

23 Verfahren zur Wellenlängenbestimmung

Ph12 Lernbereich 3: Elektromagnetische Wellen

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren die Universalität des Konzepts der elektromagnetischen Wellen zur Deutung von Phänomenen im gesamten elektromagnetischen Spektrum und **beurteilen vergleichend die Eignung unterschiedlicher Verfahren zur Wellenlängenbestimmung.**

Voraussetzung: Superposition und Interferenz (Kapitel 12 im Buch)

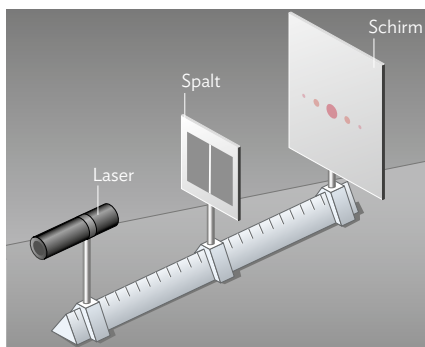
AB19 „Interferenz am Doppelspalt“

AB21 „Interferenz am Einfachspalt“

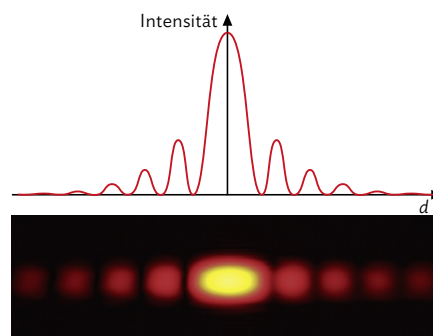
Für die Messung und Bestimmung von Wellenlängen des elektromagnetischen Spektrums gibt es verschiedene Möglichkeiten. Zum einen kann dies über einen Einfachspalt bzw. Doppelspalt stattfinden. Diese Methoden haben Sie bereits kennengelernt. Darüber hinaus steht jedoch auch die Möglichkeit zur Verfügung, ein Gitter zu nutzen oder mithilfe eines Kristalls und der Bragg-Bedingung die Wellenlänge zu bestimmen. Im Folgenden werden die genannten Möglichkeiten vorgestellt.

Einfachspalt

Bei dieser Möglichkeit trifft Laserlicht durch einen Einfachspalt auf einen Schirm (vgl. B1). Dadurch entsteht eine Intensitätsverteilung, bei der es zu einer Verbreiterung des Lichtflecks in der Mitte, sowie einem Streifenmuster von hellen und dunklen Streifen kommt (vgl. B2).



B1 Versuchsaufbau eines Einfachspaltexperiments.

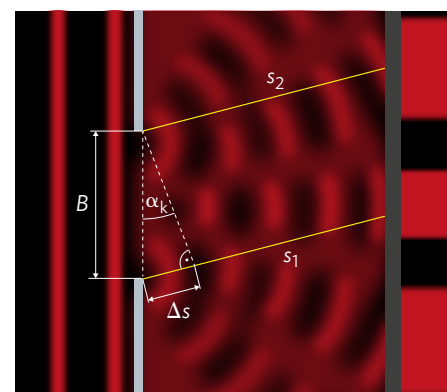


B2 Intensitätsverteilung bei einem Einfachspalt.

Diese Verteilung zeigt somit ein Maximum (0. Ordnung) in der Mitte, sowie eine Anordnung von weiteren Maxima mit wesentlich geringerer Intensität und Breite. Dazwischen befinden sich dunkle Intensitätsminima. Das beschriebene Bild entsteht dadurch, dass von unendlich vielen Punkten im Spalt Elementarwellen ausgehen, welche sich dann auf dem Schirm überlagern. Dabei entsteht ein Gangunterschied Δs zwischen diesen Wellen, wodurch es zur Interferenz kommt. Beispielsweise liegt bei $\Delta s = k \cdot \lambda$ destruktive Interferenz vor. Mithilfe der Trigonometrie kann eine Beziehung zwischen Spaltbreite B , Gangunterschied Δs und dem Winkel α_k hergestellt werden:

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\Delta s}{B} = \frac{k \cdot \lambda}{B} \Leftrightarrow B \cdot \sin(\alpha_k) = k \cdot \lambda$$

Mit dieser Gleichung kann nun die Wellenlänge des Lichtes bestimmt werden, mit dem der Einfachspalt bestrahlt wird.



B3 Geometrische Betrachtung.

Vorteile:

Die wesentlichen Vorteile sind, dass der experimentelle Aufbau sehr einfach gehalten werden und mit dem Einfachspaltexperiment für einen breiten Wellenlängenbereich eingesetzt werden kann. Mithilfe dieser Methode kann die Wellenlänge für sichtbares Licht bis hin zu Mikrowellenstrahlung bestimmt werden.

Nachteile:

Großer Nachteil dieser Methode ist, dass das Beugungsmuster sehr unscharf ist, wodurch eine genaue Bestimmung der Wellenlänge schwierig ist. Zudem ist diese Methode für kleine Wellenlängen ungeeignet. Der Grund hierfür ist, dass die Breite der Spalte vergleichbar bzw. kleiner als die eigentliche Wellenlänge sein sollte. Für Wellenlängen im UV- bzw. Röntgenbereich wären dazu sehr schmale Spalte notwendig, welche aber schwierig herzustellen sind. Insgesamt ist dadurch keine präzise Bestimmung der Wellenlänge möglich.

Ein Interferenzmuster bei einem **Einfachspalt** entsteht, weil von unendlich viele Punkten im Einfachspalt Elementarwellen ausgehen, welche sich entsprechend überlagern. Das entstehende **Interferenzmuster** am Schirm ist jedoch **sehr unscharf**, wodurch die Bestimmung der Wellenlänge nicht genau ist.

Doppelspalt

Der grundsätzliche Unterschied zum Experiment mit einem Einfachspalt besteht darin, dass das Licht nun die Möglichkeit hat, sich durch zwei Spalte zu bewegen (vgl. B4). Auch hier entsteht ein Interferenzmuster. Jedoch unterscheidet sich die Entstehung dieses Interferenzmusters von dem des Einfachspaltes. Während beim Einfachspalt die Überlagerung der Wellen durch verschiedene Punkte innerhalb des gleichen Spaltes zustande kommt, liegen beim Doppelspalt zwei räumlich voneinander getrennte Wellen durch die zwei Spalte vor. Dadurch entsteht ein Interferenzmuster (vgl. B5), welches sich aus der Überlagerung der Beugungsmuster zweier Einfachspalte zusammensetzt.

Im Lehrbuch in Kapitel 12.2, Seite 168 wurde dabei bereits die Bedingung für konstruktive Interferenz hergeleitet. Mit der Gleichung $k \cdot \lambda = \frac{d \cdot b}{a}$ (mit b = Spaltmittenabstand; a = Abstand zwischen Doppelspalt und Schirm; d = Abstand des Maximums von der Mitte) kann die Wellenlänge bestimmt werden.

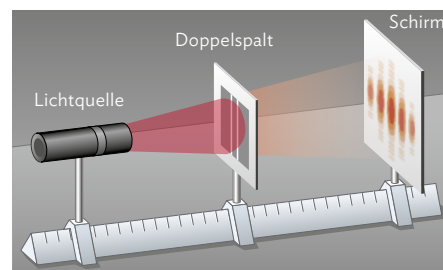
Vorteil:

Durch die Überlagerung von Wellen aus zwei getrennten Spalten ergibt sich der Vorteil, dass die Maxima und Minima deutlich schärfer voneinander abgegrenzt sind und klarer unterschieden werden können.

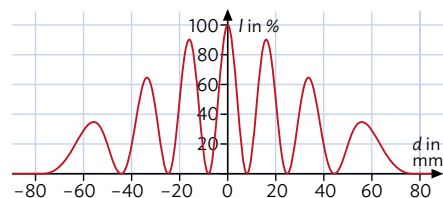
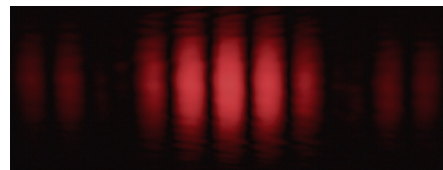
Nachteil:

Wie bei einem Einfachspalt eignet sich auch der Doppelspalt nicht für kleine Wellenlängen. Der Grund hierfür ist der gleiche: Die Spaltbreite sollte vergleichbar bzw. kleiner als die Wellenlänge sein.

Ein **Doppelspalt** besitzt ein deutlich **schärferes Interferenzmuster** als der Einfachspalt. Dadurch kann eine exaktere Bestimmung der Wellenlänge erreicht werden. Jedoch eignet sich der Doppelspalt ebenfalls nicht für kleinere Wellenlängen.



B4 Versuchsaufbau eines Doppelspaltexperimentes.



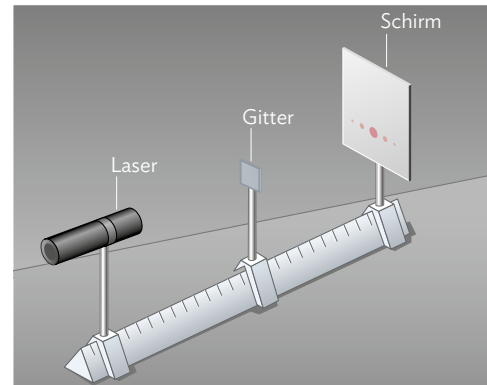
B5 Intensitätsverteilung bei einem Doppelspalt.

Gitter

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Wellenlänge ist die Nutzung von Gittern (vgl. B6). Ein Gitter ist eine Anordnung von sehr vielen Spalten, die alle den gleichen Abstand zueinander haben. Daher beschreibt dies eine konstante Größe – die Gitterkonstante g . Besitzt ein Gitter beispielsweise 1000 Spalte pro cm, sind das $N = 100/\text{mm}$. Daraus kann man nun die Gitterkonstante g errechnen. Mithilfe der folgenden Gleichung gilt:

$$g = \frac{1}{N}$$

In diesem Fall beträgt die Gitterkonstante, also der Abstand zwischen zwei Spalten, $g = 0,01 \text{ mm}$.



B6 Versuchsaufbau eines Gitterexperimentes.

Die **Gitterkonstante g** beschreibt den Abstand zwischen zwei benachbarten Spalten eines Gitters. Sie berechnet sich aus der Anzahl N der Spalten pro Millimeter zu $g = \frac{1}{N}$, $[g] = 1 \text{ mm}$.

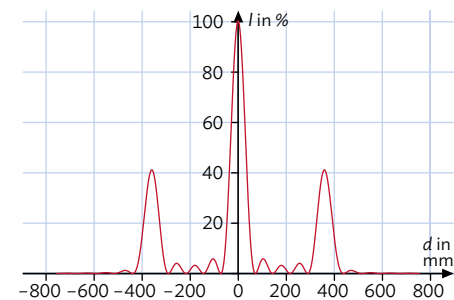
Ähnlich wie bei einem Doppelspalt trifft Licht auf die einzelnen Spalte des Gitters und wird entsprechend gebeugt. Die Folge daraus ist erneut eine auftretende Interferenz hinter dem Gitter, welche am Schirm beobachtet werden kann (vgl. B7).

Die Gleichung zur Beschreibung der Interferenz ist ebenfalls ähnlich zu der des Doppelspalt. Der wesentliche Unterschied jedoch ist, dass nun als Spaltenabstand die Gitterkonstante g genutzt wird. Daraus folgt für die Berechnung der Wellenlänge:

$$k \cdot \lambda = \frac{d \cdot g}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{d \cdot g}{a \cdot k}$$

Da die Gleichungen zur Berechnung der Wellenlänge bei Doppelspalt und Gitter ähnlich sind, ergeben sich daraus entsprechende Gemeinsamkeiten. Eine davon ist, dass die entstehenden Maxima und Minima in den Interferenzmustern unter demselben Winkel auftreten. Das bedeutet, dass der jeweilige Abstand zwischen Maxima und Minima in beiden Fällen identisch ist.

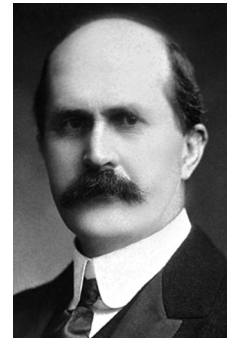
Jedoch ergeben sich auch Unterschiede zwischen den beiden Interferenzmustern, welche gleichzeitig auch den Vorteil des optischen Gitters hervorheben. Wie in B7 zu sehen ist, entstehen im Interferenzmuster des Gitters deutlich schärfere und intensivere Maxima. Daraus folgt, dass mit einem Gitter eine deutlich präzisere Messung der Wellenlänge des eingestrahlteten Lichtes möglich ist. Deshalb können auch kleinere Wellenlängen als bei Einfach- und Doppelspalt aufgelöst werden. Außerdem sind Gitter für kleine Wellenlängen mit modernen Techniken einfacher herzustellen als vergleichbare Einfach- oder Doppelspalte. Daher kommen Gitter häufig im Bereich der Spektroskopie zum Einsatz.



B7 Intensitätsverteilung bei einem Gitter.

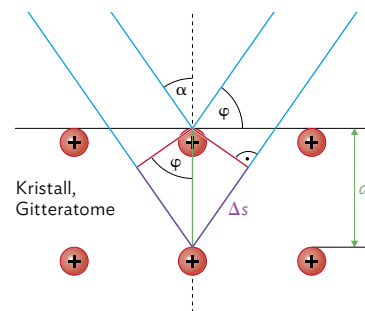
Kristall (Bragg-Methode)

Wie Sie bereits aus Kapitel 13.3, Seite 178 wissen, misst man bei der Bestrahlung eines Kristalls mit Röntgenstrahlung ein Interferenzmuster. Die Ursachen hierfür liegen in der regelmäßigen Anordnung der Netzebenen eines Kristalls und der Reflexion der Röntgenstrahlung an den einzelnen Atomen. Das hat zur Folge, dass man mithilfe eines Kristalls die Wellenlänge des eintreffenden Lichts bestimmen kann. Möglich wird dies durch die sogenannte Bragg-Methode. Diese Methode nutzt die regelmäßige Anordnung der Atome und die entsprechende Beugung des Lichtes aus. Trifft die Strahlung dabei auf eine atomare Netzebene des Kristalls, so kommt es zur Reflexion. Diese reflektierten Wellen überlagern sich, wodurch konstruktive und destruktive Interferenz entsteht. Mathematisch beschrieben hat das der englische Wissenschaftler William Lawrence Bragg 1912.



B8 | William Lawrence Bragg (1890–1971)

Zunächst treffen ankommende Strahlen parallel unter einem bestimmten Winkel α auf die Netzebenen des Kristalls (vgl. B9). Da es sich um Röntgenstrahlung handelt, dringt diese auch in tiefere Ebenen des Kristalls ein, wodurch es auch hier zur Reflexion kommt. Betrachtet man zwei nebeneinanderliegende Netzebenen, wird dann eine Welle an der einen Netzebene reflektiert, eine andere an der im Abstand d entfernten liegenden Netzebene, vgl. B9. Die reflektierten Wellen treten nun unter dem Winkel φ , welcher auch als Bragg- bzw. Glanzwinkel bezeichnet wird, mit einem Gangunterschied $2\Delta s$ aus.



B9 | Bragg-Bedingung

Dabei wird deutlich, dass es zu einer konstruktiven Interferenz kommt, wenn der Gangunterschied wieder dem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge λ entspricht. Es gilt dann also:

$$2 \cdot \Delta s = k \cdot \lambda \quad (1)$$

In Abbildung B9 bilden nun Δs , d und die rote Verbindungsstrecke ein rechtwinkliges Dreieck. Die Hypotenuse entspricht dabei dem Netzebenenabstand d . Daraus folgt:

$$\Delta s = d \cdot \sin(\varphi) \quad (2)$$

Setzt man nun Gleichung (2) in Gleichung (1) ein, so ergibt sich die Bragg-Bedingung:

$$2 d \cdot \sin(\varphi) = k \cdot \lambda$$

Unter dieser Bedingung kommt es dann also zu konstruktiver Interferenz.

Bei der Bestrahlung eines **Kristalls** mit **Röntgenstrahlung** entsteht ein Interferenzmuster. Mithilfe der Bragg-Bedingung $2 d \cdot \sin(\varphi) = k \cdot \lambda$ kann die Wellenlänge der eintretenden Strahlung ermittelt werden.

Vorteil:

Der große Vorteil bei dieser Methode ist, dass auch sehr kleine Wellenlängen, aufgrund des sehr kleinen Netzebenenabstandes, bestimmt werden können. Außerdem erhält man ein sehr präzises Interferenzspektrum, wodurch die Wellenlänge genau bestimmt werden kann. Dadurch stellt die Bragg-Methode eine geeignete Methode dar, um Wellenlängen im Röntgenbereich zu untersuchen. Ein positiver Nebeneffekt ist zudem, dass mit dieser Methode durch das tiefe Eindringen der Strahlung Strukturuntersuchungen durchgeführt werden können.

Nachteil:

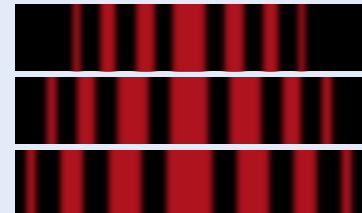
Die Bestimmung der Wellenlänge ist stark von der Kristallqualität abhängig. Je verunreinigter ein Kristall ist (z. B. bei Fremdatomen im Kristall), umso schwieriger wird eine Bestimmung der Wellenlänge. Zudem muss ein hoher experimenteller Aufwand (z. B. teure Gerätschaften, Strahlenschutz) betrieben werden. Das Verfahren ist dabei nur für Materialien mit regelmäßig angeordneten Strukturen nutzbar, wie z. B. bei einem Kristall.

23 Verfahren zur Wellenlängenbestimmung

Arbeitsauftrag

- 1 \ Ein Helium-Neon-Laser (kurz: He-Ne-Laser) besitzt eine Wellenlänge im rötlichen Bereich des sichtbaren elektromagnetischen Spektrums. In einem Experiment soll möglichst genau die Wellenlänge des Lasers bestimmt werden.
 - a) Geben Sie zunächst den ungefähren Bereich für rötliche Wellenlängen des sichtbaren Spektrums in nm an.
 - b) Erläutern Sie einen experimentellen Aufbau, mit dem Sie möglichst genau die Wellenlänge des He-Ne-Lasers bestimmen können. Beschreiben Sie in diesem Zusammenhang die physikalischen Entstehungsprozesse der Interferenzmuster in Abgrenzung zu den anderen Verfahren. Nennen und beschreiben Sie dabei auch Gründe, die gegen die Nutzung anderer experimenteller Methoden sprechen.
 - c) Nehmen Sie an, Sie bauen ein Experiment zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers auf. Ein Schirm befindet sich 1,50 m entfernt. Sie haben für die Bestimmung des Lasers ein Gitter mit 3000 Spalten pro cm und einen Doppelspalt mit einem Spaltmittenabstand von 2000 nm zur Verfügung. In beiden Fällen beträgt der Abstand zwischen dem 0. Maximum und dem 1. Maximum 0,317 m. Berechnen Sie für beide Möglichkeiten die Wellenlänge des Lasers.
 - d) Recherchieren Sie den Literaturwert bezüglich der Wellenlänge eines He-Ne-Laser. Vergleichen Sie diesen mit Ihren Ergebnissen aus Aufgabe c). Erläutern Sie Ihre Feststellung.

- 2 \ Betrachten Sie die nebenstehenden drei Interferenzaufnahmen. Diese sind mit dem gleichen Laser entstanden, dessen Licht durch einen Doppelspalt gebeugt wurde. Geben Sie das Interferenzmuster an, bei dem der Spaltmittenabstand am größten war. Begründen Sie Ihre Entscheidung.



- 3 \ Licht einer Wellenlänge λ trifft auf einen Doppelspalt. Der Doppelspalt besitzt den Spaltmittenabstand b . Hinter dem Doppelspalt befindet sich ein Schirm mit dem Abstand a , auf welchen das Interferenzmuster aufgefangen wird.
 - a) Zeigen Sie, dass für die Wellenlänge des Lichtes die Gleichung $\lambda = \frac{d \cdot b}{a}$ gilt. Verwenden sie dabei unter anderem die Kleinwinkelnäherung $\tan(\alpha) = \alpha$.
 - b) Der Laser besitzt eine Wellenlänge von $\lambda_1 = 680$ nm. Die beiden Maxima 1. Ordnung haben einen Abstand von 3,7 cm. Bestrahlt man den Doppelspalt mit einen anderen Laser mit der Wellenlänge λ_2 , haben die beiden Maxima der 1. Ordnung einen Abstand von 2,9 cm. Berechnen Sie mit diesen Angaben die Wellenlänge λ_2 des Lasers.
- 4 \ Es stehen die folgenden Lichtquellen mit ihren entsprechenden Wellenlängen zur Verfügung:
 - Laserpointer: 640 nm
 - UV-Lampe: 300 nm
 - Röntgenstrahlung: 0,1 nm
 - a) Sie möchten die Wellenlänge möglichst exakt nachweisen. Ordnen Sie die geeigneten experimentellen Methoden den verschiedenen Lichtquellen zu und begründen Sie Ihre Auswahl.
 - b) Für die Röntgenstrahlung steht Ihnen ein Kristall mit einem Netzebenenabstand von $d = 0,25$ nm zur Verfügung. Berechnen Sie den Winkel für das Auftreten des ersten Maximums.