

20 Interferenz am Mehrfachspalt und Gitter mit Zeigerdiagrammen

Ph12 Lernbereich 3: Elektromagnetische Wellen

Die Schülerinnen und Schüler **erklären anhand von Zeigerdarstellungen grundlegende Phänomene bei der Interferenz am Mehrfachspalt. Sie erweitern diese Betrachtungen hin zu einem grundlegenden Verständnis der Intensitätsverteilung bei der Interferenz am optischen Gitter.**

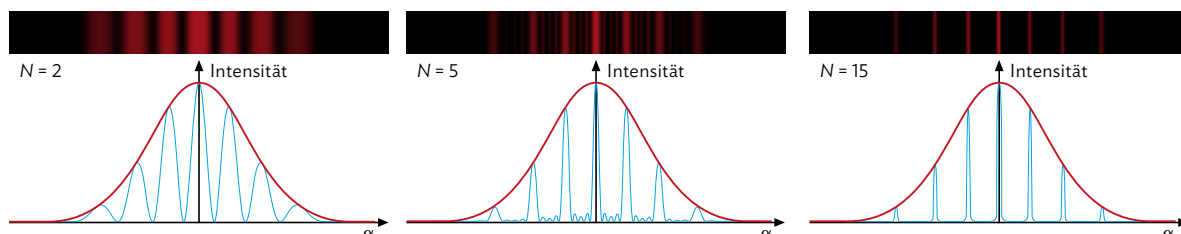
Voraussetzung: Interferenz am Doppelspalt (Kapitel 12.2 im Buch)
 AB18 „Addition von Zeigerdiagrammen“
 AB19 „Interferenz am Doppelspalt“

Zeigerdiagramme am Mehrfachspalt

In AB18 „Addition von Zeigerdiagrammen“ und AB19 „Interferenz am Doppelspalt“ beschäftigen Sie sich mit den Interferenzerscheinungen am Doppelspalt, deren mathematische Modellierung und deren Darstellung mithilfe von Zeigerdiagrammen. Ähnliche Betrachtungen sollen nun bei einem Mehrfachspalt durchgeführt werden.

Interferenz am Mehrfachspalt: Schirmbild

Der Mehrfachspalt besteht nicht aus zwei, sondern aus N Spaltöffnungen, die jeweils den gleichen Abstand b zueinander haben. Die Anzahl N der Spalte beeinflusst maßgeblich das Aussehen des Interferenzbilds, vgl. B1. Es fällt auf: Die Anzahl der ausgeprägten Interferenzmaxima ist unabhängig von der Anzahl der Spalte. Je größer N allerdings ist, desto schmaler werden die Maxima.

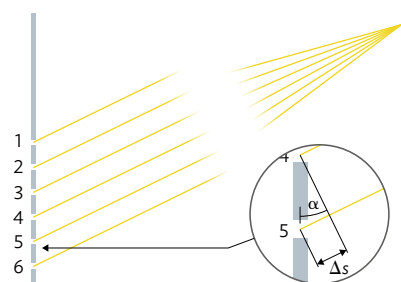


B1 | Interferenzbild für unterschiedliche Spaltanzahlen N .

Schaut man noch genauer hin, so sieht man bei $N = 5$ eine größere Anzahl sehr schwach ausgeprägter Maxima, die beim Doppelspalt nicht auftauchen. Für $N = 15$ sind diese **Nebenmaxima** aber schon so klein, dass sie nicht mehr mit dem Auge auszumachen sind.

Interferenz am Mehrfachspalt: Zeigerformalismus

Wie beim Doppelspalt werden auch bei der Beschreibung des Mehrfachspalts verschiedene Vereinfachungen vorgenommen. So wird angenommen, dass der Schirmabstand deutlich größer ist als der Spaltmittenabstand. In dem Fall kann angenommen werden, dass die von den Spalten ausgehenden Elementarwellen alle parallel verlaufen. Dadurch ist dann auch der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Elementarwellen gleich (sofern diese anfangs die gleiche Phase besitzen und kohärent sind), vgl. B2. Im Zeigerdiagramm sind dann auch die Winkel $\Delta\varphi$ zwischen zwei benachbarten Zeigern immer gleich. Der Zeiger von Spalt 2 ist dann zu Spalt 1 um $\Delta\varphi$ im Uhrzeigersinn verdreht, der Zeiger von Spalt 3 ist wiederum zum Zeiger von Spalt 2 um $\Delta\varphi$ im Uhrzeigersinn verdreht usw. Es gilt: $\frac{\Delta\varphi}{360^\circ} \cdot \lambda = \Delta s$



B2 | Geometrische Betrachtungen am Mehrfachspalt.

$$\frac{\Delta\varphi}{360^\circ} \cdot \lambda = \Delta s$$

In B3 ist ein Zeigerdiagramm eines Mehrfachspalts mit 4 Spalten dargestellt, bei dem die einzelnen Elementarwellen einen Gangunterschied von $\Delta s = \frac{3}{8}\lambda$ haben. Zwei benachbarte Zeiger haben immer den gleichen Winkel zueinander, der sich in dem Beispiel über

$$\frac{\varphi}{360^\circ} \cdot \lambda = \Delta s$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \Delta s \cdot \frac{360^\circ}{\lambda} = \frac{3}{8} \cdot \lambda \cdot \frac{360^\circ}{\lambda}$$

$$= \frac{3}{8} \cdot 360^\circ = 135^\circ$$

berechnet.

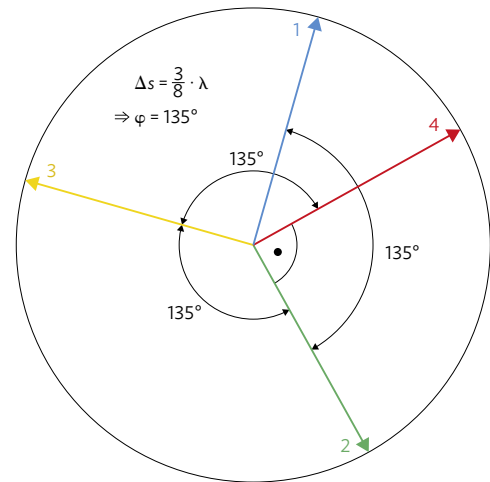
Will man diese Zeiger nun addieren und den resultierenden Zeiger bestimmen, legt man den Fußpunkt eines Zeigers an die Spitze seines Vorgängers. Im Beispiel wird also der Fußpunkt des grünen Zeigers an die Spitze des blauen gelegt, der Fußpunkt des gelben Zeigers danach an die Spitze des grünen usw.

Damit sich nun Interferenzmaxima bilden, müssen alle Zeiger in die gleiche Richtung zeigen – in dem Fall findet maximale konstruktive Interferenz statt. Damit ein Minimum entsteht (maximale destruktive Interferenz), müssen sich die Zeiger insgesamt aufheben, also zum Beispiel paarweise antiparallel ausgerichtet sein. In B4 ist die oben beschriebene Addition von Zeigern für das 0. Hauptmaximum und ein Minimum für einen Spalt mit $N = 6$ dargestellt. Mithilfe

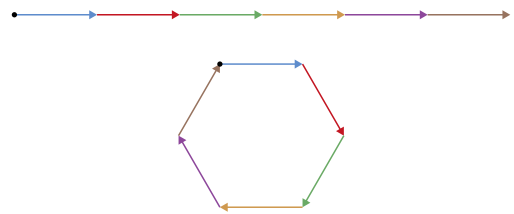


MC 67054-22

der Simulation im Mediacode können Sie diese Zeigerdarstellung besser nachvollziehen und genauer untersuchen.



B3 | Zeigerdiagramm eines Mehrfachspalts mit $N = 4$ und $\Delta s = \frac{3}{8}\lambda$.



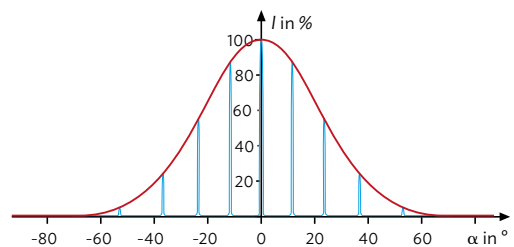
B4 | Zeigerdiagramme für das 0. Hauptmaximum (oben) und das 1. Minimum (unten) für $N = 6$.

Das Interferenzmuster beim Mehrfachspalt ähnelt dem des Doppelspalts. Die Intensitätsmaxima sind **umso schmaler**, je **mehr Spalte** es gibt.

Optische Gitter

Ein optisches Gitter ist im Grunde ein Mehrfachspalt mit einer sehr hohen Spaltanzahl. Das Interferenzmuster ist daher völlig analog zu dem eines Mehrfachspalts. Durch die hohe Spaltanzahl sind hier nun gar keine Nebenmaxima mehr vorhanden, sondern sehr schmale, strichförmige Hauptmaxima, zwischen denen breite Minima liegen (vgl. B5).

Aus technischer Sicht sind Mehrfachspalte leichter herzustellen, hier können die einzelnen Spalte noch mechanisch hergestellt werden, zum Beispiel in dem die Spalte in eine Metallplatte gebohrt oder geschnitten werden. Bei optischen Gittern müssen aufgrund der sehr geringen Spaltmittenabstände andere Verfahren verwendet werden, z. B. sehr präzise Laser oder Photolithographie. Diese Verfahren sind entsprechend aufwändiger.



B5 | Interferenzmuster am Gitter.

Ein optisches Gitter kann man sich wie einen Mehrfachspalt mit **sehr hoher Spaltanzahl** vorstellen.

Arbeitsauftrag

- 1 \ Verwenden Sie die Simulation im Mediacode , um die Interferenzbilder von Mehrfachspalten zu untersuchen.
- a) Stellen Sie die Simulation zunächst so ein, dass sie das Interferenzmuster eines Doppelspalts anzeigt. Passen Sie die restlichen Parameter so an, dass Sie mehrere Intensitätsmaxima sehen können.
- b) Erhöhen Sie nun die Anzahl der Spalte und beschreiben Sie die Veränderung im Interferenzmuster und Intensitätsdiagramm.
- c) Stellen Sie einen mathematischen Zusammenhang her zwischen der Anzahl der intensitätsschwachen Nebenmaxima und der Spaltanzahl.
- d) Im Intensitätsdiagramm haben die Maxima unabhängig von der Spaltanzahl immer die gleiche Höhe, obwohl dort zusätzlich auch noch Nebenmaxima entstehen. Erklären Sie in dem Zusammenhang die Angabe „I in %“.
- 2 \ Verwenden Sie die Simulation im Mediacode, um die Zeigerdarstellung der Interferenz am Mehrfachspalt zu untersuchen. Aktivieren Sie dort auch die Option „Einzelspaltinterferenz“.
- a) Stellen Sie die Spaltzahl auf 6 ein. Verschieben Sie den Punkt A entlang der Achse. Erläutern Sie, dass sich bei einem Minimum bzw. einem Maximum das unten rechts dargestellte Zeigerdiagramm ergibt.
- b) Vergleichen Sie die Zeigerdiagramme der Maxima mit denen der Nebenmaxima. Begründen Sie damit, dass die Intensität der Nebenmaxima deutlich geringer ist als die der Maxima.
- c) Variieren Sie die Anzahl der Spalte in der Simulation und betrachten Sie das Zeigerdiagramm für ein Maximum und für einen Punkt auf dem Schirm, der knapp neben dem Maximum liegt. Begründen Sie dann folgende Aussage: „Die Bedingung für konstruktive Interferenz wird umso strenger, je mehr Spalte vorhanden sind.“ Erklären Sie, dass die Maxima deshalb mit zunehmender Spaltanzahl immer schmaler werden.
- 3 \
- a) Zeichnen Sie Zeigerdiagramme analog zur Darstellung in B3 für einen Mehrfachspalt mit 4 Spalten und den folgenden Gangunterschieden zwischen den Elementarwellen der einzelnen Spalte. Nutzen Sie zur Berechnung der Winkel $\Delta\varphi$ zwischen den Zeigern die Beziehung $\Delta\varphi = \Delta s \cdot \frac{360^\circ}{\lambda}$.
- $\Delta s = \frac{1}{2}\lambda$
 - $\Delta s = \lambda$
 - $\Delta s = \frac{1}{4}\lambda$
 - $\Delta s = \frac{3}{4}\lambda$
- b) Addieren Sie jeweils die Zeiger, analog zu B4, um den resultierenden Zeiger der überlagerten Welle zu erhalten. Geben Sie an, ob ein Minimum, ein Maximum oder etwas „dazwischen“ vorliegt.
- c) Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm für ein Nebenmaximum.



MC 67054-23



MC 67054-22