2 Terme und Gleichungen

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:

Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K3

- Im Uhrzeigersinn sind ein rotes Quadrat, ein grünes Rechteck, ein blaues Quadrat und ein grünes Rechteck angeordnet. Die beiden grünen Rechtecke besitzen die gleichen Seitenlängen. Die grünen Rechtecke liegen mit der längeren Seite jeweils an einer Seite des roten Quadrats an. Diese Seitenlängen stimmen überein. Mit den kürzeren Seiten liegen die Rechtecke an zwei Seiten des blauen Quadrats an. Auch diese Seitenlängen stimmen überein.

  Die kleineren Quader ergeben einen großen Würfel, bei dem jede Seite dasselbe Muster aufweist.

K3

a^2 blau	$a \cdot b$ grün
$a \cdot b$ grün	b^2 rot

  $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

  Man kann die Flächeninhalte von blauem und rotem Quadrat sowie der beiden grünen Rechtecke addieren. Alternativ kann man auch die beiden Klammern ausmultiplizieren.

  $(a + b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3\,a^2\,b + b^3$

  Man kann die Volumina von je einem blauen und roten Würfel, drei Quadern mit Seitenlängen a, a und b sowie drei Quadern mit Seitenlängen a, b und b addieren. Alternativ kann man auch die drei Klammern ausmultiplizieren.

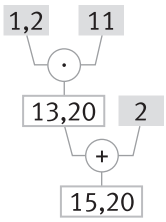
Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.

Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

2 Das kann ich schon ...

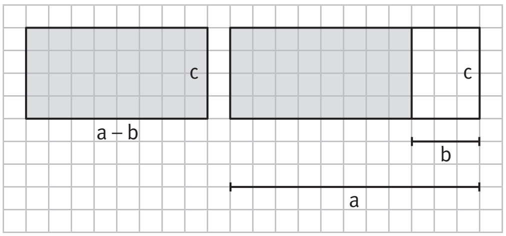
KX **1** Der erste Rechenbaum stimmt:



Preis/km:	1,20 €
Kilometerzahl:	11
Fahrtkosten:	13,20 €
Grundgebühr:	2 €
Gesamtpreis:	15,20 €

KX **2** **a)** $u = 2 \cdot (a + 5) + 2a = 4a + 10$
$u = 2 \cdot (a - 3) + 2a = 4a - 6$
b) $u = 2 \cdot \left(a + \frac{1}{2}a\right) = 3a$
c) $u = 6a$

KX **3** **a)** Ein Rechteck der Länge a + b und Breite c hat den Flächeninhalt $(a + b) \cdot c$. Dieses Rechteck kann in zwei kleinere Rechtecke zerteilt werden: ein Rechteck mit Länge a und Breite c und ein anderes mit Länge b und Breite c.
Die Summe der Flächeninhalte der kleineren Rechtecke $(a \cdot c) + (b \cdot c)$ ist dem Flächeninhalt des großen Rechtecks gleich. Letztlich verbirgt sich das Distributivgesetz dahinter.
b) $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$



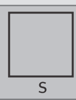
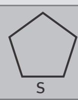
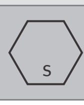
KX **4** **a)** $2 \cdot (x + y) - 3x = 2x + 2y - 3x = 2y - x$
b) $(4a - 3) \cdot 5 + 8 = 20a - 15 + 8 = 20a - 7$
c) $\frac{1}{2} \cdot (e - 2) + (f - 1) \cdot 7 = \frac{1}{2}e - 1 + 7f - 7 = \frac{1}{2}e + 7f - 8$
d) $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}s + 4t\right) - 3s = \frac{1}{8}s + t - 3s = -2\frac{7}{8}s + t = -2{,}875s + t$
e) $(a + b) \cdot 3 + 4 \cdot (a - b) = 3a + 3b + 4a - 4b = 7a - b$
f) $5k - (0{,}7m - 3k) = 5k - 0{,}7m + 3k = 8k - 0{,}7m$

KX **5** **a)** 1 **b)** 4 **c)** 1 **d)** 13 **e)** 18 **f)** 9 **g)** 5 **h)** 19 **i)** $\frac{25}{2}$

KX **6** $x^2 : 3 = 2x + 9 \qquad \mathbb{D} = \mathbb{N}$
$x = 9$

Kap. 2.1

K3 **Regelmäßigkeiten**

				
Anzahl der Ecken	3	4	5	6
Innenwinkelsumme	180°	360°	540°	720°
Umfang	3s	4s	5s	6s
Anzahl der Diagonalen	0	2	5	9

Kap. 2.2

Multiplikation mal anders

K6 ■ Es sind individuelle Lösungen möglich.

K6 ■ Hilfreich ist es, die Multiplikation nach folgendem Schema zu notieren:

	Differenzen zu 100 ↓			Differenzen zu 1000 ↓
97	3		998	2
	·			·
89	11		889	111
86	33		887	222

K6 ■ Letztlich steckt das Distributivgesetz dahinter, was man beispielsweise anhand der ersten Rechnung zeigen kann:
$97 \cdot 89 = (100 - 3) \cdot (100 - 11) = 10\,000 - 1100 - 300 + 33 = 8600 + 33$

K6 ■ Es sind individuelle Lösungen möglich.

Kap. 2.3

Kx **Alles klar?**

Mia argumentiert richtig, denn sie beachtet jede mögliche Multiplikation der Variablen, die in den Klammern stehen. Dies muss man tun, da $(e + f)^2 = (e + f) \cdot (e + f)$. Multipliziert man unter Anwendung des Distributivgesetztes die Klammern aus, erhält man die von Mia ermittelte Gleichung.
Marvin argumentiert falsch, denn für $f = 0$ stimmt die Gleichung zwar. Aber abgesehen von diesem Spezialfall führt seine Gleichung zu einem Widerspruch.

Kap. 2.4

Alles im Gleichgewicht

K2
- Ein möglicher Zugang zur Lösung der Aufgabe ist der über Gleichungen: Für jede Waage stellt man eine Gleichung auf und versucht durch geschicktes Eliminieren der Variablen „Orange“, „Birne“ und „Möhre“ eine Gleichung zu erhalten, in der nur noch „Zitrone“ und „Erdbeere“ vorkommen.

  Erdbeere: e Orange: o Birne: b Möhre: m Zitrone: z

  1 $2e + o = b$ 2 $m = e + b$ 3 $o + z = 2e + m$

  Ein mögliches Vorgehen zur Elimination der Variablen ist folgendes:

  3 ergibt: $z = 2e + m - o$

  2 eingesetzt ergibt: $z = 2e + e + b - o = 3e + b - o$

  1 ergibt: $b - o = 2e$

  Eingesetzt: $z = 3e + 2e = 5e$

K2
- Die Lösung ist eindeutig: Fünf Erdbeeren wiegen so viel wie eine Zitrone.

Kap. 2.5

Bruch-ABC

K1
- Hier kann der Umgang mit einem Tabellenkalkulationsprogramm geübt werden.

K1
- Der Term $\frac{a-1}{b}$ nimmt für $a, b \in \mathbb{N}$ $(a, b \neq 0)$ immer den kleinsten Wert an, was man durch Umformungen zeigen kann. Man kann alle Terme mit „dem Ausgangsterm“ $\frac{a}{b}$ vergleichen.

  $\frac{a+1}{b} = \frac{a}{b} + \frac{1}{b} > \frac{a}{b}$

  $\frac{a-1}{b} = \frac{a}{b} - \frac{1}{b} < \frac{a}{b}$

  $\frac{10a+1}{10b} = \frac{a}{b} + \frac{1}{10b} > \frac{a}{b}$

  $\frac{10a-1}{10b} = \frac{a}{b} - \frac{1}{10b} < \frac{a}{b}$

  Ein Vergleich der Terme $\frac{a-1}{b} = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}$ und $\frac{10a-1}{10b} = \frac{a}{b} - \frac{1}{10b}$ ergibt: $\frac{a-1}{b} < \frac{10a-1}{10b}$.

Kap. 2.5

Einfach rätselhaft

Kx
- Die Formel für die Berechnung ist: $a + 2a = 3a = 12$. Wir wollen wissen wie groß a ist, denn a steht für die Zeit in Stunden. Also teilen wir beide Seiten durch 3 und erhalten $a = 4$.

Kx
- Wir betrachten hier 3 Gleichungen, als erstes die für die erste Person alleine, als zweites die für beide Personen zusammen und als drittes die für die zweite Person alleine. Dabei sind x und y die Anteile vom Eimer, die die jeweiligen Personen am Tag trinken und a ist die Anzahl der Tage, die die zweite Person für einen Eimer braucht.

  1 $21x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{21}$

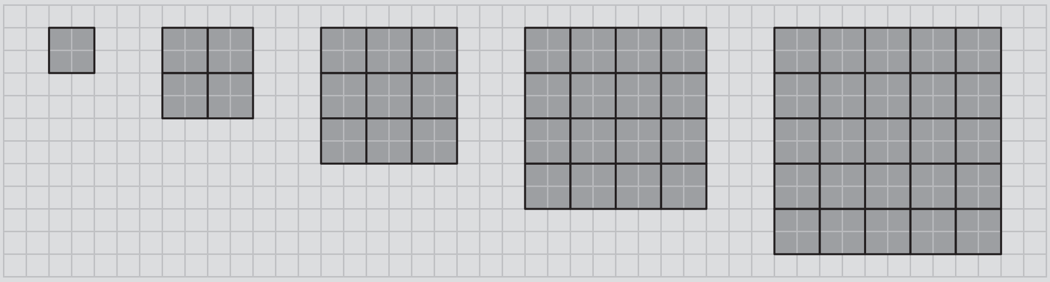
  2 $14 \cdot (x + y) = 1 \Rightarrow x + y = \frac{1}{14} \Rightarrow y = \frac{1}{14} - x = \frac{1}{14} - \frac{1}{21} = \frac{1}{42}$

  3 $a \cdot y = 1 \Rightarrow a \cdot \frac{1}{42} = 1 \Rightarrow a = 42$

  Demnach braucht die zweite Person alleine 42 Tage für einen Eimer.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 46

Entdecken

KX ■


Schritt	1	2	3	4	5
Flächeninhalt	1 cm^2	4 cm^2	9 cm^2	16 cm^2	25 cm^2

KX ■ Der Term ist x^2, wobei x der jeweilige Schritt ist. Der Flächeninhalt wird also berechnet, indem man die jeweilige Schrittzahl quadriert.

KX ■ $10^2 = 100$; $12^2 = 144$; $15^2 = 225$

Nachgefragt

KX ■ Man kann nur gleichartige Terme zusammenfassen, da unterschiedliche Terme unterschiedliche Variablen und dadurch unterschiedliche Werte haben können.
Beispiel für x = 4 und y = 3:
$x + x + x + x = 4x = 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \cdot 4 = 16 \neq 2x + 2y = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 14$

KX ■ Für x und y dürfen gleiche Zahlen eingesetzt werden, dann sind aber x und y auch gleich, sodass $x + y = x + x = y + y = 2x = 2y$. Wenn x und y verschieden sein sollen, dann dürfen also auch nicht die gleichen Zahlen für x und y eingesetzt werden.

Aufgaben

K5 **1** **a)** $2 + 5 = 7$ (O); $11 + 5 = 16$ (A)
b) $0 + 3 = 3$ (I); $23 + 3 = 26$ (U)
c) $5 - (-8) + 10 = 23$ (N); $5 - \frac{2}{3} + 10 = 14\frac{1}{3}$ (N)
d) $\frac{3}{2} \cdot \left|4\frac{1}{2}\right| + 5 = 11\frac{3}{4}$ (O); $\frac{3}{2} \cdot (-6) + 5 = -4$ (E)
e) $(-2)^3 = -8$ (R); $5^3 = 125$ (S)
f) $2{,}5 \cdot (2{,}5 - 2) = 1{,}25$ (G); $-3 \cdot (-3 - 2) = 15$ (T)
g) $\frac{9^3}{9^2} = 9$ (M)

$-8 <$	$-4 <$	$1{,}25 <$	$3 <$	$7 <$	$9 <$	$11\frac{3}{4} <$	$14\frac{1}{3} <$	$15 <$	$16 <$	$23 <$	$26 <$	125
R	E	G	I	O	M	O	N	T	A	N	U	S

Lösungswort: REGIOMONTANUS

K3 **2** **a)** $3 \cdot x$ **b)** x^2 **c)** $2 \cdot x + 3$ **d)** $x^2 + 5$

K 1 **3** Neben den aufgeführten Umformungsschritten sind auch andere Umformungsschritte möglich.
K: Kommutativgesetz A: Assoziativgesetz D: Distributivgesetz

a) $5a - 2a + a \overset{A}{=} (5a - 2a) + a = 3a + a = 4a$

b) $4z^2 - 3z^2 + z^2 + 3z^2 \overset{K,\,A}{=} 4z^2 + z^2 - 3z^2 + 3z^2 \overset{A}{=} (4z^2 + z^2) + (3z^2 - 3z^2) = 5z^2$

c) $(3a + 2b) + 5a \overset{K}{=} (3a + 5a) + 2b = 8a + 2b$

d) $-7y - 5y - 23y \overset{K}{=} -5y - 7y - 23y \overset{A}{=} -5y - 30y = -35y$

e) $51c^2 - 9c + 3c^2 \overset{K}{=} 51c^2 + 3c^2 - 9c \overset{A}{=} 54c^2 - 9c \overset{D}{=} 9c \cdot (6c - 1)$

f) $3x + (8x + 16) \overset{A}{=} (3x + 8x) + 16 = 11x + 16$

g) $5y - 7y^2 + 1{,}5y \cdot y \overset{A}{=} 5y - 5{,}5y^2 \overset{D}{=} 5y \cdot (1 - 1{,}1y)$

h) $\left(\frac{1}{2}p + 2\frac{1}{2}q\right) + 1\frac{1}{2}q \overset{A}{=} \frac{1}{2}p + \left(2\frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}q\right) = \frac{1}{2}p + 4q$

i) $-3e \cdot e + 3f - 3e^2 + \frac{1}{2}f \overset{K}{=} -3e^2 - 3e^2 + 3f + \frac{1}{2}f = -6e^2 + 3\frac{1}{2}f$

K 3 **4**

	x	-4	-1	0	2
a)	$(x + 7) - 12 = x - 5$	-9	-6	-5	-3
b)	$(2x)^2 : 4 = 4x^2 : 4 = x^2$	16	1	0	4
c)	$5x + x^2$	-4	-4	0	14

K 3 **5** Lösungsmöglichkeiten:

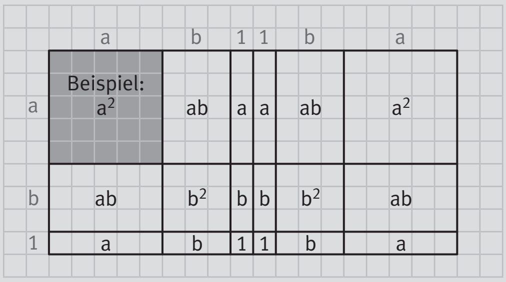
a) $u_1(a) = 4 \cdot (2a + a + a)$ $u_2(a) = 16a$
b) $u_1(b) = 12 \cdot 2b$ $u_2(b) = 24b$
c) $u_1(c) = 2 \cdot (c + 3c + 1 + c)$ $u_2(c) = 10c + 2$
d) $u_1(d) = 2 \cdot (2d - 0{,}5) + 4 \cdot (d + 0{,}5) + 2d$ $u_2(d) = 10d + 1$

K 5 **6** **a)** $-2a + 15$ **b)** $-8a + 4b + 8$
c) $-10x + 7y + 9{,}5xy$ **d)** $3{,}8x - 8{,}9z - 0{,}9$
e) $2{,}6a + 6{,}2c - 1{,}5ac$ **f)** $2x$
g) $20{,}5x^2 - 7{,}3x^2y - 2{,}7xy^2$ **h)** $8{,}9s^2t^2 + 1{,}5s^2t - 3{,}3st^2$

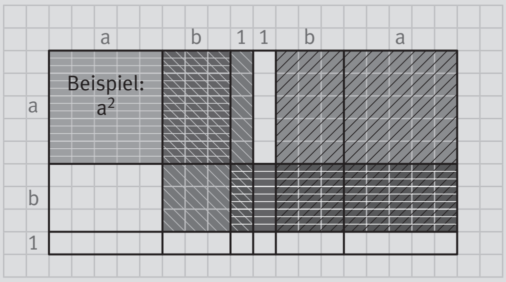
Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 46

Entdecken

Kx ■



Kx ■



Kx ■ Äquivalente Terme:

1. $a \cdot (a + b) = a^2 + ab$
2. $(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. $(b + 1) \cdot (b + a) = b^2 + ab + b + a$
4. $b \cdot (1 + b + a) = b^2 + ab + b$

Kx ■ Produkte von Termen können in Einzelprodukte zerlegt werden, die dann aufsummiert werden. Dabei wird jeder Summand eines Faktors mit jedem Summanden des anderen Faktors multipliziert und anschließend werden alle Einzelprodukte aufsummiert.
Also $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$
Bsp.: $(2 + 3) \cdot (4 + 5) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 8 + 10 + 12 + 15 = 45$

Nachgefragt

K1 ■ Es muss ein gemeinsamer Faktor gefunden und ausgeklammert werden.

K1 ■ Richtig ist: $6ab + a = a \cdot (6b + 1)$. Es muss jeder Summand durch den gemeinsamen Faktor (hier a) geteilt werden: $6ab + a = a \cdot 6b + a \cdot 1 = a \cdot (6b + 1)$.

Kx ■ … das Pluszeichen einfach weggelassen werden.
… das Minuszeichen nicht einfach weg gelassen werden, denn dann muss jedes Element aus der Klammer mit –1 multipliziert werden.

Aufgaben

K5 **1** **a)** $28x + 14$ **b)** $-15b + 5a$ **c)** $3{,}4c + 1{,}7a$
d) $2x^2 + 5x$ **e)** $9z^2 + 12z$ **f)** $2k^2 + \frac{1}{3}k$
g) $-3l^2 + 9l$ **h)** $9km - 0{,}6lm$ **i)** $-0{,}6s + 0{,}9t$

K5 **2** **a)** $x \cdot \left(\frac{1}{2}a + 3 - 7y\right)$ **b)** $ab \cdot (ac - b + 3{,}2c)$ **c)** $2m \cdot (3n + 2k + 4)$
d) $s^2 \cdot (2{,}5f - 1{,}5t + 12)$ **e)** $7r \cdot (-5s + 3 - 7s^2)$ **f)** $0{,}3g \cdot (4h + 1 - 5k)$
g) $\frac{1}{3}d \cdot (2d - 4c + 3)$ **h)** $0{,}8kl^2 \cdot (k - 2 + 1{,}25m)$ **i)** $x^2y \cdot (1{,}9x - 4{,}6y + y^2)$

K6 **3 a)** 1 Berechnen der vier Teilflächen und Addition dieser Teilflächen.

2 Bestimmung der Gesamtlänge und der Gesamtbreite durch Addition von je zwei Seitenlängen und anschließendes Berechnen der Gesamtfläche durch Multiplikation von Gesamtlänge und Gesamtbreite.

b) 1 $A_1 = (4{,}5\,cm \cdot 12{,}5\,cm) + (2\,cm \cdot 12{,}5\,cm) + (4{,}5\,cm \cdot 2{,}5\,cm) + (2\,cm \cdot 2{,}5\,cm)$
$= 56{,}25\,cm^2 + 25\,cm^2 + 11{,}25\,cm^2 + 5\,cm^2$
$= 97{,}5\,cm^2$

$A_2 = (4{,}5\,cm + 2\,cm) \cdot (12{,}5\,cm + 2{,}5\,cm)$
$= 6{,}5\,cm \cdot 15\,cm$
$= 97{,}5\,cm^2$

2 $A_1 = (3{,}5\,cm \cdot x\,cm) + (1{,}2\,cm \cdot x\,cm) + (3{,}5\,cm \cdot 7{,}3\,cm) + (1{,}2\,cm \cdot 7{,}3\,cm)$
$= 3{,}5 \cdot x\,cm^2 + 1{,}2 \cdot x\,cm^2 + 25{,}55\,cm^2 + 8{,}76\,cm^2$
$= 4{,}7x\,cm^2 + 34{,}31\,cm^2$

$A_2 = (3{,}5\,cm + 1{,}2\,cm) \cdot (x\,cm + 7{,}3\,cm)$
$= 4{,}7\,cm \cdot (x\,cm + 7{,}3\,cm)$
$= 4{,}7x\,cm^2 + 34{,}31\,cm^2$

3 $A_1 = (a\,cm \cdot 2{,}9\,cm) + (1{,}8\,cm \cdot 2{,}9\,cm) + (a\,cm \cdot b\,cm) + (1{,}8\,cm \cdot b\,cm)$
$= 2{,}9a\,cm^2 + 5{,}22\,cm^2 + ab\,cm^2 + 1{,}8b\,cm^2$

$A_2 = (a\,cm + 1{,}8\,cm) \cdot (2{,}9\,cm + b\,cm)$
$= 2{,}9a\,cm^2 + ab\,cm^2 + 5{,}22\,cm^2 + 1{,}8b\,cm^2$

K5 **4 a)** $(x + 2) \cdot (x + 3)$
$= x^2 + 3x + 2x + 6$
$= x^2 + 5x + 6$

·	x	3
x	x^2	3x
2	2x	6

b) $(r + s) \cdot (r - 1)$
$= r^2 - r + rs - s$

·	r	–1
r	r^2	–r
s	rs	–s

c) $(-2a + 5) \cdot (1{,}2y - 0{,}4)$
$= -2{,}4ay + 0{,}8a + 6y - 2$

·	1,2y	–0,4
–2a	–2,4ay	0,8a
5	6y	–2

d) $(-2x + 7) \cdot (x - y)$
$= -2x^2 + 2xy + 7x - 7y$

·	x	–y
–2x	$-2x^2$	2xy
7	7x	–7y

e) $\left(0{,}4k - \frac{2}{3}\right) \cdot (-l + 8)$
$= -0{,}4kl + 3{,}2k + \frac{2}{3}l - 5\frac{1}{3}$

·	–l	8
0,4k	–0,4kl	3,2k
$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}l$	$-5\frac{1}{3}$

f) $(-3{,}2a + 0{,}5b) \cdot (a - 2b)$
$= -3{,}2a^2 + 6{,}4ab + 0{,}5ab - b^2$
$= -3{,}2a^2 + 6{,}9ab - b^2$

·	a	–2b
–3,2a	$-3{,}2a^2$	6,4ab
0,5b	0,5ab	$-b^2$

g) $(1{,}4y + 1{,}8) \cdot (-x + y)$
$= -1{,}4xy + 1{,}4y^2 - 1{,}8x + 1{,}8y$

·	–x	y
1,4y	–1,4xy	$1{,}4y^2$
1,8	–1,8x	1,8y

h) $(-s^2 + 2t) \cdot (s - 0{,}6)$
$= -s^3 + 0{,}6s^2 + 2ts - 1{,}2t$

·	s	–0,6
$-s^2$	$-s^3$	$0{,}6s^2$
2t	2ts	–1,2t

i) $(2k - t^2) \cdot (1{,}6 - 0{,}3t)$
$= 3{,}2k - 0{,}6kt - 1{,}6t^2 + 0{,}3t^3$

·	1,6	–0,3t
2k	3,2k	–0,6kt
$-t^2$	$-1{,}6t^2$	$0{,}3t^3$

K5 **5** 1 **a)**

·	$\boxed{x}$	5
x	x^2	$\boxed{5x}$
$\boxed{3}$	$\boxed{3x}$	15

b) $(x + 3) \cdot (x + 5) = x^2 + 8x + 15$

2 **a)**

·	3a	$\boxed{b}$
$\boxed{2}$	6a	$\boxed{2b}$
5b	$\boxed{15ab}$	$5b^2$

b) $(2 + 5b) \cdot (3a + b) = 6a + 2b + 15ab + 5b^2$

3 **a)**

·	4k	$\boxed{2l}$
$\boxed{4k}$	$16k^2$	$\boxed{8kl}$
$\boxed{\frac{1}{2}l}$	2kl	l^2

b) $\left(4k + \frac{1}{2}l\right) \cdot (4k + 2l) = 16k^2 + 10kl + l^2$

4 **a)**

·	2x	$\boxed{8y}$
$\boxed{\frac{7}{2}x}$	$7x^2$	$\boxed{28xy}$
$\frac{1}{4}y$	$\boxed{\frac{1}{2}xy}$	$2y^2$

b) $\left(\frac{7}{2}x + \frac{1}{4}y\right) \cdot (2x + 8y) = 7x^2 + 28\,\frac{1}{2}xy + 2y^2$

5 **a)**

·	$\boxed{-4x}$	−6
−x	$4x^2$	$\boxed{6x}$
$\boxed{-y}$	$\boxed{4xy}$	6y

b) $(-x - y) \cdot (-4x - 6) = 4x^2 + 6x + 4xy + 6y$

6 **a)**

·	$-\frac{2}{5}x$	$\frac{3}{4}z$
$\boxed{y}$	$-\frac{2}{5}xy$	$\boxed{\frac{3}{4}yz}$
$\boxed{-4z}$	$\boxed{\frac{8}{5}xz}$	$-3z^2$

b) $(y - 4z) \cdot \left(-\frac{2}{5}z + \frac{3}{4}x\right) = -\frac{2}{5}xy + \frac{3}{4}yz + \frac{8}{5}xz - 3z^2$

K5 **6** **a)** $-(2x - 4{,}5) = (-1) \cdot (2x - 4{,}5) = -2x + 4{,}5$

1 Ein Minus vor einer Klammer bedeutet nichts anderes als mal (–1).

2 Wenn man den Term in der Klammer mit (–1) multipliziert, ändern sich die Vorzeichen (= Ausmultiplizieren).

b) 1 $4{,}3x - 2{,}6$ 2 $-\frac{1}{7}s - 0{,}8$ 3 $2{,}8a^2 + 1{,}9a$

4 $-8x^2 - \frac{1}{5}x$ 5 $-\frac{2}{5}b - \frac{3}{4}c$ 6 $-5x - 15$

7 $-\frac{5}{2}a - ab^2 - 1$ 8 $-15y - 4{,}5$ 9 $-31x - \frac{8}{5}y$

10 $-z + 3z^2$ 11 $10y - xy$ 12 $-12x - 17z$

K5 **7** **a)** $2 \cdot \left(\frac{1}{24}u + \frac{2}{5}v\right) = \frac{1}{12}u + 0{,}8v$ **b)** $3{,}5ab + 14a^2b = 7ab \cdot \left(\frac{1}{2} + 2a\right)$

c) $125r : 5 + 2r + 3 = 27r + 3$ **d)** $81p - 15q = 3 \cdot (27p - 5q)$

e) $9 \cdot \frac{4}{3}q + \frac{2}{9} = 12q + \frac{2}{9}$ **f)** $4x^3 + 2{,}5x^2 - x = x \cdot (4x^2 + 2{,}5x - 1)$

K6 **8** **a)** $2x - 4y + 8r - 2 = 2 \cdot (x - 2y + 4r)$ → Richtig: $2 \cdot (x - 2y + 4r - 1)$

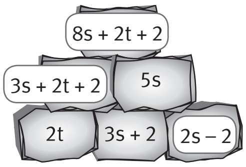
b) $(3x - 2) \cdot (x + 4) = 3x^2 - 2x + 12x + 8 = 3x^2 + 14x + 8$ → Richtig: $3x^2 - 2x + 12x - 8 = 3x^2 + 10x - 8$

c) $8 \cdot \left[b + \frac{3}{4}a\right] - (b + 3) = 8b + 6a - b + 3 = 6a + 7b + 3$ → Richtig: $8b + 6a - b - 3 = 6a + 7b - 3$

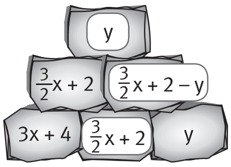
d) $-8x^2y + 4xy - 12xy^2 = -4xy \cdot (2x - 1 + 3y^2) = -4xy \cdot (2x + 3y^2 + 1)$
→ Richtig: $-4xy \cdot (2x - 1 + 3y) = -4xy \cdot (2x + 3y - 1)$

K5 **9** **a)** $x^2 - 4x + 5x - 20 = x^2 + x - 20$
b) $xy - 2x^2 + y^2 - 2xy = -2x^2 - xy + y^2$
c) $36 - 6y - 6x + xy$
d) $2x^2 - 6x - 6x + 18 = 2x^2 - 12x + 18$
e) $-2x^2 + 10xy + 3xy - 15y^2 = 2x^2 + 13xy - 15y^2$
f) $22x^2 - 6{,}6xy + 10{,}4x - 3{,}12y$
g) $4\frac{1}{10}xy - 8\frac{1}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{6}{5}$
h) $-1{,}3x^2 + xy + 1{,}69xy - 1{,}3y^2 = -1{,}3x^2 + 2{,}69xy - 1{,}3y^2$
i) $\frac{1}{10}x^3 - \frac{1}{2}x^2y - \frac{4}{5}x^2 + 4xy$

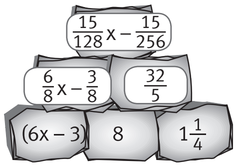
K5 **10** **a)** Addition



b) Subtraktion



c) Division



K3 **11** $A = (2a \cdot a) + (3a \cdot a) = 2a^2 + 3a^2 = 5a^2$
Für $A = 180\,m^2 \rightarrow a = 6\,m \rightarrow 2a = 12\,m \rightarrow 3a = 18\,m$

K3 **12** **a)** $9a + 11b + 8c$
b) $9a + 11b + 8c = 9 \cdot (2b + 4\,cm) + 11b + 8 \cdot (b + 2\,cm)$
$= 18b + 36\,cm + 11b + 8b + 16\,cm$
$= 37b + 52\,cm$
c) $b = 8$: $37 \cdot 8\,cm + 52\,cm = 348\,cm$
Der Draht muss mindestens 348 cm lang sein, damit jede Kante abgedeckt ist. Für Verschnitt oder Lötstellen muss der Draht evtl. etwas länger sein.

K2 **13** **a)** Anhand der ersten Spalte lässt sich der erste Term ablesen und anhand der ersten Zeile der zweite. Nun wird alles einzeln multipliziert und die Ergebnisse werden von oben nach unten und von links nach rechts addiert.

b) 1

·	3a	b	–8
2a	$6a^2$	2ab	–16a
–3b	–9ab	$-3b^2$	24b
7	21a	7b	–56

$(2a - 3b + 7) \cdot (3a + b - 8)$
$= 6a^2 + 2ab - 16a - 9ab - 3b^2 + 24b + 21a + 7b - 56$
$= 6a^2 - 7ab + 5a - 3b^2 + 31b - 56$

2

·	x	–y	4
–x	$-x^2$	xy	–4x
4y	4xy	$-4y^2$	16y
z	xz	–yz	4z

$(-x + 4y + z) \cdot (x - y + 4)$
$= -x^2 + xy - 4x + 4xy - 4y^2 + 16y + zx - zy + 4z$
$= -x^2 + 5xy - 4x - 4y^2 + 16y + xz - yz + 4z$

c)

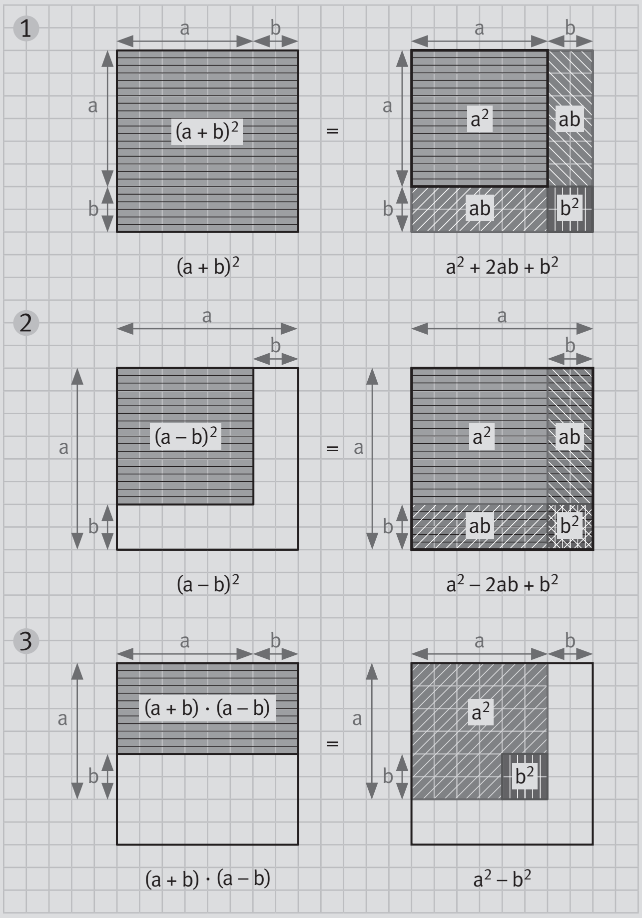
·	x	–3	y
2x	$2x^2$	–6x	2xy
4	4x	–12	4y

$2x^2 - 6x + 2xy + 4x - 12 + 4y = 2x^2 - 2x + 2xy + 4y - 12$

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 46

Entdecken

Kx



Nachgefragt

K6 Die 1. und 2. binomische Formel unterscheiden sich nur in einem Rechenzeichen.
Bei der 2. binomischen Formel steht vor dem doppelten Produkt beider Summanden ein „Minus".

K6 $(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a + a \cdot (-b) + a \cdot b + b \cdot (-b) = a^2 + (-ab) + ab + (-b^2) = a^2 - b^2$

Aufgaben

K5 **1** **a)** $x^2 + 10x + 25$ **b)** $16 + 8y + y^2$ **c)** $x^2 - 2x + 1$
d) $x^2 + 0{,}5x + \frac{1}{16}$ **e)** $y^2 + \frac{4}{3}y + \frac{4}{9}$ **f)** $x^2 + 3x + \frac{9}{4}$
g) $49 - 14x + x^2$ **h)** $\frac{1}{25} - \frac{2}{5}y + y^2$ **i)** $\frac{16}{81} + \frac{8}{9}x + x^2$
j) $x^2 + \frac{1}{2}xz + \frac{1}{16}z^2$ **k)** $x^2 - 4xy + 4y^2$ **l)** $25x^2 - 20xz + 4z^2$

K5 **2** **a)** $x^2 - 4$ **b)** $x^2 - 9$ **c)** $y^2 - 16$
d) $36 - x^2$ **e)** $y^2 - \frac{4}{25}$ **f)** $\frac{16}{81} - x^2$
g) $y^2 - 49$ **h)** $9 - x^2$ **i)** $y^2 - 4x^2$
j) $9z^2 - s^2$ **k)** $16x^2 - 25$ **l)** $64z^2 - 81x^2$

K5 **3**

a) $a^2 + 6a + 9$ **b)** $b^2 - 12b + 36$ **c)** $49 - x^2$

d) $4x^2 - 16x + 16$ **e)** $\frac{1}{4}y^2 - 6{,}25$ **f)** $12,25 + 35z + 25z^2$

g) $49r^2 - 32{,}2r + 5{,}29$ **h)** $\frac{4}{9}v^2 + \frac{4}{3}vt + t^2$ **i)** $a^2 - 3{,}61b^2$

j) $121r^2 - 16s^2$ **k)** $0{,}36v^2 + vw + \frac{25}{36}w^2$ **l)** $\frac{m^2}{9} - 64$

m) $6{,}25x^2 - 9y^2$ **n)** $(y^2 + 0) \cdot (0 - y) = -y^3$ **o)** $\frac{1}{4}$

K5 **4** 1. Binomische Formel

·	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

2. Binomische Formel

·	a	–b
a	a^2	–ab
–b	–ab	b^2

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

3. Binomische Formel

·	a	–b
a	a^2	–ab
b	ab	b^2

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

K5 **5**

1 $x(4 + x)$	=	D $x^2 + 4x$
2 $(x - 2)^2$	=	C $x^2 - 4x + 4$
3 $(2 - x)(2 + x)$	=	E $-x^2 + 4$
4 $(x - 2^2)(x + 2^2)$	=	F $x^2 - 16$
5 $(2 + x)^2$	=	B $x^2 + 4x + 4$
6 $(x + 2)(x - 2)$	=	A $x^2 - 4$

K5 **6**

a) $(x + 11)^2$ **b)** $(a - 13)^2$ **c)** $(5 + y) \cdot (5 - y)$

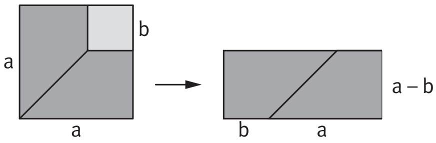
d) $(1 + x)^2$ **e)** $\left(\frac{1}{2}t - s\right)^2$ **f)** $(2a - 9)^2$

g) $(3x + 5y)^2$ **h)** $(0{,}5s - 1)^2$ **i)** $(6k + 12m) \cdot (6k - 12m)$

j) $(0{,}8a + 4)^2$ **k)** $\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{5}\right)^2$ **l)** $\left(0{,}7r + \frac{11}{13}\right) \cdot \left(0{,}7r - \frac{11}{13}\right)$

m) $(0{,}3 + x)^2$ **n)** $\left(y - \frac{2}{5}\right)^2$ **o)** $(0{,}2x + 1{,}5y) \cdot (0{,}2x - 1{,}5y)$

K1 **7** Zu zeigen ist: $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$.



a^2 ist das große hellblaue Quadrat (inklusive des kleinen Quadrats). b^2 ist das kleine Quadrat. Wird nun b^2 von a^2 subtrahiert, bleibt nur die hellblaue Fläche übrig, die man wie in der zweiten Figur zusammensetzen kann. Diese neue Figur hat die Breite $a - b$ und die Länge $a + b$. Da die zweite Figur ein Rechteck ist, kann man ihren Flächeninhalt einfach berechnen: $(a + b) \cdot (a - b)$. Da die hellblauen Flächen flächengleich sind, gilt: $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$.

K6 **8** **a)** Die beschriebene Formel ist die 2. binomische Formel.

b) 1. binomische Formel: Das Quadrat einer Summe (aus zwei Summanden) ergibt als Ergebnis die Summe aus dem Quadrat des ersten Summanden, dem doppelten Produkt aus beiden Summanden und dem Quadrat des zweiten Summanden.
3. binomische Formel: Multipliziert man eine Summe aus zwei Summanden mit deren Differenz, so ist das Ergebnis die Differenz aus dem Quadrat des ersten Summanden und dem zweiten Summanden.

K5 **9**
a) $4a^2 + 24a + 36$ **b)** $3x^2 - 12xy + 12y^2$ **c)** $8 - 2x^2$
d) $x^2 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{9}x$ **e)** $4m^2k + 36mk + 81k$ **f)** $3a^2 - 2ab + \frac{1}{3}b^2$
g) $-2x^2 - 20x - 50$ **h)** $-y^3 - 4y^2 - 4y$ **i)** $32x - 16x^2 + 2x^3$
j) $4y^3 - 121y$ **k)** $25t^3$ **l)** $5y^2 - 60y + 180$

K5 **10**
a) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ **b)** $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$
c) $x^2 - 22x + 121 = (x - 11)^2$ **d)** $x^2 - x + 0{,}25 = (x - 0{,}5)^2$
e) $x^2 + 0{,}6x + 0{,}09 = (x + 0{,}3)^2$ **f)** $x^2 + 3x + 2{,}25 = (x + 1{,}5)^2$
g) $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$ **h)** $x^2 + 3x + 2{,}25 = (x + 1{,}5)^2$
i) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$ **j)** $x^2 - 2 \cdot \frac{1}{3}x + \frac{1}{9} = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$
k) $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$ **l)** $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\right)^2$

K5 **11**
a) $(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$ **b)** $(y - 2{,}5)^2 = y^2 - 5y + 6{,}25$
c) $\left(2a + \frac{1}{2}\right)^2 = 4a^2 + 2a + \frac{1}{4}$ **d)** $\left(\frac{1}{4}m - 12\right)^2 = \frac{1}{16}m^2 - 6m + 144$
e) $(3x - 0{,}5) \cdot (3x + 0{,}5) = 9x^2 - 0{,}25$ **f)** $\left(\frac{3}{2}r - \frac{2}{5}\right)^2 = 2\frac{1}{4}r^2 - 1\frac{1}{5}r + \frac{4}{25}$
g) $\left(4z + \frac{2}{5}\right)^2 = 16z^2 + \frac{16}{5}z + \frac{4}{25}$ **h)** $\left(0{,}6t - 7\frac{1}{2}\right) \cdot \left(0{,}6t + 7\frac{1}{2}\right) = 0{,}36t^2 - \frac{225}{4}$

K5 **12**
a) $a^2 + 12a + 36$ **b)** $b^2 - 8b + 16$ **c)** $c^2 + 4c + 4$
d) $d^2 - 14d + 49$ **e)** $e^2 + 10e + 25$ **f)** $f^2 - 3f + 2{,}25$

K5 **13 a)** $x^2 + 2 \cdot 6x + 36 - 36$
$= (x + 6)^2 - 36$

b) $x^2 - 2 \cdot 4x + 16 - 16$
$= (x - 4)^2 - 16$

c) $x^2 + 2 \cdot 13x + 169 - 169$
$= (x + 13)^2 - 169$

d) $x^2 - 2 \cdot 0{,}1x + 0{,}01 - 0{,}01$
$= (x - 0{,}1)^2 - 0{,}01$

e) $x^2 + 2 \cdot 4x + 16 - 16 + 6$
$= (x + 4)^2 - 16 + 6$
$= (x + 4)^2 - 10$

f) $x^2 - 2 \cdot 3x + 9 - 9 - 4$
$= (x - 3)^2 - 9 - 4$
$= (x - 3)^2 - 13$

g) $x^2 - 2 \cdot 2{,}5x + 6{,}25 - 6{,}25 + 9$
$= (x - 2{,}5)^2 - 6{,}25 + 9$
$= (x - 2{,}5)^2 + 2{,}75$

h) $x^2 + 2 \cdot 1x + 1 - 1 - 8$
$= (x + 1)^2 - 1 - 8$
$= (x + 1)^2 - 9$

i) $8 \cdot [x^2 + 2 \cdot 3x + 9 - 9 + 2]$
$= 8 \cdot [(x + 3)^2 - 7]$
$= 8 \cdot (x + 3)^2 - 56$

j) $3 \cdot [x^2 - 2 \cdot 4{,}5x + 20{,}25 - 20{,}25 + 4]$
$= 3 \cdot [(x - 4{,}5)^2 - 16{,}25]$
$= 3 \cdot (x - 4{,}5)^2 - 48{,}75$

k) $(-4) \cdot [x^2 - 2 \cdot 1{,}5x + 2{,}25 - 2{,}25 + 6]$
$= (-4) \cdot [(x - 1{,}5)^2 + 3{,}75]$
$= (-4) \cdot (x - 1{,}5)^2 - 15$

l) $(-0{,}5) \cdot [x^2 - 2 \cdot 5x + 25 - 25 - 6]$
$= (-0{,}5) \cdot [(x - 5)^2 - 31]$
$= (-0{,}5) \cdot (x - 5)^2 + 15{,}5$

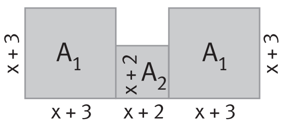
m) $5 \cdot [x^2 - 2 \cdot 0{,}4x + 0{,}16 - 0{,}16 + 1{,}2]$
$= 5 \cdot [(x - 0{,}4)^2 + 1{,}04]$
$= 5 \cdot (x - 0{,}4)^2 + 5{,}2$

n) $(-10) \cdot [x^2 - 2 \cdot 0{,}4x + 0{,}16 - 0{,}16 - 0{,}5]$
$= (-10) \cdot [(x - 0{,}4)^2 - 0{,}66]$
$= (-10) \cdot (x - 0{,}4)^2 + 6{,}6$

o) $-\left[x^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} + 4\right]$
$= -\left[\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + 3\frac{15}{16}\right]$
$= -\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 3\frac{15}{16}$

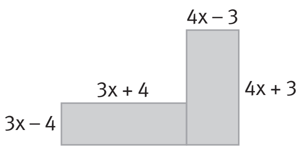
p) $(-2{,}5) \cdot [x^2 - 2 \cdot 2{,}5x + 6{,}25 - 6{,}25 - 0{,}4]$
$= (-2{,}5) \cdot [(x - 2{,}5)^2 - 6{,}65]$
$= (-2{,}5) \cdot (x - 2{,}5)^2 + 16{,}625$

K3 **14 a)** $A = 3x^2 + 16x + 22$



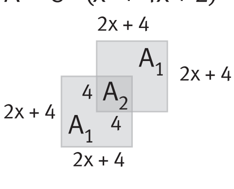
$A = 2A_1 + A_2$
$A_1 = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
$A_2 = (x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
$A = 2\,(x^2 + 6x + 9) + x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 16x + 22$

b)



$A = (5x - 5) \cdot (5x + 5)$
$A = A_1 + A_2$
$A_1 = (3x + 4) \cdot (3x - 4) = 9x^2 - 16$
$A_2 = (4x + 3) \cdot (4x - 3) = 16x^2 - 9$
$A = 9x^2 - 16 + 16x^2 - 9 = 25x^2 - 25 = (5x + 5) \cdot (5x - 5)$

c) $A = 8 \cdot (x^2 + 4x + 2)$



$A = 2A_1 - A_2$
$A_1 = (2x + 4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$
$A_2 = 4 \cdot 4 = 16$
$A = 2\,(4x^2 + 16x + 16) - 16 = 8x^2 + 32x + 16 = 8 \cdot (x^2 + 4x + 2)$

K5 **15 a)** $4x^2 + 48x + 144 = 4 \cdot (x^2 + 12x + 36) = 4 \cdot (x + 6)^2$

b) $3y^2 - 30y + 75 = 3 \cdot (y^2 - 10y + 25) = 3 \cdot (y - 5)^2$

c) $2{,}5x^2 - 20x + 40 = 2{,}5 \cdot (x^2 - 8x + 16) = 2{,}5 \cdot (x - 4)^2$

d) $10x^2 + 30x + 22{,}5 = 10 \cdot (x^2 + 3x + 2{,}25) = 10 \cdot (x + 1{,}5)^2$

e) $250x^2 - 100xy + 10y^2 = 10 \cdot (25x^2 - 10xy + y^2) = 10 \cdot (5x - y)^2$

f) $\frac{7}{4}x^2 - \frac{14}{10}xy + \frac{7}{25}y^2 = 7 \cdot \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{10}xy + \frac{1}{25}y^2\right) = 7 \cdot \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y\right)^2$

K 5

Geschichte

a) $x^2 - 2x - 8 = (x + 2) \cdot (x - 4)$

$\cdot$	x	-4
x	x^2	$-4x$
2	$2x$	-8

b) $x^2 + 7x + 6 = (x + 1) \cdot (x + 6)$

$\cdot$	x	6
x	x^2	$6x$
1	x	6

c) $x^2 + 3x - 18 = (x + 6) \cdot (x - 3)$

$\cdot$	x	-3
x	x^2	$-3x$
6	$6x$	-18

d) $x^2 + 3x - 40 = (x - 5) \cdot (x + 8)$

$\cdot$	x	8
x	x^2	$8x$
-5	$-5x$	-40

e) $x^2 - 5x + 6 = (x - 2) \cdot (x - 3)$

$\cdot$	x	-3
x	x^2	$-3x$
-2	$-2x$	6

f) $x^2 + 5x - 36 = (x + 9) \cdot (x - 4)$

$\cdot$	x	-4
x	x^2	$-4x$
9	$9x$	-36

g) $4x^2 + 2x - 12 = 4\,(x^2 + 0{,}5x - 3)$
$= 4\,(x - 1{,}5) \cdot (x + 2) = (2x - 3) \cdot (2x + 4)$

$\cdot$	$2x$	4
$2x$	$4x^2$	$8x$
-3	$-6x$	-12

h) $\frac{1}{4}x^2 - x - 24 = \frac{1}{4}(x^2 - 4x - 96)$
$= \frac{1}{4}\,(x + 8) \cdot (x - 12) = \left(\frac{1}{2}x + 4\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x - 6\right)$

$\cdot$	$\frac{1}{2}x$	-6
$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{4}x^2$	$-3x$
4	$2x$	-24

2.4 Gleichungen lösen

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 47

Entdecken

Kx ■ Höhe = $0{,}15 \cdot x + 1{,}45$

Kx ■ $4 = 0{,}15 \cdot x + 1{,}45$
$x = 17$
Der Lkw darf maximal 17 Platten laden.

Nachgefragt

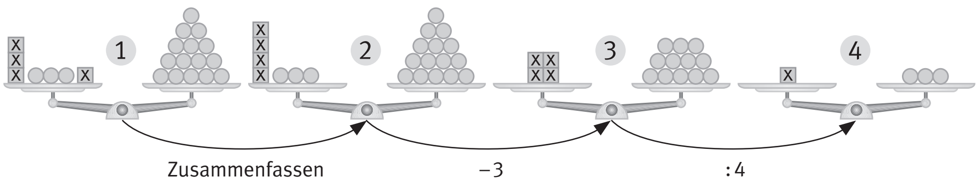
Kx ■ Marie empfiehlt als letzten Weg das systematische Probieren, da es zwar die einfachste Möglichkeit ist eine Lösung zu finden, diese dafür aber sehr viel Arbeit mit sich bringen kann, da man häufig viele Werte ausprobieren muss, um die richtige Lösung zu erraten.

K1 ■ $-x = x$ bedeutet, dass die Zahl x gleich ihrer Gegenzahl ist. Dies ist nur für die Null erfüllt.
Durch äquivalentes Umformen gelangt man ebenfalls zu dieser Lösung:

$$\begin{aligned} -x &= x \quad &&| +x \\ 0 &= 2x &&| :2 \\ 0 &= x \end{aligned}$$

Aufgaben

K4 **1**



K4 **2** **a)** $3x + 1 = 13$, $x = 4$ **b)** $2x + 3 = 11$, $x = 4$ **c)** $11 = 3x + 2$, $x = 3$ **d)** $6 = 9x + 3$, $x = \frac{1}{3}$

K6 **3** **a)**
$$\begin{aligned} 5x + 9 &= 27 \quad &&| -9 \\ 5x &= 18 &&| :5 \\ x &= 36 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} a \cdot (a + 4) &= a^2 + 7a + 24 \quad &&\text{ausmultiplizieren} \\ a^2 + 4a &= a^2 + 7a + 24 &&| -a^2 \\ 4a &= 7a + 24 &&| -7a \\ -3a &= 24 &&| :(-3) \\ a &= -8 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} (x-5)(x+5) &= (x-7)^2 + 2 \quad &&\text{ausmultiplizieren} \\ x^2 - 25 &= x^2 - 14x + 51 &&| -x^2 \\ -25 &= -14x + 51 &&| -51 \\ -76 &= -14x &&| :(-14) \\ \tfrac{38}{7} &= x \end{aligned}$$

K5 **4** **a)** $\mathbb{L} = \{0{,}5\}$ **b)** $\mathbb{L} = \{8\}$ **c)** $\mathbb{L} = \{5{,}45\}$ **d)** $\mathbb{L} = \{1{,}5\}$
e) $\mathbb{L} = \{9{,}5\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{-7{,}2\}$ **g)** $\mathbb{L} = \mathbb{Q}$ **h)** $\mathbb{L} = \{\,\}$
i) $\mathbb{L} = \{-2\}$ **j)** $\mathbb{L} = \{-7{,}25\}$ **k)** $\mathbb{L} = \{1\}$ **l)** $\mathbb{L} = \mathbb{Q}$

K5 **5** **a)** $3x - 5 \cdot (x + 10) - 2 \cdot (2 - x) + 3x = 43$

$$3x - 5x - 50 - 4 + 2x + 3x = 43$$
$$3x - 54 = 43$$
$$3x = 97$$
$$x = \frac{97}{3} = 32\tfrac{1}{3}$$

$32\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$, $\mathbb{L} = \left\{32\frac{1}{3}\right\}$

b) $2x \cdot (5x + 3) - x \cdot (x - 3) = (7 - 3x)^2$

$$10x^2 + 6x - x^2 + 3x = 49 - 42x + 9x^2$$
$$9x^2 + 9x = 9x^2 - 42x + 49$$
$$9x = -42x + 49$$
$$51x = 49$$
$$x = \frac{49}{51}$$

$\frac{49}{51} \in \mathbb{Q}$, $\mathbb{L} = \left\{\frac{49}{51}\right\}$

K5 **6** **a)** $\mathbb{L} = \{1\}$ **b)** $\mathbb{L} = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ **c)** $\mathbb{L} = \mathbb{Q}$ **d)** $\mathbb{L} = \left\{-\frac{7}{5}\right\}$ **e)** $\mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{6}\right\}$

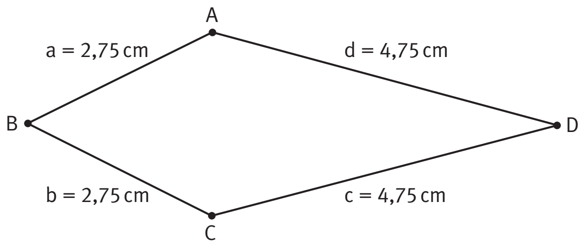
f) $\mathbb{L} = \{\ \}$ **g)** $\mathbb{L} = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ **h)** $\mathbb{L} = \left\{\frac{8}{3}\right\}$ **i)** $\mathbb{L} = \left\{\frac{41}{27}\right\}$ **j)** $\mathbb{L} = \{-1\}$

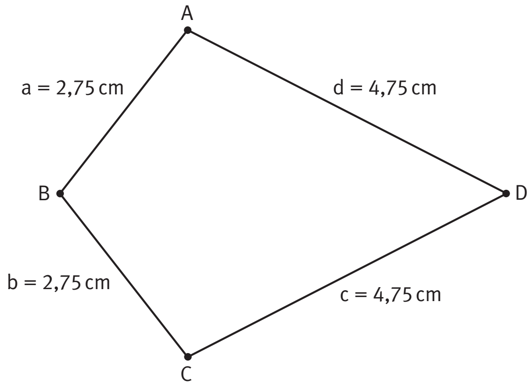
k) $\mathbb{L} = \{\ \}$ **l)** $\mathbb{L} = \{27\}$

K5 **7** **a)** $\mathbb{L} = \{-5\}$ **b)** $\mathbb{L} = \mathbb{N}$ **c)** $\mathbb{L} = \{1\}$

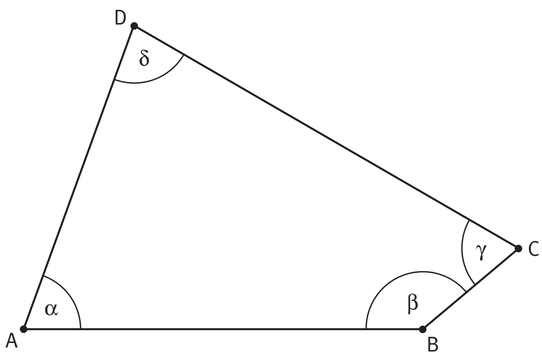
d) $\mathbb{L} = \{\ \}$ **e)** $\mathbb{L} = \{0\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{2{,}65\}$

K3 **8** **a)** Es handelt sich um einen Drachen, bei dem es unendlich viele Lösungsmöglichkeiten gibt. Die Seitenlängen sind jeweils identisch, die Länge der Diagonalen bzw. die Winkelmaße variieren: $a = b = 2{,}75$ cm und $c = d = 4{,}75$ cm.





b) Es handelt sich um ein unregelmäßiges Viereck mit den Winkelmaßen $\alpha = 70°$, $\beta = 140°$, $\gamma = 70°$ und $\delta = 80°$.



K6 **9** Thomas: Durch die Variable x darf man nicht dividieren, denn sie könnte (wie im vorliegenden Fall) 0 sein, sodass die Division keine Äquivalenzumformung mehr ist.

Sabine: Die Multiplikation mit 0 ist ebenfalls keine Äquivalenzumformung, sie führt immer zur allgemeingültigen Gleichung 0 = 0.

Richtig ist:

$$\begin{aligned} 4x \cdot (x+2) + 9 &= (2x+3)^2 & & \\ 4x^2 + 8x + 9 &= 4x^2 + 12x + 9 & &\mid -4x^2 \\ 8x + 9 &= 12x + 9 & &\mid -9 \\ 8x &= 12x & &\mid -8x \\ 0 &= -4x & &\mid :(-4) \\ 0 &= x & & \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{0\}$

K5 **10** **a)** $\mathbb{L} = \{-4; 2\}$

b) Auch mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms wird man diese Lösung erhalten.

c) 1 $\mathbb{L} = \{-4; 0\}$ 2 $\mathbb{L} = \{-5; -2\}$ 3 $\mathbb{L} = \{0; 0{,}5\}$

4 $\mathbb{L} = \{-6; 3\}$ 5 $\mathbb{L} = \{-9; 5\}$ 6 $\mathbb{L} = \{-4; 4\}$

K5 **11** **a)** $\mathbb{L} = \{-6; -5; -4; -3; \ldots\}$ **b)** $\mathbb{L} = \{\ldots; -10; -9; -8; -7\}$ **c)** $\mathbb{L} = \{\ldots; -3; -2; -1; 0\}$

d) $\mathbb{L} = \{1; 2; 3; 4; \ldots\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{-22; -23; -24; -25; \ldots\}$ **f)** $\mathbb{L} = \{0; 1; 2; 3; \ldots\}$

K3 **12** **a)**

$$\begin{aligned} 8 \cdot (x+3) &\le (2x - 7{,}2) : 3 & & \\ 8x + 24 &\le \tfrac{2}{3}x - 2{,}4 & &\mid -24 - \tfrac{2}{3}x \\ 7\tfrac{1}{3}x &\le -26{,}4 & &\mid : 7\tfrac{1}{3}x \\ x &\le -3{,}6 & & \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{x \mid x \le -3{,}6\}$

Ebenfalls denkbar ist der Ansatz

$8 \cdot (x+3) \le 2x - \frac{7{,}2}{3}$ mit

$\mathbb{L} = \{x \mid x \le -4{,}4\}$

b)

$$\begin{aligned} 9a - 3^3 &\ge 3 \cdot [(a+1) - 4] & & \\ 9a - 27 &\ge -9 + 3a & &\mid -3a + 27 \\ 6a &\ge 18 & &\mid : 6 \\ a &\ge 3 & & \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{a \mid a \ge 3\} = \{3; 4; 5; 6; \ldots\}$

c)

$$\begin{aligned} 5{,}5x + 11 &< 4(x-1) + 5^3 & & \\ 5{,}5x + 11 &< 4x + 121 & &\mid -4x - 11 \\ 1{,}5x &< 110 & &\mid : 1{,}5 \\ x &< 73\tfrac{1}{3} & & \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \left\{x \mid x < 73\tfrac{1}{3}\right\}$

Entdecken

Kx
- $\frac{7}{x}$ Man darf einsetzen: –8, 1, –5, 2, –2, –4, 10, 4, –1
  Man darf nicht einsetzen: 0, da nicht durch 0 geteilt werden darf.

  $\frac{15}{x+4}$ Man darf einsetzen: –8, 1, –5, 2, –2, 0, 10, 4, –1
  Man darf nicht einsetzen: –4, da $-4 + 4 = 0$ ist und nicht durch 0 geteilt werden darf.

  $\frac{12}{8-2x}$ Man darf einsetzen: –8, 1, –5, 2, –2, 0, 10, –4, –1
  Man darf nicht einsetzen: 4, da $8 - 2 \cdot 4 = 0$ ist und nicht durch 0 geteilt werden darf.

  $\frac{2x}{x+1}$ Man darf einsetzen: –8, 1, –5, 2, –2, 0, 10, 4, –4
  Man darf nicht einsetzen: –1, da $-1 + 1 = 0$ ist und nicht durch 0 geteilt werden darf. Allerdings darf der Zähler 0 sein.

  $\frac{1}{(x-1)^2}$ Man darf einsetzen: –8, –1, –5, 2, –2, 0, 10, 4, –4
  Man darf nicht einsetzen: 1, da $(1 - 1)^2 = 0^2 = 0$ ist und nicht durch 0 geteilt werden darf.

  $\frac{x}{(x+2)^2}$ Man darf einsetzen: –8, –1, –5, 2, 1, 0, 10, 4, –4
  Man darf nicht einsetzen: –2, da $(-2 + 2)^2 = 0^2 = 0$ ist und nicht durch 0 geteilt werden darf.

Kx
- $\frac{7}{x}$ am größten: 1, am kleinsten: –1

  $\frac{15}{x+4}$ am größten: –2, am kleinsten: –5

  $\frac{12}{8-2x}$ am größten: 2, am kleinsten: 10

  $\frac{2x}{x+1}$ am größten: 10, am kleinsten: 0

  $\frac{1}{(x-1)^2}$ am größten: 2, am kleinsten: 10 oder –8

  $\frac{x}{(x+2)^2}$ am größten: 2, am kleinsten: –1 oder –4

Kx
- Es sind Individuelle Lösungen möglich. Beispiele:

  $\frac{1}{2x}$ Man darf einsetzen : –8, 1, –5, 2, –2, –4, 10, 4, –1
  Man darf nicht einsetzen: 0
  am größten: 1, am kleinsten: –1

  $\frac{7}{10-x}$ Man darf einsetzen: –8, 1, –5, 2, –2, –4, 0, 4, –1
  Man darf nicht einsetzen: 10
  am größten: 4, am kleinsten: –8

Nachgefragt

Kx
- Individuelle Lösungen möglich, z. B.: $\frac{1}{2} = \frac{4}{2x} \Leftrightarrow 1 \cdot 2x = 4 \cdot 2 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

Kx
- Mia hat Recht, denn der Nenner dieses Terms kann nie 0 werden: Das Quadrat einer Zahl ist entweder positiv oder 0. Addiert man 1, so ist der Nenner in jedem Fall positiv, insbesondere aber nicht 0.

Aufgaben

K5 **1**
a) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{5}\right\}$
b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{L} = \{-1{,}5\}$
c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{L} = \{5\}$
d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, $\mathbb{L} = \{1{,}5\}$
e) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$, $\mathbb{L} = \{-8\}$
f) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{5\}$, $\mathbb{L} = \{4\}$
g) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-8\}$, $\mathbb{L} = \{-5\}$
h) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{45\}$, $\mathbb{L} = \{5\}$
i) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$, $\mathbb{L} = \left\{\frac{5}{3}\right\}$
j) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{20\}$, $\mathbb{L} = \{-22\}$

K5 **2** **a)** ① $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ② $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ③ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
④ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ ⑤ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ⑥ $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) ①
$\square = 10$: $x = 1$
$\square = 5$: $x = 2$
$\square = 1$: $x = 10$
$\square = -2$: $x = -5$
$\square = -20$: $x = -0{,}5$

②
$\square = 6$: $x = -\frac{2}{3}$
$\square = 2$: $x = 0$
$\square = -1$: $x = -3$
$\square = -3$: $x = -1\frac{2}{3}$
$\square = -8$: $x = -\frac{5}{4}$

③
$\square = 2$: $x = 7$
$\square = \frac{1}{2}$: $x = 19$
$\square = \frac{1}{8}$: $x = 67$
$\square = 0$: keine Lösung
$\square = -4$: $x = 1$

④
$\square = 2$: $x = -4$
$\square = \frac{1}{3}$: $x = 1$
$\square = \frac{1}{5}$: $x = 0{,}5$
$\square = 0$: $x = 0$
$\square = -3$: $x = -1{,}5$

⑤
$\square = 4$: $x = 2$
$\square = \frac{4}{5}$: $x = -\frac{2}{3}$
$\square = 0$: $x = 0$
$\square = -\frac{1}{4}$: $x = \frac{1}{9}$
$\square = -2$: $x = 0{,}5$

⑥
$\square = 3$: $x = 1$ oder $x = 4$
$\square = \frac{2}{3}$: $x = 8$ oder $x = 0{,}5$
$\square = 0$: $x = 0$
$\square = -\frac{1}{3}$: $x = -4$ oder $x = -1$
$\square = -\frac{3}{8}$: $x = -2$

K5 **3** **a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-5\}$; $\mathbb{L} = \{-1\}$ **b)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 1\}$; $\mathbb{L} = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$ **c)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-6; 0\}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{24}{11}\right\}$
d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; -1\}$; $\mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ **e)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{20}\right\}$ **f)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 3\}$; $\mathbb{L} = \{-7\}$
g) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{L} = \{-15\}$ **h)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 2\}$; $\mathbb{L} = \{\ \}$

Hinweis zu e): Im ersten Druck der ersten Auflage befindet sich ein Druckfehler. Statt dem ersten „=“ müsste dort ein „–“ stehen.

K5 **4** **a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
$\frac{1}{x} = \frac{1}{2x}$
$0 = \frac{1}{2x} - \frac{2}{2x}$
$0 = -\frac{1}{2x}$
$\mathbb{L} = \{\ \}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{Z} \setminus \{2\}$
$\frac{x-1}{x-2} = \frac{x-3}{x-2}$
$x - 1 = x - 3$
$2 = 0$
$\mathbb{L} = \{\ \}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
$\frac{1}{2x} - \frac{1}{18} = \frac{3}{6x}$
$\frac{3}{6x} - \frac{3}{6x} = \frac{1}{18}$
$0 = \frac{1}{18}$
$\mathbb{L} = \{\ \}$

K6 **5** **a)** Carmen bildet zuerst zu jeder Seite der Gleichung den Kehrwert und multipliziert dann über Kreuz. Anschließend löst sie die lineare Gleichung.
Koko multipliziert sofort über Kreuz und löst anschließend die lineare Gleichung.

b) Bei Carmens Rechnung „verschwindet“ die Variable aus dem Nenner gleich beim ersten Rechenschritt (Kehrwertbilden), dies vereinfacht die anschließende Multiplikation über Kreuz.
Bei Kokos Weg ist ein Rechenschritt weniger notwendig als bei Carmens Weg, da hier sofort über Kreuz multipliziert wird; dafür wirkt die Multiplikation über Kreuz etwas komplizierter als die bei Carmens Rechnung.
Tatsächlich muss sowohl Carmen als auch Koko die Gleichung $2 \cdot (x + 3) = 5 \cdot (x - 3)$ lösen. Hierbei ist Carmen schneller als Koko, da sie die nötigen Äquivalenzumformungen $-\,5x$ und $-\,6$ in einen Schritt zusammenfasst zu $-\,5x - 6$.

c) Vorgehen:
- Zuerst wird die Definitionsmenge bestimmt.
- Danach wird entweder der Kehrwert gebildet und dann über Kreuz multipliziert (= Weg 1, wie Carmen) oder sofort über Kreuz multipliziert (= Weg 2, wie Koko).
- Schließlich wird die Gleichung gelöst.

1 $\frac{1}{x-5} = \frac{4}{3+x}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 5\}$

Weg 1: $\frac{x-5}{1} = \frac{3+x}{4}$

$\Leftrightarrow 4 \cdot (x-5) = 1 \cdot (3+x)$

Weg 2: $1 \cdot (3+x) = (x-5) \cdot 4$

Gleichung: $3 + x = 4x - 20$

$x = \frac{23}{3} = 7\frac{2}{3}$; $\mathbb{L} = \left\{7\frac{2}{3}\right\}$

Probe links: $\frac{1}{\frac{23-15}{3}} = \frac{3}{8}$

Probe rechts: $\frac{4}{\frac{9+23}{3}} = \frac{4 \cdot 3}{32} = \frac{3}{8}$

2 $\frac{4}{3x} = \frac{5}{2x+2}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 0\}$

Weg 1: $\frac{3x}{4} = \frac{2x+2}{5}$

$\Leftrightarrow 3x \cdot 5 = 4 \cdot (2x+2)$

Weg 2: $4 \cdot (2x+2) = 3x \cdot 5$

Gleichung: $8x + 8 = 15x$

$x = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$; $\mathbb{L} = \left\{1\frac{1}{7}\right\}$

Probe links: $\frac{4}{\frac{3 \cdot 8}{7}} = \frac{7}{3 \cdot 2} = \frac{7}{6}$

Probe rechts: $\frac{5}{\frac{16}{7} + 2} = \frac{5}{\frac{30}{7}} = \frac{7}{6}$

3 $\frac{7}{0{,}5x-4} = \frac{6}{x-1{,}4}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1{,}4; 8\}$

Weg 1: $\frac{0{,}5x-4}{7} = \frac{x-1{,}4}{6}$

$\Leftrightarrow (0{,}5x-4) \cdot 6 = 7 \cdot (x-1{,}4)$

Weg 2: $7 \cdot (x-1{,}4) = (0{,}5x-4) \cdot 6$

Gleichung: $7x - 9{,}8 = 3x - 24$

$\Leftrightarrow 4x = -14{,}2$

$x = -3{,}55$; $\mathbb{L} = \{-3{,}55\}$

Probe links: $\frac{7}{-1{,}775-4} = \frac{7}{-5{,}775}$

Probe rechts: $\frac{6}{-4{,}95} = \frac{7}{-4{,}95 : 6 \cdot 7} = \frac{7}{-5{,}775}$

4 $\frac{2}{x} = \frac{5}{x+3}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$

Weg 1: $\frac{x}{2} = \frac{x+3}{5}$

$x \cdot 5 \Leftrightarrow 5 = 2 \cdot (x+3)$

Weg 2: $2 \cdot (x+3) = x \cdot 5$

Gleichung: $2x + 6 = 5x$

$x = 2$; $\mathbb{L} = \{2\}$

Probe: $\frac{2}{2} = \frac{5}{5}$

5 $\frac{4}{x-2} = 2$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

Weg 1: $\frac{x-2}{4} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow (x-2) \cdot 2 = 4 \cdot 1$

Weg 2: $4 \cdot 1 = (x-2) \cdot 2$

Gleichung: $4 = 2x - 4$

$x = 4$; $\mathbb{L} = \{4\}$

Probe: $\frac{4}{2} = 2$

6 $\frac{3}{x} = \frac{2}{x-2}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 2\}$

Weg 1: $\frac{x}{3} = \frac{x-2}{2}$

$\Leftrightarrow x \cdot 2 = 3 \cdot (x-2)$

Weg 2: $3 \cdot (x-2) = x \cdot 2$

Gleichung: $3x - 6 = 2x$

$x = 6$; $\mathbb{L} = \{6\}$

Probe: $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$

K 5

6 Bei allen Aufgaben ist $\mathbb{D} = \mathbb{Q}$; Lösungen hier ohne Probe.

a) $x + 4 = 3 \cdot (x-6)$

$x + 4 = 3x - 18$

$22 = 2x$

$x = 11$; $\mathbb{L} = \{11\}$

b) $2y - 5 = 2 \cdot (12{,}5 + 6y)$

$2y - 5 = 25 + 12y$

$-30 = 10y$

$y = -3$; $\mathbb{L} = \{-3\}$

c) $x - 9 = 5 \cdot (3x + 4)$

$x - 9 = 15x + 20$

$-29 = 14x$

$x = -\frac{29}{14}$; $\mathbb{L} = \left\{-2\frac{1}{14}\right\}$

d) $3x + 7 = 4 \cdot (-5 + 2x)$

$3x + 7 = -20 + 8x$

$27 = 5x$

$x = \frac{27}{5} = 5{,}4$; $\mathbb{L} = \{5{,}4\}$

e) Hauptnenner 30

$10 \cdot (z - 7) = -2{,}5z + 5$

$10z - 70 = -2{,}5z + 5$

$12{,}5z = 75$

$z = \frac{75}{12{,}5} = 6$; $\mathbb{L} = \{6\}$

f) $2 \cdot (2x + 3) = 5 \cdot (14 + 4x)$

$4x + 6 = 70 + 20x$

$-64 = 16x$

$x = -\frac{64}{16} = -4$; $\mathbb{L} = \{-4\}$

g) $5 \cdot \left(2 + \frac{b}{5}\right) = 2 + b$
$10 + b = 2 + b$
$10 = 2$ (Widerspruch)
$\mathbb{L} = \{\ \}$

h) $\frac{-8 + 4c}{3} = \frac{2c + 6}{7}$
$7 \cdot (-8 + 4c) = 3 \cdot (2c + 6)$
$-56 + 28c = 6c + 18$
$22c = 74$
$c = \frac{37}{11} = 3\frac{4}{11}$; $\mathbb{L} = \left\{3\frac{4}{11}\right\}$

i) $\frac{9 \cdot (3 + 2d) + 2 \cdot (3d + 2)}{18} = d$
$\frac{31 + 24d}{18} = d$
$31 + 24d = 18d$
$6d = -31$
$d = -\frac{31}{6} = -5\frac{1}{6}$; $\mathbb{L} = \left\{-5\frac{1}{6}\right\}$

j) $\frac{26 + 3e}{13} = e$
$26 + 3e = 13e$
$26 = 10e$
$e = \frac{26}{10} = 2{,}6$; $\mathbb{L} = \{2{,}6\}$

k) $\frac{12 \cdot (f + 1) + 15f + 20 \cdot (1 - f)}{60} = 2$
$\frac{7f + 32}{60} = 2$
$7f + 32 = 120$
$f = \frac{88}{7} = 12\frac{4}{7}$; $\mathbb{L} = \left\{12\frac{4}{7}\right\}$

l) $\frac{g}{6} = \frac{g}{6} + 3$
$0 = 3$ (Widerspruch)
$\mathbb{L} = \{\ \}$

K5 **7** **a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$
$\frac{1}{x + 3} = -2$
$1 = -2x - 6$
$7 = -2x$
$x = -3{,}5$; $\mathbb{L} = \{-3{,}5\}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-7\}$
$\frac{1}{x + 7} = \frac{3}{14}$
$14 = 3x + 21$
$-7 = 3x$
$x = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$; $\mathbb{L} = \left\{-2\frac{1}{3}\right\}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; \frac{4}{3}\}$
$\frac{1}{6x - 8} = \frac{1}{x + 3}$
$6x - 8 = x + 3$
$5x = 11$
$x = \frac{11}{5} = 2{,}2$; $\mathbb{L} = \{2{,}2\}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{3; 5\}$
$(x + 4) \cdot (x - 3) = (x - 5) \cdot (x + 5)$
$x^2 + x - 12 = x^2 - 25$
$x = -13$; $\mathbb{L} = \{-13\}$

e) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$
$\frac{x - 3}{x + 3} = \frac{2}{3}$
$3 \cdot (x - 3) = 2 \cdot (x + 3)$
$3x - 9 = 2x + 6$
$x = 15$; $\mathbb{L} = \{15\}$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$
$(x^2 + 6x - 7) \cdot 3 = (x + 4)(3x - 4)$
$3x^2 + 18x - 21 = 3x^2 + 8x - 16$
$10x = 5$
$x = \frac{1}{2}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

g) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-1; \frac{13}{9}\right\}$
$7x + 5 = 0$
$x = -\frac{5}{7}$, $\mathbb{L} = \left\{-\frac{5}{7}\right\}$

h) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-6; -1{,}5; 0; 6\}$
$\frac{x \cdot (x - 6)}{(x + 6)(x - 6)} = \frac{(x + 1{,}5)^2}{x \cdot (x + 1{,}5)}$
$\frac{x}{x + 6} = \frac{x + 1{,}5}{x}$
$x^2 = x^2 + 7{,}5x + 9$
$-9 = 7{,}5x$
$x = -1{,}2$; $\mathbb{L} = \{-1{,}2\}$

i) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$
$\frac{(x + 4)^2}{(x - 2)^2} = \frac{-(x + 4)^2}{-(x - 2)^2}$
$1 = 1$; $\mathbb{L} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$
(Jedes $x \neq 2$ ist Lösung.)

j) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{3{,}5; 4{,}5\}$
$(3x - 0{,}5) \cdot (2x - 7) = (x - 4{,}5) \cdot (6x - 3)$
$6x^2 - 22x + 3{,}5 = 6x^2 - 30x + 13{,}5$
$8x = 10$
$x = \frac{10}{8} = 1\frac{1}{4}$; $\mathbb{L} = \left\{1\frac{1}{4}\right\}$

k) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-6; 1{,}5; 6\}$
$\frac{x - 6}{(x + 6)(x - 6)} = \frac{2 \cdot (x - 1{,}5)}{(x - 1{,}5)^2}$
$\frac{1}{x + 6} = \frac{2}{x - 1{,}5}$
$x - 1{,}5 = 2x + 12$
$x = -13{,}5$; $\mathbb{L} = \{-13{,}5\}$

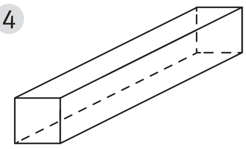
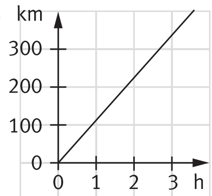
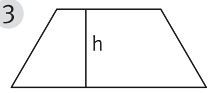
l) Faktorisieren nach Viète: $x^2 + x - 6 = (x + 3) \cdot (x - 2)$
$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 2; 4\}$
$x^2 + x - 6 = (x - 4) \cdot (x + 1)$
$x^2 + x - 6 = x^2 - 3x - 4$
$4x = 2$
$x = \frac{1}{2}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

K3 **8** **a)** 1 Flächeninhalt eines Dreiecks
2 Umfang eines Rechtecks
3 Umfang eines Vierecks
4 Summe der Innenwinkel im Viereck
5 Ohm'sches Gesetz
6 Flächeninhalt eines Trapezes
7 Der Impuls
8 Volumen eines Quaders
9 Linsengleichung

b) 1 $g = \frac{2A}{h}$; $h = \frac{2A}{g}$
2 $a = \frac{u-2b}{2}$; $b = \frac{u-2a}{2}$
3 $a = u - b - c - d$; $b = u - a - c - d$; $c = u - a - b - d$; $d = u - a - b - c$
4 $\alpha = 360° - \beta - \gamma - \delta$; $\beta = 360° - \alpha - \gamma - \delta$; $\gamma = 360° - \alpha - \beta - \delta$; $\delta = 360° - \alpha - \beta - \gamma$
5 $R = \frac{U}{I}$; $I = \frac{U}{R}$
6 $h = \frac{2A}{a+c}$; $a = \frac{2A}{h} - c$; $c = \frac{2A}{h} - a$
7 $m = \frac{p}{v}$; $v = \frac{p}{m}$
8 $a = \frac{V}{bc}$; $b = \frac{V}{ac}$; $c = \frac{V}{ab}$
9 $f = \frac{gb}{b+g}$; $g = \frac{fb}{f-b}$; $b = \frac{fg}{f-g}$

c) Individuelle Lösungen möglich, z. B.
Dichte Formel: $\rho = \frac{m}{V}$; $m = \frac{\rho}{V}$; $V = \frac{m}{\rho}$
Umfang eines Kreises: $u = 2\pi \cdot r$; $r = \frac{u}{2\pi}$
Innenwinkelsumme im Dreieck: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$; $\alpha = 180° - \beta - \gamma$; $\beta = 180° - \alpha - \gamma$; $\gamma = 180° - \alpha - \beta$

K3 **9**

<table>
<tr><td>I Ein Holzbalken hat ein Volumen von 0,54 m³. Er ist 18 m lang und 20 cm breit. Wie hoch ist der Balken?</td><td>4 </td><td>B $V = a \cdot b \cdot c$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$0{,}54\,m^3 = 18\,m \cdot 0{,}2\,m \cdot c \Leftrightarrow c = 0{,}15\,m$</td></tr>
<tr><td>II Herr Tauer legt mit seinem Auto 280 km bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 112 km/h zurück. Wie lange ist er gefahren?</td><td>1 </td><td>C $v = \frac{s}{t}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$112\,\frac{km}{h} = \frac{280\,km}{t} \Leftrightarrow t = 2{,}5\,h$</td></tr>
<tr><td>III Ein trapezförmiger Acker ist auf den parallelen Seiten 150 m und 80 m lang. Er hat eine Fläche von 69 a. Wie breit ist der Acker?</td><td>3 </td><td>A $A = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$69\,a = \frac{1}{2} \cdot (150\,m + 80\,m) \cdot h \Leftrightarrow 6900\,m^2 = 115\,m \cdot h \Leftrightarrow h = 60\,m$</td></tr>
</table>

K5 **10** **a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\frac{8}{2x} = \frac{4}{x}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$; $\frac{2x - 3 - 5 + 2x}{x + 3} = \frac{4x - 8}{x + 3}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\frac{3 - 12 + 7}{x} = -\frac{2}{x}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2{,}5\}$; $\frac{x - 4 - x + 3}{2x + 5} = -\frac{1}{2x + 5}$

e) $\mathbb{D} = \mathbb{Q}$; $\frac{x - 4 - x - 4}{3} = -\frac{8}{3}$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$; $\frac{5 \cdot (x + 2) + 4 \cdot (2 - y)}{20 \cdot (x - 2)} = \frac{5x + 10 + 8 - 4y}{20x - 40} = \frac{5x - 4y + 18}{20x - 40}$

g) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$; $\frac{(a + 6) \cdot (a - 1) + (3a - 1) \cdot 2 \cdot (a + 1)}{6 \cdot (a + 1) \cdot (a - 1)} = \frac{(a^2 + 5a - 6) + (6a^2 + 4a - 2)}{6a^2 - 6} = \frac{7a^2 + 9a - 8}{6a^2 - 6}$

h) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\frac{7 \cdot (5 + a) + 3 \cdot (a - 4)}{3 \cdot 7 \cdot a} = \frac{35 + 7a + 3a - 12}{21a} = \frac{10a + 23}{21a}$

i) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$; $\frac{k \cdot (k + 1) - k \cdot (k - 1)}{(k - 1) \cdot (k + 1)} = \frac{k^2 + k - k^2 + k}{k^2 - 1} = \frac{2k}{k^2 - 1}$

Kx **11** Da alle Nenner den Gleichen Wert haben und im Zähler ebenfalls die Variable x auftaucht reicht es, die Gleichung im Zähler zu lösen. Für die Nenner ist die Gleichung für jedes x bereits erfüllt. Alternativ kann man sich vorstellen, dass man alle Terme auf die linke Seite bringt und rechts nur noch die Null steht. Durch den gemeinsamen Nenner lassen sich alle Terme in einem Bruch zusammenfassen. Dieser kann allerdings nur dann null werden, wenn der Zähler null wird, da der Nenner per Definition nicht null werden darf. Daher genügt es, nur den Zähler für die weitere Rechnung zu betrachten.

K5 **12** **a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{3 + 1}{3x} = \frac{8}{9}$ $\quad | \cdot 9x : 8$

$1{,}5 = x$; $1{,}5 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \{1{,}5\}$

Probe: $\frac{1}{1{,}5} + \frac{1}{4{,}5} = \frac{3 + 1}{4{,}5} = \frac{4}{4{,}5} = \frac{8}{9}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{3 - 1}{6x} = \frac{1}{12}$ $\quad | \cdot 12x$

$4 = x$; $4 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \{4\}$

Probe: $\frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{3 - 1}{24} = \frac{1}{12}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{6 + 9}{6x} = \frac{5}{4}$

$\frac{15}{6x} = \frac{5}{4}$ $\quad | \cdot 12x : 15$

$2 = x$; $2 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \{2\}$

Probe: $\frac{3}{6} + \frac{3}{4} = \frac{6 + 9}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{20 + 21}{12x} = \frac{41}{48}$

$\frac{41}{12x} = \frac{41}{48}$ $\quad | : 41 \cdot 48x$

$4 = x$; $4 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \{4\}$

Probe: $\frac{5}{12} + \frac{7}{16} = \frac{20 + 21}{48} = \frac{41}{48}$

e) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{7}{8} = \frac{10 - 3}{2x}$ $\quad | \cdot 8x : 7$

$x = 4$; $4 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \{4\}$

Probe: $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{3 + 2}{6x} = \frac{5}{12}$ $\quad | \cdot 12x : 5$

$x = 2$; $2 \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \{2\}$

Probe: $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3 + 2}{12} = \frac{5}{12}$

g) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{16 - 15}{12x} = \frac{1}{2}$ $\quad | \cdot 12x$

$1 = 6x$

$x = \frac{1}{6}$; $\frac{1}{6} \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{6}\right\}$

Probe: $\frac{4}{\frac{3}{6}} - \frac{5}{\frac{4}{6}} = 8 - \frac{15}{2} = \frac{1}{2}$

h) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{26 + 9}{10x} = \frac{47}{75}$ $\quad | \cdot 150x$

$525 = 94x$ $\quad | : 94$

$\frac{525}{94} = x$; $\frac{525}{94} \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \left\{5\frac{55}{94}\right\}$

Probe: $\frac{13}{5 \cdot \frac{525}{94}} + \frac{9}{10 \cdot \frac{525}{94}} = \frac{94}{525} \cdot \frac{26 + 9}{10} = \frac{94 \cdot 35}{525 \cdot 10} = \frac{47}{75}$

i) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{1}{2} = \frac{14 - 9}{24x}$ $\quad | \cdot 24x$

$12x = 5$

$x = \frac{5}{12}$; $\frac{5}{12} \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{5}{12}\right\}$

Probe: $\frac{3}{8 \cdot \frac{5}{12}} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10} + \frac{1}{2} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5} = \frac{7}{12 \cdot \frac{5}{12}}$

j) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{6 + 2}{3x} = 15$ $\quad | \cdot 3x$

$8 = 45x$

$x = \frac{8}{45}$; $\frac{8}{45} \in \mathbb{D}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{8}{45}\right\}$

Probe: $\frac{2}{\frac{8}{45}} + \frac{2}{3 \cdot \frac{8}{45}} = \frac{45}{8} \cdot \frac{8}{3} = 15$

k) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

$\frac{x-2}{5x-10} = 1$ | Faktorisieren

$\frac{x-2}{5 \cdot (x-2)} = 1$ | Kürzen

$\frac{1}{5} = 1$ | Widerspruch

$\mathbb{L} = \{\ \}$

l) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{3}; 0\right\}$

$5 = \frac{15x^2 - 3x - 1}{x \cdot (3x+1)}$ | $\cdot\ (3x^2 + x)$

$15x^2 + 5x = 15x^2 - 3x - 1$ | $-\ 15x^2 + 3x$

$8x = -1$ | $:\ 8$

$x = -\frac{1}{8}; -\frac{1}{8} \in \mathbb{D}; \mathbb{L} = \left\{-\frac{1}{8}\right\}$

Probe links: $\frac{1}{-\frac{1}{8}} + 5 = -8 + 5 = -3$

Probe rechts: $\frac{15 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)}{-\frac{3}{8} + 1} = \frac{-\frac{15}{8}}{\frac{5}{8}} = -3$

Kx **13 a)** $\mathbb{L} = \{5\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$ **b)** $\mathbb{L} = \{2\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ **c)** $\mathbb{L} = \{-4\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$

d) $\mathbb{L} = \{4\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 0; 1\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{\ \}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ **f)** $\mathbb{L} = \left\{\frac{-9}{8}\right\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 2\}$

g) $\mathbb{L} = \{-10\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0; 2\}$ **h)** $\mathbb{L} = \{2\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 4\}$ **i)** $\mathbb{L} = \{-6\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$

j) $\mathbb{L} = \{\ \}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$ **k)** $\mathbb{L} = \{1\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$ **l)** $\mathbb{L} = \{2\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$

K3 **14 a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$

$\frac{x}{x-4} = \frac{3}{5}$

$\Leftrightarrow 5x = 3x - 12$

$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{2} = -6$; $\mathbb{L} = \{-6\}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{5\}$

$\frac{2+x}{5-x} = 6$

$\Leftrightarrow 2 + x = 30 - 6x$

$\Leftrightarrow x = \frac{28}{7} = 4; \mathbb{L} = \{4\}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-7\}$

$\frac{3+x}{7+x} = 13$

$\Leftrightarrow 3 + x = 91 + 13x$

$\Leftrightarrow x = -\frac{88}{12} = -7\frac{1}{3}$; $\mathbb{L} = \left\{-7\frac{1}{3}\right\}$

K3 **15 a)** Die gekaufte Menge (in Liter) sei x bzw. $x + 8$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q}$ und $x > 0$.

$\frac{x}{29{,}00} = \frac{x+8}{40{,}60}$

$40{,}60 \cdot x = 29{,}00 \cdot (x + 8)$

$11{,}60 \cdot x = 232{,}00$

$x = 20$

Xaver hatte 20 l Benzin zu 29,00 € gekauft zum Preis von 1,45 € je Liter.

b) Die angebotene Menge (in kg) sei x bzw. $x + 8$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q}$ und $x > 0$.

$\frac{x}{x+18} = \frac{x+8}{x+38}$

$x \cdot (x + 38) = (x + 18) \cdot (x + 8)$

$x^2 + 38x = x^2 + 26x + 144$

$12x = 144$

$x = 12$

12 kg kosten 30 € und 20 kg 50 €; 1 kg kostet 2,50 €.

K3 **16 a)** $\frac{x-17}{3x+1} = 2$; $x = -3{,}8$ **b)** $\frac{2x+5}{x+2} = \frac{6}{5}$; $x = -3{,}25$ **c)** $\frac{x}{8} = 9 \cdot \frac{8}{x}$; $x = -24$ oder $x = 24$ **d)** $\frac{(x-4) \cdot 2}{x+24} = \frac{5}{6}$; $x = 24$

K3 **17 a)** Unter Beachtung der Definitionsmenge gilt: $\frac{T_1(x)}{T_2(x)} = \frac{T_3(x)}{T_4(x)} \Leftrightarrow \frac{T_2(x)}{T_1(x)} = \frac{T_4(x)}{T_3(x)} \Leftrightarrow T_1(x) \cdot T_4(x) = T_2(x) \cdot T_3(x)$

Damit gibt es zwei Möglichkeiten mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-23; -3; 1; 5\}$ und $\mathbb{L} = \{7\}$:

$\frac{(x+3)}{(x-5)} = \frac{(x+23)}{(x-1)} \Leftrightarrow \frac{(x-5)}{(x+3)} = \frac{(x-1)}{(x+23)}$

$(x + 3) \cdot (x - 1) = (x - 5) \cdot (x + 23)$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = x^2 + 18x - 115$

$\Leftrightarrow x = \frac{112}{16} = 7; \mathbb{L} = \{7\}$; Probe: $\frac{10}{2} = \frac{30}{6}$

b) Es gibt vier weitere Bruchgleichungen, wobei jeweils zwei miteinander äquivalent sind:

$\frac{(x+3)}{(x-5)} = \frac{(x-1)}{(x+23)} \Leftrightarrow \frac{(x-5)}{(x+3)} = \frac{(x+23)}{(x-1)}$

$(x+3) \cdot (x+23) = (x-5) \cdot (x-1)$

$\Leftrightarrow x^2 + 26x + 69 = x^2 - 6x + 5$

$\Leftrightarrow x = -\frac{64}{32} = -2$; $\mathbb{L} = \{-2\}$; Probe: $\frac{1}{-7} = \frac{-3}{21}$

$\frac{(x+3)}{(x-1)} = \frac{(x+23)}{(x-5)} \Leftrightarrow \frac{(x-1)}{(x+3)} = \frac{(x-5)}{(x+23)}$

$(x+3) \cdot (x-5) = (x-1) \cdot (x+23)$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = x^2 + 22x - 23$

$\Leftrightarrow x = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{3}\right\}$; Probe: $-\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{70}{3} \cdot \frac{3}{14}$

K3 **18 a)** Die Anzahl der Jungen vor den Ferien sei x mit $\mathbb{D} = \mathbb{N}$.

Vor den Ferien: x Jungen und $(x + 4)$ Mädchen

Nach den Ferien: $(x - 2)$ Jungen und $[(x + 4) - 1] = (x + 3)$ Mädchen;
insgesamt $(x - 2 + x + 3) = (2x + 1)$ Schüler

$\frac{x-2}{2x+1} = \frac{40}{100}$; $\mathbb{D} = \mathbb{N} \setminus \{-0{,}5\} = \mathbb{N}$

$\Leftrightarrow \frac{x-2}{2x+1} = \frac{2}{5}$

$\Leftrightarrow 5x - 10 = 4x + 2$

$\Leftrightarrow x = 12$; $\mathbb{L} = \{12\}$

Vor den Ferien waren 12 Jungen und 16 Mädchen, also insgesamt 27 Schüler, in der Klasse.
Nach den Ferien sind es insgesamt 25 Schüler, davon 10 Jungen und 15 Mädchen.

b) Die Anzahl der Kaninchen sei x mit $\mathbb{D} = \mathbb{N}$. Die Anzahl der Hühner beträgt $x + 5$.

Anzahl der Hühnerbeine (2-Beiner):	$2 \cdot (x + 5) = 2x + 10$
Anzahl der Kaninchenbeine (4-Beiner):	$4 \cdot x$
Anzahl aller Tierbeine:	$2x + 10 + 4x = 6x + 10$

$2x + 10 = \frac{40}{100} \cdot (6x + 10)$

$\Leftrightarrow 2x + 10 = \frac{12}{5}x + 4$

$\Leftrightarrow 6 = \frac{2}{5}x$

$\Leftrightarrow x = 15$; $\mathbb{L} = \{15\}$

Auf dem Hof leben 15 Kaninchen (mit 60 Kaninchenbeinen) und 20 Hühner (mit 40 Hühnerbeinen).
Es sind insgesamt 100 Tierbeine.

K3 **19 a)** Das Volumen an Limo sei x (in Liter) mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q}$, $x \geq 0$.
Das Volumen an Cola beträgt $x + 1{,}5$ (in Liter).

$\frac{x}{x+1{,}5} = \frac{4}{7}$; $x \neq -1{,}5$.

$\Leftrightarrow x \cdot 7 = (x + 1{,}5) \cdot 4$

$\Leftrightarrow 7x = 4x + 6$

$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3} = 2$; $\mathbb{L} = \{2\}$

Julia mischt 2 l Limo und 3,5 l Cola und erhält 5,5 l Spezi.

b) Das Volumen an Sirup ist 0,5 (in Liter), das Volumen an Wasser beträgt x (in Liter) mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q}$, $x > 0$.
Das Mischungsverhältnis von Sirup zu Wasser entspricht $1{,}8 : (x + 6{,}5)$.

$\frac{0{,}5}{x} = \frac{1{,}8}{x+6{,}5}$; $x \neq 0$ und $x \neq -6{,}5$.

$\Leftrightarrow 0{,}5 \cdot (x + 6{,}5) = x \cdot 1{,}8$

$\Leftrightarrow 0{,}5x + 3{,}25 = 1{,}8x$

$\Leftrightarrow 3{,}25 = 1{,}3x$

$\Leftrightarrow x = \frac{3{,}25}{1{,}3} = 2{,}5$; $\mathbb{L} = \{2{,}5\}$

Max mischt 0,5 l Sirup mit 2,5 l Wasser im Verhältnis 1 : 5.

K3 **20** Die Fläche der 11 gleich großen Grundstücke sei jeweils x (in m^2). Die Fläche des kleinen Grundstücks ist $x - 40$ (in m^2). Die Gesamtfläche aller 12 Grundstücke (in m^2) ist $11 \cdot x + (x - 40) = 12x - 40$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q},\ x \geq 0$.

$\frac{x - 40}{12x - 40} = \frac{8}{100};\ x \neq \frac{10}{3}$

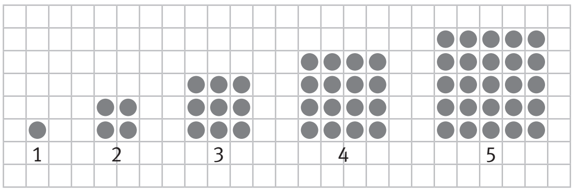
$\Leftrightarrow \frac{x - 40}{12x - 40} = \frac{2}{25}$

$\Leftrightarrow 25x - 1000 = 24x - 80$

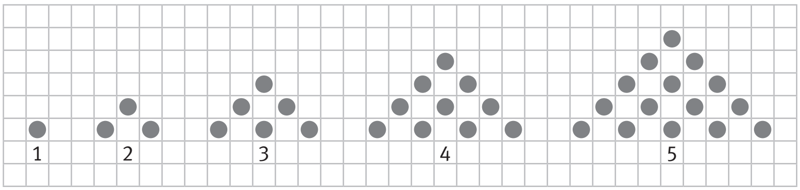
$\Leftrightarrow x = 920;\ \mathbb{L} = \{920\}$

Die 11 gleich großen Grundstücke haben jeweils eine Fläche von $920\,m^2$, das kleine Grundstück hat eine Fläche von $880\,m^2$.

Kx **1** **a)** links



rechts



links:

b) $A_1 = 1, A_2 = 4, A_3 = 9, A_4 = 16, A_5 = 25$
c) $A = x^2$

rechts:

b) $A_1 = 1, A_2 = 3, A_3 = 6, A_4 = 10, A_5 = 15$
c) $A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + n = \sum_{x=1}^{n} x$

Kx **2**

a) $2ab - 3s + 8a$
b) $5x - 53y + 81xy$
c) $9a^2b + 3ab - 12ab^2$
d) $-38cd$

a) $\frac{1}{4}a^2 + \frac{2}{5}b^2 - 3d$
b) $-\frac{9}{20}z - \frac{3}{2}w + \frac{9}{5}$
c) $\frac{-1}{2}cs + \frac{11}{6}s$
d) $-8{,}8a + 6{,}2b + 0{,}4x - 2{,}4ab$

Kx **3**

a) $6a - 18$
b) $x - 31$
c) $-a + 6$
d) 0
e) $-23z + 9z^2$

a) $5a - 9b$
b) $43x + 53y$
c) $5x - a^2 - 4ax$
d) $-6a + 14 + 3a^2$
e) $2a^2b - ab^2 - b^3$

Kx **4**

a) $7 \cdot (3x + 5y - 2z)$
b) $\frac{1}{4}a \cdot (a - 3 + 6a^2)$
c) $6x \cdot (x + 6 - 3x^3)$
d) $4ab \cdot (2a - 3b + 6 + 6ab)$

a) $3abc \cdot (13ac - 26a + 17c)$
b) $a^2b^2 \cdot (0{,}8a + 4b - 3{,}2)$
c) $13p^2q \cdot (3 - 5q^2 + pq - 2p^2)$
d) $4xyz^2 \cdot (2 - 3xyz + 7y - 13yz)$

Kx **5**

a) $(11m - 1)^2 = 121m^2 - 22m + 1$
b) nicht lösbar
c) $(10 - 9)^2 = 1$

a) nicht lösbar
b) $4 \cdot (2{,}5 - 1) \cdot (2{,}5 + 1) = 25 - 4$
c) $(2k + 9)^2 = 4k^2 + 36k + 81$

Kx **6**

a) $9x^2 - 24x + 16$
b) $1 - 9z^2$
c) $4x^2 + 2x + 0{,}25$
d) $36a^2 + 24 + \frac{4}{a^2}$

a) $x^2 - 4x + 4$ und $4 - 4x + x^2$
b) $25s^2 - 30st + 9t^2$ und $9t^2 - 30st + 25s^2$
Es kommt bei beiden Termen das Gleiche raus. Durch das Quadrieren werden der erste und der letzte Teil immer positiv. Der mittlere Teil stellt eine Multiplikation der beiden Werte in der Klammer miteinander dar, zusätzlich multipliziert mit 2. Daher ist er auch immer gleich.

Kx **7**

a) $(a + 10b)^2$
b) $(r - 11s)^2$
c) $(1{,}2c - 2{,}5d) \cdot (1{,}2c + 2{,}5d)$

a) $(4a + 10b)^2$
b) $(4x - y)^2$
c) $-17s \cdot (29s + 20t)$

Kx **8**

$0{,}6x + 20 = -0{,}4x - 14$	$\mid -20$ $-14 - 20$ ergibt -34!
$0{,}6x = -0{,}4x + 6$	$\mid +0{,}4x$ Umformungen immer auf beiden Seiten durchführen!
$0{,}6x = 6$	$\mid$ Wechsel von Dezimal- in Bruchschreibweise
$\frac{6}{10}x = 6$	$\mid : \frac{6}{10}$ Auf beiden Seiten mit dem gleichen Wert dividieren!
$x = \frac{36}{10}$	

$(-2) \cdot (y - \frac{7}{8}) = -\frac{3}{4} - \frac{1}{2}y$	$\mid$ Klammern auflösen Auf Vorzeichen achten!
$-2y - \frac{14}{8} = -\frac{3}{4} - \frac{1}{2}y$	$\mid +\frac{14}{8}$
$-2y = \frac{11}{8} - \frac{1}{2}y$	$\mid +\frac{1}{2}y$ $-\frac{3}{4} + \frac{14}{8}$ ergibt 1!
$-1{,}5y = \frac{11}{8}$	$\mid : -1{,}5$
$y = \frac{11}{12}$	Auf Vorzeichen achten!

Kx **9**

a) $\mathbb{L} = \{4\}$
b) $\mathbb{L} = \{-3\}$
c) $\mathbb{L} = \{21\}$
d) $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

a) $\mathbb{L} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$
b) $\mathbb{L} = \{\ \}$
c) $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$
d) $\mathbb{L} = \{0\}$

Kx **10**

a)
1 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ 2 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
3 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ 4 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

b)
1 $\mathbb{L} = \{\ \}$
1 subtrahieren, $\frac{6}{x}$ kann nicht 0 werden, also existiert keine Lösung.
2 $\mathbb{L} = \{6\}$
1 subtrahieren, mit x multiplizieren.
3 $\mathbb{L} = \left\{\frac{6}{5}\right\}$
1 subtrahieren, mit x multiplizieren, durch 5 teilen.
4 $\mathbb{L} = \{-6\}$
1 subtrahieren, mit x multiplizieren, durch –1 teilen.

a)
1 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ 2 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
3 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$ 4 $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

b)
1 $\mathbb{L} = \{\ \}$
2 subtrahieren, es gibt keine Lösung für $\frac{x}{x} = -2$.
2 $\mathbb{L} = \{-6; +6\}$
mit x multiplizieren, 108 addieren, durch 3 dividieren, Lösung durch Probieren ermitteln.
3 $\mathbb{L} = \{\ \}$
Aufgabe nur für den Zähler lösen, also 1 subtrahieren; x^2 kann nicht negativ werden.
4 $\mathbb{L} = \{4\}$
Einer der beiden Faktoren muss 0 werden. x darf nicht 0 werden, da sonst 0 im Nenner stehen würde. Daher muss $1 - \frac{4}{x}$ gleich 0 sein. Umformen führt zum Ergebnis.

Kx **11**

- $p = \frac{F}{A}$
  p = Druck, F = Kraft, A = Fläche
  $F = pA$; $A = \frac{F}{p}$
- $v = \frac{s}{t}$
  v = Geschwindigkeit, s = Strecke, t = Zeit
  $s = vt$; $t = \frac{s}{v}$
- $p\% = \frac{P}{G}$
  p% = Prozentsatz, P = Prozentwert, G = Grundwert
  $P = G \cdot p\%$; $G = \frac{P}{p\%}$

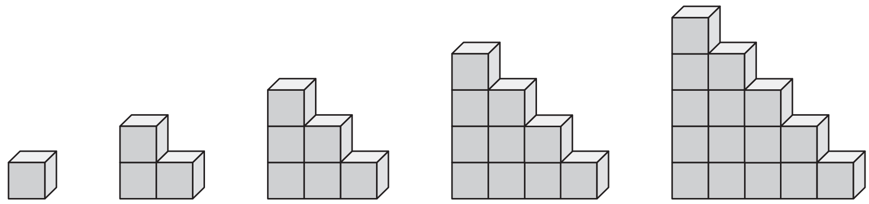
- $g = \frac{F}{m}$
  g = Ortsfaktor, F = Gewichtskraft, m = Masse
  $F = gm$; $m = \frac{F}{g}$
- $D = \frac{F}{s}$
  D = Federhärte, F = Federkraft, s = Strecke (Auslenkung, Längenänderung)
  $F = Ds$; $s = \frac{F}{D}$
- $B = \frac{F}{I \cdot l}$
  B = Flussdichte, F = Lorenzkraft, I = Stromstärke, l = wirksame Leiterlänge
  $F = B \cdot I \cdot l$; $I \cdot l = \frac{F}{B}$; $I = \frac{F}{B \cdot l}$; $l = \frac{F}{B \cdot I}$

Kx **12**

a) $\mathbb{L} = \{1\}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
b) $\mathbb{L} = \{1\}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$
c) $\mathbb{L} = \{1\}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 4\right\}$

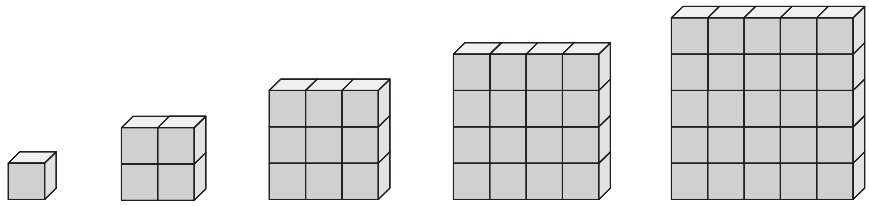
a) $\mathbb{L} = \left\{\frac{-1}{8}\right\}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{0; -\frac{1}{3}\right\}$
b) $\mathbb{L} = \{6\}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{3; -3\}$
c) $\mathbb{L} = \{-1\}$; $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{-3}{2}\right\}$

K3 **1** **a)** 1



1 2 3 4 5

2



1 2 3 4 5

b) und **c)**

	Schritt	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
1	sichtbar: $n^2 + 4n$	5	12	21	32	45	60	77	96	140	192
	unsichtbar: n	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12
2	sichtbar: $2n^2 + 3n$	5	14	27	44	65	90	119	152	230	324
	unsichtbar: n	1	2	3	4	5	6	7	8	10	12

K5 **2** **a)** $3p + 2 - (-15p) : 3 = 8p + 2$

b) $1{,}8y + (-3{,}7y) = -1{,}9y$

c) $8 \cdot \frac{15}{24}x + 0{,}25 = 5x + 0{,}25$

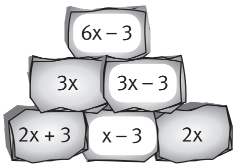
d) $(q + 5) : -5 = -\frac{1}{5}q - 1$

e) $27r + 126s = 9 \cdot (3r + 14s)$

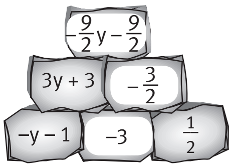
f) $\frac{2}{3} \cdot \left(x + \frac{2}{3}y\right) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{9}y$

Hier sind unendlich viele Lösungen möglich, für x kann jede beliebige Zahl eingesetzt werden.

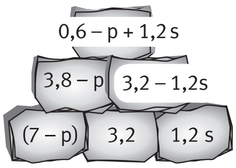
K5 **3** **a)**



b)



c) Subtraktion



K6 **4** **a)** 1 $425 = 83 + 84 + 85 + 86 + 87$

2 $12\,345 = 2467 + 2468 + 2469 + 2470 + 2471$

3 $17\,500 = 3498 + 3499 + 3500 + 3501 + 35012$

4 $524\,765 = 104\,951 + 104\,952 + 104\,953 + 104\,954 + 104\,955$

b) Henriette hat Recht mit ihrer Vermutung.

Beispiele: $425 \cdot \frac{1}{5} - 2 = 83$ und $12\,345 \cdot \frac{1}{5} - 2 = 2467$

c) Die Formel funktioniert nur, wenn n durch 5 teilbar ist. Nur dann entsteht durch Anwenden der Formel eine natürliche Zahl.

K5 **5** **a)** $6\frac{2}{5} - \frac{2}{5}x^2$ **b)** $x^2 + 24xy + 144y^2$ **c)** $\frac{1}{16}a^2 - 2ab + 16b^2$
d) $\frac{7}{128} - 7\frac{7}{8}x^2$ **e)** $a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2$ **f)** $3x^2 - 27$

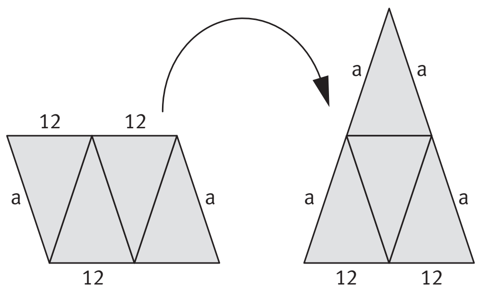
K5 **6** **a)** $(a + 10) \cdot (a - 10)$ **b)** $(3 + s)^2$ **c)** $b \cdot (1 - 225b)$
d) $\left(\frac{3}{4}q - p\right)^2$ **e)** $0{,}5x \cdot (x^3 + 3x + 6)$ **f)** keine Zerlegung möglich

Kx **7** **a)** $(11 + 5)^2 = x - 44 \Rightarrow x = 300$ **b)** $\frac{x}{x-4} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = -6$

K5 **8** **a)** $x = 1{,}25$ **b)** $y = -1$ **c)** $x = 0{,}75$ **d)** $y = 0{,}5$
e) $x = -2$ **f)** $x = 1$ **g)** $x = -3$ **h)** $y = -0{,}5$
i) $y = 4$ **j)** $x = 2$ **k)** $y = 3$ **l)** $x = 1$

K5 **9** **a)** $\mathbb{L} = \{9\}$
b) $\mathbb{L} = \{157\}$
c) $\mathbb{L} = \{\,\}$, weil $x = \frac{5}{6}$ nicht zum Definitionsbereich der natürlichen Zahlen gehört.
d) $\mathbb{L} = \{4\}$
e) $\mathbb{L} = \{-27\}$
f) $\mathbb{L} = \mathbb{N}$

K3 **10**



Umfang des Parallelogramms:
$u = 2a + 4 \cdot 12\,cm = 2a + 48\,cm = 86\,cm$
$a = 19\,cm$
Umfang des Dreiecks:
$u = 4a + 2 \cdot 12\,cm = 4 \cdot 19\,cm + 24\,cm = 100\,cm$

K5 **11** **a)** $\rho = \frac{m}{V}$ $V = \frac{m}{\rho}$ $m = V \cdot \rho$

b)

	Gold	Blei	Beton	Luft
Masse m	2 g	50 g	6,9 t	1 kg
Volumen V	$740\,mm^3$	$\approx 4{,}4\,cm^3$	$3\,m^3$	$\approx 0{,}78\,m^3$
Dichte ρ	$\approx 2{,}7\,\frac{g}{cm^3}$	$11{,}34\,\frac{g}{cm^3}$	$2{,}3\,\frac{t}{m^3}$	$1{,}29\,\frac{kg}{m^3}$

c) Hier sind individuelle Lösungen möglich. Man muss das Volumen der Luft im Klassenraum bzw. im Auto-Innenraum bestimmen. Im Klassenzimmer ist es recht einfach, vermutlich genügt die Volumenformel für einen Quader. Das Innenraumvolumen eines Autos beträgt je nach Modell zwischen $1{,}5\,m^3$ und $3\,m^3$, eine recht genaue Bestimmung könnte z. B. erfolgen, indem man das Auto mit Tennisbällen etc. füllt.

K5 **12**

Kapital	500 €	733 €	1525 €	12 250 €	5000 €
Zinsen	12,50 €	21,99 €	61 €	490 €	60 €
Zinssatz	2,5 %	3 %	4 %	4 %	1,2 %

Kx **13 a)** $\mathbb{L} = \{2\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$ **b)** $\mathbb{L} = \{1\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ **c)** $\mathbb{L} = \left\{\frac{3}{5}\right\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$
d) $\mathbb{L} = \{5\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1; 0\}$ **e)** $\mathbb{L} = \{\,\}; \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

K5 **14 a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-0{,}5; 3\}$
$2x + 1 = x - 3$
$\Leftrightarrow x = -4; \mathbb{L} = \{-4\}$

b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1{,}5; 3\}$
$3x - 9 = 2x + 3$
$\Leftrightarrow x = 12; \mathbb{L} = \{12\}$

c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-0{,}5; \frac{1}{3}\right\}$
$12x + 6 = 12x - 4$
$6 = -4$
nicht lösbar; $\mathbb{L} = \{\,\}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3{,}75; 7\}$
$3{,}6x + 6 = 1{,}2x - 8{,}4$
$\Leftrightarrow 2{,}4x = -14{,}4$
$\Leftrightarrow x = -14{,}4 : 2{,}4 = -6; \mathbb{L} = \{-6\}$

e) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1{,}5; 2\}$
$(x + 1{,}5) \cdot (x - 2) = (x - 1{,}5) \cdot (x + 2)$
$\Leftrightarrow x^2 - 0{,}5x - 3 = x^2 + 0{,}5x - 3$
$\Leftrightarrow x = 0; \mathbb{L} = \{0\}$

f) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2{,}5; 3\}$
$x^2 - 6{,}25 = x^2 - 9$
$\Leftrightarrow -6{,}25 = -9$
$\mathbb{L} = \{\,\}$

Kx **15** $(x + 2) \cdot (x - 2) = x^2 - 4 = 221 \;\Rightarrow\; x_1 = 15, x_2 = -15$

K3 **Klarer Durchblick**

a) $b = \frac{B \cdot g}{G}$; $g = \frac{G \cdot b}{B}$

b) $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{g-f}{fg} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{fg}{g-f}; \qquad B = \frac{G \cdot b}{g}$

$f = 15\,\text{cm}$; $G = 15\,\text{cm}$;

① $g = 40\,\text{cm}$: $b_{40} = \frac{15\,\text{cm} \cdot 40\,\text{cm}}{40\,\text{cm} - 15\,\text{cm}} = \frac{600}{25}\,\text{cm} = 24\,\text{cm}$; $B_{40} = \frac{15\,\text{cm} \cdot 24\,\text{cm}}{40\,\text{cm}} = \frac{360}{40}\,\text{cm} = 9\,\text{cm}$

$g = 20\,\text{cm}$: $b_{20} = \frac{15\,\text{cm} \cdot 20\,\text{cm}}{20\,\text{cm} - 15\,\text{cm}} = \frac{300}{5}\,\text{cm} = 60\,\text{cm}$; $B_{20} = \frac{15\,\text{cm} \cdot 60\,\text{cm}}{20\,\text{cm}} = \frac{900}{20}\,\text{cm} = 45\,\text{cm}$

② Für $g = f$ ist b, und damit auch B, nicht definiert, da hier der Nenner des Bruchterms $b = \frac{f_g}{g-f}$ null wird.

g in cm	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00	55,00	60,00
	g = f	f < g < 2f		g = 2f	g > 2f					
b in cm	–	60,00	37,50	30,00	26,25	24,00	22,50	21,43	20,63	20,00
B in cm	–	45,00	22,50	15,00	11,25	9,00	7,50	6,43	5,63	5,00

K3 **Ganz Ohr**

a) Kammerton a: $t(n) = \frac{n\,s}{440}$:

1 Schwingung: $t(1) = \frac{1\,s}{440} = 2{,}\overline{27} \cdot 10^{-3}\,s$

100 Schwingungen: $t(100) = \frac{100\,s}{440} = 2{,}\overline{27} \cdot 10^{-1}\,s$

b) 60 s · 440 Schwingungen/s = 26 400 Schwingungen

c) Hörvermögen des Menschen:

untere Grenze: $f = 20\,\text{Hz}$; 1 Schwingung: $t = 5 \cdot 10^{-2}\,s$

obere Grenze: $f = 20\,\text{kHz}$; 1 Schwingung: $t = 5 \cdot 10^{-5}\,s$

K3 **Fühlst du die Kraft?**

a) $F_2 = \frac{F_1}{A_1} \cdot A_2 = \frac{150\,\text{N}}{0{,}5\,\text{cm}^2} \cdot 400\,\text{cm}^2 = 120\,000\,\text{N} = 120\,\text{kN}$

b) $A_2 = \frac{A_1}{F_1} \cdot F_2 = \frac{0{,}5\,\text{cm}^2}{150\,\text{N}} \cdot 12\,000\,\text{N} = 40\,\text{cm}^2$

c) $F_1 = x\,\text{N}$; $F_2 = (x + 100)\,\text{N}$; $A_1 = 2\,\text{cm}^2$; $A_2 = 27\,\text{cm}^2$

$\frac{x}{2} = \frac{x + 100}{27}$

$\Leftrightarrow 27x = 2x + 200$

$\Leftrightarrow x = 8$

$F_1 = 8\,\text{N}$; $F_2 = 108\,\text{N}$

K2 **Vom Schmecken und Riechen**

Individuelle Bearbeitung möglich.

Das kann ich!

Kx **1** **a)**

Schritt	1	2	3	4	5
Anzahl Würfel	1	4	9	16	25

b) Bei jedem Schritt kommen zwei Würfel mehr hinzu als noch beim Schritt zuvor. Ordnet man die Würfel in einer Ebene an, erhält man ein Quadrat mit Länge n. Term für die Anzahl A (n) an Würfeln beim n-ten Schritt: $A(n) = n^2$.

Kx **2** **a)**

Schritt	1	2
1	$2 \cdot 1 = 2$	$3 + 2 \cdot 1 = 5$
2	$3 \cdot 2 = 6$	$3 + 2 \cdot 2 = 7$
3	$4 \cdot 3 = 12$	$3 + 2 \cdot 3 = 9$
4	$5 \cdot 4 = 20$	$3 + 2 \cdot 4 = 11$
5	$6 \cdot 5 = 30$	$3 + 2 \cdot 5 = 13$
6	$7 \cdot 6 = 42$	$3 + 2 \cdot 6 = 15$
7	$8 \cdot 7 = 56$	$3 + 2 \cdot 7 = 17$
8	$9 \cdot 8 = 72$	$3 + 2 \cdot 8 = 19$

b) 1 Anzahl der Punkte beim n-ten Schritt: $(n + 1) \cdot n$
2 Zahl der Punkte beim n-ten Schritt: $3 + 2 \cdot n$

Kx **3** **a)** $3x + 8{,}2y - 4$ **b)** $-x^2 + 2{,}5x + 9y$ **c)** $\frac{2}{5}x + 1\frac{1}{5}y$
d) $-3x + \frac{4}{5}y$ **e)** $-2x + 2\frac{2}{3}y + 14$ **f)** $16{,}1ab - 6{,}9b$
g) $2x^2 - 12xy - x + 18y - 3$ **h)** $8x^2 + 20x + 8$

4 **a)** $3\frac{1}{3}s + 1 - \frac{1}{3}s = 1 + 3s$ **b)** $2 \cdot \left(\frac{1}{9}u + \frac{2}{7}v\right) = \frac{2}{9}u + \frac{4}{7}v$ **c)** $(28 + 5t) : (-4) = -7 - 1{,}25t$

Kx **5** **a)** $x^2 - 2x - 3$ **b)** $a^2 - 2a - ab + 2b$ **c)** $-3x^2 + 14x - 8$
d) $2{,}5xy + 7x - 2{,}5y^2 - 7y$ **e)** $1{,}44s^2 - 1{,}2st - 0{,}6s + 0{,}5t$ **f)** $-0{,}9a^2 + ab + 5{,}4a - 6b$

Kx **6**

	gemeinsamer Faktor	vereinfachter Term
a)	$7x$	$7x \cdot (x + 3)$
b)	$6a$	$6a \cdot (2b - 6a + 3b^2)$
c)	$3x^2$	$3x^2 \cdot (5x + 4y)$
d)	$0{,}4kl$	$0{,}4kl \cdot (m + 5km - 4)$
e)	$0{,}2x$	$0{,}2x \cdot (4x + 2a - 1)$
f)	$-t^2$	$-t^2 \cdot (t^2 + 1{,}2 + 4{,}8ts)$

Kx **7** **a)** $x^2 - 3x + 2{,}25$ **b)** $64x^2 - 4y^2$ **c)** $27 + 18h + 3h^2$
d) $4x^2 + 24x + 36$ **e)** $-81y^2 + 90xy - 25x^2$ **f)** $\frac{3}{16}a^2 - \frac{3}{16}ab + \frac{3}{64}b^2$

Kx **8** **a)** $(a - 2b)^2$ **b)** $(3 + 4z)^2$ **c)** $(2{,}5 - 2y) \cdot (2{,}5 + 2y)$
d) $-(1 + 2r)^2$ **e)** $(1{,}2x - 0{,}8a) \cdot (1{,}2x + 0{,}8a)$ **f)** $(17y - 2) \cdot (17y + 2)$

Kx **9**
$$(x - 5)^2 = 64$$
$$x - 5 = 8$$
$$x = 13$$
Das Quadrat hatte ursprünglich eine Seitenlänge von 13 cm.

Kx **10** **a)** $12x - 1 = 2 \cdot (5x + 8)$
$12x - 1 = 10x + 16$
$x = 8{,}5 \notin \mathbb{N}$
$\mathbb{L} = \{\,\}$

b) $-2{,}5 + 4x = 4 - (x - 2{,}5 + 4x)$
$-2{,}5 + 4x = 4 - x + 2{,}5 - 4x$
$x = 1 \in \mathbb{Z}$
$\mathbb{L} = \{1\}$

c) $-z \cdot (2 - z) = (2 - z)^2$
$-2z + z^2 = 4 - 4z + z^2$
$z = 2 \in \mathbb{Q}$
$\mathbb{L} = \{2\}$

d) $(2x + 3)^2 = 4x \cdot (x + 6)$
$4x^2 + 12x + 9 = 4x^2 + 24x$
$x = \frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$
$\mathbb{L} = \left\{\frac{3}{4}\right\}$

Kx **11** $19\,\text{cm} = (x + 2\,\text{cm}) + x + (x - 1\,\text{cm})$
$19\,\text{cm} = 3x + 1\,\text{cm} \quad | -1\,\text{cm}$
$18\,\text{cm} = 3x \quad | : 3$
$6\,\text{cm} = x$
Seitenlängen: $a = 8\,\text{cm}$, $b = 6\,\text{cm}$, $c = 5\,\text{cm}$.
Die Konstruktion ist nach SSS möglich.

Kx **12** Bestimmung des Definitionsbereichs $\mathbb{D}$ in $\mathbb{N}$ (1) und in $\mathbb{Q}$ (2):

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
1	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \setminus \{1\}$	$\mathbb{N} \setminus \{4\}$	$\mathbb{N} \setminus \{3\}$	$\mathbb{N} \setminus \{6\}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \setminus \{2\}$	$\mathbb{N} \setminus \{0; 2\}$
2	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0{,}5\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{1\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-4; 4\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{6\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 2\}$

Kx **13** **a)** $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$; $\mathbb{L} = \{6\}$
b) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 5\}$; $\mathbb{L} = \{13\}$
c) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$; $\mathbb{L} = \{\,\}$, da $x = 2$ nicht im Definitionsbereich
d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$; $\mathbb{L} = \{3\}$
e) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{L} = \left\{\frac{2}{3}\right\}$
f) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{L} = \{1\}$

Kx **14** **a)** Die Formel beschreibt den Inhalt der Oberfläche eines Quaders.
b) 1 $O = a \cdot (2b + 2c) + 2bc$
$a = \frac{O - 2bc}{2b + 2c}$
2 $O = b \cdot (2a + 2c) + 2ac$
$a = \frac{O - 2ac}{2a + 2c}$
3 $O = c \cdot (2a + 2b) + 2ab$
$a = \frac{O - 2ab}{2a + 2b}$

Aufgaben für Lernpartner

K 1/6 **A** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **B** Die Aussage ist falsch. In allen Summanden muss jeweils derselbe Faktor vorkommen.

K 1/6 **C** Die Aussage ist falsch. Ausklammern und ausmultiplizieren sind entgegengesetzte Operationen.

K 1/6 **D** Die Aussage ist falsch. Richtig ist: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

K 1/6 **E** Die Aussage ist falsch. Die Lösungsmenge einer Gleichung darf sich bei einer Äquivalenzumformung nicht ändern.

K 1/6 **F** Die Aussage ist falsch. Eine Formel ist eine Gleichung, die man mithilfe von Äquivalenzumformungen umstellen kann.

K 1/6 **G** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **H** Die Aussage ist falsch. Richtig ist: $(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$

K 1/6 **I** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **J** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **K** Die Aussage ist falsch. Diese Zahl gehört nicht zum Definitionsbereich und damit auch nicht zur Lösungsmenge.

K 1/6 **L** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **M** Die Aussage ist falsch. Bei der quadratischen Ergänzung handelt es sich um eine Äquivalenzumformung, daher bleibt die Lösungsmenge unverändert.

K 1/6 **N** Die Aussage ist falsch. Da eine Division durch null verboten ist, müssen alle Werte ausgeschlossen werden, bei denen der Nenner null werden würde.