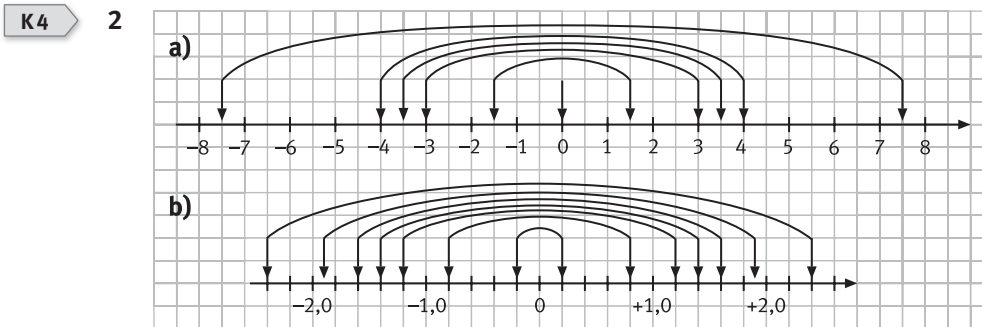


- K4** 1 a) A: -300 B: -200 C: -50 D: 0 E: +150
 b) A: $-1\frac{1}{4}$ B: $-\frac{1}{2}$ C: $-\frac{1}{4}$ D: 0 E: $+\frac{3}{4}$ F: $+1\frac{1}{4}$



- K5** 3 a) $0,235 \boxtimes -0,235$ b) $|-17,14| \boxtimes -17,14$
 $|-12,35| \boxtimes 12,35$ $-35,78 \boxtimes -35,79$
 c) $+123,21 \boxtimes |-123,20|$ d) $-\frac{15}{3} \boxtimes -\frac{15}{4}$
 $|-15,993| \boxtimes |-15,992|$ $|-16\frac{1}{2}| \boxtimes |16\frac{1}{3}|$

- K5** 4 a) $-17 < -4,5 < -4 < 0 < 2,1 < 3,5 < 22\frac{1}{7}$
 b) $-33\frac{1}{3} < -33,3 < -33,2 < -33,1 < |-33,1| < |-33,2|$

- K3** 5 a) $x + (-56) - (-44) = 100$ b) $(2x - (-36)) : (-8) = 8$
 $x - 56 + 44 = 100$ $2x + 36 = -64$
 $x - 12 = 100$ $2x = -100$
 Markus hat sich die Zahl 112 gedacht. Sabine hat sich die Zahl -50 ausgedacht.

K5 6

+	-2,75	+4,3	$-\frac{7}{10}$	$-2\frac{1}{5}$
-3,4	-6,15	+0,9	-4,1	-5,6
9,2	+6,45	+13,5	+8,5	+7
$-\frac{2}{3}$	$-3\frac{5}{12}$	$+3\frac{19}{30}$	$-1\frac{11}{30}$	$-2\frac{13}{15}$
+0,9	-1,85	+5,2	+0,2	-1,3

-	7,2	-14,8	$-\frac{5}{8}$	+12,34
-15,7	-22,9	-0,9	-15,075	-28,04
+4,6	-2,6	+19,4	+5,225	-7,74
$-\frac{9}{10}$	-8,1	+13,9	$-\frac{11}{40}$	-13,24
2,78	-4,42	+17,58	+3,405	-9,56

c) Die Subtraktion ist nicht kommutativ, daher wird durch die ausgefüllte Zelle die Reihenfolge der Berechnung festgelegt.

K5 7

.	-3,5	+9,8	$-\frac{3}{5}$	-17,1
-6,7	+23,45	-65,66	+4,02	+114,57
$+2\frac{3}{4}$	$-9\frac{5}{8}$	+26,95	$-1\frac{13}{20}$	-47,025
-7,5	+26,25	-73,5	+4,5	+128,25
+0,25	-0,875	+2,45	-0,15	-4,275

- K1** 8 a) Das Ergebnis ist positiv.
 b) Das Ergebnis ist negativ.

K5 9

:	-2,1	+5	$-\frac{3}{4}$	-3,5
220,5	-105	+44,1	-294	-63
-15,75	+7,5	-3,15	+21	+4,5
-94,5	+45	-18,9	+126	+27
$-12\frac{3}{5}$	+6	-2,52	$+16\frac{4}{5}$	+3,6

K5

10 a) $-5 \cdot (3,5 + 4,5) = -5 \cdot 8 = -40$

b) $36,7 + (-6,7) + (-12,9) + (-5,1) = 36,7 - 6,7 + (-12,9 - 5,1) = 30 - 18 = 12$

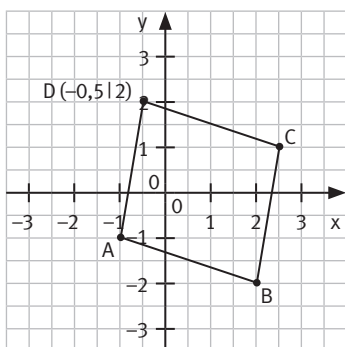
c) $\frac{1}{4} + \left(-\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{1}{4} - \frac{7}{8} + \left(-\frac{1}{6} - \frac{5}{12}\right) = -\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = -1\frac{5}{24}$

d) $-22,1 \cdot 98 + (-5,6) \cdot 98 = (-22,1 - 5,6) \cdot 98 = -27,7 \cdot 98 = -2714,6$

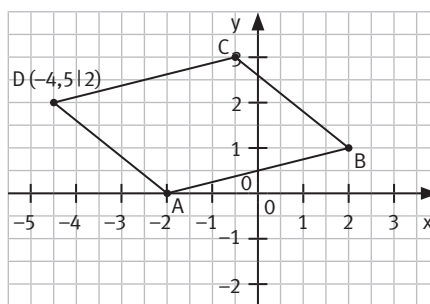
e) $-14,7 \cdot \left(-\frac{3}{4} + \frac{4}{3}\right) = -14,7 \cdot \frac{7}{12} = -8,575 = -8\frac{23}{40}$

K5

11 a)



b)



K5

12 a) $(-4)^5 = -1024$

b) $2,5^4 = 39,0625$

K5

13 a) $5^1 = 5$

b) $(-1,5)^7 = -17,0859375$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{2^9} = \frac{1}{512}$

d) $2^6 = 64$

K5

14 a) $(x \cdot y)^3$

b) $\left(\frac{5}{8}xz\right)^4$

c) $56,25a^6$

d) $20736x^{20}$

K1/6

15 Die Aussage ist richtig.

K1/6

16 Die Aussage ist falsch.

Beispiel: $-\frac{3}{4}$ ist eine rationale, aber keine ganze Zahl.

K1/6

17 Die Aussage ist richtig.

K1/6

18 Die Aussage ist richtig, es ist eine mögliche Vorgehensweise.

K1/6

19 Die Aussage ist richtig.

K1/6

20 Die Aussage ist falsch. Treffen zwei Minuszeichen aufeinander, dann kann man sie durch ein Pluszeichen ersetzen.

K1/6

21 Die Aussage ist richtig,

- K1/6** 22 Die Aussage ist falsch. Wird eine Zahl durch einen negativen Bruch dividiert, dann wird diese Zahl mit dem negativen Kehrbuch multipliziert.
- K1/6** 23 Die Aussage ist falsch. Die beiden Gesetze gelten für die alleinige Multiplikation und die alleinige Addition rationaler Zahlen, aber nicht für die Division rationaler Zahlen.
- K1/6** 24 Die Aussage ist richtig, weil man jedes Ausklammern durch Ausmultiplizieren wieder rückgängig machen kann.
- K1/6** 25 Die Aussage ist falsch. Im II. und III. Quadranten sind alle x-Koordinaten negativ, die y-Koordinaten im II. Quadranten sind jedoch positiv.
- K1/6** 26 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 27 Die Aussage ist falsch. Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert und die Basis beibehält.
- K1/6** 28 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 29 Die Gleichung ist richtig, die eigentliche Aussage lässt sich aber nicht verallgemeinern. Der aufgezeigte Fall ist eine Ausnahme, da $4 = 2^2$ ist und damit $4^2 = (2^2)^2 = 2^4$.
- K1/6** 30 Die Aussage ist falsch. Bei geradem Exponenten ist der Potenzwert positiv.
- K1/6** 31 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 32 Die Aussage ist falsch. Der Exponent -1 bewirkt, dass ein Bruch entsteht mit 1 im Zähler und dem ursprünglichen Potenzwert im Nenner: $(a^m)^{-1} = a^{m \cdot (-1)} = a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

K3 1 a) $u = 10x$ b) $u = 2\frac{1}{3}x$ c) $k = 28x$ d) $k = 6x$

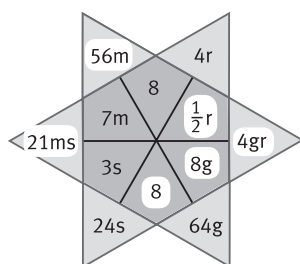
K3 2 a) $3x - 3$ b) $0,5x + 21$ c) $5x - 4$ d) $x^2 + 7$

K3 3 Term 1 gehört zur Wertetabelle e). Term 2 gehört zur Wertetabelle c).
Term 3 gehört zur Wertetabelle b). Term 4 gehört zur Wertetabelle d).

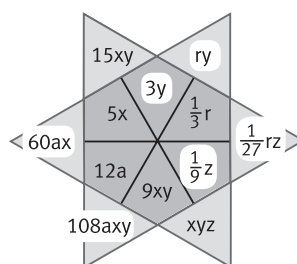
K5 4 a) $5,5x$ b) $-4st$ c) $8,7pq - p - 2q$ d) $14xy^2 - 6x^2y^2$ e) $-4,5ab^2 + 13,5a^2b - 3,5a^2b^2$

K5 5 a) $96a$ b) c c) $24a^2c^2$ d) $fc b$ e) $2e^{6f^5}$ f) $5 + 4s^2t^3$

K5 6 a)



b)



K5 7 a) $x = 9$ b) $y = 32$ c) $x = -\frac{20}{3} = -6\frac{2}{3}$ d) $z = 14$ e) $x = -3$ f) $x = 4$

K3 8 a) $x + 5 = 17$ $x = 12$ b) $0,5x - 25 = 32$ $x = 114$
c) $0,25 \cdot x = 11,5$ $x = 46$ d) $2x : 15 = 240$ $x = 1800$
e) $4 \cdot (x + 7) = 32$ $x = 1$

K5 9 a) $\mathbb{G}_1 = \mathbb{N}; \mathbb{L} = \emptyset$ $\mathbb{G}_2 = \mathbb{Z}; \mathbb{L} = \{-2\}$ b) $\mathbb{G}_1 = \mathbb{N}; \mathbb{L} = \emptyset$ $\mathbb{G}_2 = \mathbb{Z}; \mathbb{L} = \{-12\}$
c) $\mathbb{G}_1 = \mathbb{N}; \mathbb{L} = \emptyset$ $\mathbb{G}_2 = \mathbb{Z}; \mathbb{L} = \{-11\}$ d) $\mathbb{G}_1 = \mathbb{Z}; \mathbb{L} = \emptyset$ $\mathbb{G}_2 = \mathbb{Q}; \mathbb{L} = \{4,5\}$
e) $\mathbb{G}_1 = \mathbb{N}; \mathbb{L} = \emptyset$ $\mathbb{G}_2 = \mathbb{Q}; \mathbb{L} = \{1,4\}$ f) $\mathbb{G}_1 = \mathbb{N}; \mathbb{L} = \emptyset$ $\mathbb{G}_2 = \mathbb{Q}; \mathbb{L} = \left\{1\frac{11}{21}\right\}$

K3 10 $43,2 \text{ cm} = 36 \cdot s$ $s = 1,2 \text{ cm}$ Die Teilstrecke s ist $1,2 \text{ cm}$ lang.

K5 11 a) $x \geq 3$ $\mathbb{L} = \{x \mid x \geq 3\}$ b) $a \geq -\frac{38}{21} = -1\frac{17}{21}$ $\mathbb{L} = \mathbb{Q}_0^+$
c) $6 \geq z$ $\mathbb{L} = \{\dots; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ d) $-3,6 \leq x$ $\mathbb{L} = \{x \mid x \geq -3,6\}$
e) $x < 3,2$ $\mathbb{L} = \{x \mid -20 \leq x < 3,2\} = [-20; 3,2[$ f) $z > 0,2$ $\mathbb{L} = \{x \mid x > 0,2\}$

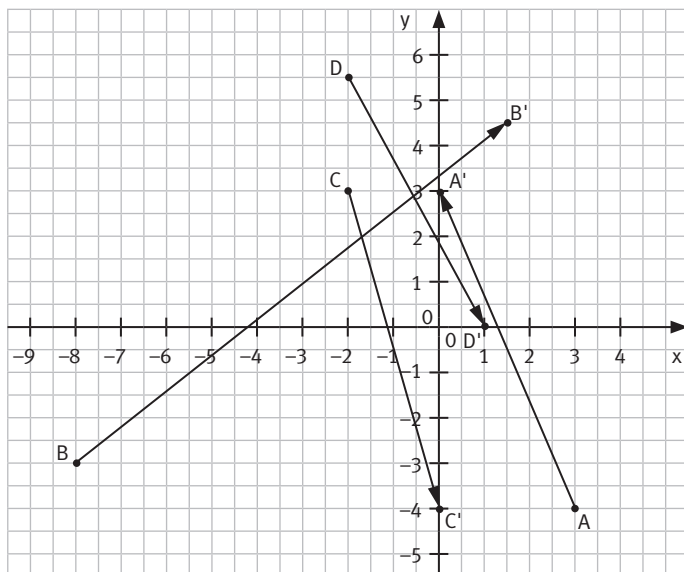
K5 12 a) $x > 1$ b) $y > 5$ c) $x \leq 3$ d) $x < 12$
e) $x \geq 1,5$ f) $x > 1$ g) $-3\frac{1}{3} \geq x$ h) $x < 8,9$
i) $x \leq 4$ j) $x < \frac{4}{3}$ k) $x < -1$ l) $0 > 2,375; \mathbb{L} = \emptyset$
m) $x \geq 5$ n) $x > 1,25$

K3 13 Sei x die Breite der Scheune. Dann gilt für die Länge d der Dachsparren: $d = 3 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot x\right) = \frac{3}{4} \cdot x$.
 $x = 14 \text{ m}$, also $d = 10,5 \text{ m}$
 $x = 15 \text{ m}$, also $d = 11,25 \text{ m}$
 $x = 16 \text{ m}$, also $d = 12 \text{ m}$

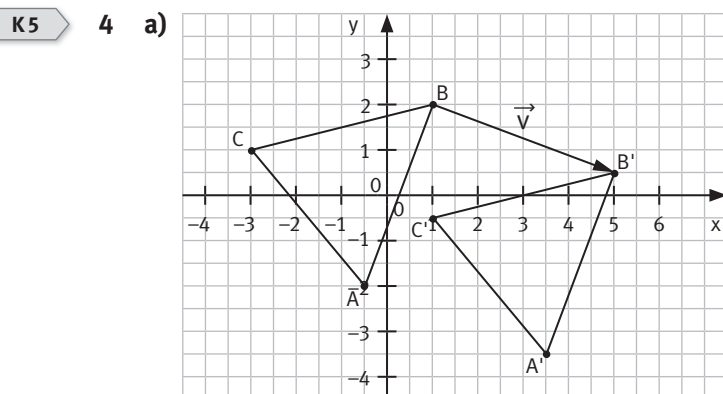
- K3** 14 Sei t die Zeit in Sekunden.
 $600 - 2t = 4t$
 $t = 100$
Nach $100 \text{ s} = 1 \text{ min } 40 \text{ s}$ sind beide Flugzeuge auf gleicher Höhe (nämlich in 400 m Höhe).
- K5** 15 $x = 1080 \text{ cm} : 12 = 90 \text{ cm}$ $V = (90 \text{ cm})^3 = 729\,000 \text{ cm}^3 = 729 \text{ dm}^3$
- K1/6** 16 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 17 Die Aussage ist falsch. Das Ergebnis der Gleichung ist $0 = 0$. Diese Gleichung hat unendlich viele Lösungen.
- K1/6** 18 Die Aussage ist falsch. Die Lösungsmenge muss Teil der Grundmenge sein, ansonsten hat die Gleichung keine Lösung.
- K1/6** 19 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 20 Die Aussage ist falsch. Beispielsweise gilt für die Gleichung $x = x$, dass die Grundmenge gleich der Lösungsmenge ist.
- K1/6** 21 Die Aussage ist falsch. Beispielsweise ist für $x < 0$ und Grundmenge \mathbb{N} die Lösungsmenge leer.
- K1/6** 22 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 23 Die Aussage ist richtig: Wenn die Differenz zweier Terme null ergibt, so bedeutet dies insbesondere, dass für jede Einsetzung aus der Grundmenge die Differenz der Terme null ergibt. Damit gilt für jede Einsetzung aus der Grundmenge, dass die Termwerte gleich sind – die Terme sind äquivalent.
- K1/6** 24 Die Aussage ist richtig. Ein Term ist ein Rechenausdruck, bei dem Zahlen und Variablen durch Rechenzeichen sinnvoll miteinander verbunden werden. $6 - 2 \cdot 3$ ergibt 0, die Division durch null ist jedoch nicht zulässig, daher ist der angegebene Rechenausdruck keine sinnvolle Verknüpfung von Zahlen und Variablen, also auch kein Term.
- K1/6** 25 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 26 Die Aussage ist falsch. Eine Gleichung kann keine Lösung, eine Lösung, mehrere Lösungen oder unendlich viele Lösungen haben.
- K1/6** 27 Die Aussage ist falsch. Wird für x eine negative Zahl eingesetzt, so ist der Term $x - 2x$ größer als der Term $x + 2x$.
- K1/6** 28 Die Aussage ist richtig.

K5 1 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB}^* = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD}^* = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$
 $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2,5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{EF}^* = \begin{pmatrix} 3 \\ -2,5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{GH} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2,5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{GH}^* = \begin{pmatrix} 4 \\ 2,5 \end{pmatrix}$

K5 2 a) bis d)
 $A'(0|3)$
 $B'(1,5|4,5)$
 $C(-2|3)$
 $D'(1|0)$



K5 3 a) $\overrightarrow{PP'} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ 1,5 \end{pmatrix}$ b) $P'(-2,2|8,5)$ c) $P(-7|-23)$ d) $P(2|3); \overrightarrow{PP'} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

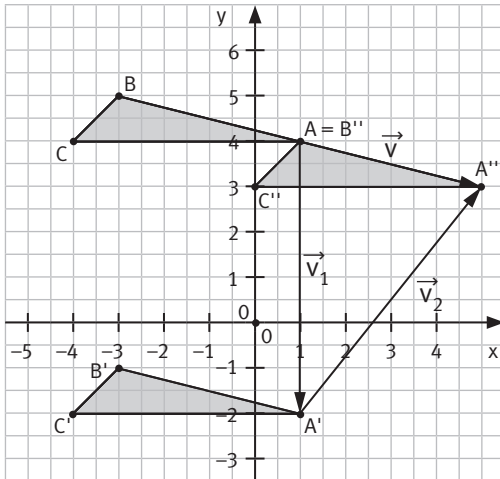


b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1,5 \end{pmatrix}$

c) $A'(3,5|-3,5); C'(1|-0,5)$

K5 5 a) $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 7 \\ -26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -21 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 30 \\ -5,5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -45 \\ -45,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -51,3 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$

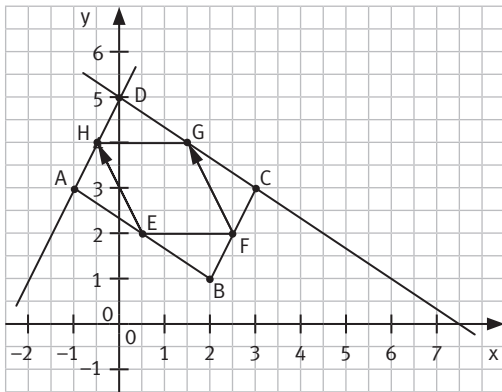
K5 6 a)



b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0+4 \\ -6+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ $A''(5|3); B''(1|4); C''(0|3)$

K5 7 a) M(2,5|0,5) b) B(13|-8) c) A(7|14) d) A(-31|4); B(7|10) e) A(3|10); M(5|1)

K3 8



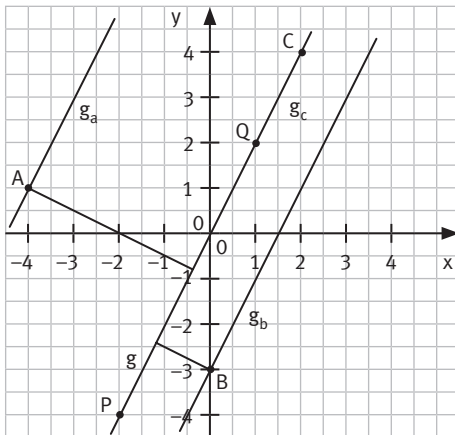
a) D(0|5)

b) E(0,5|2); F(2,5|2); G(1,5|4); H(-0,5|4)

c) $\vec{FG} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{EH} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Die beiden Vektoren sind parallel und gleich lang und zeigen in dieselbe Richtung, das heißt, das Viereck EFGH ist ein Parallelogramm.

K4 9



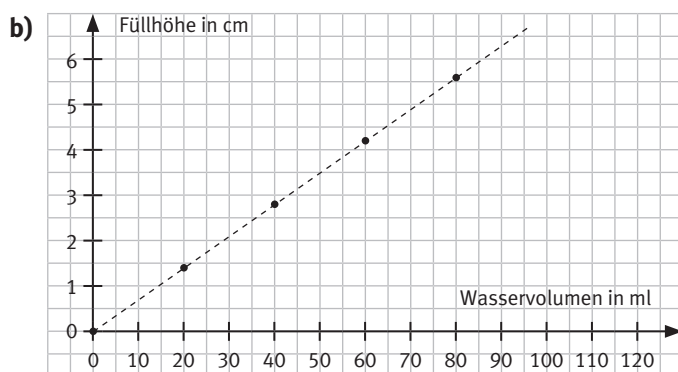
$d(A; g) = 4,0 \text{ cm};$ $d(B; g) = 1,3 \text{ cm};$ $d(C; g) = 0 \text{ cm}, C \text{ liegt auf } g, g = g_c$

- K5** 10 $\alpha = \gamma = \delta = \eta = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ; \quad \beta = \varepsilon = \zeta = 125^\circ$
- K3** 11 a) $\gamma = 30^\circ$ b) $\beta = 35^\circ$
 c) $\beta = \gamma = 63^\circ$ d) $\alpha = 38^\circ; \gamma = 76^\circ$
 e) $\alpha = 60^\circ; \beta = 90^\circ; \gamma = 30^\circ$ f) $\beta = 20^\circ; \alpha = 60^\circ; \gamma = 100^\circ$
 g) $\beta = 63^\circ; \gamma = 92^\circ$ h) $\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$
- K3** 12 $\alpha = 101^\circ \quad \beta = 72^\circ \quad \gamma = 90^\circ \quad \delta = 97^\circ$
- K3** 13 a) $\delta = 116^\circ$ b) $\delta = 59^\circ$ c) $\beta = \gamma = \delta = 102^\circ$
 d) $\beta = \delta = 48^\circ; \gamma = 132^\circ$ e) $\beta = 24^\circ; \alpha = 64^\circ$ f) $\alpha = 75^\circ; \beta = 25^\circ$
- K3** 14 $\alpha = 29^\circ \quad \beta = 61^\circ$
- K3** 15 $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{FA} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AO} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- K1/6** 16 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 17 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
- K1/6** 18 Die Aussage ist richtig. Ein Vektor und sein Gegenvektor zeigen zwar in entgegengesetzte Richtungen, sie sind aber gleich lang, da der Fußpunkt des Vektors die Spitze des Gegenvektors ist und umgekehrt.
- K1/6** 19 Die Aussage ist nur dann richtig, wenn die Vektoren nicht parallel sind. Wenn zwei der drei Vektoren parallel sind (also auf einer „Linie“ liegen), dann ist die Summe der beiden Vektoren der Gegenvektor zum dritten Vektor. Die Vektoren ergeben in diesem Fall kein Dreieck.
- K1/6** 20 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 21 Die Aussage ist falsch. Die Innenwinkelsumme im Dreieck beträgt 180° . Wenn zwei Winkel 90° groß wären, würden sich die zwei freien Schenkel nicht treffen, da sie dann parallel verlaufen.
- K1/6** 22 Die Aussage ist richtig. Stumpfe Winkel sind definiert als Winkel größer 90° , die Summe zweier stumpfer Winkel ist daher größer 180° . Da die Innenwinkelsumme im Dreieck 180° beträgt, können zwei stumpfe Winkel in einem Dreieck nicht vorkommen.
- K1/6** 23 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 24 Die Aussage ist falsch. Die Innenwinkelsumme in einem Viereck beträgt immer 360° , da sich jedes Viereck in zwei Dreiecke mit der Innenwinkelsumme von je 180° zerlegen lässt.
- K1/6** 25 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 26 Die Aussage ist falsch. Spitze Winkel sind definiert als Winkel kleiner 90° . Die Summe von vier spitzen Winkeln ergibt zusammen weniger als 360° .
- K1/6** 27 Die Aussage ist richtig.

- K3** 1 a) Hier sind individuelle Lösungen möglich, z. B.: (1|12); (2|6); (3|4).
b) Hier sind individuelle Lösungen möglich, z. B.: (80|10); (100|8); (160|5)

- K4** 2 a) Keine Proportionalität, da der Graph weder ein Hyperbelast noch eine im Ursprung beginnende Halbgerade ist.
b) Direkte Proportionalität, da der Graph eine im Ursprung beginnende Halbgerade ist.
c) Keine Proportionalität, da der Graph weder ein Hyperbelast noch eine im Ursprung beginnende Halbgerade ist.
d) Indirekte Proportionalität, da der Graph ein Hyperbelast ist.

- K2** 3 a) Das Wasservolumen in ml und die Füllhöhe in cm sind quotientengleich, es liegt eine direkte Proportionalität vor.



- c) Mögliche Antwort: Das Glas muss ein Zylinder oder ein Prisma sein, da sonst die Füllhöhe nicht konstant wäre.

K3 4 a)

Anzahl Teilnehmer	5	8	12	15	18
Preis pro Teilnehmer in €	25,20	15,75	10,50	8,40	7

- b) Das Produkt (126 €) gibt den Gesamtpreis für den Ausflug an, der auf die Teilnehmer anteilig umgelegt wird.

- K1** 5 Stephanie hat nicht Recht: Sie geht bei der Preiserhöhung und bei der Preissenkung von demselben Grundwert aus. Allerdings verändert sich der Grundwert bei einer Erhöhung um 100%. Der neue Wert entspricht 200% des ursprünglichen Grundwerts. Der neue Wert ist auch gleichzeitig der neue Grundwert, von dem eine Senkung um 100% ausgeht – der neue, um 100% gesenkte Preis beträgt null €. Hinweis: Die Argumentation dafür, dass Stephanie nicht Recht hat, würde auch gelten, wenn man z. B. um 20% oder um 50% erhöht und anschließend senkt.

- K3** 6 $GW = 440 \text{ g} : 110 \cdot 100 = 400 \text{ g}$ Das reguläre Glas enthält 400 g.

- K3** 7 $160 \text{ €} + 8 \text{ €} = 168 \text{ €}$
 $GW = 168 \text{ €} : 70 \cdot 100 = 240 \text{ €}$ Die Tasche hätte regulär 240 € gekostet.

- K3** 8 Die Angabe des Herstellers stimmt nicht, die Hose ist nicht um 2%, sondern um 3% eingegangen:
 $p = 100 - \frac{GW_{\text{vermindert}}}{GW} \cdot 100 = 100 - \frac{64 \text{ cm}}{66 \text{ cm}} \cdot 100 = 3,03 \approx 3$

9	a)	b)	c)
Darlehen in €	8000	17 000	2000
Zinssatz p. a.	4,9	3,5	6,0
Zinsen in €	196	119	10
Laufzeit in d	180	72	30

- K3** 10 1. Jahr: $Z_1 = 700,00\text{€} \cdot 0,8 : 100 = 5,60\text{€}$ $K_1 = 700,00\text{€} + 5,60\text{€} = 705,60\text{€}$
 2. Jahr: $Z_2 = 705,60\text{€} \cdot 0,8 : 100 = 5,64\text{€}$ $K_2 = 705,60\text{€} + 5,64\text{€} = 711,24\text{€}$
 3. Jahr: $Z_3 = 711,24\text{€} \cdot 0,8 : 100 = 5,69\text{€}$ $K_3 = 711,24\text{€} + 5,69\text{€} = 716,93\text{€}$
 4. Jahr: $Z_4 = 716,93\text{€} \cdot 0,8 : 100 = 5,74\text{€}$ $K_4 = 716,93\text{€} + 5,74\text{€} = 722,67\text{€}$
 Nach zwei Jahren sind 711,24 € auf dem Sparbuch, nach vier Jahren sind es 722,67 €.

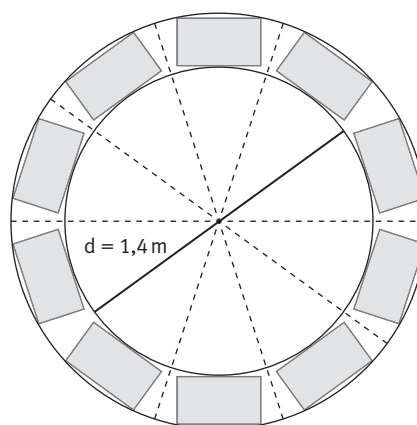
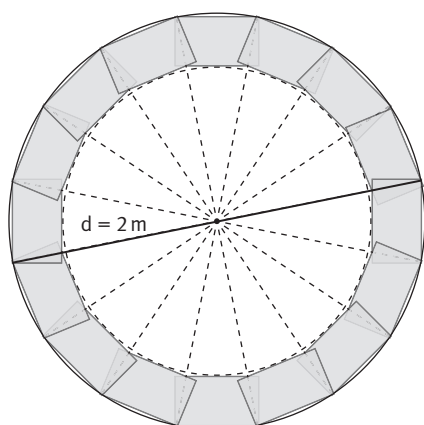
- K3** 11 Vereinbarte Zahlungsweise:
 Anzahlung: $50\,000\text{€} \cdot 30 : 100 = 15\,000\text{€}$
 Restbetrag: $50\,000\text{€} \cdot 70 : 100 = 35\,000\text{€}$
 Rest inkl. Zinsen zuzgl. Bearbeitung: $35\,000\text{€} \cdot 106,0 : 100 + 770\text{€} = 37\,870\text{€}$
 Alternative Zahlungsweise: Bankkredit über den Restbetrag
 Restbetrag inkl. Zinsen ohne Bearbeitung: $35\,000\text{€} \cdot 108,2 : 100 + 0\text{€} = 37\,870\text{€}$
 Beide Modelle sind für Paul de la Cuisine gleich teuer, es macht keinen Unterschied, welches Modell er gewählt hätte.

- K4** 12 a) Praktische Arbeit beim Zeichnen eines Kreises (Umfang und Flächeninhalt)
 b) $u = 8\text{ cm} \cdot 3,14 = 25,12\text{ cm}$
 c) $A = (4\text{ cm})^2 \cdot 3,14 = 50,24\text{ cm}^2$

- K3** 13 $u = 10\text{ m}$ $d = 10\text{ m} : 3,14 = 3,18\text{ m}$ Der Durchmesser ist 3,18 m groß.

- K3** 14 a) $A_{\text{liegend}} = (2,25\text{ cm})^2 \cdot 3,14 = 15,90\text{ cm}^2$ $A_{\text{stehend}} = (5,75\text{ cm})^2 \cdot 3,14 = 103,82\text{ cm}^2$
 b) $A_{\text{liegend}} \hat{=} 100\%$ $A_{\text{stehend}} \hat{=} \frac{103,82}{15,90} \cdot 100\% = 652,96\%$
 Unterschied: $652,96\% - 100\% = 552,96\%$
 Der Flächeninhalt einer Scheibe beim stehenden Schießen ist um 552,96% größer als der Flächeninhalt einer Scheibe beim liegenden Schießen.

- K2** 15 Erste grobe Abschätzung:
 $u = 2 \text{ m} \cdot 3,14 = 6,28 \text{ m}$ $628 \text{ cm} : 40 \text{ cm} = 15,7 \approx 16$
 Es könnten 16 Personen Platz haben an diesem Tisch, die Deckchen würden sich jedoch gegenseitig überdecken – es wäre sehr eng für die 16 Personen.
 Verfeinerte Abschätzung:
 Damit die Tischdeckchen sich nicht überschneiden, sollte man den Umfang nicht anhand der äußeren Tischkante berechnen, sondern anhand eines inneren Kreises, der 30 cm (= Länge der kürzeren Plätzchenseite) Abstand zur Tischkante hat, also einen Radius von 0,7 m bzw. einen Durchmesser von 1,4 m hat:
 $u = 1,4 \text{ m} \cdot 3,14 = 4,396 \text{ m}$ $439,6 \text{ cm} : 40 \text{ cm} = 10,99 \approx 11$
 Es könnten 10 bzw. 11 Personen Platz haben an diesem Tisch.
 Tisch mit 16 Plätzen Tisch mit 10 Plätzen



Hinweis: Die Lösung kann anhand einer praktischen Übung überprüft werden, indem man im Schulhof einen Kreis mit 2 m Durchmesser aufzeichnet und darauf 16 bzw. 10 aus Zeitungspapier erstellte „Tischsets“ mit 40 cm × 30 cm auslegt und 16 bzw. 10 Personen um den „Tisch“ herum aufstellt.

- K1/6** 16 Die Aussage ist nicht richtig, eine Zuordnung kann auch beliebig ausfallen, sie ist dann weder direkt noch indirekt proportional, z. B.: Einsatz beim Lottospiel in € und der damit erzielte Gewinn.
- K1/6** 17 Die Aussage ist nicht richtig, da die indirekte Proportionalität nicht die einzige mögliche Zuordnung ist: Auf eine indirekte Proportionalität trifft die beschriebene Eigenschaft zwar zu (der eine Wert wird größer, der andere kleiner). Die beschriebene Zuordnung ist jedoch nur dann indirekt proportional, wenn Produktgleichheit gegeben ist. Andernfalls liegt keine besondere Art der Zuordnung vor.
- K1/6** 18 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 19 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 20 Die Aussage ist richtig. Der Zinssatz ist immer abhängig vom Grundwert, der angelegt wird.
- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 22 Die Aussage ist falsch. Wenn sich der Durchmesser verdoppelt, dann verdoppelt sich auch der Umfang.
- K1/6** 23 Die Aussage ist falsch, richtig ist: Der halbe Durchmesser entspricht dem Radius eines Kreises.
- K1/6** 24 Die Aussage ist falsch, bei steigendem Durchmesser steigt auch der Flächeninhalt des Kreises.
- K1/6** 25 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 26 Die Aussage ist falsch, der Marktanteil hat sich verdreifacht, er ist um 300% größer geworden.

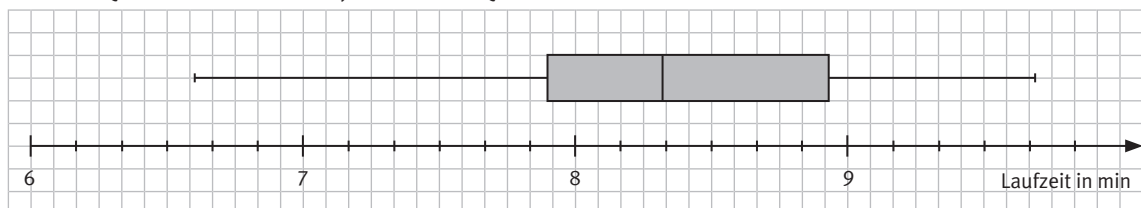
- K1** 1 Es sind unterschiedliche Antworten möglich, z. B.:
- Die Stichprobe ist nicht sinnvoll ausgewählt, da die Stichprobe nicht die Zusammensetzung der Gesamtheit der Schüler widerspiegelt und nicht zufällig ausgewählt ist.
 - Die Stichprobe ist nicht sinnvoll ausgewählt, da der Stichprobenumfang zu klein ist.
- K1** 2
- Mögliche Auswahlkriterien sind Altersgruppe, Wohngebiet, Beruf, Geschlecht.
 - $h(\text{Ein-Personen-Haushalt}) = \frac{13}{50} = \frac{26}{100} = 26\%$
 $H(\text{Ein-Personen-Haushalt}) = 1200 \cdot \frac{13}{50} = 312$
 312 der 1200 Befragten gaben an, in einem Ein-Personen-Haushalt zu leben, dies entspricht 26% der Befragten.
 - Bei derzeit 62 000 000 erwachsenen Bundesbürgern: $62\,000\,000 \cdot 0,26 = 16\,120\,000$
 Bezogen auf 62 Mio. erwachsene Bundesbürger leben 16,12 Mio. Personen in einem Ein-Personen-Haushalt.

Hinweis:

Es ist bei dieser Aufgabe zu beachten, dass Minderjährige typischerweise nicht in einem Ein-Personen-Haushalt leben und sich die Aufgabenstellung nur auf erwachsene Personen bezieht. Die Statistischen Ämter des Bundes und der Länder führen für das Jahr 2010 folgende Werte an (http://www.statistik-portal.de/Statistik-Portal/de_inhalt01.asp):

Einpersonenhaushalte:	16 195 000
Mehrpersonenhaushalte:	24 106 000
Privathaushalte insgesamt:	40 301 000
Durchschnittl. Haushaltsgröße:	2,03
Bevölkerung insgesamt:	81 500 000
„jünger als 20 Jahre“:	18 400 000

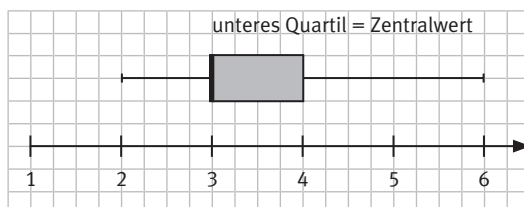
- K4** 3
- | Rang | Zeit | Rang | Zeit | Rang | Zeit | Rang | Zeit |
|------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|
| 1 | 6 min 36 s | 6 | 7 min 57 s | 11 | 8 min 20 s | 16 | 9 min 3 s |
| 2 | 7 min 12 s | 7 | 8 min 11 s | 12 | 8 min 24 s | 17 | 9 min 8 s |
| 3 | 7 min 20 s | 8 | 8 min 12 s | 13 | 8 min 39 s | 18 | 9 min 28 s |
| 4 | 7 min 27 s | 9 | 8 min 17 s | 13 | 8 min 39 s | 19 | 9 min 37 s |
| 5 | 7 min 51 s | 10 | 8 min 18 s | 15 | 8 min 49 s | 20 | 9 min 42 s |
- Modalwert: 8 min 39 s; Median: 8 min 19 s
 - Minimum: 6 min 36 s; Maximum: 9 min 42 s;
 unteres Quartil: 7 min 54 min; oberes Quartil: 8 min 56 s



- d) Mögliche Antwort: Die Spannweite ist relativ groß, der schnellste und der langsamste Läufer liegen mit 3 min 6 s relativ weit auseinander. Die Länge der beiden Antennen ist etwa so lange wie die Länge der Box, die Geschwindigkeiten der Läufer sind gleichmäßig verteilt. Der Zentralwert liegt näher am Maximum als am Minimum, die Geschwindigkeiten der schnellen Läufer liegen enger beisammen als die der langsamen Läufer.

K1 4 Mögliche Antwort: Zuerst muss man den Anteil der Mädchen pro Klassenstufe ermitteln, damit man anteilig in den jeweiligen Klassenstufen die Mädchen zufällig auswählen kann. Die ausgewählten Mädchen müssten in einer Liste mit allen aktuellen Spielern der Fußballnationalmannschaft ankreuzen, welcher ihnen am besten gefällt.

K4 5 a) arithmetisches Mittel: $\bar{x} = 3,4\bar{6}$
 b) Daten geordnet: 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 6
 Minimum: 2; Maximum: 6; Zentralwert: 3; unteres Quartil: 3; oberes Quartil: 4



c) In Diagramm 1 fehlt ein Tortenstück, daher kann 1 nicht die Umfrage darstellen. Bei Diagramm 3 sind die Anteile für die 2-, 5- und 6-Personen-Familien gleich groß, was mit den Daten nicht übereinstimmt; 3 kann daher ebenfalls nicht die Umfrage darstellen.

Nur das Kreisdiagramm 2 stellt die Ergebnisse der Umfrage korrekt dar, da hier alle fünf genannten Daten vorkommen und die Aufteilung des Kreises mit den berechneten Sektormittelpunkts-winkeln übereinstimmt:

6 Personen: 12° (hellblau); 5 Personen: 24° (rot); 2 Personen: 48° (blau);
 4 Personen: 132° (orange); 3 Personen: 144° (grün)

K4 6 a) Es sind unterschiedliche Datenreihen möglich, z. B.:
 Patricks Motorrad: 7,4 l; 8,2 l; 8,2 l; 8,9 l; 8,9 l; 9,6 l; 9,6 l; 10,0 l; 10,2 l
 Minimum: 7,4 l; Maximum: 10,2 l; Zentralwert: 8,9 l; unteres Quartil: 8,2 l; oberes Quartil: 9,8 l
 b) Mögliche Antwort: Bei Patricks Motorrad liegen die gemessenen Werte in der Box deutlich weiter auseinander als bei Timo, das Minimum und das Maximum sind jedoch gleich. Timos Zentralwert liegt mit 8,2 l Benzinverbrauch niedriger als Patricks Zentralwert mit 8,9 l. Das obere Quartil ist bei Timo deutlich niedriger als bei Patrick, das heißt, dass Timo einen deutlich niedrigeren Benzinverbrauch hat als Patrick.

K1 7 Man führt das Experiment sehr häufig durch, um so, nach dem Gesetz der großen Zahlen, mithilfe der relativen Häufigkeiten Schätzwerte für die Wahrscheinlichkeiten der drei möglichen Positionen zu erhalten. Je häufiger man das Experiment durchführt, desto besser werden die Schätzwerte.

K3 8 Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{5}$, da es fünf mögliche Ergebnisse gibt, die alle gleich wahrscheinlich sind.

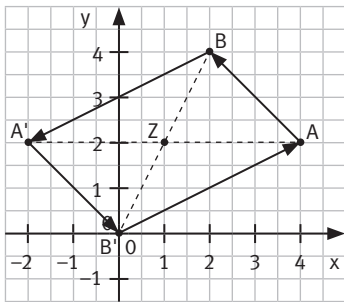
K3 9 Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{6}$, da es sechs mögliche Ergebnisse gibt, die alle gleich wahrscheinlich sind. Nur eines dieser 6 Ergebnisse (der Wurf einer 2) ist das Ergebnis, das das Spiel beendet.

K1 10 Beide Ergebnisse – Ziehen der 12 bzw. Ziehen der 16 – können als gleich wahrscheinlich angenommen werden, es macht keinen Unterschied, wie oft das Ergebnis bisher eingetreten ist.

K3 11 a) Wahrscheinlichkeit je Farbe: $\frac{1}{8}$
 b) Ella müsste das Experiment (Drehen des Glückskreisels) sehr häufig durchführen, um so – nach dem Gesetz der großen Zahlen – festzustellen, ob ihre Schätzwerte sich stabilisieren. Je häufiger sie das Experiment durchführt, desto besser werden die Schätzwerte.

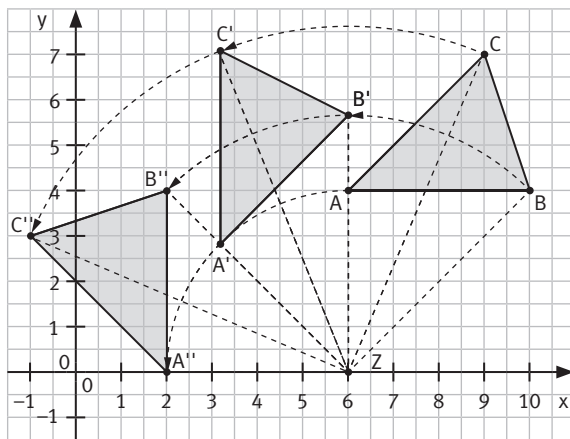
- K1/6** 12 Die Aussage ist nur zum Teil richtig: Gründe für eine Stichprobenbefragung sind, dass die Untersuchung der Gesamtheit zu aufwändig oder nicht möglich ist.
- K1/6** 13 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 14 Die Aussage ist richtig, sie entspricht der Definition einer repräsentativen Stichprobe.
- K1/6** 15 Die Aussage ist richtig. Die untere Box-Seite ist das untere Quartil, die obere Box-Seite ist das obere Quartil. Das untere Quartil liegt bei einem Viertel der Daten, das obere Quartil liegt bei drei Viertel der Daten. Dazwischen liegt genau die Hälfte der Daten.
- K1/6** 16 Die Aussage ist falsch. Der Zentralwert markiert die Hälfte aller Daten, der Wert selbst liegt jedoch nicht unbedingt genau in der Mitte der Box.
- K1/6** 17 Die Aussage ist richtig. Das obere Quartil liegt bei drei Viertel der Daten. Zwischen dem oberen Quartil und dem Maximum liegt genau ein Viertel der Daten.
- K1/6** 18 Die Aussage ist falsch. Es stabilisiert sich nicht die absolute, sondern die relative Häufigkeit.
- K1/6** 19 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 20 Die Aussage ist richtig. Das Gesetz der großen Zahl besagt, dass sich die relative Häufigkeit für ein bestimmtes Ergebnis mit zunehmender Anzahl der Versuchsdurchführungen stabilisiert. Der Wert, bei dem sich die Häufigkeit stabilisiert, ist eine gute Näherung für die Wahrscheinlichkeit des entsprechenden Ergebnisses. Die Wahrscheinlichkeit für eine Eins beim Würfeln beträgt (z. B. aus Symmetriegründen des Würfels) $\frac{1}{6}$, sodass man im Mittel bei 6000 Würfeln rund 1000-mal die Eins erhält. Selbstverständlich kann es passieren, dass die Eins selten fällt, beispielsweise nur ungefähr 200-mal bei 6000 Würfeln. Dass sie aber überhaupt nicht vorkommt, ist zwar möglich, aber äußerst unwahrscheinlich.
- K1/6** 21 Die Aussage ist falsch. Die Laplace-Wahrscheinlichkeit kann nur bei Zufallsexperimenten angegeben werden, bei denen alle möglichen Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, beispielsweise beim Werfen eines Würfels.
- K1/6** 22 Die Aussage ist richtig. Hier liegt eine Laplace-Wahrscheinlichkeit vor, $\frac{1}{30} = 0,0\bar{3} = 3,3\%$.
- K1/6** 23 Die Aussage ist falsch. Bei n möglichen Ergebnissen ($n = 2, 3, 4, \dots$) beträgt die Laplace-Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{n}$. Sie ist demnach mit 50 %, 3,3 %, 25 % ... immer kleiner als 66,6 %.

K5 1 a) $A'(-2|2)$; $B'(0|0)$



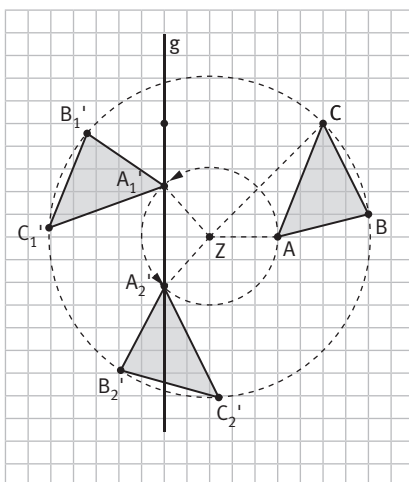
b) Das entstandene Viereck ist ein Parallelogramm. Die Vektoren $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{A'B'} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ sowie $\vec{B'A} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{BA'} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ sind jeweils Gegenvektoren: sie sind gleich lang, zeigen aber in entgegengesetzte Richtungen.

K5 2 $A''(2|0)$; $B''(2|4)$; $C''(-1|3)$

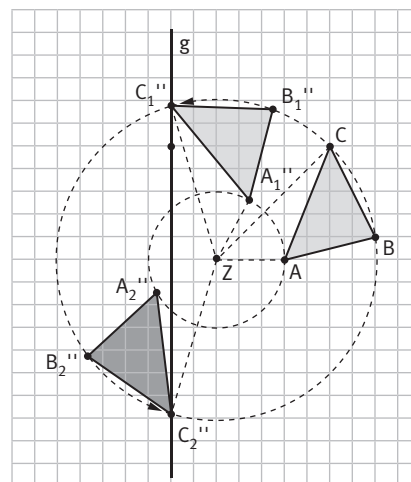


K5 3	a)	$A(3,5 5,5)$	$B(8 6)$	$C(5,5 8)$	$Z(3,5 3,5)$
		$A'(3,5 1,5)$	$B'(-1 1)$	$C'(1,5 -1)$	$\alpha = 180^\circ$
b)	$A(-2 3)$	$B(-2 0)$	$C(0 -1)$	$Z(2 3)$	
	$A'(2 7)$	$B'(-1 7)$	$C'(-2 5)$	$\alpha = 270^\circ$	

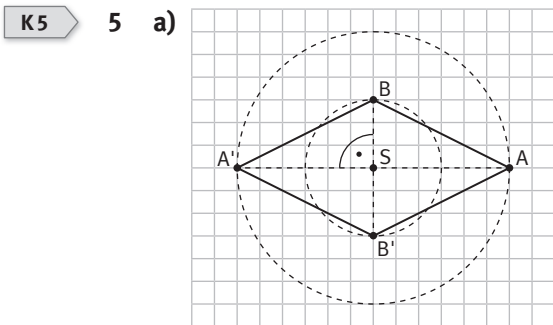
K5 4 a)



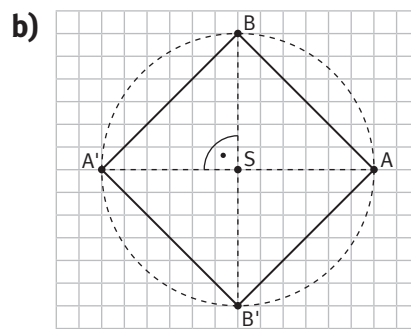
b)



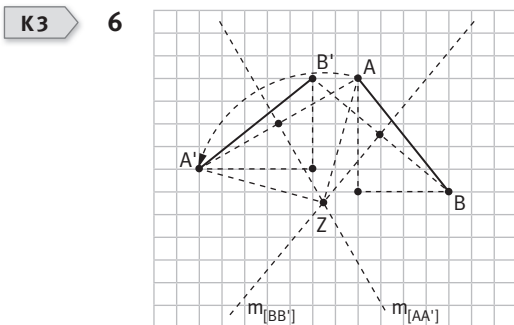
c) Das Drehwinkelmaß bei a) beträgt rund 132° bzw. 228° und bei b) 61° bzw. 209° (jeweils zwei Lösungen).



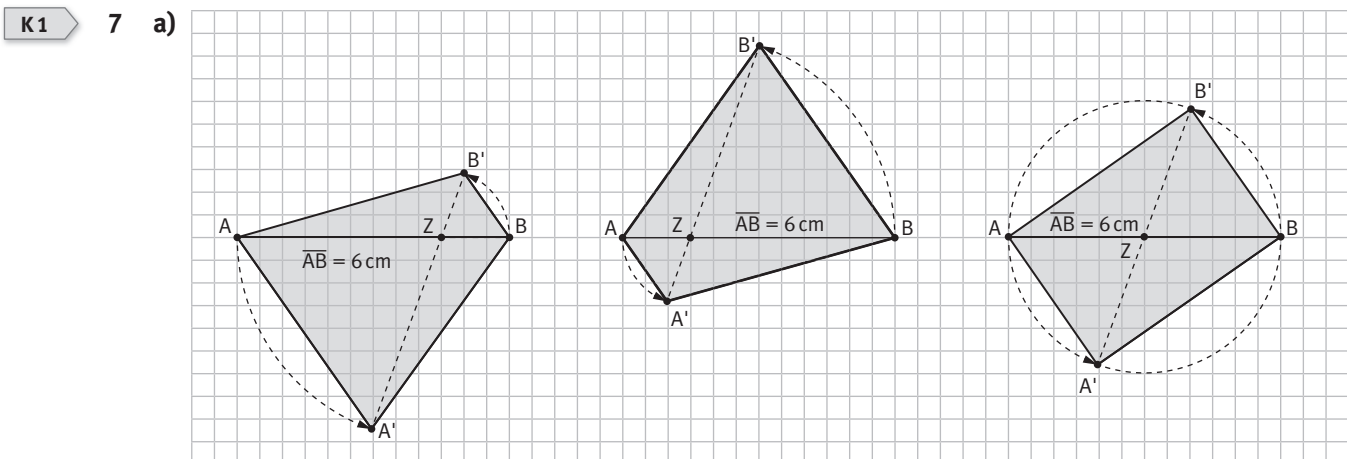
Es entsteht eine Raute.



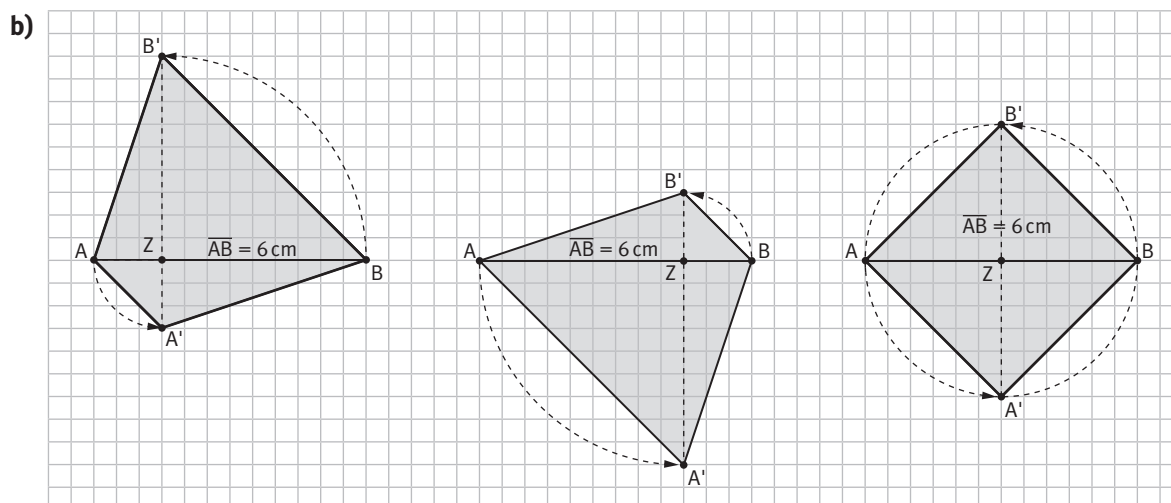
S ist der Diagonalschnittpunkt der Raute bzw. des Quadrats. Sowohl bei der Raute als auch beim Quadrat stehen die Diagonalen in einem Winkel von 90° zueinander. Beim Quadrat müssen – im Gegensatz zur Raute – die vier Eckpunkte den gleichen Abstand zu S haben, daher liegen auch B und B' auf dem Kreis um S mit Radius \overline{AS} .



Das Drehwinkelmaß beträgt 90° .



Es können gleichschenklige Trapeze entstehen; im Spezialfall kann ein Rechteck entstehen, falls Z genau in der Mitte zwischen A und B liegt.

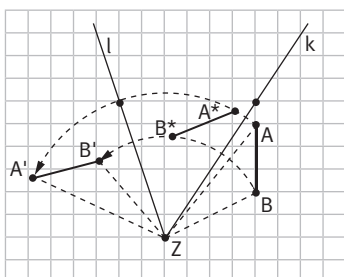


Es können gleichschenklige Trapeze entstehen oder – im Spezialfall – ein Quadrat.

K5	8	\vec{AB}	$\vec{AB'}$	Drehwinkelmaß
	a)	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	-90°
	b)	$\begin{pmatrix} -5 \\ -3,5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 3,5 \end{pmatrix}$	180°
	c)	$\begin{pmatrix} -1 \\ -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$	-90°

- K3
- 9 a) Irland, Israel, Burundi
 b) Verschiedene Beobachtungen und Beschreibungen sind möglich, z. B.:
- Achsensymmetrisch sind die Flaggen von Irland, Israel, Burundi.
 - Punktsymmetrisch ist die Flagge von Israel.
 - Drehsymmetrisch ist die Flagge von Israel.
 - Es gibt einzelne Elemente in den Flaggen, die drehsymmetrisch sind, z. B. der Davidstern in der Flagge Israels oder der Kreis mit den drei Sternen in der Flagge Burundis.

- K5
- 10 a) und b)

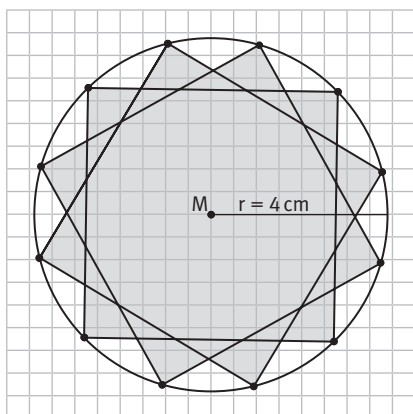


Das Drehzentrum liegt bei Z, das Drehwinkelmaß beträgt rund 104° .

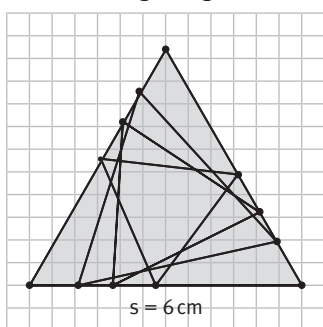
- K1
- 11 a) Die Figur ist punktsymmetrisch zum Schnittpunkt der Diagonalen; sie ist achsensymmetrisch zu den Diagonalen und zu den Mittelsenkrechten jeder Seite; sie ist drehsymmetrisch zum Diagonalschnittpunkt mit $\alpha = 60^\circ$.
 b) Die Figur ist achsensymmetrisch zum senkrechten Durchmesser.
 c) Die Figur ist punktsymmetrisch zum Schnittpunkt der Diagonalen (Verbindungen der inneren Eckpunkte); sie ist achsensymmetrisch zu den Mittelsenkrechten der langen Seiten und zu den Diagonalen; sie ist drehsymmetrisch zum Diagonalschnittpunkt mit $\alpha = 90^\circ$.
 d) Die Figur ist achsensymmetrisch zur Strecke der Spitze des Herzens und der Einbuchtung.
 e) Die Figur ist punktsymmetrisch zum Kreismittelpunkt; sie ist achsensymmetrisch zu den eingezeichneten Durchmessern sowie zu den Winkelhalbierenden der 90° -Winkel am Mittelpunkt; sie ist drehsymmetrisch zum Kreismittelpunkt mit $\alpha = 90^\circ$.

- K1** 12 a) punkt- und achsensymmetrisch
b) punktsymmetrisch
- K1/6** 13 Die Aussage ist falsch. Der Satz gilt nur für Spiegelachsen, die sich in einem Punkt Z mit dem Winkelmaß α schneiden; in diesem Fall kann man die Doppelachsenspiegelung durch die Drehung um Z mit dem Drehwinkel 2α ersetzen. Gegenbeispiel zur betrachteten Aussage ist die Doppelachsenspiegelung an zwei parallelen Spiegelachsen.
- K1/6** 14 Die Aussage ist falsch. Der Umlaufsinn ändert sich nicht bei einer Drehung.
- K1/6** 15 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 16 Die Aussage ist richtig. Alle Parallelogramme, insbesondere auch das Rechteck, die Raute und das Quadrat, sind punktsymmetrisch.
- K1/6** 17 Die Aussage ist falsch. Auch eine Raute verfügt über mindestens eine Symmetrieachse, ist im Allgemeinen jedoch kein Rechteck.
- K1/6** 18 Die Aussage ist falsch. Auch die Raute ist ein punktsymmetrisches Drachenviereck, im Allgemeinen aber kein Quadrat.
- K1/6** 19 Die Aussage ist falsch. Jede Raute ist punktsymmetrisch, daher insbesondere auch drehsymmetrisch mit dem Drehwinkel von 180° ; sie ist im Allgemeinen kein Quadrat.
- K1/6** 20 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig. Gleichseitige Dreiecke haben im Umkreismittelpunkt ihr Drehzentrum und können um einen Winkel von 120° gedreht werden. Ein Dreieck, dessen eine Seite länger ist als die beiden anderen Seiten, ist nicht drehsymmetrisch.
- K1/6** 22 Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Sechseck, bei dem je zwei einander gegenüber liegende Seiten (aber nicht alle sechs Seiten) gleich lang sind.
- K1/6** 23 Die Aussage ist falsch. Ein gleichseitiges Dreieck ist drehsymmetrisch, aber nicht punktsymmetrisch.
- K1/6** 24 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 25 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 26 Aussage A ist richtig: Ein regelmäßiges Vieleck ist immer drehsymmetrisch.
Aussage B ist falsch: Ein regelmäßiges Vieleck ist nicht immer punktsymmetrisch. Gegenbeispiel ist das gleichseitige Dreieck: Es ist ein regelmäßiges, drehsymmetrisches Vieleck, es ist aber nicht punktsymmetrisch.

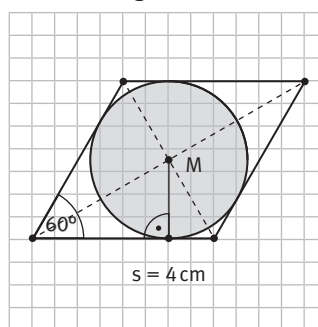
K3 1 a) Viele Lösungsmöglichkeiten:



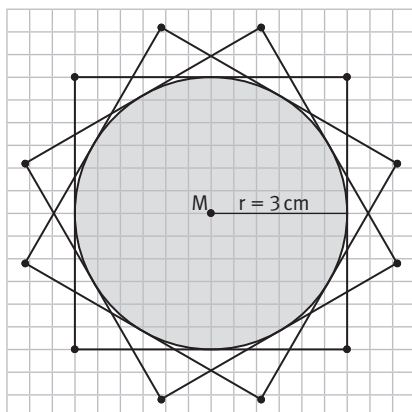
b) Viele Lösungsmöglichkeiten:



c) Eine Lösung:

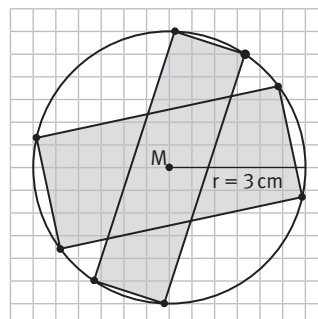


d) 1 Das Rechteck wird dem Kreis umschrieben:



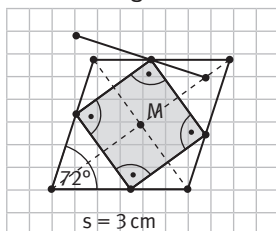
Hier ist nur ein Quadrat als Lösung möglich, das allerdings um M gedreht werden kann, sodass man viele gleichförmige Lösungen erhält.

2 Das Rechteck wird dem Kreis einbeschrieben:



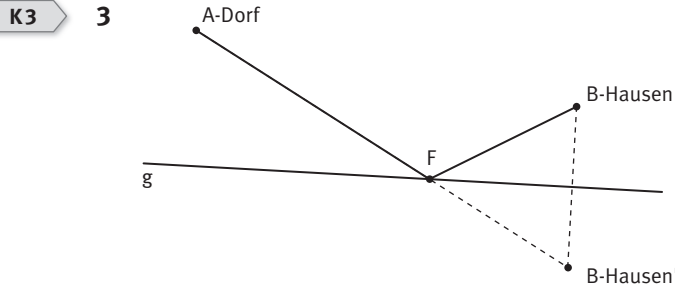
Es sind Rechtecke mit unterschiedlichen Seitenlängen möglich, die auch noch um M gedreht werden können. Gemeinsam ist diesen Rechtecken, dass die Diagonalen mit dem Durchmesser des Kreises übereinstimmen.

e) Eine Lösung:



Man dreht eine Seite der Raute um 90° um den Rautenmittelpunkt M. Der Schnittpunkt dieser Seite mit einer Seite der Raute ergibt einen Eckpunkt des Quadrats. Wiederholt man das Verfahren, so erhält man einen zweiten Eckpunkt des Quadrats. Damit ist das Quadrat eindeutig festgelegt.

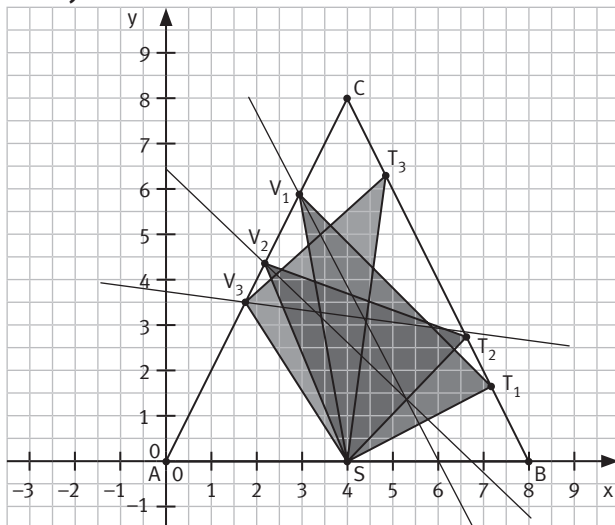
- K6** 2 a) Der grüne Kreis ist dem roten Quadrat einbeschrieben.
Das blaue Quadrat ist dem grünen Kreis einbeschrieben.
Der graue Kreis ist dem orangefarbenen Dreieck einbeschrieben.
b) Die grüne Ellipse ist dem roten Rechteck einbeschrieben.
Das blaue Fünfeck ist der grünen Ellipse einbeschrieben.



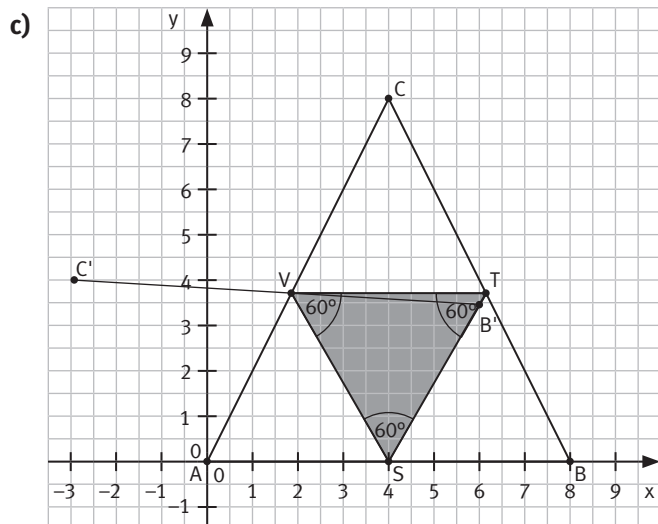
- K3** 4 Das Quadrat hat bezogen auf seinen Flächeninhalt den kleinsten Umfang.

- K6** 5 a) Achsenspiegelung b) Drehung, Achsenspiegelung
c) Punkt- und Achsenspiegelung d) Punkt- und Achsenspiegelung
e) Parallelverschiebung f) Drehung

- K3** 6 a) und b)

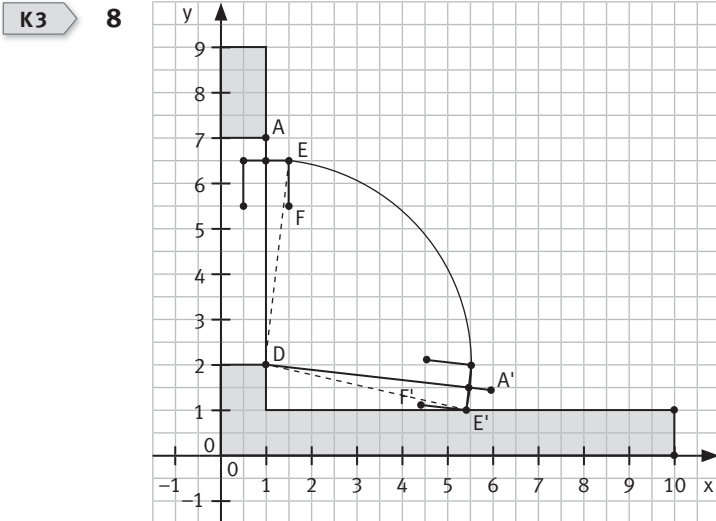
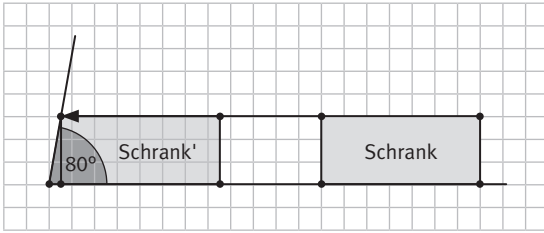


Unendlich viele Möglichkeiten:
Man erhält die Dreiecke, indem man einen freien Punkt $T_n \in [BC]$ wählt. Die Mittelsenkrechte über $[ST_n]$ schneidet $[AC]$ in V_n .

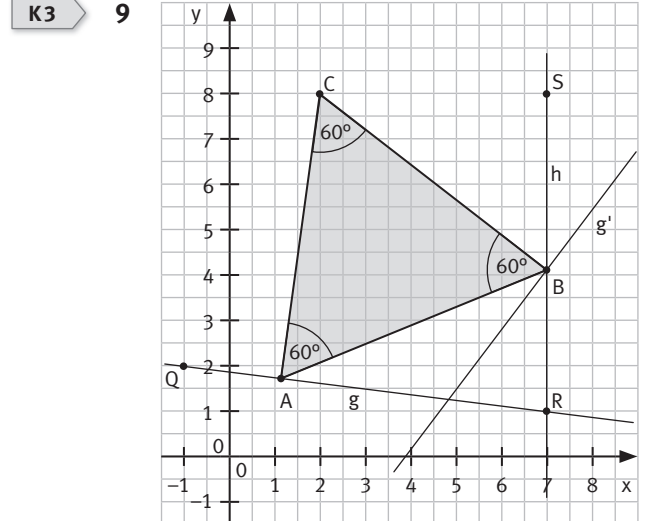


Das Dreieck ST_1V_1 in b) ist spitzwinklig-gleichschenkelig, das Dreieck ST_3V_3 ist stumpfwinklig-gleichschenkelig. Der Übergang von den spitzwinkligen Dreiecken zu den stumpfwinkligen Dreiecken ist „fließend“, sodass auf jeden Fall auch ein gleichseitiges Dreieck unter den Lösungsdreiecken ist.
Das gesuchte Dreieck erhält man, indem man $[BC]$ um S um 60° dreht, man erhält $[B'C']$. Der Schnittpunkt von $[B'C']$ mit $[AC]$ ergibt V . Die Drehung von V um S um -60° ergibt T . Das Dreieck STV ist gleichseitig.
Hinweis: Da das Dreieck ABC symmetrisch zu SC ist, muss auch das Dreieck STV symmetrisch zu SC liegen.

- K3** 7 Die Verschiebung führt zum Ziel.
Skizze mit beliebig gewähltem Schrank:

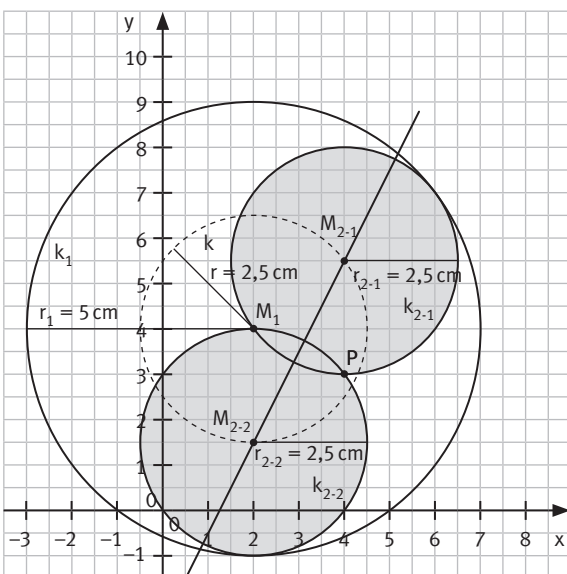


$E'(5,4|1)$

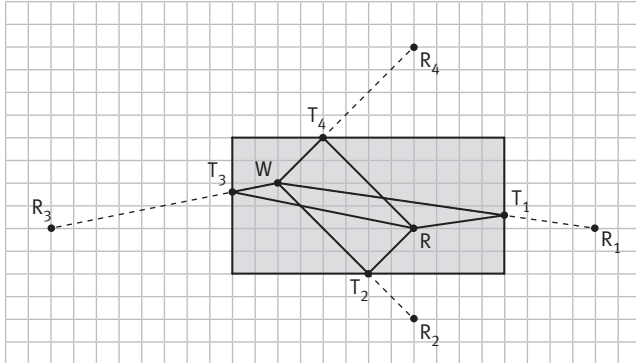


Man dreht g um 60° um C und erhält g' . g' schneidet h in B . Die Drehung von B um -60° um C ergibt A .

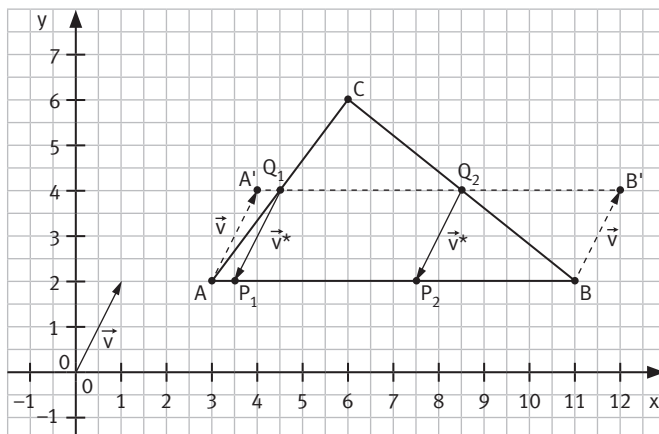
- K3** 10 M_2 muss auf der Mittelsenkrechten von $[M_1P]$ liegen. Zusätzlich muss M_2 den Radius von k_1 halbieren, also auf k ($M_1; r = 2,5 \text{ cm}$) liegen. Schneidet man die Mittelsenkrechte mit k ($M_1; r = 2,5 \text{ cm}$), so erhält man zwei Lösungen: die Mittelpunkte $M_{2-1}(4|5,5)$ und $M_{2-2}(2|1,5)$.



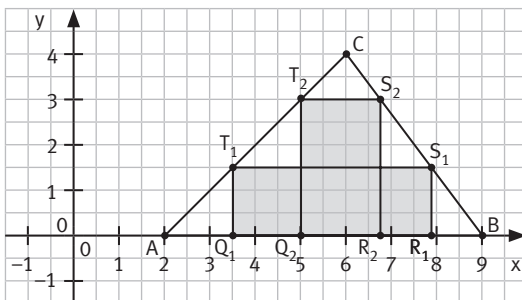
- K3** 11 Zunächst wird man eine der beiden Kugeln (hier: die rote) an allen vier Banden spiegeln. Die Verbindungsstrecken zwischen den Spiegelpunkten und der anderen (hier: der weißen) Kugel schneiden die Bänder in den Punkten T_1, T_2, T_3 und T_4 . In einem dieser vier Punkte muss die weiße Kugel auf die Bänder treffen, um die rote Kugel zu treffen.



- K3** 12 Aufgrund der Lage des Dreiecks ABC und der Richtung des Vektors \vec{v} muss der Fußpunkt des Vektors auf $[AB]$ liegen. Man verschiebt die Strecke $[AB]$ um den Vektor \vec{v} auf $[A'B']$. $[A'B']$ schneidet $[AC]$ und $[BC]$ in zwei Punkten $Q_1(4,5|4)$ und $Q_2(8,5|4)$, den Endpunkten der Pfeile. Durch Verschieben der Endpunkte um $\vec{v}^* = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ erhält man die Fußpunkte der Pfeile, $P_1(3,5|2)$ und $P_2(7,5|2)$.



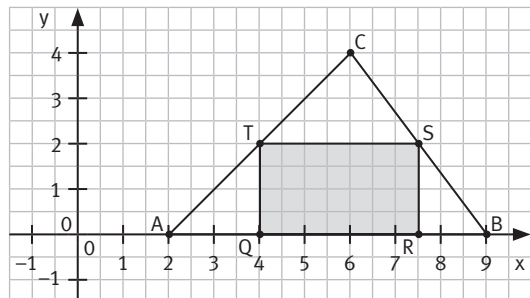
- K3** 13 a) Lösungsmöglichkeit:



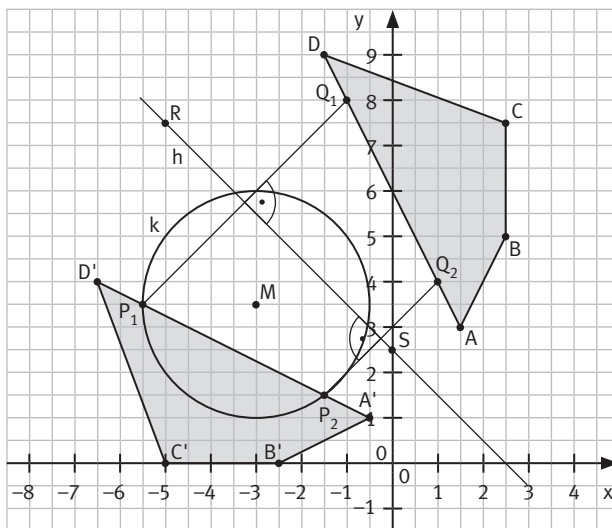
Das Rechteck $Q_1R_1S_1T_1$ mit $Q_1(3,5|0)$ und $R_1(7,9|0)$, $S_1(7,9|1,5)$ und $T_1(3,5|1,5)$ hat einen Flächeninhalt von ungefähr $6,6 \text{ cm}^2$.

Das Rechteck $Q_2R_2S_2T_2$ mit $Q_2(5|0)$ und $R_2(6,8|0)$, $S_2(6,8|3)$ und $T_2(5|3)$ hat einen Flächeninhalt von ungefähr $5,4 \text{ cm}^2$.

- b) Der maximale Flächeninhalt beträgt 7 cm^2 mit $Q(4|0)$ und $R(7,5|0)$, $S(7,5|2)$, $T(4|2)$.



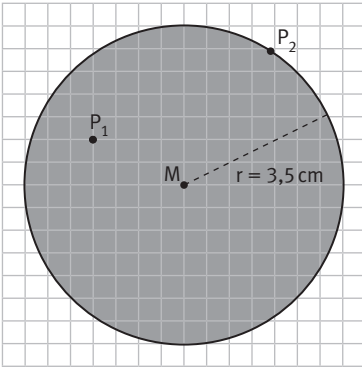
- K3** 14 Mögliches Vorgehen: Zunächst spiegelt man das Viereck ABCD an h auf $A'B'C'D'$. Die Strecke $[A'D']$ schneidet den Kreis k in zwei Punkten P_1 und P_2 . Spiegelt man diese wieder an h , so erhält man die Punkte Q_1 und Q_2 .



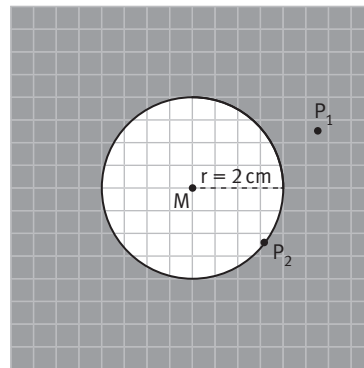
- K1/6** 15 Die Aussage ist richtig. Von den besonderen Vierecken kann man einem Kreis nur Drachen einbeschreiben, Rechtecke und Quadrate. Echte Rauten und echte Parallelogramme kann man nicht in einen Kreis einbeschreiben. Später wird man sehen: Genau diejenigen Vierecke haben Umkreise, für die gilt, dass die Summe gegenüberliegender Innenwinkel jeweils 180° beträgt.
- K1/6** 16 Die Aussage ist falsch. „Einbeschreiben“ bedeutet, dass die Eckpunkte der einbeschriebenen Figur auf dem Rand der äußeren Figur liegen. Liegen zwei Eckpunkte auf derselben Seite einer umschreibenden Figur, so können auch Seitenteile oder ganze Seiten der beiden Figuren aufeinander liegen. Ist die innere Figur ein Kreis, dann müssen die Seiten der äußeren Figur Tangenten an den Kreis sein.
- K1/6** 17 Die Aussage ist richtig, für alle Dreiecke existiert der sogenannte Inkreis. Die Konstruktion desselben erfolgt über die Winkelhalbierenden und wird im Kapitel 8 thematisiert.
- K1/6** 18 Die Aussage ist richtig. Ist beispielsweise von einem gleichseitigen Dreieck die Rede, dann wird man voraussichtlich mit einer Drehung um 60° (Innenwinkel des Dreiecks) die Lösung finden.
- K1/6** 19 Die Aussage ist falsch. Man dreht hier entweder um 90° (Winkel, der der Basis gegenüberliegt) oder um 45° (Basiswinkel).
- K1/6** 20 Die Aussage ist falsch. Extremwertaufgaben können durchaus mehrere Lösungen haben.
- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig. Da die fünf Eckpunkte des Fünfecks auf vier Seiten verteilt werden müssen, liegen notwendigerweise zwei Eckpunkte auf derselben Vierecksseite.
- K1/6** 22 Die Aussage ist richtig.

K6

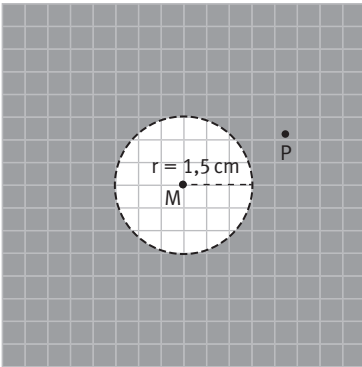
1 a)



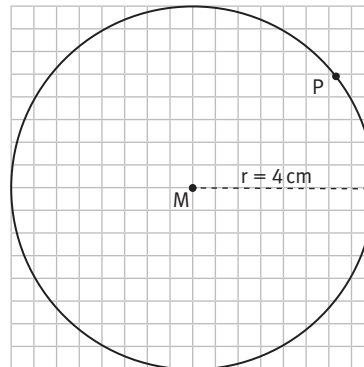
b)



c)

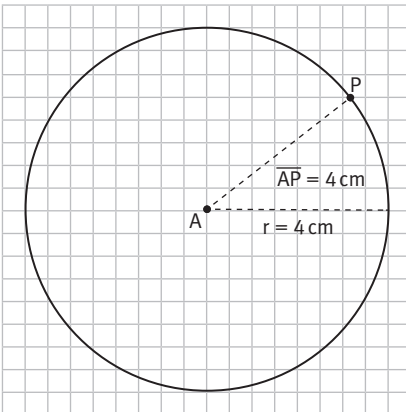


d)

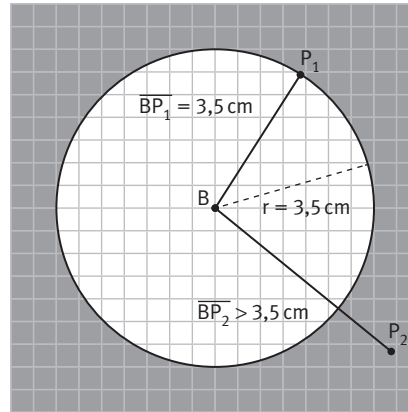


K4

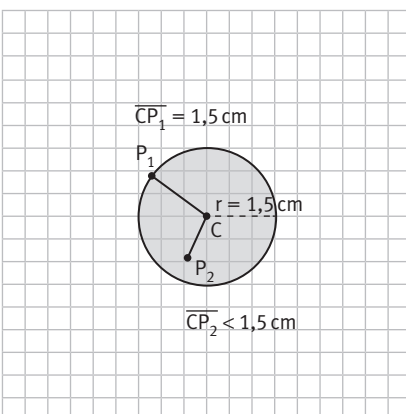
2 a)



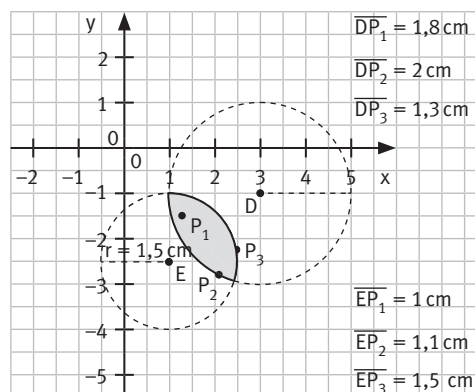
b)



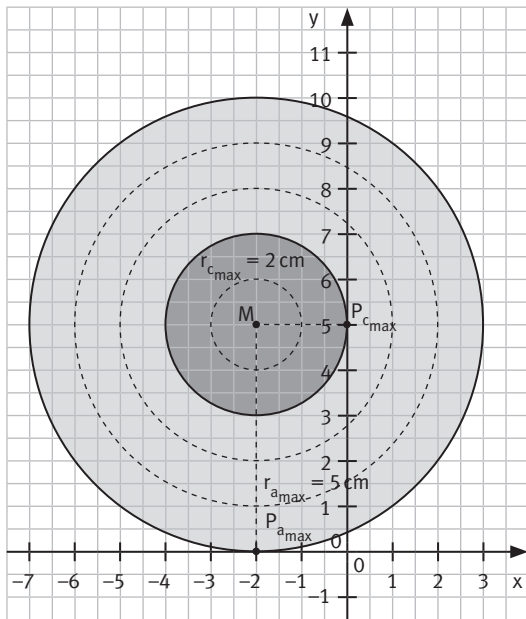
c)



d)



K1 3

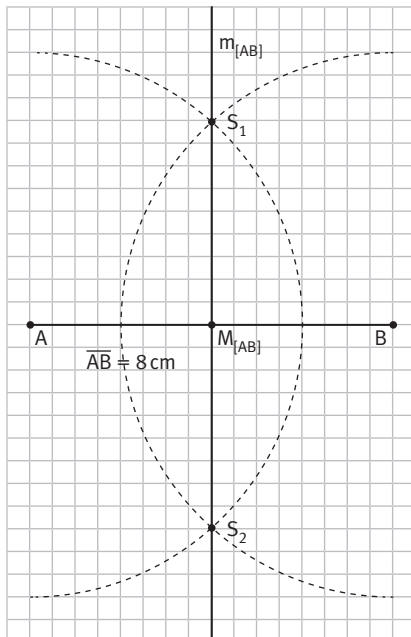


- a) Der Radius kann höchstens 5 cm betragen (bis zum Punkt $P_{a_{\max}}$).
- b) Es gibt keinen Radius, bei dem alle Punkte im Kreisinneren positive x-Werte haben, da bereits der Kreismittelpunkt M einen negativen x-Wert hat und M zu jedem Kreis um M in dessen Inneren liegt.
- c) Das Produkt der Koordinaten wird positiv, wenn entweder beide Koordinaten positiv oder beide Koordinaten negativ sind. Es gibt Punkte auf der Kreislinie, bei denen das Produkt der Koordinaten positiv wird, sobald der Radius größer als 2 cm ist. Also darf der Radius höchstens 2 cm groß sein (bis zum Punkt $P_{c_{\max}}$).

K6 4

- a) Der grün markierte Bereich (Kreisinneres) ist die Menge aller Punkte P, deren Entfernung zum Mittelpunkt M des Kreises kleiner als der Radius $r = 4$ cm ist. Mathematisch: $\overline{PM} < 4$ cm.
- b) Der grün markierte Bereich (Kreisäußeres) ist die Menge aller Punkte P, deren Entfernung zum Mittelpunkt M des Kreises größer ist als der Radius $r = 2,5$ cm. Mathematisch: $\overline{PM} > 2,5$ cm.

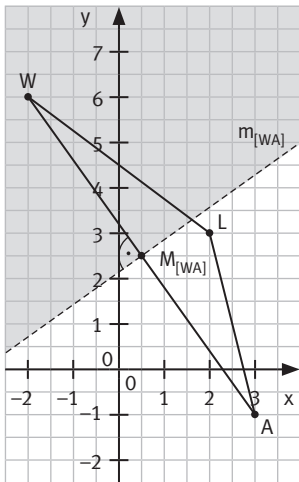
K5 5



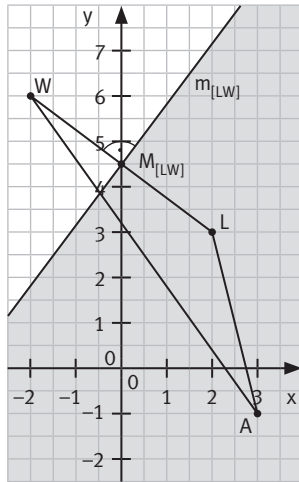
Die Punkte S_1 und S_2 sind von A und B 6 cm entfernt, sie liegen auf der Mittelsenkrechte $m_{[AB]}$. Alle Punkte auf $m_{[AB]}$ sind von A und B gleich weit entfernt.

K3

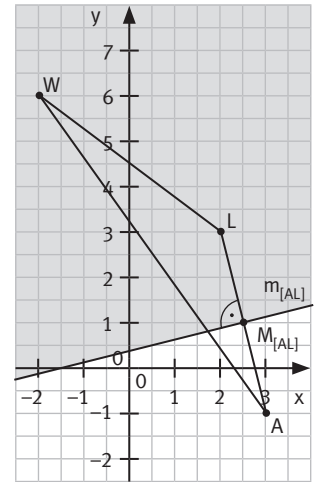
6 a)



b)



c)

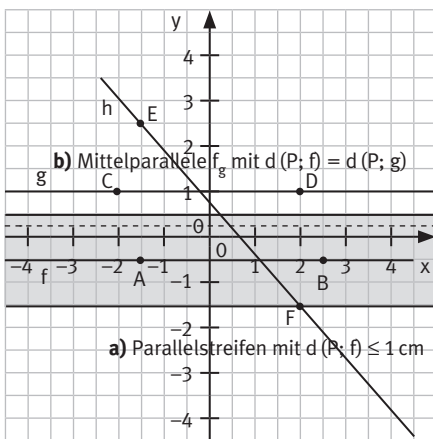


K6

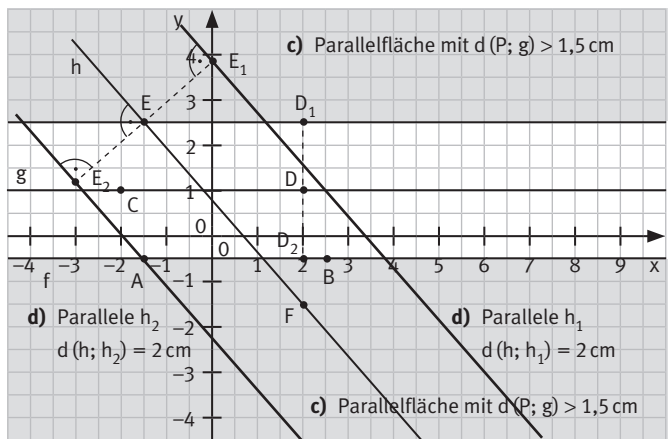
- 7 a) $d(P; g) \geq a$ und $d(P; g) \geq d(P; h)$. Die Punkte P im blau markierten Bereich (Halbebene) haben den gleichen oder einen größeren Abstand zu g als zu h; der Abstand von P zu g beträgt mindestens a.
 b) $d(P; g) < 2,5$ cm. Die Punkte im blau markierten Bereich (Parallelstreifen zu g) haben einen Abstand von weniger als 2,5 cm zur Gerade g.

K4

8 a) und b)

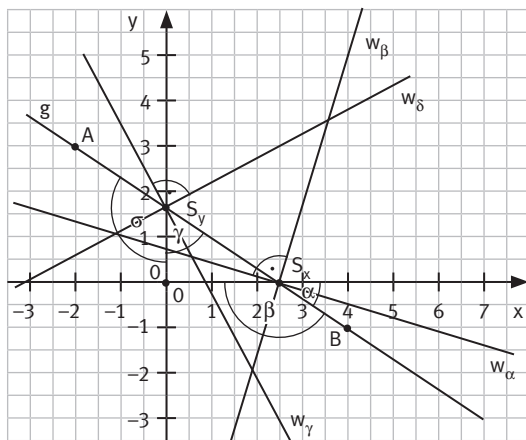


c) und d)



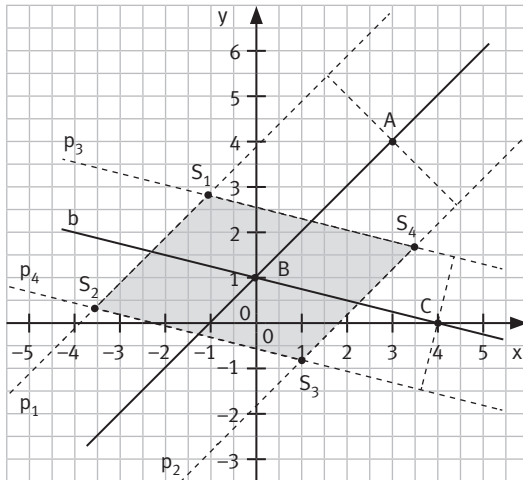
K5

9

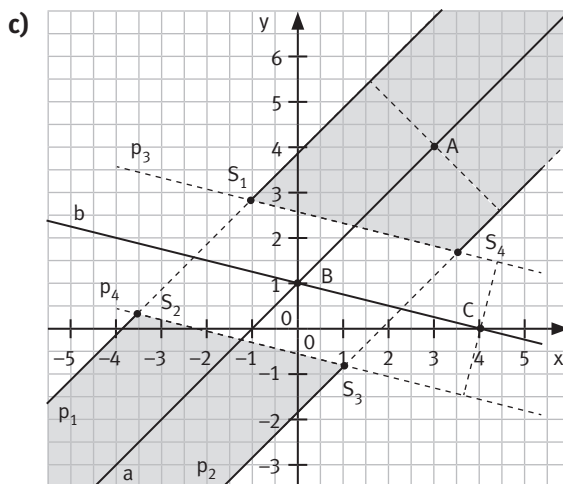


Die Geraden w_α und w_β sind die Winkelhalbierenden zwischen g und der x-Achse. Sie stellen die Menge aller Punkte dar, die zu g den gleichen Abstand wie zur x-Achse haben.
 Die Geraden w_γ und w_δ sind die Winkelhalbierenden zwischen g und der y-Achse. Sie stellen die Menge aller Punkte dar, die zu g den gleichen Abstand wie zur y-Achse haben.

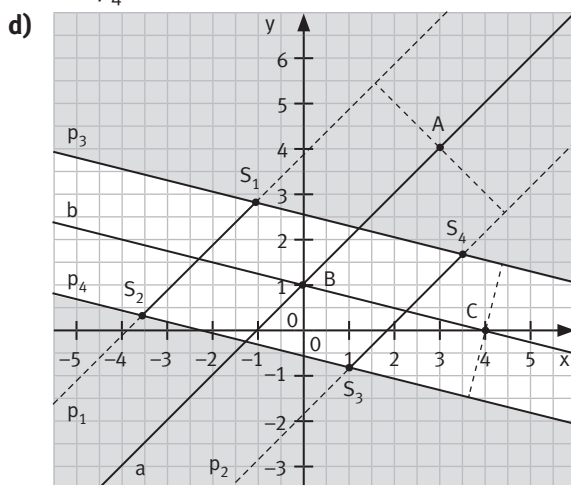
- K5** 10 $d(a; p_1) = d(a; p_2) = 2 \text{ cm}$ $d(b; p_3) = d(b; p_4) = 1,5 \text{ cm}$
 a) und b)



Die Parallelen p_1 und p_2 schneiden sich mit den Parallelen p_3 und p_4 in den Punkten S_1, S_2, S_3, S_4 . Die Punktmenge zu a) ist die Innenfläche des Parallelogramms $S_1S_2S_3S_4$ ohne den Rand. Die Punktmenge zu b) besteht aus den Punkten S_1, S_2, S_3 und S_4 .

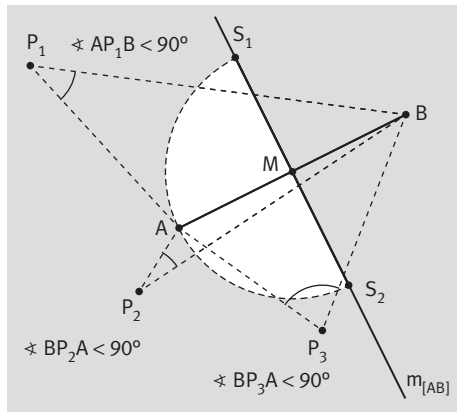


Die Punktmenge zu c) ist der Parallelstreifen zwischen p_1 und p_2 , aber ohne die Fläche zwischen p_3 und p_4 .



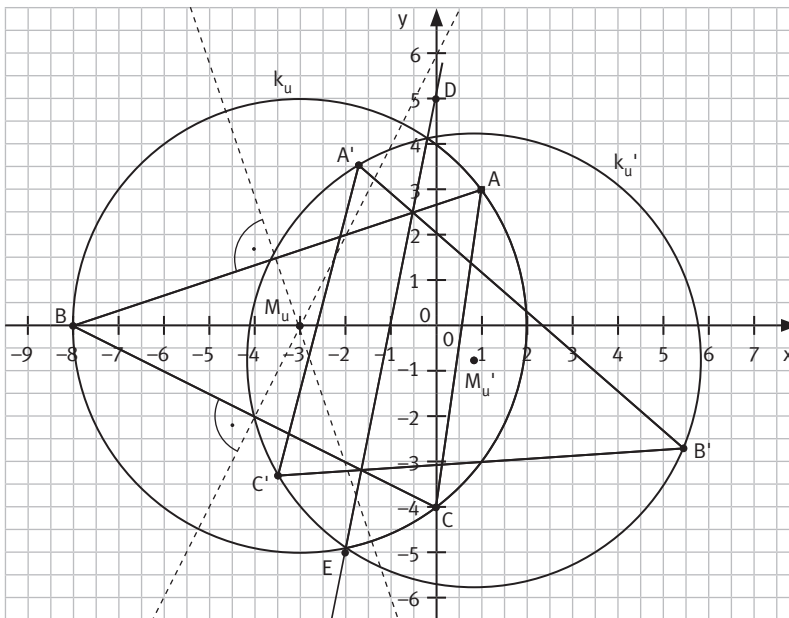
Die Punktmenge zu d) besteht aus den Parallelen p_1 und p_2 , insbesondere aus den Strecken $[S_1S_2]$ und $[S_3S_4]$, und den Parallelen p_3 und p_4 sowie aus den durch p_3 und p_4 begrenzten Parallelebenen.

K3 11



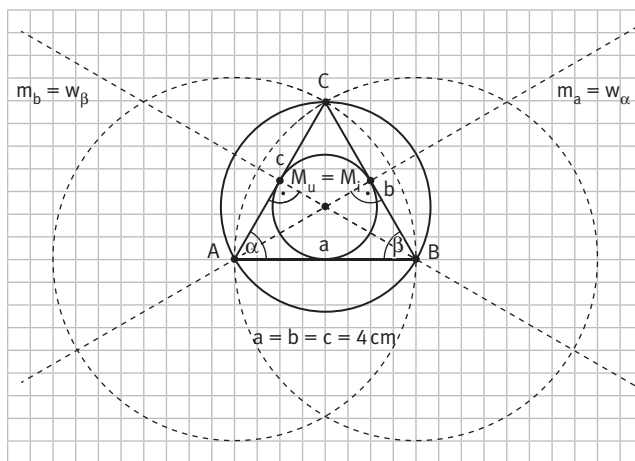
Zur Punktmenge gehören die durch $m_{[AB]}$ begrenzte Halbebene um B sowie das Kreisäußere des Halbkreises um M mit einem Radius der Länge von $[MA]$. Der Kreisbogen $\widehat{S_1S_2}$ mit dem zugehörigen Kreissektor gehört nicht zur Punktmenge.

K3 12 a) und b)



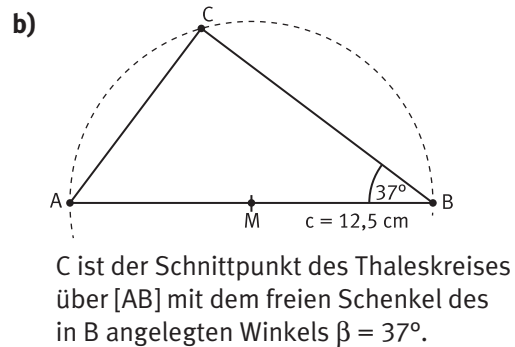
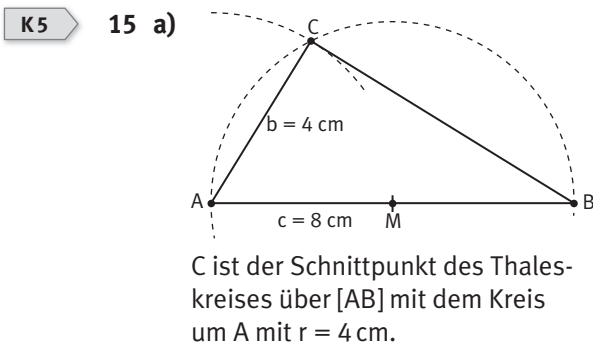
$M_u(-3,5|0)$
 k_u' erhält man, indem man M_u an DE spiegelt.

K5 13

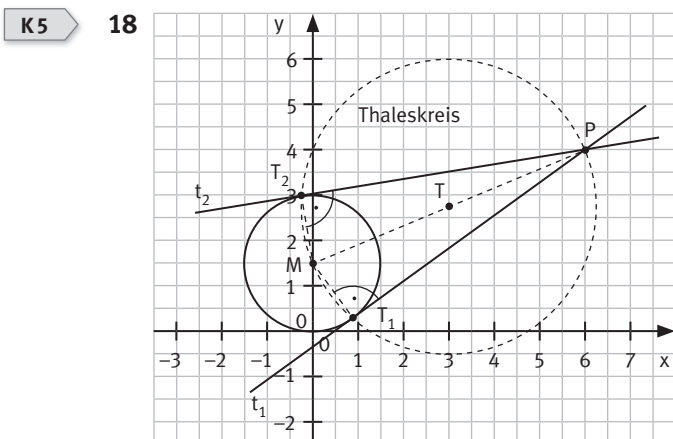
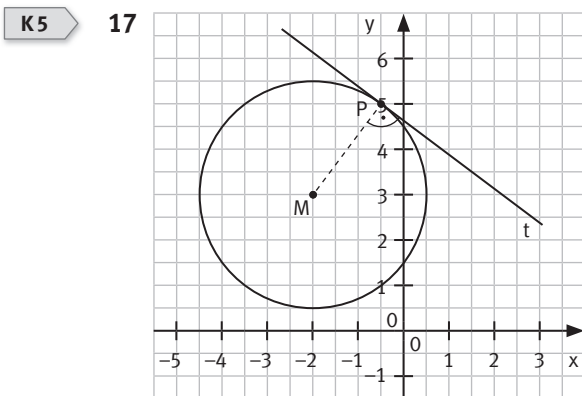


Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende fallen zusammen. Damit fällt auch der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit dem Schnittpunkt der Winkelhalbierenden zusammen. Der Umkreis und der Inkreis des gleichseitigen Dreiecks ABC haben denselben Mittelpunkt.

- K5** 14 $\mu + \varphi = 2\varphi + \varphi = 3\varphi = 192^\circ$ $\varphi = \frac{192^\circ}{3} = 64^\circ$ $\mu = 128^\circ$
 Das Maß des Mittelpunktswinkels beträgt 128° , das Maß des Randwinkels beträgt 64° .



- K1** 16 Im Dreieck AMC mit $\overline{MA} = \overline{MC}$ gilt: Maß von $\sphericalangle MAC = \text{Ma\ss von } \sphericalangle ACM = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$
 C liegt auf dem Thaleskreis über [AB], daher gilt: Maß von $\sphericalangle ACB = 90^\circ$
 Damit gilt nun: Maß von $\sphericalangle CBM = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.
 $\sphericalangle BMC$ ist Nebenwinkel zu $\sphericalangle CMA$: Maß zu $\sphericalangle BMC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 Im Dreieck MBC gilt nun: Maß von $\sphericalangle MCB = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$



- K1/6** 19 Die Aussage ist falsch. Zur Kreisfläche gehört auch die Kreislinie. Auf dieser Linie haben alle Punkte P die gleiche Entfernung r zum Kreismittelpunkt, hier gilt: $\overline{PM} = r$.
- K1/6** 20 Die Aussage ist richtig .
- K1/6** 21 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 22 Die Aussage ist richtig.
- K1/6** 23 Die Aussage ist falsch. Nur bei einem spitzwinkligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt innerhalb des Dreiecks. Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt auf der Seite des Dreiecks, die dem rechten Winkel gegenüberliegt (Hypotenuse); bei einem stumpfwinkligen Dreieck liegt er außerhalb des Dreiecks.
- K1/6** 24 Die Aussage ist falsch, die Umkehrung ist richtig: Der Satz des Thales ist ein Sonderfall des Randwinkelsatzes.