, indem aus einem Würfel ein mittig zentrierter Kegel herausgefräst wird. Folglich muss er vom Würfelvolumen das Kegelvolumen subtrahieren. Die Kegelgrundfläche lässt sich aus dem angegebenen Durchmesser bestimmen. Auch Mark rechnet mit gerundeten Zwischenergebnissen.

**2**

| Lösungsweg | Ergebnis |
|---|---|
| a) $V_{Gesamt} = V_{Qu} + V_{Py}$ | $V_{Gesamt} = 320 + 240 = 560\ (cm^3)$ |
| $V_{Qu} = 4 \cdot 8 \cdot 10 = 320\ (cm^3)$ | |
| $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 8 \cdot 9 = 240\ (cm^3)$ | |
| b) $V_{Gesamt} = V_Z + V_{Ke}$ | $V_{Gesamt} = 100{,}48 + 12{,}56 = 113{,}04\ (cm^3)$ |
| $V_Z = 4 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2 = 100{,}48\ (cm^3)$ | |
| $V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 = 12{,}56\ (cm^3)$ | |
| c) $V_{Gesamt} = V_{Pr\ groß} + V_{Pr\ klein}$ | $V_{Gesamt} = 83{,}14 + 20{,}78 = 103{,}92\ (cm^3)$ |
| $G_{Pr\ klein} = \sqrt{3} \cdot 6 = 10{,}39\ (cm^2)$ | |
| $V_{Pr\ klein} = 10{,}39 \cdot 2 = 20{,}78\ (cm^3)$ | |
| $G_{Pr\ groß} = 4\sqrt{3} \cdot 6 = 41{,}57\ (cm^2)$ | |
| $V_{Pr\ groß} = 41{,}57 \cdot 2 = 83{,}14\ (cm^3)$ | |

**3**

| | |
|---|---|
| a) $V_{Gesamt} = V_{Ke} - V_Z$ | $V_{Gesamt} = 9\,646,\ 08 - 2\,034{,}72 = 7\,611{,}36\ (cm^3)$ |
| $V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 16 \cdot 3{,}14 \cdot 36 = 9\,646{,}08\ (cm^3)$ | |
| $V_Z = 6 \cdot 6 \cdot 3{,}14 \cdot 18 = 2\,034{,}72\ (cm^3)$ | |
| b) $V_{Gesamt} = V_Z - V_{Qu}$ | |
| $V_Z = 9 \cdot 9 \cdot 3{,}14 \cdot 18 = 4\,578{,}12\ (cm^3)$ | |
| $V_{Qu} = 12 \cdot 7 \cdot 18 = 1\,512\ (cm^3)$ | $V_{Gesamt} = 4\,578{,}12 - 1\,512 = 3\,066{,}12\ (cm^3)$ |
| c) $V_{Gesamt} = V_{Qu} - V_{Py}$ | |
| $V_{Qu} = 32 \cdot 22 \cdot 32 = 22\,528\ (cm^3)$ | |
| $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 8 \cdot 16 = 512\ (cm^3)$ | $V_{Gesamt} = 22\,528{,}00 - 512{,}00 = 22\,016{,}00\ (cm^3)$ |

**4** $V_{Säule} = G \cdot h_K$

Grundflächeninhalt = $\text{Flächeninhalt}_{Fünfeck} + 5 \cdot \text{Halbkreisflächeninhalt}$

$$= 5 \cdot \frac{g \cdot h}{2} + 5 \cdot \frac{r^2 \cdot \pi}{2} = 5 \cdot \frac{35 \cdot 24}{2} + 5 \cdot \frac{17{,}5^2 \cdot 3{,}14}{2}$$

$$= 2\,100 + 2\,404{,}06 = 4\,504{,}06\ (cm^2)$$

$V_{Säule} = 4\,504{,}06 \cdot 250 = 1\,126\,015\ (cm^3) \approx 1\,126{,}02\ (dm^3)$

**5** a) $V_{Anhänger} = V_{Halbzylinder} + V_{Pyramide}$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8^2 \cdot 3{,}14 \cdot 16 + \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 16 \cdot 15 = 1\,607{,}68 + 1\,280 = 2\,887{,}68\ (mm^3)$$

Gewicht $= 2\,887{,}68 \cdot 10{,}5\ \frac{mg}{mm^3} = 30\,320{,}64\ (mg) \approx 30{,}32\ (g)$

b) $\text{Dichte}_{Anhänger} = \text{Masse}_{Anhänger} : \text{Volumen}_{Anhänger}$

(Umrechnung von g im mg: Masse = 34 700 mg)

$= 34\,700\ mg : 2\,887{,}68\ mm^3 \approx 12{,}02\ \left(\frac{mg}{mm^3}\right)$

Das Metall ist Palladium.

Auf dieser Seite berechnen die Lernenden das Volumen von Körpern, die aus bereits bekannten geometrischen Grundkörpern zusammengesetzt sind. Einerseits sind die Volumina zu addieren, andererseits müssen sie voneinander subtrahiert werden. Dabei bietet sich die Möglichkeit, das räumliche Vorstellungsvermögen zu schulen. Als Beispiel sei hier die Aufgabe 1 genannt: Hier müssen die Volumina der Einzelkörper addiert bzw. subtrahiert werden.

# Oberflächeninhalt von Pyramiden berechnen

Die Aufgaben auf dieser Seite führen zur Oberflächenberechung der Pyramide hin. Dabei geht es vor allem darum, relevante rechtwinklige Dreiecke in der Pyramide zu erkennen und über den Satz des Pythagoras zugehörige Seitenhöhen zu berechnen. In Aufgabe 3 ist eine mögliche Anschreibeform angegeben.

L

**1** a) Deckungsgleiche Dreiecke zu Δ IFS: Δ IGS; Δ IHS; Δ IES
Deckungsgleiche Dreiecke zu Δ IDS: Δ IAS; Δ IBS; Δ ICS
Alle Dreiecke sind rechtwinklig.

b) Es lassen sich insgesamt acht rechtwinklige Dreiecke an den Seitenflächen erkennen:
Δ AES; Δ EBS; Δ BFS; Δ FCS; Δ CGS; Δ GDS; Δ DHS; Δ HAS

**2** a) – / -

b) Rechnung: $h^2 = 7^2 - 2{,}5^2 = 42{,}75 \Rightarrow h \approx 6{,}5$ cm

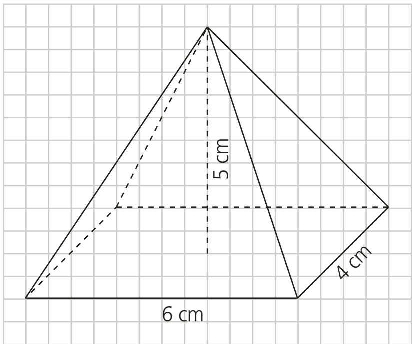
c) Rechnung: $h^2 = 6{,}5^2 - 2{,}5^2 = 36 \Rightarrow h = 6$ cm

**3** a) Das Ergebnis ist richtig.

b)

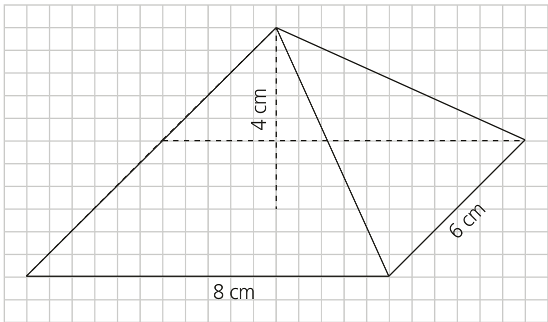
| Gesucht: | Seitenhöhe 1 | Gesucht: | Seitenhöhe 2 |
|---|---|---|---|
| Rechnung: | $c^2 = a^2 + b^2$<br>$c^2 = 1{,}5^2 + 5^2$<br>$c^2 = 27{,}25$<br>$c \approx 5{,}2$ | Rechnung: | $c^2 = a^2 + b^2$<br>$c^2 = 3^2 + 5^2$<br>$c^2 = 34$<br>$c \approx 5{,}8$ |
| Antwort: | Seitenhöhe 5,2 cm | Antwort: | Seitenhöhe 5,8 cm |

c) Ⓐ



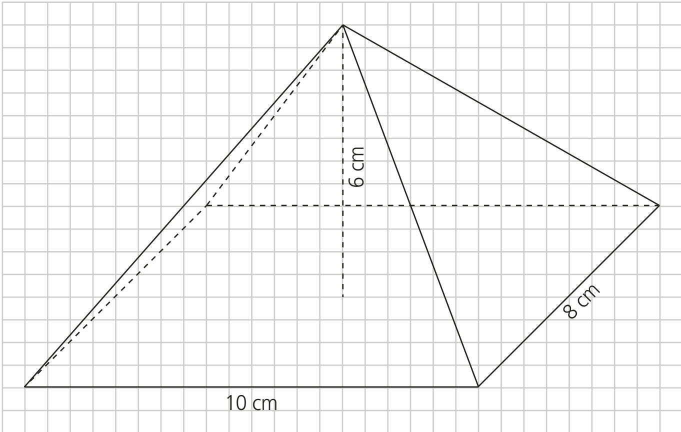

$h_s^1 = \sqrt{3^2 + 5^2} \approx 5{,}8$ (cm)
$h_s^2 = \sqrt{2^2 + 5^2} \approx 5{,}4$ (cm)

Ⓑ



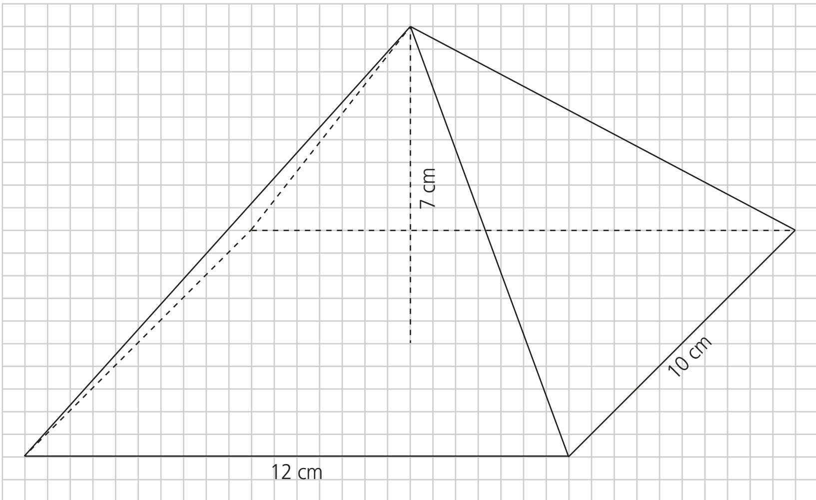

$h_s^1 = \sqrt{4^2 + 4^2} \approx 5{,}7$ (cm)
$h_s^2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (cm)

Ⓒ



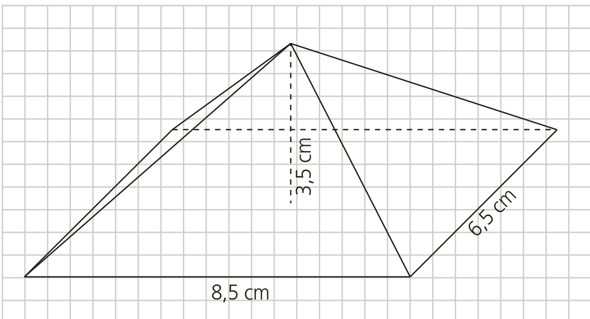

$h_s^1 = \sqrt{5^2 + 6^2} \approx 7{,}8$ (cm)
$h_s^2 = \sqrt{4^2 + 6^2} \approx 7{,}2$ (cm)

Ⓓ




$h_s^1 = \sqrt{6^2 + 7^2} \approx 9{,}2$ (cm)
$h_s^2 = \sqrt{5^2 + 7^2} \approx 8{,}6$ (cm)

Ⓔ




$h_s^1 = \sqrt{4{,}25^2 + 3{,}5^2} \approx 5{,}1$ (cm)
$h_s^2 = \sqrt{3{,}25^2 + 3{,}5^2} \approx 4{,}8$ (cm)

**4** a) Die Mantelfläche besteht aus den dreieckigen Seitenflächen.
Die Oberfläche besteht aus den dreieckigen Seitenflächen und der Grundfläche.

b)

| | |
|---|---|
| 3a | $O = 6^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5{,}8 = 105{,}6\ (cm^2)$ |
| 3b | $O = 6 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5{,}2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5{,}8 = 66{,}6\ (cm^2)$ |
| 3c A | $O = 6 \cdot 4 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5{,}4 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5{,}8 = 79{,}6\ (cm^2)$ |
| 3c B | $O = 8 \cdot 6 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5{,}7 = 122{,}2\ (cm^2)$ |
| 3c C | $O = 10 \cdot 8 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 7{,}2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7{,}8 = 214{,}4\ (cm^2)$ |
| 3c D | $O = 12 \cdot 10 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8{,}6 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 9{,}2 = 315{,}2\ (cm^2)$ |
| 3c E | $O = 8{,}5 \cdot 6{,}5 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8{,}5 \cdot 4{,}8 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6{,}5 \cdot 5{,}1 = 129{,}2\ (cm^2)$ |

L

**1** a)

| Kegel | Mantel | Umfang u | Seitenlinie s |
|---|---|---|---|
| Kreisausschnitt | Kreisausschnitt | Bogen b | Radius s |

b) $u = 2 \cdot r \cdot \pi = 2 \cdot 1 \cdot 3{,}14 = 6{,}28$ (cm) $\qquad b = u = 6{,}28$ cm

**2** a) Der Kegelmantel lässt sich, in möglichst viele kleine Kreisausschnitte aufgeteilt, annähernd zu einem Rechteck mit den Seitenlängen s und $\frac{b}{2}$ zusammensetzen. Daraus ergibt sich folgender Zusammenhang:
$A_M = \frac{b}{2} \cdot s$

b) Ⓐ $M = 3 \cdot 3{,}14 \cdot 6 = 56{,}52$ (cm²) Ⓑ $M = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 8 = 100{,}48$ (cm²)
Ⓒ $M = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 7 = 43{,}96$ (cm²) Ⓓ $M = 3 \cdot 3{,}14 \cdot 6 = 56{,}52$ (cm²)

**3** a) Der Oberflächeninhalt eines Kegels setzt sich aus Mantelflächeninhalt ($M = r \cdot \pi \cdot s$) und Grundflächeninhalt ($G = r^2 \cdot \pi$) zusammen.

b) Ⓐ $O = 3^2 \cdot 3{,}14 + 56{,}52 = 84{,}78$ (cm²) Ⓑ $O = 4^2 \cdot 3{,}14 + 100{,}48 = 150{,}72$ (cm²)
Ⓒ $O = 2^2 \cdot 3{,}14 + 43{,}96 = 56{,}52$ (cm²) Ⓓ $O = 3^2 \cdot 3{,}14 + 56{,}52 = 84{,}78$ (cm²)

**4** a) $O = 0{,}7^2 \cdot 3{,}14 + 0{,}7 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}3 \approx 6{,}59$ (m²)
b) $O = 1{,}35^2 \cdot 3{,}14 + 1{,}35 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5 \approx 20{,}56$ (m²)
c) $O = 0{,}9^2 \cdot 3{,}14 + 0{,}9 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}2 \approx 11{,}59$ (m²)
d) $O = 0{,}65^2 \cdot 3{,}14 + 0{,}65 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}9 \approx 5{,}20$ (m²)
e) $O = 2{,}7^2 \cdot 3{,}14 + 2{,}7 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}4 \approx 94{,}11$ (m²)
f) $O = 2{,}925^2 \cdot 3{,}14 + 2{,}925 \cdot 3{,}14 \cdot 12{,}5 \approx 141{,}67$ (m²)

**5** Aus der Länge der kreisförmig gebogenen Regenrinne lässt sich der erforderliche Radius ermitteln. Anschließend erfolgt die Berechnung der Dachfläche ( = Kegelmantel).

$u_{Regenrinne} = 2 \cdot r \cdot \pi \Rightarrow r = \frac{35{,}6}{2 \cdot \pi} \approx 5{,}7$ (m)

$M = 5{,}7 \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}85 \approx 140{,}50$ (m²)

Alternative: Die Mantelfläche wird direkt berechnet:

$M = \frac{b \cdot s}{2} = \frac{35{,}6 \cdot 7{,}85}{2} = 139{,}73$ (m²)

Die Lernenden untersuchen Kegel und entdecken, dass der Kegelmantel als Netz ausgebreitet einen Kreisausschnitt ergibt. Sie ordnen Teile des Kegelmantels entsprechenden Teilen des Kreisausschnitts zu. Über die Zerlegung eines Kreisausschnitts zu einem annähernden Rechteck finden sie die Berechnungsmöglichkeiten für die Mantelfläche.

# Körper mit der Tabellenkalkulation berechnen

Auf dieser Seite erproben die Lernenden die Berechnung von Rauminhalten mithilfe eines einfachen Tabellenkalkulationsprogramms. Sie wenden ihr Wissen bezüglich der benötigten Formeln für das Volumen verschiedener Körper an.
Darüber hinaus können sie die Funktionsweise mit selbstgewählten Angaben ausprobieren. Auch hier sind anspruchsvollere Aufgaben eingefügt.
Die Aufgaben wollen die Berechnung von Größen an Körpern mit dem Computer anstoßen und sinnvolle Einsatzmöglichkeiten aufzeigen. Die Analyse des Rechenblatts mündet in Sachaufgaben zur vorausgegangenen Seite mit der entsprechenden Skizze. Umgekehrt sollen textliche Vorgaben in formale Eingaben umgesetzt werden.

L

**1** a) Vom dargestellten Dreiecksprisma soll mit den gegebenen Größen c, $h_c$ und $h_K$ eine allgemeine Formel zur Volumenberechnung gefunden werden:

(I) Die hierzu benötigte Formel für den Grundflächeninhalt (Dreieck) lautet:

$G_{Pr} = \frac{c \cdot h_c}{2}$

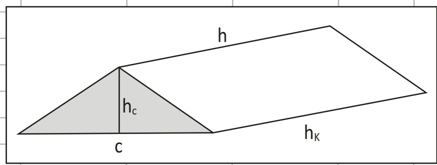
(II) Die Formel für das Prismen-Volumen lautet:

$V_{Pr} = G_{Pr} \cdot h_K$

b) Zelle C7: =(C3*C4*0,5)
Zelle C8: = (C5*C7)

c) Individuelle Lösungen
Beispiel für ein Tabellenblatt:

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Berechnung dreiseitiges Prisma** | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | gegeben: | c | 24,0 | cm | | | | |
| 4 | | $h_c$ | 10,0 | cm | | | | |
| 5 | | $h_K$ | 88,0 | cm | | | | |
| 6 | | | | | | | | |
| 7 | gesucht: | Grundflächeninhalt G | 120,0 | cm² | | | | |
| 8 | | Volumen V | 10560,0 | cm³ | | | | |
| 9 | | | | | | | | |




**2** a) Jana: Sie berechnet das Gesamtvolumen, indem sie zuerst das Quadervolumen und anschließend das Pyramidenvolumen mit den gegebenen Werten bestimmt.
Letztendlich addiert sie beide Einzelergebnisse um das Gesamtvolumen ihres Werkstücks zu erhalten.
Mark: Er ermittelt zunächst das Würfelvolumen. Von diesem subtrahiert er das Kegelvolumen – da der Kegel herausgefräst wird –, um das endgültige Volumen zu erhalten.

b) Zelle C8: =C4*C5*C6
Zelle C16: =(C12*C13*C14)/3
Zelle C20: =C8+C16

c) Zelle C6: =C4*C4*C4
Zelle 13: =(C10*C10*3,14*C11)/3
Zelle C17: =C6-C13

**3** a) Mögliche Tabellenblätter:

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Werkstück Jana** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Berechnung Quader | | | |
| 4 | gegeben: | Quader Seite a | 25,0 | cm |
| 5 | | Quader Seite b | 20,0 | cm |
| 6 | | Quaderhöhe $h_K$ | 24,0 | cm |
| 7 | | | | |
| 8 | gesucht: | Volumen $V_{Qu}$ | 12000,0 | cm³ |
| 9 | | | | |
| 10 | Berechnung Pyramide | | | |
| 11 | gegeben: | Grundfläche Seite a | 25,0 | cm |
| 12 | | Grundfläche Seite b | 20,0 | cm |
| 13 | | Körperhöhe $h_K$ | 12,0 | cm |
| 14 | | | | |
| 15 | gesucht: | Volumen $V_{Py}$ | 2000,0 | cm³ |
| 16 | | | | |
| 17 | Berechnung Werkstück | | | |
| 18 | | | | |
| 19 | gesucht: | Gesamtvolumen V | 14000,0 | cm³ |
| 20 | | | | |

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Werkstück Mark** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Berechnung Würfel | | | |
| 4 | gegeben: | Würfel Seite a | 20,0 | cm |
| 5 | | | | |
| 6 | gesucht: | Volumen $V_W$ | 8000,0 | cm³ |
| 7 | | | | |
| 8 | Berechnung Kegel | | | |
| 9 | gegeben: | Kegelradius r | 7,5 | cm |
| 10 | | Kegelhöhe $h_K$ | 13,0 | cm |
| 11 | | | | |
| 12 | gesucht: | Volumen $V_K$ | 765,4 | cm³ |
| 13 | | | | |
| 14 | Berechnung Werkstück | | | |
| 15 | | | | |
| 16 | gesucht: | Gesamtvolumen V | 7236,4 | cm³ |
| 17 | | | | |
| 18 | | | | |
| 19 | | | | |
| 20 | | | | |

b) Individuelle Ergebnisse

c)

| | Jana | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Quaderseite | Quaderseite | Pyramidenseite | Pyramidenhöhe |
| | · 2 | · 3 | · 2 | · 2 |
| Quadervolumen | · 2 | · 3 | … | … |
| Pyramidenvolumen | … | …. | · 2 | · 2 |

| | Mark | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Würfelseite | | Kegelradius | |
| | · 2 | · 3 | · 2 | · 3 |
| Würfelvolumen | · 8 | · 27 | … | … |
| Kegelvolumen | … | … | · 4 | · 9 |

**4** a) Lösungsmöglichkeit zu Seite 104, Aufgabe 2a)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Körperberechnung S. 104, Nr. 2a):** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Quader | | | |
| 4 | gegeben: | Seite a | 10,0 | cm |
| 5 | | Seite b | 8,0 | cm |
| 6 | | Kegelhöhe $h_c$ = Seite c | 4,0 | cm |
| 7 | | | | |
| 8 | gesucht: | Volumen $V_{Ke}$ | 320,0 | cm³ |
| 9 | | | | |
| 10 | Berechnung Kegel | | | |
| 11 | gegeben: | Pyramidenkante a | 10,0 | cm |
| 12 | | Pyramidenkante b | 8,0 | cm |
| 13 | | Pyramidenhöhe $h_K$ | 9,0 | |
| 14 | gesucht: | Volumen $V_{Zyl}$ | 240,0 | cm³ |
| 15 | | | | |
| 16 | $\text{Volumen}_{\text{Quader}}$ + $\text{Volumen}_{\text{Pyramide}}$ | | | |
| 17 | | **Gesamtvolumen V** | **560,0** | **cm³** |

- Bestimmung des Quadervolumens ($V = a \cdot b \cdot c$)
- Bestimmung des Pyramidenvolumens ($V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$).
- Addition beider Ergebnisse = Endergebnis für das Werkstück.

Lösungsmöglichkeit zu Seite 104, Aufgabe 2b)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lösung für Seite 104, 2b): Zylinder + Kegel** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Zylinder | | | |
| 4 | gegeben: | Zylinderradius r | 4,0 | cm |
| 5 | | Zylinderhöhe $h_K$ | 2,0 | cm |
| 6 | | | | |
| 7 | gesucht: | Volumen $V_{Ze}$ | 100,5 | cm³ |
| 8 | | | | |
| 9 | Kegel | | | |
| 10 | gegeben: | Kegelradius r | 2,0 | cm |
| 11 | | Kegelhöhe $h_K$ | 3,0 | cm |
| 12 | | | | |
| 13 | gesucht: | Volumen $V_{Ke}$ | 12,6 | cm³ |
| 14 | | | | |
| 15 | $\text{Volumen}_{\text{Z}}$ + $\text{Volumen}_{\text{Ke}}$ | | | |
| 16 | **gesucht:** | **Gesamtvolumen V** | **113,1** | **cm³** |
| 17 | | | | |

- Bestimmung des Zylindervolumens ($V = G \cdot h_K$)
- Bestimmung des Kegelvolumens ($V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$).
- Addition beider Ergebnisse = Endergebnis für das Werkstück

Lösungsmöglichkeit zu Seite 104, Aufgabe 2c)

- Bestimmung der Prismavolumina ($V = G \cdot h_K$)
- Addition beider Ergebnisse = Endergebnis für das Werkstück.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lösung für Seite 104, 2c): Sechseckprisma + Sechseckprisma** | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | Großes Seckseckprisma | | | | | |
| 4 | gegeben: | Kantenlänge s | 4,0 | cm | | |
| 5 | | Grundfläche G | 41,6 | cm² | | |
| 6 | | Körperhöhe $h_K$ | 2,0 | cm | | |
| 7 | | | | | | |
| 8 | gesucht: | Volumen $V_{Pr\,groß}$ | 83,1 | cm³ | | |
| 9 | | | | | | |
| 10 | Kleines Sechseckprisma | | | | | |
| 11 | gegeben: | Kantenlänge s | 2,0 | cm | | |
| 12 | | Grundfläche G | 10,4 | cm² | | |
| 13 | | Körperhöhe $h_K$ | 2,0 | cm | | |
| 14 | | | | | | |
| 15 | gesucht: | Volumen $V_{Pr\,klein}$ | 20,8 | cm³ | | |
| 16 | | | | | | |
| 17 | $Volumen_{Pr\,groß} + Volumen_{Pr\,klein}$ | | | | | |
| 18 | **gesucht:** | **Gesamtvolumen V** | **103,9** | **cm³** | | |

Hier wurde folgende Formel verwendet: $G_{Seckseck} = \frac{3}{2} \cdot s^2 \cdot \sqrt{3}$

Lösungsmöglichkeit zu Seite 104, Aufgabe 3a)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Körperberechnung Seite 104, Nr. 3a):** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Kegel | | | |
| 4 | gegeben: | Kegelradius | 16,0 | cm |
| 5 | | Kegelhöhe $h_K$ | 36,0 | cm |
| 6 | | | | |
| 7 | gesucht: | Volumen $V_{Ke}$ | 9646,1 | cm³ |
| 8 | | | | |
| 9 | Zylinder | | | |
| 10 | gegeben: | Zylinderradius | 6,0 | cm |
| 11 | | Zylinderhöhe $h_K$ | 18,0 | cm |
| 12 | | | | |
| 13 | gesucht: | Volumen $V_{Zyl}$ | 2034,7 | cm³ |
| 14 | | | | |
| 15 | $Volumen_Z + Volumen_{Ke}$ | | | |
| 16 | **gesucht:** | **Gesamtvolumen V** | **7611,4** | **cm³** |

- Bestimmung des Kegelvolumens ($V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$)
- Bestimmung des Zylindervolumens ($V = r^2 \cdot \pi \cdot h_K$)
- Subtraktion beider Ergebnisse: $V_{gesamt} = V_{Kegel} - V_{Zylinder}$ (= Endergebnis für das Werkstück).

Lösungsmöglichkeit zu Seite 104, Aufgabe 3b)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lösung für Seite S. 104, Nr. 3b): Zylinder – Quader** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Zylinder | | | |
| 4 | gegeben: | Zylinderradius r | 9,0 | cm |
| 5 | | Zylinderhöhe $h_K$ | 18,0 | cm |
| 6 | | | | |
| 7 | gesucht: | Volumen $V_Z$ | 4578,1 | cm³ |
| 8 | | | | |
| 9 | Quader | | | |
| 10 | gegeben: | $Quader_{Seite\,a}$ | 12,0 | cm |
| 11 | | $Quader_{Seite\,b}$ | 7,0 | cm |
| 12 | | $Quader_{Seite\,c}$ | 18,0 | cm |
| 13 | | | | |
| 14 | gesucht: | Volumen $V_{Qu}$ | 1512,0 | cm³ |
| 15 | | | | |
| 16 | $Volumen_Z - Volumen_{Qu}$ | | | |
| 17 | **gesucht:** | **Gesamtvolumen V** | **3066,1** | **cm³** |

- Bestimmung des Quadervolumens ($V = a \cdot b \cdot c$)
- Bestimmung des Zylindervolumens ($V = r^2 \cdot \pi \cdot h_K$)
- Subtraktion beider Ergebnisse: $V_{gesamt} = V_{Zylinder} - V_{Quader}$ (= Endergebnis für das Werkstück)

Lösungsmöglichkeit zu Seite 104, Aufgabe 3c)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Lösung für Seite S. 104, Nr. 3c): Quader – Pyramide** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Quader | | | |
| 4 | gegeben: | $Quader_{Seite\ a}$ | 32,0 | cm |
| 5 | | $Quader_{Seite\ b}$ | 22,0 | cm |
| 6 | | $Quader_{Seite\ c}$ | 32,0 | cm |
| 7 | | | | |
| 8 | gesucht: | Volumen $V_{Qu}$ | 22528,0 | cm³ |
| 9 | | | | |
| 10 | Pyramide | | | |
| 11 | gegeben: | $Grundfläche_{Seite\ a}$ | 12,0 | cm |
| 12 | | $Grundfläche_{Seite\ b}$ | 8,0 | cm |
| 13 | | Pyramidenhöhe $h_k$ | 18,0 | cm |
| 14 | | | | |
| 15 | gesucht: | Volumen $V_{Py}$ | 512,0 | cm³ |
| 16 | | | | |
| 17 | $Volumen_{QU}$ – $Volumen_{Py}$ | | | |
| 18 | **gesucht:** | **Gesamtvolumen V** | **22016,0** | **cm³** |

- Bestimmung des Quadervolumens ($V = a \cdot b \cdot c$)
- Bestimmung des Pyramidenvolumens ($V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$)
- Subtraktion beider Ergebnisse: $V_{gesamt} = V_{Quader} - V_{Pyramide}$ (= Endergebnis für das Werkstück).

b) Lösungswege und Ergebnisse

Aufgabe 2:

| | Lösungsweg | Ergebnis (cm³) |
|---|---|---|
| a) | $V_{Gesamt} = V_{Qu} + V_{Py}$ | $V_{Gesamt} = 320 + 240 = 560$ |
| b) | $V_{Gesamt} = V_Z + V_{Ke}$ | $V_{Gesamt} = 100{,}48 + 12{,}56 = 113{,}04$ |
| c) | $V_{Gesamt} = V_{Pr\ groß} + V_{Pr\ klein}$ | $V_{Gesamt} = 83{,}13 + 20{,}78 = 103{,}92$ |

Die Ergebnisse stimmen überein.

Aufgabe 3:

| | Lösungsweg | Ergebnis (cm³) |
|---|---|---|
| a) | $V_{gesamt} = V_{Ke} - V_{Zy}$ | $V_{gesamt} = 9\,646{,}08 - 2\,034{,}72 = 7\,611{,}36$ |
| b) | $V_{gesamt} = V_{Zy} - V_{Qu}$ | $V_{gesamt} = 4\,578{,}12 - 1\,512 = 3\,066{,}12$ |
| c) | $V_{gesamt} = V_{Qu} - V_{Py}$ | $V_{gesamt} = 22\,528{,}00 - 512{,}00 = 22\,016{,}00$ |

Die Ergebnisse stimmen überein.

c) Individuelle Ergebnisse.

**5** a) C21: C10*C10*3,14 C23: sqrt((0,5*C10)*(0,5*C10)+C11*C11)
C24: C10*3,14*C23 C26: C21+C24

b)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Werkstück Mark** | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | Berechnung Würfel | | | |
| 4 | gegeben: | Würfel Seite a | 12,00 | cm |
| 5 | | | | |
| 6 | gesucht: | Volumen $V_W$ | 1728,00 | cm³ |
| 7 | | | | |
| 8 | Berechnung Kegel | | | |
| 9 | gegeben: | Kegelradius r | 4,00 | cm |
| 10 | | Kegelhöhe $h_K$ | 8,50 | cm |
| 11 | | | | |
| 12 | gesucht: | Volumen $V_{Ke}$ | 142,35 | cm³ |
| 13 | | | | |
| 14 | **Sven: Oberflächeninhalt Kegel** | | | |
| 15 | gesucht: | Grundfläche $G_{Ke}$ | 50,25 | cm² |
| 16 | | | | |
| 17 | | Mantellinie s | 9,39 | cm |
| 18 | | Mantelflächeninhalt $M_{Ke}$ | 117,99 | cm² |
| 19 | | | | |
| 20 | | Oberflächeninhalt $O_{Ke}$ | 168,23 | cm² |
| 21 | | | | |

Die wesentlichen Inhalte des Kapitels sind erarbeitet. Inwieweit sind die Lernenden darin fit? Wie unterschiedlich ist der Lernstand? Die Zwischenrunde bietet die Möglichkeit, das durch zwei Anforderungsniveaus differenziert zu erfassen. Auch die Lernenden können lernen, sich selbst einzuschätzen. Die Lösungen sind dazu im Buch angegeben. Ferner findet sich im Internet ein entsprechender Selbsteinschätzungsbogen. Unter Umständen müssen Inhalte nochmals aufgegriffen werden, um einen gesicherten Wissensstand zu erreichen.

L

## 1 Geometrische Körper unterscheiden und benennen

a) Ⓐ Dreiecksprisma Ⓑ Zylinder
Ⓒ Kegel Ⓓ Pyramide
Ⓔ Quader

b) Ⓐ Pyramide (quadrat. bzw. rechteckig)
Ⓑ Kegel
Ⓒ Sechseckprisma bzw. sechseitiges Pr.
Ⓓ Dreiecksprisma

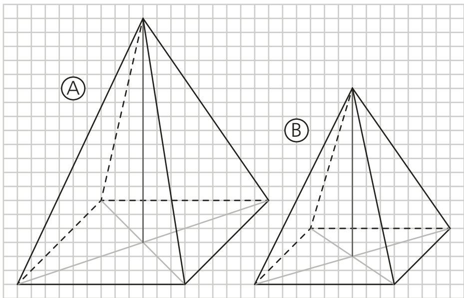
## 2 Pyramiden und Kegel untersuchen und beschreiben

a) Pyramide: Netz Ⓐ und Ⓒ
Das Körpernetz B gehört zu einem fünfseitigen Prisma.

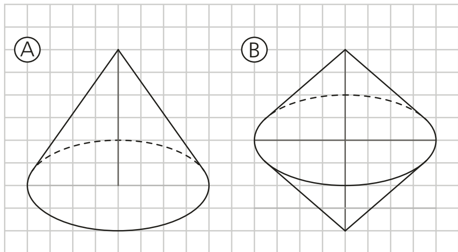
b) Kegel-Seitenansicht: Ⓑ und Ⓔ
Kegel-Draufsicht: Ⓓ
Kegel-Ansicht von unten: Ⓕ

## 3 Schrägbildskizzen von Pyramide und Kegel zeichnen

a)




b)

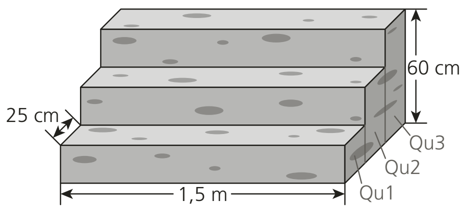



## 4 Volumen von Prismen berechnen

a) Ⓐ $G = 3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5\ (\text{cm}^2)$
$V_{Pr} = 4{,}5 \cdot 8 = 36\ (\text{cm}^3)$

Ⓑ $G = \frac{3 \cdot 1{,}5}{2} = 2{,}25\ (\text{cm}^2)$
$V_{Pr} = 2{,}25 \cdot 8 = 18\ (\text{cm}^3)$

b)




Volumen der Treppe:
$V = V_{Qu1} + V_{Qu2} + V_{Qu3}$
$V = 1{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}2 + 1{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}4 + 1{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}6$
$V = 0{,}45\ (\text{m}^3) = 450\ (\text{dm}^3)$
Gewicht der Treppe:
$m = 450 \cdot 2{,}7 = 1\,215\ (\text{kg})$

## 5 Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramiden berechnen

a) $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 10{,}5 \cdot 6 \cdot 7{,}25 = 152{,}25\ (cm^3)$

$h_a = \sqrt{3^2 + 7{,}25^2} \approx 7{,}85\ (cm)$

$h_b = \sqrt{5{,}25^2 + 7{,}25^2} \approx 8{,}95\ (cm)$

$O_{Py} = 6 \cdot 10{,}5 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10{,}5 \cdot 7{,}85 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8{,}95 \approx 199\ (cm^2)$

b) $A_G = 6{,}25\ cm^2$ $V_{Py} = 13{,}23\ cm^3$

$a = 17\ cm$ $V_{Py} = 1\,348{,}7\ cm^3$

$A_G = 1{,}44\ m^2$ $h_K = 15\ m$

| | a | $A_G$ | $h_K$ | $V_{Py}$ | $O_{Py}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Ⓐ | 2,5 cm | 6,25 $cm^2$ | 6,35 cm | 13,23 $cm^3$ | 36,6 $cm^2$ |
| Ⓑ | 17 cm | 289 $cm^2$ | 14,0 cm | 1 348,7 $cm^3$ | 845,86 $cm^2$ |
| Ⓒ | 1,2 m | 1,44 $m^2$ | 15 m | 7,2 $m^3$ | 37,46 $m^2$ |

## 6 Volumen und Oberflächeninhalt von Kegeln berechnen

a) $V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot 4{,}8 \cdot 4{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}25$

$\approx 198{,}95\ cm^3$

$s = \sqrt{4{,}8^2 + 8{,}25^2} \approx 9{,}54\ (cm)$

$O_{Ke} = 4{,}8^2 \cdot 3{,}14 + 4{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot 9{,}54$

$\approx 216{,}13\ (cm^2)$

b) $345 = \frac{1}{3} \cdot r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot 12$

$345 = r \cdot r \cdot 12{,}56$

$\Rightarrow r \approx 5{,}24\ cm$

$s = \sqrt{5{,}28^2 + 12^2} \approx 13{,}11\ (cm)$

$O_{Ke} = 5{,}24^2 \cdot 3{,}14 + 5{,}24 \cdot 3{,}14 \cdot 13{,}11$

$\approx 301{,}92\ (cm^2)$

## 7 Volumen von zusammengesetzten Körpern berechnen

a) $V = V_z + V_{Ke}$

$V = 16 \cdot 16 \cdot 3{,}14 \cdot 20$

$+ \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 16 \cdot 3{,}14 \cdot 24$

$V = 16\,076{,}8 + 6\,430{,}72$

$V = 22\,507{,}52\ (cm^3)$

b) $V_{Ⓐ} = V_{Ⓑ} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 36\ (cm^3)$

$V_{Ⓒ} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 72\ (cm^3)$

## 8 Körper mit der Tabellenkalkulation berechnen

a) Formel in C7 : =C3*C3*3,14*C4

Formel in C8: =(C3*C3*3,14*C5)/3

Formel in C9: =C7+C8

b) Formel in C6: =(2/3)*C3*C3*C4

Z

## Selbsteinschätzungsbogen

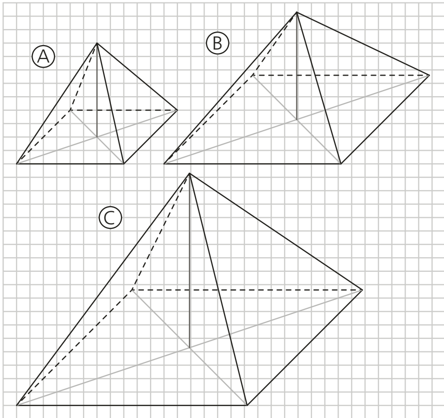
Erhältlich unter www.ccbuchner.de/medien (60009-08)

# Üben und vertiefen

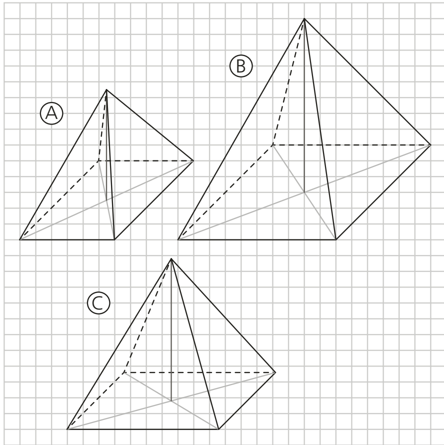
L

**1** Pyramide: Netze Ⓐ, Ⓒ    Kegel: Netze Ⓓ, Ⓔ

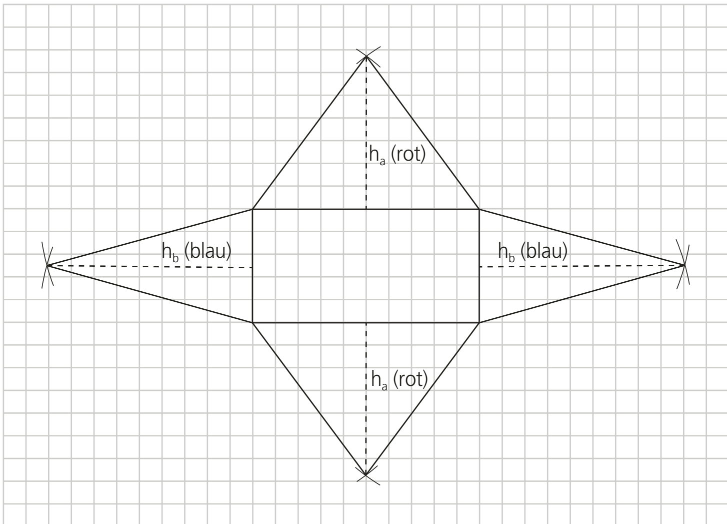
**2** a) quadratische Pyramide:




b) rechteckige Pyramide:




**3**




**4**

| | Quadrat | Rechteck |
|---|---|---|
| a) | $V_{Pr} = 1\,300\ cm^3$ | $V_{Py} = 3\,456\ cm^3$ |
| b) | $V_{Pr} = 125\,000\ cm^3$ | $V_{Py} = 87\,360\ cm^3$ |
| c) | $V_{Pr} = 7\,812{,}5\ cm^3$ | $V_{Py} = 48\,000\ cm^3$ |

| | Dreieck | regelmäßiges Vieleck |
|---|---|---|
| a) | $V_{Pr} = 30\ cm^3$ | $V_{Py} = 22{,}5\ cm^3$ |
| b) | $V_{Pr} = 150\ cm^3$ | $V_{Py} = 252\ cm^3$ |
| c) | $V_{Pr} = 297\ cm^3$ | $V_{Py} = 311{,}85\ cm^3$ |

**5** a) $V_{Ke} = 188,\ 4\ cm^3$    b) $V_{Ke} = 1\,373{,}75\ cm^3$
c) $O_{Ke} \approx 260{,}32\ cm^2$    d) $O_{Ke} \approx 1\,082{,}29\ cm^2$

**6** a)

| | | |
|---|---|---|
| Ⓐ | $V = 96\ cm^3$ | $O \approx 138{,}53\ cm^2$ |
| Ⓑ | $V = 674{,}48\ cm^3$ | $O \approx 508{,}2\ cm^2$ |

b)

| | | |
|---|---|---|
| Ⓐ | $V = 56\ cm^3$ | $O \approx 98{,}14\ cm^2$ |
| Ⓑ | $V = 64{,}68\ cm^3$ | $O \approx 121{,}0\ cm^2$ |

Diese beiden Seiten dienen dem Üben und Vertiefen der neuen Lerninhalte. Dabei sollen die Lernenden überwiegend eigenständig arbeiten. Um das zu ermöglichen, wird zum einen das Merkwissen „Auf einen Blick“ nochmals in der linken Spalte zusammengefasst, zum anderen stehen die Lösungen am Ende des Buches zur Selbstkontrolle zur Verfügung.

**7** Ⓐ $V = V_Z + V_{Ke}$
$= 5 \cdot 5 \cdot 3{,}14 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3{,}14 \cdot 8$
$\approx 785 + 209{,}3$
$\approx 994{,}3\ (cm^3)$

Ⓑ $V = V_{Ke\ oben} + V_{Ke\ unten}$
$= \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3{,}14 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3{,}14 \cdot 5$
$= 56{,}52 + 47{,}1$
$= 103{,}62\ (cm^3)$

Ⓒ $V = V_{Qu} + V_{Py}$
$= 10 \cdot 6 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 6 \cdot 11$
$= 240 + 220$
$= 460\ (cm^3)$

Ⓓ $V = V_W + V_{Py}$
$= 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 + \frac{1}{3} \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 2$
$= 3{,}375 + 1{,}5$
$= 4{,}875\ (cm^3)$

**8** $V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9 = 27\ (cm^3)$
$V_{\text{QuⒶ}} = 9 \cdot 4{,}5 = 40{,}5\ (cm^3)$
$V_{\text{QuⒷ}} = 9 \cdot 3 = 27\ (cm^3)$
$V_{\text{QuⒸ}} = 9 \cdot 2 = 18\ (cm^3)$
Der Quader Ⓑ hat das gleiche Volumen wie die Pyramide.
Begründung:
Der Quader kann auch als Prisma angesehen werden, sein Volumen berechnet man mit der Formel $V_{Pr} = G \cdot h_K$. Diese unterscheidet sich von der Formel zur Berechnung des Volumens einer Pyramide nur durch den Faktor $\frac{1}{3}$. Die Pyramidenhöhe von 9 cm wird in der Berechnung also gedrittelt, was genau der Quaderhöhe bei b) entspricht. Die Grundflächen von Quader und Pyramide sind gleich.

**9** Ⓐ $V_{Qu} = 30 \cdot 30 \cdot 60 = 54\,000\ (cm^3)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot 30 \cdot 60 = 18\,000\ (cm^3)$
$V_{Abfall} = 36\,000\ cm^3$ $\quad p_{Abfall} \approx 66{,}7\,\%$

Ⓑ $V_{Qu} = 30 \cdot 30 \cdot 60 = 54\,000\ (cm^3)$
$V_{Ke} = 13 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 3{,}14 \cdot 60 = 14\,130\ (cm^3)$
$V_{Abfall} = 39\,870\ cm^3$ $\quad p_{Abfall} \approx 73{,}8\,\%$

Ⓒ $V_{Qu} = 30 \cdot 30 \cdot 60 = 54\,000\ (cm^3)$
$G_{Py} = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450\ (cm^2)$
$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 450 \cdot 60 = 9\,000\ (cm^3)$
$V_{Abfall} = 45\,000\ cm^3$ $\quad p_{Abfall} = 83{,}3\,\%$

**10** Ⓐ $O_{Ke} = 6^2 \cdot 3{,}14 + 6 \cdot 3{,}14 \cdot 12 \approx 339{,}1\ (cm^2)$
Ⓑ $O_{Ke} = 6^2 \cdot 3{,}14 + 6 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}48 \approx 272{,}9\ (cm^2)$

**11** a) $V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3{,}14 \cdot 12 = 314\ cm^3$
$s = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\ (cm)$
$O_{Ke} = 5^2 \cdot 3{,}14 + 5 \cdot 3{,}14 \cdot 13 = 282{,}6\ (cm^2)$

b) $771{,}34 = \frac{1}{3} \cdot 8{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot h_K \Rightarrow 10{,}2\ (cm) \approx h_K$
$s = \sqrt{10{,}2^2 + 8{,}5^2} \approx 13{,}28\ (cm)$
$O_{Ke} = 8{,}5^2 \cdot 3{,}14 + 8{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 13{,}28 \approx 581{,}3\ (cm^2)$

c) $23\,550 = \frac{1}{3} \cdot r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot 25$
$900 = r \cdot r$
$30\ (mm) = r$
$s = \sqrt{30^2 + 25^2} \approx 39\ (mm)$
$O_{Ke} = 30^2 \cdot 3{,}14 + 30 \cdot 3{,}14 \cdot 39 \approx 6\,500\ (cm^2)$

d) $2{,}17 = \frac{1}{3} \cdot r \cdot r \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}44 \Rightarrow 1{,}2\ (m) \approx r$
$s = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}44^2} \approx 1{,}87\ (m)$
$O_{Ke} = 1{,}2^2 \cdot 3{,}14 + 1{,}2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}87 = 11{,}57\ (m^2)$

**12** a) $G = 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 6{,}25\ (\text{cm}^2)$

$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 6 = 12{,}5\ (\text{cm}^3)$

$h_s^2 = h_K^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$h_s^2 = 6^2 + 1{,}25^2$

$\Rightarrow h_s \approx 6{,}1\ (\text{cm})$

$O_{Py} = 2{,}5^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 6{,}1 = 36{,}75\ (\text{cm}^2)$

b) $a = \sqrt{289} = 17\ (\text{cm})$

$h_s^2 = h_K^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$h_s^2 = 14^2 + 8{,}5^2$

$\Rightarrow h_s \approx 16{,}38\ (\text{cm})$

$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 17 \cdot 17 \cdot 14 \approx 1\,348{,}7\ (\text{cm}^3)$

$O_{Py} = 17^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 17 \cdot 16{,}38 \approx 845{,}92\ (\text{cm}^2)$

c) $G = 8 \cdot 8 = 64\ (\text{cm}^2)$

$h_K^2 = h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$h_K^2 = 7^2 - 4^2$

$\Rightarrow h_K \approx 5{,}74\ (\text{cm})$

$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 8 \cdot 5{,}74 \approx 122{,}45\ (\text{cm}^3)$

$O_{Py} = 8^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7 = 176\ (\text{cm}^2)$

**13** Werkstück A:

$V = V_W - 2 \cdot V_{Py}$

$V = 15 \cdot 15 \cdot 15 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15 \cdot 5{,}4$

$V = 3\,375 - 810$

$V = 2\,565\ (\text{cm}^3)$

Gewicht:

$m = 2\,565 \cdot 7{,}8 = 20\,007\ (\text{g}) \approx 20\ (\text{kg})$

Werkstück B:

$V = V_{Py\ groß} - V_{Py\ klein}$

$V = 13 \cdot 4{,}8 \cdot 4{,}8 \cdot 7 - \frac{1}{3} \cdot 2{,}4 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}5$

$V = 53{,}76 - 6{,}72$

$V = 47{,}04\ (\text{cm}^3)$

Gewicht:

$m = 47{,}04 \cdot 7{,}8 \approx 366{,}9\ (\text{g})$

**14** $A = \frac{3}{2}a^2 \cdot \sqrt{3} \cdot 6$

$A = \frac{3}{2} \cdot 4^2 \cdot \sqrt{3} \approx 41{,}57\ (\text{cm}^2)$

$V_{Pr} = G \cdot h_K$

$V_{Pr} = 41{,}57 \cdot 8 = 332{,}56\ (\text{cm}^3)$

$V_{Py} = \frac{1}{3} \cdot 332{,}56 = 110{,}85\ (\text{cm}^3)$

$V_{Restkörper} = V_{Pr} - V_{Py} = 221{,}71\ (\text{cm}^3)$

Gewicht des Restkörpers:

$m = 221{,}71 \cdot 2{,}7 \approx 598{,}6\ (\text{g})$

**15** Der Kegel dreht sich zweimal um die eigene Achse.

Begründung: $d_{Grundkreis} = 2 \cdot d_{Kegel} \Rightarrow u_{Grundkreis} = 2 \cdot u_{Kegel}$

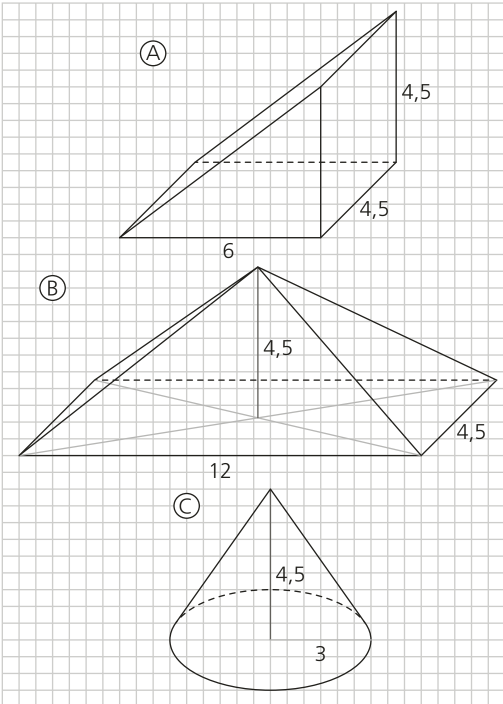
Entweder 1 Seite kürzen oder eine Seite füllen

Die Abschlussrunde bietet die Möglichkeit, am Ende einer Einheit den Lernstand zu erheben und gegebenenfalls Maßnahmen zu ergreifen, um Defizite zu beheben. Sollte die Lehrkraft eine Testung unabhängig vom Schulbuch wünschen, stehen in click & teach Klassenarbeiten zur Verfügung.

L

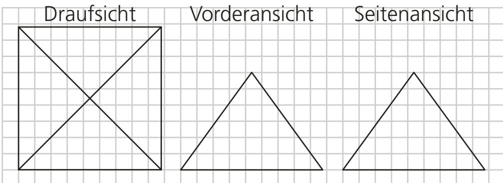
**1** a) Ⓐ dreiseitiges Prisma  Ⓑ rechteckige Pyramide  Ⓒ Kegel

b) Schrägbilder im Maßstab 3 : 1, d. h. alle Seitenlängen sind dreimal so lang wie in den Ansichten zu a):




**2** a) $V_{Py} = 19{,}36\ cm^3$  $O_{Py} = 45{,}76\ cm^2$

b)




**3** a) Ⓐ: $V_{Py} \approx 51{,}03\ cm^3$  $O_{Py} = 6{,}4 \cdot 4{,}6 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5{,}69 \cdot 6{,}4 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6{,}11 \cdot 4{,}6 \approx 94{,}9\ (cm^2)$

Ⓑ: $V_{Ke} = 75{,}36\ cm^3$  $O_{Ke} = 3^2 \cdot 3{,}14 + 3 \cdot 3{,}14 \cdot 8 = 103{,}62\ cm^2$

b) Volumen des Kegels mit doppeltem Radius:

$V_{Ke} = 301{,}44\ cm^3$

Das Volumen wird vervierfacht.

**4** $G = \frac{32 \cdot 27{,}7}{2} \cdot 6 = 2\,659{,}2\ (cm^2)$

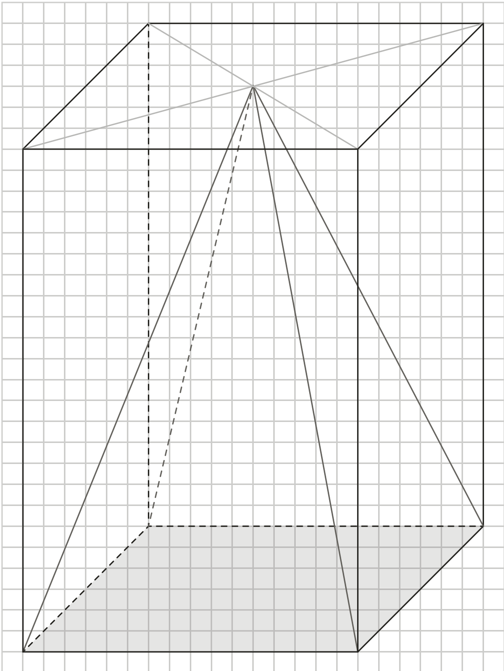
$V_{Pr} = 2\,659{,}2 \cdot 180 = 478\,656\ (cm^3)$

Gewicht der Säule:

$m = 478\,656 \cdot 2{,}7$

$m = 1\,292\,371{,}2\ (g) \approx 1\,292\ (kg)$

**5**



Volumen des Restkörpers:

$V = V_{Qu} - V_{Py}$

$= 8 \cdot 6 \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 6 \cdot 12$

$= 576 - 192 = 384 \text{ (cm}^3\text{)}$

**6** a) $V = V_Z - V_{Ke}$

$V = 12 \cdot 12 \cdot 3{,}14 \cdot 28 - \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 3{,}14 \cdot 15$

$V = 12\,660{,}48 - 2\,260{,}80 = 10\,399{,}68 \text{ (cm}^3\text{)}$

b) $V = V_{Qu\ groß} + V_{Py} - V_{Qu\ klein}$

$V = 24 \cdot 10 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 - 14 \cdot 6 \cdot 10$

$V = 2\,400 + 400 - 840 = 1\,960 \text{ (cm}^3\text{)}$

**7** $s = \sqrt{8^2 + 24^2} \approx 25{,}30 \text{ (cm)}$

$M_{Ke} = 8 \cdot 3{,}14 \cdot 25{,}3 \approx 635{,}54 \text{ (cm}^2\text{)}$

Folienfläche für 22 Spitzhüte inklusive 20 % Verschnitt:

$A_{Folie} = 22 \cdot 635{,}54 \cdot 120\,\% \approx 16\,778{,}26 \text{ (cm}^2\text{)} \approx 1{,}68 \text{ (m}^2\text{)}$

AH 35

L

Die Seiten „Kreuz und quer" greifen im Sinne einer permanenten Wiederholung Lerninhalte früher behandelter Kapitel auf und sichern so nachhaltig Basiskompetenzen.

## Zahlen und Operationen

**1** a) $3{,}4 \cdot 10^7 > 3\,400\,000$  b) $5{,}2 \cdot 10^6 < 5{,}2 \cdot 10^5$

c) $8{,}6 \cdot 10^4 = 0{,}86 \cdot 10^5$

**2** a) $8 \cdot 10^6 : 64 = 1{,}25 \cdot 10^5$  b) $0{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 555 = 3{,}33 \cdot 10^{-2}$

c) $160 \cdot 10^{-4} : 320 = 5 \cdot 10^5$  d) $0{,}06 \cdot 10^8 : 540 = 1{,}1 \cdot 10^4$

**3** a)

$$\begin{aligned} 4 + \tfrac{2}{5}x &= 13 + \tfrac{1}{4}x && \left|\, -\tfrac{1}{4}x \right. \\ 4 + \tfrac{3}{20}x &= 13 && |\, -4 \\ \tfrac{3}{20}x &= 9 && \left|\, : \tfrac{3}{20} \right. \\ x &= 60 \\ L &= \{60\} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot (x+1)}{5} &= \frac{x+3}{2} && |\cdot 10 \\ 6 \cdot (x+1) &= 5 \cdot (x+3) \\ 6x + 6 &= 5x + 15 && |\, -5x \\ x + 6 &= 15 && |\, -6 \\ x &= 9 \\ L &= \{9\} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} D &= \mathbb{Q}\backslash\{-2\} \\ \frac{24}{x+2} &= 3 && |\cdot (x+2) \\ 24 &= 3 \cdot (x+2) \\ 24 &= 3x + 6 && |\, -6 \\ 18 &= 3x && |\, : 3 \\ 6 &= x \\ L &= \{6\} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} 4y^2 - 25 &= y^2 + 8 && |\, -y^2 \\ 3y^2 - 25 &= 8 && |\, +25 \\ 3y^2 &= 33 && |\, : 3 \\ y^2 &= 11 \\ y_1 &= -\sqrt{11} \\ y_2 &= \sqrt{11} \\ L &= \{-\sqrt{11};\ \sqrt{11}\} \end{aligned}$$

**4** Beispiel

Anne: x

| | Anne | Lisa | Nina |
|---|---|---|---|
| Geld | x | 2x – 1 000 | (2x – 1 000) : 2 |
| insgesamt | 158 000 | | |

Gleichung:

$$\begin{aligned} x + 2x - 1\,000 + (2x - 1\,000) : 2 &= 158\,000 \\ x + 2x - 1\,000 + x - 500 &= 158\,000 \\ 4x - 1\,500 &= 158\,000 \\ \Rightarrow x &= 39\,875 \end{aligned}$$

Erbe

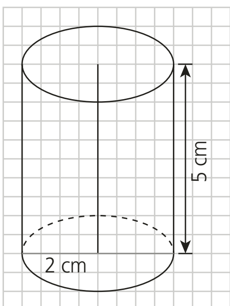
Anne: 39 875 €

Lisa: 78 750 €

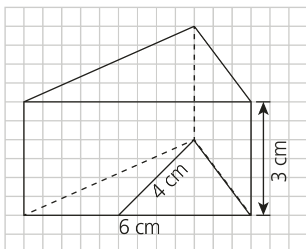
Nina: 39 375 €

## Raum und Form

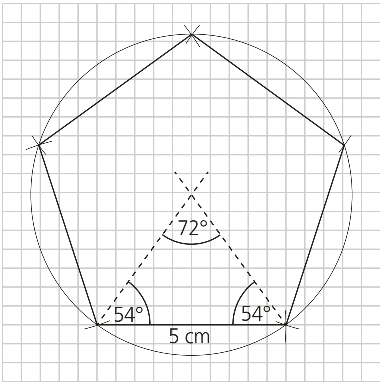
**1** a)



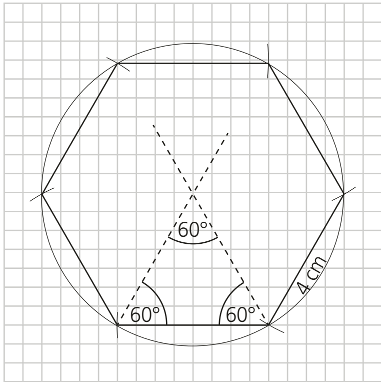

b)



**2** a)




b)




**3** Das Netz gehört zu Körper Ⓐ.

## Größen und Messen

**1** a) $a^2 + b^2 = d^2$
$6^2 + 3^3 = d^2$
$\Rightarrow d \approx 6{,}7$ (cm)

b) $a^2 + a^2 = d^2$
$2{,}5^2 + 2{,}5^2 = d^2$
$\Rightarrow d \approx 3{,}5$ (cm)

**2** a) $3{,}1^2 + b^2 = 4{,}5^2$
$b = \sqrt{4.5^2 - 3{,}1^2}$
$b \approx 3{,}3$ (cm)

b) $a^2 + 5{,}1^2 = 7{,}2^2$
$a = \sqrt{7{,}2^2 - 5{,}1^2}$
$a \approx 5{,}1$ (cm)

**3** a) Breite des Fernsehbildes: b
$b^2 + 64^2 = 111^2$
$b = \sqrt{111^2 - 64^2}$
$b \approx 91$ (cm)

b) Reichhöhe der Leiter: h
$h^2 + 7^2 = 14^2$
$h = \sqrt{14^2 - 7^2}$
$h \approx 12$ (m)

## Daten und Zufall

**1** a) Die Wahl würde auf Glücksrad Ⓐ fallen, da hier die Wahrscheinlichkeit höher ist $\left(\frac{4}{8} = 50\,\%\right)$ als bei Glücksrad Ⓑ $\left(\frac{3}{8} = 37{,}5\,\%\right)$.

b) Wahrscheinlichkeit :
blau und orange: jeweils $\frac{1}{8} = 12{,}5\,\%$
rot und gelb: jeweils $\frac{3}{8} = 37{,}5\,\%$

**2** Die Wahrscheinlichkeit, eine 1 zu würfeln, ist $\frac{1}{6}$. Bei 500 Würfen ist daher $\frac{500}{6} \approx 83$ Einsen zu erwarten. Die Zahl 85 kommt dieser Anzahl am nächsten.