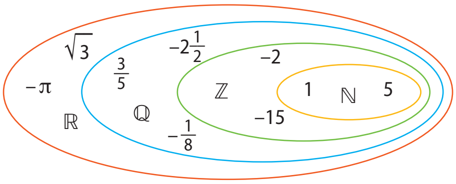
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{R}_0^+$	Menge der positiven reellen Zahlen einschließlich 0
$\mathbb{D}$	Definitionsbereich
$\mathbb{W}$	Wertebereich
$\mathbb{L}$	Lösungsmenge
$\subset$	Teilmenge
{ }	Leere Menge
{a; b; c}	Menge mit den Elementen a, b und c
$\mathbb{R}\setminus\{a;\ b\}$	Menge $\mathbb{R}$ ohne die Elemente a und b
$a \in \mathbb{R}$	a ist Element von $\mathbb{R}$
[a; b]	geschlossenes Intervall
]a; b[	offenes Intervall
]a; b] bzw. [a; b[	halboffene Intervalle
∞	unendlich
$>;\ \geq$	größer als; größer oder gleich
$<;\ \leq$	kleiner als; kleiner oder gleich
$\approx$	ungefähr gleich
$\widehat{=}$	entspricht
a^n	Potenz: „a hoch n“
$\sqrt{a}$	(Quadrat-)Wurzel aus a
$\sqrt[3]{a};\ \sqrt[n]{a}$	Kubikwurzel aus a; n-te Wurzel aus a
D	Diskriminante
%	Prozent
Ω	Ergebnismenge
$E;\ \overline{E}$	Ereignis E; Gegenereignis zu E
$\lvert E \rvert$	Anzahl alle Ergebnisse, die E enthält
H (E)	absolute Häufigkeit für E
h (Z)	relative Häufigkeit für E
P (E)	Wahrscheinlichkeit für E
$P_B(A)$	Bedingte Wahrscheinlichkeit für A unter der Bedingung B
n!	„n Fakultät“
$\binom{n}{k}$	Binomialkoeffizent, „n über k“
$\overline{x}$	arithmetisches Mittel
y, f (x)	Funktionsterm
f′ (x)	Ableitungsfunktion zu f (x)
x_0	Nullstelle einer Funktion
sin x	Sinusfunktion
cos x	Kosinusfunktion
tan x	Tangensfunktion
b^x	Exponentialfunktion mit Wachstumsfaktor b
$\log_a$	Logarithmus zur Basis a
lg x; ld x	Logarithmus zur Basis 10; … zur Basis 2
$\log_a x$	Logarithmusfunktion
P (x | y)	Punkt P mit den Koordinaten x und y
S	Scheitelpunkt einer Parabel
AB, g, h, …	Geraden, Halbgeraden (Strahlen)
$\overline{PQ}$	Strecke mit den Endpunkten P und Q, auch Länge der Strecke
$\overset{\frown}{AB}$	Kreisbogen von Punkt A zu Punkt B
LE	Längeneinheit
$\cap;\ \cup$	geschnitten mit; vereinigt mit
$\sphericalangle$ BAC	Winkel mit Scheitel A, 1. Schenkel AB und 2. Schenkel AC
$\alpha, \beta, \gamma, \ldots$	Winkelbezeichnungen
°	Grad, Maßeinheit für Winkel (z. B. 30°)
b	Bogenlänge am Einheitskreis
rad	Bogenmaß, Maßeinheit für Winkel
A	Flächeninhalt
A_O	Oberflächeninhalt
V	Volumen, Rauminhalt
π	Kreiszahl, $\pi \approx 3{,}14$
$\perp;\ \parallel$	senkrecht auf; parallel zu
$\mapsto;\ \Rightarrow$	ist zugeordnet; daraus folgt

F Fit für Klasse 10

Die Lösungen zu den Aufgaben findest du unter www.ccbuchner.de (Eingabe im Suchfeld: 61110-01).

Rechnen mit reellen Zahlen

Die Mengen der **rationalen** und **irrationalen** Zahlen bilden zusammen die Menge der **reellen** Zahlen $\mathbb{R}$.



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Die bekannten **Rechengesetze** gelten auch in $\mathbb{R}$ (für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$).

- **Kommutativgesetz**
  $a + b = b + a$ $\quad$ $a \cdot b = b \cdot a$
- **Assoziativgesetz**
  $a + (b + c) = (a + b) + c$ $\quad$ $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- **Distributivgesetz**
  $a \cdot (b + c) = ab + ac$ $\quad$ $a \cdot (b - c) = ab - ac$

Für das **Rechnen mit Wurzeln** gilt:

- Multiplikation und Division zweier Quadratwurzeln
  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ für $a, b \geq 0$
  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ für $a \geq 0, b > 0$
- Bei der **Addition** und **Subtraktion** lassen sich zwei Quadratwurzeln im Allgemeinen **nicht** zu einer Quadratwurzel **zusammenfassen**.

1 Bestimme die Lösungsmenge in $\mathbb{D} = \mathbb{R}$.
a) $x^2 - 49 = 0$ b) $x^2 = 2{,}25$ c) $x^2 = 0$
d) $\frac{1}{2}x^2 = 8$ e) $x^2 + 1 = 0$ f) $49x^2 = 9$
g) $4 - 9x^2 = 0$ h) $1 + 36x^2 = 0$ i) $-25 + 4x^2 = 0$

2 Nenne eine mögliche Gleichung, welche die angegebene Lösungsmenge besitzt.
a) $\mathbb{L} = \{-3; 3\}$ b) $\mathbb{L} = \{-1; 1\}$
c) $\mathbb{L} = \{-1\frac{2}{3}; 1\frac{2}{3}\}$ d) $\mathbb{L} = \{-2{,}5; 2{,}5\}$
e) $\mathbb{L} = \{\ \}$ f) $\mathbb{L} = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

3 Rechne im Kopf.
a) $\sqrt{25 \cdot 9}$ b) $\sqrt{196 \cdot 16}$ c) $\sqrt{361 \cdot 9}$
d) $\sqrt{\frac{36}{81}}$ e) $\sqrt{\frac{49}{64}}$ f) $\sqrt{\frac{81 \cdot 16}{121}}$

4 Vereinfache so weit wie möglich mit $a, b \in \mathbb{R}^+$.
a) $\sqrt{18a^2}$ b) $\sqrt{\frac{3a^2}{4}}$ c) $\sqrt{\frac{8b^2}{9a^2}}$
d) $\frac{\sqrt{a^3b}}{\sqrt{ab}}$ e) $\frac{\sqrt{0{,}4a^2}}{\sqrt{0{,}625}}$ f) $\frac{\sqrt{12a}}{\sqrt{3a^3}}$
g) $\frac{\sqrt{54a}}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{2a^3}}{\sqrt{3b}}$ h) $\sqrt{\frac{45a^3}{2b}} \cdot \sqrt{\frac{32a}{5b^5}}$

5 Bestimme die Lösungsmenge in $\mathbb{D} = \mathbb{R}$.
a) $2\sqrt{3}x + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$
b) $3 \cdot (5 - 2\sqrt{5}) + \sqrt{5}x = 2 \cdot (10 - 3\sqrt{5})$

Potenzgesetze

$a^1 = a$ für alle $a \in \mathbb{R}$ $\qquad$ $a^0 = 1$ für alle $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

1 Werden **Potenzen mit gleicher Basis** multipliziert (dividiert), bleibt die Basis erhalten. Der Exponent ist die Summe (Differenz) der Exponenten.
$(-3)^5 \cdot (-3)^3 = (-3)^{5+3} = (-3)^8$
$(-3)^5 : (-3)^3 = (-3)^{5-3} = (-3)^2$

2 Werden **Potenzen mit demselben Exponenten** multipliziert (dividiert), dann bleibt der gemeinsame Exponent erhalten. Die Basis ist dabei das Produkt (der Quotient) der einzelnen Basen.
$(-8)^5 \cdot 2^5 = (-8 \cdot 2)^5 = (-16)^5$
$(-8)^5 : 2^5 = (-8 : 2)^5 = (-4)^5$

3 Wird eine **Potenz potenziert**, werden die Exponenten multipliziert. Die Basis bleibt erhalten.
$(7^3)^5 = 7^{3 \cdot 5} = 7^{15}$

6 Vereinfache den Term und berechne seinen Wert.
a) $4^3 \cdot 4^0 \cdot 4^{-5}$ b) $(4^{-2} \cdot 4^3) : 4^{-2}$
c) $(2^{-3} + 2^{-2}) \cdot 2^4$ d) $1{,}2^4 \cdot (1{,}2^{-3} - 1{,}2^{-4})$
e) $(-2)^8 \cdot (-2)^{-4} \cdot (-2)^{-2}$ f) $(2^4 \cdot 2^{-7}) : (2^{-3} \cdot 2^0)$

7 Vereinfache so weit wie möglich.
a) $\frac{2^{10} \cdot a^5}{(2a^2)^5 \cdot 2^4}$ b) $\frac{(-6)^4 \cdot a^5}{6a^3 \cdot (-6)^2}$
c) $\frac{3x^5 \cdot 2x^4}{2x^2 \cdot 3x^3}$ d) $\left(\frac{x^4y}{x^2y^3}\right)^{-2}$
e) $\frac{(5x^2)^3 - (-3)^3 \cdot x^6}{(x^{-1})^2 \cdot (2x^2)^4}$ f) $\frac{25x^2}{5 \cdot x^{-3}} + \frac{30x^4}{6x^{-5}}$
g) $(x^3 - x^2 + x - 1) \cdot x^{-3}$ h) $\frac{1}{x-2} + 3 - \frac{1-x}{2-x}$

Quadratische Funktionen

Die **allgemeine Form** einer **quadratischen Funktion** hat die Gleichung $f(x) = ax^2 + bx + c$.
$|a| > 1$**: gestreckte** Parabel
$|a| < 1$**: gestauchte** Parabel

An der **Scheitelpunktform** einer quadratischen Funktion f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ kann der Scheitelpunkt $S\,(x_S\,|\,y_S)$ der zugehörigen Parabel abgelesen werden.

ausquadrieren

$f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ $\rightleftarrows$ $f(x) = ax^2 + bx + c$

Scheitelpunktform | allgemeine Form

quadratisch ergänzen

$a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ und $x_S, y_S \in \mathbb{R}$, $b, c \in \mathbb{R}$ und $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

Für $a > 0$ hat die quadratische Funktion ein Minimum, die Parabel ist nach oben geöffnet.

Für $a < 0$ ein Maximum, die Parabel ist nach unten geöffnet.

Die **Umkehrung** der Funktion $f(x) = x^2$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}_0^+$ ($\mathbb{W}_f = \mathbb{R}_0^+$) lautet $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ mit $\mathbb{D}_{f^{-1}} = \mathbb{W}_{f^{-1}} = \mathbb{R}_0^+$.
Sie stellt eine **Wurzelfunktion** dar.

8 Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes S.
a) $f(x) = -0{,}5 \cdot (x + 1)^2 + 3$
b) $f(x) = (x - 3{,}4)^2$
c) $f(x) = -2 \cdot x^2 - 5{,}6$

9 Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes S. Gib an, ob die Parabel gestaucht/gestreckt ist.
a) $f(x) = x^2 + 2x + 3$
b) $f(x) = -0{,}5x^2 + 8x + 12$
c) $f(x) = -4x^2 + 16x - 6$

10 Beschreibe den Verlauf der Parabel p, überprüfe, ob der Punkt $A \in p$ ist, und gib die Scheitelpunktkoordinaten an.
a) $p: f(x) = x^2 + 2x - 3$; $A\,(-2\,|\,-5)$
b) $p: f(x) = -0{,}5x^2 - 4x + 12$; $A\,(3\,|\,-4)$
c) $p: f(x) = -(x + 2) \cdot (x - 2) + 4$; $A\,(0\,|\,8)$

11 Gib die Umkehrfunktion f^{-1} von f an. Bestimme den Definitions- und Wertebereich von f^{-1}.
a) $f(x) = (x + 1)^2$
$\mathbb{D} = \{x\,|\,x \geq -1\}$
b) $f(x) = (-4 + x)^2$
$\mathbb{D} = \{x\,|\,x \leq 4\}$

Quadratische Gleichungen und Ungleichungen

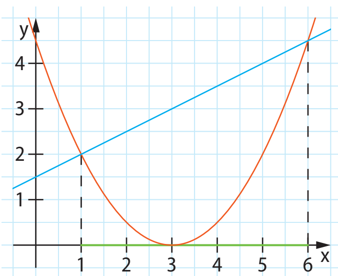
Quadratische Gleichungen in der Normalform
$x^2 + px + q = 0$ lassen sich mit der **Lösungsformel** lösen:
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$
Bei quadratischen Gleichungen kann man die Anzahl der Lösungen an der **Diskriminante D** aus der Lösungsformel ablesen mit $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$.

1 $D > 0$: Es gibt zwei Lösungen.
2 $D = 0$: Es gibt eine Lösung.
3 $D < 0$: Es gibt keine Lösung.

Bei der Lösung **quadratischer Ungleichungen** der Form $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$ bzw. $f(x) = ax^2 + bx + c \leq 0$ kann man zunächst anhand der Nullstellen der zugehörigen Funktion den quadratischen Term in seine **Linearfaktoren** zerlegen. Mit der anschließenden **Fallunterscheidung** bestimmt man die Lösungsmenge.

12 Bestimme die Lösungsmenge auf $\mathbb{R}$.
a) $x^2 - 7x + 21 = 0$
b) $x^2 - 18 = -14$
c) $x^2 - 0{,}25x - 0{,}25 = 0$
d) $4x^2 + 2x + 2 = 0$
e) $3x^2 - 3x + 5 = (x - 1) \cdot (2x + 3)$
f) $(3x + 1)^2 = 24x - 7$

13 **a)** Der grüne Bereich stellt die Lösungsmenge einer Ungleichung dar. Beschreibe den Bereich und gib eine passende Ungleichung an.



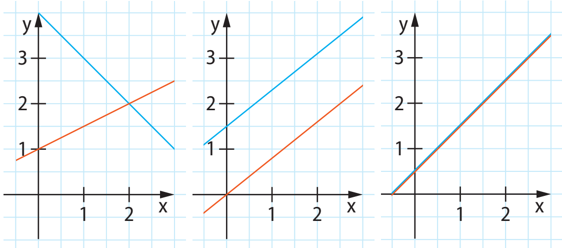
b) Bestimme die Lösungsmenge über $\mathbb{R}$.
1 $x^2 - 9 > 0$
2 $x \cdot (7 - x) > 0$
3 $x^2 - 8x \geq 0$
4 $3 \cdot (x^2 + 8x + 2) < 6$

Lineare Gleichungssysteme

Sollen Zahlenpaare (x | y) **zwei lineare Gleichungen gleichzeitig erfüllen**, so spricht man von einem **linearen Gleichungssystem**.

Es gibt drei Fälle:

1 genau eine Lösung **2** keine Lösung **3** unendlich viele Lösungen



Einsetzungsverfahren

Löst man eine der Gleichungen nach einer Variablen (z. B. y) auf, dann kann man diesen Term in die andere Gleichung einsetzen.

Beispiel **I** $-x - 2y = 3$
II $y = 2x$ einsetzen
II in I $-x - 2 \cdot (2x) = 3$ …

Gleichsetzungsverfahren

Löst man beide Gleichungen nach einer Variablen (z. B. y) auf, dann kann man die Terme gleichsetzen.

Beispiel **I** $y = 2x - 1$ gleich-
II $y = -x + 5$ setzen
I = II $2x - 1 = -x + 5$ …

Additionsverfahren

Man addiert beide Gleichungen, wenn vor einer Variablen betragsgleiche Koeffizienten stehen, die ein unterschiedliches Vorzeichen haben.

Beispiel **I** $2x - 2y = -5$
II $4x + 2y = -7$
I + II $6x = -12$ …

14 Ermittle grafisch die Lösungsmenge.

a) I $2x - y = 2$
II $-x + y = 1$

b) I $2y - x = -3$
II $2x + y = 6$

c) I $3x + 2y = 5$
II $3y = -x - 3$

d) I $6y - 2x = +3$
II $3y - x = -3$

e) I $y - 0{,}5x = 1{,}5$
II $2y - x = 3$

f) I $y - 2x - 3 = 0$
II $x = 0{,}5y + 1{,}5$

15 Bestimme die Lösungsmenge rechnerisch mit einem Verfahren deiner Wahl.

a) I $x = y + 5$
II $x + y = 29$

b) I $2x - 5y = 31$
II $2x = 16 - 10y$

c) I $5y + 32 = 4x$
II $12x - 6y = 42$

d) I $2x + 4y = 10$
II $0{,}5x = 8 - y$

e) I $x - 2y = 6$
II $y + 1 = 0{,}5x - 2$

f) I $22y - 6x + 15 = 0$
II $x = \frac{2}{3}y + 7$

16 Die Nachmittagsvorstellung eines Wanderzirkus (300 Plätze) war zur Hälfte ausverkauft. Finde mithilfe des abgebildeten Preisschilds heraus, wie viele Erwachsene und wie viele Kinder die Vorstellung besucht haben, wenn die Einnahmen für diese Vorstellung 1325 € betrugen. Wie hätten sich die Einnahmen an diesem Nachmittag geändert, wenn anstelle jedes erwachsenen Besuchers ein Kind und anstelle jedes Kinds ein Erwachsener gekommen wäre?

17 In einem rechtwinkligen Dreieck stehen die Längen der Katheten im Verhältnis 3 : 1. Verlängert man beide Katheten um jeweils 2 cm, dann nimmt der Flächeninhalt um 10 cm² zu. Wie lang sind die Katheten?

Quadratische Gleichungssysteme

Die Lösungsmenge eines **quadratischen Gleichungssystems** kann man durch das **Gleichsetzungsverfahren** und mithilfe der **Lösungsformel** bestimmen. Geometrisch entspricht das Vorgehen der Bestimmung der Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen.

18 Bestimme die Schnittpunktskoordinaten auf $\mathbb{R}$.

a) $f_1(x) = -x + 5$
$f_2(x) = x^2 - x + 1$

b) $f_1(x) = 2x^2 + 2x + 2$
$f_2(x) = -x^2 + 5x + 1{,}25$

19 Bestimme die Lösungsmenge.

a) I $y = 0{,}5x + 5$
II $y = x^2 - 2x + 3$

b) I $y = -x^2 + 4$
II $y = x^2 + 4x$

Zusammenhänge im Dreieck

In jedem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel stets 180° (**Innenwinkelsumme**).

Kongruenzsätze für Dreiecke:

Dreiecke sind genau dann kongruent, wenn sie …

- in der Länge aller Seiten übereinstimmen (**sss**).
- in der Länge zweier Seiten und dem Maß des eingeschlossenen Winkels übereinstimmen (**sws**).
- in der Länge einer Seite und dem Maß beider anliegenden Winkel übereinstimmen (**wsw**).
- in der Länge zweier Seiten und dem Maß des der längeren Seite gegenüberliegenden Winkels übereinstimmen (**SsW**).

20 Ermittle die Größen aller Innenwinkel eines Dreiecks ABC. Begründe deine Berechnungen.

a) $\alpha = \beta = \gamma$

b) $\gamma = 5 \cdot \alpha$; $\beta = 3 \cdot \alpha$

21 Konstruiere, wenn möglich, das Dreieck ABC (Planfigur, Zeichnung, Beschreibung). Nenne den verwendeten Kongruenzsatz.

a) $a = 5{,}2$ cm; $c = 3{,}8$ cm; $\beta = 70°$

b) $a = 4{,}8$ cm; $b = 6{,}0$ cm; $c = 7{,}0$ cm

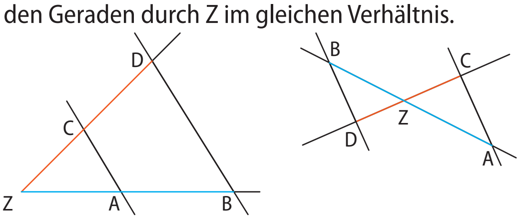
c) $b = 4{,}3$ cm; $\alpha = 57°$; $\gamma = 80°$

d) $a = 5{,}4$ cm; $\gamma = 3\alpha$; $\alpha = 2\beta$

Strahlensätze

1. Strahlensatz

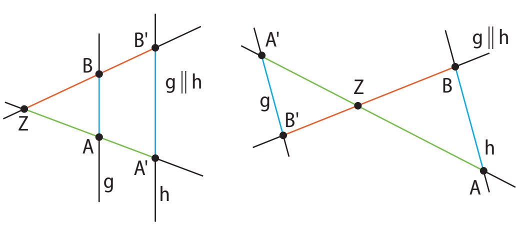
Werden zwei sich in Z schneidende Geraden von zwei Parallelen, die nicht durch Z gehen, geschnitten, dann stehen einander entsprechende Streckenabschnitte auf den Geraden durch Z im gleichen Verhältnis.



Möglichkeiten: $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{ZC}}{\overline{ZD}}$; $\frac{\overline{ZA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{ZC}}{\overline{CD}}$

2. Strahlensatz

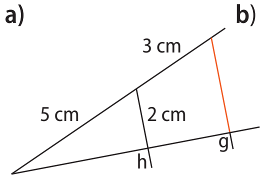
Werden zwei sich in Z schneidende Geraden von zwei Parallelen, die nicht durch Z gehen, geschnitten, dann ist das Verhältnis der Streckenabschnitte auf den Parallelen gleich dem Verhältnis der Streckenabschnitte auf den Geraden durch Z.



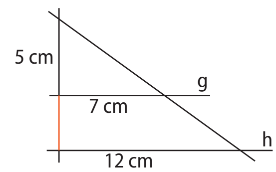
Möglichkeiten: $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}} = \frac{\overline{ZB}}{\overline{ZB'}}$; $\frac{\overline{ZA}}{\overline{ZA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

22 Bestimme die Länge der rot markierten Strecken ($g \parallel h$).

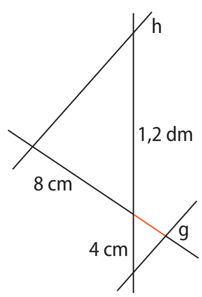
a)



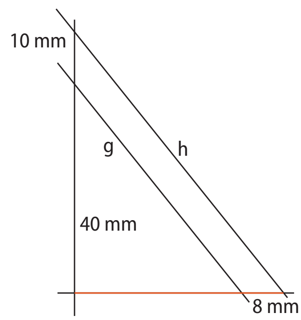
b)



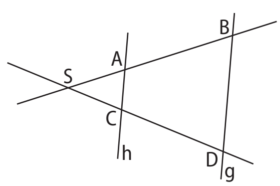
c)

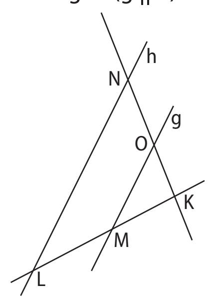


d)



23 Ergänze im Heft die Verhältnisgleichungen ($g \parallel h$).



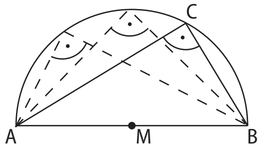


a) $\frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} = \frac{\overline{SA}}{\square}$ **b)** $\frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\square}{\overline{BD}}$ **c)** $\frac{\overline{AC}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{BD}}{\square}$

d) $\frac{\overline{LN}}{\overline{NK}} = \frac{\square}{\overline{OK}}$ **e)** $\frac{\overline{LK}}{\overline{NK}} = \frac{\overline{KM}}{\square}$ **f)** $\frac{\overline{OK}}{\square} = \frac{\square}{\overline{NL}}$

Satz des Thales

Liegt der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis („**Thaleskreis**“) über der Strecke $\overline{AB}$ ($C \notin \overline{AB}$), dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.



24 Zeichne fünf verschiedene rechtwinklige Dreiecke ABC_1, ABC_2, ... und ABC_5 mit gemeinsamer Hypotenuse $\overline{AB}$ der Länge 8,5 cm.

25 Konstruiere jeweils ein rechtwinkliges Dreieck ABC aus den gegebenen Bestimmungsstücken.

a) $a = 5\text{ cm} = b$; $\gamma = 90°$

b) $a = 5\text{ cm}$; $c = 7\text{ cm}$; $\gamma = 90°$

Satz des Pythagoras

Der Satz des Pythagoras in der Ebene

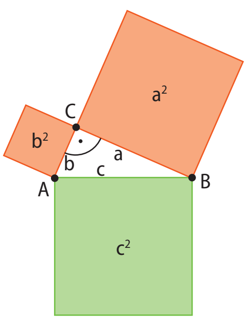
In einem rechtwinkligen Dreieck hat das Quadrat über der Hypotenuse den gleichen Flächeninhalt wie die Quadrate über den Katheten zusammen.

Allgemein gilt:

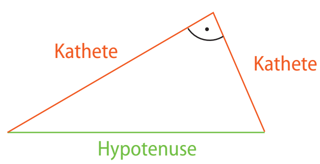
Kathetenlänge² + Kathetenlänge² = Hypotenusenlänge²

Mit den Bezeichnungen in der Abbildung gilt kurz:

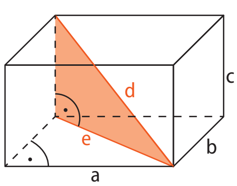
$a^2 + b^2 = c^2$

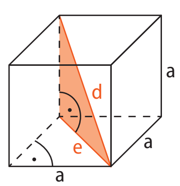


Die Hypotenuse liegt dem rechten Winkel gegenüber.



Der Satz des Pythagoras in Körpern





In Quadern:

Flächendiagonale

$e^2 = a^2 + b^2$

$e = \sqrt{a^2 + b^2}$

Raumdiagonale

$d^2 = e^2 + c^2$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

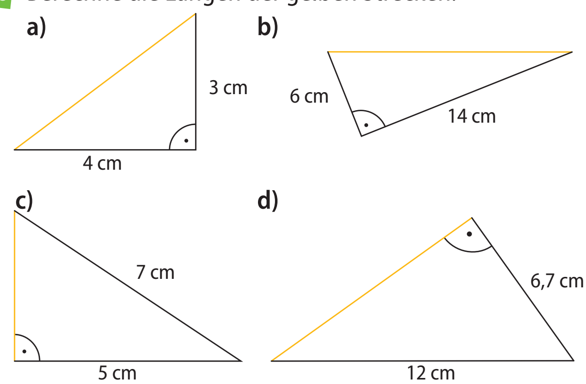
$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Bei Würfeln gilt speziell:

$e = a \cdot \sqrt{2}$

$d = a \cdot \sqrt{3}$

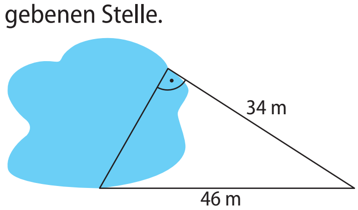
26 Berechne die Längen der gelben Strecken.



27 Übertrage die Tabelle in dein Heft und berechne die fehlenden Werte.

Länge von ...	a)	b)	c)	d)
Kathete 1	12 cm	7 cm	8 dm	
Kathete 2	9 cm	24 cm		240 dm
Hypotenuse			17 dm	26 m

28 Bestimme rechnerisch die Breite des Sees an der angegebenen Stelle.



29 Wie lang ist die Raumdiagonale eines Würfels mit der Kantenlänge a = 5 cm? Zeichne zunächst ein Schrägbild dieses Körpers.

Statistische Kennwerte: Lage- und Streumaße

- **arithmetisches Mittel $\bar{x}$:**
  $\bar{x} = \frac{\text{Summe aller Einzelwerte}}{\text{Anzahl der Einzelwerte}}$
- **Median** (Zentralwert): mittlerer Wert in einer der Größe nach geordneten Liste von Daten
- **Modalwert**: Wert mit der größten absoluten Häufigkeit
- Die **Spannweite** errechnet sich als Differenz zwischen dem größten Wert einer Datenmenge (**Maximum**) und dem kleinsten Wert (**Minimum**).

30 Gegeben ist die Menge M = {1; 2; ...; 7; 8}.

a) Wähle fünf Zahlen aus M so aus, dass ihr arithmetisches Mittel 4 und ihr Median 3 ist.

b) Erkläre, wie groß das arithmetische Mittel von fünf Zahlen aus M höchstens sein kann, wenn der Median 3 ist.

31 Bei einem Wettbewerb haben sieben von acht Teilnehmern 350, 348, 356, 348, 349, 345 und 352 Punkte erreicht. Gib an, wie viele Punkte der achte Teilnehmer hat, wenn sich als Durchschnittswert 349 Punkte ergeben.

Laplace-Wahrscheinlichkeit

Bei einem Zufallsexperiment kann jedem Ereignis eine **Wahrscheinlichkeit** zugeordnet werden. Man schreibt:
P (E) „Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E"
Liegt ein Laplace-Experiment vor, dann gilt:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Im Gegenereignis $\bar{E}$ sind alle Ergebnisse enthalten, die nicht zu E gehören. Die Wahrscheinlichkeit von $\bar{E}$ lässt sich daher wie folgt ermitteln:
$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$

32 Die Tabelle zeigt das Alter der Schülerinnen und Schüler in der 10b.

Alter	15	16	17	18
Mädchen	2	2	6	1
Junge	6	7	1	0

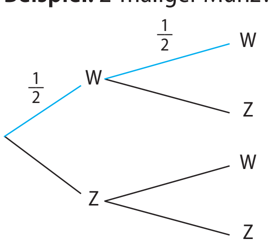
Unter allen Schülerinnen und Schülern wird eine Kinokarte verlost. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt sie …

a) ein 15-jähriger Junge?

b) eine Schülerin, die älter als 15 Jahre ist?

Mehrstufige Zufallsexperimente

Zufallsexperimente, die aus mehreren Teilexperimenten bestehen, werden als **zusammengesetzte Zufallsexperimente** bezeichnet.
Beispiel: 2-maliger Münzwurf

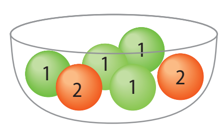


$P(WW) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
Jeder Pfad entspricht einem Ergebnis.

Bei Baumdiagrammen erhält man die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis durch Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades. (**1. Pfadregel**)

Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis ergibt sich aus der Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade, die zu diesem Ereignis gehören. (**2. Pfadregel**)

33 Aus der abgebildeten Urne wird dreimal ohne Zurücklegen je eine Kugel gezogen.



a) Zeichne ein Baumdiagramm.

b) Überlege dir selbst mögliche Aufgabenstellungen, zu deren Lösung die Anwendung der 1. Pfadregel und der 2. Pfadregel nötig ist.

34 Aus den verdeckt liegenden Zahlenkarten werden zwei zufällig ausgewählt und die beiden darauf stehenden Zahlen addiert.

$-1{,}5$ $\quad \frac{2}{3}$ $\quad \frac{3}{2}$ $\quad -\frac{1}{3}$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Summenwert positiv (negativ, null) ist?