

Nuss-Nougat-Kuchen

350 g Mehl	$\frac{3}{8}$ kg Nuss-Nougat-Creme
4 Eier	$\frac{1}{5}$ l Milch
$\frac{1}{4}$ kg Zucker	$\frac{1}{2}$ Päckchen Backpulver
$1\frac{1}{4}$ Päckchen Butter	

Butter, Zucker und Eier schaumig rühren. Mehl, Backpulver, Nuss-Nougat-Creme und Milch unterrühren. In eine gefettete Kuchenform füllen. Im vorgeheizten Backofen bei 180 °C etwa 50 min backen.



Einstieg

Im Alltag sind dir sicherlich schon an verschiedenen Stellen Anteile oder Brüche begegnet.

- Beschreibe, wie du die Angaben im Rezept abmessen kannst.
- Übersetze in ein Rezept ohne Bruchangaben.
- Finde weitere Beispiele aus deiner Umwelt, in denen Brüche verwendet werden.

Rechnen mit Brüchen

Ausblick

Am Ende dieses Kapitels hast du gelernt, ...

... wie man **Brüche und Bruchteile** von Größen bestimmt.

... welche **Bedeutungen** ein Bruch haben kann.

... wie man Brüche **erweitert, kürzt und ordnet**.

... wie man mit Brüchen **rechnet**.

Vorwissen

Teilbarkeit prüfen

Eine natürliche Zahl ist teilbar durch ...

- 2, wenn die **Endziffer** gerade ist.
- 4, wenn ihre **letzten beiden Ziffern** 0 oder eine durch 4 teilbare Zahl bilden.
- 5, wenn die **Endziffer** 0 oder 5 ist.

Eine natürliche Zahl ist teilbar durch 3 bzw. 9, wenn ihre **Quersumme** durch 3 bzw. 9 teilbar ist.

Eine Zahl ist durch 6 ($= 2 \cdot 3$) teilbar, wenn die **Endziffer** gerade ist und ihre **Quersumme** durch 3 teilbar ist.

Beispiele:

126, 74, 82 sind durch 2 teilbar.
584, 1248, 7000 sind durch 4 teilbar.

625, 780, 12 715 sind durch 5 teilbar.

37 152: **Quersumme** $3 + 7 + 1 + 5 + 2 = 18$
37 152 ist durch 3 und 9 teilbar, denn $3 \mid 18$
sowie $9 \mid 18$.

3462 ist durch 2 teilbar, **Quersumme** 15 ist durch 3 teilbar, also $6 \mid 3462$.

Besondere Teiler und Vielfache bestimmen

Eine Zahl nennt man **gemeinsames Vielfaches** von Zahlen, wenn sie in der Vielfachenmenge von jeder dieser Zahlen enthalten ist. Unter den gemeinsamen Vielfachen heißt die kleinste Zahl das **kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)**.

Eine Zahl nennt man **gemeinsamen Teiler** von Zahlen, wenn sie in der Teilmenge von jeder dieser Zahlen enthalten ist. Unter den gemeinsamen Teilern nennt man die größte Zahl den **größten gemeinsamen Teiler (ggT)**.

Beispiel:

$$V_4 = \{4; 8; 12; 16; 20; 24; \dots\}$$

$$V_6 = \{6; 12; 18; 24; 30; \dots\}$$

$$\text{gemeinsame Vielfache } (4; 6) = \{12; 24; 36; \dots\}$$

$$\text{kgV } (4; 6) = 12$$

Beispiel:

$$T_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$$

$$T_{27} = \{1; 3; 9; 27\}$$

$$\text{gemeinsame Teiler } (18; 27) = \{1; 3; 9\}$$

$$\text{ggT } (18; 27) = 9$$

Anteile erkennen und bestimmen

Wird ein Ganzes in 2, 3, 4, ... **gleich große Teile** zerlegt, so erhält man Halbe,

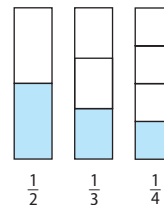
Drittel, Viertel, ... Man verwendet dafür die **Bruchschreibweise** $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ und bezeichnet diese besonderen Brüche auch als **Stammbrüche**.

Ein Bruch besteht somit aus folgenden Bestandteilen:

$$\frac{2}{3} \begin{array}{l} \swarrow \text{Zähler} \searrow \\ \leftarrow \text{Bruchstrich} \rightarrow \\ \swarrow \text{Nenner} \searrow \end{array} \frac{a}{b}$$

wobei a eine beliebige natürliche Zahl ist und b eine natürliche Zahl ungleich Null.

Das Ganze kann in zwei Halbe, drei Drittel, vier Viertel, ... zerlegt werden.



Der **Nenner** gibt an, in wie viele gleich große Teile das Ganze zerlegt wird.

Der **Zähler** gibt die Anzahl der Teile an, die betrachtet werden.

Der **Bruchstrich** zeigt an, dass es sich um einen Teilungsvorgang handelt.

Vorwissentest



Das kann ich!



Das kann ich fast!



Das kann ich noch nicht!

Teste dich! Schau dir dazu zunächst die bereits bekannten Inhalte auf der linken Seite an. Bearbeite die Aufgaben und bewerte deine Lösungen. Die Ergebnisse findest du im Anhang.

- 1** Übertrage die Tabelle ins Heft. Untersuche die Zahlen auf ihre Teilbarkeit und setze ein Kreuzchen, wenn die Teilbarkeit zutrifft.

Teilbar durch	2	3	4	5	6	9	10
445 660	✗						
306 903							
2 484 606							
1 350 210							
111 333 111							

- 2** a) Bestimme alle Teiler der Zahl und schreibe wie im Beispiel.

Beispiel Teiler von 45: $T_{45} = \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$

1 48 **2** 125 **3** 43 **4** 84

- b) Bestimme die ersten fünf Vielfachen der Zahl und schreibe wie im Beispiel.

Beispiel Vielfache von 8: $V_8 = \{8; 16; 24; 32; 40; \dots\}$

1 13 **2** 33 **3** 10^2 **4** 121

- 3** a) Gib alle gemeinsamen Teiler der folgenden Zahlen an. Bestimme auch den größten gemeinsamen Teiler (ggT).

1 36 und 60 **2** 144 und 360 **3** 175, 280 und 245 **4** 225 und 15

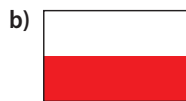
- b) Gib die Menge der gemeinsamen Vielfachen der folgenden Zahlen an. Bestimme auch den kleinsten gemeinsamen Vielfachen (kgV).

1 56 und 168 **2** 35, 54 und 31 **3** 14, 35 und 56 **4** 1, 2, 4 und 16

- 4** Beschreibe den Aufbau der Fahnen anhand von Brüchen.



Deutschland



Polen



Thailand



Arab. Emirate

Ich kann ...	Aufgabe	Bewertung
natürliche Zahlen auf Teilbarkeit prüfen.	1	
Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen bestimmen.	2, 3	
Anteile erkennen und bestimmen.	4	



Felix möchte auf seiner Geburtstagsparty einen Bananen-Milchshake mixen. Im Internet hat er dazu ein Rezept gefunden.

In die Gläser von Felix passt jeweils ein Viertel Liter hinein.

- Bestimme den Anteil des Milchshake-Rezepts, den Felix in ein Glas füllen kann.
- Gib den Anteil der Milch im Rezept an.



Fotos sind Platzhalter
bitte Feindaten liefern



450 ml



300 ml



220 ml

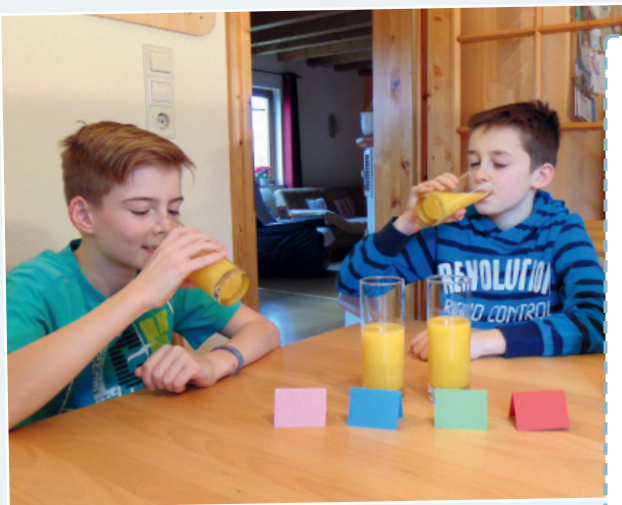
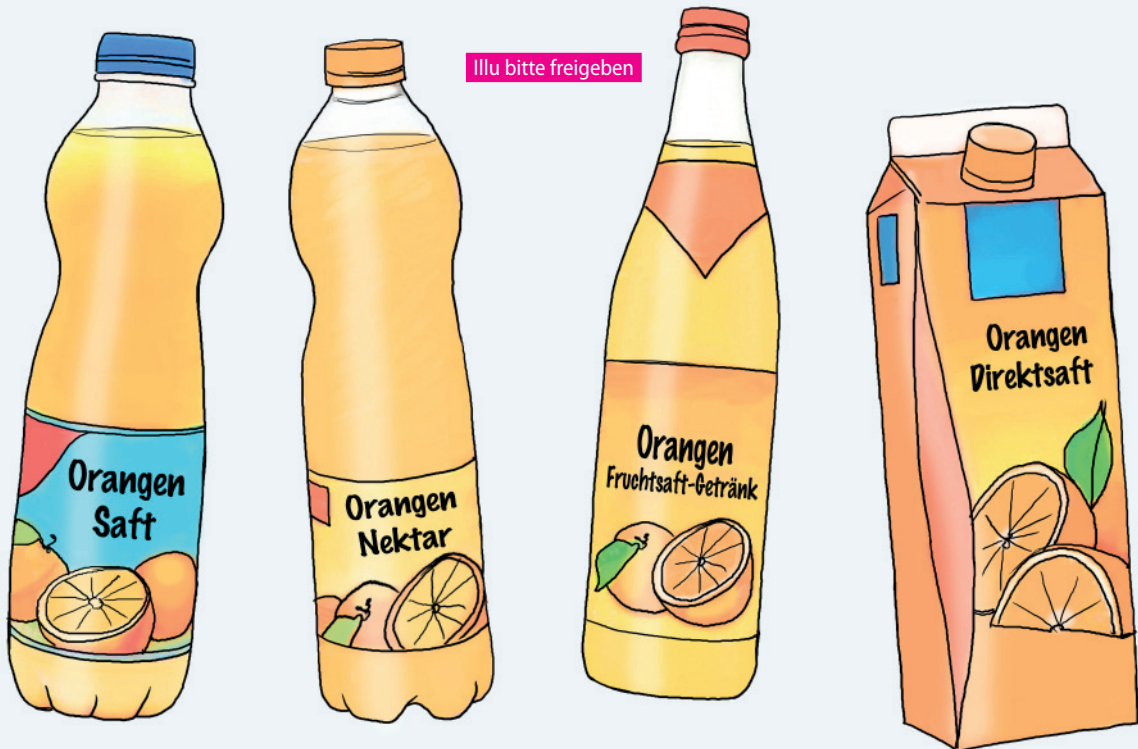


125 ml

- Untersuche jeweils, welcher Anteil eines Rezepts in die verschiedenen Gefäße passt.
- Gib für jedes Gefäß an, wie oft du das Rezept herstellen musst, damit du ohne Reste die Gefäße immer vollständig befüllen kannst.

Orangensaft, Orangenektar, Fruchtsaft oder Direktsaft ...

Ist dir schon einmal aufgefallen, wie viele verschiedene Bezeichnungen es gibt? Finde heraus, was dahinter steckt.



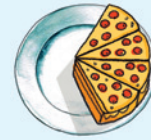
- Recherchiere im Internet die Unterschiede zwischen den verschiedenen Getränkearten, indem du die Anteile an Wasser und Saft betrachtest.
- Bestimme, zu welchen Anteilen du Orangensaft und Wasser mischen musst, damit du ...
 - 1 einen Orangenektar
 - 2 einen Fruchtsaft erhält.
- Gib die Menge Wasser und Orangensaft an, die du für 10 l Orangensaft benötigst.
- Vergleiche die Zuckeranteile in verschiedenen Orangensaftgetränken miteinander und beurteile dein Ergebnis.
- Mache eine Getränkeprobe und schreibe einen Geschmackstest für einen Klassenblog.

Entdecken

Nach einem Geburtstag sind die nebenstehenden Kuchenstücke übrig geblieben und sollen zusammengestellt werden, um Platz zu sparen.

- Bestimme, wie viele Stücke Kuchen von jeder Sorte gegessen wurden.
- Gib an, welcher Anteil von jedem Kuchen übrig geblieben ist (gegessen wurde).
- Erläutere, wie viele runde Kuchenplatten für die Reste benötigt werden. Verteile die Reste auf unterschiedliche Arten auf die Kuchenplatten.
- Stelle dar, wie sich die Darstellung ändert, wenn der Apfelkuchen und der Bienenstich in 16 gleich große Stücke unterteilt wurden und die gleiche Anzahl an Kuchenstücken übrig geblieben ist.

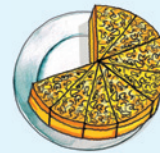
Kirschtorte



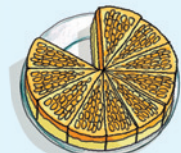
Bananentorte



Apfelstreusel



Bienenstich



Verstehen

Teilt man ein Ganzes in gleich große Teile, so erhält man Halbe, Drittel, Viertel, ...
Man verwendet für einen solchen Teil die Bruchschreibweise $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... und nennt diese besonderen Brüche auch **Stammbrüche**.

Statt Anteil sagt man auch „Bruchteil“

Merke

Wird das Ganze in 4 gleich große Teile, also in Viertel, unterteilt von denen noch 3 Teile betrachtet werden, so verwendet man für diesen Teil vom Ganzen den Bruch $\frac{3}{4}$.

Der **Nenner** gibt an, in wie viele Teile das Ganze zerlegt wird.

Der **Zähler** gibt die Anzahl der Teile an, die gewählt werden.

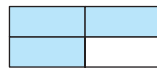
Der **Bruchstrich** zeigt den Teilungsvorgang an.

$\frac{3}{4}$
 Zähler
 Bruchstrich
 Nenner

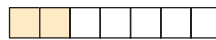
Beispiele

I. Gib an, welcher Bruchteil markiert wurde. Bestimme, wie viel zum nächsten Ganzen fehlt.

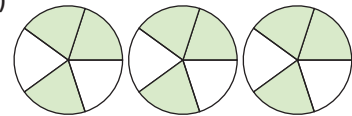
a)



b)



c)



Lösung:

a) $\frac{3}{4}$

Zum Ganzen fehlt $\frac{1}{4}$.

b) $\frac{2}{7}$

Zum Ganzen fehlt $\frac{5}{7}$.

c) $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

Zum nächsten Ganzen fehlt $\frac{1}{5}$.

II. Zeichne einen Zahlenstrahl und markiere darauf die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{20}$ und $\frac{7}{10}$.

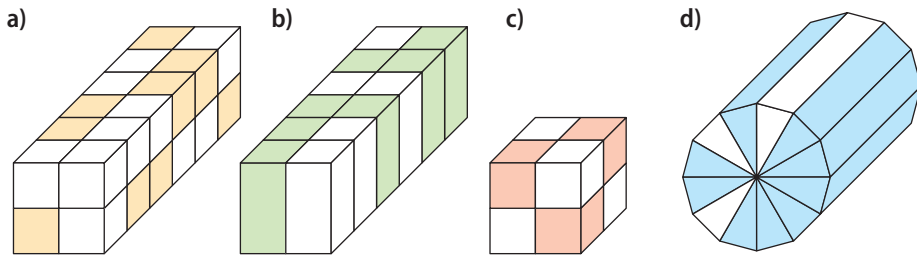
Lösung:



Nachgefragt

- Beschreibe den Unterschied zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{4}$.
- Beschreibe, wie du $\frac{3}{8}$ auf einem Blatt Papier einfärben kannst.

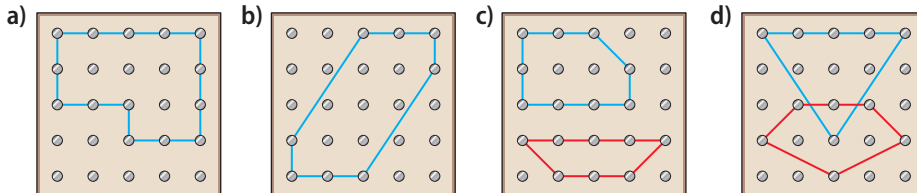
1 Bestimme den Anteil des Körpers, der **1** eingefärbt wurde. **2** nicht eingefärbt wurde. Benenne dabei Zähler und Nenner.



Aufgaben

- 2** a) Zeichne ein Rechteck, das 8 cm lang und 4 cm breit ist. Unterteile das Rechteck in Viertel (Achtel, Zwölftel, Sechzehntel). Markiere so viele Teile wie du möchtest und tausche mit einer Partnerin oder einem Partner. Benenne die Bruchteile.
 b) Entwerfe andere Figuren und tausche mit einer Partnerin oder einem Partner Aufgaben dazu aus.

3 Bestimme den Anteil der Fläche am Geobrett, der durch Bänder umspannt wird.



4 Zeichne einen Zahlenstrahl von 0 bis 1 und kennzeichne darauf die Brüche.

- a) $\frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{7}{8}, \frac{8}{8}, \frac{6}{8}, \frac{2}{8}, \frac{4}{8}$ b) $\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{10}, \frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{5}{5}, \frac{6}{10}$

Überlege dir zunächst, in wie viele Teile der Zahlenstrahl unterteilt werden soll.

5 Gib jeweils an, wie viel zu einem Ganzen fehlt.

- a) $\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{1}{8}, \frac{7}{10}, \frac{3}{11}, \frac{6}{13}, \frac{1}{6}, \frac{3}{5}, \frac{11}{12}, \frac{1}{9}$ b) $\frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{5}, \frac{7}{12}, \frac{13}{14}, \frac{9}{11}, \frac{1}{2}, \frac{7}{9}, \frac{11}{50}, \frac{3}{100}$

6 Übertrage jeweils die Angabe in dein Heft und ersetze dann dort den Platzhalter **■** durch die zutreffende natürliche Zahl.

- a) $\frac{1}{4} \text{ h} = \text{■ min}$ $\frac{1}{6} \text{ h} = \text{■ min}$ $\frac{5}{6} \text{ h} = \text{■ min}$ $\frac{7}{12} \text{ h} = \text{■ min}$
 b) $\frac{1}{60} \text{ min} = \text{■ s}$ $\frac{1}{30} \text{ min} = \text{■ s}$ $\frac{13}{60} \text{ min} = \text{■ s}$ $\frac{5}{12} \text{ min} = \text{■ s}$
 c) $\frac{5}{6} \text{ d} = \text{■ h}$ $\frac{2}{3} \text{ d} = \text{■ h}$ $\frac{11}{12} \text{ d} = \text{■ h}$ $\frac{7}{12} \text{ d} = \text{■ h}$

7 Bestimme, wie viele der natürlichen Zahlen von 1 bis 100 Teiler ...

- a) der Zahl 2000, b) der Zahl 2010 sind.
 Erkläre, welcher Anteil dieser 100 Zahlen dies jeweils ist.

Entdecken

Sabine, Manuel, Sophie und Alexander gehen in eine Pizzeria essen. Das Geld reicht nur noch für drei Pizzen.

- Stelle mindestens drei verschiedene Möglichkeiten in deinem Heft dar, wie sie die drei Pizzen gerecht untereinander verteilen können.
- Erkläre, wie viel Pizza jeder bekommt.



Verstehen

Brüche können verschiedene Bedeutungen haben.

Merke

Ein Bruch ist eine andere Schreibweise, um eine **Division** zu notieren. Dabei steht der Bruchstrich für das Divisionszeichen.

$\frac{3}{4}$ bedeutet auch $3 : 4$.

$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$

$$1 : 6 = \frac{1}{6}$$

$$7 : 3 = \frac{7}{3}$$

$$0 : 5 = \frac{0}{5} = 0$$

Beispiele

- I. Gib jeweils an, welchen Bruchteil jedes Kind bekommt, ...
 - a) wenn zwei Eierkuchen gleichmäßig an drei Kinder verteilt werden.
 - b) wenn zwei Liter Milch gleichmäßig an fünf Kinder verteilt werden.

Lösung:

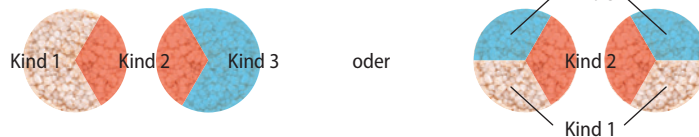
a) $2 : 3 = \frac{2}{3}$ Jedes Kind bekommt $\frac{2}{3}$ eines Eierkuchens.

b) $2 : 5 = \frac{2}{5}$ Jedes Kind bekommt $\frac{2}{5}$ l Milch.

- II. Stelle die folgende Verteilung zeichnerisch dar. Wie viel bekommt jedes Kind?
 - a) Drei Kinder teilen sich gerecht zwei gleich große Reiswaffeln.
 - b) Zwei Kinder teilen sich gerecht drei gleich große Reiswaffeln.

Lösungsmöglichkeiten:

a)



$2 : 3 = \frac{2}{3}$ Jedes Kind bekommt $\frac{2}{3}$ einer Reiswaffel.

b)



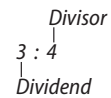
$3 : 2 = \frac{3}{2}$ Jedes Kind bekommt $\frac{3}{2}$ Reiswaffeln.

Beim Unterteilen von Kreisen kann man sich an der Aufteilung der Uhr orientieren.

Nachgefragt

- Bei der Division $17 : 5$ erhält man einen Rest. Erkläre die Bedeutung von diesem Rest mithilfe von Brüchen.
- Begründe, welche Brüche sich ergeben, wenn man 1 als Zähler (Divisor) einsetzt. Gib jeweils Beispiele an.

Erinnere dich:



Aufgaben

- 1** Gib jeweils an, welchen Bruchteil ein Kind bekommt, ...
- wenn vier Kinder zwei Brötchen gerecht teilen.
 - wenn fünf Kinder drei Tafeln Schokolade gerecht verteilen.
 - wenn zwölf Kinder fünf Birnen gerecht verteilen.
 - wenn drei Kinder vier Pfannkuchen gleichmäßig verteilen.

2 Schreibe als Bruch und veranschauliche.

- a) $1 : 2$ $1 : 3$ $3 : 4$ $2 : 5$ $7 : 4$ $8 : 1$
 b) $3 : 5$ $2 : 7$ $1 : 6$ $12 : 4$ $18 : 13$ $22 : 7$

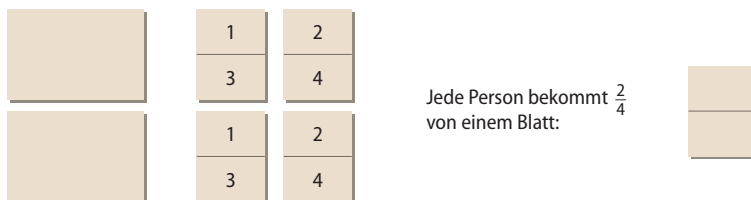
Beispiel: $7 : 8 = \frac{7}{8}$



Überlege zunächst, wie du den Sachverhalt günstig zeichnen kannst.

- 3** Stelle die folgenden Verteilungen auf mindestens zwei unterschiedliche Arten zeichnerisch dar. Gib den Bruchteil von jedem Kind an.
- Drei Kinder teilen zwei 100-g-Tafeln Schokolade gerecht miteinander.
 - Sechs Kinder teilen zwei gleich lange Baguette-Brote ehrlich untereinander auf.
 - Vier Kinder verteilen sechs gleich große Pizzas gerecht untereinander.
 - Acht Kinder verteilen fünf gleich große Stück Kuchen gleichmäßig untereinander.
 - Fünf Kinder teilen vier gleich große Äpfel gerecht untereinander auf.

4 Zerschneide auf zwei verschiedene Arten. Bestimme den Teil vom Ganzen, den jeder bekommt.



Beispiel: Zwei Blatt Papier werden gleichmäßig an vier Personen verteilt.

- Drei Blatt Papier sollen gerecht auf vier Personen verteilt werden.
- Zwei Blatt Papier sollen gerecht auf acht Personen verteilt werden.
- Zwei Blatt Papier werden gleichmäßig auf sieben Personen verteilt.

Hier ist nur eine mögliche Zerschneidung dargestellt.

Alles klar?

5 a) Schreibe als Division und erfinde eine passende Sachsituation. Stelle die Verteilungen auf mindestens zwei unterschiedliche Arten zeichnerisch dar.

- 1** $\frac{2}{5}$ **2** $\frac{5}{8}$ **3** $\frac{3}{11}$ **4** $\frac{7}{25}$ **5** $\frac{12}{30}$

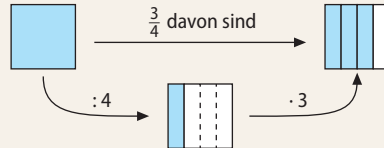
b) Melanie sagt: „Ich teile meine Bonbons gerecht mit Jane, Güllü, Samira und Nelli. Jede von uns bekommt ein Viertel.“ Stimmt das? Begründe deine Antwort.

Weiterdenken

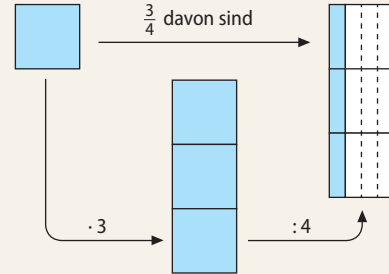
Im Alltag betrachten wir oft Anteile von einem Ganzen. Solche Anteile lassen sich auf verschiedene Arten bilden.

Beispiel: Ein Anteil $\frac{3}{4}$ vom Ganzen lässt sich auf zwei Arten bilden:

- 1 Das Ganze wird zunächst in vier Teile zerlegt, dann werden drei Teile ausgewählt.



- 2 Das Ganze wird zunächst verdreifacht, dann wird ein Viertel davon ausgewählt.



- 6 Bestimme das Ergebnis auf zwei verschiedene Arten.

- a) $\frac{2}{3}$ von 18 € b) $\frac{5}{6}$ von 216 m c) $\frac{3}{8}$ von 8 km d) $\frac{5}{9}$ von 45 l
 e) $\frac{3}{11}$ von 242 ha f) $\frac{2}{7}$ von 98 t g) $\frac{3}{4}$ von 60 min h) $\frac{7}{10}$ von 60 m²
 i) $\frac{5}{8}$ von 64 m j) $\frac{11}{12}$ von 1 d k) $\frac{2}{9}$ von 3 d l) $\frac{3}{4}$ von 20 a

- 7 Bestimme den Wert des Platzhalters ■ .

- a) $\frac{1}{3}$ von ■ ist 15 kg. b) $\frac{2}{3}$ von ■ sind 26 km. c) $\frac{1}{4}$ von ■ ist 25 l.
 d) $\frac{9}{11}$ von ■ sind 81 t. e) $\frac{4}{13}$ von ■ sind 8 cm. f) $\frac{2}{9}$ von ■ sind 100 €.
 g) $\frac{3}{4}$ von ■ sind 24 Kirschen. h) $\frac{1}{6}$ von ■ ist 45 min. i) $\frac{1}{2}$ von ■ ist 2 a.

- 8 Berechne den Bruchteil. Wandle die Größe zunächst in eine kleinere Einheit um.

- a) $\frac{7}{25}$ von 10 m b) $\frac{3}{5}$ von 4 kg c) $\frac{5}{8}$ von 12 t
 d) $\frac{5}{24}$ von 8 min e) $\frac{7}{12}$ von 6 m² f) $\frac{22}{125}$ von 7 m

- 9 Stelle in deinem Heft $\frac{2}{3}$ von 12 Kugeln auf unterschiedliche Arten dar.

- 10 Stefanie und Marko streiten sich, wer den Rucksack beim Ausflug über die längere Wegstrecke getragen hat. Stefanie trug den Rucksack sechs Zehntel des Weges, Marko zwei Fünftel. Kannst du helfen? Veranschauliche durch eine Zeichnung.



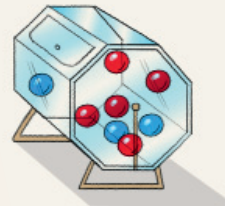
- 11 Steffi kann sich acht neue Englischvokabeln gut merken. Doch das sind nur zwei Fünftel der Vokabeln, die sie lernen soll. Gib die Anzahl aller Vokabeln an.

Lösungen zu 6:
 3; 12; 15; 16; 22; 25; 28;
 40; 42; 45; 66; 180.
 (alle Angaben ohne
 Einheiten)

Weiterdenken

Illu bitte freigeben

Im Alltag werden Anteile oftmals als **Verhältnisse** angegeben. In einer Lostrommel liegen drei blaue und fünf rote Kugeln. Verschiedene Sprechweisen drücken jeweils denselben Sachverhalt aus:

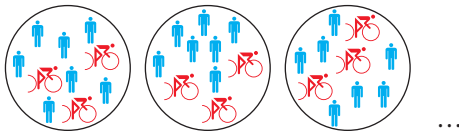


- Das Verhältnis von blauen zu roten Kugeln ist 3 : 5 (sprich: 3 zu 5).
- Drei von acht Kugeln sind blau.
- Das Verhältnis von blauen Kugeln zu allen Kugeln ist 3 : 8.
- Der Anteil der blauen Kugeln in der Lostrommel beträgt $\frac{3}{8}$.

Übersetzt man Verhältnisse in Brüche, dann bildet man den Anteil der betrachteten Kugeln gegenüber **allen Kugeln**, die man untersucht.

Beim Verhältnis muss man stets angeben, welche Mengen man miteinander vergleicht.

12 „Drei von zehn Schülern fahren mit dem Rad zur Schule.“



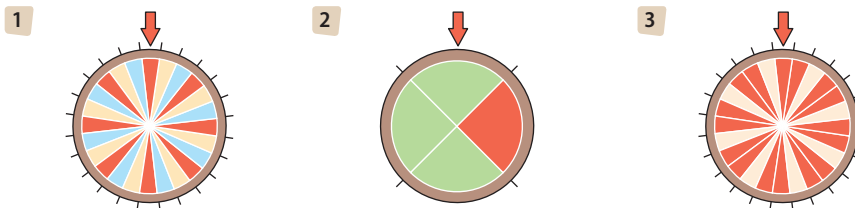
Das Verhältnis von „Fahrrad-Schülern“ zu allen Schülern beträgt 3 : 10.

- a) Finde möglichst viele Sprechweisen, um den Sachverhalt auszudrücken.
- b) Erkläre die zeichnerische Darstellung des Sachverhalts.
- c) Finde Gründe, weshalb es im Alltag oftmals sinnvoll ist Anteile als Verhältnisse auszudrücken.

13 In einer Brotmischung ist das Verhältnis von Roggenmehl zu Weizenmehl 3 : 2.

Drücke denselben Sachverhalt auf verschiedene Weisen aus. Notiere alle möglichen Zahlenpaare mit zwei Würfeln.

14 Auf einem Volksfest gibt es verschiedene Glücksräder. Dabei gewinnt man jeweils, wenn der Pfeil auf ein rotes Feld zeigt.



- a) An welchem Glücksrad würdest du spielen? Begründe deine Antwort.
- b) Drücke die Gewinnchancen an den Glücksrädern durch verschiedene Verhältnisse aus. Vergleiche die Verhältnisse miteinander.

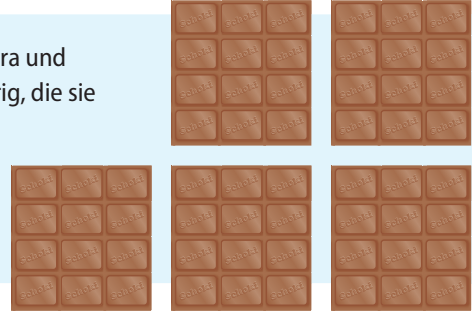
15 In der Klasse 6b sind 24 Schülerinnen und Schüler. Jedes vierte Kind ist ein Junge.

- a) Bestimme das Verhältnis von Mädchen zu Jungen in dieser Klasse. Drücke den Sachverhalt auf verschiedene Weisen aus.
- b) Gib an, wie viele Mädchen und Jungen in der Klasse sind.
- c) Es kommt ein Junge zur Klasse hinzu. Bestimme, wie sich das Verhältnis ändert.
- d) ~~Untersuche die Verhältnisse in deiner Klasse.~~

Entdecken

Auf einer Wanderung haben Franziska, Ralf, Petra und Norbert noch fünf kleine Tafeln Schokolade übrig, die sie gerecht untereinander verteilen wollen.

- Gib verschiedene Möglichkeiten an, wie eine solche Verteilung aussehen kann.
- Erläutere, welchen Anteil jeder bekommt.



Verstehen

Wir unterscheiden Brüche, die kleiner als 1 sind von denen, die größer oder gleich 1 sind.

Merke

Brüche, deren Zähler kleiner als der Nenner ist, nennt man **echte Brüche**. Sie sind stets kleiner als das Ganze.

Beispiele: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{7}$; ...

Brüche, deren Zähler so groß wie der Nenner oder größer als der Nenner ist, nennt man **unechte Brüche**.

Beispiele: $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{5}$; ...

Unechte Brüche lassen sich entweder als **gemischte Zahlen** oder als **natürliche Zahlen** schreiben.

Beispiele: $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$
 $= 1\frac{1}{3}$

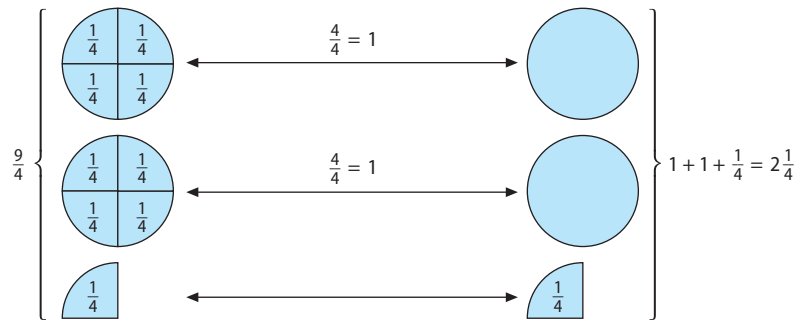
Eine gemischte Zahl gibt an, wie viele Ganze in dem unechten Bruch enthalten sind und wie groß der restliche Anteil ist.

$1\frac{1}{3}$ bedeutet 1 Ganzes und $\frac{1}{3}$

Beispiele

I. Zeige anhand einer Zeichnung, dass $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ ist.

Lösung



II. Echter oder unechter Bruch? Finde die richtige Bezeichnung für $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{20}{100}$.

Lösung:

$\frac{4}{5}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{20}{100}$ sind echte Brüche: Der Zähler ist jeweils kleiner als der Nenner.

$\frac{7}{7}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{5}{2}$ sind unechte Brüche: Der Zähler ist mindestens so groß wie der Nenner.

Nachgefragt

- Erkläre: Welche unechten Brüche lassen sich nicht als gemischte Zahl schreiben?
- Erkläre anschaulich die Bedeutung: $3\frac{1}{5} = 3 + \frac{1}{5}$.

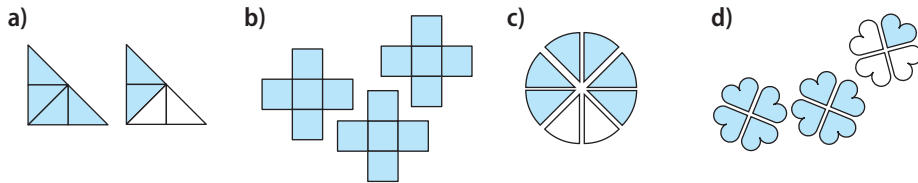
Aufgaben

1 Gib an, um welche Art von Bruch es sich jeweils handelt.

$\frac{3}{8}, \frac{5}{4}, \frac{12}{6}, \frac{9}{12}, \frac{16}{5}, \frac{9}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{25}, \frac{123}{25}, \frac{35}{7}, \frac{12}{11}, \frac{10}{1}, \frac{0}{4}, \frac{100}{10}, \frac{0}{5}$

2 Zerschneide drei DIN-A4-Blätter Papier in jeweils acht gleich große Teile. Lege mit den Teilen dann die folgenden Brüche. Gib die Art des Bruches an: $\frac{3}{8}, \frac{16}{8}, \frac{17}{8}, \frac{24}{8}$

3 Gib jeweils einen Bruch an, der durch die Zeichnung dargestellt sein kann. Wandle den Bruch – wenn möglich – in eine natürliche oder gemischte Zahl um.



4 Zeige wie in Beispiel I anhand einer Zeichnung folgende Gleichheit.

a) $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ b) $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ c) $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$ d) $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ e) $1\frac{5}{12} = \frac{17}{12}$

5 a) Schreibe als gemischte Zahl: $\frac{3}{2}, \frac{8}{3}, \frac{13}{3}, \frac{5}{4}, \frac{15}{4}, \frac{9}{5}, \frac{11}{5}, \frac{17}{10}$. **Beispiel:** $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$

b) Schreibe als unechten Bruch: $2\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}, 3\frac{1}{4}, 4\frac{3}{5}, 3\frac{5}{6}, 2\frac{7}{8}$. **Beispiel:** $4\frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$

Lösungen zu 5:

$\frac{5}{3}, \frac{13}{4}, 2\frac{2}{3}, 1\frac{1}{4}, \frac{23}{5}, 3\frac{3}{4}, 1\frac{4}{5}, \frac{23}{6}, 2\frac{1}{5}, 1\frac{7}{10}, 1\frac{1}{2}, 4\frac{1}{3}, \frac{23}{8}, \frac{5}{2}$

6 Brüche und natürliche Zahlen. Setze die Reihe jeweils um fünf Zahlen fort.

a) $\frac{0}{4} = 0; \frac{4}{4} = 1; \frac{8}{4} = 2; \dots$ b) $\frac{0}{12} = 0; \frac{12}{12} = 1; \frac{24}{12} = 2; \dots$
 c) $\frac{0}{7} = 0; \frac{7}{7} = 1; \frac{14}{7} = 2; \dots$ d) $\frac{0}{39} = 0; \frac{39}{39} = 1; \frac{78}{39} = 2; \dots$

7 Was meinst du dazu? Begründe deine Antwort.

Eishockey-Spieler sind durchtrainierte Jungs. Sie spielen drei Drittel.



Aber Basketball-Spieler sind noch durchtrainierter, da sie vier Viertel spielen.

8 Maxi und Antonia gehen im Supermarkt einkaufen. Dabei haben sie die Wahl zwischen Groß- und Kleinpackungen.
 a) Bestimme die günstigste Variante und berechne hierfür den Gesamtpreis.
 b) Berechne die Ersparnis gegenüber der teuersten Variante.

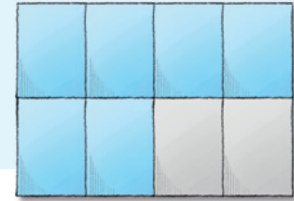
Einkaufszettel	
<input type="checkbox"/>	• 3 Dosen Hundefutter
<input type="checkbox"/>	• 5 kg Kartoffeln
<input type="checkbox"/>	• 4 ½ kg Nudeln
<input type="checkbox"/>	• ¾ kg Erdnüsse

Angebot Jetzt kaufen und mehr sparen!

6 Dosen Hundefutter 1 Dose = 0,49 € <p style="text-align: right; font-size: 1.2em; color: red;">2,99 €</p>	2,5 kg Kartoffeln im Netz 1 kg lose = 0,99 € <p style="text-align: right; font-size: 1.2em; color: red;">2,49 €</p>
2,5 kg Nudeln Family Pack 500 g = 0,98 € <p style="text-align: right; font-size: 1.2em; color: red;">3,99 €</p>	1 kg lose Erdnüsse 500 g verpackt 1,49 € <p style="text-align: right; font-size: 1.2em; color: red;">3,48 €</p>

Entdecken

- Färbe und falte ein DIN-A4-Blatt wie auf der ersten Abbildung. Gib an, welcher Teil gefärbt wurde. Bestimme auch, welcher Teil übrig bleibt.
- Wenn du erneut faltest, erhältst du die zweite Abbildung. Gib wieder an, wie groß der gefärbte bzw. ungefärbte Anteil ist.
- Vergleiche die beiden gefärbten Anteile der beiden Blätter. Was fällt dir auf?
- Beschreibe was geschieht, wenn du weiter faltest.



Verstehen

Ein Anteil bleibt gleich, wenn die Unterteilung **verfeinert** oder **vergrößert** wird.

Merke

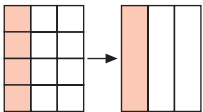
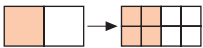
Verfeinert man die Unterteilung, so vergrößern sich Zähler und Nenner des Bruches um denselben Faktor. Man nennt diesen Vorgang **Erweitern** von Brüchen.

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \quad \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} \quad \text{oder kurz} \quad \frac{1}{2} \stackrel{\cdot 4}{=} \frac{4}{8}, \text{ Erweiterungszahl: } 4$$

Vergrößert man die Unterteilung, so verkleinern sich Zähler und Nenner um einen gemeinsamen Teiler. Man nennt diesen Vorgang **Kürzen** von Brüchen.

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad \frac{4}{12} = \frac{4 : 4}{12 : 4} = \frac{1}{3} \quad \text{oder kurz} \quad \frac{4}{12} \stackrel{: 4}{=} \frac{1}{3}, \text{ Kürzungszahl: } 4$$

Ein Anteil bleibt gleich, wenn die Unterteilung verfeinert oder vergrößert wird. Brüche, die denselben Anteil beschreiben, werden als **gleichwertig** bezeichnet.



Beispiele

- I. Zeige durch Erweitern und Kürzen, dass $\frac{4}{12} = \frac{8}{24}$ ist.

Lösung:

Erweitern

$$\frac{4}{12} = \frac{4 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{8}{24} \quad \text{oder} \quad \frac{4}{12} \stackrel{2}{=} \frac{8}{24}$$

Kürzen

$$\frac{8}{24} = \frac{8 : 2}{24 : 2} = \frac{4}{12} \quad \text{oder} \quad \frac{8}{24} \stackrel{2}{=} \frac{4}{12}$$

- II. a) Erweitere mit 7: $\frac{3}{4} = \frac{7}{11}$

- b) Kürze mit 8: $\frac{16}{40} = \frac{88}{96}$

Lösung:

$$\text{a) } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28} \quad \text{oder} \quad \frac{3}{4} \stackrel{7}{=} \frac{21}{28}$$

$$\text{b) } \frac{16}{40} = \frac{16 : 8}{40 : 8} = \frac{2}{5} \quad \text{oder} \quad \frac{16}{40} \stackrel{8}{=} \frac{2}{5}$$

$$\frac{7}{11} = \frac{7 \cdot 7}{11 \cdot 7} = \frac{49}{77} \quad \text{oder} \quad \frac{7}{11} \stackrel{7}{=} \frac{49}{77}$$

$$\frac{88}{96} = \frac{88 : 8}{96 : 8} = \frac{11}{12} \quad \text{oder} \quad \frac{88}{96} \stackrel{8}{=} \frac{11}{12}$$

Nachgefragt

- Erkläre den Zusammenhang zwischen Erweitern und Kürzen.
- Lässt sich jeder Bruch erweitern (kürzen)? Begründe.

Die Erweiterungs- und Kürzungszahlen beim Gleichheitszeichen kann man auch weglassen.

Aufgaben

1 Erweitere im Kopf.

- a) $\frac{4}{5}$ mit 3; 5; 8 b) $\frac{12}{9}$ mit 4; 5; 7 c) $\frac{7}{11}$ mit 8; 9; 12

2 Kürze im Kopf.

- a) mit 3: $\frac{3}{9}, \frac{15}{12}, \frac{39}{72}, \frac{99}{111}$ b) mit 5: $\frac{10}{15}, \frac{25}{40}, \frac{45}{65}, \frac{110}{120}$ c) mit 8: $\frac{16}{48}, \frac{24}{72}, \frac{40}{96}, \frac{112}{120}$
 d) mit 12: $\frac{12}{48}, \frac{36}{24}, \frac{108}{144}$ e) mit 15: $\frac{45}{60}, \frac{75}{120}, \frac{135}{225}$ f) mit 25: $\frac{75}{100}, \frac{275}{350}, \frac{925}{1275}$

Lösungen zu 2:

$$\frac{1}{4}, \frac{9}{12}, \frac{2}{6}, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{13}{24}, \frac{9}{15}, \frac{5}{8}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \frac{9}{13}, \frac{37}{51}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{9}, \frac{11}{14}, \frac{33}{37}, \frac{22}{24}, \frac{14}{15}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$$

3 Bestimme die Erweiterungs- oder Kürzungszahl.

- a) $\frac{18}{24} = \frac{6}{8}$ b) $\frac{7}{9} = \frac{42}{54}$ c) $\frac{144}{108} = \frac{12}{9}$ d) $\frac{30}{13} = \frac{150}{65}$ e) $\frac{19}{125} = \frac{152}{1000}$
 f) $\frac{70}{196} = \frac{5}{14}$ g) $\frac{54}{72} = \frac{3}{4}$ h) $\frac{17}{19} = \frac{136}{152}$ i) $\frac{234}{285} = \frac{78}{95}$ j) $\frac{126}{525} = \frac{18}{75}$

4 Erweitere jeweils ...

- a) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}$ mit 2. b) $\frac{8}{8}, \frac{1}{9}, \frac{7}{10}$ mit 3. c) $\frac{5}{5}, \frac{4}{3}, \frac{1}{100}$ mit 7.
 d) $\frac{2}{11}, \frac{11}{2}, \frac{22}{11}$ mit 4. e) $\frac{9}{3}, \frac{8}{17}, \frac{100}{50}$ mit 5. f) $\frac{1}{8}, \frac{2}{9}, \frac{3}{10}$ mit 10.
 g) $\frac{9}{2}, \frac{90}{2}, \frac{90}{100}$ mit 6. h) $\frac{0}{5}, \frac{5}{2}, \frac{2}{4}$ mit 100. i) $\frac{30}{10}, \frac{1}{30}, \frac{30}{6}$ mit 8.

5 Kürze jeweils ...

- a) $\frac{12}{24}, \frac{18}{12}, \frac{48}{12}$ mit 2. b) $\frac{6}{3}, \frac{6}{18}, \frac{30}{36}$ mit 3. d) $\frac{30}{12}, \frac{42}{30}, \frac{60}{72}$ vollständig.
 e) $\frac{6}{2}, \frac{27}{9}, \frac{54}{24}$ vollständig. f) $\frac{150}{240}, \frac{180}{300}, \frac{66}{48}$ mit 6. h) $\frac{174}{180}, \frac{150}{30}, \frac{300}{30}$ mit 5.
 i) $\frac{144}{12}, \frac{64}{12}, \frac{81}{9}$ vollständig. j) $\frac{16}{48}, \frac{48}{16}, \frac{37}{111}$ vollständig. l) $\frac{17}{34}, \frac{68}{170}, \frac{57}{85}$ mit 17.

„vollständig“ meint; so weit wie möglich

6 Übertrage jeweils die Angabe in dein Heft und ersetze dann dort jeden Platzhalter durch eine natürliche Zahl, sodass eine wahre Aussage entsteht. Gib deine Überlegungen an.

- a) $\frac{144}{384} = \frac{\square}{192} = \frac{\square}{96} = \frac{\square}{48} = \frac{\square}{24} = \frac{\square}{8}$ b) $\frac{45}{225} = \frac{9}{\square} = \frac{3}{\square} = \frac{1}{\square}$ c) $\frac{135}{225} = \frac{\square}{75} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{5}$

Alles klar?

7 Setze für \square die passende Zahl ein. Gib die Erweiterungs- bzw. Kürzungszahl an.

- a) $\frac{2}{9} = \frac{\square}{81}, \frac{8}{7} = \frac{48}{\square}$ b) $\frac{11}{12} = \frac{121}{\square}, \frac{7}{\square} = \frac{56}{96}$ c) $\frac{\square}{12} = \frac{54}{72}, \frac{13}{3} = \frac{\square}{27}$
 d) $\frac{12}{16} = \frac{\square}{4}, \frac{56}{64} = \frac{7}{\square}$ e) $\frac{121}{77} = \frac{11}{\square}, \frac{9}{\square} = \frac{3}{14}$ f) $\frac{\square}{84} = \frac{5}{4}, \frac{13}{52} = \frac{\square}{4}$

8 Erkläre die Aussage: „Mit der 1 kann man immer kürzen.“

9 Finde mithilfe der Teilbarkeitsregeln eine geeignete Kürzungszahl und kürze.

- a) $\frac{33}{39}, \frac{45}{50}, \frac{72}{93}, \frac{30}{55}$ b) $\frac{30}{105}, \frac{75}{15}, \frac{120}{75}, \frac{15}{60}$ c) $\frac{45}{60}, \frac{90}{135}, \frac{270}{360}, \frac{720}{225}$

10 Kürze **1** den Bruch der gemischten Zahl **2** den unechten Bruch und vergleiche anschließend.

$2\frac{3}{4}$

$5\frac{3}{9}$

11 Kontrolliere die Rechnungen und korrigiere falsche Rechnungen im Heft.

a) $\frac{2}{6} = \frac{5}{18}$

b) $\frac{25}{19} = \frac{200}{228}$

c) $\frac{17}{21} = \frac{34}{23}$

d) $\frac{9}{7} = \frac{81}{7}$

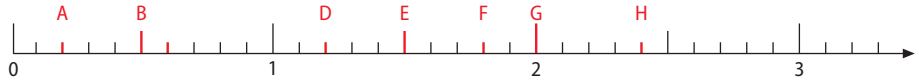
e) $\frac{12}{50} = \frac{144}{600}$

f) $\frac{2}{5} = \frac{50}{500}$

g) $\frac{18}{22} = \frac{36}{44}$

h) $\frac{18}{32} = \frac{54}{96}$

12 Gib für die markierten Zahlen mindestens zwei Brüche an, welche die Zahl darstellen.



Weiterdenken

Zwei Brüche kann man einfach **miteinander vergleichen**, wenn sie denselben Nenner haben. Brüche mit gleichem Nenner heißen **gleichnamig**.

Beispiel: $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$

Beispiel: $\frac{1}{8} < \frac{5}{8}$

1 **Gleichnamige Brüche** kann man der Größe nach **ordnen**, indem man ihre Zähler vergleicht:
Derjenige Bruch ist größer, der den größeren Zähler hat.

Beispiel: $\frac{2}{3} \square \frac{7}{12}$

2 **Ungleichnamige Brüche** lassen sich der Größe nach **ordnen**, indem man sie zuerst durch Erweitern oder Kürzen **gleichnamig macht** und anschließend vergleicht.

$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \frac{8}{12} \geq \frac{7}{12}$
also $\frac{2}{3} \geq \frac{7}{12}$

13 Übertrage in dein Heft und setze $<$, $>$ oder $=$.

a) $\frac{2}{5} \square \frac{4}{5}, \frac{7}{8} \square \frac{6}{8}, 1\frac{1}{2} \square \frac{3}{2}, \frac{2}{3} \square \frac{1}{3}, \frac{7}{9} \square \frac{8}{9}, \frac{4}{8} \square \frac{2}{4}, \frac{4}{5} \square \frac{9}{10}, 2\frac{1}{6} \square 2\frac{1}{2}, \frac{12}{6} \square 2$

b) $\frac{1}{4} \square \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \square \frac{2}{5}, \frac{5}{8} \square \frac{5}{6}, \frac{7}{10} \square \frac{7}{25}, \frac{3}{4} \square \frac{6}{20}, \frac{5}{8} \square \frac{10}{4}, \frac{4}{5} \square 1, \frac{4}{6} \square \frac{8}{12}, 1\frac{4}{5} \square 1\frac{2}{7}$

Überlege zunächst, wie lang der Zahlenstrahl sein soll und welche Unterteilung geeignet ist.

14 Zeichne einen Zahlenstrahl von 0 bis 2 und kennzeichne die Zahlen. Ordne sie der Größe nach, beginne mit der kleinsten Zahl.

a) $\frac{1}{2}, \frac{6}{5}, 1\frac{1}{2}, \frac{7}{10}, \frac{1}{5}, \frac{15}{10}, \frac{5}{5}$

b) $\frac{3}{8}, \frac{7}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{6}{8}, \frac{4}{2}$

15 1 $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{4}$ 2 $\frac{5}{2}$ und $\frac{15}{12}$ 3 $\frac{3}{7}$ und $\frac{3}{8}$ 4 $\frac{11}{4}$ und $\frac{12}{144}$ 5 $\frac{3}{15}$ und $\frac{7}{40}$

a) Mache die Brüche durch Erweitern bzw. Kürzen gleichnamig.

b) Gib mindestens zwei Brüche an, die zwischen den beiden Brüchen liegen.

c) Bestimme einen Bruch, der genau in der Mitte zwischen den angegebenen Brüchen liegt.

16 Nenne alle gleichnamigen Brüche, die zwischen den angegebenen liegen.

a) $\frac{3}{4}, \frac{7}{4}$

b) $\frac{2}{5}, \frac{5}{5}$

c) $\frac{6}{10}, \frac{11}{10}$

d) $\frac{5}{16}, \frac{13}{16}$

e) $\frac{15}{12}, \frac{17}{12}$

f) $\frac{47}{7}, \frac{51}{7}$

17 a) Gib fünf verschiedene Brüche zwischen 0 und 1 an, die nicht gleichwertig sind.

b) Finde jeweils fünf weitere gleichwertige Brüche zu: $\frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1\frac{2}{3}, 2$

Suche gemeinsame Vielfache der Nenner. Veranschauliche auch am Zahlenstrahl.

- 18** Ordne die Bruchteile der Größe nach: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$. Begründe die Ordnung ...
- mit Beispielen aus dem Alltag.
 - mithilfe der Darstellung des Bruchs als Teil eines Ganzen.
 - durch gleichnamig machen der Brüche.

- 19** Richtig oder falsch? Erkläre durch eine Zeichnung.

a) $\frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{7}{8}$ b) $\frac{2}{3} < \frac{1}{2} < \frac{5}{6}$ c) $\frac{4}{9} < \frac{5}{6} < \frac{13}{18}$ d) $\frac{6}{10} < \frac{3}{2} < \frac{7}{5}$

Überlege zuerst, wie du die Anteile geeignet darstellen kannst.

- 20** Ordne die folgenden Brüche der Größe nach. Beginne mit dem kleinsten.

a) $\frac{5}{6}$, $\frac{14}{12}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{12}{15}$, $1\frac{2}{10}$ c) $\frac{11}{3}$, 2 , $\frac{5}{1}$, $\frac{21}{7}$, $\frac{6}{11}$

- 21** a) Notiere eine Regel, wie sich Brüche mit gleichem Zähler der Größe nach ordnen lassen.
b) Erkläre, wie du gleichwertige Brüche zu den natürlichen Zahlen findest.

- 22** Im Alltag werden häufig Brüche verwendet. Oftmals nennt man Anteile auf der Uhr. Du kennst eine viertel, eine halbe oder eine dreiviertel Stunde. Gib an, in welche Bruchteile du das Ziffernblatt einer Uhr teilen kannst. Nenne dabei Brüche mit gleichem Wert.



- 23** Wo würdest du dir die Lose kaufen? Begründe deine Antwort.

Jedes 5. Los gewinnt.

Auf 10 Lose 3 Gewinne

100 Lose – 22 Gewinne

Auf 3 Nieten kommt 1 Gewinn.



Spiel

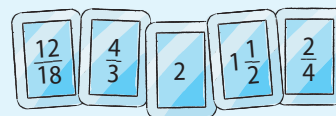
Bruchskat (3 – 4 Spieler)

Spielmaterial

Stellt in Kleingruppen (3 – 4 Personen) Bruchkarten her:

- Für einen Kartensatz benötigt ihr sechs Blätter dickes Papier (DIN-A4). Zerschneidet jedes Blatt in acht gleich große Teile.
- Notiert auf jeder Karte einen Bruch, eine gemischte Zahl oder eine natürliche Zahl.

Beispiele:



Spielregeln

- Mischt die Karten und verteilt sie gleichmäßig an alle Spieler.
- Der jüngste Spieler beginnt und legt eine Karte in die Mitte. Alle anderen Spieler legen der Reihe nach im Uhrzeigersinn eine Karte hinzu.
- Wer in einer Runde die Karte mit dem höchsten Bruch gelegt hat, erhält alle Karten aus der Mitte und legt sie auf seinen Ablagestapel. Bei gleichwertigen Brüchen bleiben die Karten so lange in der Mitte, bis eine Runde gewonnen wurde.
- Der Sieger einer Runde beginnt die nächste.
- Gewonnen hat am Ende der Spieler mit den meisten Karten.

Entdecken

Von einer Tafel Schokolade hat Sabine drei Rippen und Manuel zwei Rippen gegessen.

- Welcher Anteil der Schokolade wurde insgesamt gegessen?
- Welcher Anteil ist noch übrig?
- Beschreibe, wie du die Anteile berechnen kannst.



Verstehen

Haben Brüche denselben Nenner, dann kann man die Zähler ganz einfach addieren oder subtrahieren.

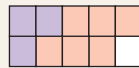
Merke

Gleichnamige Brüche werden **addiert (subtrahiert)**, indem man die **Zähler** addiert (subtrahiert). Der **Nenner** bleibt unverändert.

Beispiel Addition:

$$\frac{3}{10} + \frac{6}{10} = \frac{3+6}{10} = \frac{9}{10}$$

„3 Zehntel + 6 Zehntel = 9 Zehntel“



Beispiel Subtraktion:

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{4-3}{5} = \frac{1}{5}$$

„4 Fünftel - 3 Fünftel = 1 Fünftel“



Beispiele

I. a) Berechne $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$.

Lösung:

$$\text{a) } \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

„1 Fünftel + 3 Fünftel = 4 Fünftel“

b) Berechne $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$.

$$\text{b) } \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

„3 Viertel - 1 Viertel = 2 Viertel“

II. Berechne und kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

a) $\frac{15}{6} - \frac{3}{6}$

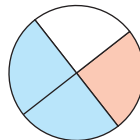
Lösung:

$$\text{a) } \frac{15}{6} - \frac{3}{6} = \frac{15-3}{6} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1} = 2$$

b) $1\frac{3}{10} + 2\frac{2}{10}$

$$\text{b) } 1\frac{3}{10} + 2\frac{2}{10} = \frac{13}{10} + \frac{22}{10} = \frac{13+22}{10} = \frac{35}{10} = 3\frac{5}{10} = 3\frac{1}{2}$$

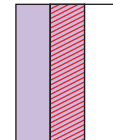
III. a) Gib eine passende Additionsaufgabe zu der Zeichnung an.



Lösung:

$$\text{a) } \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{2+2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

b) Gib eine passende Subtraktionsaufgabe zu der Zeichnung an.



$$\text{b) } \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

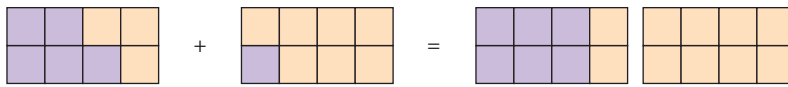
Nachgefragt

- Martina rechnet: $\frac{5}{7} + \frac{5}{9} = \frac{5}{16}$. Stimmt das? Begründe deine Antwort.

Aufgaben

1 Zerschneide zwei Blätter Papier in Achtel und löse dann durch Legen.

Beispiel: $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$



- a) $\frac{5}{8} + \frac{4}{8}$ b) $\frac{11}{8} - \frac{5}{8}$ c) $\frac{5}{8} + \frac{5}{8}$ d) $\frac{11}{8} + \frac{3}{8}$ e) $2 - \frac{13}{8}$ f) $1\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$

2 Rechne im Kopf. Kürze das Ergebnis so weit wie möglich und gib es gegebenenfalls als gemischte bzw. natürliche Zahl an.

- a) $\frac{1}{6} + \frac{3}{6}$ b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$ c) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$ d) $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$ e) $5\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$
 f) $\frac{2}{8} + \frac{3}{8}$ g) $\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$ h) $\frac{4}{12} + \frac{5}{12} + \frac{2}{12}$ i) $3\frac{5}{9} + 4\frac{3}{9}$ j) $2\frac{4}{9} - 1\frac{2}{9}$
 k) $\frac{3}{9} + \frac{4}{9}$ l) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9}$ m) $\frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8}$ n) $2\frac{5}{8} + 3$ o) $7\frac{4}{9} - 3\frac{4}{9}$
 p) $\frac{3}{10} + \frac{7}{10}$ q) $\frac{8}{10} - \frac{2}{10}$ r) $\frac{10}{11} + \frac{4}{11} + \frac{6}{11}$ s) $1\frac{6}{7} + 3\frac{5}{7}$ t) $7\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4}$

Wandle vor der Addition bzw. Subtraktion gemischte und natürliche Zahlen gegebenenfalls in unechte Brüche um.

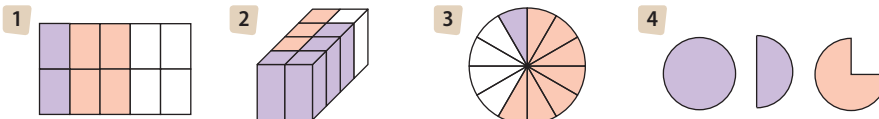
3 Berechne den Termwert und kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

- a) $\frac{13}{8} + \frac{1}{8}$ b) $\frac{13}{15} - \frac{3}{15}$ c) $\frac{2}{10} + 1\frac{4}{10}$ d) $19\frac{8}{10} - 9\frac{3}{10}$
 e) $\frac{1}{6} + 1\frac{5}{6} + \frac{2}{6}$ f) $2\frac{1}{6} + 1\frac{5}{6}$ g) $3\frac{9}{10} - 2\frac{7}{10}$ h) $3\frac{1}{100} + \frac{79}{100}$
 i) $2\frac{28}{100} - 1\frac{3}{100}$ j) $1\frac{76}{100} - 1\frac{51}{100}$ k) $6 - 3\frac{2}{3}$ l) $4\frac{3}{8} - 3\frac{1}{8}$

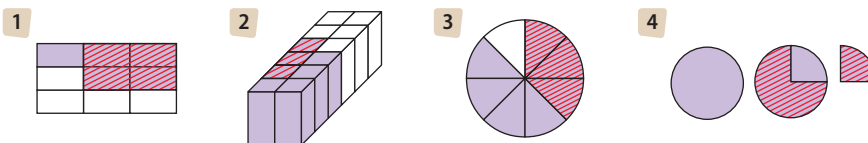
Lösungen zu 3:

$1\frac{3}{4}; 1\frac{1}{5}; 4; 2\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; 1\frac{3}{4}; 10\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 3\frac{4}{5}; 1\frac{1}{4}; 3; 1\frac{13}{20}$

4 a) Erkläre, welche Additionsaufgabe dargestellt ist. Bestimme, wie viel zum nächsten Ganzen fehlt.



b) Erkläre, welche Subtraktionsaufgabe dargestellt ist. Bestimme, wie viel zum nächsten Ganzen fehlt.



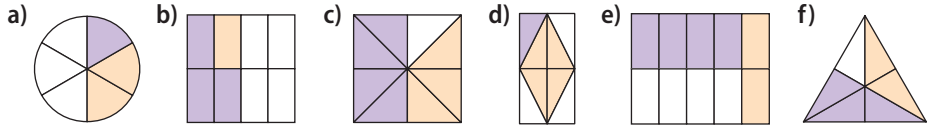
Alles klar?

5 Berechne und gib an, wie viel zur nächsten natürlichen Zahl fehlt.

- a) $\frac{2}{7} + \frac{6}{7}$ b) $4\frac{6}{15} - 1\frac{2}{15}$ c) $\frac{4}{5} + 1\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$ d) $5\frac{3}{11} - 2\frac{1}{11}$
 e) $1\frac{2}{10} + 2\frac{9}{10}$ f) $1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}$ g) $9\frac{5}{7} - 5$ h) $2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$

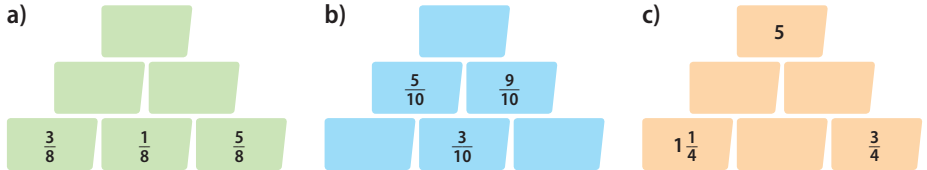
6 Tim behauptet: „Wenn man zwei Brüche addiert, kommt immer mehr als ein Ganzes heraus.“ Hat er Recht? Finde geeignete Argumente.

8 Gib jeweils an, welche Additionsaufgabe dargestellt ist und wie viel dem Ergebnis zum Ganzen fehlt.



Der Wert eines Steins ergibt sich aus der Summe der beiden Steine, die darunter liegen.

9 Übertrage die Zahlenmauern zur Addition in dein Heft und vervollständige sie.



Lösungen zu 10:

- a) $\frac{1}{4}; \frac{3}{8}; \frac{1}{2}; \frac{5}{8}; \frac{3}{4}; \frac{3}{4}; \frac{7}{8}; 1; 1; 1\frac{1}{8}; 1\frac{1}{4}; 1\frac{1}{2}; 1\frac{1}{2}; 1\frac{3}{4}; 2; 2\frac{1}{4}$
- b) $\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{5}{6}; 1; 1; 1\frac{1}{6}; 1\frac{1}{6}; 1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}; 1\frac{5}{6}; 2; 2\frac{1}{3}; 3; 3\frac{1}{6}; 3\frac{1}{3}; 4\frac{1}{6}$
- c) $\frac{2}{5}; \frac{7}{10}; \frac{7}{10}; 1; 1; 1; 1\frac{3}{10}; 1\frac{3}{10}; 1\frac{3}{5}; 1\frac{3}{5}; 1\frac{3}{5}; 1\frac{9}{10}; 1\frac{9}{10}; 2\frac{1}{5}; 2\frac{1}{5}; 2\frac{4}{5}; 2\frac{4}{5}$

10 Übertrage die Quadrate ins Heft und vervollständige sie. Kürze wenn möglich.

+	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$
$\frac{1}{8}$				
$\frac{2}{8}$				
$\frac{5}{8}$				
$1\frac{3}{8}$				

+	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$	$2\frac{3}{6}$
$\frac{3}{6}$				
$\frac{4}{6}$				
$\frac{5}{6}$				
$1\frac{4}{6}$				

+	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{7}{10}$	$1\frac{3}{10}$
$\frac{3}{10}$				
$\frac{6}{10}$				
$\frac{9}{10}$				
$1\frac{5}{10}$				

11 Übertrage die Quadrate in dein Heft und vervollständige sie. Kürze wenn möglich.

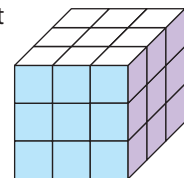
-	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$1\frac{1}{5}$
$1\frac{1}{5}$	1			
$1\frac{3}{5}$				
$2\frac{4}{5}$				
$3\frac{2}{5}$				

-	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{7}{9}$
$\frac{8}{9}$				
$1\frac{3}{9}$		1		
$1\frac{6}{9}$				
$2\frac{4}{9}$				

-	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{10}$	$1\frac{9}{10}$
$1\frac{9}{10}$				
$2\frac{7}{10}$			2	
$3\frac{3}{10}$				
$4\frac{2}{10}$				

12 Zwei Fünftel der Schüler einer Klasse kommen morgens mit dem Bus, ein Fünftel fährt mit dem Rad und die restlichen 12 Schüler kommen zu Fuß. Bestimme, wie viele Schüler in der Klasse sind.

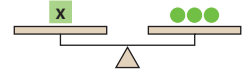
- 13 a) Bestimme aus wie vielen kleinen Würfeln der große Würfel insgesamt besteht. Gib den Anteil davon an, der in der Zeichnung sichtbar ist.
- b) Gib an, wie viele Seitenflächen alle kleinen Würfel zusammen haben. Bestimme den Anteil, der davon beim großen Würfel in der Zeichnung (in der Realität) sichtbar ist.
- c) Gib an, welcher Anteil der kleinen Würfel zusammen die Kanten des großen Würfels bildet.



- 14 Ein Fischer zieht sein Netz aus dem See. Ein Drittel der Fische lässt er frei, weil sie zu klein sind. Ebenso viele Fische wirft er zurück, weil sie keine Speisefische sind. 21 Fische behält er. Bestimme die Anzahl der Fische im Netz.

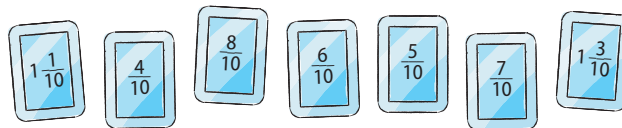
Eine Skizze kann helfen.

- 15 Die acht Wägestücke (Maßangaben in kg) sollen so auf die Schalen einer Waage verteilt werden, dass diese im Gleichgewicht ist und alle Stücke verwendet werden. Gib verschiedene Möglichkeiten an und zeige die zugehörigen Rechenwege.



- 16 Gib mindestens fünf verschiedene Summen (Differenzen) mit dem Wert $3\frac{1}{6}$ an.

- 17 Kombiniere die Karten durch + und - so miteinander, dass das Ergebnis möglichst nahe bei 0 (bei 1) liegt.



- 18 a) Es gilt: $\frac{\bullet}{10} + \frac{\blacktriangle}{10} = 2$, wobei der erste Summand stets größer ist als der zweite. Bestimme alle möglichen Summandenpaare.
 b) Es gilt: $\frac{\bullet}{15} - \frac{\blacktriangle}{15} = \frac{1}{15}$. Beschreibe, welche Zählerpaare du einsetzen kannst.

- 19 Versuche, die Aufgaben durch eine Addition zu lösen. Beschreibe eine Regel, die du dabei entdeckst.

a) $3 \cdot \frac{1}{6}$

b) $3 \cdot \frac{2}{5}$

c) $4 \cdot \frac{3}{7}$

- 20 Eine vorgegebene Zahl soll nur mithilfe von Rechenzeichen und den angegebenen Ziffern dargestellt werden.

Beispiel: 22 mithilfe von sechs Viererziffern: $22 = \frac{44}{4} + \frac{44}{4}$

a) 100 mithilfe von vier Neunerziffern

b) 11 mithilfe von acht Zweierziffern

c) 15 mithilfe von sechs Dreierziffern

Knobelei

Magische Quadrate

- Übertrage die Quadrate in dein Heft und ergänze sie so, dass man in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder Diagonale die Summe 1 erhält.

a)

	$\frac{1}{15}$	
$\frac{3}{15}$		$\frac{7}{15}$

b)

$\frac{12}{90}$		$\frac{24}{90}$
	$\frac{30}{90}$	

c)

	$\frac{6}{30}$	
$\frac{2}{30}$		
		$\frac{4}{30}$



- Medien und Werkzeuge:** Finde im Internet heraus, wie man solche magischen Quadrate konstruiert. Präsentiere deine Ergebnisse in der Klasse.

Entdecken



- Berechne, wie viel Liter Kinderpunsch man mit dem Rezept erhält. Erkläre deinen Rechenweg.
- Ein Glas wird mit $\frac{1}{4}$ l von dem Punsch gefüllt. Gib an, wie viel Punsch noch übrig ist?
- Wie viele solcher Gläser lassen sich auf diese Weise füllen? Erkläre dein Vorgehen.

Rezept für Kinderpunsch

 $\frac{3}{4}$ l Tee $\frac{1}{2}$ l Apfelsaft $\frac{1}{4}$ l Orangensaft

1 Stange Zimt

Süßstoff nach Geschmack

Verstehen

Brüche mit verschiedenen Nennern nennt man ungleichnamig. Durch Erweitern oder Kürzen kann man sie stets gleichnamig machen.

Merke

Ungleichnamige Brüche werden addiert (subtrahiert), indem man die Nenner zunächst **gleichnamig** macht, d. h. die Brüche so erweitert oder kürzt, dass sie den gleichen Nenner haben. Anschließend rechnet man wie gewohnt.

Beispiele:

Addition:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10}$$

gemeinsamer Nenner 10

Subtraktion:

$$\frac{8}{7} - \frac{2}{3} = \frac{24}{21} - \frac{14}{21} = \frac{24-14}{21} = \frac{10}{21}$$

gemeinsamer Nenner 21

Oftmals ist es hilfreich, einen gemeinsamen Nenner zu finden, der möglichst klein ist. Der kleinste gemeinsame Nenner heißt **Hauptnenner**.

Addition und Subtraktion von Brüchen

1. Brüche gleichnamig machen
2. Gleichnamige Brüche addieren bzw. subtrahieren

Beispiel

Stelle die Aufgabe zeichnerisch dar und berechne anschließend.

a) $\frac{5}{8} + \frac{1}{4}$

b) $1\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$

Lösung:

a)
$$\frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$$

b)
$$\frac{4}{3} - \frac{5}{6} = \frac{8}{6} - \frac{5}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Gemischte Zahlen erst in unechte Brüche umwandeln

Nachgefragt

- Erkläre, ob man zwei verschiedene Zahlen immer durch gleichnamige Brüche darstellen kann. Wenn dieses möglich ist, dann beschreibe wie du vorgehen kannst.
- Begründe, ob es einen größten oder kleinsten gemeinsamen Nenner bei der Addition zweier Brüche gibt.

Aufgaben

1 Berechne jeweils den Termwert.

- a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{8}$ b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ e) $\frac{1}{4} + \frac{4}{5}$ f) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
 g) $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$ h) $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$ i) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$ j) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$ k) $\frac{4}{5} - \frac{1}{4}$ l) $1\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

2 Sabine behauptet: „In der Pause habe ich drei Viertel meines Apfels gegessen. Nach der Schule habe ich dann die restlichen drei Achtel vertilgt.“ Kann das sein? Erkläre.

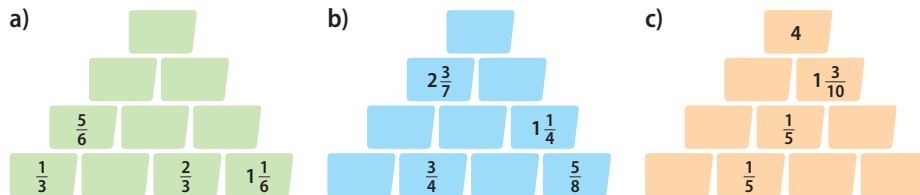
3 Berechne und kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

- a) $\frac{1}{15} + \frac{3}{10}$ b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{10} + \frac{3}{33}$ d) $\frac{9}{16} - \frac{1}{2}$
 e) $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{11}{9}$ f) $1 - \frac{1}{10} - \frac{3}{5}$ g) $\frac{4}{5} + \frac{2}{25}$ h) $\frac{7}{9} - \frac{3}{18}$
 i) $\frac{3}{12} + \frac{3}{5}$ j) $1\frac{5}{8} - \frac{9}{6}$ k) $1\frac{1}{2} + \frac{7}{8} + \frac{3}{4}$ l) $3\frac{2}{5} - \frac{7}{10} - \frac{1}{3}$

Lösungen zu 3:

$\frac{11}{18}, \frac{1}{16}, \frac{22}{25}, \frac{3}{10}, 1\frac{7}{9}, 3\frac{1}{8}, \frac{11}{30}, \frac{13}{24}, \frac{21}{110}, \frac{17}{20}, \frac{1}{8}, 2\frac{11}{30}$

4 Übertrage die Zahlenmauern zur Addition in dein Heft und vervollständige sie.



5 Schreibe als Term und berechne anschließend.

- a) Addiere $3\frac{56}{100}$ zur Differenz der Zahlen $6\frac{7}{10}$ und $2\frac{3}{4}$.
 b) Vermindere die Zahl 17 um die Summe der Zahlen $3\frac{14}{25}$ und $12\frac{2}{5}$.
 c) Subtrahiere vom Produkt aus 5 und 3 die Differenz aus $4\frac{49}{50}$ und $\frac{86}{100}$.

Alles klar?

6 Berechne möglichst im Kopf.

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}, \frac{3}{8} - \frac{1}{4}, \frac{3}{5} - \frac{1}{2}, \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{10} - \frac{2}{5}, \frac{9}{10} - \frac{1}{2}, 1\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$
 c) $1\frac{5}{8} + \frac{1}{2}, 2\frac{1}{5} - \frac{3}{10}, 4\frac{1}{4} + 3\frac{1}{3}$ d) $\frac{8}{9} - \frac{2}{3}, 1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{4}, \frac{15}{12} - \frac{1}{4} - \frac{2}{3}$

7 Gib zwei ungleichnamige Brüche an, deren Summe 2 (3) ergibt. Finde mindestens drei verschiedene Möglichkeiten.

8 Hier stimmt doch was nicht. Was machen Tobi und Dani falsch? Kannst du ihnen Tipps geben, wie sie ihre Fehler selbst bemerken können?



$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+2}{4+3} = \frac{5}{7}$ Null Problemo!

$1\frac{3}{7} - \frac{4}{7} = \frac{13}{7} - \frac{4}{7} = \frac{9}{7}$ Geschafft!



- 9 Die Schnecke Murr ist schon alt. Früher hat sie die frischen Blätter am Ende des Baums schon nach zwei Tagen erreicht. Heute schafft sie am ersten Tag zwar noch die Hälfte des Wegs, dann schafft sie an den folgenden Tagen wegen Ermüdung aber nur noch die Hälfte des Vortags.



- a) Gib an, wie weit die Schnecke Murr nach 3 (4, 5) Tagen gekommen ist. Verdeutliche den Sachverhalt durch eine Zeichnung.
b) Erreicht sie jemals ihr Ziel? Begründe deine Antwort.



- 10 a) Partnerübung: Würfelt abwechselnd mit einem Würfel und setzt die Zahlen in die Kästchen ein. Wer bekommt das größte (kleinste) Ergebnis?

1 $\frac{\square}{3} + \frac{\square}{9} + \frac{\square}{3}$ 2 $2\frac{\square}{2} - \frac{\square}{8} - \frac{\square}{4}$ 3 $3\frac{\square}{5} + \frac{\square}{3} - \frac{\square}{2} + \frac{\square}{4}$

- b) Überlege dir zu den Aufgaben in a), welche Augenzahlen am Würfel fallen müssten, damit das Ergebnis möglichst groß (möglichst klein) wird.
c) Jede Augenzahl am Würfel darf höchstens ein Mal eingesetzt werden. Überlege dir nun zu den Aufgaben in a), welche Zahlen du würfeln müsstest, damit das Ergebnis möglichst groß (möglichst klein) wird.

- 11 Bruchdomino mal anders: Berechne den Wert des Terms auf dem Startstein. Suche dann den Stein mit der Lösung und berechne den Wert des Terms auf diesem Stein. Welches Lösungswort ergibt sich, wenn du den Zielstein erreicht hast?

Start	$\frac{11}{9} - \frac{4}{9}$	$11\frac{1}{8}$ E	$\frac{7}{4} + \frac{1}{3}$	$\frac{17}{18}$ A	$2\frac{4}{7} - \frac{2}{3}$	$\frac{77}{90}$ P	$4\frac{9}{13} + 1\frac{3}{10}$
$5\frac{129}{130}$ T	$\frac{7}{6} - 1\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{12}$ N	$3\frac{8}{15} - \frac{9}{10}$	$1\frac{19}{21}$ U	$\frac{1}{18} + \frac{4}{5}$	$2\frac{19}{30}$ N	$\frac{27}{31} + \frac{8}{62} - \frac{4}{19}$
$\frac{15}{19}$ E	$\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$	0 N	$\frac{22}{2} + \frac{5}{16} - \frac{6}{32}$	$\frac{7}{9}$ H	$\frac{2}{3} + \frac{5}{18}$	$\frac{5}{8}$ R	Ziel

- 12 Setze die Zahlen so ein, dass die Gleichung stimmt.

a) $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ $\frac{2}{\square}$ $\frac{4}{\square}$ $\frac{12}{\square}$ $\frac{1}{\square}$ $\frac{11}{\square}$ $\frac{3}{\square}$

b) $\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ $\frac{4}{\square}$ $\frac{1}{\square}$ $\frac{3}{\square}$ $\frac{7}{\square}$ $\frac{5}{\square}$ $\frac{15}{\square}$

c) $\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ $\frac{3}{\square}$ $\frac{3}{\square}$ $\frac{0}{\square}$ $\frac{3}{\square}$ $\frac{10}{\square}$ $\frac{10}{\square}$

d) $\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ $\frac{2}{\square}$ $\frac{34}{\square}$ $\frac{35}{\square}$ $\frac{4}{\square}$ $\frac{5}{\square}$ $\frac{7}{\square}$

e) $\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ $\frac{1}{\square}$ $\frac{8}{\square}$ $\frac{9}{\square}$ $\frac{9}{\square}$ $\frac{12}{\square}$ $\frac{5}{\square}$

13 Magische Quadrate: Übertrage die Quadrate in dein Heft und vervollständige sie. Die Summe der Einträge jeder Spalte, Zeile und Diagonale soll dabei gleich sein.

a)

		$\frac{2}{5}$
	$\frac{4}{10}$	
$\frac{4}{10}$		$\frac{8}{20}$

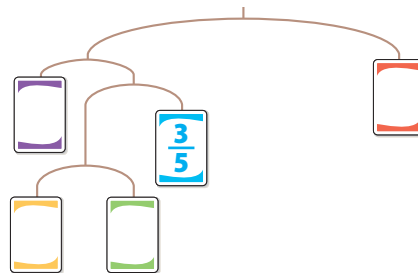
b)

		$\frac{3}{50}$
$\frac{3}{100}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{7}{100}$

c)

	$\frac{3}{5}$		$\frac{1}{10}$
$1\frac{3}{10}$		1	$\frac{4}{5}$
	$1\frac{3}{5}$		
$\frac{7}{10}$		$\frac{2}{5}$	

- 14** a) Übertrage das Mobile in dein Heft und fülle die Kästchen so aus, dass das Mobile im Gleichgewicht ist.
 b) Verändere den angegebenen Startwert. Beschreibe, wie die anderen Werte mit dem Startwert zusammenhängen.



Musik

Bruchrechnung in der Musik

MK Um Musik aufzuschreiben, bedient man sich der Noten. Dabei reicht es aber nicht aus, den Noten nur eine Tonhöhe zuzuordnen, es müssen auch die Längen der Noten und Pausen klar bezeichnet werden.



- **Medien und Werkzeuge:** Beschreibe, was die unterschiedlichen Notenwerte bedeuten. Informiere dich gegebenenfalls beim Musiklehrer, im Lexikon oder im Internet.

Addiert man die Notenwerte einer Einheit zusammen, so erhält man einen Hinweis auf den **Takt**.

$\frac{4}{4}$ -Takt:  $\frac{4}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$

- Bestimme die Notenwerte. Um welchen Takt handelt es sich?

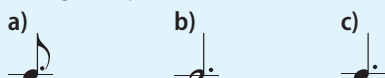


- Notiere die Brüche als Noten und gib den zugehörigen Viertel-Takt an.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

Um einen Notenwert um die Hälfte zu verlängern, setzt man einen Punkt hinter die Note (sogenannte Punktierung).

- Schreibe einen $\frac{3}{4}$ -Takt mit einer (zwei) punktierten Noten.
- Zerlege die punktierten Noten in nicht punktierte:



Beispiel:



Entdecken

Sonja und Marvin haben eine Schokolade geschenkt bekommen, von der Marvin bereits einen Teil genascht hat. Sonja möchte nun $\frac{3}{4}$ des Rests essen.

- Skizziere die Schokoladentafel im Heft und markiere Sonjas Anteil.
- Erkläre, wie du den Anteil von der ganzen Tafel bestimmen kannst.
- Gib an, wie viele Stücke für Marvin übrig bleiben.



Verstehen

Bei der Multiplikation von Brüchen werden Anteile von Anteilen gebildet.

Merke

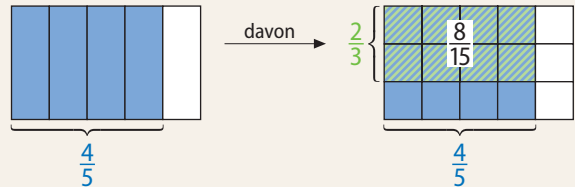
Zwei Brüche werden miteinander **multipliziert**, indem man **Zähler mit Zähler** und **Nenner mit Nenner** multipliziert.

Veranschaulichung:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{2}{3} \text{ von } \frac{4}{5} \text{ sind } \frac{8}{15}$$

(vom Ganzen).



Multiplikation von Brüchen:

$$\frac{\text{Zähler} \cdot \text{Zähler}}{\text{Nenner} \cdot \text{Nenner}}$$

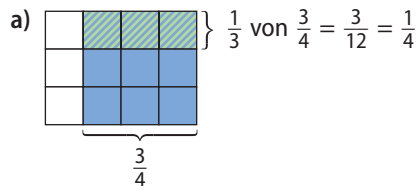
$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ bedeutet
" $\frac{2}{3}$ von $\frac{4}{5}$ "

Beispiele

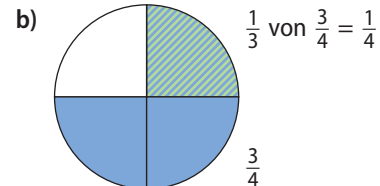
I. Veranschauliche $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$ mithilfe ...

a) eines Rechtecks.

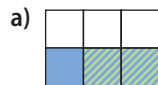
Lösungsmöglichkeit:



b) eines Kreises.

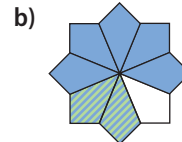


II. Schreibe eine passende Rechnung.



Lösung:

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$



b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 8} = \frac{14}{56} = \frac{1}{4}$

III. Berechne und kürze so weit wie möglich.

a) $3\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{12}$

b) $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{25}$

Lösung:

a) $\frac{24}{7} \cdot \frac{1}{12} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$ oder $\frac{2 \cdot 24}{7 \cdot 12} = \frac{2}{7}$

b) $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{25} = \frac{20}{300} = \frac{1}{15}$ oder $\frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 12} \cdot \frac{4}{25} = \frac{1}{15}$

Bei der Multiplikation ist es oft sinnvoll, möglichst früh zu kürzen

Nachgefragt

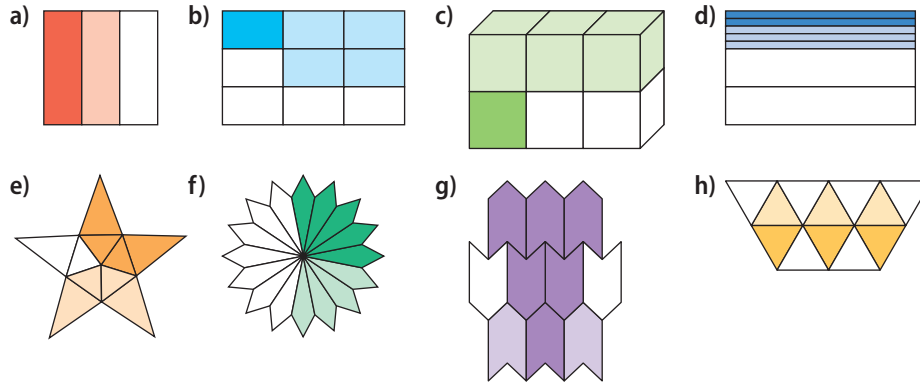
- Beschreibe, wie sich das Ergebnis von $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}$ ändert, wenn der Nenner 7 verdoppelt wird (beide Nenner verdoppelt werden).

Aufgaben

1 Berechne und veranschauliche am Rechteck wie in Beispiel I.

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12}$ c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ d) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$

2 Schreibe zu jeder Abbildung eine passende Rechnung wie in Beispiel II.



3 Hier stimmt doch was nicht. Beschreibe den Fehler und berichtige.

a) $4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{4}{4} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{28}$ b) $4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{28}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{84}{7}$ c) $4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{7}{7}$

4 a) Überprüfe die Rechnungen. Erkläre den Vorteil durch das rechtzeitige Kürzen.

1 $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 8} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}$ 2 $\frac{27}{40} \cdot \frac{16}{21} = \frac{9 \cdot 27 \cdot 16^2}{40 \cdot 21 \cdot 7} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{18}{35}$

b) Berechne und kürze so weit wie möglich.

1 $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ 2 $\frac{3}{8} \cdot \frac{7}{15}$ 3 $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4}$ 4 $3\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$ 5 $\left(\frac{4}{5}\right)^2$
 $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7}$ $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4}$ $\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{25}$ $\frac{5}{16} \cdot 5\frac{1}{3}$ $\left(\frac{2}{7}\right)^2$
 $\frac{1}{10} \cdot \frac{3}{8}$ $\frac{2}{11} \cdot \frac{5}{12}$ $\frac{20}{21} \cdot \frac{7}{10}$ $2\frac{5}{8} \cdot 3\frac{3}{7}$ $\left(\frac{9}{12}\right)^2$

Prüfe rechtzeitig, ob du kürzen kannst.
 Lösungen zu 4 b):
 $\frac{2}{3}; \frac{2}{35}; 1\frac{2}{3}; \frac{16}{25}; \frac{5}{12}; \frac{7}{40};$
 $\frac{81}{144}; \frac{5}{66}; \frac{1}{6}; \frac{2}{5}; \frac{4}{49}; \frac{3}{80};$
 $9; 2\frac{2}{3}; \frac{1}{12}$

5 a) Veranschauliche folgende Gleichheiten. Formuliere anschließend eine Regel.

1 $2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ 2 $3 \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8}$ 3 $5 \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$

b) Wende deine Regel an und berechne.

1 $8 \cdot \frac{4}{15}$ 2 $18 \cdot \frac{5}{12}$ 3 $27 \cdot \frac{8}{9}$ 4 $8 \cdot \frac{3}{10}$ 5 $7 \cdot \frac{1}{7}$

c) Erkläre, wie du folgende Produkte berechnest. Bestimme dann das Ergebnis.

1 $\frac{2}{3} \cdot 5$ 2 $\frac{9}{8} \cdot 3$ 3 $\frac{3}{8} \cdot 4$ 4 $\frac{5}{24} \cdot 32$ 5 $\frac{1}{6} \cdot 12$

d) Hannes rechnet: $5 \cdot \frac{7}{8} = \frac{5 \cdot 7}{5 \cdot 8}$. Kann das sein? Begründe deine Antwort.

Alles klar?

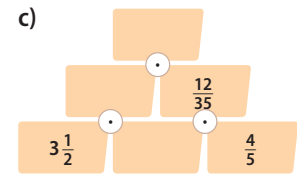
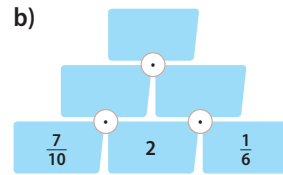
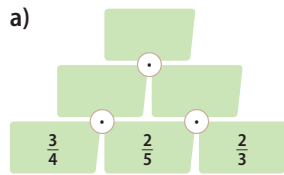
- 6 a) Setze die richtige Zahl ein, sodass die Rechnung stimmt.

$$1 \quad \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{\square} = \frac{5}{28} \quad 2 \quad \frac{6}{7} \cdot \frac{\square}{12} = \frac{1}{2} \quad 3 \quad \frac{5}{\square} \cdot 3\frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$4 \quad \frac{3}{9} \cdot \frac{\square}{4} = \frac{1}{12} \quad 5 \quad \frac{1}{8} \cdot \frac{\square}{5} = \frac{1}{10} \quad 6 \quad \frac{8}{11} \cdot \frac{\square}{3} = 5\frac{1}{3}$$

- b) Begründe, wie sich das Ergebnis bei einer Multiplikation ändert, wenn der Zähler des ersten Faktors verdoppelt und der Nenner des zweiten Faktors halbiert wird.

- 7 Übertrage die Zahlenmauern in dein Heft und vervollständige sie.



- 8 Die Schüler der Klasse 6b haben 28 Unterrichtsstunden pro Woche, von denen jede eine Dreiviertelstunde dauert. Bestimme die Anzahl der vollen Stunden pro Woche.

- 9 Hier stimmt doch etwas nicht. Finde den Fehler und korrigiere ihn.

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{6 \cdot 5}{10} = \frac{30}{10} = 3$ b) $\frac{20}{3} + \frac{5}{6} = \frac{3+5}{20+6} = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$

c) $\frac{13}{20} + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ d) $\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{7 \cdot 4}{2 \cdot 9} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$



- 10 Die Erdoberfläche ist insgesamt etwa 510 000 000 km² groß. Die Landmassen nehmen etwa $\frac{1}{4}$ der Oberfläche ein. Davon entfällt $\frac{1}{10}$ auf Europa, $\frac{1}{3}$ auf Asien, $\frac{3}{10}$ auf den amerikanischen Kontinent, $\frac{1}{5}$ auf Afrika und der Rest auf Australien und Ozeanien.

- a) Berechne jeweils den Anteil der Kontinente an der Erdoberfläche.
b) Bestimme jeweils die Flächen der Kontinente in Quadratkilometern.

- 11 Ein indischer Chai-Tee besteht aus schwarzem Tee, verschiedenen Gewürzen und Milch. Eine Teekanne fasst $\frac{3}{4}$ l. Rechne die Angaben des Rezepts für diese Menge um.

Chai-Tee (Angaben für 1 Liter)

$1\frac{1}{3}$ EL schwarzer Tee, $1\frac{1}{2}$ TL Kardamom, 1 EL Fenchelsamen, 8 getrocknete Nelken

Tee und Gewürze in ein Gefäß geben und mit 0,4 l kochendem Wasser übergießen.
5 Minuten ziehen lassen. Abschließend mit warmer Milch auffüllen.

- 12 Berechne ...

- a) die Hälfte von zwei Dritteln. b) das Vierfache von zwei Fünfteln.
c) vier Drittel von $\frac{1}{2}$ kg. d) drei Fünftel von $1\frac{1}{2}$ h.

13 Argumentieren und Begründen

Zwei Brüche werden miteinander multipliziert. Erläutere jeweils, wie sich das Produkt ändert, wenn ...

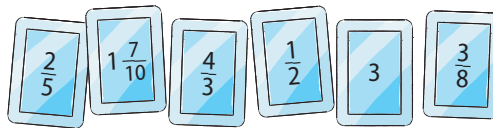
- a) der Zähler von nur einem Bruch verdoppelt wird.
- b) die Zähler beider Brüche verdoppelt werden.
- c) jeweils ein Zähler und ein Nenner verdoppelt werden.
- d) der Nenner von nur einem Bruch verdreifacht wird.

Idee: ■ Erprobe zunächst an Aufgaben mit einfachen Zahlen.
 ■ Beschreibe dann Zusammenhänge.

14 Ersetze die Lücken. Gibt es mehrere Lösungen? Begründe.

a) $\frac{3}{10} \cdot \frac{\square}{5} = \frac{21}{50}$ b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{\square} = \frac{9}{20}$ c) $\frac{4}{\triangle} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{5}{\triangle} \cdot \frac{\square}{7} = 1$ e) $\frac{\square}{25} \cdot \frac{12}{\triangle} = \frac{12}{25}$

- 15** a) Wähle zwei Karten so aus, dass das Produkt möglichst groß (klein) wird.
 b) Gib alle Produkte an, die du aus zwei Karten bilden kannst, deren Ergebnisse größer (kleiner) als 1 sind.



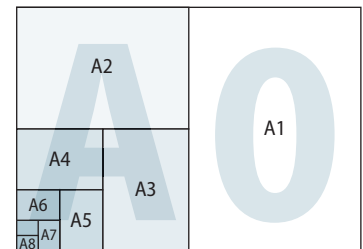
16 Finde zwei Brüche, deren Produkt folgendes (gekürztes) Ergebnis hat. Gib mindestens drei verschiedene Möglichkeiten an.

Es gibt mehrere Möglichkeiten.

a) $\frac{12}{25}$ b) $\frac{8}{15}$ c) $\frac{18}{35}$ d) $\frac{10}{21}$ e) $\frac{16}{49}$ f) $\frac{3}{4}$ g) 1

17 Ein DIN-A0-Blatt hat einen Flächeninhalt von 1 m². Die kleineren Formate erhält man durch fortgesetzte Halbierung.

- a) Bestimme den Flächeninhalt eines DIN-A4-(DIN-A5-, DIN-A8-)Blatts.
- b) Gib an, welche Flächeninhalte ein DIN-A4- und ein DIN-A5-Blatt zusammen haben.
- c) Bestimme den Anteil, den ein DIN-A10-Blatt von einem DIN-A0-Blatt hat. Stelle geschickt ein DIN-A-10-Blatt her.



Spiel

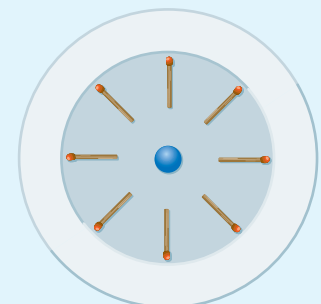
Bruchroulette

Material

- 1 runde Untertasse mit erhöhtem Rand
- 1 Papierscheibe, die in die Untertasse passt
- 8 Streichhölzer, 1 Murmel

Klebe die Streichhölzer so auf die Papierscheibe, dass gleich große Felder entstehen. Beschrifte die Felder mit Brüchen. Lege die Scheibe in die Untertasse. Setze die Kugel an den Rand der Untertasse und stoße sie an. Sie rollt in ein Feld. Wiederhole den Vorgang und berechne das Produkt beider Zahlen. Derjenige Spieler mit dem größten Produkt hat die Runde gewonnen.

Beispiel:



Entdecken

Von einer Tafel Schokolade wurden bereits sechs Stücke gegessen. Als Sabine versucht, die restliche Tafel gleichmäßig mit Martin zu teilen, bricht eine Ecke aus der Schokolade heraus.

- Sabine überlegt: In wie viele solcher Teile kann ich den Rest zerlegen? Zeichne die Schokoladentafel in dein Heft und markiere eine mögliche Aufteilung.
- Notiere einen Rechenausdruck für diese Aufteilung.
- Erkläre, welchen Anteil der Schokolade jeder bekommt.



Verstehen

Das Ergebnis einer Division von Brüchen erhält man entweder, indem man fragt, wie oft die Zahl in den Bruch passt, oder indem man die Umkehroperation ausführt:

$\frac{15}{24} : 5 = \frac{3}{24}$, weil $\frac{3}{24} \cdot 5 = \frac{3}{24} \cdot \frac{5}{1} = \frac{15}{24}$ ist. Genauso ist $2 : \frac{1}{3} = 6$, weil $6 \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{1} \cdot \frac{1}{3} = 2$ ist.

Merke

Der Bruch $\frac{3}{4}$ hat den **Kehrwert** $\frac{4}{3}$, ... Es sind also Zähler und Nenner vertauscht.

Man **dividiert** eine Zahl durch einen Bruch, indem man sie mit seinem **Kehrwert multipliziert**.

Multiplikation

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8}$$

Kehrwert

Statt Kehrwert sagt man auch „Kehrbruch“

Beispiele

I. Ergänze die fehlenden Angaben.

a) $\frac{7}{10} : \frac{5}{3} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{2}{5} : \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{3}{8} : 4 = \frac{\square}{\square}$

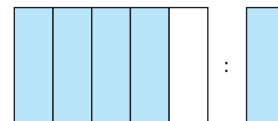
Lösung:

a) $\frac{7}{10} : \frac{5}{3} = \frac{21}{50}$

b) $\frac{2}{5} : \frac{7}{3} = \frac{6}{35}$

c) $\frac{3}{8} : 4 = \frac{3}{32}$

II. Schreibe zu der Abbildung eine passende Rechnung mit einem Bruch als Divisor. Beschreibe, welche Bedeutung das Ergebnis hat.



Lösung:

$\frac{4}{5} : \frac{1}{5} = 4$ bedeutet: Das kleine Rechteck passt viermal in das große Rechteck.

Nachgefragt

- Hat jeder Bruch einen Kehrwert? Begründe.
- Gib die Kehrwerte der natürlichen Zahlen von 1 bis 15 an. Gib an, wie man diese Brüche auch nennt.

Aufgaben

1 Gib jeweils den Kehrruch an.

- a) $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ b) $\frac{15}{11}, \frac{7}{9}$ c) $\frac{6}{13}, \frac{24}{5}$ d) $\frac{14}{15}, \frac{144}{169}$ e) $\frac{35}{7}, \frac{27}{1}$
 f) $\frac{1}{3}, 2$ g) $\frac{1}{2}, 5$ h) $\frac{2}{4}, 1$ i) $1\frac{1}{2}, 6\frac{1}{6}$ j) $1004; \frac{5}{5}$

2 Übertrage die Darstellung in dein Heft und ergänze die fehlenden Angaben.

a) b) c) d) e)

3 Schreibe zu jeder Abbildung eine passende Rechnung mit einem Bruch als Divisor. Beschreibe, welche Bedeutung das Ergebnis hat.

Beispiel:

: *Lösung:* $\frac{3}{6} : \frac{1}{6} = 3$ *Das bedeutet:* Das kleine rote Rechteck passt dreimal in das große rote Rechteck.

a) b) c) d) e)

4 Berechne im Kopf.

- a) $2 : \frac{1}{2}$ b) $4 : \frac{2}{5}$ c) $2\frac{4}{5} : \frac{7}{10}$ d) $\frac{2}{5} : \frac{4}{7}$ e) $1\frac{5}{16} : 1\frac{1}{8}$
 $\frac{5}{2} : \frac{1}{2}$ $\frac{1}{9} : 3$ $\frac{12}{13} + \frac{12}{13}$ $\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{21}$ $2\frac{4}{5} \cdot 1\frac{3}{7}$
 f) $\frac{3}{4} : 2$ g) $0 : \frac{5}{6}$ h) $14 : \frac{1}{7}$ i) $14 \cdot 5$ j) $\frac{4}{15} : \frac{1}{6}$
 $140 : 7$ $\frac{2}{7} : \frac{2}{7}$ $\frac{1}{81} : \frac{1}{27}$ $\frac{3}{10} - \frac{2}{15}$ $5\frac{3}{5} : \frac{1}{4}$

Wandle gemischte Zahlen zuerst in unechte Brüche um.

5 Berechne. Kürze immer so weit wie möglich.

- a) $\frac{2}{5} : \frac{4}{5}$ b) $\frac{17}{6} : \frac{17}{30}$ c) $1\frac{1}{8} : \frac{3}{4}$ d) $2\frac{1}{4} : 13\frac{1}{2}$ e) $\frac{64}{81} : \frac{25}{27}$
 $\frac{4}{3} : \frac{2}{3}$ $\frac{8}{9} : \frac{27}{27}$ $2\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$ $2\frac{1}{6} : 5\frac{5}{9}$ $7\frac{4}{5} : 1\frac{2}{13}$
 $\frac{7}{9} : \frac{7}{27}$ $\frac{24}{25} : \frac{8}{15}$ $1\frac{3}{7} : \frac{5}{21}$ $11\frac{2}{3} : 1\frac{8}{27}$ $5\frac{5}{26} : 3\frac{9}{52}$

Lösungen zu 5:
 $\frac{39}{100}; 2; 6\frac{19}{25}; \frac{1}{6}; 5; 1\frac{4}{5}; \frac{64}{75}; 1\frac{7}{11}; 1\frac{1}{2}; 3; 2\frac{4}{5}; 6; 12; 9; \frac{1}{2}$

Alles klar?

- 6 Übertrage jeweils die Angabe in dein Heft und setze dann dort für den Platzhalter ■ diejenige rationale Zahl, die aus der Angabe eine wahre Aussage macht.
- a) $\frac{3}{4} : \blacksquare = \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{4} : \blacksquare = 1$ c) $\frac{3}{4} : \blacksquare = \frac{3}{2}$ d) $\frac{3}{4} \cdot \blacksquare = 0$
 e) $14 : \blacksquare = \frac{1}{14}$ f) $14 : \blacksquare = 42$ g) $14 \cdot \blacksquare = 1$ h) $0 : 14 = \blacksquare$

- 7 Begründe welches Ergebnis man stets erhält, wenn man einen Bruch mit seinem Kehrwert multipliziert. Natürlich darf der Bruch nicht 0 sein.

- 8 Hier stimmt doch etwas nicht. Finde jeweils den Fehler und korrigiere ihn.

$$\text{a) } \frac{8}{9} : \frac{4}{9} = \frac{8:4}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\text{b) } \frac{5}{6} : \frac{3}{7} = \frac{5}{2} : \frac{1}{7} = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{1} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$$

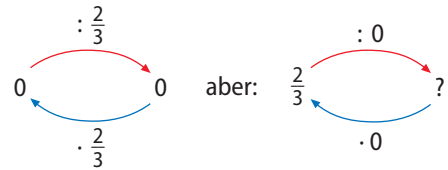
$$\text{c) } 1\frac{8}{81} : \frac{1}{9} = \frac{18}{81} : \frac{1}{9} = \frac{2}{9} : \frac{1}{9} = 2$$

$$\text{d) } \frac{7}{13} : \frac{15}{26} = \frac{13}{7} \cdot \frac{15}{26} = \frac{15}{14} = 1\frac{1}{14}$$

Weiterdenken

Auch bei Brüchen gilt: Die Division durch 0 ist nicht definiert.

- 9 Erkläre, dass die Division durch 0 nicht definiert ist. Nutze die Darstellung.



- 10 Erkläre die folgenden Sachverhalte.
 a) $25 \text{ m} : 4$ ist dasselbe wie $25 \text{ m} \cdot \frac{1}{4}$
 b) $17 \text{ kg} : \frac{1}{5}$ ist dasselbe wie $17 \text{ kg} \cdot 5$.

Die Reihenfolge der Ergebnisse ergibt ein Lösungswort.

- 11 Ordne die Karten mit demselben Ergebnis einander zu.

$$\text{5 } \frac{5}{6} : \frac{4}{11}$$

$$\text{A } 1 : \frac{7}{10}$$

$$\text{3 } \frac{6}{7} : \frac{3}{5}$$

$$\text{S } 2\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$$

$$\text{4 } \frac{7}{11} : \frac{9}{11}$$

$$\text{T } 1\frac{1}{10} : \frac{3}{11}$$

$$\text{2 } \frac{11}{42} : \frac{5}{77}$$

$$\text{1 } 7\frac{1}{2} : 1\frac{1}{11}$$

$$\text{R } 2\frac{1}{3} : 3$$

$$\text{K } 1\frac{3}{8} : \frac{3}{5}$$

- 12 Argumentieren und Begründen

Erkläre die Regel zur Division von Brüchen. Nutze die folgenden Schritte.

- 1 Vorüberlegung: Gib die Bedeutung der Division durch 1 an.

$$\text{Beispiele: } 15 : 1 \qquad 218 : 1 \qquad \frac{3}{4} : 1$$

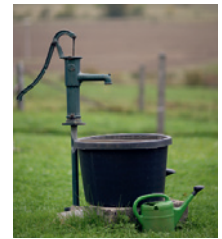
- 2 Idee: Begründe, dass du den Divisor stets mit seinem Kehrwert erweitern musst, damit du eine Division durch 1 erhältst.

$$\text{Beispiel: } \frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \underbrace{\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}}_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

- 3 Verallgemeinere, indem du begründest, dass deine Überlegung für jede Division gilt.

13 Herr Frankenberger möchte in seinem Garten einen $15\frac{3}{4}$ m tiefen Wasserbrunnen bohren. Er rechnet mit einer Bohrzeit von 6 Tagen.

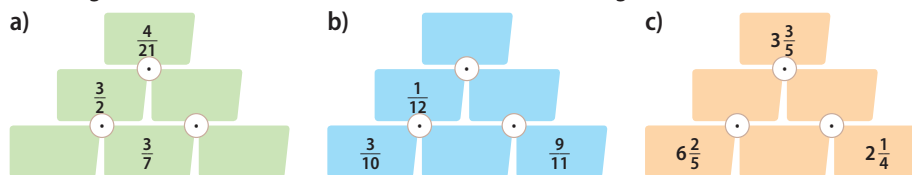
- a) Gib an, wie tief Herr Frankenberger an einem Tag mindestens bohren muss, um das Loch in der angestrebten Zeit zu schaffen.
- b) Gleich am ersten Tag schafft Herr Frankenberger nur $1\frac{1}{2}$ m. Berechne, wie lange die Bohrung dauert, wenn er in diesem Tempo weiter macht.



14 a) Finde mindestens fünf Paare von Stammbrüchen, bei deren Division sich wieder ein Stammbruch ergibt. Beschreibe dein Vorgehen.

- b) Bestimme die Zahl, die man durch $\frac{2}{3}$ dividieren muss, um 2 zu erhalten.
- c) Gib an, durch welche Zahl man $\frac{5}{8}$ dividieren muss, um $\frac{1}{2}$ zu erhalten.

15 Übertrage die Zahlenmauern in dein Heft und vervollständige sie.



Medien & Werkzeuge

Eine Mind-Map rund um Brüche

Erinnere dich an eine Mind-Map: Eine Mind-Map ist eine „Gedächtnislandkarte“ und hilft dir verschiedene Informationen übersichtlich darzustellen.



Schritte:
1. Schreibe in die Mitte eines Blattes das Thema und hebe es farbig hervor.
2. Von der Mitte aus werden auf die Hauptäste der Mindmap die Begriffe geschrieben, die nach dem zentralen Begriff am wichtigsten sind.
3. Jeder Zweig kann sich weiter verästelnd, um neue Begriffe aufzuführen oder ins Detail zu gehen.
4. Es ist möglich, Verknüpfungen zwischen den Zweigen herzustellen.



- Erstelle eine Mind-Map zum Thema Brüche. Verwende dazu die aufgeführten Begriffe. Füge anschließend weitere Begriffe hinzu.
- Eine Mind-Map kannst du auch digital erstellen. Es funktioniert genauso.
 - Suche im Internet eine kostenlose Möglichkeit und probiere sie aus.
 - Beschreibe, welche Vor- und Nachteile du bei einer digitalen Mind-Map siehst.
 - Beurteile, wann es sinnvoll ist, eine reale bzw. digitale Mind-Map zu erstellen.



Ihr braucht:

- einen Würfel
- eine Spielfigur pro Person
- Zettel und Stift

Schreibe nach Spielende für jede Rechenoperation, die du ausgeführt hast, eine kleine Regel auf und einen Satz zur Begründung, wie man diese Rechenregel herleiten und erklären kann.



Ziel

Start

Spielregeln

Mit diesem Spiel kannst du das Rechnen mit Brüchen üben. Wir erklären das Spiel für die Addition und Subtraktion von Brüchen. Verfahre ebenso mit der Multiplikation.

- In den Feldern stehen zwei Zahlen. Wenn du mit Brüchen rechnest, machst du aus ihnen einen Bruch (z. B. aus dem Feld mit den Zahlen 1 und 2 den Bruch $\frac{1}{2}$).
- Die zweite Zahl erhältst du von dem Feld, auf dem dein Spielpartner gerade steht.
- Für jede richtig gelöste Aufgabe gibt es einen Punkt. Sieger ist, wer die meisten Punkte erzielt. Wenn du dir unsicher bist, ob du richtig gerechnet hast, frage deine Lehrerin oder deinen Lehrer.
- Mit dem Würfel ermittelst du, wie viele Felder du vorrücken darfst: Wenn du z. B. eine 2 würfelst, gehst du vom Start aus auf das Feld mit den Zahlen 3 und 4.
- Jetzt würfelt der zweite Spieler, z. B. eine 4. Er stellt seine Figur auf das Feld mit den Zahlen 7 und 8 und führt dann die Rechenart für die Zahlen $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{8}$ aus. Bei der Addition von Brüchen muss also $\frac{3}{4} + \frac{7}{8}$ gerechnet werden.
- Jetzt würfelt wieder der erste Spieler.
- Führe jede Grundrechenart in einer Spielrunde alleine aus.

3
4

5
6

7
8

2
9

3
2

Addition und Subtraktion von Bruchzahlen

Beim Subtrahieren muss in diesem Spiel die kleinere von der größeren Zahl abgezogen werden.

Multiplikation und Division von Bruchzahlen

Beim Dividieren musst du deine Zahl durch die deines Mitspielers teilen.



3
9

5
8

4
4

7
9

5
3

2
7

Entdecken

Eduard versucht, Rechenregeln zu entdecken. Kannst du ihm helfen?

- Gib die Rechenregeln an, die du bereits kennst.
- Kannst du die Rechenregeln erkennen? Finde weitere Beispiele und prüfe.



Wie war das noch einmal ...
Welche Terme sind gleichwertig?
Was muss ich zuerst rechnen?

$$1) \frac{3}{5} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \quad 4) \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$2) \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \quad 5) \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$$

$$3) \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \quad 6) \frac{1}{5} \cdot \left(3 - \frac{1}{2}\right)$$

Verstehen

Die Rechenregeln der natürlichen Zahlen gelten auch beim Rechnen mit Brüchen.

Merke

Beim Rechnen mit Brüchen gelten die bekannten Regeln:

1. Was in **Klammern** steht, wird immer **zuerst** ausgerechnet.
2. **Potenzen** werden **vor** den vier **Grundrechenarten** gerechnet.
3. **Punktrechnung** (\cdot , $:$) geht vor **Strichrechnung** ($+$, $-$).

Beim **alleinigen Addieren** und **Multiplizieren** dürfen einzelne Zahlen beliebig vertauscht oder durch Klammern verbunden werden.

Bezeichnung	Beispiel
Kommutativgesetz (Vertauschungsgesetz): $a + b = b + a$; $a \cdot b = b \cdot a$	$5 + 4 = 9 = 4 + 5$ $5 \cdot 4 = 20 = 4 \cdot 5$
Assoziativgesetz (Verbindungsgesetz): $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(5 + 4) + 3 = 5 + (4 + 3)$ $(5 \cdot 4) \cdot 3 = 5 \cdot (4 \cdot 3)$

Beispiel

Berechne den Termwert. Nenne die Regel, die du beachten musst.

a) $\frac{4}{7} - \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{9} + \frac{5}{6} + \frac{1}{9}$

c) $3 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}\right)$

Lösung:

a) $\frac{4}{7} - \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}$

↓ Punkt vor Strich

$$= \frac{4}{7} - \frac{2}{21}$$

$$= \frac{12}{21} - \frac{2}{21} = \frac{10}{21}$$

b) $\frac{5}{9} + \frac{5}{6} + \frac{1}{9}$

↓ KG

$$= \frac{5}{9} + \frac{1}{9} + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{2\cancel{6}}{3\cancel{9}} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{3\cancel{9}}{2\cancel{6}} = 1\frac{1}{2}$$

c) $3 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}\right)$

↓ AG

$$= 3 - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1\cancel{2}}{3}\right) \cdot \frac{2}{5}$$

↓ Klammern zuerst

$$= 3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = 3 - \frac{2}{15} = 2\frac{13}{15}$$

↑ Punkt vor Strich

Nachgefragt

- Bestätige die Richtigkeit der Rechnungen aus „Merke“, indem du ausführlich rechnest.

Aufgaben

1 Rechne möglichst geschickt. Nenne die verwendeten Regeln.

- a) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{7} \cdot \left(\frac{7}{9} \cdot \frac{1}{2}\right)$ c) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2}$
 d) $\frac{77}{99} + \frac{1}{6} + \frac{22}{99}$ e) $\left(\frac{3}{9} + \frac{41}{110}\right) + 2\frac{7}{55}$ f) $\left(2\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)^2$
 g) $\frac{31}{32} \cdot \frac{7}{22} \cdot \frac{16}{31}$ h) $\left(2\frac{3}{16} \cdot \frac{8}{9}\right) \cdot \frac{36}{56}$ i) $\left(\frac{2}{7} + \frac{7}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}$
 j) $\frac{9}{10} \cdot \frac{1}{11} \cdot \frac{11}{9}$ k) $\left(\frac{7}{13} + \frac{3}{14}\right) + \frac{32}{13}$ l) $1\frac{7}{10} \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}\right]$

Lösungen zu 1:

$\frac{1}{10}, \frac{7}{44}, \frac{2}{9}, \frac{8}{9}, 1\frac{1}{6}, 1\frac{1}{4}, 1\frac{4}{5},$
 $1\frac{25}{28}, 2\frac{5}{6}, 3\frac{1}{45}, 3\frac{3}{14}, 5\frac{19}{25}$

2 Berechne. Die zugehörigen Buchstaben ergeben eine Stadt in NRW.

a) $\frac{9}{22} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{15}$ b) $11\frac{4}{15} + \left(2\frac{8}{15} + 1\frac{1}{5}\right)$ c) $\left(1 - \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{21}{4}$ d) $20 : \frac{1}{20} - \frac{74}{37}$
 e) $1 : \frac{1}{100} + 6 : \frac{1}{6}$ 3 L 136 E 15 O $\frac{1}{11}$ K 398 N

Weiterdenken

Verteilungsgesetz oder Distributivgesetz (DG)

Auch bei Brüchen lassen sich die Grundrechenarten verbinden:

Wird eine Summe (Differenz) mit einer Zahl multipliziert, ist es oft vorteilhaft, die Zahl auf die einzelnen Teile der Summe (Differenz) zu verteilen („ausmultiplizieren“).

Umgekehrt kann es vorteilhaft sein, Klammern zu setzen („ausklammern“).

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

ausmultiplizieren

$$\frac{5}{9} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{8}\right) = \frac{5}{9} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{8}$$

ausklammern

Beachte ebenso:

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{8}\right) \cdot \frac{5}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{9}$$

3 Wende das Distributivgesetz an und berechne.

- a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{11}{13} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{26}$ b) $\frac{4}{7} \cdot \frac{19}{34} - \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{17}$ c) $\frac{5}{9} \cdot \frac{8}{15} + \frac{44}{30} \cdot \frac{5}{9}$
 d) $\frac{6}{11} \cdot \frac{41}{50} - \frac{8}{25} \cdot \frac{6}{11}$ e) $1\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{16} + \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{64}$ f) $5\frac{2}{3} : 2\frac{1}{5} - \frac{5}{3} : \frac{22}{10}$

Lösungen zu 3:

$1\frac{1}{9}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{7}, 1\frac{9}{11}, \frac{3}{11}$

4 Überprüfe die Rechnungen. Beschreibe Vorteile bei diesem Vorgehen.

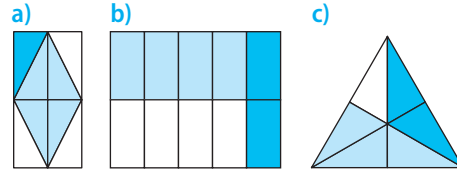
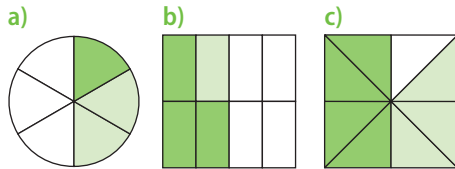
a) $\left(\frac{33}{22} - \frac{9}{7}\right) \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{33^3}{22^2} - \frac{9}{7}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{3^1}{2^1} \cdot \frac{2^1}{3^1} - \frac{9^3}{7} \cdot \frac{2}{3^1} = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$
 b) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \frac{5}{12} = \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{4^1}{5^1} \cdot \frac{5^1}{12^1}\right) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$

5 Begründe, warum das Distributivgesetz gilt:

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{4}{35} = \frac{3}{7} : \frac{4}{35} + \frac{2}{5} : \frac{4}{35}$$

Die folgenden Aufgaben behandeln alle Themen, die du in diesem Kapitel kennengelernt hast. Auf dieser Seite sind die Aufgaben in zwei Spalten unterteilt. Die **grünen** Aufgaben auf der linken Seite sind etwas einfacher als die **blauen** auf der rechten Seite. Entscheide bei jeder Aufgabe selbst, welche Seite du dir zutraust!

- 1 Gib jeweils an, welche Addition dargestellt ist und wie viel dem Ergebnis zum Ganzen fehlt.



- 2 Summen finden.

Gib mindestens vier verschiedene Summen (Differenzen) an, die alle den Wert $5\frac{3}{4}$ haben.

- a) Gib alle möglichen Summen zu $\frac{\triangle}{15} + \frac{\square}{15} = 2$ an.
b) Bei welchen Summen aus a) sind beide Zähler Primzahlen?

- 3 Übertrage die Angabe in dein Heft und ersetze den Platzhalter so, dass das Produkt stimmt.

a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{\square} = \frac{5}{28}$

b) $\frac{6}{7} \cdot \frac{\square}{12} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{\square} \cdot 3\frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

d) $\frac{3}{9} \cdot \frac{\square}{4} = \frac{1}{12}$

e) $\frac{1}{8} \cdot \frac{\square}{5} = \frac{1}{10}$

f) $\frac{8}{11} \cdot \frac{\square}{3} = 5\frac{1}{3}$

g) $\frac{1}{2} \cdot \frac{\square}{10} = \frac{1}{20}$

h) $\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{\square} = \frac{1}{132}$

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{8}{15}$

b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{21}{40}$

c) $\frac{7}{10} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{7}{15}$

d) $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{17}{21} = 1$

e) $\frac{3}{8} \cdot \frac{\square}{\square} = 2$

f) $1\frac{5}{6} \cdot \frac{\square}{\square} = 0$

g) $\frac{1}{6} \cdot \frac{\square}{12} = \frac{7}{\square}$

h) $\frac{5}{4} \cdot \frac{13}{\square} = \frac{\square}{119}$

- 4 Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze die fehlenden Werte.

		Divisor		
		$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{9}{10}$
Dividend	$\frac{1}{2}$			
	$\frac{2}{3}$			
	$\frac{4}{5}$			

		Divisor		
		$\frac{1}{2}$		
Dividend	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
			$\frac{2}{3}$	
		$1\frac{2}{3}$		

- 5 Zahlen suchen.

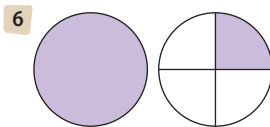
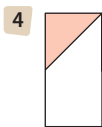
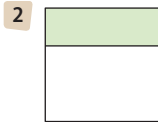
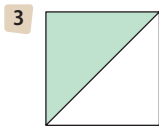
Finde mindestens zwei Möglichkeiten, wie sich die Zahl als Quotient von zwei Brüchen schreiben lässt.



Finde zwei Paare von Stammbrüchen, ...

- a) bei deren Division sich wieder ein Stammbruch ergibt.
b) bei denen der Wert des Produkts mit dem der Differenz übereinstimmt.

1 Stelle folgende Anteile als Brüche dar. Kürze, wenn möglich.



2 1 $3\frac{3}{4}$ kg 2 $2\frac{3}{8}$ ℓ

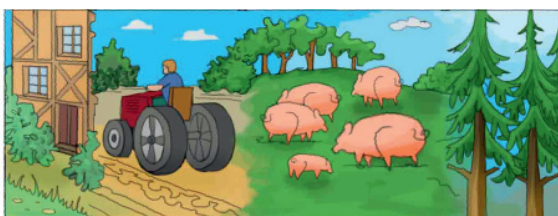
3 $5\frac{3}{10}$ km 4 $6\frac{1}{5}$ kg

- a) Gib an, welcher Bruchteil zum nächsten Ganzen fehlt.
 b) Bestimme, wie viel g, mℓ bzw. m zum nächsten Ganzen fehlen.

3 Welcher Bruch ist größer: ein echter Bruch oder ein unechter Bruch? Begründe.

- 4 Gib an, wie viele Monate ...
 a) der vierte Teil eines Jahres sind.
 b) der sechste Teil von zwei Jahren sind.
 c) die Hälfte von fünf Sechsteln eines Jahres sind.
 d) der dritte Teil von einem viertel Jahr sind.

5 Erkläre das Streifendiagramm und bestimme die Bruchteile für die verschiedenen Arten des Besitzes. Verwende dein Lineal. Nutze die mm-Einteilung des Lineals.



6 Setze für ■ die passende Zahl ein. Gib die Zahl an, mit der erweitert bzw. gekürzt wurde.

- a) $\frac{2}{9} = \frac{\blacksquare}{81}$ b) $\frac{8}{7} = \frac{48}{\blacksquare}$ c) $\frac{11}{12} = \frac{121}{\blacksquare}$
 d) $\frac{7}{\blacksquare} = \frac{56}{96}$ e) $\frac{\blacksquare}{12} = \frac{54}{72}$ f) $\frac{13}{3} = \frac{\blacksquare}{27}$
 g) $\frac{12}{16} = \frac{\blacksquare}{4}$ h) $\frac{56}{64} = \frac{7}{\blacksquare}$ i) $\frac{121}{77} = \frac{11}{\blacksquare}$
 j) $\frac{9}{\blacksquare} = \frac{3}{14}$ k) $\frac{\blacksquare}{84} = \frac{5}{4}$ l) $\frac{13}{52} = \frac{\blacksquare}{4}$

7 Wurde richtig gekürzt bzw. erweitert? Verbessere die falschen Aufgaben.

a) $\frac{2}{6} = \frac{5}{18}$	b) $\frac{25}{19} = \frac{200}{228}$	c) $\frac{17}{21} = \frac{34}{23}$
d) $\frac{9}{7} = \frac{81}{7}$	e) $\frac{12}{50} = \frac{144}{600}$	f) $\frac{2}{5} = \frac{50}{500}$
g) $\frac{18}{22} = \frac{36}{44}$	h) $\frac{18}{32} = \frac{54}{96}$	i) $\frac{15}{96} = \frac{5}{32}$
j) $\frac{16}{17} = \frac{84}{85}$	k) $\frac{144}{225} = \frac{12}{15}$	l) $\frac{9}{27} = \frac{3}{9}$

8 Mareike sagt: „Mit der 1 kann man immer kürzen.“ Erkläre die Aussage.

9 Ordne die folgenden Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten.

- a) $\frac{5}{6}, \frac{14}{12}, \frac{3}{6}, \frac{2}{3}$ b) $\frac{2}{5}, \frac{7}{10}, \frac{12}{15}, 1\frac{2}{10}$
 c) $\frac{11}{3}, 2, \frac{5}{1}, \frac{21}{7}, \frac{6}{11}$

10 Berechne den Wert und kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

- a) $\frac{3}{5} + \frac{7}{8}$ b) $\frac{2}{5} \cdot \frac{15}{8}$ c) $\frac{7}{4} : \frac{5}{6}$
 d) $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{15}$ e) $2\frac{1}{8} \cdot 2 : \frac{17}{2}$ f) $\frac{8}{3} - \frac{11}{12}$
 g) $1\frac{5}{7} \cdot \frac{21}{48}$ h) $\frac{36}{8} : 4\frac{1}{2}$ i) $2\frac{3}{8} : 2\frac{1}{4}$
 j) $5\frac{3}{5} + \frac{7}{15} - 2\frac{1}{6}$ k) $\frac{7}{9} + \frac{7}{15}$ l) $\frac{8}{11} \cdot 1\frac{3}{7}$
 m) $1\frac{7}{9} : \frac{6}{7}$ n) $1\frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{5}{6}$ o) $\frac{4}{9} \cdot \frac{2}{11} : \frac{3}{13}$

11 Richtig oder falsch? Begründe und korrigiere.

- a) $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ b) $\frac{1}{3} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$
 c) $\frac{3}{7} < \frac{1}{2} < \frac{6}{14}$ d) $\frac{6}{10} < \frac{3}{4} < \frac{7}{5}$

12 Übertrage und setze $<$, $>$ oder $=$. Begründe deine Entscheidung ohne Rechnung.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \blacksquare \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \blacksquare \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5}$
 c) $\frac{5}{11} : \frac{3}{11} \blacksquare \frac{5}{11} \cdot \frac{3}{11}$ d) $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} \blacksquare \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$
 e) $1\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \blacksquare 2 - \frac{1}{100}$ f) $\frac{9}{10} : \frac{3}{10} \blacksquare 3 \cdot \frac{0}{2}$

13 Rechne vorteilhaft.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} - \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{8}$ b) $\left(\frac{7}{9} + \frac{11}{12}\right) \cdot \frac{9}{2}$
 c) $\left(\frac{8}{13} + \frac{2}{3}\right) + \frac{28}{39}$ d) $\frac{7}{31} \cdot \frac{42}{8} - \frac{7}{31} \cdot \frac{11}{8}$
 e) $\left(\frac{13}{19}\right)^2 \cdot 1\frac{6}{13}$ f) $\left(\frac{4}{6} + \frac{88}{33}\right) \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

14 Bei einer Erbschaft soll ein Vermögen von 27 000 € im Verhältnis 5:4 an Familie Alban (5 Personen) und Familie Blanco (4 Personen) aufgeteilt werden.

- a) Bestimme den Betrag, den jede Familie erhält.
 b) Gib den Anteil für jedes Familienmitglied an.

15 Gib den Anteil auf verschiedene Arten an.

- a) Heute haben vier von 20 Kindern beim Fußballtraining gefehlt.
 b) Ein Viertel Kilogramm Butter enthält 200 g Fett.
 c) Das Wort REGENBOGEN enthält vier Vokale.
 d) In einer Packung mit 25 Gummibärchen sind acht rote Bärchen.
 e) Das Verhältnis der Radfahrer, die mit defektem Licht fahren, zu denen mit funktionierendem Licht ist 2:3.

16 Hier hat jemand rumgekleckst. Bestimme die fehlenden Bestandteile.

a) $\frac{1}{2} \cdot \blacksquare = \frac{1}{6}$ b) $\blacksquare + \frac{3}{11} = \frac{79}{88}$
 c) $\blacksquare : \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$ d) $\frac{2}{7} \cdot \blacksquare = \frac{4}{21}$
 e) $1\frac{3}{5} \cdot \blacksquare = 1\frac{7}{15}$ f) $\left(\blacksquare + \frac{7}{12}\right) : 13\frac{1}{4} = \frac{1}{9}$

17 Setze die Zahlen so ein, dass die Rechnung stimmt.

a) $\blacksquare + \blacksquare = \blacksquare$ b) $\blacksquare - \blacksquare = \blacksquare$

1	5	6
8	19	24

5	6	4
30	5	1

18 Berechne jeweils das Ergebnis.

- a) Dividiere die Summe der Zahlen $3\frac{1}{2}$ und $5\frac{1}{3}$ durch das Produkt der Zahlen $2\frac{4}{5}$ und $7\frac{1}{2}$.
 b) Addiere die größte der drei Zahlen $4\frac{4}{10}$, $4\frac{4}{5}$ und $4\frac{4}{7}$ zur kleinsten und dividiere dann die Summe durch die dritte dieser Zahlen.
 c) Multipliziere den Kehrbruch von $2\frac{1}{6}$ mit $\frac{26}{3}$ und subtrahiere davon die kleinste positive ganze Zahl.

19 Daria behauptet: „30 ist größer als 3, also ist $\frac{1}{30}$ auch größer als $\frac{1}{3}$!“ Hat Daniela Recht? Begründe deine Antwort.

20 a) Erfinde zu jeder Rechnung drei weitere, die den gleichen Wert haben.

1 $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ 2 $\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$ 3 $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5}$
 4 $\frac{4}{9} : \frac{5}{12}$ 5 $\frac{6}{11} + \frac{4}{11} \cdot \frac{1}{3}$

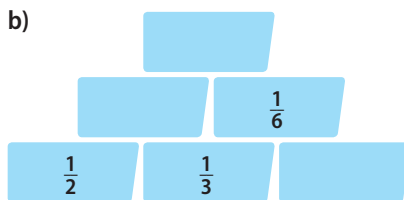
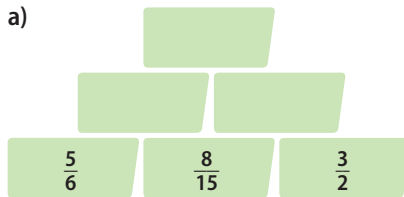
- b) Gib für jede Rechenart eine Rechnung aus zwei (drei) verschiedenen Brüchen an. Das Ergebnis der Rechnung soll zwischen 1 und 2 liegen.

21 Lauras Zimmer hat einen rechteckigen Grundriss und ist 6 m lang und $3\frac{3}{4}$ m breit. Sie möchte ringsherum an der Wand unter der Zimmerdecke eine Bordüre anbringen. Gib an, wie lang die Bordüre (auf Meter gerundet) sein muss.

22 Jan mischt Schorle aus $\frac{1}{2}$ l Saft und $\frac{3}{4}$ l Wasser. Nele und Jan trinken davon jeweils $\frac{1}{3}$ l. Berechne, wie viel Schorle noch bleibt.

23 Für den Geburtstag wird eine Kanne voll heißer Schokolade gekocht. In die Kanne passen $1\frac{1}{2}$ l.
 a) Berechne, wie viele Tassen zu je $\frac{1}{6}$ l sich damit füllen lassen.
 b) Es wird viel getrunken, sodass die Kanne noch einmal zur Hälfte (zu drei Viertel) gefüllt wird. Gib an, wie viele Tassen insgesamt getrunken wurden, wenn am Ende der Feier die Kanne wieder leer ist.

- 24 Übertrage jeweils die Zahlenmauer in dein Heft und ergänze sie dann dort so, dass auf jedem Mauerstein der Kehrwert des Produktwerts der Zahlen steht, die auf den beiden Steinen direkt darunter stehen.



- 25 Finde heraus, welcher der folgenden Brüche sich am wenigsten von 1 unterscheidet, und begründe deine Aussage.



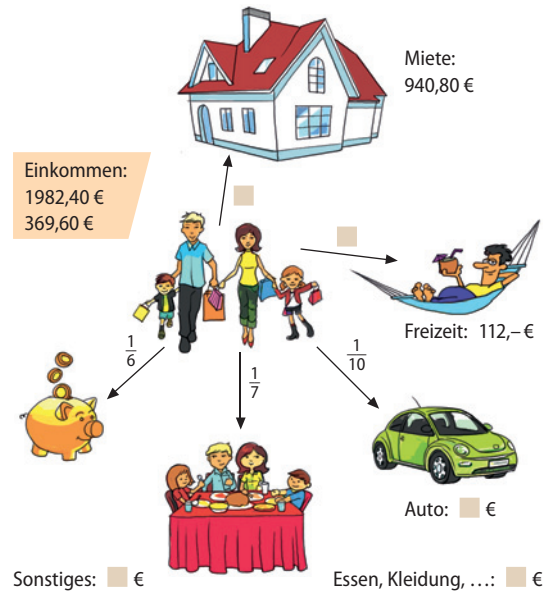
- 26 Beim Elfmeterschießen trifft Annika von 18 Schüssen 6-mal, Christina schießt 24-mal und trifft 8-mal und Elena hat von 10 Schüssen 4 Treffer zu verbuchen.



- a) Erkläre, wer die beste Trefferquote hat.
 b) Gib an, wie oft die beiden Verliererinnen mindestens hätten treffen müssen, um die beste Torquote zu haben.

- 27 Die Abbildung stellt das Einkommen und die Ausgaben von Familie Ludwig dar.

- a) Berechne die fehlenden Angaben.
 b) Die Kinder Moritz und Antonia bekommen vom „Sonstigen“ $\frac{1}{8}$ für ihr Taschengeld. Dabei bekommt Antonia doppelt so viel wie Moritz.
- Gib an, wie viel Euro jedes Kind bekommt.
 - Der Rest vom „Sonstigen“ wird jeden Monat gespart. Welcher Anteil ist das vom gesamten Einkommen?



- 28 Julia und Malte würfeln mit zwei Spielwürfeln und überlegen:



Überlege, wem du zustimmst und nutze folgende Hinweise für deine Überlegungen:

- und zählen als derselbe Wurf.
- Ein Pasch bezeichnet einen Wurf, bei dem beide Spielwürfel die gleiche Augenzahl aufweisen.

Aufgaben zur Einzelarbeit



Das kann ich!

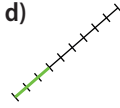
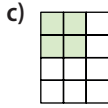
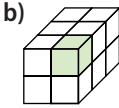


Das kann ich fast!

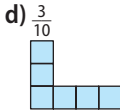
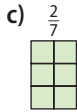
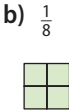


Das kann ich noch nicht!

- 1 In wie viele gleich große Teile ist die Figur bzw. der Körper zerlegt? Gib den eingefärbten Teil als Bruch an. Wie viele Teile sind nicht eingefärbt?



- 2 Ergänze jeweils die Figur auf zwei verschiedene Arten zum Ganzen.

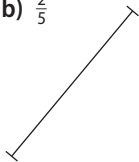


- 3 Übertrage die Figur in dein Heft und färbe den angegebenen Anteil ein. Bestimme den Anteil der Figur, der nicht eingefärbt ist.

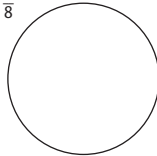
a) $\frac{3}{4}$



b) $\frac{2}{5}$



c) $\frac{3}{8}$



- 4 Stelle die folgenden Verteilungen zeichnerisch dar. Gib an, wie viel jedes Kind bekommt.
- a) Vier Kinder teilen drei gleiche Tafeln Schokolade gerecht untereinander auf.
- b) Acht Kinder teilen fünf gleichartige Zuckergangen gerecht untereinander auf.

- 5 Berechne den Bruchteil.

a) $\frac{3}{4}$ von 800 g

b) $\frac{2}{5}$ von 30 min

c) $\frac{4}{9}$ von 81 m

d) $\frac{7}{8}$ von 136 t

- 6 Bestimme das Ganze.

a) $\frac{1}{3}$ sind 4 kg

b) $\frac{3}{4}$ sind 75 g

- 1 **Teste dich!** Bearbeite dazu die folgenden Aufgaben und bewerte die Lösungen mit einem Smiley.
- 2 Hinweise zum Nacharbeiten findest du auf der folgenden Seite, die Lösungen findest du im Anhang.

- 7 a) Schreibe als gemischte oder natürliche Zahl.

$$\frac{5}{4}, \frac{7}{3}, \frac{9}{2}, \frac{15}{8}, \frac{18}{9}, \frac{29}{10}, \frac{16}{7}, \frac{39}{5}, \frac{123}{25}, \frac{33}{11}$$

- b) Schreibe als unechten Bruch.

$$3\frac{1}{2}; 4\frac{2}{3}; 2\frac{3}{4}; 5\frac{3}{7}; 3\frac{1}{6}; 5\frac{7}{8}; 10\frac{7}{10}; 2\frac{3}{100}; 2$$

- 8 Stelle folgenden Term zeichnerisch dar.

a) $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

b) $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

c) $\frac{15}{5} = 3$

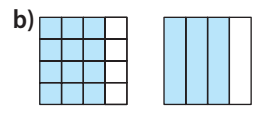
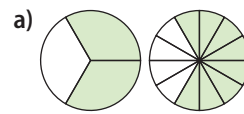
- 9 Veranschauliche folgende Gleichheit.

a) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

b) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

c) $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$

- 10 Gib die Zahl an, mit der erweitert bzw. gekürzt wurde.



- 11 Kürze mit der angegebenen Zahl.

a) $\frac{10}{14}$ mit 2

b) $\frac{25}{35}$ mit 5

c) $\frac{40}{88}$ mit 8

- 12 Erweitere mit der angegebenen Zahl.

a) $\frac{1}{4}$ mit 5

b) $\frac{4}{5}$ mit 3

c) $\frac{3}{8}$ mit 2

- 13 Ordne folgende Brüche der Größe nach. Beginne mit dem kleinsten Bruch.

a) $\frac{7}{10}; \frac{1}{5}; \frac{4}{5}; 1\frac{3}{10}; \frac{7}{5}; \frac{10}{10}$

b) $\frac{1}{4}; \frac{3}{2}; \frac{3}{8}; 1\frac{3}{4}; \frac{7}{8}; \frac{1}{2}$

- 14 Auf einer 500-g-Packung Spaghetti steht folgender Hinweis:



Eine Portion entspricht $\frac{4}{25}$ des Packungsinhalts.

Hat Isabella Recht? Begründe.



15 Veranschauliche durch eine Zeichnung.

a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ c) $\frac{4}{5} - \frac{5}{8}$

16 Berechne. Kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{21}$ b) $1\frac{2}{5} - \frac{3}{10}$ c) $3\frac{7}{9} - 2\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

17 Berechne. Kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

a) $4 \cdot \frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{15}$ c) $2\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3}$
 d) $\frac{3}{8} \cdot 2$ e) $\frac{7}{8} \cdot \frac{7}{8}$ f) $\frac{5}{12} \cdot 3\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}$

18 Berechne. Kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

a) $\frac{5}{6} : \frac{1}{6}$ b) $\frac{21}{25} : \frac{28}{45}$ c) $1\frac{1}{4} : \frac{15}{52}$
 d) $8 : \frac{2}{9}$ e) $\frac{13}{7} : 2$ f) $0 : \frac{11}{12}$

19 Rechne vorteilhaft.

a) $\frac{7}{9} \cdot \frac{18}{19} - \frac{4}{9} \cdot \frac{18}{19}$ b) $\left(\frac{21}{22} + \frac{4}{15}\right) + 1\frac{11}{15}$
 c) $\left(\frac{3}{14} + \frac{9}{32}\right) : \frac{3}{56}$ d) $\frac{21}{4} \cdot \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{7}\right)$

20 In Afrika lebt etwa $\frac{1}{5}$ der Erdbevölkerung. $\frac{2}{11}$ der Afrikaner leben in Nigeria. Bestimme den Anteil der Erdbevölkerung, der in Nigeria lebt.

21 Sophie bereitet Bänder von eineinhalb Meter Länge für einen ungarischen Bändertanz vor. Berechne die Anzahl solcher Bänder, die sie von einer 30-m-Rolle erhält.

Aufgaben für Lernpartner

- 1 Bearbeite diese Aufgaben zuerst alleine.
- 2 Suche dir einen Partner und erkläre ihm deine Lösungen. Höre aufmerksam und gewissenhaft zu, wenn dein Partner dir seine Lösungen erklärt.

- 3 Korrigiere gegebenenfalls deine Antworten und benutze dazu eine andere Farbe.

Sind folgende Behauptungen **richtig** oder **falsch**? Begründe.

A „Ein Viertel von einem Achtel“ bedeutet $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8}$.

B Der Nenner eines Stammbruchs ist immer 1.

C Natürliche Zahlen lassen sich nicht in Brüche umwandeln.

D Gleichwertige Brüche sind stets gleichnamig.

E Die gemischte Zahl $4\frac{11}{12}$ in einen unechten Bruch umgewandelt ergibt $\frac{44}{12}$.

F Ein Stammbruch hat als Kehrbruch immer einen unechten Bruch, der sich als natürliche Zahl schreiben lässt.

G Bei der Multiplikation von Brüchen muss man zuerst einen gemeinsamen Nenner suchen und die Brüche darauf erweitern.

H Statt „: 2“ kann man auch „ $\cdot \frac{1}{2}$ “ rechnen.

I Jeder Bruch lässt sich beliebig oft erweitern und kürzen.

Ich kann ...	Aufgabe	Hilfe	Bewertung
Anteile darstellen bzw. anhand von Darstellungen angeben.	1, 2, 3, A, C	S. 12	
Bruchteile von Größen bestimmen.	4, 5, 6, 14, 20, 21	S. 14, 16	
unechte Brüche in gemischte oder natürliche Zahlen umwandeln und umgekehrt.	7, 8, 9, B, E	S. 18	
Brüche erweitern, kürzen und ordnen.	10, 11, 12, 13, D, I	S. 20	
gleichnamige und ungleichnamige Brüche addieren und subtrahieren.	15, 16	S. 24, 28	
Brüche multiplizieren und dividieren.	17, 18, 19, F, G, H	S. 32, 36, 42	

Seite 18

Arten von Brüchen

Stammbrüche bezeichnen genau einen Teil vom Ganzen.

Echte Brüche bezeichnen Anteile, die kleiner als das Ganze sind.

Unechte Brüche bezeichnen Anteile, die gleich oder größer als das Ganze sind.

Gemischte Zahlen sind eine besondere Schreibweise für unechte Brüche, die in Ganze und echte Brüche zerlegt werden können.

Stammbrüche: $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots$

Echte Brüche: $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{6}{8}; \dots$

Unechte Brüche: $\frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \frac{7}{5}; \frac{6}{6}; \dots$

Gemischte Zahlen: $1\frac{1}{2}; 3\frac{1}{4}; 7\frac{8}{9}; \dots$

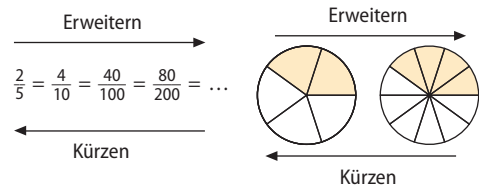
$$1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Seite 20

Brüche erweitern und kürzen

Ein Bruch wird **erweitert**, indem man Zähler und Nenner mit derselben natürlichen Zahl **multipliziert**.

Ein Bruch wird **gekürzt**, indem man Zähler und Nenner durch denselben gemeinsamen Teiler **dividiert**.



Seite 22

Brüche ordnen

Gleichnamige Brüche werden geordnet, indem man die **Zähler miteinander vergleicht**.

Ungleichnamige Brüche werden vor dem Ordnen durch Erweitern und Kürzen zunächst **gleichnamig** gemacht.

$\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$ „2 Siebte ist kleiner als 3 Siebte“

$$\frac{2}{7} \blacksquare \frac{3}{10} \quad \frac{2}{7} = \frac{20}{70} \quad \frac{3}{10} = \frac{21}{70}$$

$$\text{somit } \frac{2}{7} \leq \frac{3}{10}$$

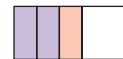
Seite 24/28

Brüche addieren und subtrahieren

Gleichnamige Brüche werden **addiert (subtrahiert)**, indem man die **Zähler addiert (subtrahiert)**.

Ungleichnamige Brüche werden vor dem **Addieren (Subtrahieren)** zuerst **gleichnamig** gemacht.

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$



$$\frac{1}{12} + \frac{4}{9} = \frac{3}{36} + \frac{16}{36} = \frac{3+16}{36} = \frac{19}{36}$$

36 „Hauptnenner“

Seite 32/36

Brüche multiplizieren und dividieren

Zwei **Brüche** werden **multipliziert**, indem man **Zähler mit Zähler** und **Nenner mit Nenner** multipliziert.

Man **dividiert** eine Zahl durch einen **Bruch**, indem man mit seinem **Kehrwert multipliziert**.

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{9} = \frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 9} = \frac{8}{63}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{9}{8}$$

Multiplikation
Kehrwert