

18

Addition von Zeigerdiagrammen

Ph12 Lernbereich 3: Elektromagnetische Wellen

Die Schülerinnen und Schüler beziehen bei der Untersuchung der Interferenz von Dipol- und Mikrowellenstrahlung sowie der Ausbildung einer stehenden Welle durch Reflexion theoretische Überlegungen und experimentelle Erkenntnisse aufeinander. **Die resultierende Amplitude und Intensität an beliebigen Punkten ermitteln sie durch die Addition von Zeigern.**

Voraussetzung: AB14 „RL- und RC-Glieder, Frequenzfilter“
Elektromagnetische Wellen (Kapitel 11 im Buch)

Superposition von Wellen mit dem Zeigerformalismus

Beugungs- bzw. Interferenzerscheinungen (beispielsweise am Doppelspalt) können mithilfe der Wellenoptik und dem Huygensschen Prinzip beschrieben und erklärt werden. Will man jedoch Aussagen über Überlagerungen oder Lichtintensitäten von Wellen an beliebigen Punkten treffen, sind Zeigerdiagramme eine nützliche Unterstützung.

Zeigerformalismus bei (elektromagnetischen) Wellen

Bei einer elektromagnetischen Welle regen sich elektrische und magnetische Felder gegenseitig an: Ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld erzeugt ein Magnetfeld, und umgekehrt. In einer idealen ebenen Welle oszillieren die beiden Felder senkrecht zueinander und zur Ausbreitungsrichtung; diese Schwingungen lassen sich zur anschaulichen Darstellung mit dem Zeigerformalismus beschreiben.

Für jeden Ort gibt das Zeigerdiagramm dann an, wie die Schwingung an diesem Punkt der Welle zu verschiedenen Zeitpunkten aussieht. Eine einzelne Schwingung wird dabei durch einen rotierenden Zeiger dargestellt. Eine Welle wird durch eine Kette von Schwingungen, also durch eine Kette von Zeigern dargestellt. Die einzelnen Zeiger haben eine Phasenverschiebung zum Nachbarzeiger, weil das „Signal“ der Welle verzögert weitergegeben wird. Die Projektion der einzelnen Zeiger auf die y -Achse stellt die aktuelle Auslenkung dar, die Länge des Zeigers immer die Amplitude (vgl. B1 auf der nächsten Seite). Bei elektromagnetischen Wellen bedeutet die Projektion auf die y -Achse die elektrische Feldstärke.

Für die Zeigerdiagramme gelten folgende Regeln (vgl. auch **Methode** in AB14):

- Für $t = 0$ s und $x = 0$ m steht der zugehörige Zeiger in einer Position, z. B. der „3-Uhr-Stellung“ (Startposition in B1).
- Für die gleiche Welle ist die Länge der Zeiger immer gleich.
- Für einen festen Zeitpunkt t und wachsendes x in Ausbreitungsrichtung erscheinen die Zeiger **im Uhrzeigersinn** weitergedreht. Nach einer Wellenlänge ist eine vollständige Drehung absolviert.
- Für einen ausgewählten Oszillator an einem festen Ort x erfolgt die Drehung des Zeigers mit zunehmender Zeit t **gegen den Uhrzeigersinn**. Nach Ablauf einer Periodendauer T hat sich dieser Zeiger einmal gedreht.
- Der Winkel zwischen den Zeigern für zwei Orte im Abstand Δx beträgt: $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} \cdot 360^\circ$.

B1 veranschaulicht die Zeigerdarstellung einer Welle. An jeder Stelle der Welle befindet sich ein drehender Zeiger. In B1 werden diese Zeiger exemplarisch für sechs Punkte P_0 bis P_5 angegeben. Die Schwingungsphase, die zum Zeitpunkt $t = 0$ s am Punkt P_0 ist, hat sich dort zum Zeitpunkt $t = \frac{1}{4}T$ zum Punkt P_1 weiterbewegt usw.

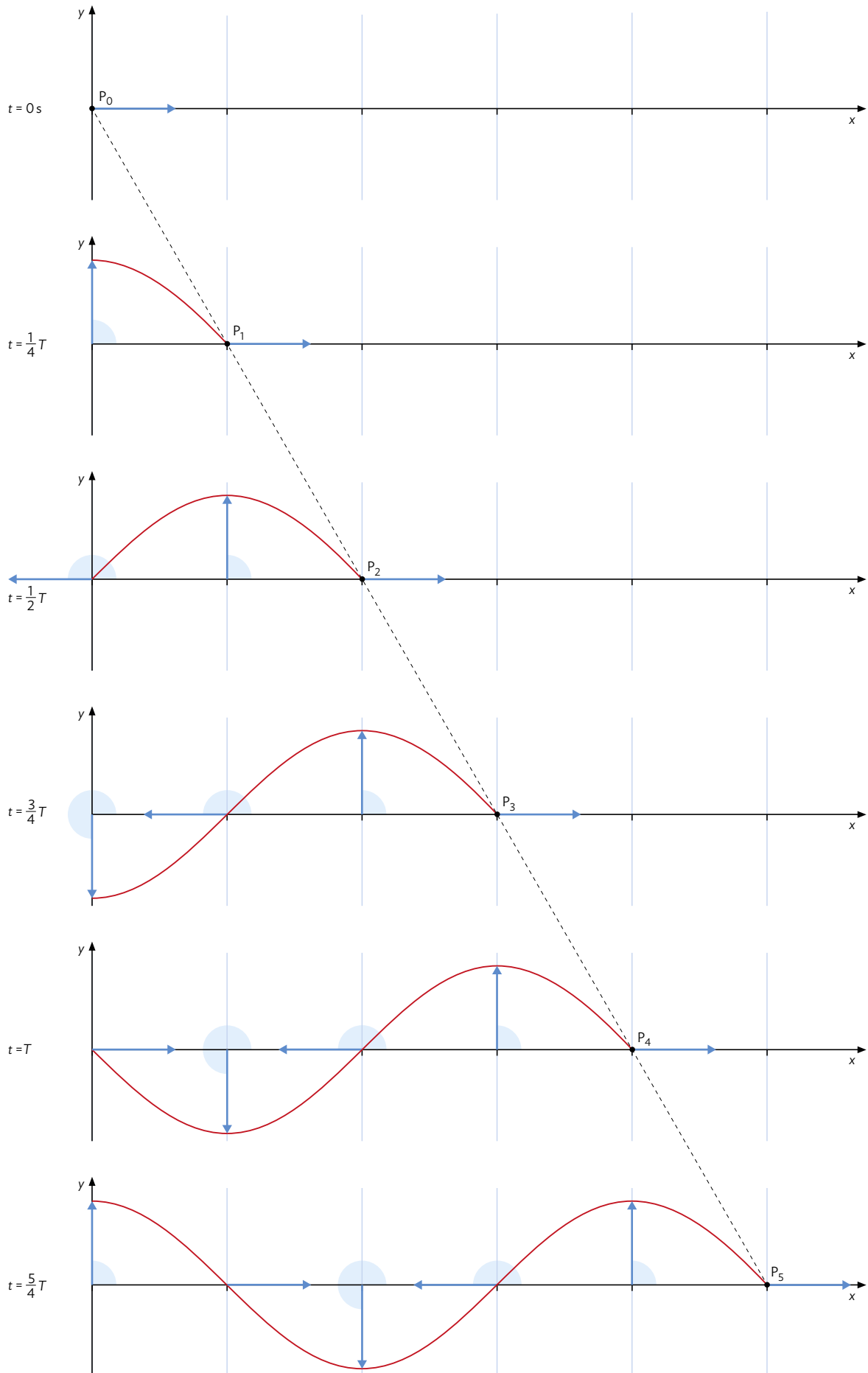
Die Simulation im Mediacode veranschaulicht das Ganze noch zusätzlich.



MC 67054-18

Bei einer Welle wird **jedem Ort der Welle ein Zeigerdiagramm** zugeordnet, welches den Schwingungszustand in diesem Ort beschreibt.

18 Addition von Zeigerdiagrammen



B1 | Zeigerdarstellung einer Welle.

Interferenz in Zeigerdarstellung

Es kommt oft vor, dass sich zwei oder mehrere Wellen gleichzeitig ausbreiten und überlagern. Die resultierende Schwingung an einem bestimmten Punkt lässt sich mathematisch durch die Addition der Teilwellen bestimmen (**Superpositionsprinzip**). Die Zeigerdarstellung ist ein hervorragendes Hilfsmittel, diese Addition vergleichsweise einfach durchzuführen.

Treffen nun beispielsweise zwei Wellen aufeinander, so stellt man diese im gleichen Zeigermodell mit jeweils eigenem Zeiger dar (vgl. B3 auf der nächsten Seite an den Punkten Q, R und S). Besteht zwischen den beiden Zeigern an diesem Ort eine feste Phasenbeziehung, wie das beim Doppelspaltexperiment der Fall ist, so bleibt der Phasenwinkel zwischen den Zeigern identisch. Das bedeutet, dass an einem bestimmten Ort die resultierende Überlagerung betragsmäßig immer gleich ist.

Die Länge des resultierenden Zeigers stellt die resultierende Amplitude der Schwingung dar, die durch die Interferenz der beiden Wellen entsteht.

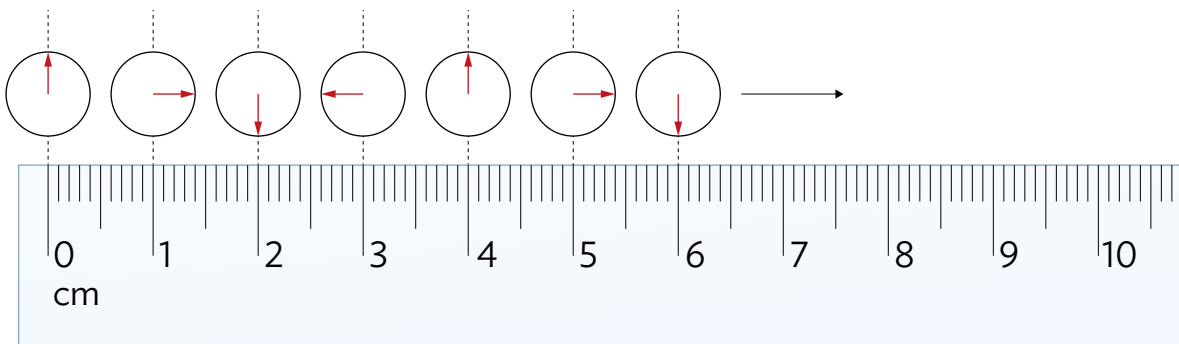
Beispiel: Interferenz am Doppelspalt

Im Beispiel trifft eine ebene Welle auf einen Doppelspalt. Hinter dem Spalt treten nun zwei halbkreisförmige Wellen auf, die gleichphasig schwingen. In unserem Beispiel soll die Wellenlänge der beiden Wellen jeweils 4 mm betragen.

Um dies zeichnen zu können, wird ein Maßstab von $1 \text{ mm} \hat{=} 1 \text{ cm}$ gewählt.

Vorgehen:


Die Welle soll zum Zeitpunkt der Zeichnung einen Wellenberg (dargestellt durch durchgezogene Linien) an den beiden Punkten P_1 und P_2 haben. Im Abstand von 4 cm folgt dann bei der gewählten Wellenlänge der nächste Wellenberg. Für eine der beiden Wellen würden die Zeiger dann also wie folgt gezeichnet:



B2 Entwicklung der Zeiger für eine Welle mit einer Wellenlänge von 4 mm, die mit einem Wellenberg startet (Maßstab $1 \text{ mm} \hat{=} 1 \text{ cm}$).

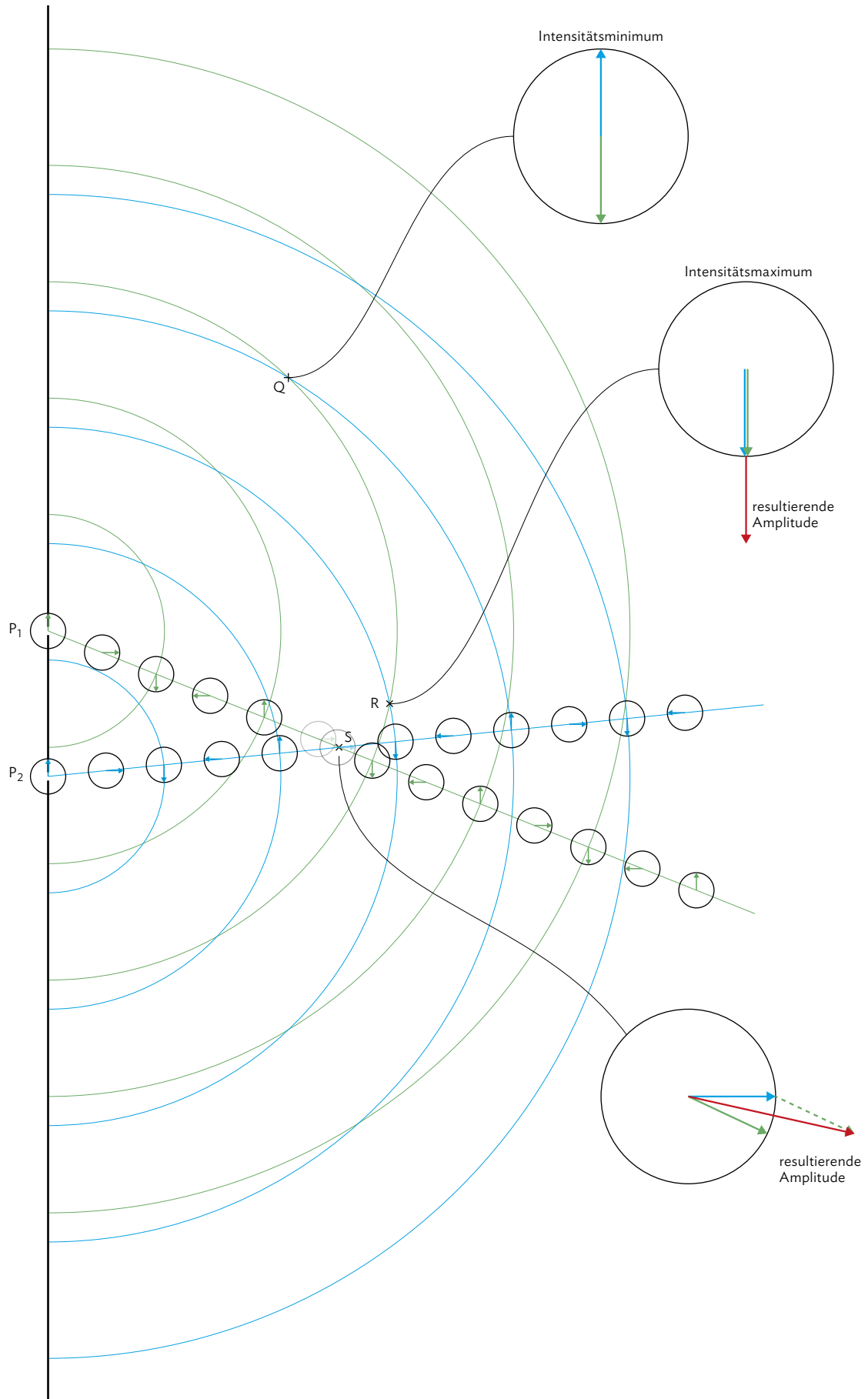
An jedem Startpunkt der Wellenausbreitung (in unserem Beispiel sind das dann die beiden Punkte P_1 und P_2 am Doppelspalt, vgl. B3) wird ein Zeiger gleicher Länge und Ausrichtung eingezeichnet.

Um die durch die Überlagerung der beiden Wellen resultierende Amplitude zu bestimmen, müssen nun die beiden Zeiger an der gesuchten Stelle addiert werden. Wichtig ist, dass die Richtung des **resultierenden** Zeigers keine Relevanz hat. Nur die Länge des entstehenden Zeigers gibt die Amplitude an. Wir werden dies nun exemplarisch für die Punkte Q, R und S tun (vgl. B3).

Dieses Verfahren kann auch nochmal mithilfe der Animation im Mediacode überprüft werden.  [MC 67054-19](#)

Treffen sich an einem Ort zwei oder mehrere Wellen, so kann man die **resultierende Amplitude** durch **Pfeiladdition** der Zeiger der einzelnen Wellen bestimmen.

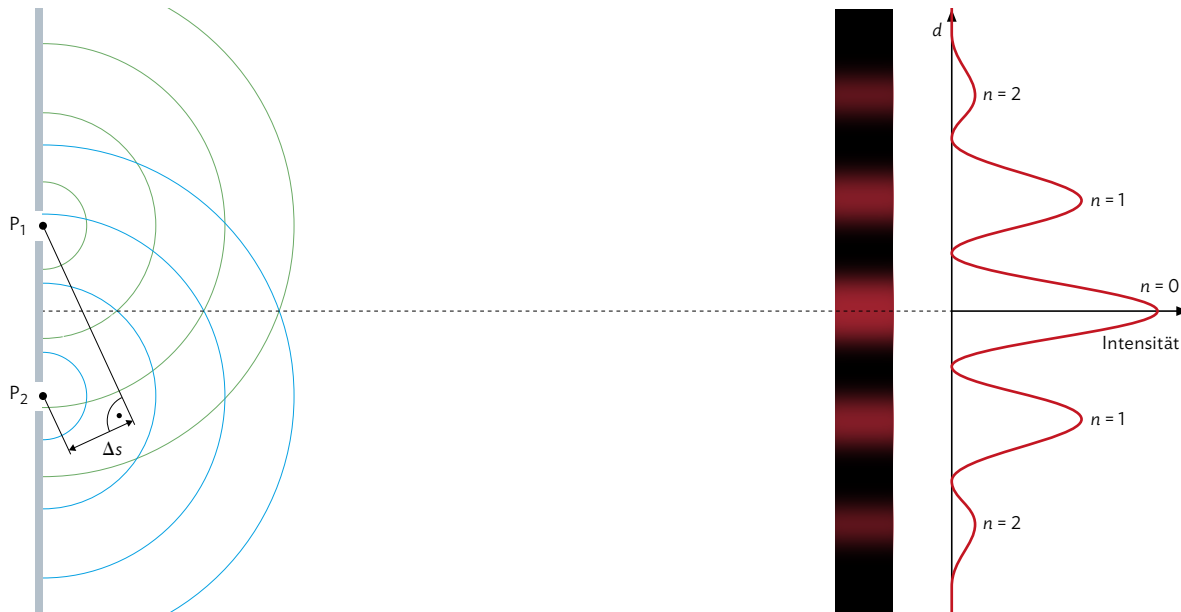
18 Addition von Zeigerdiagrammen



B3 Von P_1 und P_2 gehen zwei Elementarwellen aus, mit gleicher Phase (Wellenberg) und gleicher Wellenlänge (4 mm). An den Punkten Q , R und S sind die Zeiger der überlagerten Welle dargestellt.

Die Intensität und die Zeigerdarstellung

Betrachtet man nun das Interferenzmuster unseres Beispiels aus B3 am Schirm, so ergibt sich folgendes Muster. Mikrowellenstrahlung liegt im nicht-sichtbaren Bereich, das rote Schirmbild dient daher nur der Veranschaulichung:



B4 | Interferenzmuster am Doppelspalt.

Die Helligkeit ist im Maximum 0. Ordnung am größten und wird nach außen hin bei allen Maxima deutlich kleiner. Die Ursache für die Abnahme der Helligkeit der Maxima nach außen hin ist, dass die Effekte der Überlagerung von Wellen beim Doppelspalt vom Interferenzmuster des Einzelspalts überlagert werden (vgl. AB21 „Interferenz am Einfachspalt“).

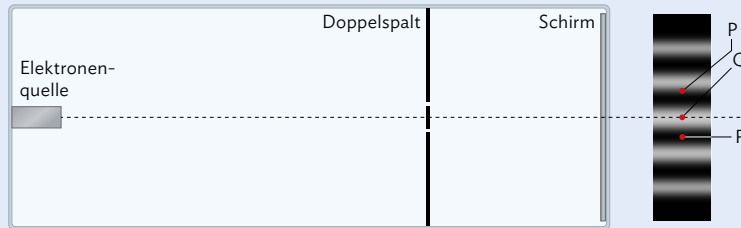
Um diese Helligkeit zu bestimmen, nutzt man die Intensität I . Die Intensität einer Welle ist die Energiemenge, die pro Zeiteinheit auf eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende Flächeneinheit übertragen wird. Da die Energie einer elektromagnetischen Welle proportional ist zum Quadrat der Amplitude der elektrischen Feldstärke E_0^2 , gilt für die Intensität: $I \sim E_0^2$.

Dadurch folgt, dass die Intensität auch zum Amplitudenquadrat der Zeiger proportional ist.

Die **Intensität** einer Welle in einem Punkt ist **proportional zum Amplitudenquadrat** der Zeiger in dem Punkt. Je länger der Zeiger ist, desto größer ist also die Intensität.

Arbeitsauftrag

- 1 | Im Physikunterricht wird das dargestellte Doppelspaltexperiment durchgeführt.



B5 | Doppelspaltexperiment mit Interferenzmuster auf dem Schirm (um 90° in die Zeichenebene gedreht).

Die Tabelle zeigt die Zeigerstellungen der beiden Wellen für drei Punkte auf dem Schirm:

	Welle 1	Welle 2
1. Punkt	„2-Uhr-Stellung“	„2-Uhr-Stellung“
2. Punkt	„1-Uhr-Stellung“	„10-Uhr-Stellung“
3. Punkt	„1-Uhr-Stellung“	„7-Uhr-Stellung“

- a) Skizzieren Sie die jeweiligen Zeigerdiagramme für die Punkte 1–3 sowie die resultierende Amplitude der überlagerten Welle. Ordnen Sie dann die Diagramme begründet den Punkten P, Q und R aus B5 zu. Die Animation im Mediacode kann dabei helfen.
- b) Begründen Sie kurz mithilfe der Zeigerstellungen, an welchen Stellen im Schirmbild es dauerhaft zu konstruktiver/destruktiver Interferenz kommt.



MC 67054-19

- 2 | Eine nach rechts laufende Welle (grün) wird an einer Wand reflektiert und läuft in entgegengesetzter Richtung zurück (rot). Die beiden Wellen sind zu drei Zeitpunkten ($t = 0$; $t = \frac{1}{8}T$; $t = \frac{2}{8}T$) dargestellt. Vervollständigen Sie die Zeigerdiagramme.

