

12 Zeigerdiagramme als fachtypische Darstellungsform

Ph12 Lernbereich 2: Elektromagnetische Induktion und Schwingungen

Die Schülerinnen und Schüler **nutzen Zeigerdiagramme als fachtypische Darstellungsform zur Beschreibung des sinusförmigen zeitlichen Verlaufs von Spannung und Stromstärke in einem Wechselstromkreis mit einem Ohmschen Widerstand.**

Voraussetzung: Elektromagnetische Schwingungen (Kapitel 10 im Buch)

Von der Schwingung zum Zeigerdiagramm

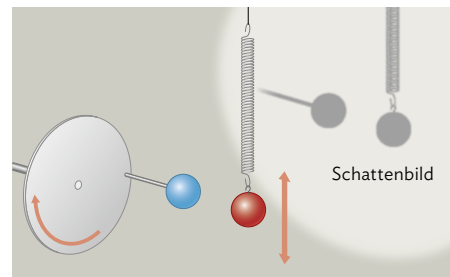
Ein Zeigerdiagramm ist eine graphische Darstellung einer sich periodisch ändernden Größe als rotierender Zeiger. Dabei können generell alle sich sinusförmig ändernde Größen mit einem Zeigerdiagramm dargestellt werden.

In der 11. Klasse haben Sie vermutlich ein Experiment kennengelernt, bei dem die Bewegung einer kreisförmig rotierenden Scheibe mit der harmonischen Schwingung eines Federpendels verglichen wurde (vgl. Mediencode und B1).



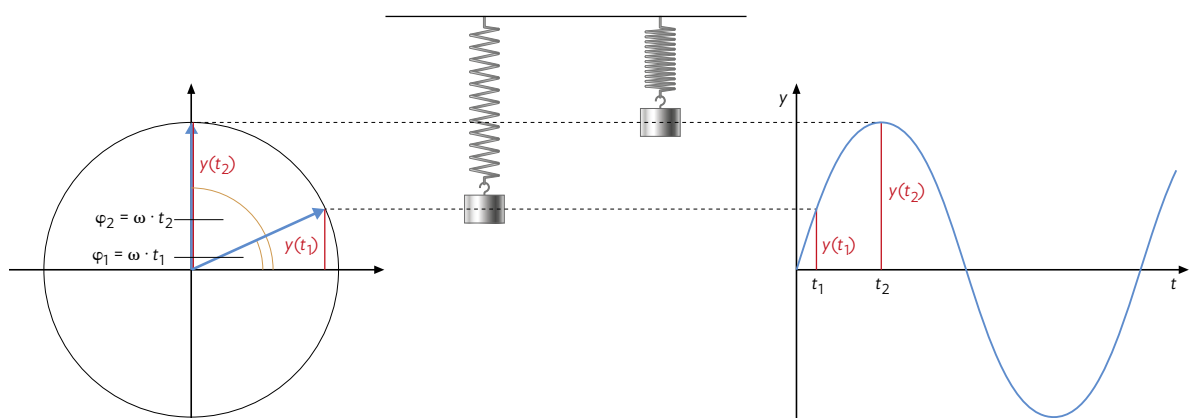
MC 67054-09

Mithilfe eines Scheinwerfers werden die Bewegung der Kugel, die auf einer Scheibe rotiert, und die eines Massenstücks an einem Federpendel an eine Wand projiziert. Anschließend wird diese Bewegung der beiden Körper entlang der y-Achse verglichen.



B1 | Skizzenhafter Versuchsaufbau: Kreisbewegung vs. harmonische Schwingung eines Federpendels.

Bei entsprechender Anpassung (Periodendauer des Federpendels = Periodendauer der Kreisbewegung; Kreisradius = Amplitude der Schwingung; beide Startphasenwinkel gleich) sind die Bewegungen der Schatten identisch.



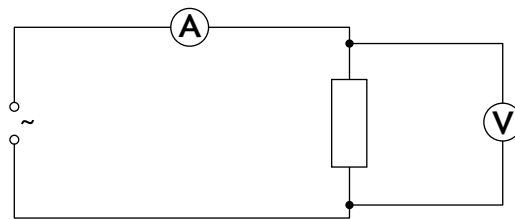
B2 | Links: Zeigerdiagramm; Mitte: Schwingung des Federpendels zu zwei Zeitpunkten; Rechts: t-y-Diagramm für die Schwingung.

Aus diesem Experiment folgt also, dass die harmonische Schwingung als Projektion eines rotierenden Körpers interpretiert werden kann. Daraus ergibt sich allgemein für eine Schwingung konstanter Frequenz (in diesem Kapitel insbesondere für Wechselspannung und Wechselstrom) die Darstellung durch sogenannte Zeigerdiagramme (siehe links in B2). Mit diesen Zeigerdiagrammen werden wir uns nun, insbesondere für Wechselspannung und Wechselstrom, ausführlicher beschäftigen.

Spannung und Stromstärke in der Wechselstromtechnik

In der Wechselstromtechnik werden diese Zeigerdiagramme oft eingesetzt, um die elektrische Stromstärke sowie die elektrische Spannung darstellen zu können.

Dies werden wir zunächst anhand eines einfachen Stromkreises bestehend aus einem Ohmschen Widerstand und einer Wechselspannungsquelle betrachten (vgl. B3).



B3 | Stromkreis mit Wechselspannungsquelle.

Betrachtet man den zeitlichen Verlauf der Stromstärke und Spannung in diesem Schaltkreis in einem t - I - bzw. t - U -Diagramm, ergibt sich schematisch das in B4 dargestellte Bild.

Die Abbildung macht deutlich, dass die Spannung und die Stromstärke phasengleich sind, d.h. die Schwingung der beiden Größen ist gleichphasig und die Maxima und Minima treten immer gleichzeitig auf.

Anhand der Gleichung

$$R = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U_0}{I_0}$$

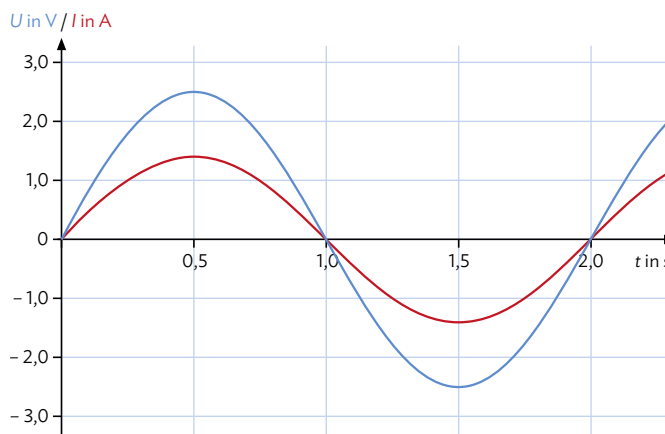
erkennt man sofort, dass zu jedem Zeitpunkt Spannung und Stromstärke für einen Ohmschen Widerstand „in Phase“ sein müssen.

Die beiden oben dargestellten Funktionen lassen sich mathematisch folgendermaßen beschreiben:

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = U_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \text{ bzw.}$$

$$I(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

mit $U(t)$ = beobachtete Momentanwerte der Spannung zum Zeitpunkt t ; $I(t)$ = beobachtete Momentanwerte der Stromstärke zum Zeitpunkt t ; U_0 = Amplitude der Spannung; I_0 = Amplitude der Stromstärke; ω = Kreisfrequenz; T = Periodendauer.



B4 | t - I - und t - U -Diagramm bei Wechselstrom.

Zeichnen von Zeigerdiagrammen - allgemeingültige Regeln

In einem Zeigerdiagramm gelten immer (unabhängig von der physikalischen Situation) folgende Grundannahmen:

1. **Länge des Zeigers:**
Entspricht der Amplitude der Schwingungsgröße (in B2 hellblau), also beispielsweise der maximalen Spannung oder Stromstärke in einem Wechselstromkreis.
2. **Rotation des Zeigers:**
Erfolgt immer mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, mit dem Ursprung als Rotationszentrum, vgl. B2.
3. **Winkel des Zeigers zur Horizontalen:**
Entspricht dem Phasenwinkel $\varphi = \omega \cdot t$ mit der Grundannahme, dass $\varphi(t = 0 \text{ s}) = 0$. Zu Beginn der Schwingung zeigt der Zeiger also in Richtung der Horizontalen.

12 Zeigerdiagramme als fachtypische Darstellungsform

Zeichnen von Zeigerdiagrammen beim Ohmschen Widerstand

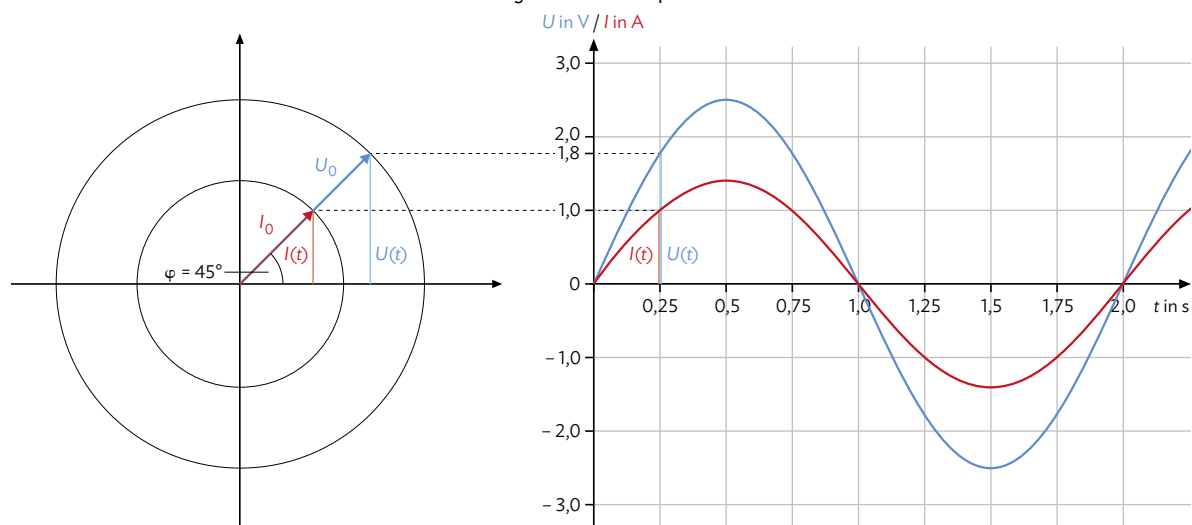
Die Spannung oder auch die Stromstärke lässt sich nun einfach mithilfe eines Zeigerdiagramms darstellen. Es gelten folgende Werte (Stromstärke- und Spannungswerte sind identisch zu denen des t - I - und t - U -Diagramms in B4):

Spannung $U_0 = 2,5\text{V}$; Stromstärke $I_0 = 1,4\text{A}$; Kreisfrequenz $\omega = 3,14\frac{1}{\text{s}}$ bzw. $T = 2,00\text{s}$.

Vorgehen:

1. Zeichnen des Spannungszeigers \vec{U}
 - Länge des Zeigers entspricht der Amplitude U_0 ; mit dem Maßstab: $1\text{cm} \hat{=} 1\text{V}$ beträgt sie also $2,5\text{cm}$.
 - Richtung des Zeigers: Winkel des Zeigers zur Horizontalen entspricht dem Phasenwinkel $\varphi = \omega \cdot t = 3,14\frac{1}{\text{s}} \cdot t$
2. Zeichnen des Stromstärkezeigers \vec{I}
 - Länge des Zeigers entspricht Amplitude I_0 ; mit dem Maßstab: $1\text{cm} \hat{=} 1\text{A}$ beträgt sie $1,4\text{cm}$.
 - Richtung des Zeigers: Winkel des Zeigers zur Horizontalen entspricht dem Phasenwinkel $\varphi = \omega \cdot t = 3,14\frac{1}{\text{s}} \cdot t$

Für einen Zeitpunkt von beispielsweise $t = 0,25\text{s}$ ergibt sich sowohl für die Spannung als auch für die Stromstärke ein Winkel von: $\varphi = \omega \cdot t = 3,14\frac{1}{\text{s}} \cdot 0,25\text{s} = \frac{3,14}{4}$, also ein Winkel von 45° .



B5 Links: Zeigerdiagramm für $I(t)$ und $U(t)$; Rechts: t - I - und t - U -Diagramm für eine Periodendauer.

Die Werte für $U(t = 0,25\text{s})$ und $I(t = 0,25\text{s})$ kann man nun an der y -Koordinate des Punktes, auf den die Pfeilspitze zeigt, ablesen. Es ergibt sich $U(t = 0,25\text{s}) = 1,8\text{V}$ und $I(t = 0,25\text{s}) = 1,0\text{A}$.

Man erkennt direkt am Diagramm, dass die Phasenwinkel der beiden Größen identisch sind. Das liegt daran, dass die Spannung und Stromstärke in einem Wechselstromkreis aus Ohmschen Widerständen gleichphasig sind und die Frequenz von Stromstärke und Spannung identisch ist. Die aktuelle Auslenkung sowie die Amplitude lassen sich zudem aus dem Zeigerdiagramm auslesen. Dies lässt sich auch noch einmal mit der Animation im Medien-code nachvollziehen.



MC 67054-10

Zeigerdiagramme sind ein hilfreiches Werkzeug zur Visualisierung des zeitlichen Verlaufs von sinusförmigen Wechselgrößen in der Elektrotechnik. In einem Wechselstromkreis mit einem Ohmschen Widerstand sind Spannung und Stromstärke phasengleich. Das heißt, dass der Winkel zwischen den Zeigern von Spannung und Stromstärke 0° (im Gradmaß) bzw. 0 (im Bogenmaß) beträgt.

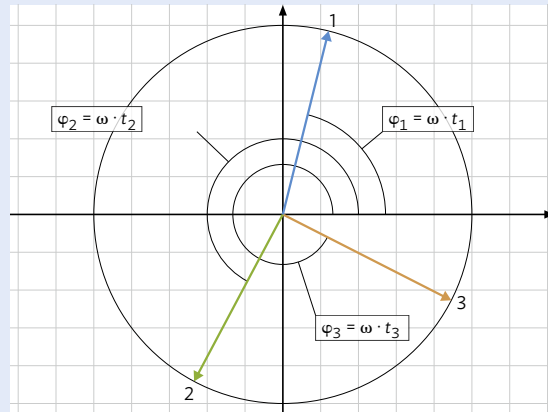
Arbeitsauftrag

1 | Gegeben ist folgendes Zeigerdiagramm (vgl. B6) für die elektrische Spannung.

Es gilt: $\omega = 2,0 \frac{1}{s}$

Maßstab: $1 \text{ cm} \hat{=} 2 \text{ V}$

- Entnehmen Sie dem Zeigerdiagramm für die drei Punkte 1, 2 und 3 die Amplitude, die aktuelle Auslenkung sowie den Phasenwinkel.
- Bestimmen Sie die Zeitpunkte t_1 , t_2 und t_3 .

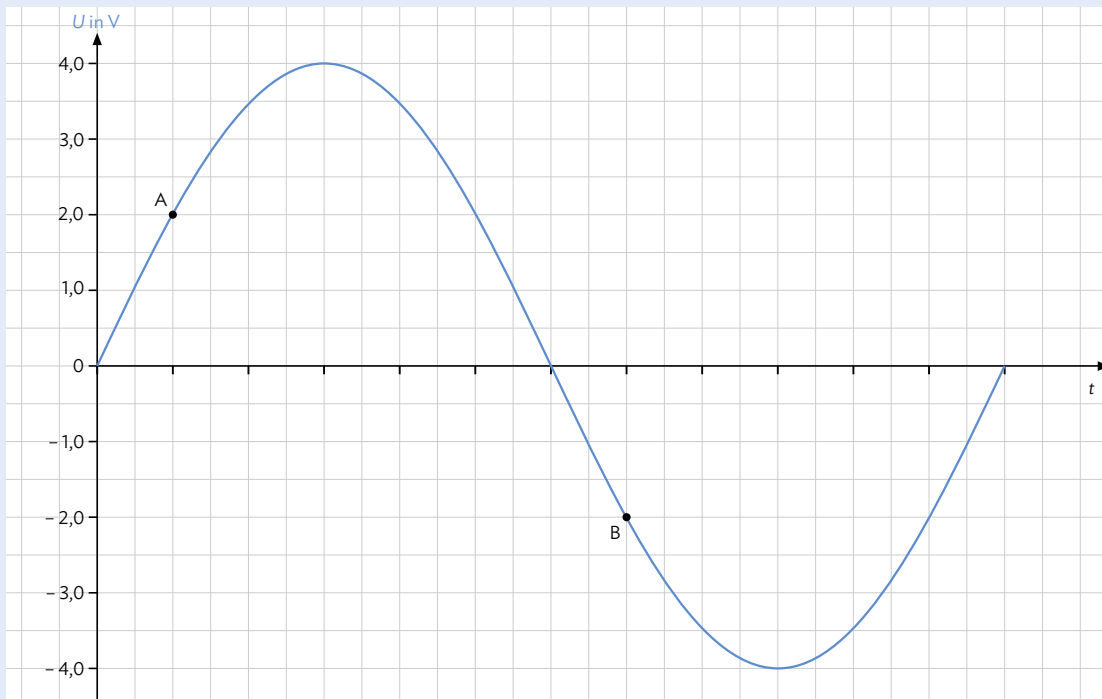


B6 | Zeigerdiagramm für $U(t)$ zu drei Zeitpunkten.

2 | In einem Wechselstromkreis mit einem Ohmschen Widerstand ($R = 2,50 \Omega$) beträgt die Spannung an diesem Widerstand $U_0 = 25,0 \text{ V}$.

- Berechnen Sie die Stromstärke I_0 .
- Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für den Wechselstromkreis mit einem Ohmschen Widerstand. Der Phasenwinkel des Spannungszeigers soll $\frac{3}{4}\pi$ betragen. Wählen Sie einen geeigneten Maßstab!

3 | Gegeben ist folgender Spannungsverlauf:



B7 | t - U -Diagramm für eine Periodendauer.

- Skizzieren Sie für die beiden Punkte A und B das Zeigerdiagramm. Es ist ausreichend, für beide Punkte ein gemeinsames Zeigerdiagramm zu skizzieren.
Maßstab: $1 \text{ cm} \hat{=} 1 \text{ V}$
- Verifizieren Sie Ihr Ergebnis aus Aufgabe 3a mithilfe der Simulation im Mediencode.



MC 67054-11