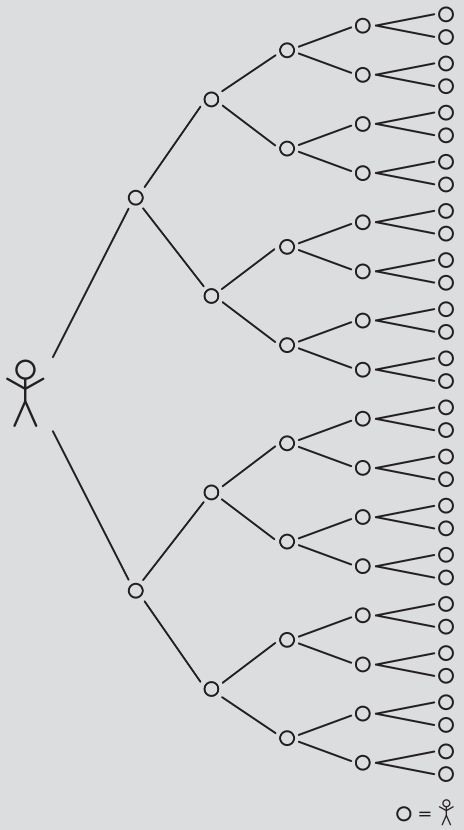
1 Potenzen und Wurzeln

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K6
- **Wie viele Gäste kommen, wenn die Nachricht von dir und den weiteren Freunden fünfmal weitergegeben wird? Stelle den Sachverhalt grafisch nach folgendem Muster dar.**
  Siehe Grafik rechts.



K6
- **Notiere pro Weitergabe der Nachricht die Anzahl der Gäste.**
  1. Weitergabe: 2 Gäste
  2. Weitergabe: 4 Gäste
  3. Weitergabe: 8 Gäste
  4. Weitergabe: 16 Gäste
  5. Weitergabe: 32 Gäste

K6
- **Wie viele Gäste kommen bei jeder Weitergabe der Nachricht neu dazu? Versuche, eine Regelmäßigkeit zu erkennen und fasse diese in einen mathematischen Ausdruck.**
  1. Weitergabe: 2 Gäste
  2. Weitergabe: $4 = 2 \cdot 2$ Gäste
  3. Weitergabe: $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ Gäste
  4. Weitergabe: $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ Gäste
  5. Weitergabe: $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ Gäste
  Die Anzahl der Gäste verdoppelt sich mit jeder Weitergabe.

K6
- **Würdest du bei einer Party bei dir zu Hause ähnlich vorgehen? Beurteile.**
  Die Vorgehensweise ist nicht empfehlenswert, da man als Gastgeber schnell den Überblick über die Anzahl der Gäste verliert.

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

Verständnis

K1 ■ Lösungsmöglichkeit: Bei ungerader Hochzahl ändert sich das Vorzeichen nicht, der Potenzwert bei negativer Basis ist negativ. Bei gerader Hochzahl und negativer Basis ändert sich das Vorzeichen, der Potenzwert ist positiv.

K1 ■ Martin hat nur bei ungeraden Hochzahlen Recht. Bei geraden Hochzahlen wird das Ergebnis positiv, es ist damit größer als –1, also auch größer als die Basis, die gemäß Vorgabe kleiner als –1 ist.

K5 **1** **a)** $8^4 = 4096$ **b)** $(-2)^5 = -32$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^6 = \frac{1}{1\,000\,000}$ **d)** $(-0{,}3)^3 = -0{,}027$

e) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{256}{10\,000} = 0{,}0256$ **f)** $(-1)^6 = 1$

g) $\left(1\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{5}{3}\right)^5 = \frac{3125}{243} = 12\frac{209}{243}$ **h)** $(-2{,}5)^4 = 39{,}0625$

K5 **2**

	Potenz	ausführliche Schreibweise	Ergebnis
a)	3^2	$3 \cdot 3$	9
b)	5^3	$5 \cdot 5 \cdot 5$	125
c)	7^3	$7 \cdot 7 \cdot 7$	343
d)	3^3	$3 \cdot 3 \cdot 3$	27
e)	8^2	$8 \cdot 8$	64
f)	50^2	$50 \cdot 50$	2500
g)	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
h)	$\left(\frac{4}{5}\right)^2$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5}$	$\frac{16}{25}$
i)	$\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

K5 **3** **a)** $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$(-4) = -4$
$8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$
$(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = 625$
1

b) $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$
$(-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = 10\,000$
$(-9) \cdot (-9) = 81$
$0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}0016$
$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

c) $0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}0001$
$(-7{,}2) \cdot (-7{,}2) = 51{,}84$
$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{125} = 0{,}08$
$\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{36}$
$(-1{,}5) \cdot (-1{,}5) \cdot (-1{,}5) = -3{,}375$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{64}$
$1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot 1{,}3 = 2{,}197$
$(-0{,}4) \cdot (-0{,}4) = 0{,}16$
$\frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{1}{256}$
$0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

K5 **4** **a)** $-(3)^3 = -27$
$(+3)^3 = +27$
$(-3)^3 = -27$
$-3^3 = -27$

b) $(+5)^4 = +625$
$(-5)^4 = +625$
$(+5)^4 = 625$ und $(-5)^4 = 625$
$-5^4 = -625$

c) $(-1)^2 \cdot (-4)^3 = -64$
$(-1)^3 \cdot (-4)^3 = +64$
$(-1)^2 \cdot (+4)^3 = +64$
$(-1)^3 \cdot (+4)^3 = -64$

K5 **5** **a)** $2^3 < 3^2$ **b)** $(-1{,}2)^4 = (+1{,}2)^4$ **c)** $0{,}7^3 > (-0{,}7)^3$

d) $(-4)^2 = 2^4$ **e)** $\left(-\frac{1}{7}\right)^3 = \frac{1}{(-7)^3}$ **f)** $(-0{,}4)^4 > -0{,}44^1$

g) $1{,}9^3 = (+1{,}9)^3$ **h)** $-(-2{,}5)^3 > -2{,}5^3$ **i)** $|-3{,}1^2| = 3{,}1^2$

K2 **6** **a)**

		Exponent								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Basis	2	2	4	8	16	32	64	128	256	512
	–2	–2	4	–8	16	–32	64	–128	256	–512
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$
	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$-\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$-\frac{1}{512}$

b) Lösungsvorschlag:

Zwischen Zeile 1 und Zeile 2 und zwischen Zeile 3 und Zeile 4 ändert sich bei den ungeraden Exponenten das Vorzeichen. Bei den Potenzen mit dem Bruch $\frac{1}{2}$ bzw. $-\frac{1}{2}$ als Basis stehen die Werte der Potenzen mit der Basis 2 bzw. –2 nun im Nenner.

c)

		Exponent								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Basis	3	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19 683
	–3	–3	9	–27	81	–243	729	–2187	6561	–19 683
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$\frac{1}{19\,683}$
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$-\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$-\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$	$-\frac{1}{2187}$	$\frac{1}{6561}$	$-\frac{1}{19\,683}$

Die Vermutung aus b) trifft auch hier zu.

Verständnis

K1 ■ Rechnet man $3 \cdot 5$, so wird der Wert 5 dreimal aufaddiert. Also: $5 + 5 + 5$
Rechnet man 3^5, so wird die Basis 3 fünfmal mit sich selbst multipliziert. Also: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
Rechnet man 5^3, so wird die Basis 5 dreimal mit sich selbst multipliziert. Also $5 \cdot 5 \cdot 5$

K1 ■ Der Wert der Potenz $(-6)^n$ ist negativ, falls der Exponent ungerade ist und positiv, falls der Exponent gerade ist. Hat man eine gerade Anzahl von negativen Faktoren gilt die Regel „minus mal minus ergibt plus“. Hat man eine ungerade Anzahl von Faktoren und eine Basis mit negativem Vorzeichen, so bewirkt der letzte Faktor, dass der Potenzwert negativ wird.

K5 **1** **a)** $a^2 + 2a + 6$ **b)** $-x^2 - 2x + \frac{1}{2}y$
c) $-0{,}5v^2 + 1{,}5v + 1$ **d)** $s^2 + t^2 + 2s - 1$
e) $-0{,}8x - 1{,}8y + 1{,}2$ **f)** $\frac{7}{3}p + 2q + \frac{11}{12}$

K5 **2** **a)** Viele verschiedene Lösungen sind möglich. Zum Beispiel:

① $4^6 = 4^3 \cdot 4^3$
$3{,}2^7 = 3{,}2^5 \cdot 3{,}2^2$
$0{,}6^5 = 0{,}6^3 \cdot 0{,}6^2$
$1{,}45^{13} = 1{,}45^{10} \cdot 1{,}45^3$
$\left(\frac{2}{7}\right)^9 = \left(\frac{2}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^4$

② $4^6 = 4^{13} : 4^7$
$3{,}2^7 = 3{,}2^{20} : 3{,}2^{13}$
$0{,}6^5 = 0{,}6^6 : 0{,}6$
$1{,}45^{13} = 1{,}45^{17} : 1{,}45^4$
$\left(\frac{2}{7}\right)^9 = \left(\frac{2}{7}\right)^{15} : \left(\frac{2}{7}\right)^6$

b) Viele verschiedene Lösungen sind möglich. Zum Beispiel:

① $(-4{,}5)^4 = (-4{,}5)^2 \cdot (-4{,}5)^2$
$(-1)^7 = (-1)^5 \cdot (-1)^2$
$\left(-\frac{4}{5}\right)^{10} = \left(-\frac{4}{5}\right)^8 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)^2$
$(-0{,}3)^3 = (-0{,}3)^2 \cdot (-0{,}3)$
$7^2 = 7 \cdot 7$

② $(-4{,}5)^4 = (-4{,}5)^8 : (-4{,}5)^4$
$(-1)^7 = (-1)^9 : (-1)^2$
$\left(-\frac{4}{5}\right)^{10} = \left(-\frac{4}{5}\right)^{16} : \left(-\frac{4}{5}\right)^6$
$(-0{,}3)^3 = (-0{,}3)^7 : (-0{,}3)^4$
$7^2 = 7^7 : 7^5$

K5 **3** **a)** 5^7 **b)** $1{,}2^{10}$ **c)** $(-5)^7$ **d)** $(-0{,}9)^{13}$
e) 12^2 **f)** $0{,}75^3$ **g)** $(-3{,}2)^{-1} = \frac{1}{-3{,}2}$ **h)** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$
i) a^9 **j)** $(-b)^2$ **k)** c^{12} **l)** d^2
m) e^{14} **n)** f^7 **o)** 1 **p)** $(-h)^3$

K5 **4** **a)** $5^3 + 5^2 < 5^3 \cdot 5^2$ **b)** $-6 \cdot (-6)^3 = -6^4$ **c)** $2 = 2^3 : 2^2 < 2 \cdot 2$
d) $(-3{,}2)^6 \cdot (-3{,}2) < 3{,}2^7$ **e)** $1{,}8^6 - 1{,}8^3 > 1{,}8^6 : 1{,}8^3$ **f)** $(-2{,}5)^4 : (-2{,}5)^3 < (-2{,}5)^0$

K5 **5** **a)** ① Das Muster 1; 3; 9; 7 wiederholt sich an der Einerstelle der Potenzwerte.

② Setzt man das Muster fort, erhält man für die Potenzwerte 3^{12}; 3^{15}; 3^{22}; 3^{25} die Einerstellen 1; 7; 9; 3.

b)

Potenz	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
Wert der Potenz	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Bei der Potenzreihe der Basis 2 wiederholt sich an den Einerstellen der Potenzwerte das Muster 2; 4; 8; 6.

Potenz	4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6	4^7	4^8	4^9	4^{10}
Wert der Potenz	4	16	64	256	1024	4096	16 384	65 536	262 144	1 048 576

Bei der Potenzreihe der Basis 4 wiederholt sich an den Einerstellen der Potenzwerte das Muster 4; 6; 4; 6.

Potenz	5^1	5^2	5^3	5^4	5^5	5^6	5^7	5^8	5^9	5^{10}
Wert der Potenz	5	25	125	625	3125	15 625	78 125	390 625	1 953 125	9 765 625

Bei der Potenzreihe der Basis 5 wiederholt sich an den Einerstellen der Potenzwerte das Muster 5; 5; 5; 5.

K5 **6** **a)** $a^3 \cdot a^5 = a^{3+5} = a^8$

b) $b^4 \cdot b^2 = b^{4+2} = b^6$

c) $c^5 : c = c^{5-1} = c^4$

d) $2d^4 + 4d^2 = 2d^4 + 4d^2$

e) $-5e^4 : 2e^2 = \frac{(-5) \cdot e^4}{2e^2} = -2{,}5e^2$

Verständnis

K 1 ■ Matthias kann die Regel begründen, indem er erklärt, dass man Produkte aus lauter gleichen Faktoren als Potenz schreiben kann. Überträgt er dieses Wissen nun auf das Potenzieren von Potenzen, kann er argumentieren, dass ebenfalls eine Kette aus gleichen Faktoren vorliegt. In dieser Kette stellt die zu potenzierende Potenz den sich wiederholenden Faktor dar. Soll nun der Potenzwert der zu potenzierenden Potenz ermittelt werden, so muss man lediglich das Produkt der einzelnen Faktoren berechnen. Man multipliziert also schlussendlich Potenzen mit gleicher Basis.
Bsp.: $(8^4)^5 = 8^4 \cdot 8^4 \cdot 8^4 \cdot 8^4 \cdot 8^4 = 8^{4+4+4+4+4} = 8^{5 \cdot 4} = 8^{20}$
$(2{,}5^3)^7 = 2{,}5^3 \cdot 2{,}5^3 \cdot 2{,}5^3 \cdot 2{,}5^3 \cdot 2{,}5^3 \cdot 2{,}5^3 \cdot 2{,}5^3 = 2{,}5^{3+3+3+3+3+3+3} = 2{,}5^{7 \cdot 3} = 2{,}5^{21}$

K 1 ■ Beide haben Recht, da bei gleicher Basis die Exponenten addiert werden und bei gleichem Exponenten, die einzelnen Basen multipliziert werden.
Es gilt also: $2^3 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2)^3 = 2^{3+3} = 64$.

K 5 **1**
a) $3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225$
b) $10^3 \cdot 6^3 = (10 \cdot 6)^3 = 60^3 = 216\,000$
c) $9^2 \cdot 2^2 = (9 \cdot 2)^2 = 18^2 = 324$
d) $4^3 \cdot 2^3 = (4 \cdot 2)^3 = 8^3 = 512$
e) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 2^4 = \left(\frac{1}{2} \cdot 2\right)^4 = 1^4 = 1$
f) $3^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(3 \cdot \frac{2}{3}\right)^4 = 2^4 = 16$
g) $0{,}4^5 \cdot (-10)^5 = [0{,}4 \cdot (-10)]^5 = (-4)^5 = -1024$
h) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot 8^3 = \left[\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot 8\right]^3 = (-6)^3 = -216$
i) $(-96)^2 : (-8)^2 = \left(\frac{-96}{-8}\right)^2 = 12^2 = 144$
j) $119^3 : 17^3 = \left(\frac{119}{17}\right)^3 = 7^3 = 343$
k) $7{,}8^4 : 13^4 = \left(\frac{7{,}8}{13}\right)^4 = 0{,}6^4 = 0{,}1296$
l) $-27{,}2^2 : 3{,}4^2 = \left(\frac{-27{,}2}{3{,}4}\right)^2 = (-8)^2 = 64$
m) $\frac{24^3}{6^3} = \left(\frac{24}{6}\right)^3 = 4^3 = 64$
n) $\frac{49^2}{7^2} = \left(\frac{49}{7}\right)^2 = 7^2 = 49$
o) $\frac{20^4}{4^4} = \left(\frac{20}{4}\right)^4 = 5^4 = 625$
p) $\frac{4{,}5^5}{1{,}5^5} = \left(\frac{4{,}5}{1{,}5}\right)^5 = 3^5 = 243$

K 5 **2**
a) $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$; $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
$(2 \cdot 5)^2 = 10^2 = 100$; $(2 \cdot 5)^2 = 2^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$
$(2 \cdot 6)^2 = 12^2 = 144$; $(2 \cdot 6)^2 = 2^2 \cdot 6^2 = 4 \cdot 36 = 144$
b) $(11 \cdot 2)^2 = 22^2 = 484$; $(11 \cdot 2)^2 = 11^2 \cdot 2^2 = 121 \cdot 4 = 484$
$(-2 \cdot 8)^3 = (-16)^3 = -4096$; $(-2 \cdot 8)^3 = (-2)^3 \cdot 8^3 = -8 \cdot 512 = -4096$
$(-7 \cdot 5)^4 = (-35)^4 = 1\,500\,625$; $(-7 \cdot 5)^4 = (-7)^4 \cdot 5^4 = 2401 \cdot 625 = 1\,500\,625$
c) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0{,}5^3 = 0{,}125$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 1^3 : 2^3 = 1 : 8 = 0{,}125$
$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = 0{,}\overline{6}^5 = \frac{32}{243}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = 2^5 : 3^5 = 32 : 243 = \frac{32}{243}$
$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = 0{,}75^3 = \frac{27}{64}$; $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = 3^3 : 4^3 = 27 : 64 = \frac{27}{64}$
d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = (-0{,}\overline{6})^3 = -\frac{8}{27}$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = (-2)^3 : 3^3 = -8 : 27 = -\frac{8}{27}$
$\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = (-0{,}25)^2 = 0{,}0625$; $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = (-1)^2 \cdot 4^2 = 1 : 16 = 0{,}625$
$\left(-\frac{4}{7}\right)^4 = (-0{,}5714285714)^4 = 0{,}1066222407 = \frac{256}{2401}$; $\left(-\frac{4}{7}\right)^4 = (-4)^4 : 7^4 = 256 : 2401 = \frac{256}{2401}$

K 5 **3**
a) $2{,}5^{3 \cdot 2} = 2{,}5^6$
b) $3^{4 \cdot 7} = 3^{28}$
c) $0{,}5^{5 \cdot 8} = 0{,}5^{40}$
d) $(-3)^{2 \cdot 6} = (-3)^{12}$
e) $(-4{,}2)^{5 \cdot 2} = (-4{,}2)^{10}$
f) $7^{5 \cdot 3} = 7^{15}$
g) $(-2)^{7 \cdot 5} = (-2)^{35}$
h) $0{,}1^{8 \cdot 3} = 0{,}1^{24}$
i) $[(-2{,}5)^2]^4 = (-2{,}5)^8$
j) $[(-1)^6]^8 = (-1)^{48}$
k) $(4^2)^{-1} = 4^{-2}$
l) $(0{,}5^{-2})^3 = 0{,}5^{-6}$

K5 **4** $4^3 \cdot 5^3 = 20^3 = 8000$

Der große Würfel lässt sich in 8000 kleine Würfel zerlegen.

K5 **5** **a)** $4^3 \cdot a^3$ **b)** $2{,}5^2 \cdot b^4$ **c)** $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot (c^3)^3 = -\frac{1}{3^3} \cdot c^9$ **d)** $\frac{3}{4}d^{10}$ **e)** $\frac{5^4}{e^4}$

f) $\frac{f^{12}}{4^4}$ **g)** $-\frac{3^4}{5^4} \cdot g^{12}$ **h)** $-0{,}1^5 \cdot h^5$ **i)** $1{,}4^3 \cdot 10^{12}$ **j)** x^{14}

K5 **6** **a)** $\frac{5^{4+2}}{5^7} = 5^{6-7} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

b) $\frac{6^{3-2}}{6^4} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{126}$

c) $\frac{2^{-5}}{2^{-5}} = 2^{-5-(-5)} = 2^0 = 1$

d) $\frac{(-20)^2}{20^{-3}} = \frac{20^2}{20^{-3}} = 20^{2-(-3)} = 20^5 = 3\,200\,000$

e) $\frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3}{\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}} = \left(\frac{1}{8}\right)^{3-(-2)} = \left(\frac{1}{8}\right)^5 = \frac{1}{8^5} = \frac{1}{32\,768}$

f) $\frac{2^{-3}}{3^{-3}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{27}} = \frac{27}{8} = 3{,}375$

g) $\frac{3^{-4}}{5^{-4}} = \frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{625}} = \frac{625}{81}$

h) $\frac{4^{-2}}{9^{-2}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{81}} = \frac{81}{16} = 5{,}0625$

Verständnis

K 1 ■ $a = 1$, denn $1^{-1} = \frac{1}{1} = 1^1$

K 1 ■ Für $a = 0$ würde gelten: $0^{-n} = \frac{1}{0^n} = \frac{1}{0}$, was aber nicht definiert ist.

K 1 ■ **a)** $100^{10} = 10^{20} > 10^{11}$ **b)** $100^{10} = 10^{20} < 10^{100}$ **c)** $100^{-4} = 10^{-8} < 10^{-6}$

K 5 **1** **a)** $10\,000 = 10^4$ $100\,000 = 10^5$ $100\,000\,000 = 10^8$

b) $0{,}001 = 10^{-3}$ $0{,}00001 = 10^{-5}$ $0{,}00000001 = 10^{-8}$

K 5 **2** **a)** $2{,}43 \cdot 10^{10}$ **b)** $6{,}7 \cdot 10^{14}$ **c)** 10^7 **d)** $1{,}25 \cdot 10^8$

e) $9{,}26 \cdot 10^{11}$ **f)** $7 \cdot 10^4$ **g)** $4{,}7 \cdot 10^{-11}$ **h)** $2{,}00412 \cdot 10^{-5}$

i) $6{,}1 \cdot 10^{-8}$ **j)** $3{,}75 \cdot 10^{-6}$ **k)** $9{,}9 \cdot 10^{-4}$ **l)** $5{,}27 \cdot 10^{-9}$

K 6 **3** **a)** Bei sehr großen Zahlen zählt Nina die Anzahl n der Sprünge von der letzten bis zur ersten Ziffer, dann setzt sie das Komma nach der ersten Ziffer. Anschließend kann sie die Zahl in der Form $a \cdot 10^n$ schreiben.
Bei sehr kleinen Zahlen zählt Sven die Sprünge vom Komma bis zur ersten Ziffer nach dem Komma, die keine Null ist, und setzt das Komma hinter diese Ziffer. Anschließend kann er die Zahl in der Form $a \cdot 10^n$ schreiben.

b) $340\,000 = 3{,}4 \cdot 10^5$ $76\,200\,000\,000 = 7{,}62 \cdot 10^{10}$ $67\,400 = 6{,}74 \cdot 10^4$

$0{,}000035 = 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ $0{,}0000002716 = 2{,}716 \cdot 10^{-7}$ $0{,}00002951 = 2{,}951 \cdot 10^{-5}$

$123\,000 = 1{,}23 \cdot 10^5$ $67\,344{,}5 = 6{,}73445 \cdot 10^4$ $850\,005\,000 = 850\,005 \cdot 10^3$

$0{,}000045 = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$ $0{,}123456 = 1{,}23456 \cdot 10^{-1}$ $0{,}0000453 = 4{,}53 \cdot 10^{-5}$

K 5 **4** **a)** 1 450 000 2 504 060 3 1 400 800 000 4 14 010 000 000 000

5 0,00015 6 0,01205 7 0,000051 8 0,0004175

b) Wenn der Exponent zur Basis 10 positiv ist, verschiebt man das Komma um so viele Stellen nach rechts, wie der Exponent groß ist, wobei man Nullen anhängen muss, falls keine Ziffern mehr vorhanden sind.
Wenn der Exponent zur Basis 10 negativ ist, verschiebt man das Komma um so viele Stellen nach links, wie der Exponent groß ist, wobei bei fehlenden Ziffern ebenfalls Nullen vorgehängt werden müssen.

K 5 **5** **a)** richtig **b)** richtig

c) richtig **d)** falsch, denn $9000 \cdot 10^{-4} = 0{,}9$

e) falsch, denn $0{,}81 \cdot 10^{-2} = 0{,}0081$ **f)** richtig

K6 **6** **a)**

Vorsilbe	Zehnerpotenz	Dezimalschreibweise
giga	10^9	1 000 000 000
mega	10^6	1 000 000
kilo	10^3	1000
dezi	10^{-1}	0,1
centi	10^{-2}	0,01
milli	10^{-3}	0,001
mikro	10^{-6}	0,000001

b) Lösungsmöglichkeit:
- Ein Haar wiegt ca. 1 Milligramm.
- Ein Bakterium ist z. B. 1 Mikrometer groß, also 10^{-6} m = 0,000001 m.
- Ein USB-Stick hat beispielsweise 8 Gigabyte Speichervolumen; das sind also $8 \cdot 10^9$ oder 8 000 000 000 Byte.

K5 **7** **a)**
1 $36 \cdot 10^4$ km
2 $125 \cdot 10^2$ km
3 $113 \cdot 10^5$ Menschen
4 $213 \cdot 10^{10}$ €
5 $126 \cdot 10^5$ Einwohner
6 $706 \cdot 10^2$ km^2

b)
1 $3{,}6 \cdot 10^5$ km
2 $1{,}25 \cdot 10^4$ km
3 $1{,}13 \cdot 10^7$ Menschen
4 $2{,}13 \cdot 10^{12}$ €
5 $1{,}26 \cdot 10^7$ Einwohner
6 $7{,}06 \cdot 10^4$ km^2

K5 **8** **a)** 1,3 Ls = $1{,}3 \cdot 3 \cdot 10^5$ km = 390 000 km
b) 8,3 Lm = $8{,}3 \cdot 18 \cdot 10^6$ km = 149 400 000 km
c) 4,5 Lh = $4{,}5 \cdot 1{,}1 \cdot 10^9$ km = 4 950 000 000 km

K5 **9** **a)** $81\,000\,000\,000\,000 = 81 \cdot 10^{12}$
b) $48\,000\,000\,000\,000 = 48 \cdot 10^{12}$
c) $0{,}000000000000000064 = 6{,}4 \cdot 10^{-17}$
d) $0{,}000000002139 = 2{,}139 \cdot 10^{-9}$
e) $2733{,}\overline{3} = 2{,}73\overline{3} \cdot 10^3$
f) $0{,}00000000000441314554 = 4{,}41314554 \cdot 10^{-12}$

K6 **10** **a)** 1 $6{,}17 \cdot 10^8$ 2 $6{,}17 \cdot 10^8$ 3 $6{,}17 \cdot 10^7$ 4 $6{,}17 \cdot 10^8$
1, 2 und 4 sind gleich, da gilt:
$12{,}34 \cdot 10^5 \cdot 500 = 1234 \cdot 10^3 \cdot 500$
$0{,}1234 \cdot 10^7 \cdot 500 = 1234 \cdot 10^3 \cdot 500$ und
$12{,}34 \cdot 10^7 \cdot 5 = 1234 \cdot 10^3 \cdot 500$
b) Es sind individuelle Lösungen möglich.

K3 **11** **a)** $5 \cdot 10^{-2}$ mm = 0,05 mm $3{,}2 \cdot 10^{-1}$ mm = 0,32 mm
$3 \cdot 10^{-3}$ mm = 0,003 mm $2 \cdot 10^2 = 200$
b) 0,05 mm = 0,00005 m = 50 µm 0,32 mm = 0,00032 m = 320 µm
0,003 mm = 0,000003 m = 3 µm
c) Bei 100-facher Vergrößerung sind die Pantoffeltierchen zwischen 5 mm und 32 mm groß.
Bei 1000-facher Vergrößerung sind sie zwischen 5 cm und 32 cm groß.
d) Die Anzahl der Pantoffeltierchen nach einem Tag ist: $2 \cdot 10^2 \cdot 2^7 = 25\,600$.

K3 **12** **a)** 10^{12} Byte = 10^9 kB = 10^6 MB = 10^3 GB = 1 TB
oder: 1 Byte = 10^{-3} kB = 10^{-6} MB = 10^{-9} GB = 10^{-12} TB

b) DVD: 8,5 GB USB-Stick: 32 GB Festplatte: 1,5 TB = 1500 GB
Die Speicherkapazität des USB-Sticks ist fast vier mal so groß wie die der DVD und die Festplatte hat etwa die 46-fache Speicherkapazität des USB-Sticks.

c) Es gilt: $12{,}5\,\text{GB} \cdot 225 = 2812{,}5\,\text{GB} \approx 2{,}8\,\text{TB} > 2\,\text{TB}$
Eine 2 TB-Platte reicht nicht.

d) 16 GB = 16 000 000 kB
$\frac{16\,000\,000\,\text{kB}}{4\text{kB}} = 4\,000\,000$
Auf einem USB-Stick mit 16 GB Speicherkapazität lassen sich rund 4 Millionen solcher Seiten speichern.

e) 8,5 GB = 8 500 000 000 Byte
$\frac{8\,500\,000\,000\,\text{Byte}}{\frac{175\,\text{Byte}}{\text{min}}} \approx 48\,571\,429\,\text{min} \approx 92{,}41$ Jahre
Eine Schreibkraft würde etwa 92 Jahre und 5 Monate dafür brauchen.

K5 **13** Die Ergebnisse sind teils gerundet.

a) $2 \cdot 10^{-12}$	**b)** $9{,}54 \cdot 10^{-10}$	**c)** -64
d) $3 \cdot 10^{-15}$	**e)** $2{,}32 \cdot 10^{-4}$	**f)** $-5{,}96 \cdot 10^{8}$
g) $3{,}79 \cdot 10^{9}$	**h)** $5{,}57 \cdot 10^{-10}$	**i)** -79

Verständnis

K1 ■ Die einzigen beiden Zahlen, für die dies zutrifft, sind 0 und 1:
$\sqrt{0} = 0 = \sqrt[3]{0}$ $\sqrt{1} = 1 = \sqrt[3]{1}$

K1 ■ Es kann keine Quadratwurzel aus einer negativen Zahl geben, denn wenn man eine Zahl (ungleich 0) quadriert, dann ist das Ergebnis immer positiv.

K3 **1** **a)** neuer Flächeninhalt: $A = 32\,cm^2$ ($A = 50\,cm^2$)
b) Seitenlänge des Quadrats: $a = \sqrt{32} \approx 5{,}7\,cm$ ($a = \sqrt{50} \approx 7{,}1\,cm$)

K5 **2** **a)** $a = \sqrt{A_{Seitenfläche}} = \sqrt{196\,cm^2} = 14\,cm$
b) $a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{4{,}096\,cm^3} = 1{,}6\,cm$
c) $a = \sqrt{\frac{A_O}{6}} = \sqrt{\frac{294\,cm^2}{6}} = \sqrt{49\,cm^2} = 7\,cm$

K5 **3** **a)**

Quadratzahl	100	225	2500	324	625
Quadratwurzel	10	15	50	18	25

b)

Kubikzahl	1	27	125	125 000	1 000 000
Kubikwurzel	1	3	5	50	100

K5 **4** **a)** Lösungsmöglichkeit: $23^2 = 529$; $24^2 = 576$; $25^2 = 625$; ...
b) Lösungsmöglichkeit: $22^3 = 10\,648$; $23^3 = 12\,167$; $24^3 = 13\,824$; ...

K6 **5** **a)** Wird ein Radikand mit 100 multipliziert oder durch 100 dividiert, so ist die Wurzel aus dieser Zahl das 10-Fache bzw. der 10. Teil des Wurzelwerts des Radikanden; z. B. sei der Radikand 0,04:
$\sqrt{0{,}04 \cdot 100} = \sqrt{4} = 2 = 0{,}2 \cdot 10 = \sqrt{0{,}04} \cdot 10$
$\sqrt{0{,}04 : 100} = \sqrt{0{,}0004} = 0{,}02 = \sqrt{0{,}04} : 10$

b)

1	6	7	9	10	11	13	15	20	25	30	100
2	1	0,8	0,5	0,3	0,9	1,1	1,2	0,1	0,01	0,04	

K5 **6** **a)** $\sqrt{121} = 11$; $\sqrt{64} = 8$
b) $\sqrt{100} = 10$; $\sqrt{400} = 20$
c) $\sqrt{144} = 12$; $\sqrt{256} = 16$
d) $\sqrt{625} = 25$ oder $\sqrt{225} = 15$; $\sqrt{576} = 24$ oder $\sqrt{676} = 26$

K5 **7** **a)** $3 < \sqrt[3]{30} < 4$, denn $3^3 < 30 < 4^3$
$4 < \sqrt[3]{80} < 5$, denn $4^3 < 80 < 5^3$
$4 < \sqrt[3]{120} < 5$, denn $4^3 < 120 < 5^3$

b) $-3 < \sqrt[3]{-10} < -2$, denn $(-3)^3 < -10 < (-2)^3$
$-3 < \sqrt[3]{-22} < -2$, denn $(-3)^3 < -22 < (-2)^3$
$-4 < \sqrt[3]{-43} < -3$, denn $(-4)^3 < -43 < (-3)^3$

c) $5 < \sqrt[3]{130} < 6$, denn $5^3 < 130 < 6^3$
$6 < \sqrt[3]{230} < 7$, denn $6^3 < 230 < 7^3$
$6 < \sqrt[3]{330} < 7$, denn $6^3 < 330 < 7^3$

d) $9 < \sqrt[3]{800} < 10$, denn $9^3 < 800 < 10^3$
$-11 < \sqrt[3]{-1100} < -10$, denn $(-11)^3 < -1100 < (-10)^3$
$11 < \sqrt[3]{1400} < 12$, denn $11^3 < 1400 < 12^3$

e) $-22 < \sqrt[3]{-10\,000} < -21$, denn $(-22)^3 < -10\,000 < (-21)^3$
$27 < \sqrt[3]{20\,000} < 28$, denn $27^3 < 20\,000 < 28^3$
$-32 < \sqrt[3]{-30\,000} < -31$, denn $(-32)^3 < -30\,000 < (-31)^3$

K6 **8** Die irrationalen Werte sind auf zwei Dezimalen gerundet.
a) 1 2; 4,31; 9,28; 20; 43,09; 92,83; 200; 430,89; 928,32; 2000; 4308,87; ...
2 1; 2,15; 4,64; 10; 21,54; 46,42; 100; 215,44; 464,16; 1000; 2154,43; ...
3 3; 6,46; 13,92; 30; 64,63; 139,25; 300; 646,33; 1392,48; 3000; 6463,30; ...

b) Die Ziffernfolge jeder dritten Zahl stimmt jeweils überein, lediglich das Komma verschiebt sich. Kleinere Abweichungen in der Ziffernfolge sind durch die Rundung bedingt.

Als weiteres Beispiel können auch Quadratwurzeln verwendet werden, hier wiederholen sich die Ziffern nach jedem zweiten Schritt. Beispiel:

$\sqrt{4}$	$\sqrt{40}$	$\sqrt{400}$	$\sqrt{4000}$	$\sqrt{40\,000}$	$\sqrt{40\,000}$	$\sqrt{4\,000\,000}$	$\sqrt{40\,000\,000}$	…
2	6,32	20	63,25	200	632,46	2000	6324,56	…

K5 **9** **a)** $x = \pm 17$ **b)** $x = \pm 5$ **c)** $x = \pm 8$ **d)** $x = \pm 18$
e) $x = 3$ **f)** $x = 6$ **g)** $x = 10$ **h)** $x = 5$

K2 **10** **a)** $a^3 = 3375\,\text{cm}^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{3375\,\text{cm}^3} = 15\,\text{cm}$

b) 1 $a^2 = \frac{13{,}5\,\text{m}^2}{6} = 2{,}25\,\text{m}^2 \Rightarrow a = \sqrt{2{,}25\,\text{m}^2} = 1{,}5\,\text{m}$

2 $a^2 = \frac{384\,\text{cm}^2}{6} = 64\,\text{cm}^2 \Rightarrow a = \sqrt{64\,\text{cm}^2} = 8\,\text{cm}$

3 $a^2 = \frac{121{,}5\,\text{cm}^2}{6} = 20{,}25\,\text{cm}^2 \Rightarrow a = \sqrt{20{,}25\,\text{cm}^2} = 4{,}5\,\text{cm}$

4 $a^2 = \frac{26{,}46\,\text{dm}^2}{6} = 4{,}41\,\text{dm}^2 \Rightarrow a = \sqrt{4{,}41\,\text{dm}^2} = 2{,}1\,\text{dm}$

K6 **11** **a)** Im Allgemeinen gibt es keine Quadratwurzel für negative Zahlen, daher hat Mira für den Fall, dass $a > 0$ ist, Recht. Für $a < 0$ trifft diese Aussage nicht zu, denn:
$x^2 = -(-a) \Rightarrow x = \pm\sqrt{a}$
Für ein konkretes Beispiel sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:
$a = 4$: $x^2 = -4$ $\Rightarrow$ Die Gleichung hat keine Lösung.
$a = -4$: $x^2 = -(-4)$ $\Rightarrow$ Die Gleichung hat zwei Lösungen, nämlich $x = 2$ und $x = -2$.

b) Bei Johannes' Überlegung gilt dies nicht, denn:
$a > 0$, z. B. $a = 8$: $x^3 = -8$ $\Rightarrow$ Die Gleichung hat eine Lösung, nämlich $x = -2$.
$a < 0$, z. B. $a = -8$: $x^3 = -(-8)$ $\Rightarrow$ Die Gleichung hat eine Lösung, nämlich $x = 2$.

K5 **12** **a)** $\sqrt[3]{8} = 2$; $\sqrt[3]{216} = 6$; $\sqrt[5]{243} = 3$; $\sqrt[9]{512} = 2$; $\sqrt[3]{512} = 8$; $\sqrt[6]{1\,000\,000} = 10$; $\sqrt[5]{0} = 0$; $\sqrt[7]{1} = 1$

b) $\sqrt[3]{0{,}027} = 0{,}3$; $\sqrt[7]{0{,}0000128} = 0{,}2$; $\sqrt[3]{0{,}000125} = 0{,}05$

K5 **13** **a)** $3 < \sqrt{10} < 4$; $2 < \sqrt[3]{10} < 3$; $1 < \sqrt[4]{10} < 2$; $1 < \sqrt[5]{10} < 2$; $1 < \sqrt[100]{10} < 2$

b) $\sqrt{100} = 10$; $4 < \sqrt[3]{100} < 5$; $3 < \sqrt[4]{100} < 4$; $2 < \sqrt[5]{100} < 3$; $1 < \sqrt[100]{100} < 2$

K1 **14** **a)** Die Gleichung hat zwei Lösungen, da $(\pm 2)^4 = 16 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-2; 2\}$

b) Die Gleichung hat zwei Lösungen, da $(\pm 3)^4 = 81 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-3; 3\}$

c) Die Gleichung hat eine Lösung, da nur $(+2)^5 = 32 \Rightarrow \mathbb{L} = \{2\}$

d) Die Gleichung hat keine Lösung, da die Quadrierung einer Zahl immer zu positiven Werten führt.
$\Rightarrow \mathbb{L} = \emptyset$

e) Die Gleichung hat eine Lösung, da nur $(-5)^5 = -3125 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-5\}$

f) Die Gleichung hat zwei Lösungen, da $(\pm 1)^{10} = 1 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-1; 1\}$

g) Die Gleichung hat eine Lösung, da nur $(+2)^7 = 128 \Rightarrow \mathbb{L} = \{2\}$

h) Die Gleichung hat zwei Lösungen, da $(\pm 1)^{12} = 1 \Rightarrow \mathbb{L} = \{-1; 1\}$

Wissen

K5 **Wurzeln mit dem Taschenrechner**

- **b)** $\sqrt{361} = 19$; $\sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$; $\sqrt[3]{0{,}001} = 0{,}1$; $\sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = 0{,}3$; $\sqrt[3]{117{,}25} \approx 4{,}89$

Verständnis

K 1 ■ Diese Rechnung gilt, da $\sqrt{0}+\sqrt{0}=0+0=0=\sqrt{0}=\sqrt{0+0}=0$ ergibt.

K 1 ■ Ja, die Umformung ist richtig. Begründung: Auch bei der Addition von Wurzeln gilt das Kommutativgesetz.

K 5 **1** **a)** 6 **b)** 2 **c)** 14 **d)** 36 **e)** 9 **f)** 2
g) 15 **h)** 52 **i)** 18 **j)** $\frac{6}{7}$ **k)** $\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$ **l)** 3

K 5 **2** **a)** 10 **b)** 10 **c)** 4 **d)** 10
e) 1,5 **f)** 0,8 **g)** 15 **h)** 0

K 5 **3** **a)** $\sqrt{25}+\sqrt{25}\neq 10$ Diese Umformung ist falsch.
b) $\sqrt{25}\cdot\sqrt{16}=20$ $\sqrt{25\cdot 16}=20$ Diese Umformung stimmt.
c) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=1{,}25$ $\sqrt{\frac{25}{16}}=1{,}25$ Diese Umformung stimmt.

K 5 **4**

20	$\sqrt{1125}:\sqrt{5}$	→	15	$\sqrt{32}\cdot\sqrt{8}$	→	16	$\sqrt{324}:\sqrt{4}$	→
9	$\sqrt{1690}:\sqrt{10}$	→	13	$\sqrt{6}\cdot\sqrt{54}$	→	18	$\sqrt{36}\cdot\sqrt{16}$	→
24	$\frac{\sqrt{432}}{\sqrt{27}}$	→	4	$\sqrt{18}\cdot\sqrt{8}$	→	12	$\frac{\sqrt{2000}}{\sqrt{5}}$	→

K 5 **5** **a)**

$$\begin{tikzcd}
\sqrt{5} \arrow[r, "\cdot\sqrt{4}"] \arrow[d, "\cdot\sqrt{5}"] & \sqrt{20} \arrow[r] \arrow[d] & \sqrt{80} \arrow[d] \\
5 \arrow[r] \arrow[d] & 10 \arrow[r] \arrow[d] & 20 \arrow[d] \\
5\cdot\sqrt{5} \arrow[r] & 10\cdot\sqrt{5} \arrow[r] & 20\cdot\sqrt{5}
\end{tikzcd}$$

b)

$$\begin{tikzcd}
\sqrt{504} \arrow[r, ":\sqrt{2}"] \arrow[d, ":\sqrt{3}"] & \sqrt{252} \arrow[r] \arrow[d] & \sqrt{126} \arrow[d] \\
\sqrt{168} \arrow[r] \arrow[d] & \sqrt{84} \arrow[r] \arrow[d] & \sqrt{42} \arrow[d] \\
\sqrt{56} \arrow[r] & \sqrt{28} \arrow[r] & \sqrt{14}
\end{tikzcd}$$

K 6 **6** **a)**
1 $4\sqrt{7}+2\sqrt{7}=\sqrt{7}\cdot(4+2)=6\sqrt{7}$
2 $4\sqrt{5}-\sqrt{5}=\sqrt{5}\cdot(4-1)=3\sqrt{5}$
3 $6\sqrt{3}+10-2\sqrt{3}-4=\sqrt{3}\cdot(6-2)+10-4=4\sqrt{3}+6$
4 $3\sqrt{5}-5\sqrt{7}+4\sqrt{5}+6\sqrt{7}=\sqrt{7}\cdot(-5+6)+\sqrt{5}\cdot(3+4)=\sqrt{7}+7\sqrt{5}$
5 $5\sqrt{3}+4\sqrt{3}-5\sqrt{5}+4\sqrt{6}=\sqrt{3}\cdot(5+4)-5\sqrt{5}+4\sqrt{6}=9\sqrt{3}-5\sqrt{5}+4\sqrt{6}$

b) Wurzeln lassen sich addieren bzw. subtrahieren, wenn die Zahl unter der Wurzel (also der Radikand) dieselbe ist.
Hier sind viele individuelle Beispiele möglich.

Verständnis

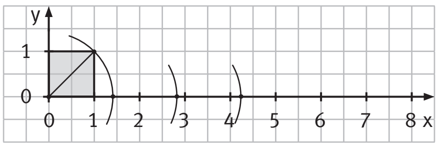
K6 ■ Endliche Dezimalbrüche lassen sich mit einer Zehnerpotenz im Nenner darstellen und haben dadurch eine feste Anzahl an Nachkommastellen. Schreibt man den Bruch als Division, so geht die Division ohne Rest auf.
Periodische Dezimalbrüche lassen sich nicht auf diese Weise schreiben, ihre Ziffernfolge der Dezimalen bricht nicht ab, sondern wiederholt sich nach einem bestimmten Schema immer wieder. Schreibt man periodische Dezimalbrüche als Division, so bleibt bei der Division ein Rest.

K1 ■ Wurzeln von Quadratzahlen sind nicht irrational. Ebenso sind all diejenigen Wurzeln nicht irrational, deren Radikand (Zahl unter der Wurzel) ein Produkt bzw. Quotient aus Quadratzahlen ist.

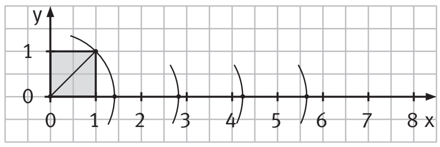
K1 **1** **a)** rational **b)** irrational **c)** irrational **d)** rational
e) irrational **f)** rational **g)** rational **h)** rational

K5 **2** **a)** $\approx 3{,}87$ **b)** 6 **c)** 0,5 **d)** $\approx 0{,}41$
e) $\approx 6{,}32$ **f)** 1,5 **g)** $\approx 0{,}87$ **h)** 0

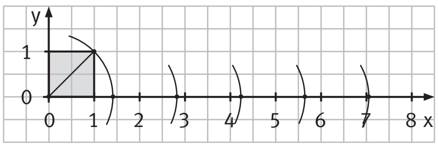
K4 **3** $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2} \approx 4{,}24$



$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2} \approx 5{,}67$



$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2} \approx 7{,}07$



K5 **4** **a)** $\sqrt{5} < \sqrt{6}$ **b)** $1{,}5 < \sqrt{3}$ **c)** $\sqrt{10} < (\sqrt{10})^2$ **d)** $\sqrt{25{,}25} > 5$
e) $\frac{12}{7} < \sqrt{3}$ **f)** $3\frac{1}{3} > \sqrt{11}$ **g)** $\sqrt{27{,}04} = 5{,}2$ **h)** $\sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt{\frac{1}{3}}$

Wissen

K6
- Hier sind individuelle Lösungen möglich.
- Wenn $\sqrt{3}$ eine rationale Zahl ist, so kann man sie als vollständig gekürzten Bruch schreiben ($p, q \in \mathbb{N}$): p und q haben also keine gemeinsamen Teiler mehr. Es gilt: $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$

Man quadriert beide Seiten: $3 = \frac{p^2}{q^2}$
Durch Umformung erhält man: $3q^2 = p^2$
$3q^2 = p \cdot p$
Da $3q^2$ durch 3 teilbar ist, ist auch $p \cdot p$ durch 3 teilbar.
Also ist auch p durch 3 teilbar und es gilt: $p = 3k \; (k \in \mathbb{N})$
Dann gilt also: $3q^2 = (3k)^2$
$q^2 = 3k^2$

Damit sind p und q beide durch 3 teilbar. Folglich ist $\frac{p}{q}$ kein vollständig gekürzter Bruch, was der Annahme widerspricht. Demzufolge ist $\sqrt{3}$ keine rationale Zahl, also keine Zahl, die sich als Bruch schreiben lässt.

K1 **1** **a)** $4a$ **b)** 0 **c)** a^4
d) a^5 **e)** a^2 **f)** a^{12} übrig bleiben: a^3 und a^7

K5 **2** **a)** $81 = 9^2 = 3^4$ **b)** $2401 = 49^2 = 7^4$ **c)** $625 = 25^2 = 5^4$
d) $\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ **e)** $\frac{16}{81} = \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$ **f)** $\frac{1}{10\,000} = \left(\frac{1}{100}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^4$

K5 **3** **a)** $27 = 3^3$ $81 = 3^4$ $243 = 3^5$ $2187 = 3^7$
b) $\frac{1}{9} = 3^{-2}$ $\frac{1}{27} = 3^{-3}$ $\frac{1}{81} = 3^{-4}$ $\frac{1}{729} = 3^{-6}$

K5 **4** **a)** $3^7 = 2187$ **b)** $15^3 = 3375$ **c)** $2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$
d) $10^5 = 100\,000$ **e)** $\left(\frac{51}{17}\right)^4 = 3^4 = 81$ **f)** $15^{-1} = \frac{1}{15}$
g) $2^6 = 64$ **h)** $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ **i)** $10^{-6-6} = 10^{-12}$
j) $10^{6+6} = 10^{12}$ **k)** $\frac{12a^5 \cdot b^5}{4} = 3a^5 \cdot b^5 = 3(ab)^5$ **l)** $\frac{21n^7}{3n^5} = 7n^2$

K5 **5** Lösungsmöglichkeiten:
a) $24^6 = 4^6 \cdot 6^6 = 3^6 \cdot 8^6 = 12^6 \cdot 2^6$ **b)** $100^{20} = 10^{20} \cdot 10^{20} = 5^{20} \cdot 20^{20} = 4^{20} \cdot 25^{20} = 2^{20} \cdot 50^{20}$
c) $12^2 = (2 \cdot 6)^2 = (3 \cdot 4)^2$ **d)** $2^{-9} = 2^9 : 4^9$

K5 **6** **a)** a^{12} **b)** $2 \cdot a^7b^5$ **c)** 24^n **d)** $81c^8$
e) b^{-6} **f)** $-3{,}25a^4$ **g)** $(-3)^n$ **h)** $3{,}375a^6c^9$

K6 **7** Die Terme 1, 2, 3, 4 und 5 liefern das Ergebnis $(24x)^5$.
Die Terme 7 und 8 liefern das Ergebnis $36x^5$.
Der Term 6 ergibt $24x^5$.
Der Term 9 ergibt $(36x)^5$.

K5 **8** **a)** $6^4 : 6^3 > 1$ **b)** $6^{-4} : 6^{-3} < 1$ **c)** $0{,}2^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 1$
d) $3^{-4} \cdot 6^4 > 1$ **e)** $(3 : 4)^3 = 3^3 : 4^3$ **f)** $1^{-3} \cdot 0^4 < 1$
g) $3^4 : 6^4 < 1$ **h)** $(3 \cdot 4)^3 < 3^2 \cdot 4^4$ **i)** $3^1 \cdot 3^3 = 9^2$

K5 **9** **a)** $\frac{1}{16}$ **b)** $\frac{1}{a}$ **c)** b **d)** $\frac{1}{c^6}$
e) $\frac{1}{3}$ **f)** $0{,}003$ **g)** $\frac{1}{5^x}$ **h)** $\frac{1}{32}$
i) 9 **j)** $\frac{1}{e \cdot f}$ **k)** 3^7 **l)** $(-5)^7$
m) $\frac{1}{3^3 2^4 p^2 q}$ **n)** $\frac{9}{5}(ab)^{n-4}$ **o)** $\frac{1}{a}$ **p)** $\frac{2ab^6}{15cd^6}$

K6 **10** **a)** $x^2 \cdot x^4 = x^6$ **b)** $5^a \cdot 7^a = 35^a$ **c)** $3^6 \cdot 4^6 = 12^6$
d) $20^4 : 4^4 = 5^4$ **e)** $4^2 \cdot 4^{-3} = 4^{-1}$ **f)** $(a^2 \cdot a^{-3})^{-1} = a$

K5 **11** **a)** $(2{,}7 + 4{,}3) \cdot 10^6 = 7\,000\,000$ **b)** $(10{,}3 - 4{,}3) \cdot 10^9 = 6\,000\,000\,000$
c) $(35 + 65) \cdot 10^4 = 1\,000\,000$ **d)** $(3{,}4 + 4{,}6) \cdot 10^{-5} = 0{,}00008$
e) $(6{,}8 + 2{,}3 + 0{,}9) \cdot 10^{-4} = 0{,}001$ **f)** $(0{,}0024 + 0{,}0076) \cdot 10^3 = 10$

K5 **12** **a)** 600; 32 100; 0,076; 0,31; 420 000; 0,02; 0,00003
b) $6 \cdot 10^5$; $5{,}35 \cdot 10^{-4}$; $6{,}75 \cdot 10^6$; $6{,}36 \cdot 10^1$; $1{,}525 \cdot 10^{-1}$

K5 **13**

Entfernung Berlin – München	590 km	$5{,}9 \cdot 10^5$ m
Entfernung Wohnort – Schule	z. B. 8 km	$8 \cdot 10^3$ m
Größe roter Blutkörperchen	7 µm	$7 \cdot 10^{-6}$ m
Herpesvirus	180 nm	$1{,}8 \cdot 10^{-7}$ m
Abstand Augen – Heft	30 cm	$3 \cdot 10^{-1}$ m
Dicke eines Haars	0,07 mm	$7 \cdot 10^{-5}$ m

Längen der Größe nach geordnet (beginnend mit der kleinsten):
$1{,}8 \cdot 10^{-7}$ m; $7 \cdot 10^{-6}$ m; $7 \cdot 10^{-5}$ m; $3 \cdot 10^{-1}$ m; $8 \cdot 10^3$ m; $2{,}4 \cdot 10^5$ m

K5 **14** **a)** 56 000 000 km; 401 000 000 km **b)** Lösungsmöglichkeit: $5{,}6 \cdot 10^7$ km; $4{,}01 \cdot 10^8$ km

K3 **15** **a)** $\frac{7{,}2 \cdot 10^6\,\text{km}}{2{,}8 \cdot 10^4\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{18}{7} \cdot 10^2\,\text{h} = 2\frac{4}{7} \cdot 10^2\,\text{h} \approx 257\,\text{h} \approx 10{,}7\,\text{d}$

Die Flugzeit beträgt rund 257 Stunden (11 Tage).

b) Strecke an 1 Tag: $2{,}8 \cdot 10^4\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 24\,\text{h} = 6{,}72 \cdot 10^5\,\text{km}$
Strecke an 2 Tagen: $1{,}344 \cdot 10^6$ km
Strecke an 30 Tagen: $2{,}016 \cdot 10^7$ km
Strecke an 50 Tagen: $3{,}36 \cdot 10^7$ km

c) $\frac{7{,}5 \cdot 10^7\,\text{km}}{2{,}8 \cdot 10^4\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} \approx 2{,}6786 \cdot 10^3\,\text{h} \approx 0{,}112 \cdot 10^3\,\text{d} = 112\,\text{d}$

Die Flugzeit für die Strecke von der Erde zum Mars würde rund 112 Tage betragen, hin und zurück ergäbe dies rund 224 Tage, rund 7,5 Monate.

K5 **16** Verschiedene Lösungen sind möglich. Zum Beispiel:

Durchmesser Molekül: $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$ m
Durchmesser Atom: $\frac{1}{10\,000\,000\,000}$ m
Durchmesser Atomkern: $\frac{1}{100\,000\,000\,000\,000}$ m
Durchmesser Mond: $3{,}476 \cdot 10^6$ m
Abstand Erde – Sonne: $150 \cdot 10^9$ m
Durchmesser Milchstraße: $950 \cdot 10^{15}$ km

K5 **17** (Die Einheiten der Seitenlängen und Flächeninhalte wurden passend vereinheitlicht.)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
A	324 cm²	576 m²	1225 cm²	134,56 cm²	16 900 m²	49 dm²
a	18 cm	24 m	35 cm	11,6 cm	130 m	7 dm
b	27 cm	40 m	25 cm	2,9 cm	100 m	3,5 dm
c	12 cm	14,4 m	49 cm	46,4 cm	169 m	14 dm

K6 **18** Zunächst müssen alle Angaben in dieselbe Einheit umgerechnet werden. Anschließend kann man die Quadratwurzel aus dem Flächeninhalt bzw. die Kubikwurzel aus dem Volumen ziehen.

Familie A: Seitenlänge des Grundstücks: $\sqrt{625\,\text{m}^2} = 25\,\text{m}$ Kantenlänge des Hauses: $\sqrt[3]{729\,\text{m}^3} = 9\,\text{m}$
Familie B: Seitenlänge des Grundstücks: $\sqrt{2500\,\text{m}^2} = 50\,\text{m}$ Kantenlänge des Hauses: $\sqrt[3]{343\,\text{m}^3} = 7\,\text{m}$
Familie C: Seitenlänge des Grundstücks: $\sqrt{10\,000\,\text{m}^2} = 100\,\text{m}$ Kantenlänge des Hauses: $\sqrt[3]{1000\,\text{m}^3} = 10\,\text{m}$

K6 **19** **a)** $a \approx 3{,}87$ cm **b)** $a \approx 4{,}69$ m **c)** $a \approx 27{,}39$ dm **d)** $a \approx 15{,}81$ km

K1 **20** **a)** $\sqrt{100} = 10$ $\sqrt{36} = 6$ $\sqrt[3]{125} = 5$ $\sqrt[3]{216} = 6$

Quadriert man eine natürliche Zahl n, so liefern die (Endziffern der) Quadrate der Zahlen 0 bis 9 die Endziffer von n^2. Endet eine Zahl beispielsweise mit der Endziffer 0, so endet auch deren Quadrat auf 0.

Die folgende Tabelle zeigt die Zusammenhänge, auch für Kubikzahlen.

Endziffer einer Zahl	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Endziffer der Quadratzahl	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
Endziffer der Kubikzahl	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Man sieht: Quadriert man Zahlen mit den Endziffern 0, 1, 5 oder 6, so bleiben die Endziffern unverändert.

Bringt man Zahlen mit den Endziffern 0, 1, 4, 5, 6 oder 9 in die dritte Potenz, so bleiben die Endziffern ebenfalls unverändert.

b) Beispiel: $\sqrt{256} = 16$; $\sqrt{1040} = 1\,081\,600$; $\sqrt[3]{6859} = 19$; $\sqrt[3]{39\,304} = 34$

K5 **21** **a)** $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$ **b)** $\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{21}$ **c)** $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}} = \sqrt{3}$

d) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2{,}5} = \sqrt{20}$ **e)** $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{1}} = \sqrt{30}$ **f)** $\sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 13$

g) $\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{11}} = \sqrt{11}$ **h)** $\sqrt{12} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{576}$ **i)** $\sqrt{9} \cdot \sqrt{36} = 18$

j) $\sqrt{336} : \sqrt{21} = 4$ **k)** $\sqrt{121} \cdot \sqrt{0} = 0$ **l)** $\sqrt{169} : \sqrt{13} = \sqrt{13}$

K5 **22** **a)** $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ **b)** $3 \cdot \left(\sqrt{8}\right)^2 = 24$ **c)** $1{,}5 \cdot \left(\sqrt{6}\right)^2 = 9$ **d)** $\left(0{,}5 \cdot \sqrt{10}\right)^2 = 2{,}5$ **e)** $\frac{2}{3} \cdot \left(\sqrt{12^2}\right) = 8$

K1 **23** Anmerkung: Offensichtlich können nur die Wurzeln, deren Ergebnisse rational sind, im Kopf berechnet werden.

a) irrational; Ergebnis: $3\sqrt{3} \approx 5{,}20$
b) rational; Ergebnis: 7
c) irrational; Ergebnis: $4\sqrt{6} \approx 9{,}80$
d) irrational; Ergebnis: $11\sqrt{2} \approx 15{,}56$
e) rational; Ergebnis: 2,1
f) rational; Ergebnis: 0
g) rational; Ergebnis: 10
h) irrational; Ergebnis: $2\sqrt{2} \approx 2{,}83$
i) irrational; Ergebnis: $\approx 4{,}12$
j) irrational; Ergebnis: $10\sqrt{2} \approx 14{,}14$
k) irrational: Ergebnis: $\approx 1{,}49$
l) rational; 1

K6 **1. Informiere dich über den Begriff virales Marketing und fasse dieses kurz in wenigen Sätzen zusammen.**

Virales Marketing (auch Virusmarketing oder auch Viralmarketing) ist eine Vermarktungsform, die soziale Netzwerke und Medien nutzt, um mit einem meist ungewöhnlichen Video/Foto auf ein Produkt oder eine Kampagne aufmerksam zu machen. Durch mehrmaliges Teilen von verschiedenen Personen wird somit eine immer größere Zielgruppe erreicht. Das Wort „viral“ stammt von der Tatsache, dass sich das Video im Netz ausbreitet wie ein Virus.

K6 **2. Dein Auftraggeber möchte wissen, wie viele Personen nach 3, 5 oder 7 Tagen durch das Video erreicht wurden. Wie errechnet sich diese Zahl? Gibt es ein Gesetz? Diskutiere.**

Das Video wird pro Tag an etwa zehn andere Nutzer versendet, d. h. zu Beginn teilt die erste Person das Video. Nach dem ersten Teilen am ersten Tag sind es bereits 1 + 10 = 11 Personen. Am nächsten Tag sind es dann schon 1 + 10 + 100 = 111 Personen usw. Das bedeutet, dass der Zuwachs an neuen Personen, die das Video gesehen haben, bei jeweils 10^n (n steht für den n.ten Tag) liegt.

3. Tag: $1 + 10^1 + 10^2 + 10^3 = 1111$ Personen

5. Tag: $1 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5 = 111\,111$ Personen

7. Tag: $1 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5 + 10^6 + 10^7 = 11\,111\,111$ Personen

K3 **3. Wie viele Leute werden das Produkt wohl kaufen? Benutze die oben angegebenen Daten. Halte deine Rechnungen schriftlich fest.**

Insgesamt bekommen also 11 111 111 Personen das Video zu Gesicht. Davon sind laut Angabe 20 Prozent in der Zielgruppe.
Rechnung: $0{,}2 \cdot 11\,111\,111 =$ ca. 2 222 222 Personen.
Von diesem Anteil entscheiden sich dann wiederum 3 Prozent für den Kauf des Produktes.
Rechnung: $0{,}03 \cdot 2\,222\,222 = 66\,666$ Personen.
Es werden also ca. 66 666 Personen das Produkt aufgrund der Werbeanzeige kaufen.

K6 **4. Diskutiere mit deinen Mitarbeitern mögliche Fehlerquellen, die unbedingt miteinbezogen werden müssen. Was heißt das für deine Berechnungen? Was könnte man tun, um diese Fehlerquellen zu vermeiden? Schreibe auf.**

Mögliche Fehlerquellen:

- Die oben angegebenen Daten sind nur ungenau oder nicht konstant für jede(s,n) Uhrzeit/Datum/Jahreszeit/Wochentag gültig.
- Es ist wahrscheinlich, dass das Video nicht immer an 10 neue Nutzer verteilt wird, sondern auch mal an Leute, die das Video schon haben.
- Manche Videos brauchen vielleicht mehr als sieben Tage um erst richtig ins Rollen zu gelangen.

Diese Fehlerquellen können das Ergebnis sowohl nach oben, als auch nach unten stark verfälschen.

K1 **5. Überlege dir, warum virales Marketing unter Umständen besser sein kann als beispielsweise eine Fernsehwerbung. Was hat das mit der Potenzrechnung zu tun?**

Virales Marketing kann bei einer hohen Verbreitungsquote wesentlich effektiver als Fernsehwerbung sein, da bei der Fernsehwerbung der Anteil der Zuschauer relativ konstant bleibt, wobei der Anteil der Konsumenten eines Webclips durch die virale Verbreitung immer weiter steigen kann. Der Anteil des Zuwachses ist immer eine gewisse Potenz.

K6 **6. Erstelle eine E-Mail an euren Auftraggeber, wo du anhand deiner Ergebnisse der obigen Arbeitsaufträge diese Werbemaßnahmen genau bewertest. Was ist dein Fazit?**

Es sind individuelle Lösungen möglich.

K5 **1** **a)** $4^4 = 256$ **b)** $(-3)^3 = -27$ **c)** $\left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{1024}$ **d)** $(-1{,}2)^2 = 1{,}44$

K5 **2** **a)** $3^4 > 4^3$ **b)** $3^4 = (-3)^4$ **c)** $-4^3 = (-4)^3$
d) $-3^4 < (-3)^4$ **e)** $-4^3 < 4^3$ **f)** $4^4 > -4^4$

K5 **3** **a)** $4^2 = +16$; $(-4)^2 = +16$ **b)** $(+7)^3 = +343$; $(-7)^3 = -343$ **c)** $2{,}5^1 = +2{,}5$; $(-2{,}5)^1 = -2{,}5$ **d)** $6^{-2} = +\frac{1}{36}$; $(-6)^{-2} = +\frac{1}{36}$

K5 **4** ① $a = 2\,\text{cm}$; $V = (2\,\text{cm})^3$ ② $a = 3\,\text{cm}$; $V = (3\,\text{cm})^3$ ③ $a = 6\,\text{cm}$; $V = (6\,\text{cm})^3$

K5 **5**

	Kantenlänge	Volumen	Oberfläche
a)	4 cm	64 cm^3	96 cm^2
b)	1,5 m	3,375 m^3	13,5 m^2
c)	9 cm	729 cm^3	486 cm^2
d)	10 m	1000 m^3	600 m^2
e)	8 mm	512 mm^3	384 mm^2
f)	4,5 m	91,125 m^3	121,5 m^2
g)	10,5 dm	1157,625 dm^3	661,5 dm^2

K5 **6** **a)** $\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$; $\frac{1}{4^1} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$; $\frac{1}{9^1} = \frac{1}{9}$ **b)** $\frac{1}{(-3)^1} = -\frac{1}{3}$; $\frac{1}{(-2)^6} = \frac{1}{64}$; $\frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$; $-\frac{1}{2^5} = -\frac{1}{32}$
c) $\frac{1}{0{,}2^2} = 25$; $\frac{1}{0{,}5^4} = 16$; $\frac{1}{0{,}1} = 10$ **d)** $\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$; $-\frac{5}{2} = -2{,}5$; $\frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{64}{27}$

K5 **7** **a)** $\frac{1}{a^3}$ **b)** $\frac{1}{b^5}$ **c)** $\frac{1}{c^6}$ **d)** $\frac{3}{d^4}$
e) $\frac{1}{(xy)^4}$ **f)** $\frac{x}{y^3}$ **g)** $\frac{1}{z^a}$ **h)** $\frac{1}{(-x^2)^3} = \frac{1}{x^6}$

K5 **8** **a)** x^7 **b)** y^3 **c)** $(-z)^8 = z^8$
d) $a^{-1} = \frac{1}{a}$ **e)** $10b^5$ **f)** 1

K5 **9** **a)** $(-6)^4 = 6^4 = 1296$ **b)** 9 **c)** 1 **d)** $10^3 = 1000$
e) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64} = 0{,}015625$ **f)** $3^5 = 243$

K5 **10** **a)** $16a^4$ **b)** $3{,}375b^6$ **c)** $0{,}0016c^{12}$
d) $36d^{10}$ **e)** $\frac{e^{12}}{216}$ **f)** $-0{,}2f^5$

K5 **11** **a)** $\frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$ **b)** $4^3 = 64$ **c)** $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ **d)** $2^9 = 512$
e) $20^2 = 400$ **f)** $(-2)^{-3} = -\frac{1}{8}$ **g)** $40^3 = 64\,000$ **h)** $\left(\frac{25}{8}\right)^{-2} = \frac{64}{625}$
i) $(-6)^4 = 1296$ **j)** $4^{-6} = \frac{1}{4096}$ **k)** $0{,}8^3 = 0{,}512$ **l)** 1

K5 **12** **a)** $4x$ **b)** $4c$ **c)** $3{,}5a$ **d)** $5{,}5x$
e) $9{,}3x - 5{,}11y - 5{,}8$ **f)** $-4st$ **g)** $-\frac{1}{4}ab^2 - \frac{4}{9}a^2b$

K5 **13** **a)** 10^3; 10^{-3}; 10^7; 10^{-7} **b)** 10^{-1}; 10^5; 10^0; 10^{-4}; 10^{-9}

K5 **14** **a)** $3 \cdot 10^4 = 30 \cdot 10^3$ **b)** $2{,}4 \cdot 10^7 < 0{,}24 \cdot 10^8$
c) $1{,}5 \cdot 10^3 < 15\,000$ **d)** $7{,}3 \cdot 10^5 < 7300 \cdot 10^3$

K 3 **15** 39 343,68 min ≈ $39{,}3 \cdot 10^3$ min 2 360 620,8 s ≈ $23{,}6 \cdot 10^5$ s

K 5 **16** **a)** $\mathbb{L} = \{-14; 14\}$ **b)** $\mathbb{L} = \{8\}$ **c)** $\mathbb{L} = \emptyset$ **d)** $\mathbb{L} = \{2\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{-3\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{-1; 1\}$

K 5 **17** **a)** $\sqrt{3 \cdot 8} = \sqrt{24}$; $\sqrt{3} + \sqrt{8}$; $\sqrt{\frac{3}{8}}$ **b)** $\sqrt{\frac{27}{18}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$; $\sqrt{27} - \sqrt{18}$; $\sqrt{27 \cdot 18} = \sqrt{486}$
c) $\sqrt{99} - \sqrt{11}$; $\sqrt{99} + \sqrt{11}$; $\sqrt{\frac{99}{11}} = \sqrt{9} = 3$ **d)** $\sqrt{2{,}5 \cdot 4} = \sqrt{10}$; $\sqrt{2{,}5} + 2$; $\sqrt{2{,}5} - 2$

K 5 **18** **a)** $5 \cdot \left(\sqrt{0{,}25} + \frac{3}{4}\right) = 6\frac{1}{4}$ **b)** $\sqrt{75 \cdot 4} \cdot \sqrt{3 \cdot 4} = \sqrt{300 \cdot 12} = \sqrt{3600} = 60$ **c)** $\sqrt{\frac{2\left(\sqrt{2}\right)^2}{3 \cdot 12}} = \sqrt{\frac{4}{36}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

K 5 **19** **a)** $\sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{50}$ **b)** $\sqrt{49} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{196}$ **c)** $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{100}$ $\sqrt{30} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{150}$
d) $\sqrt{432} : \sqrt{12} = 6$ **e)** $\frac{\sqrt{1083}}{\sqrt{3}} = 19$ **f)** $\sqrt{5} \cdot \sqrt{57{,}8} = 17$

K 1 **20** **a)** $\sqrt{4} = 2$ rational; $\sqrt{6}$ irrational; $\sqrt{8}$ irrational; $\sqrt{100} = 10$ rational; $\sqrt{104}$ irrational; $\sqrt{400} = 20$ rational; $\sqrt{1000}$ irrational
b) 0 rational; 1 rational; $\sqrt{0} = 0$ rational; $\sqrt{1} = 1$ rational; $\frac{1}{3}$ rational; $\sqrt{\frac{1}{3}}$ irrational; $\frac{1}{9}$ rational; $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ rational; $\sqrt{\frac{12}{7}}$ irrational

K 1/6 **21** Das ist falsch, denn ein Quadrat der Seitenlänge 2,5 m hat einen Flächeninhalt von 6,25 m^2.

K 1/6 **22** Die Aussage ist falsch, denn das Ergebnis bei geraden Exponenten kann niemals negativ sein: $(-3)^2 = 3^2$.

K 1/6 **23** Diese Gleichheit ist eine Ausnahme. Im Allgemeinen ist die Aussage falsch.

K 1/6 **24** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **25** Die Aussage ist falsch. Der Exponent –1 bewirkt, dass die Potenz mit positivem Exponenten in den Nenner geschrieben wird: $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

K 1/6 **26** Das ist falsch, richtig ist hier: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

K 1/6 **27** Das ist falsch, die Exponenten werden addiert und die Basis behält man bei.

K 1/6 **28** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **29** Die Aussage ist falsch. Wird die Potenz potenziert, dann werden die Exponenten multipliziert.

K 1/6 **30** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **31** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **32** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **33** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **34** Die Aussage ist falsch. Die Quadratwurzeln von Quadratzahlen beispielsweise sind rational. Beispiel: $\sqrt{4} = 2$.