21 Interferenz am Einfachspalt

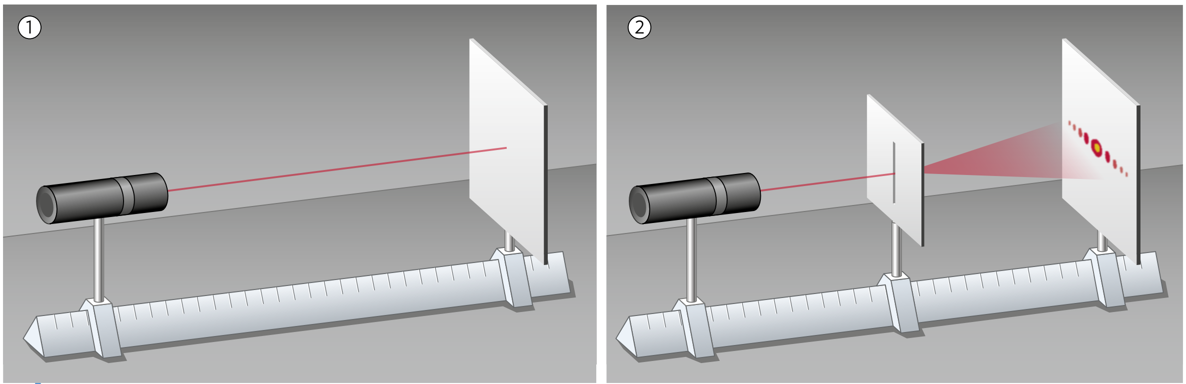
Ph12 Lernbereich 3: Elektromagnetische Wellen

Die Schülerinnen und Schüler **erklären die im Experiment beobachtete Intensitätsverteilung bei der Beugung am Einfachspalt mithilfe des Zeigerformalismus. Sie erläutern die Einflüsse der Beugung am Einfachspalt auf die beobachtete Intensitätsverteilung bei der Interferenz von Licht an Doppelspalt und Gitter.**

Voraussetzung: AB20 „Interferenz am Mehrfachspalt und Gitter mit Zeigerdiagrammen“
Superposition und Interferenz (Kapitel 12 im Buch)

Versuch am Einfachspalt mit Laserlicht

Das Verhalten elektromagnetischer Wellen am Einfachspalt wird im Buch auf S. 157 beispielhaft anhand von Mikrowellen aufgezeigt. Ein ähnliches Experiment lässt sich auch mithilfe von Laserlicht durchführen, vgl. B1.



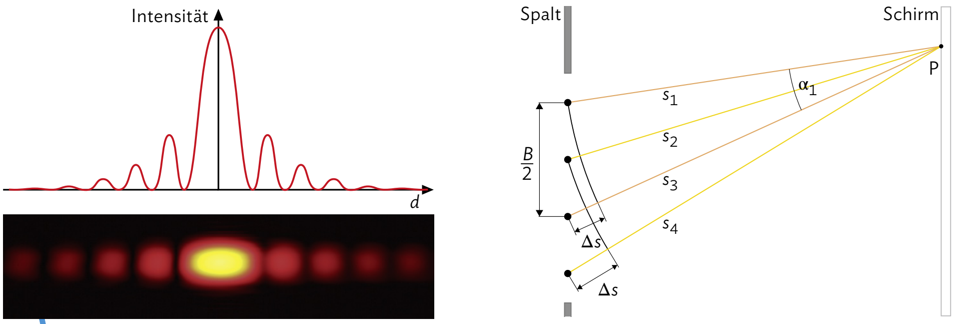
B1 Einfachspalt-Experiment mit Laserlicht.

Die Beobachtungen dabei sind analog zum Mikrowellen-Experiment: Wenn sich kein Spalt zwischen der Quelle (hier dem Laser) und dem Empfänger (hier dem Schirm) befindet, lässt sich nur mittig hinter dem Sender ein Signal empfangen. Das Laserlicht wird dann also als Punkt auf dem Schirm sichtbar. Wenn das Laserlicht allerdings auf dem Weg auf einen schmalen Spalt trifft, lässt sich auf dem Schirm ein Interferenzmuster erkennen, mit dem hellen Streifen des 0. Maximums und weiteren dunklen und hellen Streifen. Dieser Beugungseffekt lässt sich mithilfe des Huygensschen Prinzips der Elementarwellen erklären: Von jedem Ort im Spalt geht eine Elementarwelle aus, wenn der Laser darauf trifft. Diese Elementarwellen haben an der Stelle die gleiche Wellenlänge und die gleiche Phase. Die Elementarwellen breiten sich hinter dem Spalt aus und interferieren miteinander. Führt man mithilfe des Schirms in einem festen Abstand eine Messung durch, kommt es an manchen Stellen zu konstruktiver Interferenz (Interferenzmaxima) und an manchen Stellen zu destruktiver Interferenz (Interferenzminima).

Genauere Betrachtung

Neben dem 0. Maximum in der Mitte der Anordnung gibt es zu beiden Seiten weitere Maxima mit wesentlich geringerer Intensität und Breite. Dazwischen liegen völlig dunkle Intensitätsminima. Im Wellenmodell kann diese Beobachtung folgendermaßen erklärt werden: Das Bild hinter dem Spalt entsteht dadurch, dass von unendlich vielen Punkten im Spalt Elementarwellen ausgehen, die sich auf dem Schirm überlagern. Exemplarisch sind in B2 vier solcher Wellenzentren eingezeichnet. Zwischen den Wegen $\boldsymbol{s_1}$ und $\boldsymbol{s_3}$, deren Ausgangspunkte den Abstand $\frac{\boldsymbol{B}}{\mathbf{2}}$ zueinander haben, besteht ein Gangunterschied $\Delta \boldsymbol{s}$. Man kann weitere Paare mit den gleichen Bedingungen bilden, so haben auch die Wege $\boldsymbol{s_2}$ und $\boldsymbol{s_4}$ den Gangunterschied $\Delta \boldsymbol{s}$ usw.

Intensitätsminima



B2 Intensitätsverteilung beim Einfachspalt (links) und genauere geometrische Betrachtung (rechts).

Damit ein Minimum entsteht, muss sich jedes dieser Paare von Elementarwellen aufheben. Es gilt dann also beim 1. Minimum für den Gangunterschied eines Paares: $\Delta s = 1 \cdot \frac{\lambda}{2}$.

Anhand von B2 können wir für jedes Paar von Elementarwellen, die wie oben geschrieben den Abstand $\frac{B}{2}$ zueinander haben, für das 1. Minimum die folgende Beziehung finden:

$$\frac{B}{2} \cdot \sin \alpha_1 = \Delta s = 1 \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad B \cdot \sin \alpha_1 = 1 \cdot \lambda$$

Für Minima k-ter Ordnung gilt also:

$$\boldsymbol{B \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda} \qquad \textbf{mit } \boldsymbol{k} \textbf{ = 1, 2, 3, ...}$$

Intensitätsmaxima

Auch bei der Entstehung der Maxima 1., 2., ..., k-ter Ordnung kann man ähnlich argumentieren. Hierfür reicht die vereinfachte Darstellung mit den 4 Wellenzentren allerdings nicht aus. Näheres dazu können Sie in Aufgabe 5 untersuchen und sich dort die folgende Bedingung zur Entstehung der Maxima plausibel machen:

$$\boldsymbol{B \cdot \sin \alpha_k = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}} \qquad \textbf{mit } \boldsymbol{k} \textbf{ = 1, 2, 3, ...}$$

Am Einfachspalt ergibt sich ein ähnliches Interferenzmuster wie beim Doppelspalt.

Für Minima gilt: $\boldsymbol{B \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda}$ **mit $\boldsymbol{k}$ = 1, 2, 3, ...**

Für Maxima gilt: $\boldsymbol{B \cdot \sin \alpha_k = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}}$ **mit $\boldsymbol{k}$ = 1, 2, 3, ...**

Zeigerformalismus beim Einfachspalt

Nach dem Huygensschen Prinzip entstehen also unendlich viele Elementarwellen am Einfachspalt. Man kann diese Situation daher mit einem Gitter vergleichen, das unendlich viele Spalte besitzt. Es kann also hier, wie bei der Interferenz am Doppelspalt oder am optischen Gitter, wieder die Zeigerdarstellung verwendet werden, um Rückschlüsse auf die Intensität des Laserlichts zu schließen.

Hier nochmal kurz die wichtigsten Eigenschaften von Zeigerdiagrammen (vgl. auch AB18 „*Addition von Zeigerdiagrammen*“):

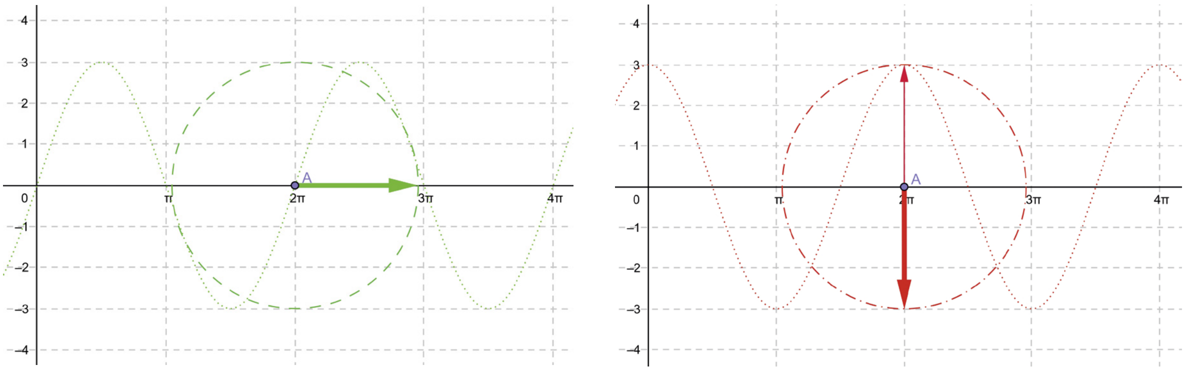
1. Amplitude und Phasenlage der am Beobachtungsort einlaufenden Welle werden durch einen Zeiger dargestellt.
2. Die Länge des Zeigers entspricht der Amplitude der Welle. Die Intensität der Welle ist direkt proportional zum Quadrat ihrer Amplitude, also zum Quadrat der Zeigerlänge.
3. Der Winkel des Zeigers zur horizontalen Achse ist der Phasenwinkel mit der Grundannahme, dass $\varphi = 0$ (im Bogenmaß) zu Beginn der Welle am Ausgangsort ist.

Beispiel: Zwei Wellen mit Phasenverschiebung $\frac{1}{4}\lambda$

Wir betrachten nun zunächst folgendes Beispiel: Eine der Elementarwellen (grün), die beim Einfachspalt entstehen, trifft auf den Schirm und hat dort die selbe Phase wie bei ihrem Ursprungsort (vgl. B3 links). Der Zeiger ist nach rechts gerichtet, der Phasenwinkel beträgt $\varphi = 0$. Über die Simulation im Mediencode können Sie die Zeigerdarstellung nochmal anschaulich nachvollziehen.

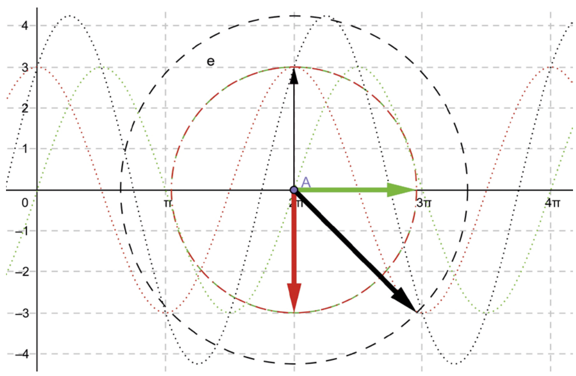
MC 67054-20

In B3 links ist eine zweite Elementarwelle (rot) zu sehen, die um $\frac{1}{4}\lambda$ gegenüber der ersten Welle phasenverschoben ist, aber die gleiche Amplitude und Wellenlänge besitzt. Der Zeiger ist daher genau so lang, aber um 90° im Uhrzeigersinn gedreht $\left(\text{entspricht einem Phasenwinkel von } \varphi = \frac{\pi}{2}\right)$.



B3 Zeigerdiagramme einer Elementarwelle (grün) und einer weiteren, um $\frac{1}{4}\lambda$ dazu phasenverschobenen Elementarwelle (rot).

Überlagert man nun die beiden Wellen, ergibt sich das rechts dargestellte Zeigerdiagramm.
Die resultierende Welle (schwarz) hat eine Phasenlage und Amplitude, die sich aus der Addition der beiden Zeiger der Ausgangswellen ergibt. Der Zeiger der resultierenden Welle ist in diesem Beispiel länger und hat einen Phasenwinkel von $\varphi = \frac{\pi}{4}$.



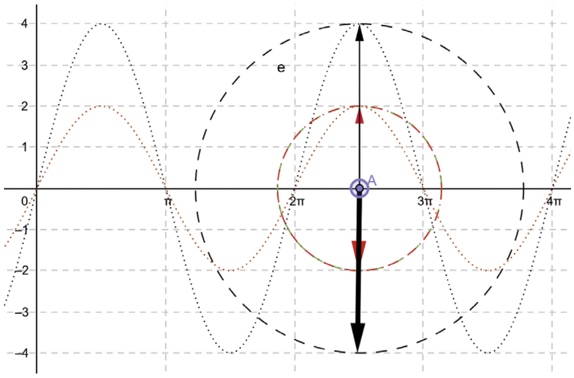
B4 Zeigerdiagramme der resultierenden Welle.

Intensitätsmaxima in Zeigerdarstellung

Wenn die Phasenverschiebung (bzw. der Gangunterschied) zwischen zwei Elementarwellen gleicher Frequenz und Amplitude die Bedingung

$$\Delta s = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda \ldots = k \cdot \lambda$$

erfüllt, findet konstruktive Interferenz statt und die Amplitude der resultierenden Welle entspricht der doppelten Amplitude der Einzelwellen. Sie hat auch die gleiche Phase wie die Einzelwellen. Im Zeigerdiagramm entsteht daher ein Zeiger mit doppelter Länge, aber gleicher Phase wie die beiden Zeiger der Einzelwellen.



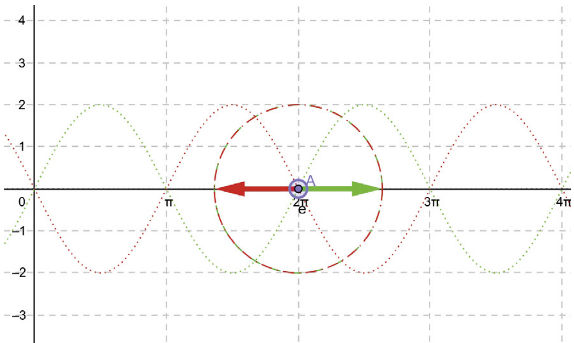
B5 Intensitätsmaximum in Zeigerdarstellung.

Intensitätsminima in Zeigerdarstellung

Wenn die Phasenverschiebung (bzw. der Gangunterschied) zwischen zwei Elementarwellen gleicher Frequenz und Amplitude die Bedingung

$$\Delta s = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda \ldots = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

erfüllt, findet destruktive Interferenz statt und die Amplituden der beiden Einzelwellen löschen sich gegenseitig aus. Im Zeigerdiagramm sind die beiden Zeiger der Einzelwellen entgegengesetzt gerichtet (also antiparallel), die resultierende Welle hat dann keinen Zeiger.



B6 Intensitätsminimum in Zeigerdarstellung.

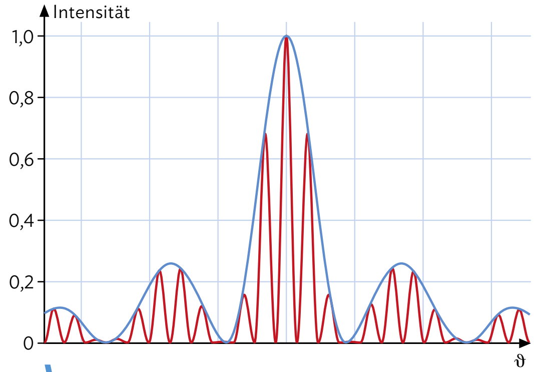
Maxima höherer Ordnung

Beim Einfachspalt ist auffällig, dass die Maxima höherer Ordnung eine deutlich geringere Intensität besitzen als das zentrale (0.) Maximum (vgl. B2). Zur Erklärung dieser Beobachtung nutzen wir nun statt wie bisher nur zwei Elementarwellen eine große Anzahl an Elementarwellen. Dabei betrachten wir immer Paare von Elementarwellen, die alle den gleichen Gangunterschied zueinander haben, vgl. B2 und die darunter erfolgte Herleitung der Interferenzbedingung.

Beim zentral vor dem Spalt liegenden 0. Maximum ist der Gangunterschied von allen Elementarwellen 0, sie sind alle in Phase und heben sich an keiner Stelle gegenseitig auf. Bei jedem Punkt auf dem Schirm, der weiter vom Zentrum entfernt ist, entstehen Gangunterschiede bei den Wellen-Paaren, wodurch sich die Amplitude der resultierenden Welle verringert. Beim 1. Maximum ($k = 1$) beträgt der Gangunterschied der Wellenpaare $\Delta s = \lambda$. Allerdings unterscheidet sich die Phase zwischen den Wellenpaaren, da jedes Paar einen unterschiedlich langen Weg zum Punkt auf dem Schirm zurücklegt. Es kommt dann also vor, dass sich manche der Paare gegenseitig aufheben, da sie zueinander phasenverschoben sind. Die Zeiger der resultierenden Wellen der Paare sind also nicht alle gleichgerichtet (wie es beim 0. Maximum der Fall ist), sondern zeigen in unterschiedliche Richtungen und heben sich dadurch teilweise auf.

Die Nebenmaxima beim Einfachspalt sind deutlich schwächer ausgeprägt als das Hauptmaximum. Im Zeigerformalismus lässt sich zeigen, dass sich beim Hauptmaximum alle Zeiger addieren, während sich bei den Nebenmaxima manche Zeiger paarweise aufheben.

Interferenz an Doppelspalt bzw. Gitter



B7 Interferenzbilder von Einfachspalt (blau) und Doppelspalt (rot).

Der Doppelspalt besteht letztlich aus zwei Einfachspalten. Bei jedem dieser Spalte findet also die Beugung wie oben beschrieben statt. Die Elementarwellen aus diesen beiden Einfachspalten interferieren auch wieder miteinander, wodurch es zu weiteren Auslöschungen kommt. Es finden also zwei Arten von Interferenz statt, die zum Interferenzmuster des Doppelspalts führen.

B7 zeigt das Interferenzbild eines Einfachspalts (blau) und eines Doppelspalts (rot). Die Abbildung wurde dabei auf die maximale Intensität normiert: Die maximale Intensität des Doppelspalts wäre eigentlich viermal so groß wie die des Einfachspalts. Es lässt sich dadurch gut der Einfluss der beiden Interferenz-Arten erkennen: Die Einhüllende der Doppelspaltinterferenz entspricht der Interferenzkurve des Einfachspalts. Da aber auch die Strahlen der beiden Einfachspalte interferieren, kommt es zu weiteren Auslöschungen, weshalb sich beim Doppelspalt weitere, schmale Maxima ergeben.
Analog sieht es beim Gitter aus, hier sind dann noch mehr und schmalere Maxima zu sehen, die „Einhüllende“ sieht aber analog aus.

Die Einhüllende der Doppelspalt- bzw. Gitterinterferenz entspricht der Interferenzkurve des Einfachspalts. Da aber auch die Strahlen der beiden Einfachspalte interferieren, kommt es zu weiteren Auslöschungen, weshalb sich beim Doppelspalt bzw. Gitter weitere, schmale Maxima ergeben.

Arbeitsauftrag

1 Ein Laserstrahl mit einer Wellenlänge von $\lambda = 500\,\text{nm}$ trifft auf einen Einfachspalt mit einer Breite von $B = 5{,}0\,\mu\text{m}$.
a) Skizzieren Sie das erwartete Intensitätsmuster, das auf einem Schirm hinter dem Spalt beobachtet wird.
b) Berechnen Sie den Winkel α_1 für das erste Minimum.

2 Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für zwei Wellen gleicher Amplitude und Wellenlänge, die um $\frac{3}{4}\lambda$ zueinander phasenverschoben sind.

3 Erklären Sie mithilfe des Zeigerformalismus die Intensitätsverteilung bei der Beugung am Einfachspalt.

4 Erläutern Sie die Einflüsse der Beugung am Einfachspalt auf die beobachtete Intensitätsverteilung bei der Interferenz von Licht am Gitter. Skizzieren Sie dabei jeweils beispielhaft ein Interferenzbild und zeigen Sie die Zusammenhänge auf.

5*
a) Führen Sie die Betrachtung zur Entstehung von Interferenzminima am Einfachspalt, die mit 4 Wellenzentren durchgeführt wurde, nun mithilfe von 12 Wellenzentren durch.
b) Erläutern Sie nun die Interferenzbedingung für Maxima der Ordnung 1, 2, … *k* mithilfe einer ähnlichen Betrachtung wie in a). Beginnen Sie dabei mit dem Fall, dass die Randstrahlen einen Gangunterschied von $\frac{3}{2}\lambda$ besitzen. Erweitern Sie dann die Betrachtung auf einen Gangunterschied von $\frac{5}{2}\lambda$ usw.
c) Begründen Sie anhand von b), dass die Intensität der Nebenmaxima deutlich geringer ist als die des Hauptmaximums.