Mit Hilfe der Aufwärmrunde soll möglichst präzise ermittelt werden, welche Inhalte bei den Schülern noch verfügbar sind, wo auf fundiertes Wissen aufgebaut werden kann und was evtl. einer nochmaligen Grundlegung bedarf. Um eine gewisse Trennschärfe in dieser Lernstandserhebung zu erreichen, sind die Aufgaben differenziert gehalten: linke Spalte eher leichte Aufgaben, rechte Spalte dann schwierigere. Zudem wird für jede Aufgabennummer die angestrebte Kompetenz benannt. So kann diese Seite ein wichtiger Anhaltspunkt sein, um Schüler möglichst angemessen zu fördern.

Smileys sollen dazu anregen, eigene Fähigkeiten und Fertigkeiten allmählich selbst einzuschätzen. Eine aussagekräftige Analyse der Lernvoraussetzungen erhält die Lehrkraft, wenn sie die Ergebnisse mit dem Auswertungsbogen erfasst.

Diese Auswertung kann handschriftlich (K 6) bzw. bei click & teach auch in digitaler Form erfolgen.

L

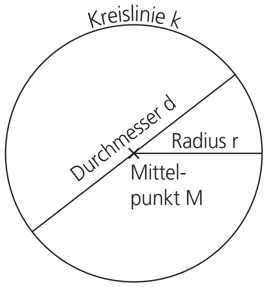
1 Kreisfiguren zeichnen

a) Zeichnungen analog den Abbildungen im Schülerbuch

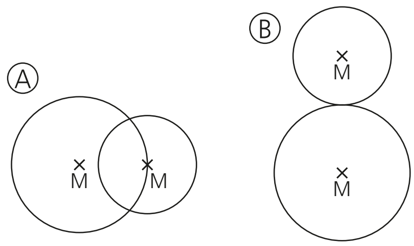
b) Zeichnungen analog den Abbildungen im Schülerbuch

2 Kreise zeichnen und beschriften

a)



b) Beispiele:



3 Größen am Quadrat berechnen

a) Ⓐ $A_Q = 16\ cm^2$ Ⓑ $u_Q = 10\ cm$

b)

Quadrat	Ⓐ	Ⓑ	Ⓒ
Seite a	3,5 cm	3 cm	1,4 cm
Flächeninhalt A_Q	$12{,}25\ cm^2$	$9\ cm^2$	$1{,}96\ cm^2$
Umfang u_Q	14 cm	12 cm	5,6 cm

4 Längen- und Flächenmaße umrechnen

a) Ⓐ 220 mm = 22,0 cm
$550\ cm^2 = 5{,}50\ dm^2$
$6\,240\ dm^2 = 62{,}40\ m^2$
Ⓑ $6{,}3\ dm^2 = 630\ cm^2$
14,1 cm = 141 mm
66,66 m = 666,6 dm

b) Ⓐ 3 m 14 cm = 3,14 m
12,7 dm = 1,27 m
2 km 19 m = 2 019 m
Ⓑ $5\ dm^2\ 22\ cm^2 = 522\ cm^2$
$3{,}64\ dm^2 = 364\ cm^2$
$1{,}5\ dm^2\ 39\ cm^2 = 189\ cm^2$

5 Größen an zusammengesetzten Flächen berechnen

a) $u = 1{,}8 + (3{,}6 + 1{,}3) + 0{,}7 + 1{,}3 + (1{,}8 - 0{,}7) + 3{,}6$
$= 13{,}4\ (cm)$
$A = A_{R1} + A_{R2}$
$= 3{,}6 \cdot 1{,}8 + 1{,}3 \cdot 0{,}7$
$= 7{,}39\ (cm^2)$

b) $b = 7{,}56 : 4{,}2$
$= 1{,}8\ (cm)$
$u = 1{,}8 + 4{,}2 + 2{,}1 + 2{,}1 + 4{,}2$
$= 14{,}4\ (cm)$
$A = A_R + A_D$
$= 1{,}8 \cdot 4{,}2 + \frac{1{,}8 \cdot 1{,}9}{2}$
$= 9{,}27\ (cm^2)$

K 6

Z

Auswertungsbogen zur Aufwärmrunde „Geometrie 1“

Einsatzhinweis:
Siehe Erläuterung Lösungsband Seite 5

2 Geometrie 1

Kompetenzerwartungen und Inhalte

M8 Lernbereich 3: Geometrische Figuren, Körper und Lagebeziehungen
Die Schülerinnen und Schüler …
- zeichnen Kreisornamente sowie Kreise und verwenden Fachbegriffe.
- messen Umfänge und Durchmesser verschiedener Kreise. Sie bestimmen den Näherungswert 3,14 der Kreiszahl π und leiten die Formel für die Berechnung des Kreisumfangs her.
  Sie berechnen Kreisumfänge und lösen Umkehr- sowie Sachaufgaben, auch aus dem berufsbezogenen Bereich.
- berechnen Kreisbögen und Umfänge zusammengesetzter Figuren.
- überschlagen Quadratzahlen und Quadratwurzeln.

M8 Lernbereich 2: Quadratzahlen und Quadratwurzeln
Die Schülerinnen und Schüler …
- erklären am funktionalen Zusammenhang zwischen Seitenlängen und Flächeninhalten von Quadraten das Quadrieren und Radizieren als Umkehrung des jeweils anderen Vorgangs und erläutern den Begriff Quadratwurzel.
- bestimmen Quadrate von positiven Zahlen sowie näherungsweise Quadratwurzeln mit dem Taschenrechner, um Aufgaben zum Themenkomplex *Flächeninhalte von Quadraten und Kreisen* zu lösen.

M8 Lernbereich 4: Flächeninhalt – Kreise
Die Schülerinnen und Schüler …
- begründen die Flächeninhaltsberechnung von Kreisen anschaulich.
- lösen alltagsrelevante Sachaufgaben basierend auf der Fähigkeit der Flächeninhaltsberechnung von Kreisen und dazugehörige Umkehraufgaben.
- berechnen Flächeninhalte von Kreisringen und Kreissektoren.
- ermitteln Flächeninhalte zusammengesetzter Figuren in sach- und berufsbezogenen Aufgaben.

Einstieg

- **Die Jury hat die Vorlage wegen der beeindruckenden Gesamtwirkung ausgewählt. Wie ist deine Einschätzung?**
  Es gibt individuelle Einschätzungen.
- **Dem Bild liegen eigentlich recht einfache Gestaltungselemente zugrunde. Beschreibe sie.**
  Beispiele für Gestaltungselemente: Kreisflächen, Kreisumfänge, Ellipsen, Kreisbögen
  Beschreibung des gestalterischen Vorgehens: Z. B. entstehen durch Überschneiden von Kreisbögen die lanzettlichen grünen Blattformen.
- **Entwirf mit ähnlichen geometrischen Formen eine Vorlage für ein Fenster. Wähle dazu Farben, die dir am besten gefallen.**
  Es sind individuelle Vorlagen möglich.

Ausblick

Hier werden kurz und kompetenzorientiert die Inhalte des nachfolgenden Kapitels aufgezeigt. Der Schüler erhält so bereits einen ersten Überblick über das, was er auf den nächsten Seiten lernt.

Jedes neue Kapitel beginnt mit einer Bildaufgabe. Bildliche Darstellungen sind eher offen und engen weniger als textliche Vorgaben ein. So bieten sie die Möglichkeit, verschiedene Aspekte zu sehen, herauszugreifen und zu durchdenken. Vorgegebene Fragen bzw. Aufgaben zeigen dazu einen Weg auf. Mögliche eigene Fragestellungen der Schüler können Inhalte weiter durchdringen und lassen zudem erkennen, inwieweit Schüler mit solch offenen Situationen umzugehen vermögen.

Kreise und Kreisornamente zeichnen

Die Schüler zeichnen Kreise und Kreisornamente und setzen hierbei den Zirkel fachmännisch ein. Sie zeichnen Radius sowie Durchmesser ein und verwenden Fachbegriffe.

L

1 a) Erläuterung der Begriffe gemäß Abbildung am Seitenrand
b) Beschreibung:
Die Metallspitze des Zirkels wird vorsichtig dort in das Blatt gedrückt, wo der Mittelpunkt des Kreises markiert ist. Dann wird der Zirkel am oberen Drehgriff mit Daumen und Zeigefinger einmal gedreht.
c) Zeichnung der Muster gemäß Vorgaben im Buch

2 a) Zeichnung gemäß Vorgaben im Buch
b) Individuelle Muster sind möglich.

3 a) Zeichnung gemäß Vorgaben im Buch
b)/c) Individuelle Gestaltungen sind möglich.

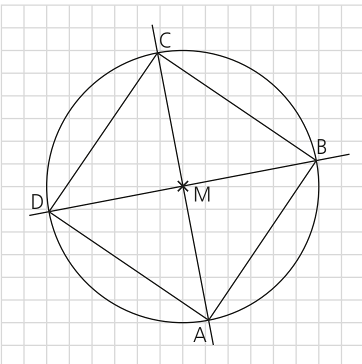
4 Beschreibung der Bildreihe:
Zuerst wird ein Kreis mit dem Radius 3 cm gezeichnet. Der Radius wird dann an der Kreislinie hintereinander abgetragen, dann nochmals mittig davon. Die so entstandenen Schnittpunkte sind nun Mittelpunkte für die zu zeichnenden Kreisbögen.

5

	a)	b)	c)	d)	e)
Kreisumfang	X	X		X	
Kreisfläche			X		X

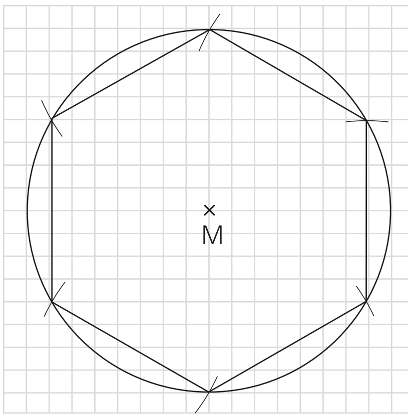
Weitere Beispiele:
– Kreisumfang: Welche Strecke legt die Spitze des großen Zeigers einer Kirchturmuhr in einer Stunde zurück?
– Kreisfläche: Herr Piendl möchte eine kreisrunde Fläche pflastern.

6 Beispiel:



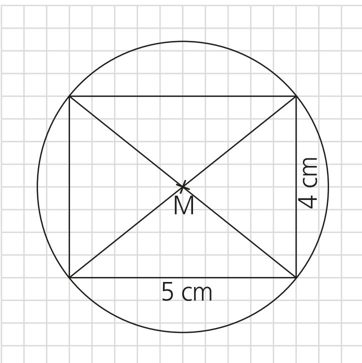
Es entsteht ein Quadrat.

7



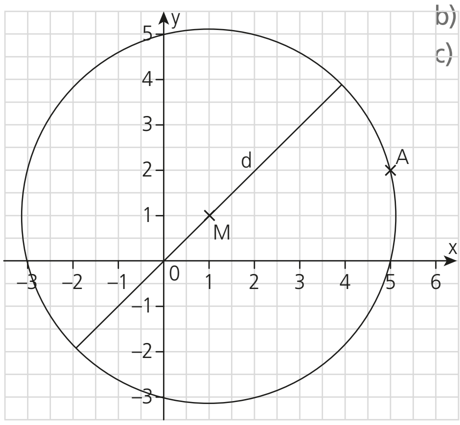
a) Es entsteht ein regelmäßiges Sechseck.
b) Es gilt für alle Radien.

8



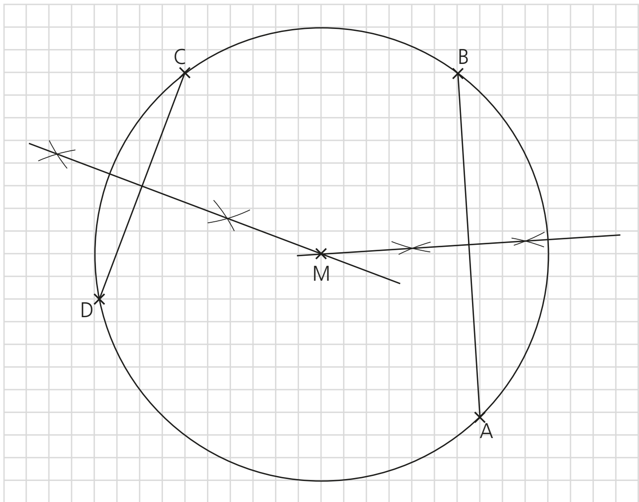
a) Der Mittelpunkt ist der Schnittpunkt der Diagonalen (Mittellinien) des Rechtecks.
b) Der Durchmesser ist 6,4 cm.

9 a)



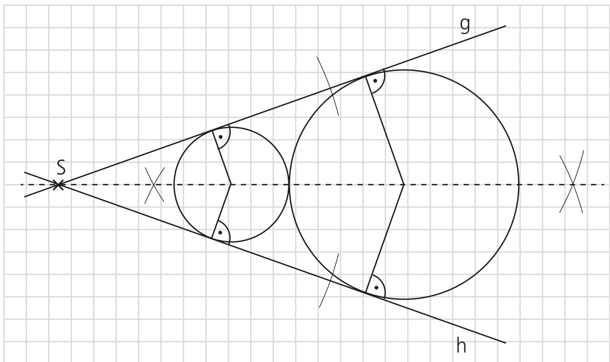
b) Der Durchmesser ist 8,2 cm.
c) Schnittpunkte mit der x-Achse:
(5|0), (–3|0)
Schnittpunkte mit der y-Achse:
(0|5), (0|–3)

10 Beispiel:



Die beiden Mittelsenkrechten schneiden sich im Mittelpunkt des Kreises.

11



Alle Kreismittelpunkte liegen auf der Winkelhalbierenden des Winkels, den die Geraden g und h bilden.

Z

Kreisornamente

Einsatzhinweis: Als Arbeitsblatt vorgeben

Lösungen:
Nur sorgfältiges Arbeiten mit einwandfreien Zeichengeräten (gespitzte Zirkelminen) führt zu schönen und sauberen Ornamenten. Die Muster können evtl. farbig gestaltet werden.

Kreisumfang berechnen

Schrittweise wird die Umfangsberechnung beim Kreis erarbeitet: An realen Gegenständen erkennen die Schüler die Abhängigkeit des Kreisumfangs vom Durchmesser, untersuchen diesen genauer und kommen annähern auf die Kreiszahl π. Durch das handlungsorientierte Vorgehen wird diese nur angenähert ermittelt werden. Für das Berechnen des Kreisumfangs erweist es sich sinnvoll, mit dem Wert 3,14 zu arbeiten (vgl. auch Hinweis in Aufgabe 3).
Auf der zweiten Seite berechnen die Schüler Umfänge von Kreisen oder kreisförmigen Figuren. Durch unterschiedliche, vor allem auch reversible Aufgabenstellungen gewinnen sie zunehmend Sicherheit.

L

1 a) Erläuterung der Vorgehensweise:
Fahrrad: Am Rad wird eine Markierung angebracht, dann dieses abgerollt und die Länge der Strecke gemessen.
Münze: Mit einem Faden wird die Münze umspannt, dann der Faden abgemessen.
Tasse: Mit einer Schnur wird die Tasse umspannt, dann die Schnur abgemessen.
CD/DVD: Mit einer Schnur wird die CD/DVD umspannt, dann die Schnur abgemessen.
b) Der Umfang hängt von der Größe des Durchmessers ab.
c) Ordnung der Umfänge:
$u_{Rad} > u_{CD} > u_{Tasse} > u_{Münze}$, weil auch gilt: $d_{Rad} > d_{CD} > d_{Tasse} > d_{Münze}$

2 Ergebnis: u : d ≈ 3,14

3 Im Display des Taschenrechners werden wohl unterschiedliche Ergebnisse erscheinen: Manche Taschenrechner runden, andere schneiden ab, die einen haben eine zehnstellige Anzeige, andere wiederum eine achtstellige. Um einheitliche, vergleichbare Ergebnisse in der Klasse zu bekommen, ist es deshalb empfehlenswert mit π ≈ 3,14 zu rechnen.

4 Die Ergebnisse weichen mitunter deutlich von 3,14 ab. Mögliche Gründe sind ungenaues Umspannen mit Fäden, ungenaues Messen mit dem Lineal, Rundungsfehler usw.

5

d	4 cm	8 cm	12 cm	2 cm
u	12,56 cm	25,12 cm	37,68 cm	6,28 cm

Änderung des Umfangs:
doppelter Durchmesser → doppelter Umfang
dreifacher Durchmesser → dreifacher Umfang
halber Durchmesser → halber Umfang

6

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
d	22 cm	15 cm	84 cm	3,2 dm	21 cm	4,5 dm
u	69,08 cm	47,1 cm	263,76 cm	10,048 dm	65,94 cm	14,13 dm

	g)	h)	i)	j)	k)	l)
r	17 mm	2,5 dm	3,6 m	5,9 m	32,1 cm	7,9 cm
u	106,76 mm	15,7 dm	22,608 m	37,052 m	201,588 cm	49,612 cm

7

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Radius r	6,5 cm	7,5 cm	12 cm	17 mm	16 m	14,5 cm	1,4 m
Durchmesser d	13 cm	15 cm	24 cm	34 mm	32 m	29 cm	2,8 m
Umfang u	40,82 cm	47,1 cm	75,36 cm	106,76 mm	100,48 m	91,06 cm	8,792 m

8 Durchmesser des Baumes: d = 24,2 : 3,14 ≈ 7,7 (m)

9

Umdrehungen	Strecke
1	219,8 cm (≈ 2,20 m)
10	2 198 cm (≈ 22 m)
50	10 990 cm (≈ 110 m)
100	21 980 cm (≈ 220 m)
1 000	219 800 cm (2 198 m)

10 Strecke Äquator-Erdmittelpunkt:
d = 40 000 : 3,14 ≈ 12 738,854 (km)
r = 6 369,427 (km) ≈ 6 370 (km)

11 Tiefe Brunnen:
d = 32 · 3,14 = 100,48 (cm)
100,48 · 15 = 1 507,2 (cm) ≈ 15 (m)

12 a) Umdrehungen bei d = 0,6 m:

Strecke	Umdrehungen
1 km	≈ 531
5 km	≈ 2 654
10 km	≈ 5 308
50 km	≈ 26 539
100 km	≈ 53 079

b) Umdrehungen bei d = 0,59 m

Strecke	Umdrehungen	Änderung
1 km	≈ 540	+ 9
5 km	≈ 2 699	+ 45
10 km	≈ 5 398	+ 90
50 km	≈ 26 989	+ 450
100 km	≈ 53 978	+ 899

13 Figur Ⓐ: Umfang äußerer Kreis: $u = 8 \cdot 3{,}14 = 25{,}12$ (cm)
Umfang innere Kreise: $u = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 = 25{,}12$ (cm)
Figur Ⓑ: Umfang äußerer Kreis: $u = 12 \cdot 3{,}14 = 37{,}68$ (cm)
Umfang innere Kreise: $u = 4 \cdot 3{,}14 + 8 \cdot 3{,}14 = 37{,}68$ (cm)

Vergleich:
Der Umfang des äußeren Kreises und die Umfangsumme der inneren Kreise sind jeweils gleich groß.

14 Durchmesser Spule:
$u = 54{,}95 : 325 \approx 0{,}1691$ (m) $= 16{,}91$ (cm)
$d = 16{,}91 : 3{,}14 \approx 5{,}39$ (cm)

15

vordere Scheibe	r = 12 cm u = 75,36 cm		
hintere Scheibe	r = 6 cm u = 37, 68 cm	r = 4 cm u = 25,12 cm	r = 3 cm u = 18,84 cm
Anzahl Umdrehungen hintere Scheibe	2	3	4

Hinweis:
Die Anzahl der Umdrehungen ließe sich auch ohne Berechnung des Umfangs ermitteln. Wie das Beispiel zeigt, kürzt sich jeweils 3,14 mit 3,14.

Beispiel (r = 3 cm): $\frac{12 \cdot 2 \cdot \cancel{3{,}14}}{3 \cdot 2 \cdot \cancel{3{,}14}} = 4$

16

	minimale Drehzahl	maximale Drehzahl
Weg Rotorspitze pro Stunde	$0{,}127 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 60 = 119{,}634$ (km)	$0{,}127 \cdot 3{,}14 \cdot 16 \cdot 60 = 382{,}8288$ (km)
Geschwindigkeit äußere Rotorspitze	$\approx 120 \frac{km}{h}$	$\approx 383 \frac{km}{h}$

Z

Kreisumfang und Durchmesser

AH 12
K 8

Einsatzhinweise:
Für das Erstellen der Tabelle in Aufgabe 2 messen die Schüler an realen Gegenständen Umfang und Durchmesser. Hierbei können viele Ungenauigkeiten auftreten (vgl. Aufgabe 4). Deshalb empfiehlt es sich, die Tabelle mit Messungen an den Kreisen der Kopiervorlage zu ergänzen. Fehlerquellen werden deutlich reduziert, weil die Schüler nur die jeweiligen Durchmesser bestimmen müssen.
Zur Kontrolle: Die Längen der Durchmesser sind jeweils ganze Zentimeter.

Kreisbögen berechnen

L

Die Schüler lernen Kreisbögen kennen. An einfach zu bestimmenden Teilen des Gesamtumfangs erarbeiten sie die Formel zur Berechnung der Länge von Kreisbögen.

1 a) Der zu einem Kreisausschnitt gehörende Teil der Kreislinie wird als Kreisbogen bezeichnet. Ein Kreisausschnitt geht vom Kreismittelpunkt aus und wird von Radien begrenzt. Die Länge des Kreisbogens b ist abhängig von der Größe des Mittelpunktswinkels α.

b) richtig markierte Kreisbögen: Ⓐ, Ⓒ, Ⓔ, Ⓕ
falsch markierte Kreisbögen: Ⓑ, Ⓓ
Begründung: vgl. a)

2 Umfang gesamter Kreis: $u_K = 6 \cdot 3{,}14 = 18{,}84$ (cm)
Länge des Kreisbogens:

a) $b = 18{,}84 : 4 = 4{,}71$ (cm)
b) $b = 18{,}84 : 8 \approx 2{,}36$ (cm)
c) $b = 18{,}84 : 2 = 9{,}42$ (cm)
d) $b = 18{,}84 : 6 = 3{,}14$ (cm)
e) $b = 18{,}84 : 10 \approx 1{,}89$ (cm)

3 Bei Aufgabe 2 und bei der Formel im Merkkasten wird zunächst der Umfang des ganzen Kreises berechnet.
Bei Aufgabe 2 wird die Länge des Kreisbogens mithilfe des Anteils des Mittelpunktswinkels am ganzen Kreis (360°) berechnet. Im Merkkasten wird erst die Länge des Kreisbogens bei einem Mittelpunktswinkel von 1° (: 360) und dann von α ($\cdot\ \alpha$) berechnet.

4

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Mittelpunktswinkel α	40°	65°	108°	95°	150°	150°	88°
Radius r	3 cm	5 cm	3,5 dm	4 m	6,1 cm	3,9 cm	5,5 dm
Durchmesser d	6 cm	10 cm	7 dm	8 m	12,2 cm	7,8 cm	11 dm
Bogenlänge b	2,1 cm	5,7 cm	6,6 dm	6,6 m	16 cm	10,2 cm	8,4 dm

5

	Veränderung der Länge des Kreisbogens	Erläuterung
a)	Verlängerung/Verkürzung	Wird bei der Formel $b = d \cdot 3{,}14 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ ein Faktor vergrößert (verkleinert), vergrößert (verkürzt) sich auch die Bogenlänge.
b)	Verdoppelung	
c)	Verlängerung	
d)	Verdoppelung/Verdreifachung	Vervielfacht sich ein Faktor, dann vervielfacht sich auch die Bogenlänge.
e)	keine Veränderung	Die Verdoppelung von d und die Halbierung von α heben sich auf.

6 Zeichnungen entsprechend Figuren im Schulbuch
Umfänge der drei Kreissorten:
$u_{\text{großer Kreis}} = 12 \cdot 3{,}14 = 37{,}68$ (cm)
$u_{\text{mittlerer Kreis}} = 8 \cdot 3{,}14 = 25{,}12$ (cm)
$u_{\text{kleiner Kreis}} = 4 \cdot 3{,}13 = 12{,}56$ (cm)
Länge der Kreisbogenlinie:

a) $37{,}68 : 2 = 18{,}84$ (cm)
b) $12{,}56 : 2 \cdot 3 = 18{,}84$ (cm)
c) $37{,}68 : 2 + 25{,}12 : 2 + 12{,}56 : 2 = 37{,}68$ (cm)
d) $25{,}12 : 2 + 12{,}56 = 25{,}12$ (cm)
e) $37{,}68 : 2 + 12{,}56 : 2 \cdot 3 + 25{,}12 : 2 = 50{,}24$ (cm)

7 Länge der roten Linie:

a) $8 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{110°}{360°} + 4 \cdot 2 \approx 15{,}7$ (cm)
b) $5 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{115°}{360°} + 2{,}5 \cdot 3 \approx 12{,}5$ (cm)
c) $6 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{60°}{360°} + 10 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{180° - 60°}{360°} + (5 - 3) \approx 15{,}6$ (cm)

8 Größe des Mittelpunktswinkels:

a) $b = 13{,}72 - 5 = 8{,}72$ (cm) $\quad \alpha = 8{,}72 : 10 : 3{,}14 \cdot 360° \approx 100°$

b) $b = 11{,}58 - 3{,}5 \cdot 2 = 4{,}58$ (cm) $\quad \alpha = 4{,}58 : 7 : 3{,}14 \cdot 360° \approx 75°$

c) $b = 33{,}94 - 6 \cdot 4 = 9{,}94$ (cm) $\quad \alpha + 60° = 9{,}94 : 12 : 3{,}14 \cdot 360° \approx 95°$

$\alpha = 95° - 60° = 35°$

9 a) Es wird ein gleichseitiges Dreieck gezeichnet. Die roten Linien sind jeweils Bögen von Kreisen, deren Mittelpunkt ein Eckpunkt und deren Radius die Seitenlänge a des Dreiecks ist.

b) Zeichnung gemäß Vorgaben
Mittelpunktswinkel α: 60° (gleichseitiges Dreieck)
Länge der roten Linie: $b = 10 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{180°}{360°} = 15{,}7$ (cm)

c) Durchmesser des Kreises: $d = 23{,}55 : 3{,}14 : 180° \cdot 360° = 15$ (cm)
Seitenlänge des Dreiecks: $a = 15 : 2 = 7{,}5$ (cm)

10 a) Weil im Schülerbuch (1. Auflage, 1. Druck) der Maßstab mit 1 : 100 statt mit 1 : 1 000 angegeben ist, werden für beide Maßstäbe die Lösungen aufgeführt.
Laut Messung: $d = 2{,}5$ cm; $\alpha = 135°$

	Weglänge im Plan	Weglänge in der Wirklichkeit	
		M 1 : 100	M 1 : 1 000
Weg über Kreisbogen	$b = 2{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{135°}{360°} \approx 2{,}94$ (cm)	294 cm = 2,94 m	2 940 cm = 29,40 m
Weg über Kreismittelpunkt	2,5 cm	250 cm = 2,50 m	2 500 cm = 25 m

Der Weg über den Kreismittelpunkt ist kürzer.

b) Größe des Winkels α, wenn $b = 2{,}5$ cm: $\alpha = 2{,}5 : 2{,}5 : 3{,}14 \cdot 360° \approx 115°$

Z

AH 13

K 2

Kopfrechenübungen

Einsatzhinweise:
Arbeitsauftrag und Tabelle präsentieren und Ergebnisse notieren lassen; hierbei kann das Kopfrechenblatt (K 2) eingesetzt werden, das den Leistungsverlauf über einen längeren Zeitraum zeigt. Die Kontrolle kann über das Aufdecken der Lösungen erfolgen.

Berechne die fehlenden Größen beim Kreis. Rechne mit $\pi \approx 3$.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Mittelpunktswinkel α	180°	180°	180°	90°	90°	90°
Radius r		3 cm			6 cm	
Durchmesser d	4 cm			8 cm		
Bogenlänge b			3 cm			1,5 cm

Lösung:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Mittelpunktswinkel α	180°	180°	180°	90°	90°	90°
Radius r	2 cm	3 cm	1 cm	4 cm	6 cm	1
Durchmesser d	4 cm	6 cm	2 cm	8 cm	12 cm	2
Bogenlänge b	6 cm	9 cm	3 cm	6 cm	9 cm	1,5 cm

Quadrat und Quadratwurzel von Zahlen bestimmen

Die Quadratwurzel wird über die Beziehung Quadratseite zu Quadratfläche eingeführt. Bei einfachem Zahlenmaterial haben die Schüler noch konkrete Anhaltspunkte.
Den Schülern wird deutlich, dass die Quadratwurzel diejenige positive Zahl ist, die mit sich selbst multipliziert die Ausgangszahl ergibt. Der Taschenrechner sollte noch nicht verwendet werden, um dieses ursprüngliche Verständnis zu erhalten.
Auf der zweiten Seite wird die Wurzeltaste des Taschenrechners eingeführt. Besonderer Wert ist darauf zu legen, dass beim Wurzelziehen stets zuerst bestehende Rechnungen unter der Wurzel durchzuführen sind (Ausnahme: Multiplizieren und Dividieren).

L

1
Ⓐ $A = 6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 36\text{ cm}^2$
Ⓑ $16\text{ cm}^2 = a \cdot a$; $4\text{ cm} = a$
Ⓒ $A = 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 25\text{ cm}^2$
Ⓓ $49\text{ cm}^2 = a \cdot a$; $7\text{ cm} = a$

Beispiele für Erklärungen:
Wenn eine Seite des Quadrats gegeben ist, berechnet man den Flächeninhalt mit der bekannten Formel $A = a \cdot a$. Wenn der Flächeninhalt gegeben ist, sucht man gemäß der Formel Seitenlängen, die mit sich selbst multipliziert den Flächeninhalt ergeben.

2

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Seitenlänge a	1 cm	4 cm	5 cm	8 cm	3 cm	9 cm	15 cm
Flächeninhalt A_Q	1 cm²	16 cm²	25 cm²	64 cm²	9 cm²	81 cm²	225 cm²

3

a)		b)		c)	
Produkt	Quadratzahl	Produkt	Quadratzahl	Produkt	Quadratzahl
1 · 1	1	11 · 11	121	10 · 10	100
2 · 2	4	12 · 12	144	20 · 20	400
3 · 3	9	13 · 13	169	30 · 30	900
4 · 4	16	14 · 14	196	40 · 40	1 600
5 · 5	25	15 · 15	225	50 · 50	2 500
6 · 6	36	16 · 16	256	60 · 60	3 600
7 · 7	49	17 · 17	289	70 · 70	4 900
8 · 8	64	18 · 18	324	80 · 80	6 400
9 · 9	81	19 · 19	361	90 · 90	8 100
10 · 10	100	20 · 20	400	100 · 100	10 000

4

a)		b)		c)	
Quadratwurzel	Umkehraufgabe	Quadratwurzel	Umkehraufgabe	Quadratwurzel	Umkehraufgabe
$\sqrt{49} = 7$	$7^2 = 49$	$\sqrt{81} = 9$	$9^2 = 81$	$\sqrt{121} = 11$	$11^2 = 121$
d)		e)		f)	
Quadratwurzel	Umkehraufgabe	Quadratwurzel	Umkehraufgabe	Quadratwurzel	Umkehraufgabe
$\sqrt{9} = 3$	$3^2 = 9$	$\sqrt{16} = 4$	$4^2 = 16$	$\sqrt{144} = 12$	$12^2 = 144$

5
a) 36 b) 81 c) 25 d) 64 e) 144 f) 225
g) 100 h) 2 500 i) 4 900 j) 1 600 k) 900 l) 10 000
m) 0,25 n) 0,04 o) 0,49 p) 0,01 q) 2,25 r) 6,25

6 Erklärung:
Die Zahl unter der Wurzel wird so in Faktoren zerlegt, dass deren jeweilige Wurzel ganze Zahlen ergeben.

a) $\sqrt{4\,900} = \sqrt{49 \cdot 100} = 7 \cdot 10 = 70$
b) $\sqrt{2\,500} = \sqrt{25 \cdot 100} = 5 \cdot 10 = 50$
c) $\sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = 3 \cdot 10 = 30$
d) $\sqrt{12\,100} = \sqrt{121 \cdot 100} = 11 \cdot 10 = 110$
e) $\sqrt{22\,500} = \sqrt{225 \cdot 100} = 15 \cdot 10 = 150$
f) $\sqrt{6\,400} = \sqrt{64 \cdot 100} = 8 \cdot 10 = 80$
g) $\sqrt{14\,400} = \sqrt{144 \cdot 100} = 12 \cdot 10 = 120$
h) $\sqrt{400} = \sqrt{4 \cdot 100} = 2 \cdot 10 = 20$

7 a) Die Überprüfung mit dem Taschenrechner ergibt, dass die Ergebnisse richtig sind.
b) Es sind individuelle Aufgaben möglich.

8 a) ≈ 1,703 b) 10 c) ≈ 38,158 d) ≈ 17,205
e) ≈ 76,662 f) ≈ 12,961 g) ≈ 22,583 h) ≈ 2,449
i) ≈ 9,487 j) 4 k) 11 l) 14

9 a) 300 30 3 0,3 0,03 3 000
b) 1 400 140 14 1,4 0,14 14 000
Auffällig:
Ergibt eine Zahl unter der Wurzel als Ergebnis des Wurzelziehens eine ganze Zahl, so führt das 100-Fache (das 100 · 100 = 10 000-Fache) dieser Zahl unter der Wurzel zum 10-Fachen (zum 10 · 10 = 100-Fachen) des ursprünglichen Ergebnis.
Beispiel:
$\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = 30$ $\sqrt{90\,000} = \sqrt{9 \cdot 10\,000} = \sqrt{9 \cdot 100 \cdot 100} = 300$
Vgl. Ergebnisse von Aufgabe 6

10 a) $17^2 = 289$ b) $(90 - 19)^2 = 5\,041$ c) $(23 + 11)^2 = 1\,156$ d) $(9 \cdot 6)^2 = 2\,916$
e) $3{,}5^2 = 12{,}25$ f) $2{,}8^2 + 0{,}9^2 = 8{,}65$ g) $(36 : 4{,}8)^2 = 56{,}25$ h) $7{,}6^2 - \sqrt{9} = 54{,}76$

11

	a)	b)	c)	d)
Aufgabe	$14^2 = 28$	$(19 + 3)^2 = 370$	$20^2 = 400$	$(250 : 10)^2 = 652$
richtig	$14^2 = 196$	$(19 + 3)^2 = 484$	✓	$(250 : 10)^2 = 625$
	e)	f)	g)	h)
Aufgabe	$(2 \cdot 2{,}5)^2 = 25$	$(24 - 16)^2 = 320$	$(0{,}5 \cdot 18)^2 = 81$	$7^2 = 49$
richtig	✓	$(24 - 16)^2 = 64$	✓	✓

12 a) 17 b) 77 c) 136 d) 46 e) 34
f) 89 g) 56 h) –5 i) 24 j) 118

13 a) Erklärung Berechnung Flächeninhalt:
Anton quadriert die Seitenlängen des Quadrats und hat die Formel dahingehend angepasst.
Flächeninhalt Quadrat Ⓒ: $A_Q = a^2$
$A_Q = (5\text{ cm})^2$
$A_Q = 25\text{ cm}^2$
Erklärung Berechnung Seitenlänge:
Bei dieser angepassten Formel erhält er nun eine Seitenlänge, indem er auf beiden Seiten der Gleichung die Wurzel zieht.
Seitenlänge Quadrat Ⓓ: $A_Q = a^2$
$49\text{ cm}^2 = a^2 \quad | \sqrt{\ }$
$7\text{ cm} = a$

b)

Quadrat	①	②	③	④	⑤
Seitenlänge a	12 cm	11 cm	5,5 cm	2,9 cm	7,8 cm
Flächeninhalt A_Q	144 cm²	121 cm²	30,25 cm²	8,41 cm²	60,84 cm²

AH 14

Z

Taschenrechner-Wurzeltest

Einsatzhinweise:
Die Schüler sollen durch Übungen mit dem Taschenrechner seine Leistungsfähigkeit erproben, Vorgänge erläutern können und z.B. herausfinden, dass Wurzeln aus negativen Zahlen nicht möglich sind.

Übung 1: Gib in den Taschenrechner 1,5 ein und drücke mehrmals auf die Wurzeltaste. Beobachte deine Taschenrechneranzeige. Wie lange kannst du das machen?

Übung 2: Gib in den Taschenrechner 0,15 ein und drücke mehrmals auf die Wurzeltaste. Beobachte deine Taschenrechneranzeige. Was stellst du fest?

Übung 3: Gib in den Taschenrechner (– 16) ein und drücke auf die Wurzeltaste. Beobachte deine Taschenrechneranzeige. Erkläre.

Lösungen:
1) Die Wurzelwerte werden kleiner und nähern sich der 1, da die Wurzel einer beliebigen positiven Zahl stets kleiner als die Ausgangszahl, aber größer 1 ist.
2) Die Wurzelwerte werden größer und nähern sich der 1, da die Wurzel einer beliebigen positiven Zahl zwischen 0 und 1 stets größer als die Ausgangszahl, aber kleiner 1 ist.
3) Die Wurzel aus einer negativen Zahl existiert nicht, da das Quadrat einer Zahl nicht negativ sein kann $\left[(-a) \cdot (-a) = (+a^2)\right]$.

L

1 a) Seitenlängen der Quadrate:
Bei Quadrat Ⓑ kann die Seitenlänge nicht sofort angegeben werden, weil die Wurzel aus 12 keine ganze Zahl ist.

Ⓐ $\sqrt{9\text{ cm}^2} = 3$ cm (3 cm · 3 cm = 9 cm²)

Ⓑ $\sqrt{12\text{ cm}^2} \approx 3{,}5$ cm (12 cm² liegt etwa in der Mitte zwischen 9 cm² und 16 cm².)

Ⓒ $\sqrt{16\text{ cm}^2} = 4$ cm (4 cm · 4 cm = 16 cm²)

b) Schätzung und Erläuterung siehe a)

2 Erläuterung gemäß Schritte im Buch, Beispiel im Buch (Näherungswert $\sqrt{12}$):

Schritt		Näherungswert	Kontrolle
3	Näherungswert schätzen:	3,45	$3{,}45^2 = 11{,}9025$, also $3{,}45 < \sqrt{12}$
	Näherungswert erhöhen: Näherungswert erhöhen: 3. Ergebnis: $3{,}46 < \sqrt{12} < 3{,}47$	3,46 3,47	$3{,}46^2 = 11{,}9716$, also $3{,}46 < \sqrt{12}$ $3{,}47^2 = 12{,}0409$, also $3{,}47 > \sqrt{12}$
4	Näherungswert schätzen: Näherungswert vermindern: 4. Ergebnis: $3{,}464 < \sqrt{12} < 3{,}465$	3,465 3,464	$3{,}465^2 \approx 12{,}0062$, also $3{,}465 > \sqrt{12}$ $3{,}464^2 \approx 11{,}9993$, also $3{,}464 < \sqrt{12}$

Näherungswert $\sqrt{20}$:

Schritt		Näherungswert	Kontrolle
1	Näherungswert schätzen: Näherungswert erhöhen: 1. Ergebnis: $4 < \sqrt{20} < 5$	4 5	$4^2 = 16$, also $4 < \sqrt{20}$ $5^2 = 25$, also $5 > \sqrt{20}$
2	Näherungswert schätzen: Näherungswert vermindern: 2. Ergebnis: $4{,}4 < \sqrt{20} < 4{,}5$	4,5 4,4	$4{,}5^2 = 20{,}25$, also $4{,}5 > \sqrt{20}$ $4{,}4^2 = 19{,}36$, also $4{,}4 < \sqrt{20}$
3	Näherungswert schätzen: Näherungswert erhöhen: Näherungswert erhöhen: Näherungswert erhöhen: 3. Ergebnis: $4{,}47 < \sqrt{20} < 4{,}48$	4,45 4,46 4,47 4,48	$4{,}45^2 = 19{,}8025$, also $4{,}45 < \sqrt{20}$ $4{,}46^2 = 19{,}8916$, also $4{,}46 < \sqrt{20}$ $4{,}47^2 = 19{,}9809$, also $4{,}47 < \sqrt{20}$ $4{,}48^2 = 20{,}0704$, also $4{,}48 > \sqrt{20}$
4	Näherungswert schätzen: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: 4. Ergebnis: $4{,}472 < \sqrt{20} < 4{,}473$	4,475 4,474 4,473 4,472	$4{,}475^2 \approx 20{,}0256$, also $4{,}475 > \sqrt{20}$ $4{,}474^2 \approx 20{,}0167$, also $4{,}474 > \sqrt{20}$ $4{,}473^2 \approx 20{,}0078$, also $4{,}473 > \sqrt{20}$ $4{,}472^2 \approx 19{,}9988$, also $4{,}472 < \sqrt{20}$

Näherungswert $\sqrt{42}$:

Schritt		Näherungswert	Kontrolle
1	Näherungswert schätzen: Näherungswert erhöhen: 1. Ergebnis: $6 < \sqrt{42} < 7$	6 7	$6^2 = 36$, also $6 < \sqrt{42}$ $7^2 = 49$, also $7 > \sqrt{42}$
2	Näherungswert schätzen: Näherungswert vermindern: 2. Ergebnis: $6{,}4 < \sqrt{42} < 6{,}5$	6,5 6,4	$6{,}5^2 = 42{,}25$, also $6{,}5 > \sqrt{42}$ $6{,}4^2 = 40{,}96$, also $6{,}4 < \sqrt{42}$
3	Näherungswert schätzen: Näherungswert erhöhen: Näherungswert erhöhen: Näherungswert erhöhen: Näherungswert erhöhen: 3. Ergebnis: $6{,}48 < \sqrt{42} < 6{,}49$	6,45 6,46 6,47 6,48 6,49	$6{,}45^2 = 41{,}6025$, also $6{,}45 < \sqrt{42}$ $6{,}46^2 = 41{,}7316$, also $6{,}46 < \sqrt{42}$ $6{,}47^2 = 41{,}8609$, also $6{,}47 < \sqrt{42}$ $6{,}48^2 = 41{,}9904$, also $6{,}48 < \sqrt{42}$ $6{,}49^2 = 42{,}1201$, also $6{,}49 > \sqrt{42}$

Das näherungsweise Bestimmen von Quadratwurzeln bringt den Schülern den mathematischen Hintergrund von Quadratwurzeln nahe. Darüber hinaus zeigt es exemplarisch, wie man beim Interpolieren schrittweise das ungefähre Ergebnis ermitteln kann.

Schritt		Näherungs-wert	Kontrolle
4	Näherungswert schätzen: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: 4. Ergebnis: $6{,}480 < \sqrt{42} < 6{,}481$	6,485 6,484 6,483 6,482 6,481 6,480	$6{,}485^2 \approx 42{,}0552$, also $6{,}485 > \sqrt{42}$ $6{,}484^2 \approx 42{,}0423$, also $6{,}484 > \sqrt{42}$ $6{,}483^2 \approx 42{,}0293$, also $6{,}483 > \sqrt{42}$ $6{,}482^2 \approx 42{,}0163$, also $6{,}482 > \sqrt{42}$ $6{,}481^2 \approx 42{,}0034$, also $6{,}481 > \sqrt{42}$ $6{,}480^2 = 41{,}9904$, also $6{,}480 < \sqrt{42}$

Näherungswert $\sqrt{55}$:

Schritt		Näherungs-wert	Kontrolle
1	Näherungswert schätzen: Näherungswert erhöhen: 1. Ergebnis: $7 < \sqrt{55} < 8$	7 8	$7^2 = 49$, also $7 < \sqrt{55}$ $8^2 = 64$, also $8 > \sqrt{55}$
2	Näherungswert schätzen: Näherungswert vermindern: 2. Ergebnis: $7{,}4 < \sqrt{55} < 7{,}5$	7,5 7,4	$7{,}5^2 = 56{,}25$, also $7{,}5 > \sqrt{55}$ $7{,}4^2 = 54{,}76$, also $7{,}4 < \sqrt{55}$
3	Näherungswert schätzen: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: Näherungswert vermindern: 3. Ergebnis: $7{,}41 < \sqrt{55} < 7{,}42$	7,45 7,44 7,43 7,42 7,41	$7{,}45^2 = 55{,}5025$, also $7{,}45 > \sqrt{55}$ $7{,}44^2 = 55{,}3536$, also $7{,}44 > \sqrt{55}$ $7{,}43^2 = 55{,}2049$, also $7{,}43 > \sqrt{55}$ $7{,}42^2 = 55{,}0564$, also $7{,}42 > \sqrt{55}$ $7{,}41^2 = 54{,}9081$, also $7{,}41 < \sqrt{55}$
4	Näherungswert schätzen: Näherungswert erhöhen: Näherungswert erhöhen: 4. Ergebnis: $7{,}416 < \sqrt{55} < 7{,}417$	7,415 7,416 7,417	$7{,}415^2 \approx 54{,}9822$, also $7{,}415 < \sqrt{55}$ $7{,}416^2 \approx 54{,}9971$, also $7{,}416 < \sqrt{55}$ $7{,}417^2 \approx 55{,}0119$, also $7{,}417 > \sqrt{55}$

3

	Aufgabe	Überschlag	Taschenrechner
a)	$\sqrt{37}$	$6^2 = 36$ und $7^2 = 49 \Rightarrow \sqrt{37}$ liegt zwischen 6 und 7.	≈ 6,08
b)	$\sqrt{19}$	$4^2 = 16$ und $5^2 = 25 \Rightarrow \sqrt{19}$ liegt zwischen 4 und 5.	≈ 4,36
c)	$\sqrt{71}$	$8^2 = 64$ und $9^2 = 81 \Rightarrow \sqrt{71}$ liegt zwischen 8 und 9.	≈ 8,43
d)	$\sqrt{43}$	$6^2 = 36$ und $7^2 = 49 \Rightarrow \sqrt{43}$ liegt zwischen 6 und 7.	≈ 6,56
e)	$\sqrt{84}$	$9^2 = 81$ und $10^2 = 100 \Rightarrow \sqrt{84}$ liegt zwischen 9 und 10.	≈ 9,17
f)	$\sqrt{172}$	$13^2 = 169$ und $14^2 = 196 \Rightarrow \sqrt{172}$ liegt zwischen 13 und 14.	≈ 13,11
g)	$\sqrt{198}$	$14^2 = 196$ und $15^2 = 225 \Rightarrow \sqrt{198}$ liegt zwischen 14 und 15.	≈ 14,07
h)	$\sqrt{120}$	$10^2 = 100$ und $11^2 = 121 \Rightarrow \sqrt{120}$ liegt zwischen 10 und 11.	≈ 10,95
i)	$\sqrt{115}$	$10^2 = 100$ und $11^2 = 121 \Rightarrow \sqrt{115}$ liegt zwischen 10 und 11.	≈ 10,72
j)	$\sqrt{210}$	$14^2 = 196$ und $15^2 = 225 \Rightarrow \sqrt{210}$ liegt zwischen 14 und 15.	≈ 14,49
k)	$\sqrt{150}$	$12^2 = 144$ und $13^2 = 169 \Rightarrow \sqrt{150}$ liegt zwischen 12 und 13.	≈ 12,25
l)	$\sqrt{310}$	$17^2 = 289$ und $18^2 = 324 \Rightarrow \sqrt{310}$ liegt zwischen 17 und 18.	≈ 17,61
m)	$\sqrt{510}$	$22^2 = 484$ und $23^2 = 529 \Rightarrow \sqrt{510}$ liegt zwischen 22 und 23.	≈ 22,58
n)	$\sqrt{650}$	$25^2 = 625$ und $26^2 = 676 \Rightarrow \sqrt{650}$ liegt zwischen 25 und 26.	≈ 25,50
o)	$\sqrt{920}$	$30^2 = 900$ und $31^2 = 961 \Rightarrow \sqrt{920}$ liegt zwischen 30 und 31.	≈ 30,33
p)	$\sqrt{1\,000}$	$31^2 = 961$ und $32^2 = 1\,024 \Rightarrow \sqrt{1\,000}$ liegt zwischen 31 und 32.	≈ 31,62

4 $1{,}7^2 = 2{,}89$ $1{,}73^2 = 2{,}9929$ $1{,}732^2 = 2{,}999824$
Die Quadrate dieser Zahlen zeigen, dass es nur Näherungswerte für den Wert 3 sind.

5

	Flächeninhalt	Seitenlänge flächengleiches Quadrat
a)	Rechteck: $A = 52\ (\text{cm}^2)$	$a = \sqrt{52} \approx 7{,}21\ (\text{cm})$
b)	Dreieck: $A = 24\ (\text{cm}^2)$	$a = \sqrt{24} \approx 4{,}90\ (\text{cm})$
c)	Trapez: $A = 41\ (\text{cm}^2)$	$a = \sqrt{41} \approx 6{,}40\ (\text{cm})$
d)	Rechteck: $A = 7 \cdot 9 = 63\ (\text{cm}^2)$	$a = \sqrt{63} \approx 7{,}94\ (\text{cm})$
e)	Dreieck: $A = \frac{11 \cdot 6}{2} = 33\ (\text{cm}^2)$	$a = \sqrt{33} \approx 5{,}74\ (\text{cm})$
f)	Trapez: $A = \frac{8 + 2}{2} \cdot 6 = 30\ (\text{cm}^2)$	$a = \sqrt{30} \approx 5{,}48\ (\text{cm})$

6 Luises Ergebnis ist ein Näherungswert für $\sqrt{2}$. $\sqrt{2}$ besitzt unendlich viele Nachkommastellen. Der Taschenrechner zeigt je nach Displaygröße z. B. die ersten acht an. Gibt man diesen gerundeten Wert in den Taschenrechner ein und quadriert ihn, erhält man nicht genau zwei, sondern: $1{,}4142136^2 = 2{,}0000001$.
Luise hatte sich am Ergebnis des Taschenrechners orientiert. Erst durch Christophs Überlegung wird deutlich, dass das TR-Ergebnis nicht alle Stellen auflistet, sondern nur ein gerundeter Wert angezeigt werden kann.
Damit Luise auch recht hat, müsste sie statt des =-Zeichens ein ≈-Zeichen setzen.

AH 14

Quadrate rationaler Zahlen berechnen und überschlagen

Auf dieser Seite erfolgt eine Ausweitung beim Berechnen der Quadrate rationaler Zahlen auf negative Zahlen. Zudem überschlagen die Schüler Quadrate von rationalen Zahlen und erfahren so die Sinnhaftigkeit der Überschlagsrechnung.

L

1 a) Emma konnte Quadrate von positiven Zahlen berechnen, jedoch nicht von negativen Zahlen.
b) Anton hat mit seiner Aussage, dass das Quadrat einer negativen Zahl immer positiv ist, recht, weil bei der Multiplikation zweier Zahlen mit gleichen Vorzeichen das Ergebnis positiv ist.
Emmas restliche Aufgaben:
d) $(-6)^2 = 36$, weil $(-6) \cdot (-6) = 36$ e) $(-7)^2 = 49$, weil $(-7) \cdot (-7) = 49$

2 a) 36   b) 4   c) 64   d) 81   e) 100
f) 121   g) 400   h) 900   i) 2 500   j) 10 000

3 a) $5^2 = 25$ b) $6^2 = 36$ c) $12^2 = 144$
d) $81 = 9^2$ e) $15^2 = 225$ f) $3^2 - 3 = 6$

4 $4^2 = 16$ $(-4)^2 = 16$ $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ $\frac{1^2}{4} = \frac{1}{4}$
$\frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$ $-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{1}{16}$ $\frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{16}$ $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

5 a) 324   b) 841   c) 4 489   d) 7 569   e) 9 025
f) 12 996   g) 21 025   h) 34 969   i) 49 729   j) 116 964

6 Lisa ist sich sicher, dass Leons Wert nicht stimmen kann, weil sie den Flächeninhalt des Baugrundstücks überschlagen hat: $30^2 = 900$ (m^2)
Leon hat wohl das Ergebnis vom Taschenrechner falsch abgelesen.

7 Erläuterung:
Man überschlägt Quadrate von Zahlen, indem man eine in der Nähe sich befindende Zahl verwendet, von der das Quadrat leicht berechnet werden kann.

	a)	b)	c)	d)	e)
Aufgabe	$5{,}13^2$	$(-7{,}95)^2$	$(+10{,}1)^2$	$12{,}01^2$	$(-15{,}21)^2$
Überschlag	$5^2 = 25$	$(-8)^2 = 64$	$10^2 = 100$	$12^2 = 144$	$(-15)^2 = 225$
Taschenrechner	≈ 26,32	≈ 63,20	102,01	≈ 144,24	≈ 231,34
	f)	g)	h)	i)	j)
Aufgabe	$(+29{,}6)^2$	$(-19{,}8)^2$	$48{,}5^2$	$(-192{,}9)^2$	$395{,}9^2$
Überschlag	$30^2 = 900$	$(-20)^2 = 400$	$50^2 = 2\,500$	$(-200)^2 = 40\,000$	$400^2 = 160\,000$
Taschenrechner	876,16	392,04	≈ 2 352,25	37 210,41	156 736,81

8

	a)	b)	c)	d)
Aufgabe	$8{,}11^2 + 10$	$(-9{,}72)^2 - 15$	$45 + 21{,}2^2$	$19{,}3^2 + 30 - 4{,}9^2$
Überschlag	$8^2 + 10 = 74$	$(-10)^2 - 15 = 85$	$45 + 20^2 = 445$	$20^2 + 30 - 5^2 = 405$
Taschenrechner	≈ 75,77	≈ 79,48	494,44	378,48
	e)	f)	g)	h)
Aufgabe	$(+28{,}95)^2 + 40$	$20 + (-4{,}93)^2$	$(-6{,}95)^2 + 15$	$50 + 20{,}9^2 - 10{,}2^2$
Überschlag	$30^2 + 40 = 940$	$20 + (-5)^2 = 45$	$(-7)^2 + 15 = 64$	$50 + 20^2 - 10^2 = 350$
Taschenrechner	≈ 878,10	≈ 44,30	≈ 63,30	382,77

Quadratzahlen mit einem Tabellenkalkulationsprogramm berechnen

Einsatzhinweise:
Das Berechnen von Quadraten soll automatisiert werden. Dazu erstellen die Schüler ein Tabellenblatt, bei dem nach Eingabe der Zahl (auch Kommazahl) dessen Quadrat berechnet wird.

Lösung:
Die eingegebene Zahl wird im Beispiel auf zwei Stellen gerundet.

	A	B
1	**Quadrat von Zahlen berechnen:**	
2		
3	Zahl:	2,3
4	Quadrat:	=RUNDEN(B3*B3;2)
5		

Quadratzahlen leicht ohne Taschenrechner berechnen

Für das Berechnen von Quadratzahlen gibt es einen „eleganten“ Trick. Von der zu quadrierenden Zahl wird zunächst die nächstgrößere oder -kleinere Zehnerzahl gesucht. Dann rechnet man wie in den folgenden Beispielen deutlich wird.

$$\begin{aligned} 18^2 &= (18 + 2) \cdot (18 - 2) + 2^2 \\ &= 20 \cdot 16 + 4 \\ &= 324 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 97^2 &= (97 + 3) \cdot (97 - 3) + 3^2 \\ &= 100 \cdot 94 + 9 \\ &= 9\,409 \end{aligned}$$

oder kurz:

$$\begin{aligned} 19^2 &= 20 \cdot 81 + 1 \\ &= 361 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 98^2 &= 100 \cdot 96 + 4 \\ &= 9\,604 \end{aligned}$$

Prinzipiell funktioniert dieser Trick auch mit dreistelligen Zahlen.

Flächeninhalt des Kreises berechnen

Durch Vergleichen der Kreisfläche mit Radiusquadraten und durch Berechnen der zu einem annähernden Rechteck zusammengesetzten Kreissektoren bestimmen die Schüler den ungefähren Flächeninhalt von Kreisen. Sie erkennen den Zusammenhang von Flächeninhalt und Radius bzw. Durchmesser. Sie vermögen die Formel zur Flächenberechnung zu erläutern und anzuwenden.
Auf der zweiten Seite lösen die Schüler Aufgaben zur Kreisberechnung.

L

1 a) Ein blaues Dreieck hat den halben Flächeninhalt eines Radiusquadrats.
b) $A_{4\ \text{Radiusquadrate}} > A_{\text{Kreis}} > A_{4\ \text{Dreiecke}}$ $(= A_{2\ \text{Radiusquadrate}})$
$\Rightarrow A_{4\ \text{Radiusquadrate}} > A_{\text{Kreis}} > A_{2\ \text{Radiusquadrate}}$

2 Alle Aussagen stimmen (vgl. 1 b).

3 a) Aus den Teilen einer Kreisfläche kann man annähernd ein Rechteck zusammensetzen, wie die Abbildung zeigt.
b) $A_R = a \cdot b$

$A_K = \frac{u_K}{2} \cdot r$

$= \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{2} \cdot r = r^2 \cdot \pi$

Die Seite a des Rechtecks entspricht der Hälfte des Kreisumfangs, die Seite b dem Radius.

4

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
r	3 cm	4,5 cm	5,2 dm	1,5 m	3,6 dm	15 m
A	28,26 cm^2	63,59 cm^2	84,91 dm^2	7,07 m^2	40,69 dm^2	706,50 m^2

	g)	h)	i)	j)	k)	l)
d	10 cm	9,2 cm	12,4 dm	7,4 m	4,2 m	15,05 m
A	78,50 cm^2	66,44 cm^2	120,70 dm^2	42,99 m^2	13,85 m^2	177,80 m^2

5 Bewässerte Fläche:
$A = 8 \cdot 8 \cdot 3{,}14 = 200{,}96\ (m^2)$

6

	10-ct-Münze	1-€-Münze	2-€-Münze	Bierdeckel
d	1,975 cm	2,325 cm	2,575 cm	Beispiel: 10,7 cm
A	≈ 3,06 cm^2	≈ 4,24 cm^2	≈ 5,21 cm^2	≈ 89,87 cm^2

Anmerkung: Messtoleranzen berücksichtigen, Durchmesser d laut amtlicher Angabe

7 a) $A = 113{,}04\ cm^2$
b) $A = 28{,}26\ cm^2 \cdot 4 = 113{,}04\ cm^2$
c) $A = 12{,}56\ cm^2 \cdot 9 = 113{,}04\ cm^2$
d) $A = 7{,}065\ cm^2 \cdot 16 = 113{,}04\ cm^2$
Die Kreise in den Quadraten b) bis d) haben jeweils zusammen den gleichen Flächeninhalt wie der große Kreis bei a).

8 Rotationsfläche Windrad:
$A_K = 63{,}5 \cdot 63{,}5 \cdot 3{,}14 = 12\,661{,}265\ (m^2)$

9 Reichweite Mobilfunkmasten:
minimaler Bereich: $A_K = 10 \cdot 10 \cdot 3{,}14 = 314\ (km^2)$
maximaler Bereich: $A_K = 15 \cdot 15 \cdot 3{,}14 = 706{,}5\ (km^2)$

10 Flächeninhalt Reststück:
$A_R = 76 \cdot 18 = 1\,368\ (cm^2)$
$A_K = 8{,}9 \cdot 8{,}9 \cdot 3{,}14 = 248{,}7194\ (cm^2)$
$A = 1\,368 - 248{,}7194 \cdot 4 = 373{,}1224\ (cm^2)$

11

d	2 m	2,5 m	3,2 m
A	$3{,}14\ m^2$	$\approx 4{,}91\ m^2$	$\approx 8{,}04\ m^2$
Bedarf Samen	$3{,}14 \cdot 30 \approx 94$ (g)	$4{,}91 \cdot 30 \approx 147$ (g)	$8{,}04 \cdot 30 \approx 241$ (g)

12 benötigte Stoffmenge:
$r = 0{,}7 + 0{,}2 = 0{,}9$ (m)
$A_K = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 3{,}14 = 2{,}54\ (m^2)$

13 Seitenlänge Quadrat:
$A_K = 7 \cdot 7 \cdot 3{,}14 = 153{,}86\ (cm^2)$
$a = \sqrt{153{,}86} = 12{,}40$ (cm)

14 a) Anzahl Stanzlöcher:
Maße DIN-A4-Blatt: 21 cm x 29,7 cm
Anzahl Breite: $21 : 0{,}55 \approx 38$
Anzahl Länge: $29{,}7 : 0{,}55 \approx 54$
$\Rightarrow 38 \cdot 54 = 2\,052$

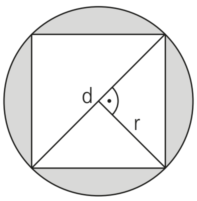
b) Fläche ausgestanzte Kreise:
$A_K = 0{,}275 \cdot 0{,}275 \cdot 3{,}14 \approx 0{,}2375\ (cm^2)$
$A = 0{,}2375 \cdot 2\,052 \approx 487{,}27\ (cm^2)$
Restfläche Blatt:
$A_R = 21 \cdot 29{,}7 = 623{,}7\ (cm^2)$
$A = 623{,}7 - 487{,}27 = 136{,}43\ (cm^2)$

15 Maßgeblich für die Berechnung der Wassermenge ist der Flächeninhalt des Rohrquerschnitts.
Beispiel: d = 5 cm

	einfacher Durchmesser	doppelter Durchmesser
A	$2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}14 = 19{,}625\ (cm^2)$	$5 \cdot 5 \cdot 3{,}14 = 78{,}5\ (cm^2)$

Silviu hat mit seiner Behauptung recht.

16 Flächeninhalt gefäbte Fläche:
$r = \sqrt{\frac{78{,}5}{3{,}14}} = 5$ (cm)
$A_Q = 2 \cdot A_D$
$= 2 \cdot \frac{10 \cdot 5}{2} = 50\ (cm^2)$
$A = 78{,}5 - 50 = 28{,}5\ (cm^2)$



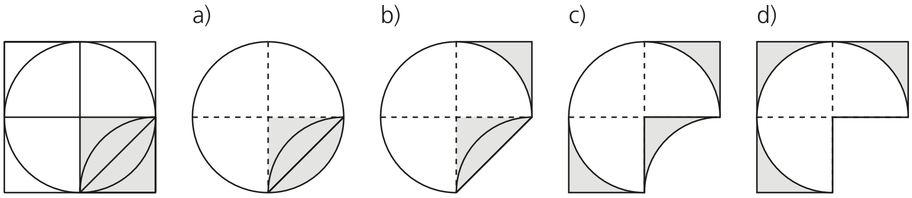
Z

AH 15

Flächenberechnung des Kreises (Veranschaulichungshilfe)

Einsatzhinweise:
Neben den in den Aufgaben 1 und 3 aufgezeigten Vorgehensweisen lässt sich die Relation zwischen Radiusquadrat und Kreisfläche recht anschaulich auf folgende Art verdeutlichen. Dabei ist es sinnvoll, die hier dargestellten Phasenbilder mittels Folienstücken im Overlayverfahren auch konkret handelnd umzulegen.

Ein Radiusquadrat kann in vier Teilstücke zerlegt werden, die ungefähr gleich groß sind.
Beschreibe damit die Umwandlung der Figuren a) bis d).
Versuche den Vorgang selbst zu legen.
Wie viele Radiusquadrate hat demnach annähernd die Kreisfläche?



Flächeninhalt und Umfang von Kreisen berechnen

Bei Aufgabe 1 wird die Berechnung des Radius mittels Formel- bzw. Gleichungsumformung erläutert. Danach schließen sich vertiefende Aufgaben zur Berechnung des Flächeninhalts und des Umfangs von Kreisen an.

L

1 Erklärung:
Tamara berechnet den Radius des Kreises mittels Formel- bzw. Gleichungsumformung.
B $r = 3$ cm   C $r = 2{,}5$ cm

2

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
Radius r	6 cm	40 cm	1,50 m	15 m	4 m	5 cm	7,5 m
Durchmesser d	12 cm	80 cm	3 m	30 m	8 m	10 cm	15 m
Umfang u_K	37,68 cm	251,2 cm	9,42 m	94,2 m	25,12 m	31,4 cm	47,1 m
Flächeninhalt A_K	113,04 cm^2	5 024 cm^2	≈ 7,07 m^2	706,5 m^2	50,24 m^2	78,5 cm^2	≈ 176,63 m^2

3 a) Flächeninhalt ICE-Rad:
$A_K = 0{,}52 \cdot 0{,}52 \cdot 3{,}14 \approx 0{,}85\ (m^2)$

b) Umdrehungen Rad pro Stunde:
$u_K = 1{,}04 \cdot 3{,}14 = 3{,}2656$ (m)
70 km = 70 000 m
70 000 : 3,2656 ≈ 21 436 (Umdrehungen)

4 a) Weg der Spitze (Viertelstunde):
$u_K = 2{,}80 \cdot 3{,}14 = 8{,}792$ (m)
8,792 : 4 ≈ 2,20 (m)
Weg der Spitze (1 Minute):
8,792 : 60 ≈ 0,15 (m)

b) überstrichene Fläche (halbe Stunde):
$A_K = 1{,}40 \cdot 1{,}40 \cdot 3{,}14 = 6{,}1544\ (m^2)$
$6{,}1544 : 2 \approx 3{,}08\ (m^2)$
überstrichene Fläche (10 Minuten):
$6{,}1544 : 6 \approx 1{,}03\ (m^2)$

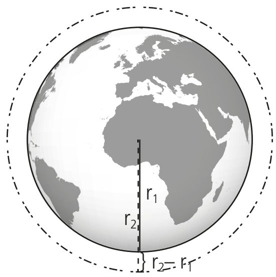
c) Anzahl Minuten bei 2,93 m:
$2{,}93 : 8{,}792 \cdot 60 \approx 20$ (min)

5 Flächeninhalt Mathematikheft (32 S.):
$A = 21 \cdot 29{,}7 \cdot 32 = 19\,958{,}4\ (cm^2)$
Durchmesser Kreis:
$r = \sqrt{19\,958{,}4 : 3{,}14} \approx 79{,}7$ (cm)
$d = 79{,}7 \cdot 2 = 159{,}4$ (cm) ≈ 1,59 m
Umfang Kreis:
$u = 1{,}59 \cdot 3{,}14 \approx 4{,}99$ (m)

Flächeninhalt Mathematikbuch (162 S.):
$A = 19{,}5 \cdot 26 \cdot 162 = 82\,134\ (cm^2)$
Durchmesser Kreis:
$r = \sqrt{82\,134 : 3{,}14} \approx 161{,}7$ (cm)
$d = 161{,}7 \cdot 2 = 323{,}4$ (cm) ≈ 3,23 m
Umfang Kreis:
$u = 3{,}23 \cdot 3{,}14 \approx 10{,}14$ (m)

Erstaunliches

Das Seil um den Äquator



Kreisumfang: $u = 2 \cdot r \cdot 3{,}14$

Berechnung r_1: $40\,000\,000\text{ m} = 2 \cdot r_1 \cdot 3{,}14$

$$\frac{40\,000\,000\text{ m}}{2 \cdot 3{,}14} = r_1$$

Berechnung r_2: $40\,000\,001\text{ m} = 2 \cdot r_2 \cdot 3{,}14$

$$\frac{40\,000\,001\text{ m}}{2 \cdot 3{,}14} = r_2$$

Berechnung $r_2 - r_1$: $\frac{40\,000\,001\text{ m}}{2 \cdot 3{,}14} - \frac{40\,000\,000\text{ m}}{2 \cdot 3{,}14} = \frac{1\text{ m}}{2 \cdot 3{,}14} \approx 0{,}159\text{ m} = 15{,}9\text{ cm}$

Der Abstand zwischen Seil und Erde ist mit rund 15,9 cm genau so groß wie zwischen Seil und Fußball. Das Erstaunliche ist, dass das Ergebnis immer rund 15,9 cm ist, unabhängig von der Größe der jeweiligen Kugel.

Z

Kopfrechenübungen

Einsatzhinweise:
Arbeitsauftrag und Tabelle präsentieren und Ergebnisse notieren lassen; hierbei kann das Kopfrechenblatt (K 2) eingesetzt werden, das den Leistungsverlauf über einen längeren Zeitraum zeigt. Die Kontrolle kann über das Aufdecken der Lösungen erfolgen.

Ermittle die fehlenden Werte beim Kreis. Rechne mit $\pi \approx 3$.

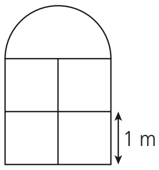
Durchmesser	2 cm	6 cm	8 m			
Umfang				12 cm		42 cm
Flächeninhalt					75 m^2	

Lösungen:

Durchmesser	2 cm	6 cm	8 m	4 cm	10 m	14 cm
Umfang	6 cm	18 cm	24 m	12 cm	30 m	42 cm
Flächeninhalt	3 cm^2	27 cm^2	48 m^2	12 cm^2	75 m^2	147 cm^2

Kopfrechenaufgabe

Einsatzhinweis: Die folgende Aufgabe kann halbschriftlich gelöst werden.



Eine Schaufensterscheibe wird außen geputzt. Die Reinigungsfirma berechnet für einen Quadratmeter 3 €.
Wie teuer ist die Reinigung der Scheibe? Rechne mit $\pi \approx 3$.

Lösung:
Flächeninhalt Scheibe:
$A = A_Q \cdot 4 + A_K : 2$
$A = 1 \cdot 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 3 : 2 = 5{,}5\ (m^2)$
Reinigungskosten:
$5{,}5 \cdot 3 = 16{,}50$ (€)

Auf dieser Seite berechnen die Schüler den Flächeninhalt und Umfang von Figuren, die aus bereits bekannten Einzelfiguren zusammengesetzt sind.

L

1 a) $A = A_K : 2 - A_D$
$= 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 : 2 - \frac{2 \cdot 1}{2}$
$= 5{,}28\ (cm^2)$

b) $A = A_D + A_Q + A_D - A_K : 2$
$= \frac{0{,}5 \cdot 2}{2} + 2 \cdot 2 + \frac{1 \cdot 2}{2} - 1 \cdot 1 \cdot 3{,}14 : 2$
$= 3{,}93\ (cm^2)$

c) $A = A_P - A_K$
$= 3{,}5 \cdot 3 - 1 \cdot 1 \cdot 3{,}14 = 7{,}36\ (cm^2)$

d) $A = A_K - A_D \cdot 2$
$= 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 3{,}14 - \frac{2 \cdot 1}{2} \cdot 2 = 5{,}065\ (cm^2)$

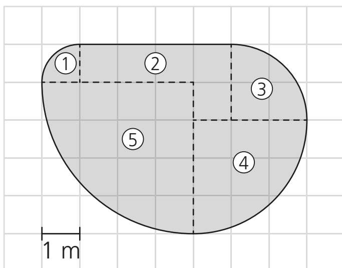
2

	Umfang (cm)	Flächeninhalt (cm^2)
a)	$u = 4 + 1{,}5 + 4 \cdot 3{,}14 : 2 + 1{,}5 = 13{,}28$	$A = A_R + A_K : 2$ $= 4 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 : 2 = 12{,}28$
b)	$u = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 = 12{,}56$	$A = A_K \cdot 2 + A_Q$ $= 1 \cdot 1 \cdot 3{,}14 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 10{,}28$
c)	$u = 2 \cdot 3{,}14 + 4 \cdot 3{,}14 : 2 = 12{,}56$	$A = A_{K\,klein} + A_{K\,groß} : 2$ $= 1 \cdot 1 \cdot 3{,}14 + 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 : 2 = 9{,}42$
d)	$u = 2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{3}{4} \cdot 4 = 18{,}84$	$A = A_K \cdot 3 + A_Q$ $= 1 \cdot 1 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{3}{4} \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 13{,}42$

3

	Umfang (cm)	Flächeninhalt (cm^2)
a)	$u = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3{,}14 : 2 = 18{,}28$	$A = A_Q + A_K : 2$ $= 4 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 : 2 = 22{,}28$
b)	$u = 10 \cdot 2 + 12 \cdot 3{,}14 : 2 = 38{,}84$	$A = A_D + A_K : 2$ $= \frac{12 \cdot 8}{2} + 6 \cdot 6 \cdot 3{,}14 : 2 = 104{,}52$
c)	$u = (5 + 3) \cdot 2 + 6 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3{,}14 : 2$ $= 30{,}28$	$A = A_D \cdot 2 + A_R - A_K : 2$ $= \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot 2 + 6 \cdot 4 - 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 : 2 = 29{,}72$

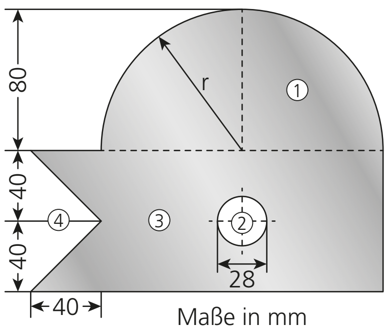
4 Holzabfall:
$A_{Platte} = 80 \cdot 60 = 4\,800\ (cm^2)$
$A_{Schablone} = A_K + A_R$
$= 25 \cdot 25 \cdot 3{,}14 + 25 \cdot 50 = 3\,212{,}5\ (cm^2)$
$A = 4\,800 - 3\,212{,}5 = 1\,587{,}5\ (cm^2)$



5 Umfang Seebühne:
$u = 2 \cdot 3{,}14 : 4 + 4 + 4 \cdot 3{,}14 : 4 + 6 \cdot 3{,}14 : 4 + 8 \cdot 3{,}14 : 4$
$= 19{,}7\ (m)$
Flächeninhalt Seebühne:
$A = A_{①} + A_{②} + A_{③} + A_{④} + A_{⑤}$
$= 1 \cdot 1 \cdot 3{,}14 : 4 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 : 4 + 3 \cdot 3 \cdot 3{,}14 : 4 + 4 \cdot 4 \cdot 3{,}14 : 4$
$= 28{,}55\ (m^2)$

6 Flächeninhalt Blechteil:
$A = A_{①} - A_{②} + A_{③} - A_{④}$
$= 80 \cdot 80 \cdot 3{,}14 : 2 - 14 \cdot 14 \cdot 3{,}14 + 200 \cdot 80 - \frac{80 \cdot 40}{2}$
$= 23\,832{,}56\ (mm^2) \approx 238{,}33\ cm^2$

Flächeninhalt Abfall:
$A_{Platte} = 210 \cdot 170 = 35\,700\ (mm^2) = 357\ cm^2$
$A = 357 - 238{,}33 = 118{,}67\ (cm^2)$



Maße in mm

AH 16

L

1 a) Als Kreisring bezeichnet man die Fläche zwischen zwei konzentrischen Kreisen, d. h. zwischen zwei Kreisen mit gemeinsamem Mittelpunkt.
Den Flächeninhalt eines Kreisringes berechnet man, indem man den Flächeninhalt des kleineren Kreises vom Flächeninhalt des größeren Kreises subtrahiert.

b) Veränderung Flächeninhalt Kreisring:
(A) wird größer (B) wird größer (C) wird kleiner
(D) wird kleiner (E) wird größer

Die Berechnung von Kreisringen auf dieser Seite ist auch als Anwendung der Kreisflächenberechnung zu sehen: Von einer größeren Kreisfläche wird eine kleinere abgezogen.

2 Im linken Lösungsweg wird deutlich, dass jeweils ein gleicher Faktor 3,14 auftaucht. Somit kann man diesen ausklammern (Distributivgesetz). Das führt zur Kurzform im rechten Lösungsweg. Der Wahl des Lösungsweges liegen individuelle Vorlieben zugrunde.

3

	a)	b)	c)	d)	e)
r_1	4 cm	8 cm	12 cm	6,5 dm	1,5 m
r_2	2 cm	6,4 cm	10 cm	32 cm	1,2 m
A_{KR}	37,68 cm^2	≈ 72,35 cm^2	138,16 cm^2	≈ 100,51 dm^2	≈ 2,54 m^2

	f)	g)	h)	i)	j)
d_1	60 cm	8 cm	12 cm	3,6 dm	4,9 m
d_2	40 cm	5,4 cm	8,4 cm	18 cm	0,8 m
A_{KR}	1 570 cm^2	≈ 27,35 cm^2	≈ 57,65 cm^2	≈ 7,63 dm^2	≈ 18,35 m^2

4 a) zu pflasternde Fläche:
$A_K = 3{,}5 \cdot 3{,}5 \cdot 3{,}14 = 38{,}465$ (m^2)

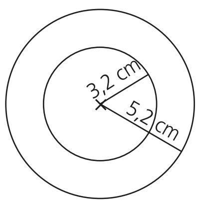
b) Fläche rotes Pflaster:
$A_{KR} = 38{,}465 - 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 = 25{,}905$ (m^2)

5

	a)	b)	c)	d)
Äußerer Radius	14 cm	17 cm	22,5 cm	1,46 m
Innerer Radius	10 cm	12 cm	19 cm	1,20 m
Breite des Kreisrings	4 cm	5 cm	3,5 cm	0,26 m
Flächeninhalt Kreisring	301,44 cm^2	455,30 cm^2	≈ 456,09 cm^2	≈ 2,17 m^2

	e)	f)	g)
Äußerer Radius	13,8 cm	8,75 m	3,30 m
Innerer Radius	9,6 cm	7,25 m	1,10 m
Breite des Kreisrings	4,2 cm	1,50 m	2,2 m
Flächeninhalt Kreisring	≈ 308,60 cm^2	75,36 m^2	≈ 30,40 m^2

6 a) Skizze im Maßstab 1 : 100:



b) Flächeninhalt Weg:
$A_{KR} = (5{,}2 \cdot 5{,}2 - 3{,}2 \cdot 3{,}2) \cdot 3{,}14 = 52{,}752$ (m^2)
Anzahl Pflastersteine:
$52{,}752 \cdot 100 \approx 5\,276$

7 Flächeninhalt äußerer Kreis:
$A = 8{,}6 \cdot 8{,}6 \cdot 3{,}14 = 232{,}2344$ (m^2)
Flächeninhalt innerer Kreis:
$232{,}2344 - 128 = 104{,}2344$ (m^2)
Radius innerer Kreis:
$r = \sqrt{104{,}2344 : 3{,}14} \approx 5{,}76$ (m)

Flächeninhalt von Kreissektoren berechnen

Die Schüler lernen Flächeninhalte von Kreissektoren zu berechnen und vertiefen ihr Können in verschiedenen Aufgabenstellungen.

L

1 a) $A = 2{,}4 \cdot 2{,}4 - 2{,}4 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}14 : 4$
$= 5{,}76 - 4{,}52$
$= 1{,}24\ (cm^2)$

b) $A = 5{,}76 - 2 \cdot 1{,}24$
$= 3{,}28\ (cm^2)$

c) $A = 5{,}76 - 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 3{,}14$
$= 5{,}76 - 4{,}52$
$= 1{,}24\ (cm^2)$

d) $A = 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 3{,}14 - 1{,}24$
$= 4{,}52 - 1{,}24$
$= 3{,}28\ (cm^2)$

2 a) Zuordnung Kreissektor → Berechnung Flächeninhalt:
① → Ⓐ ② → Ⓑ ③ → Ⓓ ④ → Ⓒ
⑤ → Ⓔ ⑥ → Ⓑ ⑦ → alle

b) Allgemeine Formel:
$A_{KS} = r^2 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{\alpha}{360°}$

3 Erläuterung:
Bei der Formel wird zuerst der Flächeninhalt des ganzen Kreises ($r^2 \cdot 3{,}14$), dann der Flächeninhalt eines Kreissektors mit 1° und schließlich der mit dem Winkel α berechnet $\left(\cdot \frac{\alpha}{360°}\right)$.

Radius		Mittelpunktswinkel	
doppelter	halber	doppelter	halber
$A_{KS} = 37{,}68\ cm^2$	$A_{KS} \approx 2{,}36\ cm^2$	$A_{KS} = 18{,}84\ cm^2$	$A_{KS} = 4{,}71\ cm^2$

4 Zeichnung gemäß angegebenen Maßen
Flächeninhalt Kreissektoren:

	Mittelpunktswinkel α	A_{KS} (cm^2)
a)	45°	6,28
b)	140°	≈ 19,54
c)	170°	≈ 23,72
d)	60°	≈ 8,37
e)	245°	≈ 34,19
f)	300°	≈ 41,87

	Mittelpunktswinkel α	A_{KS} (cm^2)
g)	90°	12,56
h)	270°	37,68
i)	340°	≈ 47,45
j)	70°	≈ 9,77
k)	160°	≈ 22,33
l)	210°	≈ 29,31

5 Wischfläche:
$A = 60 \cdot 60 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{135°}{360°} - 15 \cdot 15 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{135°}{360°} \approx 3\,974\ (cm^2)$

AH 18

L

1 Bau-Radius:
Bahn 1: 36,60 (m)
Bahn 2: 36,60 + 1,22 = 37,82 (m)
Bahn 3: 37,82 + 1,22 = 39,04 (m)
Bahn 4: 39,03 + 1,22 = 40,26 (m)

2 Randeinfassung:
Bahn 1: $84{,}39 \cdot 2 + 36{,}60 \cdot 2 \cdot \pi \approx 398{,}74$ (m)

3

	Durchmesser der Laufbahn	Länge der Laufstrecke
Bahn 1	$(36{,}60 + 0{,}20) \cdot 2 = 73{,}60$ (m)	$84{,}39 \cdot 2 + 73{,}60 \cdot \pi \approx 400{,}00$ (m)
Bahn 2	$(37{,}82 + 0{,}20) \cdot 2 = 76{,}04$ (m)	$84{,}39 \cdot 2 + 76{,}04 \cdot \pi \approx 407{,}67$ (m)
Bahn 3	$(39{,}04 + 0{,}20) \cdot 2 = 78{,}48$ (m)	$84{,}39 \cdot 2 + 78{,}48 \cdot \pi \approx 415{,}33$ (m)
Bahn 4	$(40{,}26 + 0{,}20) \cdot 2 = 80{,}92$ (m)	$84{,}39 \cdot 2 + 80{,}92 \cdot \pi \approx 423{,}00$ (m)

4

	Differenz gegenüber der Vorbahn (Kurvenvorgabe)	Differenz gegenüber der Innenbahn (Kurvenvorgabe)
Bahn 2	407,67 – 400,00 = 7,67 (m)	407,67 – 400,00 = 7,67 (m)
Bahn 3	415,33 – 407,67 = 7,66 (m)	415,33 – 400,00 = 15,33 (m)
Bahn 4	423,00 – 415,33 = 7,67 (m)	423,00 – 400,00 = 23,00 (m)

5 Berechnungsmöglichkeiten:
- Zahlenreihe aus Aufgabe 4 fortsetzen:
  7,67 + 7,66 + 7,67 + 7,66 + 7,67 + 7,66 + 7,67 = 53,66 (m)
- $\text{Laufmeter}_{\text{Bahn 8}} = (36{,}80 + 7 \cdot 1{,}22) \cdot 2 \cdot \pi + 168{,}78 = 453{,}66$ (m)
  $\text{Kurvenvorgabe}_{\text{Bahn 8}} = 453{,}66 - 400{,}00 = 53{,}66$ (m)

Z

Rechenvorteile nützen

Aufgabe:
Ein Vermessungsingenieur behauptet:
Für die Lösung der Aufgaben Nr. 3, 4 und 5 brauche ich nur zu rechnen:
$1{,}22 \text{ m} \cdot 2 \cdot \pi$. Ist das richtig? Begründe.

Es ist richtig. Die Geraden sind bei allen 4 (8) Bahnen gleich, können also unberücksichtigt bleiben. Der Radius erhöht sich um jeweils 1,22 m. Es genügt mit dieser Radiusverlängerung zu rechnen, wie die folgende Gegenüberstellung zeigt:
Verlängerung der 2. Bahn gegenüber der 1. Bahn (= Kurvenvorgabe):
$(168{,}78 \text{ m} + 38{,}02 \text{ m} \cdot 2 \cdot \pi) - (168{,}78 \text{ m} + 36{,}80 \text{ m} \cdot 2 \cdot \pi) = 7{,}67 \text{ m}$
$1{,}22 \text{ m} \cdot 2 \cdot \pi = 7{,}67 \text{ m}$

Bisher haben die Schüler Kreisberechnungen mit dem groben Näherungswert 3,14 durchgeführt. Hier ist eine Möglichkeit zu verdeutlichen, dass bei exakten Vermessungen, die ja bis in den Millimeterbereich gehen (Laufbahnbreite exakt 1,215 m), mit dem genaueren Näherungswert für π zu rechnen ist.

Die wesentlichen Inhalte des Kapitels sind erarbeitet. Inwieweit sind die Schüler darin fit? Wie unterschiedlich ist der Lernstand? Die Zwischenrunde bietet die Möglichkeit, das durch zwei Anforderungsniveaus differenziert zu erfassen. Auch die Schüler können lernen, sich selbst einzuschätzen. Die Lösungen sind dazu im Buch angegeben. Ferner findet sich im Internet ein entsprechender Selbsteinschätzungsbogen. Unter Umständen müssen Inhalte nochmals aufgegriffen werden, um einen gesicherten Wissensstand zu erreichen.

L

1 Kreise und Kreisornamente zeichnen

a) Vorgegebenes Muster über Heftbreite zeichnen und beliebig färben

b) Vorgegebene Zirkelmuster zeichnen und beliebig färben

2 Kreisumfang berechnen

a) Ⓐ $u_K = 11 \cdot 3{,}14 = 34{,}54$ (cm)
Ⓑ $u_K = 8 \cdot 3{,}14 = 25{,}12$ (cm)

b) $u_{K\ groß} = 4 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$ (cm)
$u_{K\ klein} = 2 \cdot 3{,}14 = 6{,}28$ (cm)
Länge der schwarzen Linie:
$12{,}56 + 6{,}28 : 2 = 15{,}7$ (cm)

3 Kreisbögen berechnen

a) Ⓐ $b = 5 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{50°}{360°} \approx 2{,}18$ (cm)
Ⓑ $b = 5 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{120°}{360°} \approx 5{,}23$ (cm)

b) $5{,}58 = 8 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{\alpha}{360°}$
$\alpha = 5{,}58 : 8 : 3{,}14 \cdot 360° \approx 80°$

4 Quadrate und Quadratwurzeln von Zahlen bestimmen

a) Ⓐ 49 Ⓑ 900
Ⓒ 6 Ⓓ 10

b) Ⓐ 49 Ⓑ 2,25
Ⓒ $\frac{1}{16}$ Ⓓ $\frac{1}{5}$

5 Mit Quadraten und Quadratwurzeln von Zahlen rechnen

a) Ⓐ ≈ 66,6 Ⓑ ≈ 118,6
Ⓒ ≈ 27,2 Ⓓ ≈ 0,4

b) Ⓐ ≈ 38,8 Ⓑ ≈ 86,1
Ⓒ ≈ 0,7 Ⓓ ≈ 3,6

6 Flächeninhalt des Kreises berechnen

a) Ⓐ $A_K \approx 254{,}3\ cm^2$
Ⓑ $r = 7{,}4$ m; $A_K \approx 171{,}9\ m^2$

b) Radius Kreis:
$d = 12{,}56 : 3{,}14 = 4$ (cm) ⇒ r = 2 cm
Flächeninhalt Kreis:
$A_K = 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$ (cm^2)
Seitenlänge Quadrat:
$a = 12{,}56 : 4 = 3{,}14$ (cm)
Flächeninhalt Quadrat:
$A_Q = 3{,}14 \cdot 3{,}14 \approx 9{,}86$ (cm^2)
Der Kreis hat den größeren Flächeninhalt.

7 Flächeninhalt von Kreisringen und Kreissektoren berechnen

a) Flächeninhalt gefärbte Fläche:
$A_{KR} = (4{,}8 \cdot 4{,}8 - 3 \cdot 3) \cdot 3{,}14$
$\approx 44{,}09$ (cm^2)

b) Flächeninhalt Flügelrad:
$A = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{55°}{360°} \cdot 3$
$\approx 8{,}99$ (cm^2)

8 Umfang und Flächenhinhalt zusammengesetzter Figuren berechnen

a) Umfang Figur:
$u_K = 3{,}5 \cdot 3{,}14 = 10{,}99$ (cm)
$u = 3{,}5 \cdot 3 + 10{,}99 : 2 \approx 16{,}0$ (cm)

b) Umfang kleiner Kreis:
$d = 4{,}8 - 2{,}8 = 2$ (cm)
$u = 2 \cdot 3{,}14 = 6{,}28$ (cm)
Umfang großer Kreis:
$d = 2{,}8 \cdot 2 = 5{,}6$ (cm)
$u = 5{,}6 \cdot 3{,}14 \approx 17{,}6$ (cm)
Umfang Figur:
$u = 6{,}28 : 2 + 2{,}8 + 4{,}8 + 2{,}8 + 17{,}6 : 4 + 2{,}8 \approx 20{,}8$ (cm)
Flächeninhalt Figur:
$A = A_{Halbkreis} + A_P + A_{Viertelkreis}$
$A = 1 \cdot 1 \cdot 3{,}14 : 2 + 4{,}8 \cdot 2 + 2{,}8 \cdot 2{,}8 \cdot 3{,}14 : 4 \approx 17{,}3$ (cm²)

9 Sachaufgaben bearbeiten

a) Radius Abdeckplane:
$r = 4{,}50 : 2 + 0{,}30 = 2{,}55$ (m)
Flächeninhalt Abdeckplane:
$A_K = 2{,}55 \cdot 2{,}55 \cdot 3{,}14 \approx 20{,}42$ (m²)

b) Flächeninhalt Grundstück:
$A_R = 35 \cdot 25 = 875$ (m²)
Flächeninhalt Pool:
$A_K = 2{,}25 \cdot 2{,}25 \cdot 3{,}14 \approx 15{,}90$ (m²)
Flächeninhalt neu anzulegender Rasen:
$A = 875 - 15{,}90 = 859{,}10$ (m²)
Bedarf an Grassamen in g:
$859{,}10 \cdot 30 = 25\,773$ (g)
Es werden 26 Kilosäcke Grassamen benötigt.

Z

Selbsteinschätzungsbogen

Erhältlich unter www.ccbuchner.de/medien (60012-03)

Üben und vertiefen

Diese beiden Seiten dienen dem Üben und Vertiefen der neuen Lerninhalte. Dabei sollen die Schüler überwiegend eigenständig arbeiten. Um das zu ermöglichen, wird zum einen das Merkwissen „Auf einen Blick“ nochmals in der linken Spalte zusammengefasst, zum anderen stehen die Lösungen am Ende des Buches zur Selbstkontrolle zur Verfügung.

L

1 a)/b) Vorgegebene Kreismuster zeichnen

2 a) 12,56 cm b) 50,24 cm c) ≈ 5,65 dm
d) ≈ 23,24 m e) ≈ 115,55 cm f) ≈ 4,40 m
g) 310,86 mm h) ≈ 81,01 cm i) ≈ 34,85 dm

3 a) 254,34 cm^2 b) ≈ 11,34 cm^2 c) ≈ 0,50 m^2
d) 28,26 dm^2 e) ≈ 9,07 mm^2 f) ≈ 3,46 m^2
g) ≈ 0,02 m^2 h) ≈ 1 397,96 cm^2 i) ≈ 902,13 cm^2

4

Figur	a)	b)	c)
A	≈ 11,45 cm^2	≈ 19,23 cm^2	18,84 cm^2
u	≈ 13,88 cm	24,99 cm	30,84 cm

5

	Aufgabe	Überlegung	Ergebnis
a)	$0{,}4^2$	Ergebnis kleiner	0,16
b)	$1{,}4^2$	Ergebnis größer	1,96
c)	$0{,}15^2$	Ergebnis kleiner	0,0225
d)	$0{,}9^2$	Ergebnis kleiner	0,81
e)	$1{,}3^2$	Ergebnis größer	1,69
f)	$0{,}25^2$	Ergebnis kleiner	0,0625
g)	$2{,}5^2$	Ergebnis größer	6,25
h)	$0{,}99^2$	Ergebnis kleiner	0,9801
i)	$1{,}02^2$	Ergebnis größer	1,0404

6 a) 9 b) 1,44
c) 44 d) 11,25
e) 216,09 f) 441
g) 315 h) 6
i) 77,44 j) 392,04

7 a) $\sqrt{22\,500} = 150$ b) $\sqrt{225} = 15$ c) $\sqrt{2{,}25} = 1{,}5$ d) $\sqrt{0{,}0225} = 0{,}15$

8 a) $\sqrt{4} < 4$ b) $\sqrt{0{,}5} > 0{,}5$ c) $\sqrt{0} = 0$
d) $\sqrt{1{,}3} < 1{,}3$ e) $\sqrt{1} = 1$ f) $\sqrt{0{,}1} > 0{,}1$

9

	Überschlag	Ergebnis
a)	$10^2 + 3^2 = 100 + 9 = 109$	104,45
b)	$(-8)^2 - 5^2 = 64 - 25 = 39$	36,6404
c)	$520 - 20^2 = 520 - 400 = 120$	115,99
d)	$(-11)^2 - (-8)^2 = 121 - 64 = 57$	54,0736

10

	a)	b)	c)	d)
r	2 cm	0,9 dm	3 m	1 m
d	4 cm	1,8 dm	6 m	2 m
u_K	12,56 cm	≈ 5,65 dm	18,84 m	6,28 m
A_K	12,56 cm^2	≈ 2,54 dm^2	28,26 m^2	3,14 m^2

11 a) $b \approx 1{,}74$ cm $A_{KS} \approx 1{,}74$ cm^2 b) $b \approx 8{,}72$ cm $A_{KS} \approx 21{,}81$ cm^2
c) $b = 12{,}56$ cm $A_{KS} = 113{,}04$ cm^2 d) $b \approx 4{,}40$ dm $A_{KS} \approx 9{,}23$ dm^2
e) $b \approx 1{,}10$ m $A_{KS} \approx 0{,}23$ m^2

12 Flächeninhalt Figur:
$A_D = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$ (cm^2)
$A_R = 5 \cdot 4 = 20$ (cm^2)
$A_K = 2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$ (cm^2)
$A = 6 + 20 - 12{,}56 : 2 = 19{,}72$ (cm^2)

Umfang Figur:
$u_K = 4 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$ (cm)
$u = 5 + 5 + 8 + 12{,}56 : 2 = 24{,}28$ (cm)

13 Radius großer Kreis:
$r_1 = 1 + 1{,}5 = 2{,}5$ (cm)
Flächeninhalt Kreisring:
$A_{KR} = (2{,}5 \cdot 2{,}5 - 1 \cdot 1) \cdot 3{,}14 \approx 16{,}49$ (cm^2)

14 Flächeninhalt Quadrat: $A_Q = 144$ cm^2
Flächeninhalt Kreis: $A_K = 113{,}04$ cm^2
Verschnitt: 30,96 cm^2 bzw. 21,5 %

15

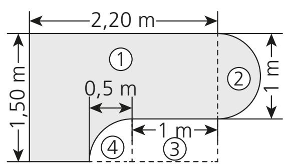
Prozentsatz	15 %	40 %	45 %
Winkel	54°	144°	162°
A_{KS}	7,54 cm^2	20,10 cm^2	22,61 cm^2

16 Berechnung Mittelpunktswinkel:
$1{,}21 = 2{,}135 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\alpha = 1{,}21 : 2{,}135 : 3{,}14 \cdot 360° \approx 65°$

17 Flächeninhalt halber Platz: $800 : 2 = 400$ (m^2)
Breite des Platzes: $b = \sqrt{400} = 20$ (m)
Länge des Platzes: $2 \cdot b = 2 \cdot 20 = 40$ (m)

oder: Berechnung von b:
$2 \cdot b \cdot b = 800 \quad | : 2$
$b^2 = 400 \quad | \sqrt{}$
$b = 20$ (m)

18 Flächeninhalt Deckel Konzertflügel (Beispiel):
$A_{①} = 2{,}20 \cdot 1{,}50 = 3{,}30$ (m^2)
$A_{②} = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 3{,}14 : 2 = 0{,}3925$ (m^2)
$A_{③} = 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$ (m^2)
$A_{④} = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 3{,}14 : 4 = 0{,}19625$ (m^2)
$A = A_{①} + A_{②} - A_{③} - A_{④}$
$= 3{,}30 + 0{,}3925 - 0{,}5 - 0{,}19625$
$\approx 3{,}0$ (m^2)
Zu lackierende Fläche: $A = 3{,}0 \cdot 2 = 6{,}0$ (m^2)



19 Flächeninhalt Holztore:
$A_R = 3{,}80 \cdot 2 = 7{,}60$ (m^2)
$A_K = 1{,}9 \cdot 1{,}9 \cdot 3{,}14 \approx 11{,}34$ (m^2)
$A = 2 \cdot A_R + A_K$
$A = 2 \cdot 7{,}60 + 11{,}34 = 26{,}54$ (m^2)

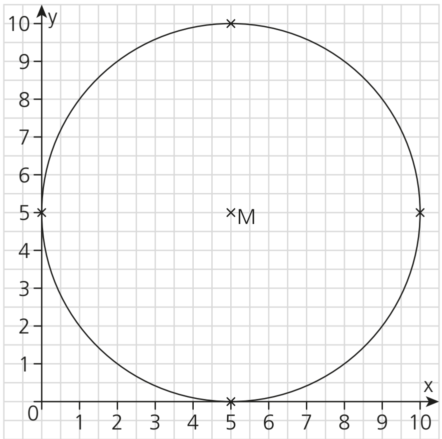
Flächeninhalt Mauer:
$A_R = 14{,}2 \cdot 4{,}2 = 59{,}64$ (m^2)
$A = A_{Mauer} - A_{Tore}$
$A = 59{,}64 - 26{,}54 = 33{,}10$ (m^2)

20
$u_K = A_K$
$2 \cdot r \cdot 3{,}14 = r \cdot r \cdot 3{,}14 \quad | : 3{,}14$
$2 \cdot r = r \cdot r \quad | : r$
$2 = r$
Der Radius r = 2 (die Einheit spielt keine Rolle) ergibt für den Umfang und Flächeninhalt eines Kreises den gleichen Zahlenwert.

Die Abschlussrunde bietet die Möglichkeit, am Ende einer Einheit den Lernstand zu erheben und gegebenenfalls Maßnahmen zu ergreifen, um Defizite zu beheben. Sollte die Lehrkraft eine Testung unabhängig vom Schulbuch wünschen, stehen in click & teach Klassenarbeiten zur Verfügung.

L

1



Punkte auf Kreislinie mit dem Rechtswert 5: (5|0); (5|10)
Punkte auf Kreislinie mit dem Hochwert 5: (0|5); (10|5)

2 a) 16 b) 121
c) 81 d) 225
e) 7 f) 8
g) 5 h) 13

3 a) 67,24 b) 4,48
c) 6 002,1 d) 750
e) –9 f) 70
g) –85 h) 281,5625
i) 152

4 a) Flächeninhalt Figur:
$A_{KR} = (80 \cdot 80 - 40 \cdot 40) \cdot 3{,}14 = 15\,072\ (mm^2)$
$A_K = 20 \cdot 20 \cdot 3{,}14 = 1\,256\ (mm^2)$
$A = 15\,072 : 2 - 1\,256 = 6\,280\ (mm^2)$
Umfang Figur:
$u_{K\ groß} = 160 \cdot 3{,}14 = 502{,}4\ (mm)$
$u_{K\ mittel} = 80 \cdot 3{,}14 = 251{,}2\ (mm)$
$u_{K\ klein} = 40 \cdot 3{,}14 = 125{,}6\ (mm)$
$u = 502{,}4 : 2 + 251{,}2 : 2 + 125{,}6 = 502{,}4\ (mm)$

b) Flächeninhalt Figur:
$A_{KR} = (100 \cdot 100 - 60 \cdot 60) \cdot 3{,}14 = 20\,096\ (mm^2)$
$A_K = 20 \cdot 20 \cdot 3{,}14 = 1\,256\ (mm^2)$
$A = 20\,096 : 4 \cdot 3 + 1\,256 = 16\,328\ (mm^2)$
Umfang Figur:
$u_{K\ groß} = 200 \cdot 3{,}14 = 628\ (mm)$
$u_{K\ mittel} = 120 \cdot 3{,}14 = 376{,}8\ (mm)$
$u_{K\ klein} = 40 \cdot 3{,}14 = 125{,}6\ (mm)$
$u = 628 : 4 \cdot 3 + 376{,}8 : 4 \cdot 3 + 125{,}6 = 879{,}2\ (mm)$

5 a) Radius:
$r = \sqrt{55 : 3{,}14} \approx 4{,}19\ (cm)$

b) Radius:
$r = \sqrt{110 : 3{,}14} \approx 5{,}92\ (cm)$

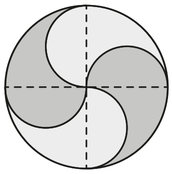
c) Flächeninhalt Kreisring:
$A_{KR} = 2 \cdot 55 = 110\ (cm^2)$
Flächeninhalt äußerer Kreis:
$A_K = 55 + 110 = 165\ (cm^2)$
Radius äußerer Kreis:
$r = \sqrt{165 : 3{,}14} \approx 7{,}25\ (cm)$

6 a) Flächeninhalt Glasflächen:

$A_K = 36 \cdot 36 \cdot 3{,}14 = 4\,069{,}44$ (cm^2)

$A_{\text{Glasfläche orange}} = A_{\text{Glasfläche grün}}$

$= 4\,069{,}44 : 2 = 2\,034{,}72$ (cm^2)



b) Gesamtlänge Einfassungen:

$u_{\text{K groß}} = 72 \cdot 3{,}14 = 226{,}08$ (cm)

$u_{\text{K klein}} = 36 \cdot 3{,}14 = 113{,}04$ (cm)

$u = 226{,}08 + 113{,}04 \cdot 2 = 452{,}16$ (cm)

7 Radius Steinpflaster:

$r = 7{,}85 : 3{,}14 : 2 = 1{,}25$ (m)

Radius Kupferschiene:

$r = 8{,}478 : 3{,}14 : 2 = 1{,}35$ (m)

Abstand zwischen Pflaster und Schiene:

$1{,}35 - 1{,}25 = 0{,}10$ (m) $= 10$ (cm)

8 Flächeninhalt Seitenflächen einer Rampe:

$A_D = \frac{130 \cdot 85}{2} = 5\,525$ (cm^2)

$A_{KS} = 100 \cdot 100 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{70°}{360°} \approx 6\,105{,}56$ (cm^2)

$A = (5\,525 + 6\,105{,}56) \cdot 2 = 23\,261{,}12$ (cm^2)

Flächeninhalt Seitenflächen fünf Rampen:

$A = 23\,261{,}12 \cdot 5 = 116\,305{,}6$ (cm^2) $= 11{,}63056$ m^2 ≈ 12 m^2

AH19

Die Seiten „Kreuz und quer“ greifen im Sinne einer permanenten Wiederholung Lerninhalte früher behandelter Kapitel auf und sichern so nachhaltig Basiskompetenzen.

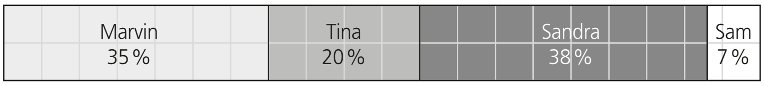
L

Zahlen und Operationen

1 a)

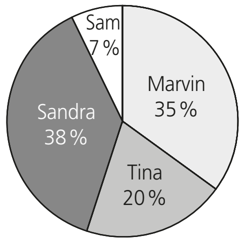
Bruch	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$
Dezimalbruch	0,5	0,25	0,75	0,375	0,625
Prozentsatz	50 %	25 %	75 %	37,5 %	62,5 %

b) Streifendiagramm zur Stimmverteilung bei Klassensprecherwahl:



Kreisdiagramm zur Stimmverteilung bei Klassensprecherwahl:
Winkelgrößen (gerundet auf ganze Grad)

Marvin	Tina	Sandra	Sam
126°	72°	137°	25°



Hinweis: Winkelgrößen auf ganze Grad gerundet

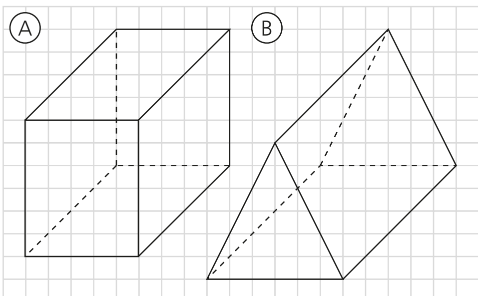
2 a) Beispiel Rechenfrage:
Wie viel kosteten die Fußballschuhe vorher?
29,50 : 0,81 = 36,419 ≈ 36,42
Die Fußballschuhe kosteten vorher 36,42 €.

b) Beispiel Rechenfrage:
Um wie viel Prozent wurde das Trikot herabgesetzt?
19,90 : 23,80 = 0,8361… ≈ 83,6 %
100 % – 83,6 % = 16,4 %
Das Trikot wurde um 16,4 % herabgesetzt.

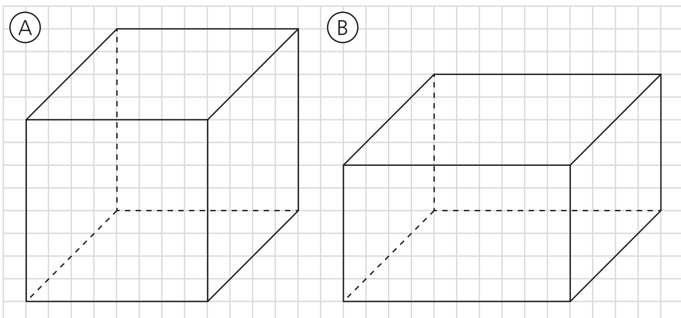
c) Beispiel Rechenfrage:
Wie viel kostet der Fußball jetzt?
65 · 1,05 = 68,25
Der Fußball kostet jetzt 68,25 €.

Raum und Form

1 a)



b)

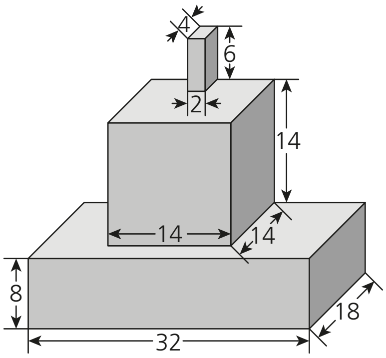


2 zueinander parallele Geraden: $e \parallel f$
zueinander senkrechte Geraden: $a \perp e$ $a \perp f$ $b \perp c$

Größen und Messen

1 a) $\frac{3}{4}$ min = 45 s
b) 53,1 cm^2 = 5 310 mm^2
c) 315 min = $5\frac{1}{4}$ h
d) 810 cm^2 = 8,10 dm^2
e) $6\frac{3}{4}$ h = 405 min
f) 0,205 m^2 = 20,5 dm^2
g) 4,8 kg = 4 800 g
h) 4,3 m^3 = 4 300 dm^3
i) 26 041 kg = 26,041 t
j) 21,02 cm^3 = 21 020 mm^3
k) 58 000 g = 58 kg
l) $\frac{1}{2}$ dm^3 = 500 cm^3
m) 234 mm = 23,4 cm
n) 3 845 ml = 3,845 l

2



Volumen Werkstück:
$V_1 = 32 \cdot 18 \cdot 8 = 4\,608\ (cm^3)$
$V_2 = 14 \cdot 14 \cdot 14 = 2\,744\ (cm^3)$
$V_3 = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48\ (cm^3)$
$V = 4\,608 + 2\,744 + 48 = 7\,400\ (cm^3)$

Daten und Zufall

1 a) Rangliste aufsteigend in €:
15 15 15 20 20 20 22 24 25 25
25 28 28 30 30 32 35 36 40 40

b) Minimum: 15 €
Maximum: 40 €
Spannweite: s = 40 € – 15 € = 25 €

c) Zentralwert: z = (25 + 25) : 2 = 25 (€)
Durchschnittswert: $\bar{x}$ = (15 + 15 + 15 + 20 + 20 + 20 + 22 + 24 + 25 + 25 + 25 + 28 + 28 + 30 + 30 + 32 + 35 + 36 + 40 + 40) : 20
= 525 : 20
= 26,25 (€)

2 a) Der Zentralwert ist 100.

50	95	98	102	103	105

b) Die Spannweite ist 15.

35	39	42	45	48	50

oder:

33	35	39	42	45	48

c) Der Durchschnittswert ist 10.

4	7	9	11	14	15