

3

Experimentelles Arbeiten: Auf- und Entladung von Kondensatoren

Ph12 Lernbereich 4: Experimentelles Arbeiten

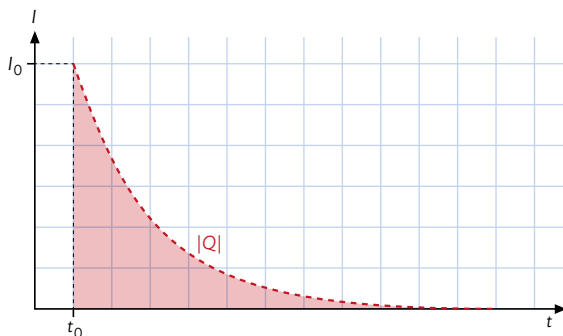
Die Schülerinnen und Schüler **planen ein Experiment zur Überprüfung der mathematischen Modellierung des Auf- oder Entladevorgangs eines Kondensators**. Sie untersuchen den Einfluss des Ohmschen Widerstands und der Kapazität auf die Zeitkonstante sowie auf die im Kondensator gespeicherte Ladung. Zum Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit dem Modell nutzen sie digitale Werkzeuge zur Regression und zur graphischen Integration.

Voraussetzung: Kondensator als Energiespeicher (Kapitel 2.2 im Buch) und die Methode zur graphischen Integration (S. 36 im Buch)

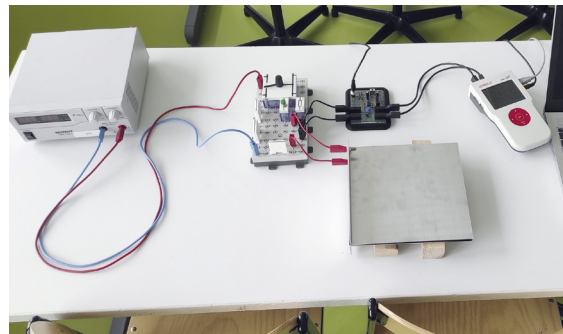
Lade- und Entladevorgang beim Kondensator

Die in einem Kondensator gespeicherte elektrische Energie kann in einem Stromkreis Arbeit verrichten; ebenso muss am Kondensator Arbeit verrichtet werden, wenn dieser geladen wird. Der zeitliche Verlauf dieser Vorgänge soll in den folgenden Experimenten untersucht werden.

⚠ Kondensatoren sollen immer über einen Widerstand kontrolliert entladen und dürfen nicht kurzgeschlossen werden. Vor allem Kondensatoren mit größerer Kapazität können sonst überhitzen und explodieren. Bauartbedingt muss bei einigen Kondensatoren (z. B. Elektrolytkondensatoren) auf die korrekte Polung geachtet werden. Kondensatoren mit größerer Kapazität sollten mit einer aktivierten Entladevorrichtung gelagert werden (vgl. Handreichung „Sicher experimentieren“ S. 23), da sie sich durch auftretenden Memory-Effekt selbst laden könnten.



B1 t - I -Diagramm des Entladevorgangs.



B2 Experimenteller Aufbau.

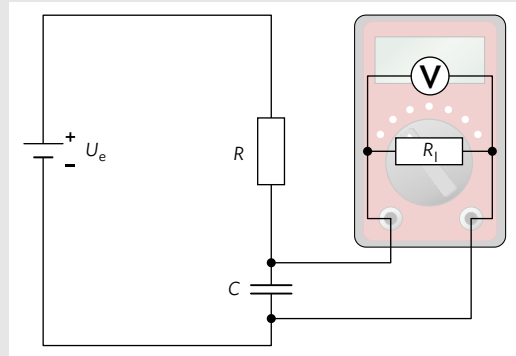
Im Arbeitsblatt AB2 „Auf- und Entladevorgang bei einem RC-Glied“ wird die mathematische Modellierung des Auf- und Entladevorgangs eines Kondensators behandelt. Dort wird beschrieben, dass die Stromstärke dabei einen exponentiellen Verlauf der Form $I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ (beim Aufladevorgang) bzw. $I(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ (beim Entladevorgang) hat. In B1 ist der Verlauf der Stromstärke für den Entladevorgang dargestellt. Im Folgenden werden nun experimentelle Untersuchungen dazu angestellt.

Die Fläche unter dem t - I -Diagramm des Entladestroms ist dabei von großer Bedeutung. Sie entspricht dem Betrag der Ladung $|Q|$, die zuvor auf dem Kondensator gespeichert war. (vgl. Methode graphische Integration im Buch auf S. 36).

Um die Zeitdauer der Entladung in einem zeitlich leicht auflösbaren Rahmen zu halten, müssen bei den Experimenten teilweise sehr große Widerstände (bis $\approx 1\text{G}\Omega$) verwendet werden. Die kleinen auftretenden Stromstärken können dann über den Spannungsabfall am Widerstand bestimmt werden.

Übliche Messwerterfassungssysteme besitzen bei Spannungsmessung einen Eingangswiderstand von ca. 1–10 MΩ, was im Vergleich zu den oben geforderten 1 GΩ sehr klein ist. Man kann aber einen Messverstärker vor das Messgerät schalten: Der Messverstärker besitzt einen hohen Widerstand, erzeugt aber ein starkes Ausgangssignal, das vom Messgerät dann erfasst werden kann (vgl. Infokasten).

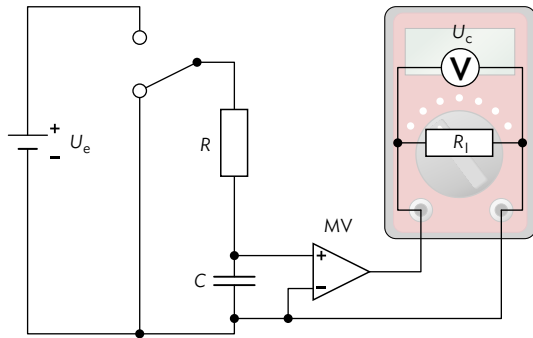
i Ideale Spannungsmessgeräte haben einen unendlich hohen Widerstand und beeinträchtigen so einen Stromkreis nicht. Reale Messgeräte hingegen können durch einen zusätzlichen parallelen Innenwiderstand R_I beschrieben werden (vgl. Abbildung rechts), der typischerweise im Bereich von 1–10 MΩ liegt. Beim Laden des Kondensators bildet R_I zusammen mit R einen Spannungsteiler, am Kondensator liegt somit auch im stationären Zustand nur die Teilspannung $U_e \cdot \frac{R_I}{R + R_I}$ an. Beim Entladen des Kondensators bildet R_I einen zweiten Strompfad, der effektive Entladewiderstand wird verringert. Beide Effekte können minimiert werden, wenn gilt: $R_I \gg R$. Man schaltet daher vor das Messgerät einen Messverstärker (vgl. B4). Dieser hat einen hohen Eingangswiderstand und verhindert dadurch das Entladen des Kondensators. Der Verstärker nimmt dann also ein schwaches Signal auf, verstärkt es dann aber, damit dieses mit dem dahinter geschalteten Messgerät gemessen werden kann.



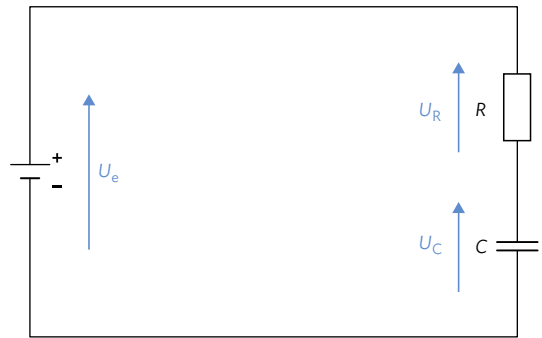
B3 Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts.

Grundlagen für den Lade- und Entladevorgang

Ein Kondensator wird wie in B4 geladen und kurze Zeit darauf wieder entladen. In dem RC-Glied wird ein Widerstand von $R = 1,0 \text{ M}\Omega$ verwendet.



B4 Die Spannung am Kondensator kann über einen hochohmigen Messverstärker gemessen werden. Dargestellt ist hier der Entladevorgang.



B5 Maschenregel beim RC-Stromkreis.

Nach der Maschenregel (vgl. B5) ist die extern anliegende Spannung U_e gleich der Summe der Teilspannungen in einer Masche des Stromkreises: $U_e = U_R + U_C$.

Da beim Entladevorgang die externe Spannung $U_e = 0 \text{ V}$ beträgt, gilt für die Spannung am Widerstand:

$$U_R = -U_C.$$

Die Stromstärke während dem Entladen hängt somit wie folgt mit der Spannung zusammen:

$$I_{\text{Entladen}} = \frac{U_R}{R} = -\frac{U_C}{R}.$$

Beim Aufladevorgang ist $U_e \neq 0 \text{ V}$ und damit $U_R = U_e - U_C$.

Für den Ladestrom gilt daher:

$$I_{\text{Laden}} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_e - U_C}{R}.$$

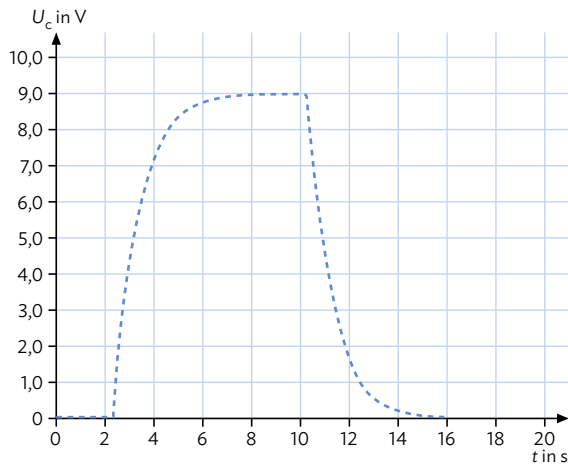
Insbesondere ist somit der Ladestrom I_{Laden} positiv und der Entladestrom I_{Entladen} negativ.

Beispielmessung: Entladevorgang

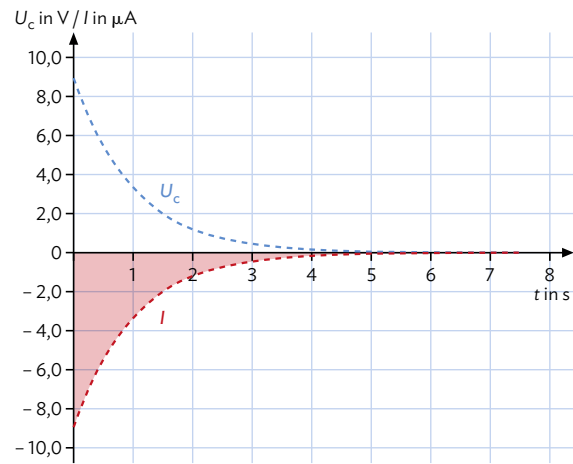
Die Experimente zur Untersuchung des Lade- bzw. Entladevorgangs laufen sehr ähnlich ab. Im Folgenden wird beispielhaft der Entladevorgang beschrieben.

Ein Kondensator wird zunächst mit der Spannung $U_e = 9,0\text{ V}$ geladen und anschließend wieder entladen. Der typische Verlauf der Kondensatorspannung U_C ist in B6 dargestellt.

Für den Entladevorgang wird der Kondensator zunächst mit einer etwas größeren Spannung als U_e geladen, die Messung startet durch einen Trigger automatisch bei Unterschreiten der Grenzspannung von $9,0\text{ V}$ (vgl. Aufgabe 1b). Der Stromstärke- und Spannungsverlauf am Kondensator während des Entladens ist in B7 dargestellt.



B6 | Spannungsverlauf U_C am RC-Glied beim Laden und Entladen des Kondensators mit $C = 1,0\ \mu\text{F}$ und $R = 1,0\ \text{M}\Omega$.



B7 | Spannung und Stromstärke beim Entladen eines Kondensators.

Auswertung durch die Untersuchung der gespeicherten Ladung

Durch numerische Integration mithilfe des Messwerterfassungssystems oder mit einer Tabellenkalkulation kann die Ladung $|Q| = 8,89\ \mu\text{C}$ bestimmt werden.

Die Messunsicherheit setzt sich aus mehreren Faktoren zusammen. Die relative Unsicherheit des Widerstandes kann am Farbcode des Widerstandes abgelesen werden (vgl. **Methode** im Buch auf S.233) und beträgt bei dieser Messung $\frac{\Delta R}{R} = 10\%$. Diese Unsicherheit kann durch eine gesonderte Messung des Widerstandes deutlich reduziert werden.

Eine weitere Unsicherheit liegt in der Spannungsmessung und kann mit $\Delta U_C = 0,01\text{ V}$ angegeben werden. U_C nimmt im Lauf der Messung unterschiedliche Werte an, die mittlere relative Unsicherheit kann mit $\frac{\Delta U_C}{U_C} \approx 1\%$ abgeschätzt werden. Für die Unsicherheit der Zeitmessung wird ebenso $\frac{\Delta t}{t} = 1\%$ angenommen. Bei der Integralbildung zweier Größen muss analog zur Multiplikation die Summe der relativen Unsicherheiten angenommen werden (vgl. **Methode** „Messunsicherheit bei zusammengesetzten Termen“ auf dem Arbeitsblatt AB1 „Experimente zur Coulombkraft – Teil 1“).

Die Unsicherheit der Spannung U_e kann aus dem Spannungsunterschied der ersten Messwerte zu

$$\Delta U_e = 0,09\text{ V} \text{ abgeschätzt werden und somit beträgt auch } \frac{\Delta U_e}{U_e} \approx 1\%.$$

Die gesamte relative Unsicherheit beträgt somit

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta U_C}{U_C} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta U_e}{U_e} \approx 10\% + 1\% + 1\% + 1\% \approx 13\%.$$

Die gemessene Kapazität des Kondensators ist somit $C = \frac{Q}{U_e} = 0,99\ \mu\text{F} \pm 0,13\ \mu\text{F}$.

Dies liegt im Rahmen der vom Hersteller angegebenen Unsicherheit des verwendeten Kondensators mit $C = 1,0\ \mu\text{F} \pm 0,2\ \mu\text{F}$. Für viele Kondensatoren beträgt die typische Unsicherheit $10\% - 20\%$.

Auswertung durch die Untersuchung der Zeitkonstante τ

Der zeitliche Verlauf der Stromstärke und der Spannung beim Entladen eines Kondensators wird beschrieben durch $I(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ bzw. $U(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ mit $\tau = RC$.

(vgl. AB2 „Auf- und Entladevorgang bei einem RC-Glied“)

Eine exponentielle Anpassung mittels Regression innerhalb der Messerfassungssoftware oder einer Tabellenkalkulation führt zu einer Beschreibung der Messwerte mit der Formel

$$I(t) = -8,9909 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot e^{-\frac{t}{1,0029 \text{ s}}}$$

Die Unsicherheit $\frac{\Delta\tau}{\tau} \approx 3\%$ setzt sich analog zu obiger Überlegung aus den Unsicherheiten $\frac{\Delta U_C}{U_C}$, $\frac{\Delta t}{t}$ und $\frac{\Delta U_e}{U_e}$ zusammen. Die Zeitkonstante wird damit zu $\tau = RC = 1,00 \text{ s} \pm 0,03 \text{ s}$ bestimmt.

Daraus kann ebenfalls die Kapazität des verwendeten Kondensators bestimmt werden zu

$$C = \frac{\tau}{R} = 1,0 \mu\text{F} \pm 0,13 \mu\text{F}.$$

Arbeitsauftrag

- 1 | Planen Sie ein Experiment zur Überprüfung der mathematischen Modellierung des Entladevorgangs eines Kondensators über einen Widerstand. Bearbeiten Sie dabei insbesondere die folgenden Arbeitsaufträge.
 - a) Skizzieren Sie einen möglichen Schaltplan. Schätzen Sie ab, wie langsam Sie den Versuch ablaufen lassen können und erläutern Sie, wie Sie die Bestandteile des RC-Glieds dazu auswählen. Berücksichtigen Sie dabei auch den Eingangswiderstand Ihres Messgerätes. Falls dieser nicht bekannt ist, gehen Sie von $R_I = 5,0 \text{ M}\Omega$ aus.
 - b) Für die praktische Durchführung einer elektronischen Messwertaufnahme ist es günstig, den Kondensator zunächst mit einer etwas größeren Spannung zu laden. Die Messwertaufnahme startet dann automatisch durch einen Trigger, sobald die Spannung am Kondensator einen Schwellenwert U_e unterschreitet. Begründen Sie, dass dieses Verfahren äquivalent ist zu einer Messung, bei der die Spannung U_e exakt eingestellt wird, und erläutern Sie den praktischen Nutzen dieses Verfahrens.
 - c) Nehmen Sie mehrere Messreihen mit unterschiedlichen Widerständen und Kondensatoren auf.
 - d) Bestimmen Sie die auf dem Kondensator gespeicherte Ladung durch graphische Integration. Bestätigen Sie experimentell, dass die Ladung unabhängig ist vom Widerstand R .
 - e) Ermitteln Sie jeweils die Zeitkonstante τ und bestätigen Sie den Zusammenhang zwischen τ und den Werten von R und C .

- 2 | Im folgenden Experiment untersuchen Sie den Ladevorgang eines Kondensators im RC-Glied.
 - a) Nehmen Sie mehrere Messreihen zum Ladevorgang eines Kondensators auf und werten Sie diese hinsichtlich der gespeicherten Ladung Q_C sowie der Zeitkonstanten τ aus.
Hinweis zur Messung: Die Messung beginnt mit der Spannung $U_C = 0 \text{ V}$. Ein steigender Trigger in Verbindung mit einem geeigneten „Pretrigger“ ermöglicht die automatische Messwertaufnahme ohne Datenverlust durch eine Triggerschwelle, die größer ist als die auftretenden Messwertschwankungen.
 - b) Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Ergebnissen aus Aufgabe 1.

- 3 | Überprüfen Sie Ihre bisherigen Experimente auf systematische Messabweichungen aufgrund eines endlichen Eingangswiderstandes des Spannungsmessgerätes.
 - a) Berechnen Sie die prozentuale Abweichung der Spannung U_C beim Laden eines Kondensators von der Spannung U_e , die nach einer Zeit von $5 \cdot \tau$ zu erwarten ist.
 - b) Laden Sie den Kondensator im RC-Glied und warten Sie 5 Zeitkonstanten ab. Falls $U_C \approx U_e$ ist, erhöhen Sie den Widerstand und wiederholen Sie das Experiment, bis Sie einen signifikanten Unterschied der Spannungen feststellen. Notieren Sie Ihre Messergebnisse für U_C in Abhängigkeit von U_e und R .
 - c) Berechnen Sie mit Ihren Ergebnissen aus b) den Innenwiderstand Ihres Messgerätes und schätzen Sie so die systematische Messabweichung in den Aufgaben 1 und 2 ab. Begründen Sie, ob durch diese Abweichung die Werte für die Kapazität und die Zeitkonstante systematisch zu groß oder zu klein bestimmt wurden.