

Rechnen mit rationalen Zahlen

1

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:

Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

- Aus dem Englischen übersetzt heißt Countdown „herunter zählen“. Beim Start eines Raumschiffs wird die Zeit herunter gezählt, bis der Start ins All erfolgt.
- Zwischen der ersten und der zweiten Zeitangabe sind 37 Sekunden und 11 Hundertstel-Sekunden vergangen.
- Das „Minuszeichen“ vor der Zeitangabe sagt aus, dass noch Zeit vergehen muss, bevor der Start erfolgen kann.
- Ein weiteres Beispiel sind die Temperaturen im Winter, z. B. -7°C heißt, dass es kälter ist als der Gefrierpunkt. Die Temperatur liegt unter 0°C .

Ausblick

Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen. Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

- 1 a) $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$ c) $\frac{5}{1} > \frac{1}{6}$
 d) $\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$ e) $\frac{1}{2} = 0,5$ f) $0,25 < 0,35$
 g) $12,34 < 123,4$ h) $0,38 > \frac{3}{8}$

- 2 a) $\frac{3}{10} < \frac{7}{20} < \frac{25}{60} < \frac{4}{9} < \frac{3}{6} < \frac{2}{3} < \frac{11}{15} < \frac{4}{5}$
 b) $\frac{7}{15} < 0,9 < \frac{27}{25} < 1\frac{1}{5} = 1,2 < \frac{14}{10} < \frac{13}{7}$
 c) $0 < \frac{3}{7} < 0,5 < \frac{67}{100} < 0,7 < \frac{13}{18} < \frac{7}{8}$

- 3 a) $\frac{5}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$
 b) $\frac{7}{8}; \frac{11}{12}; \frac{25}{6}$
 c) 20,4; 29,31; 428,68

- 4 +
- | | | | |
|------|------|------|-----|
| | | 43,3 | |
| | 27,4 | 15,9 | |
| | 17,3 | 10,1 | 5,8 |
| 12,4 | 4,9 | 5,2 | 0,6 |
-
- | | | | |
|----|-----|------|-----|
| | | 2,1 | |
| | 7,8 | 5,7 | |
| | 19 | 11,2 | 5,5 |
| 36 | 17 | 5,8 | 0,3 |

- 5 a)
- | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------|----------------|
| . | $\frac{1}{10}$ | $\frac{3}{5}$ | 2,5 |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{5}{4}$ |
| $\frac{4}{7}$ | $\frac{2}{35}$ | $\frac{12}{35}$ | $\frac{10}{7}$ |
| 0,3 | $\frac{3}{100}$ | $\frac{9}{50}$ | $\frac{3}{4}$ |
- b)
- | | | | |
|---------------|----------------|----------------|---------------|
| . | $\frac{8}{9}$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{1}{3}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{1}{6}$ |
| $\frac{3}{4}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{5}{8}$ | $\frac{1}{4}$ |
| $\frac{3}{5}$ | $\frac{8}{15}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{5}$ |

- 6 a) $\frac{2}{3}$ b) 11,854 c) $\frac{3}{2}$ d) 4,5

Der Taschenrechner – geliebtes Hilfsmittel

- Die Funktionen des Taschenrechners werden individuell erkundet.

1	$51\,233 \cdot 789 = 40\,422\,837$	sinnvoll	$79\,986 + 14 = 80\,000$	nicht sinnvoll
2	$999 \cdot 1001 = 999\,999$	evtl. sinnvoll	$666\,777 \cdot 38 \cdot 0 = 0$	nicht sinnvoll
3	$8097 - 57 = 8040$	nicht sinnvoll	$344\,988 - 74\,865 - 5\,837\,957 = -5\,567\,834$	sinnvoll
4	$2\,295\,043 : 241 = 9523$	sinnvoll	$5000 : 50 = 100$	nicht sinnvoll

Medien & Werkzeuge**Frostige Zeiten**

Jahr	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Temperatur in °C	4,3	0	-1,9	-0,1	-0,8	0,4	4,4
Veränderung zum Vorjahr	Keine Angabe	-4,3	-1,9	1,8	-0,7	1,2	4,0

Regelgerecht

- Wenn man die Eingaben inklusive Klammern vornimmt, rechnen die Taschenrechner normalerweise immer richtig. Gerade bei älteren Modellen kann es aber zu Rechenfehlern kommen, weil manche Modelle die Operationen schrittweise ausführen. In solchen Fällen müssen zusätzliche Klammern gesetzt werden.
- Wenn durch „0“ dividiert wird, erscheint im Display „ERROR“ o. ä., da die Division durch 0 nicht definiert ist.

Wunderbare Berechnungen

- Individuelle Lösung.
- Wenn man in den Term für den Geburtstag x und für den Geburtsmonat y einsetzt und ihn anschließend vereinfacht, erhält man folgenden Term: $(2 \cdot x + 3) \cdot 50 + y + 38 \cdot 8 = 100x + y + 454$. Die 454 ist die Summe $3 \cdot 50 + 38 \cdot 8$, die wieder abgezogen wird. Dadurch, dass der Geburtstag x immer mit 100 multipliziert wird, steht er beim Ergebnis an der Tausender- und Hunderter-Stelle. Der Geburtsmonat steht einfach genommen an der Zehner- und Einer-Stelle.

Geheime Botschaften

- 1 $12^{10} = 61\,917\,364\,224 \approx 6,191736422 \cdot 10^{10}$
 $7^{12} = 13\,841\,287\,201 \approx 1,384128720 \cdot 10^{10}$
 $25^9 = 3\,814\,697\,265\,625 \approx 3,81469726563 \cdot 10^{12}$
 $456\,123^2 = 208\,048\,191\,129 \approx 2,080481911 \cdot 10^{11}$
- 2 $8\,529\,637\,410 \cdot 147\,258\,369 = 1\,256\,060\,493\,157\,984\,290 \approx 1,256060493 \cdot 10^{18}$
 $111\,222\,333 \cdot 999\,888\,777 = 111\,209\,962\,518\,456\,741 \approx 1,112099625 \cdot 10^{17}$
- Es sind individuelle Lösungen möglich.

Entdecken

- Meereshöhe bei 0 m etwa um die Jahre -400 ; -200 ; 0 ; 850
Meereshöhe bei $-0,5$ m etwa um die Jahre -420 ; -175 ; -25
- Die negativen Zahlen zeigen eine Meereshöhe unter 0 m NN an.
- In den letzten 3000 Jahren schwankte die Meereshöhe zwischen etwa $-1,45$ m und $+1,35$ m, insgesamt also um $2,80$ m.
- Der Wert 0 NN wird durch Konvention festgelegt. Es gibt dabei historisch bedingt regional unterschiedliche Definitionen.

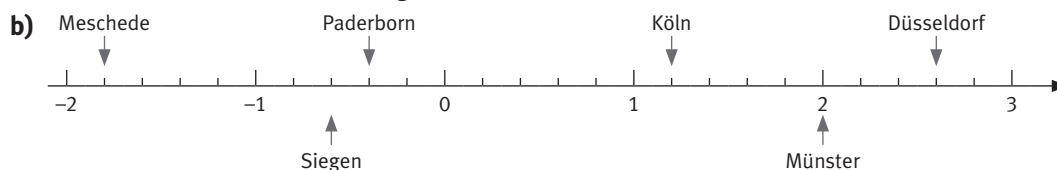
Nachgefragt

- Beispiele: Temperatur unter 0°C , Pegelstand eines Flusses bei Dürre, Kontostand bei Überziehung des Kontos
- Beispiele: $-\frac{5}{2}$; $-\frac{8}{3}$; $-\frac{9}{4}$; $-\frac{27}{12}$

Aufgaben

- 1 a) A: $-1,1 = -1\frac{1}{10}$ B: $-0,8 = -\frac{4}{5}$ C: $-0,5 = -\frac{1}{2}$ D: $-0,25 = -\frac{1}{4}$
 E: $0 = \frac{0}{1}$ F: $0,4 = \frac{2}{5}$ G: $0,8 = \frac{4}{5}$ H: $1 = \frac{1}{1}$
- b) A: $-3 = -\frac{3}{1}$ B: $-2,5 = -2\frac{1}{2}$ C: $-1,75 = -1\frac{3}{4}$ D: $-1 = -\frac{1}{1}$
 E: $-0,75 = -\frac{3}{4}$ F: $0,25 = \frac{1}{4}$ G: $1,5 = 1\frac{1}{2}$ H: $2 = \frac{2}{1}$
- c) A: $-2,6 = -2\frac{3}{5}$ B: $-2 = -\frac{2}{1}$ C: $-1,4 = -1\frac{2}{5}$ D: $-0,8 = -\frac{4}{5}$
 E: $-0,4 = -\frac{2}{5}$ F: $0,2 = \frac{1}{5}$ G: $1,2 = 1\frac{1}{5}$ H: $1,8 = 1\frac{4}{5}$

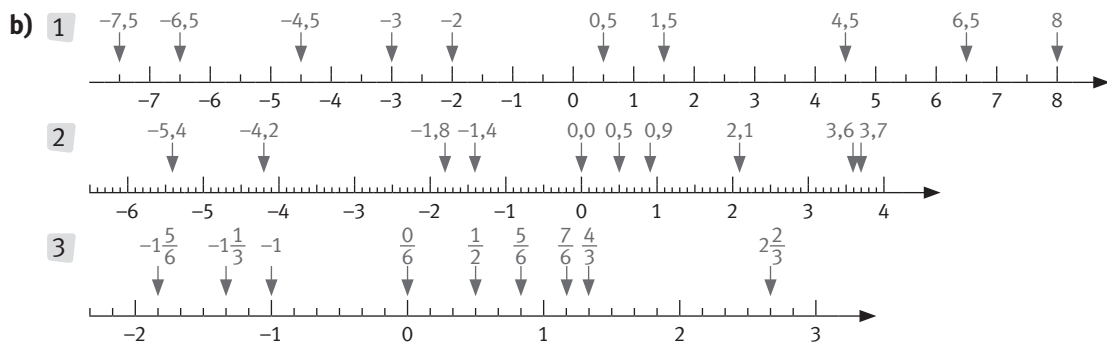
- 2 a) Paderborn: $-0,4^\circ\text{C}$ Köln: $1,2^\circ\text{C}$ Meschede: $-1,8^\circ\text{C}$
 Düsseldorf: $2,6^\circ\text{C}$ Siegen: $-0,6^\circ\text{C}$ Münster: $2,0^\circ\text{C}$



- c) größter Temperaturunterschied: $4,4^\circ\text{C}$ zwischen Meschede und Düsseldorf.
 kleinster Temperaturunterschied: $0,2^\circ\text{C}$ zwischen Siegen und Paderborn.

- 3 a) 1 7,5; $-1,5$; -8 ; $2,0$; $-4,5$; $6,5$; $-0,5$; 3 ; $-6,5$; $4,5$
 2 5,4; $-0,5$; $-2,1$; $4,2$; $-3,6$; $-0,9$; $1,8$; $-3,7$; $0,0$; $1,4$
 3 $-\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{3}$; $-\frac{5}{6}$; $-\frac{4}{3}$; 0 ; 1 ; $-2\frac{2}{3}$; $1\frac{5}{6}$; $-\frac{7}{6}$

1.1 Rationale Zahlen



- 4 a) -1,3 b) 0 c) -3,3 d) 9,2
 e) 1 f) $-2\frac{1}{4}$ g) -0,6 h) 0,7

Alles klar?

- 5 a) 0, 1, 2, oder 3 können eingesetzt werden.
 b) 3, 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 können eingesetzt werden.
 c) 3, 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 können eingesetzt werden.
 d) 0 kann eingesetzt werden.
 e) 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 können eingesetzt werden.
 f) 0 oder 1 können eingesetzt werden.
- 6 Es gibt genau gleich viele positive wie negative Zahlen. Denn es gibt zu jeder positiven Zahl genau eine Gegenzahl. Die Zahl Null ist weder positiv noch negativ.

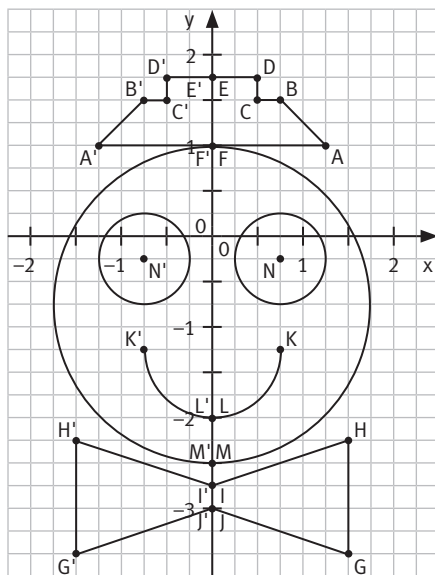
- 7 a) 1) 3 und 4 2) -1 und 0
 3) -3 und -2 4) -2 und -1
 5) -5 und -4 6) -15 und -14
- b) 1) z. B. 7,1 und $7\frac{1}{4}$ und $\frac{701}{100}$ 2) z. B. -8,7 und $-\frac{33}{4}$ und $-8\frac{1}{100}$
 3) z. B. -5,912 und $-6\frac{1}{4}$ und -6,0 4) z. B. $-\frac{2}{5}$ und -0,3 und $-\frac{1}{3}$

- 8 a) A: II. Quadrant B: IV. Quadrant C: II. Quadrant D: I. Quadrant E: III. Quadrant
 F: IV. Quadrant G: I. Quadrant H: III. Quadrant I: IV. Quadrant J: II. Quadrant

b)

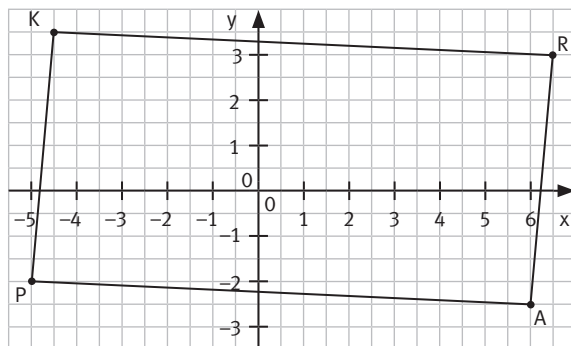
	I. Quadrant	II. Quadrant	III. Quadrant	IV. Quadrant
x-Koordinate	positiv	negativ	negativ	positiv
y-Koordinate	positiv	positiv	negativ	negativ

- c) 1, 2 A (1,25|1) B (0,75|1,5) C (0,5|1,5) D (0,5|1,75) E (0|1,75)
 F (0|1) G (1,5|-3,5) H (1,5|-2,25) I (0|-2,75) J (0|-3)
 K (0,75|-1,25) L (0|-2) M (0|-2,5) N (0,75|-0,25)



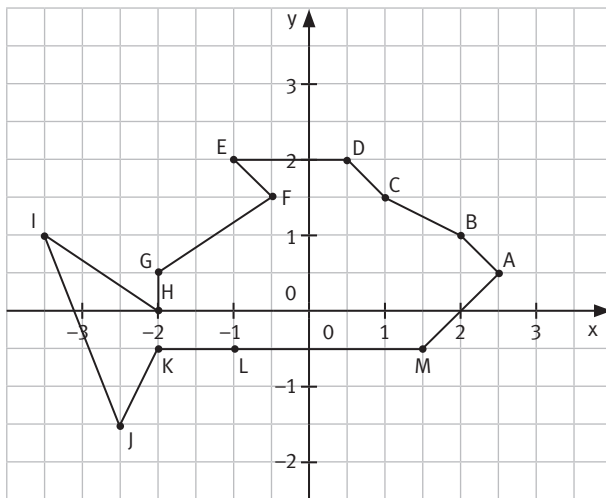
- 3
- | | |
|-------------------|-------------------|
| $A'(-1,25 1)$ | $B'(-0,75 1,5)$ |
| $C'(-0,5 1,75)$ | $D'(-0,5 1,75)$ |
| $E'(0 1,75)$ | $F'(0 1)$ |
| $G'(-1,5 -3,5)$ | $H'(-1,5 -2,25)$ |
| $I'(0 -2,75)$ | $J'(0 -3)$ |
| $K'(-0,75 -1,25)$ | $L'(0 -2)$ |
| $M'(0 -2,5)$ | $N'(-0,75 -0,25)$ |

- 9 Der Punkt P hat die Koordinaten $P(-5|-2)$.

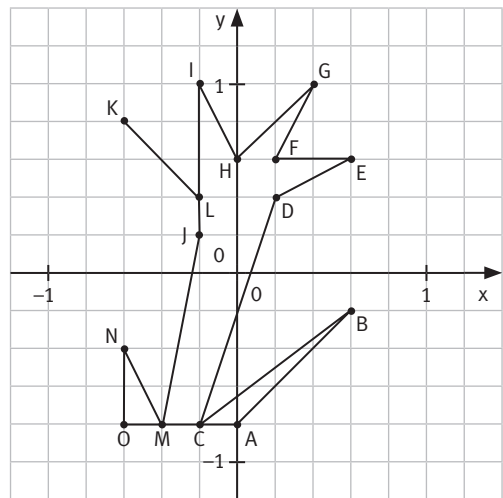


- a) $(-1|-1), (-2|-1), (-3|-1), (-4|-1)$
 $(-1|-2), (-2|-2), (-3|-2), (-4|-2)$
- b) $(-2|-2), (-1|-1), (0|0), (1|1), (2|2), (3|3)$
- c) $(-4|-2), (-4|-1), (-4|0), (-4|1), (-4|2), (-4|3)$
 $(-3|-2), (-3|-1), (-3|0), (-3|1), (-3|2), (-3|3)$
 $(-2|-1), (-2|0), (-2|1), (-2|2), (-2|3)$
 $(-1|0), (-1|1), (-1|2), (-1|3)$
 $(0|1), (0|2), (0|3)$
 $(1|2), (1|3)$
 $(2|3)$
- d) $(4|-2), (4|-1), (4|0), (4|1), (4|2), (4|3)$

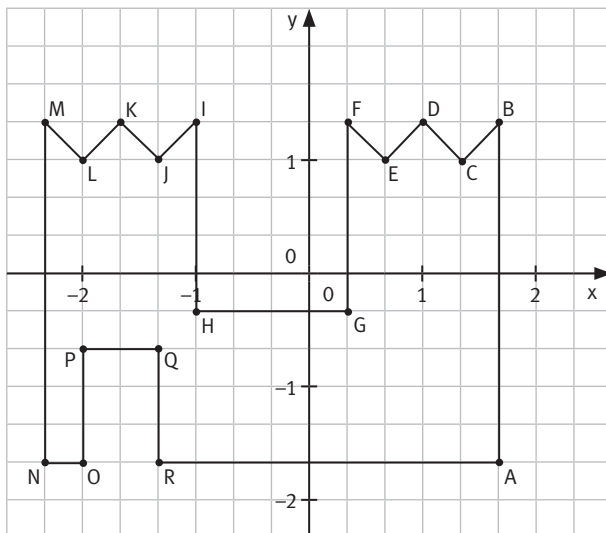
10 a) Es entsteht ein Fisch.



b) Es entsteht eine Blume.



c) Es entsteht eine Burg.



11 a) Lösungsmöglichkeit: $-1; -2; -3; -4; -5; -6; -7; -8; -9; -10; \dots$

b) Lösungsmöglichkeiten:

1 $1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; \dots$

2 $-1; \frac{7}{6}; -\frac{1}{3}; -5; -9; -\frac{1}{2}; \frac{1}{10}; -2; -1\frac{2}{9}; 1\frac{1}{5}; \dots$

3 $-12; -8; -5; -2; -1; 0; 1; 3; 4; 10; \dots$

4 $1\frac{1}{5}; -\frac{1}{3}; \frac{3}{4}; -\frac{3}{8}; \frac{1}{10}; -\frac{4}{7}; \frac{5}{11}; -1\frac{1}{2}; \frac{16}{15}; -\frac{19}{21}$

12 a) Die tiefste Stelle, die der Pottwal erreicht, liegt 1500 m unter dem Meeresspiegel.

b) Er taucht etwas über 120 min (etwa 127 min) unter 500 m während der Aufzeichnung.

c) Lösungsmöglichkeit: Um die durchschnittlichen Tiefen herauszubekommen, liest man aus der Zeichnung die Tiefen der einzelnen Spitzen ab, addiert deren Ergebnis und teilt sie durch die Anzahl der Daten.

1 Durchschnittliche Tauchtiefe beim Flachtauchen: etwa 350 m

2 Durchschnittliche Tauchtiefe beim Tieftauchen: etwa 930 m

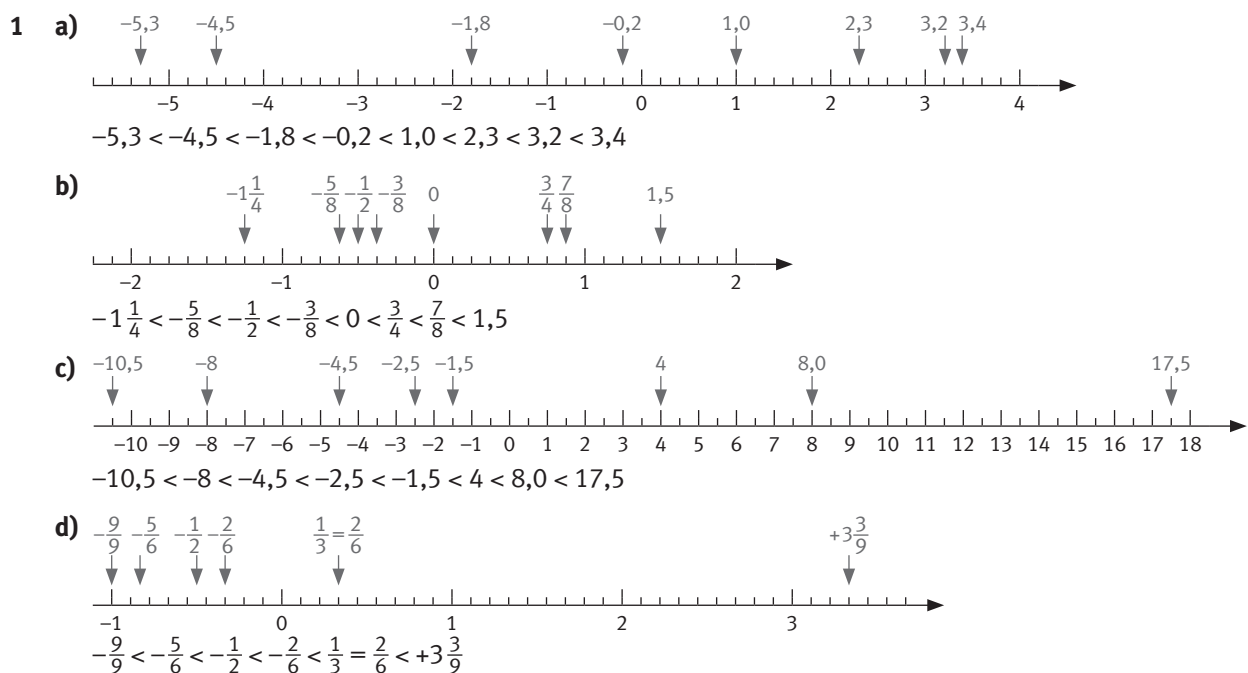
Entdecken

Mit dem Zahlenbingo werden die Schülerinnen und Schüler in spielerischer Weise an den Größenvergleich rationaler Zahlen herangeführt. Sie können dabei auf ihre Kenntnisse beim Ordnen von ganzen Zahlen sowie von Brüchen und Dezimalzahlen zurückgreifen. Darauf aufbauend ergeben sich im spielerischen Kontext Überlegungen zum Größenvergleich rationaler Zahlen.

Nachgefragt

- Negative Zahlen liegen auf der Zahlengeraden immer links von der Null, deswegen sind sie kleiner als die positiven Zahlen.
- Bei den positiven Zahlen sind die aufgerundeten Ergebnisse immer größer, da sie auf der Zahlengeraden weiter rechts liegen. Bei den negativen Zahlen ist das anders: Hier liegt die aufgerundete Zahl weiter links und ist deshalb kleiner als die ursprüngliche Zahl.

Aufgaben



- 2 a) $-12,54$ ($-12,539$) b) $87,33$ ($87,328$) c) $-99,00$ ($-99,000$) d) $67,35$ ($67,352$)
 $0,00$ ($-0,004$) $-27,59$ ($-27,595$) $-99,91$ ($-99,909$) $-56,20$ ($-56,195$)

- 3 a) $-4,2 < -2,5 < -1,7 < 0 < 0,2 < 0,4 < 4,9$ Lösungswort: ANZEIGE
 b) $-\frac{1}{1} < -\frac{1}{10} < -0,01 < -\frac{1}{1000} < \frac{1}{100} < 0,1 < 1,0$ Lösungswort: SUSANNE
 c) $-99,99 < -99,909 < -99,9 < -99,0 < |-99,0| < |-99,9| < |-99,99|$ Lösungswort: SASKIA

1.2 Rationale Zahlen ordnen und runden

gerundet auf	Tausendstel	Hundertstel	Tausendstel	Zehntel
gerundete Zahl	34,475	-16,83	-96,459	7,5
kleinstmögliche Zahl	34,4745	-16,834	-96,4594	7,45
größtmögliche Zahl	34,4754	-16,825	-96,4585	7,54

5 a) $-\frac{2}{3} < \boxed{+} \frac{2}{3}$ b) $-1\frac{3}{5} > \boxed{-} 4,5$ c) $\boxed{\pm} 2,46 > \boxed{-} 2,50$ d) $|0| = \boxed{\pm} 0$
 $|\boxed{\pm} 1,35| = 1,35$ $\boxed{-} 9,4 < -7,2$ falsche Aussage $|\boxed{\pm} \frac{5}{6}| < |\boxed{\pm} \frac{7}{8}|$

6 a) $7,35\boxed{0} < 7,354$ b) $-0,13\boxed{9} < -0,129$ c) $-123,3\boxed{22} < -123,222$
 \vdots \vdots \vdots
 $7,35\boxed{3} < 7,354$ $-0,13\boxed{9} < -0,129$ $-123,3\boxed{22} < -123,222$
d) keine Ziffer möglich e) $-45,3\boxed{4} < -35,34$ f) $|-14,0\boxed{64}| < 14,264$
 \vdots $-95,3\boxed{4} < -35,34$ $|-14,1\boxed{64}| < 14,264$

7 Lösungsmöglichkeiten:

a) $-\frac{4}{3}; -1,2; -1; -\frac{8}{9}$
b) $-3,6; -4; -6\frac{3}{8}; -12$
c) 1 Betrag kleiner als 0,4: $-0,36; -\frac{1}{4}; -0,1; -0,05$
2 Betrag größer als 0,4: $-0,58; 0,5; \frac{1}{2}; 16$

8 Lösungsmöglichkeiten:

$-\frac{1}{2} < \frac{1}{3}$, aber $|\frac{1}{2}| > \frac{1}{3}$ $-3 < 2$, aber $|-3| > 2$ $-4\frac{1}{3} < -3$, aber $|-4\frac{1}{3}| > -3$

Es gibt unendlich viele Lösungen. Am einfachsten wählt man zunächst die zweite Zahl (beliebig > 0 oder < 0). Die erste Zahl muss dann in jedem Fall < 0 sein und betragsmäßig größer als die erste Zahl.

Entdecken

- $-5 - (-3) = -2$: Gehe von „-5“ drei Schritte rückwärts in negative Richtung schauend.
 - $+2 - (+4) = -2$: Gehe von „+2“ vier Schritte vorwärts in negative Richtung schauend.
 - $+1 - (-4) = +5$: Gehe von „+1“ vier Schritte rückwärts in negative Richtung schauend.
 - $-1 + (-5) = -6$: Gehe von „-1“ fünf Schritte rückwärts in positive Richtung schauend.
 - $-\frac{1}{2} - (-2) = +\frac{3}{2}$: Gehe von „ $-\frac{1}{2}$ “ zwei Schritte rückwärts in negative Richtung schauend.
 - $+3,5 - (+1,5) = +2$: Gehe von „+3,5“ einen Schritt und einen halben Schritt vorwärts in negative Richtung schauend.
 - $+1\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right) = +2$: Gehe von „ $+1\frac{3}{4}$ “ einen viertel Schritt rückwärts in negative Richtung schauend.
 - $-\frac{4}{10} + (-1,8) = -2,2$: Gehe von „ $-\frac{4}{10}$ “ einen Schritt und 0,8 Schritte rückwärts in positive Richtung schauend.
- Man läuft zuerst die ganzen Schritte ab und dann die Teilschritte. Dabei geht man analog zu den ganzen Zahlen vor.

Nachgefragt

- Wenn man eine positive oder negative Zahl und ihre Gegenzahl addiert, ist das Ergebnis immer 0. Bei der Subtraktion ist das anders. Wird hier von einer negativen Zahl ihre Gegenzahl subtrahiert, bleibt das Ergebnis negativ (und wird betragsmäßig doppelt so groß). Wird von einer positiven Zahl ihre negative Gegenzahl subtrahiert, so ist das Ergebnis immer positiv und ebenfalls betragsmäßig doppelt so groß.
- „+“: Temperatur, Pluspunkte
„-“: Temperatur, Schulden, Countdown

Aufgaben

- 1 a) $-0,7 - 1,3 = -2,0$ b) $-3,5 + 4,5 = 1,0$ c) $-1,2 - 0,8 = -2,0$ d) $2,3 + 1,8 = 4,1$
 e) $+2,9 + 1,6 = 4,5$ f) $-1,5 + 0,5 = -1,0$ g) $1,6 + 1,2 = 2,8$ h) $-3,6 + 1,8 - 2,4 = -4,2$
 i) $-1,2 - 1,1 = -2,3$ j) $-1,2 + 1,1 = -0,1$ k) $-2,1 - 0,5 = -2,6$ l) $+4,5 - 2,0 + 3,5 = 6,0$
 m) $-0,6 + 2,3 = 1,7$ n) $+0,9 - 1,7 = -0,8$ o) $-8,5 + 2,5 = -6,0$ p) $-2,9 - 1,4 - 1,4 = -5,7$

- 2 a) $+1,2 + (+8) = +9,2$ b) $-14,3 - (-12,9) = -1,4$ c) $+\frac{2}{3} + \left(+\frac{5}{6}\right) = 1\frac{1}{2}$
 d) $-123 - (-56) = -67$ e) $-27,5 + (+34,2) = +6,7$ f) $1\frac{7}{8} - \left(-1\frac{3}{4}\right) = +3\frac{5}{8}$
 g) $79 + (+1342) = +1421$ h) $-76,8 - (+54,7) = -131,5$ i) $-\frac{5}{12} - \left(+\frac{13}{3}\right) = -\frac{19}{4}$
 j) $-\frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{10}\right) = -\frac{9}{10}$ k) $22\frac{1}{3} - \left(-11\frac{1}{9}\right) = +33\frac{4}{9}$ l) $+5\frac{5}{8} + (-12) = -6\frac{3}{8}$

- 3 a) +
- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| | | -25,6 | |
| | -11,2 | | -14,4 |
| | -4,1 | -7,1 | -7,3 |
| +4,4 | -8,5 | +1,4 | -8,7 |
- b) -
- | | | | |
|------|------|------|-------|
| | | 24,3 | |
| | +8,5 | | -15,8 |
| | +2,1 | -6,4 | +9,4 |
| -2,8 | -4,9 | +1,5 | -7,9 |

1.3 Rationale Zahlen addieren und subtrahieren

Alles klar?

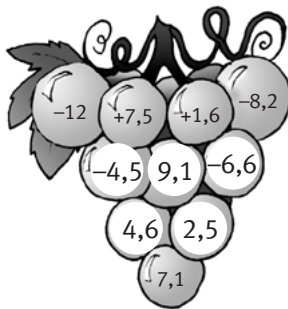
4 $-453,45\text{€} - 1233,12\text{€} = -1686,57\text{€}$ $-1543,76\text{€} + 2345,32\text{€} = 801,56\text{€}$
 $-1914,55\text{€} - 435,76\text{€} = -2350,31\text{€}$ $596,34\text{€} - 957,18\text{€} = -360,84\text{€}$

5 Lösungsmöglichkeiten:

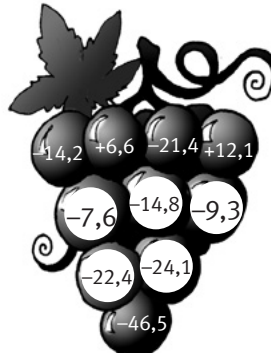
a) 1 $-3 = -2 + (-1)$ $-12,7 = -5 + (-7,7)$ $16,25 = +8 + (+8,25)$
 2 $2,5 = +5 + (-2,5)$ $-7 = -10 + (+3)$ $1\frac{3}{4} = +2 + \left[-\frac{1}{4}\right]$
 b) 1 $1\frac{3}{4} = +2 - \left(+\frac{1}{4}\right)$ $16,25 = +20 - (+3,75)$ $2,5 = +4 - (+1,5)$
 2 $-3 = -1 - (+2)$ $-12,7 = -1 - (+11,7)$ $-7 = -3 - (+4)$

- 6 a) $-41; 49; 3$
 b) $13; -14,8; -4,35$
 c) $-1,2; -6,7; 16$
 d) $-15; -5\frac{5}{6}; 1\frac{1}{10}$
 e) $-1,9; -\frac{3}{5}; -1,5$
 f) $-2,8; -\frac{7}{9}; \frac{4}{25}$

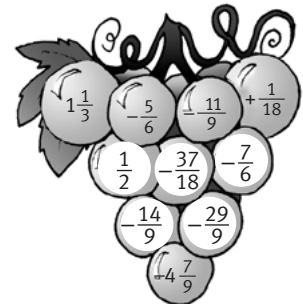
7 a) 1



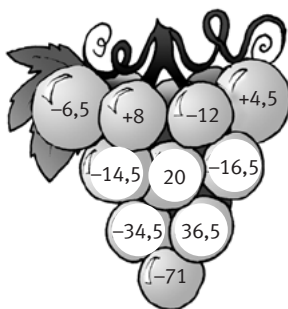
2



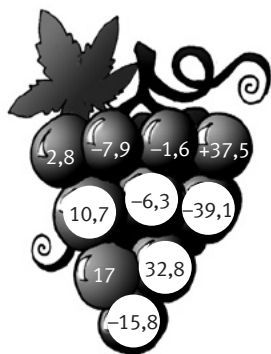
3



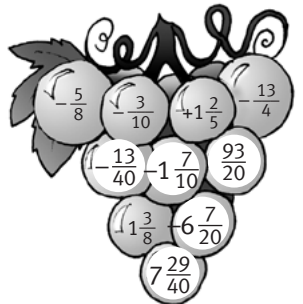
b) 1



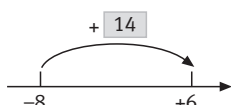
2



3



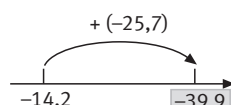
8 a)



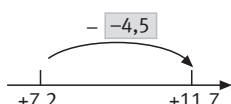
b)



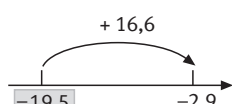
c)



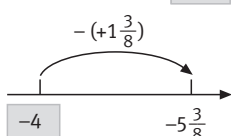
d)



e)



f)



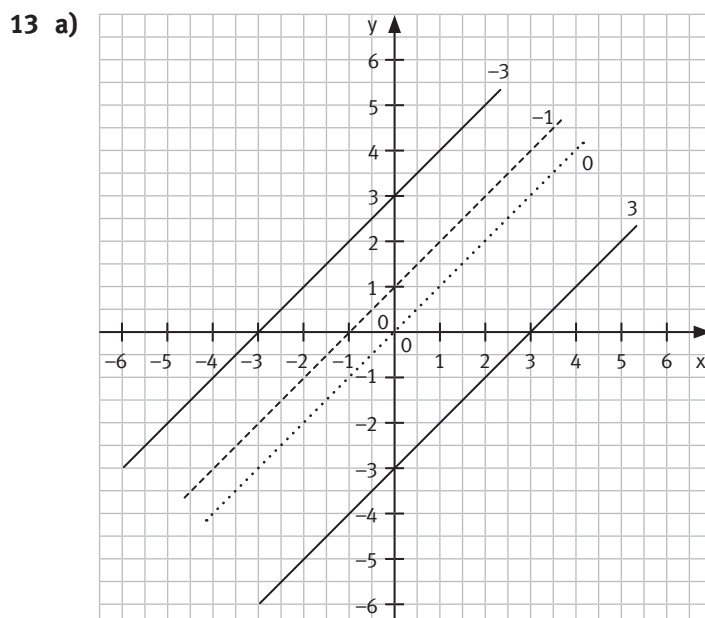
1.3 Rationale Zahlen addieren und subtrahieren

- 9 a) $\oplus 12 + (\oplus 8) = +20$ b) $\ominus 14,3 - (\ominus 12,9) = -1,4$ c) $79 + (\oplus 1342) = \oplus 1421$
 $\ominus 123 - (-56) = \ominus 67$ $-76,8 - (\oplus 54,7) = \ominus 131,5$ $-27,5 + (\oplus 34,2) = 6,7$
 $1\frac{7}{8} - (\ominus 1\frac{3}{4}) = \oplus 3\frac{5}{8}$ $\ominus \frac{5}{12} - (\oplus \frac{13}{3}) = -\frac{19}{4}$ $\oplus \frac{2}{3} + (\oplus \frac{5}{6}) = 1\frac{1}{2}$
- 10 a) 1 $+3,5 - (-1,2) = 4,7$ $-3,5 - (-1,2) = -2,3$ $-3,5 + (-1,2) = -4,7$
2 $0,75 + (-0,75) = 0$ $-12,6 - (+1,95) = -14,55$ $+12,5 - (-0,8) = 13,3$
3 $-\frac{7}{15} + (\frac{5}{18}) = -\frac{17}{90}$ $\frac{7}{12} + (-\frac{1}{9}) = \frac{17}{36}$ $-\frac{11}{36} - (-\frac{6}{19}) = \frac{7}{684}$
4 $-14\frac{2}{3} + (-7\frac{5}{9}) = -22\frac{2}{9}$ $-112,53 - (-27,914) = -84,616$ $214,371 + (-483,04) = -268,669$
- 11 a) $\frac{1}{2} - (-\frac{1}{3}) \geq \frac{1}{2} + (-\frac{1}{3})$ b) $0,5 + (-0,7) \equiv 0,2$ c) $-2,5 \geq 2,1 + (-4,8)$
d) $0 \geq -\frac{1}{4} - (-\frac{1}{8})$ e) $-4,5 + (+2,3) \leq 4,5 + (-2,3)$ f) $12,3 + (-112,7) \equiv 12,3 - (+112,7)$
g) $-\frac{1}{3} + (-\frac{1}{9}) \equiv -\frac{1}{9} + (-\frac{1}{3})$ h) $0,4 + (+1,32) - (-0,8) \geq 2$

12 a), b), c)

Tag	7.12.				8.12.				9.12.				10.12.				11.12.				12.12.			
Uhrzeit	0	6	12	18	0	6	12	18	0	6	12	18	0	6	12	18	0	6	12	18	0	6	12	18
Pegel in cm	50	67	77	70	55	68	57	53	60	60	43	33	27	20	18	18	17	18	20	22	25	27	28	32
Veränderung	+				+				-				-				+				+			
durch. Pegel in cm	$\frac{50+67+77+70+55}{5} = 63,8 \approx 64$				58,6 \approx 59				44,6 \approx 45				20				20,4 \approx 20				-			

Der Durchschnittswert kann dadurch genauer werden, dass man zu mehreren Zeitpunkten den Pegelstand abliest.



- b) Alle Punkte derselben Differenz liegen auf einer Gerade durch die Punkte. Die Geraden liegen parallel zueinander. Bei gleicher Achseneinteilung halbiert die Gerade mit der Differenz 0 den I. und II. Quadranten.
- c) Bei einer Differenz von 4 liegen alle Punkte wieder auf einer Parallelen zu den anderen Geraden durch den Punkt $(2|-2)$. Bei der Differenz von -2 und -5 liegen die Punkt auf Parallelen durch die Punkte $(-1|1)$ bzw. $(-3|2)$. Allgemein: Wird die Differenz größer und ist positiv, dann liegen die Geraden unterhalb der vorhandenen Geraden.

1.4 Rationale Zahlen multiplizieren

Entdecken

-25	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25
-20	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16	20
-15	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15
-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10
15	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15
20	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16	-20
25	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20	-25

- Nach rechts wird immer der jeweilige Faktor der Zeile addiert, nach links subtrahiert. Nach unten wird immer der jeweilige Faktor der Spalte subtrahiert, nach oben addiert.
- Man sieht: zwei gleiche Vorzeichen ergeben positive Produkte, ungleiche Vorzeichen ergeben negative Produkte. Somit sind im I. und III. Quadranten nur positive Zahlen (außer 0) und im II. und IV. Quadranten nur negative Zahlen (außer 0).

Nachgefragt

- Bei drei positiven Faktoren ist das Ergebnis positiv, bei drei negativen Faktoren ist es negativ.
- Ein Produkt hat als Ergebnis immer Null, wenn ein Faktor Null ist.

Aufgaben

- 1 a) $(-3,4) \cdot (-27,6) = \boxed{+} 93,84$ b) $(\boxed{-} 11,7) \cdot (-7,3) = 85,41$
 c) $(+1,23) \cdot (+8,9) = \boxed{+} 10,947$ d) $(-1,22) \cdot (\boxed{+} 7,61) = -9,2842$
 e) $(+17,2) \cdot (-21,6) = \boxed{-} 371,52$ f) $(-1,7) \cdot (-0,2) \cdot (+2) = \boxed{+} 0,68$
 g) $\left[-\frac{1}{7}\right] \cdot \frac{8}{9} = \boxed{-} \frac{8}{63}$ h) $(-4,5) \cdot \left[\boxed{+} \frac{2}{5}\right] \cdot \left[-\frac{3}{4}\right] = 1 \frac{7}{20}$

- 2 a) -3 b) -0,63 c) -122,4 d) -6
 e) 3,2 f) -1,26 g) -2,8 h) 1,44
 i) 0,81 j) -1,21 k) 3,3 l) -9,88
 m) $\frac{1}{6}$ n) -1 o) -6 p) $-\frac{1}{8}$

- 3 a)

·	+4,5	-3,2	-10	2,9
-2,1	-9,45	6,72	21	-6,09
+9	40,5	-28,8	-90	26,1
-1,1	-4,95	3,52	11	-3,19
5,6	25,2	-17,92	-56	16,24

 b)

·	$-2\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{2}{5}$	0
$-\frac{7}{8}$	$\frac{63}{32}$	$\frac{21}{80}$	$\frac{7}{20}$	0
$7\frac{1}{2}$	$-16\frac{7}{8}$	-2,25	-3	0
+12	-27	$-3\frac{3}{5}$	$-4\frac{4}{5}$	0
$-\frac{5}{6}$	$-1\frac{7}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	0

- 4 a) $4,0 \cdot (-6) = -24$ b) $4 \cdot (-2,5) = -10$ c) $-0,6 \cdot 15 = -9$ d) $-1,65 \cdot (-3) = 4,95$
 $-\frac{1}{8} \cdot (-448) = 56$ $(-1,5) \cdot 1,2 = -18$ $-\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} = -1$ $-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{8}$
 $+17 \cdot 5 = 85$ $-\frac{1}{25} \cdot (-5) = \frac{1}{5}$ $\left[-\frac{2}{3}\right] \cdot (-6) = 4$ $\left[-\frac{14}{17}\right] \cdot 0 = 0$

5 a) Lösungsmöglichkeiten:

1 $(+2) \cdot (-1,8) = -3,6$; $(+3,6) \cdot (-1) = -3,6$

2 $(-1) \cdot (-1,8) = +1,8$; $(-3) \cdot (-0,6) = 1,8$

3 $(+1) \cdot (-5,0) = -5,0$; $(-2) \cdot (+2,5) = -5,0$

4 $(-0,1) \cdot (-1) = 0,1$; $(-10) \cdot (-0,01) = 0,1$

5 $0 \cdot (-5,0) = 0$; $0 \cdot (-2,5) = 0$

b) Haben alle Faktoren ein positives Vorzeichen, dann ist das Vorzeichen des Produkts positiv. Gibt es in einem Produkt (auch) negative Vorzeichen, dann muss man die Anzahl der negativen Vorzeichen abzählen. Hat man eine ungerade Anzahl negativer Vorzeichen, dann hat das Produkt ebenfalls ein negatives Vorzeichen. Ist die Anzahl der negativen Vorzeichen der Faktoren gerade, dann hat das Produkt ein positives Vorzeichen.

6 a) 1 $(-85) \cdot (-76) = 6460$
oder: $(+85) \cdot (+76) = 6460$
2 $(-92) \cdot (-54) = 4968$
oder: $(+92) \cdot (+54) = 4968$

b) 1 $(-85) \cdot (+76) = -6460$
oder: $(+85) \cdot (-76) = -6460$
2 $(-92) \cdot (+54) = -4968$
oder: $(+92) \cdot (-54) = -4968$

c) 1 $0 \cdot 1 = 0$
oder: $(\pm 15) \cdot (\pm 20) = \pm 300$
2 $2 \cdot 1 = 2$
oder: $(\pm 14) \cdot (\pm 25) = \pm 350$

1.5 Rationale Zahlen dividieren

Entdecken

- Übertrage die Pfeilbilder in dein Heft und ergänze die fehlenden Angaben.

$$\begin{array}{c} : 4 \\ -28 \xleftrightarrow{\quad} -7 \\ \cdot 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} : (-7) \\ -28 \xleftrightarrow{\quad} 4 \\ \cdot (-7) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} : 2,5 \\ 430 \xleftrightarrow{\quad} 172 \\ \cdot 2,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} : \left(-\frac{3}{5}\right) \\ +\frac{1}{3} \xleftrightarrow{\quad} -\frac{5}{9} \\ \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \end{array}$$

- Man stellt fest, dass das Ergebnis positiv ist, wenn Dividend und Divisor das gleiche Vorzeichen haben. Es ist negativ, wenn sie verschiedene Vorzeichen haben.

Nachgefragt

- Wenn der Divisor 1 ist, dann ist der Dividend auch gleichzeitig der Quotient. Ist der Divisor jedoch -1 , dann ist die Gegenzahl des Dividenten der Quotient.
- Man muss folgende Fälle unterscheiden:
Sind der Dividend und der Divisor positiv, dann muss für ein größeres Ergebnis der Divisor kleiner als 1 sein, für ein kleineres Ergebnis muss der Divisor größer als 1 sein.
Ist der Dividend negativ und der Divisor positiv, dann wird für ein kleineres Ergebnis ein Divisor kleiner als 1 benötigt, für ein größeres Ergebnis ein Divisor größer als 1.
Ist der Dividend positiv, der Divisor aber negativ, so können nur Quotienten erzeugt werden, die immer kleiner sind als Dividend bzw. Divisor.
Sind Dividend und Divisor negativ, so ist der Quotient immer größer als der Dividend bzw. der Divisor.

Aufgaben

1 a) $\begin{array}{c} : 12 \\ -90 \xleftrightarrow{\quad} -7,5 \\ \cdot 12 \end{array}$

b) $\begin{array}{c} : -15 \\ -18 \xleftrightarrow{\quad} 1,2 \\ \cdot (-15) \end{array}$

c) $\begin{array}{c} : (-3,5) \\ -17,15 \xleftrightarrow{\quad} 4,9 \\ \cdot (-3,5) \end{array}$

- 2 a) 7 b) -19 c) 12 d) -6
 -9 17 11 -8
 -7 12 -13 7
 9 -14 -18 -70

- 3 a) $+182 : (-13) = -14$ b) $-212,5 : 17 = -12,5$ c) $-32,5 : (+1,25) = -26$
 d) $(-37,18) : (+2,6) = -14,3$ e) $-29,04 : (-26,4) = 1,1$ f) $0 : \pm x = 0$

Anmerkung: Bei f) darf jede beliebige Zahl anstelle von x eingesetzt werden.

4 a)

:	+2	-5	-7	8
-560	-280	112	80	-70
840	420	-168	-120	105
-700	-350	140	100	-87,5
1064	532	-212,8	-152	133

b)

:	+1,5	$-\frac{3}{5}$	$-1\frac{2}{3}$	4,5
-1,5	-1	2,5	0,9	$-\frac{1}{3}$
78,6	52,4	-131	-47,16	$17\frac{7}{15}$
$-\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{40}$	$-\frac{1}{12}$
0	0	0	0	0

5 Die durchschnittliche Abendtemperatur liegt bei ungefähr $-1,2^\circ\text{C}$ (genau: $-1\frac{8}{35}^\circ\text{C}$).

Beispiel:

$$[(-1,3^\circ\text{C} + (-2,4)^\circ\text{C} + (-2,1)^\circ\text{C} + (-2,3)^\circ\text{C} + (-1,4)^\circ\text{C}) + (0,1^\circ\text{C} + 0,8^\circ\text{C})] : 7$$

$$= [-9,5^\circ\text{C} + 0,9^\circ\text{C}] : 7 \approx -1,23^\circ\text{C}$$

6 Lösungswort: KERPEN

Entdecken

- Für rationale Zahlen gelten die folgenden Rechengesetze:
 Kommutativgesetz für die reine Addition und Multiplikation:
 die Reihenfolge der Rechenoperationen spielt keine Rolle, z. B.
 $(-4,3) + (+2,5) + (-2,7) = (-4,3) + (-2,7) + (+2,5)$
 $(-4,5) \cdot 3,96 \cdot (-2) = (-4,5) \cdot (-2) \cdot 3,96$
 Assoziativgesetz für die reine Addition und Multiplikation:
 Bei Multiplikation oder Addition darf man beliebig Klammern setzen, z. B.
 $((+3,0) + (+2,4)) + (-7,1) = (+3,0) + ((+2,4) + (-7,1))$
 $((-4,5) \cdot 3,96) \cdot (-2) = (-4,5) \cdot ((-2) \cdot 3,96)$
 Diese Regeln gelten nicht für die Subtraktion und die Division.
 Was in Klammern steht, wird zuerst berechnet.
 Potenzen werden vor den vier Grundrechenarten berechnet.
 Punktrechnung geht vor Strichrechnung, z. B. $5,2 - 1,2^2 = 5,2 - 1,44 = 3,76$.
- Individuelle Lösung.

Nachgefragt

- $-2,4 - (-4,7) = -2,4 + 4,7$ bzw. $-2,4 + (+4,7)$; das Kommutativgesetz darf nun angewandt werden, da nun addiert wird.
- Mit dem Kommutativgesetz kann man hier $-2,4$ und $-4,6$ zu einer ganzen Zahl addieren und erleichtert damit die Rechnung: $(-2,4) + (-1,8) + (-4,6) = -2,4 - 4,6 - 1,8 = -7 - 1,8 = -8,8$

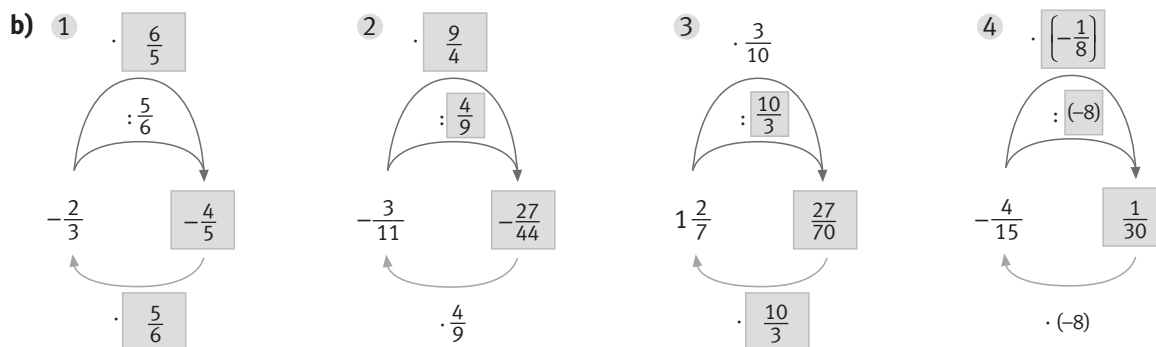
Aufgaben

- 1 a) Hier wurde das Assoziativgesetz verwendet, da die Rechnung $15 + (-25)$ einfacher ist als die Rechnung $(-25) + 132$.
 b) Es wurde das Kommutativgesetz verwendet, damit $-12,6$ und $4,6$ addiert werden können, um eine ganze Zahl zu erhalten.
 c) Auch hier wurde das Kommutativgesetz eingesetzt, um bei der Rechnung $1,2 \cdot (-5)$ eine ganze Zahl als Zwischenergebnis zu erreichen.
- 2 a) 0 b) 130 c) -46 d) -6 e) -1020 f) -1250 g) 80 000 h) 150 000
- 3 a) $(-2) \cdot (19 + (-39)) = (-2) \cdot (-20) = 40$
 b) $0,4 \cdot (-1,8 + (-0,2)) = 0,4 \cdot (-2) = -0,8$
 c) $-25 \cdot (50 - 17) = -25 \cdot 33 = -25 \cdot 30 + (-25) \cdot 3 = -750 - 75 = -825$
 d) $19,2 \cdot (0,5 - 10,1) = 19,2 \cdot (-9,6) = -184,32$
 e) $-28 \cdot \left(\left[\frac{7}{4} \right] + \left[-\frac{4}{7} \right] \right) = -28 \cdot \left[\frac{7}{4} \right] + (-28) \cdot \left[-\frac{4}{7} \right] = -49 + 16 = -33$
 f) $\left((-0,4) + \left[\frac{3}{4} \right] \right) \cdot 100 = (-0,4) \cdot 100 + \frac{3}{4} \cdot 100 = -40 + 75 = 35$
 g) $(-36) \cdot \left(\left[-\frac{7}{12} \right] + \frac{7}{18} \right) = (-36) \cdot \left[-\frac{7}{12} \right] + (-36) \cdot \frac{7}{18} = 21 + (-14) = 7$
 h) $\frac{4}{5} \cdot 2,6 - \frac{4}{5} \cdot (-4,6) = \frac{4}{5} \cdot (2,6 - (-4,6)) = \frac{4}{5} \cdot 7,2 = 5,76$
 i) $7,5 \cdot (-16,3) + 7,5 \cdot 4,3 = 7,5 \cdot (-16,3 + 4,3) = 7,5 \cdot (-12) = -90$
- 4 a) -24,95 b) -51,072 c) -14,6 d) -34,2 e) -34 f) -8,4

Alles klar?

- 5 a) $-12,4 + (-4,6) + 17,9 = -17 + 17,9 = 0,9$ (Kommutativgesetz)
 $[78,6 + 34,4] + (-129,7) = 113 + (-129,7) = -16,7$ (Assoziativgesetz)
 $-3,4 - 5,4 + 1,8 + 3,7 = -8,8 + 5,5 = -3,3$ (Kommutativgesetz)
- b) $(-7) \cdot [2,25 \cdot (-8)] = (-7) \cdot (-18) = 126$ (Assoziativgesetz)
 $(-5) \cdot (-1,2) \cdot 12 = 6 \cdot 12 = 72$ (Kommutativgesetz)
 $6 \cdot \frac{1}{6} \cdot (-12,6) = 1 \cdot (-12,6) = -12,6$ (Kommutativgesetz)
- c) $15 \cdot 4,5 - 2,5 = 65$ (keine Vereinfachung; „Punkt vor Strich“)
 $22 - 4 \cdot (-1,25) = 22 - (-5) = 27$ (keine Vereinfachung; „Punkt vor Strich“)
 $(34 + (-16)) \cdot 2,3 = 18 \cdot 2,3 = 41,4$ (keine Vereinfachung; Klammern zuerst)
- 6 Alle Rechenwege verwenden die gleiche Methode. Erst wird eine Zahl zerlegt und anschließend das Distributivgesetz verwendet. Auf die Frage nach dem besten Vorgehen gibt es individuelle Antworten.

- 7 a) Die Regel für die Division rationaler Zahlen lässt sich deshalb ableiten, weil jede rationale Zahl auch als Bruch geschrieben werden kann und somit eine Division stets in eine Multiplikation umgewandelt werden kann.



- c) Es sind individuelle Antworten möglich.

- 8 a) $\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right) > \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right)$ b) $0,5 + (-0,7) \leq 0,2$ c) $-2,5 > 2,1 + (-4,8)$
d) $0 > -\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{8}\right)$ e) $-4,5 + (+2,3) \leq 4,5 + (-2,3)$ f) $12,3 + (-112,7) = 12,3 - (+112,7)$
g) $-\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{9}\right) = -\frac{1}{9} + \left(-\frac{1}{3}\right)$ h) $0,4 + (+1,32) - (-0,8) > 2$

9 a)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{18}$
$\frac{4}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{18}$
$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{18}$

Summenwert: +1

b)

$-\frac{7}{15}$	$-\frac{9}{15}$	$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{13}{15}$
$-\frac{11}{15}$	$-\frac{1}{15}$	$-\frac{3}{15}$

Summenwert: -1

c)

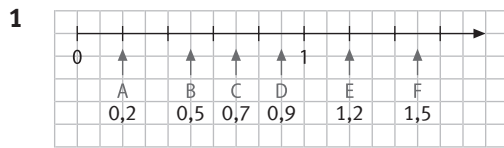
$\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

Summenwert: +1

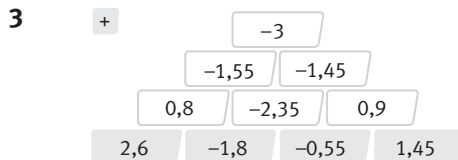
- 10 a) $-\frac{5}{4} = -1,25$ b) $-430,72$ c) $71,48$
d) $-38,4$ e) -10 f) $\frac{32}{105} = 0,305$
g) $-\frac{7}{20} = -0,35$ h) $-\frac{17}{4} = -4,25$ i) $\frac{7}{20} = 0,35$
j) $\frac{1237}{21} = 58,905$

1.6 Rechnen mit rationalen Zahlen

- 11 a)** $(-1) \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{5} : \left[-\frac{1}{50}\right] = -\frac{3}{10} + (-10) = -10\frac{3}{10}$
b) $(0,289 : (-0,17)) \cdot (100 + (-98,3)) = -1,7 + 1,7 = 0$
- 12 a)** **1** $-17 = -17$ **2** $-30 \neq -7,2$ **3** $-192 \neq -47,25$ **4** $8,5 \neq -6\frac{15}{17}$
b) Das Distributivgesetz gilt bei der Division nur, wenn die Divisoren gleich sind.
 Beispiel: $144 : 12 + 48 : 12 = 12 + 4 = 16$ $(144 + 48) : 12 = 16$
- 13 a)** Man schreibt die 98 als Differenz $(100 - 2)$ und wendet auf diese das Distributivgesetz an.
 Da 100 und 2 einfacher mit 23 zu multiplizieren sind als 98, hat man somit die Aufgabe geschickt vereinfacht.
b) **1** $-45 \cdot (10 + 7) = -45 \cdot 10 + (-45) \cdot 7 = -450 + (-315) = -765$
2 $-32 \cdot (100 - 2) = -32 \cdot (100 + (-2)) = -32 \cdot 100 + (-32) \cdot (-2) = -3200 + 64 = -3136$
3 $1,6 \cdot (-100 + (-2)) = 1,6 \cdot (-100) + 1,6 \cdot (-2) = -160 + (-3,2) = -163,2$
4 $1,27 \cdot (-50 + (-5)) = 1,27 \cdot (-50) + 1,27 \cdot (-5) = -63,5 + (-6,35) = -69,85$
5 $-27 \cdot (-10 + (-0,1)) = -27 \cdot (-10) + (-27) \cdot 0,1 = 270 - 2,7 = -267,3$
6 $-6,7 \cdot (5 + 0,5) = -6,7 \cdot 5 + (-6,7) \cdot 0,5 = -33,5 + (-3,35) = -36,85$
7 $-12,9 \cdot (-10 + (-0,5)) = -12,9 \cdot (-10) + (-12,9) \cdot (-0,5) = +129 + 6,45 = 135,45$
8 $(-10 + 0,5) \cdot 34,25 = -10 \cdot 34,25 + 0,5 \cdot 34,25 = -342,5 + 17,125 = -325,375$
- 14 a)** Lösungsmöglichkeit: $(5,4 + (-2,9)) : \frac{2}{3} \cdot \left[4 - \frac{1}{4}\right] = 1$
b) Lösungsmöglichkeit: $(3,3 - 2,4 : 2) \cdot \left[\frac{1}{189} + \frac{3}{63}\right] = \frac{1}{9}$
c) Lösungsmöglichkeit: $(5,5 : 1,1) - (4 + 0,25 \cdot 4) = 0$
d) Lösungsmöglichkeit: $(-3) : 10 \cdot 7 - (0,1 + 0,3) = -2,5$
e) Lösungsmöglichkeit: $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} - \frac{7}{9} : \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} = -1$
- 15 a)** $\left[-\frac{1}{2}\right] + \left[-\frac{2}{2}\right] + \left[-\frac{3}{2}\right] + \dots + \left[-\frac{18}{2}\right] + \left[-\frac{19}{2}\right] + \left[-\frac{20}{2}\right] = 10 \cdot \left[\left[-\frac{1}{2}\right] + \left[-\frac{20}{2}\right]\right] = 10 \cdot \left[-\frac{21}{2}\right] = -105$
b) $(-0,9) \cdot (-0,8) \cdot (-0,7) \cdot \dots \cdot (-0,2) \cdot (-0,1) \cdot 0 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot \dots \cdot 0,9 = 0$
- 16 a)** $24 \cdot \left[\frac{1}{12} - \frac{1}{6}\right] = 24 \cdot \left[-\frac{1}{12}\right] = -2$
 $24 \cdot \frac{1}{12} - 24 \cdot \frac{1}{6} = 2 - 4 = -2$
 In der zweiten Rechnung wurde ausmultipliziert. Dies ist einfacher, da keine Subtraktion von Brüchen mit ungleichem Nenner nötig ist.
b) $3 \cdot \left[\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\right] = 3 \cdot \left[\frac{8}{8}\right] = 3$
 $3 \cdot \frac{1}{8} \cdot (9 - 1) = 3 \cdot \frac{1}{8} \cdot 8 = 3$
 Hier wurde $\frac{1}{8}$ in der zweiten Rechnung ausgeklammert. Dies ist einfacher, da nun keine Brüche subtrahiert werden müssen.



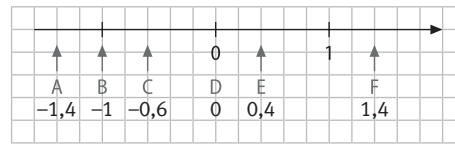
- 2 a) z. B. $\frac{1}{20}$; 0,001; -2; -73,6
 b) z. B. -2,6; -2,51; -10; -42,7
 c) z. B. -1,2; -0,5; 0; 12,2



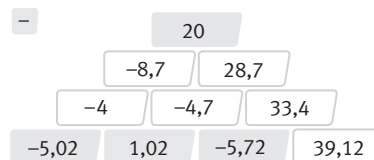
- 4 a) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{8}\right) = \left(-\frac{4}{8}\right) + \left(\frac{1}{8}\right) = -\frac{3}{8}$
 b) $\left(-\frac{3}{19}\right) + \left(-\frac{16}{19}\right) = -\frac{19}{19} = -1$
 c) $\left(\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{4}{18}\right) = \left(\frac{12}{18}\right) - \left(-\frac{4}{18}\right) = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$
 d) $\left(\frac{4}{13}\right) + \left(-\frac{20}{65}\right) = \left(\frac{20}{65}\right) + \left(-\frac{20}{65}\right) = 0$
 e) $\left(\frac{7}{15}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{14}{30}\right) - \left(\frac{15}{30}\right) = -\frac{1}{30}$
 f) $(-0,09) + (-0,11) = -0,2$
- 5 a) $-2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right), -2 \cdot (-1), -2 \cdot 0, -\frac{3}{2} \cdot (-1), -\frac{3}{2} \cdot 0,$
 $-1 \cdot 0, \frac{1}{2} \cdot 0, \frac{1}{2} \cdot 1, \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}, 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0$
 (Kommutativität wird vorausgesetzt)
 b) $-2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right), -2 \cdot (-1), -2 \cdot 0, -2 \cdot \frac{1}{2}, -2 \cdot 1, \frac{1}{2},$
 $-\frac{3}{2} \cdot 0, -1 \cdot 0, 0 \cdot \frac{1}{2}, 0 \cdot 1, \frac{1}{2}$
 (Kommutativität wird vorausgesetzt)

6

	a)	b)	c)	d)
x	$-\frac{2}{5}$	-2	1	$\frac{4}{5}$
y	$-\frac{3}{4}$	-4	-1	$-\frac{4}{5}$
$x \cdot y$	$\frac{3}{10}$	8	-1	$-\frac{16}{25}$
$x : y$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$	-1	-1



- a) z. B. 0,3; 0; -0,02; -1,25
 b) z. B. -2,93; -3; -3,5; -4,1
 c) z. B. 0,02; 0; -0,1; -0,11



- a) Der Wert ist positiv, da eine kleinere positive Zahl von einer größeren positiven Zahl abgezogen wird.
 b) Der Wert ist negativ, da von einer negativen Zahl eine positive Zahl abgezogen wird.
 c) Der Wert ist negativ (siehe b).
 d) Der Wert ist positiv, da $\frac{1}{3} = 0,\bar{3}$ und somit zu einer negativen Zahl eine größere positive Zahl addiert wird.
- a) richtig, da ein Bruch (kleiner als 1) mit sich selbst multipliziert immer kleiner 1 bleibt.
 b) falsch, da der Exponent ungerade ist, muss das Ergebnis negativ sein.
 c) falsch, da $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$ negativ ist und $\left(-\frac{1}{4}\right)^4$ positiv ist, kann die Ungleichung nicht gelten.
 d) falsch, da $(-1)^{100}$ die Zahl 1 ergibt (egal, wie oft ich 1 mit sich selbst multipliziere, es bleibt 1) und (-10) mit sich selbst multipliziert (im Betrag) immer größer wird.

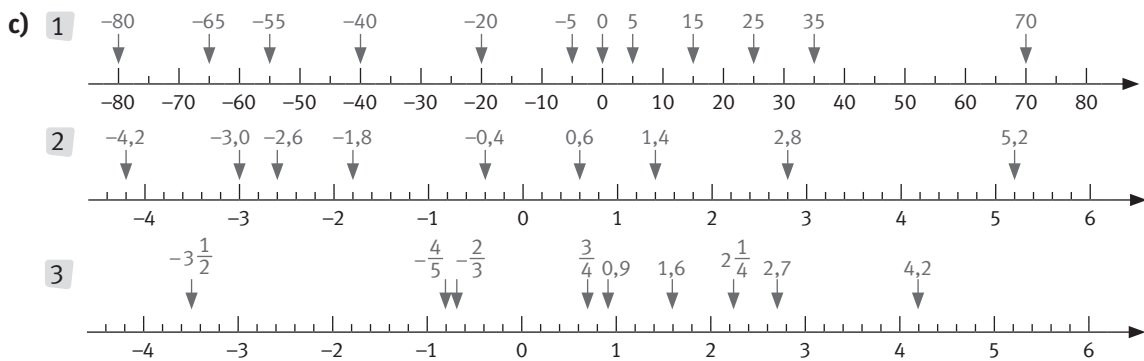
	a)	b)	c)	d)
x	$-\frac{2}{5}$	$-1\frac{1}{3}$	4,1	$-\frac{4}{15}$
y	$-\frac{1}{3}$	-4	-0,01	$-\frac{5}{12}$
$x \cdot y$	$\frac{2}{15}$	$5\frac{1}{3}$	-0,041	$\frac{1}{9}$
$x : y$	$1\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	-410	$\frac{16}{25}$

1 a)	natürliche Zahl	77; 125; 21; 1054; 0
	ganze Zahl	-22; -34; -366; 77; 125; 21; 1054; 0
	Bruchzahl	$1\frac{2}{7}$; $\frac{5}{8}$; $4\frac{3}{4}$; 0,45; 12,36; 77; 125; 21; 1054; 0
	rationale Zahl	alle genannten Zahlen

b) Es fällt auf, dass die Zahlenmengen teils ineinander enthalten sind. Die natürlichen Zahlen sind auch Teil der ganzen Zahlen und der Bruchzahlen mit Ausnahme der Null, falls man sie hier ausschließt. In der Menge der rationalen Zahlen sind auch alle anderen Zahlenmengen enthalten.

- 2 a) A: -1,8 B: -1,5 C: -1,2 D: -0,6 E: -0,2 F: 0,2
 G: 0,5 H: 1

- b) A': 1,8 $|-1,8| = 1,8$ B': 1,5 $|-1,5| = 1,5$ C': 1,2 $|-1,2| = 1,2$
 D': 0,6 $|-0,6| = 0,6$ E': 0,2 $|-0,2| = 0,2$ F': -0,2 $|0,2| = 0,2$
 G': -0,5 $|0,5| = 0,5$ H': -1 $|1| = 1$



- 3 a) $-34,0 < -17,5 < -12,5 < -4,1 < -0,1 < 3,9 < 9,0 < 27,5 < 56,3$
 $-34 < -17 < -13 < -4 < 0 < 4 < 9 < 27 < 56$

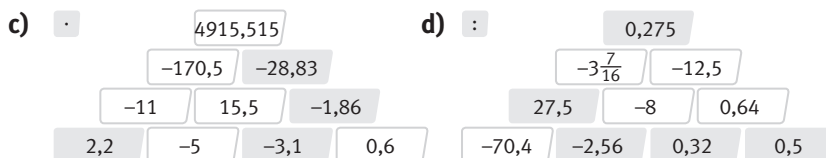
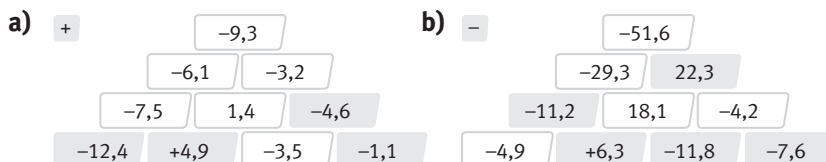
- b) $-1,0 = -1,0 < -0,9 < -0,6 < -0,4 < 0,2 < 1,1 < 1,2 < 1,5$
 $-1 = -1 = -1 = -1 < 0 = 0 < 1 = 1 < 2$

- c) $-6,0 < -5,3 < -5,1 = -5,1 < 5,1 < 5,3 < 5,9$
 $-6 < -5 = -5 = -5 < 5 = 5 < 6$

4 a) Wenn man bei der Multiplikation den Faktor -1 hinzufügt, wird die Gegenzahl des ursprünglichen Ergebnisses erzeugt.

b) Bei einer geraden Anzahl an negativen Zahlen wird das Ergebnis positiv, bei einer ungeraden Anzahl an negativen Zahlen wird das Ergebnis negativ.

5 Hinweis: In der 1. Auflage des Schülerbandes liegt ein Fehler bei Teilaufgabe d) vor. Der oberste Stein der Zahlenmauer sollte kein „-“ Vorzeichen haben.



- 6 a) $18,5 \cdot 1 = 18,5$ b) $[(-100,5) \cdot 0] : 25 = 0$ c) $\frac{3}{4} : \left[-\frac{3}{4}\right] = -1$
 d) $\left[\frac{5}{7} : 1\right] : 1 = \frac{5}{7}$ e) $(0 \cdot 4,7) : (-2,35) = 0$ f) $(24,9 \cdot 1) : 1 = 24,9$
 g) $[(-1,6) \cdot (+1,6)] \cdot 0 = 0$ h) $(0 \cdot 0) : (1,5) = 0$ i) $(-1) \cdot \left[0,5 : \frac{1}{2}\right] = -1$

- 7 a) 1 D ergibt das größte Ergebnis. 2 A ergibt das kleinste Ergebnis.
 b) 1 B ergibt das größte Ergebnis. 2 A ergibt das kleinste Ergebnis.

Begründung:

Das Produkt zweier negativer Zahlen ergibt eine positive Zahl. Wird von einer negativen Zahl eine negative Zahl subtrahiert, ist das Ergebnis größer als der Minuend. Wird zu einer negativen Zahl eine negative Zahl addiert, dann ist das Ergebnis kleiner als der erste Summand.

8

	a	b	Wert des Terms		
			a - b	a · b	a : b
a)	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	3
b)	-2	-1	-1	2	2
c)	$-\frac{7}{2}$	$\frac{3}{4}$	$-4\frac{1}{4}$	$-2\frac{5}{8}$	$-4\frac{2}{3}$
d)	$4\frac{9}{10}$	5	$-\frac{1}{10}$	$24\frac{1}{2}$	$\frac{49}{50}$
e)	$-\frac{3}{4}$	1	$-1\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$

- 9 a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ a) $-7 + \frac{1}{7} \cdot 49$ c) $\frac{1}{2} \cdot \left[-\frac{1}{3}\right] - \left[-\frac{1}{6}\right]$

- 10 a) Der Temperaturunterschied von -6°C und $+7^\circ\text{C}$ beträgt 13°C .
 b) Der Temperaturunterschied von $+3^\circ\text{C}$ und -8°C beträgt 11°C .
 c) Der Temperaturunterschied von -5°C und -12°C beträgt 7°C .
 d) Der Temperaturunterschied von -19°C und -11°C beträgt 8°C .
 e) Der Temperaturunterschied von -15°C und -21°C beträgt 6°C .
 f) Der Temperaturunterschied von -5°C und $+18^\circ\text{C}$ beträgt 23°C .

- 11 a) Die Aussage ist wahr. Die Addition zweier negativer Zahlen ergibt die negative Summe der Beträge, welche immer negativ ist.
 b) Die Aussage ist wahr, wenn der Divisor nicht Null ist.
 c) Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $-5 + 4 = -1 < 0$
 d) Die Aussage ist wahr. Bei der Multiplikation ergeben zwei gleiche Vorzeichen immer ein positives Ergebnis.

- 12 a) $(66,8 + 21,2) : (-0,88) = 88 : (-0,88) = 8800 : (-88) = -100$
 b) $\left[\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right] : \frac{1}{40} = \left[\frac{16}{20} - \frac{15}{20}\right] : \frac{1}{40} = \frac{1}{20} : \frac{1}{40} = \frac{1}{20} \cdot \frac{40}{1} = 2$
 c) $-10 + \frac{1}{7} \cdot \frac{343}{2} = -10 + \frac{49}{2} = -10 + 24\frac{1}{2} = 14\frac{1}{2}$

- 13 Hinweis: In der 1. Auflage befindet sich ein Fehler bei h).

- a) $-\frac{3}{8}$ b) -1 c) -30,3 d) $-\frac{2}{21}$ e) 0 f) 1,9
 g) 10 h) 1 i) $\frac{1}{2}$ j) -112 k) $\frac{1}{15}$ l) -500

- 14 a)** Hier wurde die „Punkt-vor-Strich-Rechnung“ nicht beachtet.
Richtige Lösung: $12,5 - 67,45 = -54,95$
- b)** Hier wurde das Distributivgesetz nicht richtig angewendet.
Richtige Lösung: $(-5,4) \cdot (2,5 + 1) = -18,9$
- c)** Hier wurde die „Punkt-vor-Strich-Rechnung“ nicht beachtet.
Richtige Lösung: $-1,7 - \frac{7}{16} + \frac{1}{8} = -2\frac{1}{80}$
- d)** Hier wurde die (-2) nicht richtig ausgeklammert.
Richtige Lösung: $-2 \cdot (4,6 + 12,7) = -34,6$
- 15 a)** $48 : (-2) = -24$ $12,5 \cdot (-2) = -25$
 $20 : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) = 20 : \frac{1}{20} = 400$ $1 \cdot \frac{3}{1} = 3$
- b)** $(-0,5 + 0,8) \cdot \frac{10}{3} = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{3} = 1$ $(72 - 144) \cdot \frac{5}{36} = -10$
 $(0,8 - 1,5) \cdot (-0,1)^2 = -0,007$ $(75 - 150 + 275) \cdot 0,005 = 1$
- c)** $2\frac{1}{3} - 12\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = -10 - \frac{1}{4} = -10\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} : \left(\left(\frac{1}{2} : \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}$
 $-2 + \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{2}\right) = -3,5$ $\frac{21}{4} - \frac{2^2 + 7}{4} = \frac{21}{4} - \frac{11}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$
- d)** $\left(0,2 + \frac{2}{3}\right) : \frac{8}{90} = 9,75$ $(1 + 0,1)^2 - 1,9^2 = 1,1^2 - 3,61 = 1,21 - 3,61 = -2,4$
 $\frac{3}{4} - 2 \cdot \left(0,75 - \frac{1}{2}\right) = 0,75 - 2 \cdot 0,25 = 0,25$ $\frac{1}{4} \cdot (114 - 42 - 52) = 5$
- 16** Der Punkt mit den Koordinaten $(-2,5 | -4,2)$ liegt näher an der x-Achse und weiter entfernt von der y-Achse als der Punkt mit $(-4,2 | -2,5)$. Der Punkt mit den Koordinaten $(-4,2 | -2,5)$ liegt näher an der y-Achse und weiter entfernt von der x-Achse als der Punkt mit $(-2,5 | -4,2)$.
- 17 a)** **1** 39927 **2** 899 **3** 1599 **4** 2499
Das Ergebnis ist immer eins weniger als der volle Hunderter.
- b)** **1** 396 **2** 896 **3** 1596 **4** 2496
Das Ergebnis ist immer vier weniger als der volle Hunderter.
- c)** $13 \cdot 7 = 91 = 100 - 9 = 10^2 - 3^2$; Bei den Produkten ist der eine Faktor immer ein Vielfaches von 10 minus einer Zahl, während der andere Faktor immer ein Vielfaches von 10 plus derselben Zahl ist. Somit muss man das Vielfache von 10 quadrieren und das Quadrat der Differenzzahl abziehen.
- d)** **1** 384 **2** 375 **3** 891 **4** 1584
- 18 a)** $993,72 \text{ m}^2$; Fläche eines Rechtecks, bei dem drei Ecken (47,3 m in der ersten und 65,5 m bzw. 48,6 m in der zweiten Richtung) und eine Kantenlänge (11,5 m) gegeben sind.
- b)** $-49,35 \text{ €}$; Zwei Geschäftspartner teilen die Einnahmen von 456,20 € und die Ausgaben von 555,20 € am Ende des Tages auf.
- c)** $-1,0^\circ\text{C}$; Temperaturmittelwert im Verlauf von fünf Tagen.

9

-	7,2	-14,8	$-\frac{5}{8}$	+12,34
-15,7	-22,9	-0,9	-15,075	-28,04
+4,6	-2,6	+19,4	+5,225	-7,74
$-\frac{9}{10}$	-8,1	+13,9	$-\frac{11}{40}$	-13,24
2,78	-4,42	+17,58	+3,405	-9,56

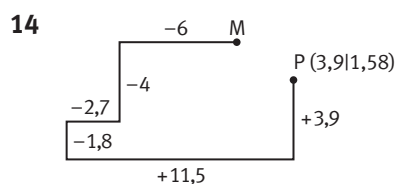
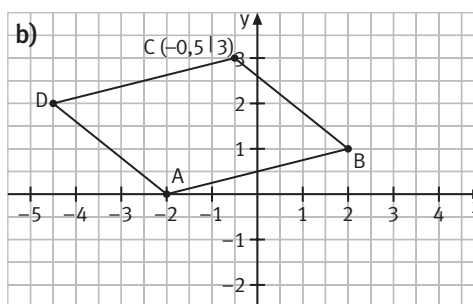
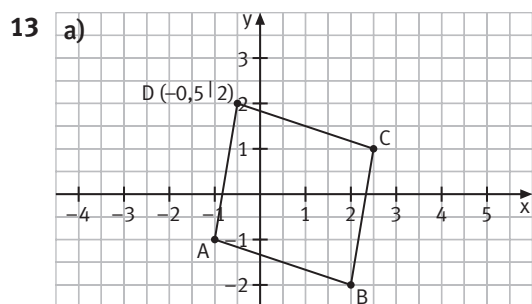
10

.	-3,5	+9,8	-0,6	-17,1
-6,7	+23,45	-65,66	+4,02	+114,57
-7,5	+26,25	-73,5	+4,5	+128,25
$+\frac{1}{4}$	-0,875	+2,45	-0,15	-4,275

11

:	-2,1	+5	$-\frac{3}{4}$	-3,5
220,5	-105	+44,1	-294	-63
-15,75	+7,5	-3,15	+21	+4,5
-94,5	+45	-18,9	+126	+27

- 12 a) $(-5) \cdot 3,5 + (-5) \cdot 4,5 = (-5) \cdot 8 = -40$
 b) $36,7 + (-12,9) + (-6,7) - 5,1$
 $= 36,7 - 6,7 + (-12,9 - 5,1) = 30 - 18 = 12$
 c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \left(-\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) = -\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = -1\frac{5}{24}$
 d) $-22,1 \cdot 98 + 5,6 \cdot (-98) = -27,7 \cdot 98 = -2714,6$
 e) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot (-14,7) - \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot (-14,7) = -14,7 \cdot \frac{7}{12}$
 $= -8,575 \left[= -8\frac{23}{40} \right]$



x-Koordinate: $3,9 - (+11,5) - (-2,7) - (-6) = 1,1$
 y-Koordinate: $1,58 - (+3,9) - (-1,8) - (-4) = 3,48$
 Max ist vom Punkt M (1,1 | 3,48) gestartet.

Aufgaben für Lernpartner

- A** Die Aussage ist richtig.
- B** Die Aussage ist falsch. Beispiel: $-\frac{3}{4}$ ist eine rationale, aber keine ganze Zahl.
- C** Die Aussage ist falsch. Die Null ist weder positiv noch negativ.
- D** Die Aussage ist richtig.
- E** Die Aussage ist falsch. $-38,2$ liegt weiter links auf der Zahlengeraden als $-37,2$, weshalb es auch einen größeren Abstand zur Null hat.
- F** Die Aussage ist richtig für zwei verschiedene rationale Zahlen. Man kann z. B. stets die Zahl in der Mitte der beiden Zahlen nehmen.
- G** Die Aussage gibt eine mögliche Vorgehensweise an.
- H** Die Aussage ist richtig.
- I** Die Aussage ist falsch. Treffen zwei Minuszeichen aufeinander, dann kann man sie durch ein Pluszeichen ersetzen.
- J** Die Aussage ist falsch. Die beiden Gesetze gelten für die alleinige Multiplikation und die alleinige Addition rationaler Zahlen.
- K** Die Aussage ist richtig. Jedes Ausklammern kann man durch Ausmultiplizieren rückgängig machen.
- L** Die Aussage ist falsch. Man kann die Division durch eine rationale Zahl durch die Multiplikation mit ihrem Kehrwert ersetzen. Beispiel: $15 : \left(-\frac{3}{4}\right) = 15 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$
- M** Die Aussage ist falsch. Der Punkt $(-2|2)$ liegt im II. Quadranten und hat eine positive y-Koordinate.