K1/5 **1** $896 - 196 \cdot \left(-\frac{1}{14}\right) = 896 + 14 = 910$

a) Der Termwert wird also (um 960) kleiner, denn der Termwert wird durch die letzte Rechenoperation (Multiplikation) negativ. Termwert: –50.

b) Der Termwert wird also (um 28) kleiner, denn man subtrahiert von 896 die Zahl 14 anstelle sie zu addieren. Termwert: 882.

c) Der Termwert wird also (um 2730) größer, denn man multipliziert –196 mit –14 und erhält somit eine positive Zahl, die man zu 896 addiert. Termwert: 3640.

K5 **2** **a)** $2xy - 3x^2 + 7xy + 5x^2 = 9xy + 2x^2 = x(9y + 2x)$

b) $(a - 2a) - (3a - 5a) = a - 2a - 3a + 5a = a$

c) $2b(a - 1) - 2ab + 5b = 2ab - 2b - 2ab + 5b = 3b$

d) $(2a - 5)(2a + 7) - (-4a + 11) = 4a^2 + 14a - 10a - 35 + 4a - 11 = 4a^2 + 8a - 46$

e) $-2[4(a - b) - 3(b - 7a)] + (a - b) \cdot 50 = -2[4a - 4b - 3b + 21a] + 50a - 50b$
$= -2[25a - 7b] + 50a - 50b = -50a + 14b + 50a - 50b = -36b$

f) $\frac{1}{10}(a - b) + \frac{2}{5}(b - 3a) - (13b - 11a) : 10 = 0{,}1a - 0{,}1b + 0{,}4b - 1{,}2a - 1{,}3b + 1{,}1a = -b$

g) $(2x + y)(x - y) + 2x^2 - (4x - y)(2y + x) = 2x^2 - 2xy + xy - y^2 + 2x^2 - (8xy + 4x^2 - 2y^2 - xy)$
$= 4x^2 - xy - y^2 - 8xy - 4x^2 + 2y^2 + xy = -8xy + y^2 = y(y - 8x)$

h) $5(x - y)(x + y) - 7y(x - y) = 5(x^2 - y^2) - 7xy + 7y^2 = 5x^2 - 5y^2 - 7xy + 7y^2 = 5x^2 - 7xy + 2y^2$

K2/6 **3** Der Nenner muss ein Teiler des Zählers sein:
$1000 = 2^3 \cdot 5^3$ und $T_{1000} = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 25; 40; 50; 100; 125; 200; 250; 500; 1000\}$.
Da der Nenner x^2 ist, wählt man die Quadratzahlen aus der Teilermenge: 1, 4, 25, 100.
Dann gilt $x \in \{-10; -5; -2; -1; 1; 2; 5; 10\}$.

K2/4 **4** **a)**

Schritt	1	2	3	4	5	6	7	8
Abbildung 1	2	6	12	20	30	42	56	72
Abbildung 2	5	7	9	11	13	15	17	19

b) Abbildung 1: Die Schrittzahl wird mit ihrem Nachfolger multipliziert.
Ein zugehöriger Term lautet $T_1(n) = n \cdot (n + 1)$.
Abbildung 2: Zur Zahl 3 wird zweimal die Schrittzahl addiert.
Ein zugehöriger Term lautet $T_2(n) = 3 + 2n$.

K5 **5** **a)** $17 \cdot 4 + a = 99$
$68 + a = 99 \quad | - 68$
$a = 31$

b) $99 - a$ muss ein Vielfaches der Zahl 17 sein.
$V_{17} = \{17; 34; 51; 68; 85; \dots\}$
Damit gilt $a \in \{14; 31; 48; 65; 82\}$, denn $99 - 85 = 14$; $99 - 68 = 31$ usw.

c) $99 - a$ muss eine negative Zahl sein, die durch 17 teilbar ist und ein einstelliges Ergebnis liefert.
$99 - a$ muss als Wert somit ein Element aus der Menge $\{-17; -34; -51; -68; -85; -102; -119; -136; -153\}$ besitzen. Damit folgt $a \in \{116; 133; 150; 167; 184; 201; 218; 235; 252\}$.

K5 **6** b: Breite des Quaders
Länge des Quaders: $b + 12{,}5\,\text{cm}$
Höhe des Quaders: $\frac{1}{5}b$
$V = b \cdot (b + 12{,}5\,\text{cm}) \cdot \frac{b}{5} = (b^2 + 12{,}5\,\text{cm} \cdot b) \cdot \frac{b}{5} = \frac{1}{5}b^3 + 2{,}5\,\text{cm} \cdot b^2$ oder $V = \frac{1}{5}b^2(b + 12{,}5\,\text{cm})$

K5/6 **7** $8x - x \cdot 6 = 2x$

Das Ergebnis ist das Doppelte der gedachten Zahl. Ähnliche Rätsel: Individuelle Lösungen

K4/5 **8** **a)**
$$\begin{aligned} x + 2x + 2{,}5x &= 22\,\text{cm} \\ 5{,}5x &= 22\,\text{cm} \quad &|:5{,}5 \\ x &= 4\,\text{cm} \end{aligned}$$
Die Seiten sind 4 cm, 8 cm und 10 cm lang.

b)
$$\begin{aligned} [x + (x + 5\,\text{cm})] \cdot 2 &= 82\,\text{cm} \\ [2x + 5\,\text{cm}] \cdot 2 &= 82\,\text{cm} \\ 4x + 10\,\text{cm} &= 82\,\text{cm} \quad &|-10\,\text{cm} \\ 4x &= 72\,\text{cm} \quad &|:4 \\ x &= 18\,\text{cm} \end{aligned}$$
Die Seiten sind 18 cm und 23 cm lang.

K5 **9** **a)**
$$\begin{aligned} 2x - 7 &= 4x + 3 \quad &|-2x-3 \\ -10 &= 2x \quad &|:2 \\ -5 &= x \end{aligned}$$
$x \notin \mathbb{N} \Rightarrow L = \{\,\}$

b)
$$\begin{aligned} 6(2x-1) &= -6(1-2x) \\ 12x - 6 &= -6 + 12x \quad &|-12x \\ -6 &= -6 \quad &|+6 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$
wahre Aussage $\Rightarrow L = \mathbb{Z}$

c)
$$\begin{aligned} 15 - 2(7-x) &= 6 + 2x \\ 15 - 14 + 2x &= 6 + 2x \quad &|-2x \\ 1 &= 6 \end{aligned}$$
falsche Aussage $\Rightarrow L = \{\,\}$

d)
$$\begin{aligned} 6(5x-1) + 12x &= -168 \\ 30x - 6 + 12x &= -168 \quad &|+6 \\ 42x &= -162 \quad &|:42 \\ x &= -3\tfrac{6}{7} \end{aligned}$$
$x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow L = \{\,\}$

e)
$$\begin{aligned} 18x &= 4\left(\tfrac{3}{2}x - 42\tfrac{3}{4}\right) \\ 18x &= 6x - 171 \quad &|-6x \\ 12x &= -171 \quad &|:12 \\ x &= -14{,}25 \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$
$L = \{-14{,}25\}$

f)
$$\begin{aligned} (x-2)(x-5) - (x-1)(1-x) &= 2x^2 + 2 \\ x^2 - 5x - 2x + 10 - (x - x^2 - 1 + x) &= 2x^2 + 2 \\ x^2 - 7x + 10 - 2x + x^2 + 1 &= 2x^2 + 2 \quad &|-2x^2 \\ -9x + 11 &= 2 \quad &|-2 \\ -9x + 9 &= 0 \quad &|+9x \\ 9 &= 9x \quad &|:9 \\ x &= 1 \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$
$L = \{1\}$

g)
$$\begin{aligned} 3(x+2)(x+3) &= (6+3x)(x+3) \\ 3(x^2 + 3x + 2x + 6) &= 6x + 18 + 3x^2 + 9x \\ 3x^2 + 9x + 6x + 18 &= 15x + 18 + 3x^2 \quad &|-3x^2 \\ 15x + 18 &= 15x + 18 \quad &|-15x-18 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$
wahre Aussage $\Rightarrow L = \mathbb{Z}$

h)
$$\begin{aligned} 2\left(3x + \tfrac{1}{4}\right) &= x + 8(x-3) \\ 6x + 0{,}5 &= x + 8x - 24 \\ 6x + 0{,}5 &= 9x - 24 \quad &|+24-6x \\ 24{,}5 &= 3x \quad &|:3 \\ x &= \tfrac{49}{6} \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$
$L = \left\{\tfrac{49}{6}\right\}$

K2/4 **10**
$$\begin{aligned} 180° &= \alpha + n\alpha + 2n\alpha \\ 180° &= \alpha + 3n\alpha \\ 180° &= \alpha(1+3n) \quad &|:(1+3n) \\ \frac{180°}{1+3n} &= \alpha \end{aligned}$$
$1 + 3n$ muss somit ein Teiler von 180° sein:

$T_{180} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 36; 45; 60; 90; 180\}$, also $n \in \{1; 3\}$.

a) Ja, wenn n = 1 gilt. Denn dann betragen die Winkelgrößen 45°, 45° und 90°.

b) Ja, wenn n = 3 gilt. Denn dann betragen die Winkelgrößen 18°, 54° und 108°.

c) Nein, denn jeder Winkel müsste 60° betragen.
Dies ist aufgrund der Definition der Winkel nicht möglich.

K5 **11** Arithmetisches Mittel aller Bewertungspunkte: $\frac{8{,}5 + 19{,}1 + 9{,}9 + 8{,}0 + 4{,}5}{5} = \frac{50}{5} = 10$

Arithmetisches Mittel ohne den größten und kleinsten Wert: $\frac{8{,}5 + 9{,}9 + 8{,}0}{3} = \frac{26{,}4}{3} = 8{,}8$

Prozentuale Änderung: $p = \frac{10 - 8{,}8}{10} = \frac{1{,}2}{10} = 0{,}12$

Der Wert des arithmetischen Mittels wird um 12 % kleiner.

K3/4 **12** **a)** $p = \frac{7380{,}25\,€}{27\,850{,}00\,€} = 0{,}265 = 26{,}5\,\%$

Der Käufer muss 26,5 % anzahlen.

b) $P = 27\,850\,€ \cdot \frac{2}{100} = 557\,€$

$(27\,850\,€ + 557\,€ - 7380{,}25\,€) : 399\,€ = 21\,026{,}75\,€ : 399\,€ \approx 52{,}7$

Die Laufzeit des Kredits beträgt 53 Monate, der Kredit ist also in vier Jahren (48 Monate) noch nicht abbezahlt.

K4/6 **13** Individuelle Lösungen. Es können z. B. Piktogramme, Balken- oder Säulendiagramme gezeichnet werden. Es kann entweder die Einwohnerzahl in Millionen oder der Anteil in % an der Weltbevölkerung abgetragen werden.

Aus der Darstellung der Anteile in % kann keine Gesamtbevölkerungszahl und keine Bevölkerungszahl je Kontinent abgelesen werden.

Je nach Skaleneinteilung erfolgt das Ablesen der Werte mehr oder weniger genau. Gleiches gilt für die Symbolauswahl in Piktogrammen.

K2/5 **14** Lauras Rechteck:

$A_L = (8\,\text{cm} + 8\,\text{cm} \cdot 0{,}1) \cdot (2\,\text{cm} + 2\,\text{cm} \cdot 0{,}1) = 8{,}8\,\text{cm} \cdot 2{,}2\,\text{cm} = 19{,}36\,\text{cm}^2$

Josias’ Rechteck:

$A_J = (8\,\text{cm} - 8\,\text{cm} \cdot 0{,}1) \cdot (2\,\text{cm} - 2\,\text{cm} \cdot 0{,}1) = 7{,}2\,\text{cm} \cdot 1{,}8\,\text{cm} = 12{,}96\,\text{cm}^2$

$p = \frac{19{,}36\,\text{cm}^2 - 12{,}96\,\text{cm}^2}{12{,}96\,\text{cm}^2} = \frac{6{,}4\,\text{cm}^2}{12{,}96\,\text{cm}^2} \approx 0{,}4938 = 49{,}38\,\%$

Lauras Rechteck hat einen um etwa 49,38 % größeren Flächeninhalt.

K3/4 **15** **a)** Anzahl der Mitglieder 2018: 64 + 20 = 84

Anzahl der Mitglieder 2019: 96 + 24 = 120

$p = \frac{120 - 84}{84} = \frac{36}{84} = \frac{3}{7} \approx 42{,}86\,\%$

Der Sportclub hat im Jahr 2019 etwa 42,86 % mehr Mitglieder.

b) Mädchen- und Frauenanteil im Verein 2014:

$\frac{8}{20 + 8} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7} \approx 28{,}57\,\%$

Mädchen- und Frauenanteil im Verein 2019:

$\frac{24}{96 + 24} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 20\,\%$

Betrachtet man den Frauenanteil der Jahre 2014 und 2019, so ist die Behauptung nicht richtig, denn der Mädchen- und Frauenanteil an der Gesamtmitgliederzahl sinkt um etwa 8,6 %.

Bezieht man sich auf die Jahre 2018 (Mädchen- und Frauenanteil von $\frac{20}{84} \approx 23{,}80\,\%$) und 2019, so kann auch hier die Behauptung nicht bestätigt werden.

K4/6 **16** **a)** Die rote Kurve stellt den Temperaturverlauf dar, da die Kurve der Niederschlagsmenge per Definition keine negativen Werte annehmen kann.

b) höchste Temperatur: ca. 9° — tiefste Temperatur: ca. –18°

höchste Niederschlagsmenge: ca. 25 mm — niedrigste Niederschlagsmenge: ca. 4 mm

c) Individuelle Lösungen

K 5/6 **17 a)**

$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{Q}^+$	Menge der positiven rationalen Zahlen
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Z}\setminus\{0\}$	Menge der ganzen Zahlen ohne null
$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen und null

b)

Die Zahl … gehört zu	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Q}^+$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}\setminus\{0\}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{N}_0$
1	X	X	X	X	X	X
$0{,}\overline{7}\left(=\frac{7}{9}\right)$		X			X	
$-5{,}3$					X	
77	X	X	X	X	X	X
$-\frac{3}{37}$					X	
$-\frac{529}{23}\ (=-23)$			X	X	X	
$\frac{0}{11}\ (=0)$			X		X	X

K 1/6 **18 a)** Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°. Somit ist das Dreieck nicht konstruierbar, da die Summe der Winkel α und β bereits 200° beträgt.

b) Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°. Somit ist das Dreieck nicht konstruierbar, da die Summe der Winkel β und γ bereits 180° beträgt.

c) Das Dreieck ist nach dem Kongruenzsatz WSW eindeutig konstruierbar.

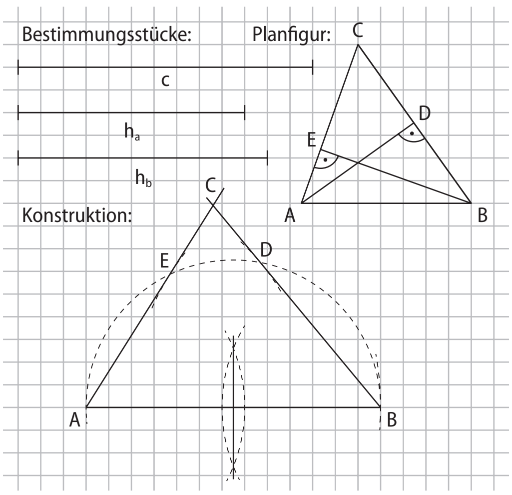
d) Das Dreieck ist nach dem Kongruenzsatz SSS eindeutig konstruierbar.

e) Das Dreieck ist nicht eindeutig konstruierbar. Es ist zwar in seiner Form festgelegt, aber nicht in seiner Größe.

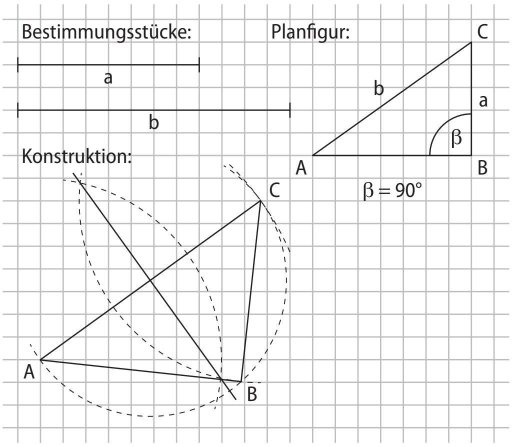
f) Zwar sind die drei Dreiecksseiten gegeben, aber es gilt $a > b + c$.
Deswegen ergeben die vorgegebenen Größen kein Dreieck.

K 4/6 **19 a)** Die Punkte A und B sind durch die Strecke c festgelegt. Der Punkt D (bzw. E) liegt
1. auf dem Thaleskreis über $\overline{AB}$ als Durchmesser
2. auf dem Kreis um den Mittelpunkt A (bzw. B) mit Radiuslänge h_a (bzw. h_b).

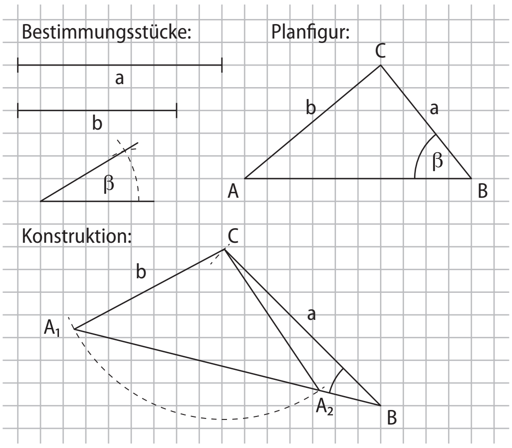
Der Punkt C liegt
1. auf der Halbgeraden [AE
2. auf der Halbgeraden [BD.



b) Die Punkte A und C sind durch die Strecke b festgelegt. Der Punkt B liegt
1. auf dem Thaleskreis über $\overline{AC}$ als Durchmesser
2. auf dem Kreis um den Mittelpunkt C mit Radiuslänge a.



c) Überlegungen zur Konstruktion:
Die Punkte B und C sind durch die Strecke a festgelegt.
Der Punkt A liegt
1. auf dem freien Schenkel des im Punkt B an $\overline{CB}$ angetragenen Winkels β
2. auf dem Kreis um den Mittelpunkt C mit Radiuslänge b.
Hinweis: Es ergeben sich **zwei** Lösungsdreiecke, A_1BC und A_2BC.



1 Funktionale Zusammenhänge

Einstieg

Die Auftaktseite eines Kapitels enthält zwei verschiedene Elemente:
Zunächst werden die Schüler mit einem offenen Einstiegsbeispiel an das neue Kapitel herangeführt. Zentral ist dabei immer der Anwendungsbezug: Kein Lehrplaninhalt ist rein innermathematisch, sodass den Schülern von Beginn an gezeigt werden sollte, dass Mathematik nichts Abstraktes ist, sondern oft im Leben der Schüler vorkommt. In einem Unterrichtsgespräch zur Auftaktseite können viele der kommenden Lerninhalte schon heuristisch erarbeitet, Vermutungen geäußert und Zusammenhänge erschlossen werden.

K3/4

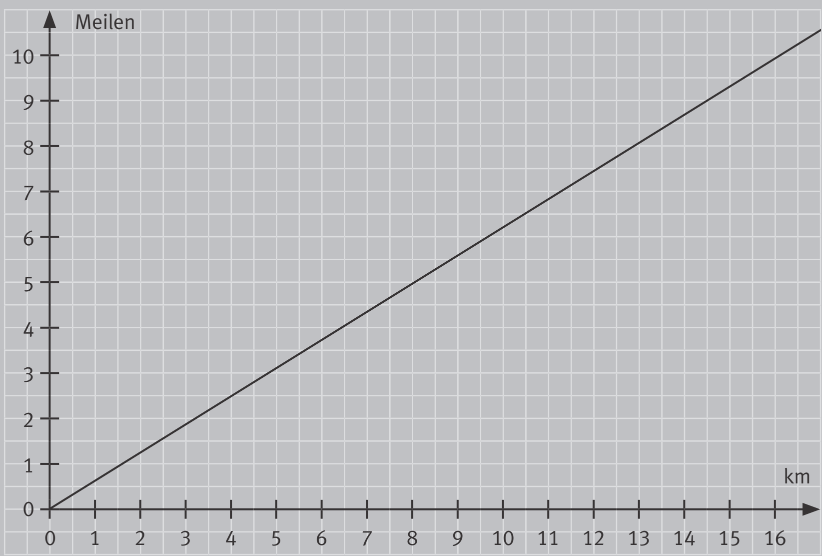
- Die Länge im Plan beträgt etwa 1,7 cm. Dies entspricht einer Länge von 51 km in der Wirklichkeit ($1{,}7\,\text{cm} \cdot 3\,000\,000 = 5\,100\,000\,\text{cm} = 51\,\text{km}$). Die Entfernung kann also bis auf Messungenauigkeiten bestätigt werden.

K3/4

Entfernung zwischen …	km	Meilen
Bamberg – Nürnberg	53	$53 : 1{,}61 \approx 33$
Bamberg – Regensburg	≈ 130	$130 : 1{,}61 \approx 81$
Bamberg – Coburg	≈ 40	$40 : 1{,}61 \approx 25$

K4/5

- $1\,\text{km} \approx 0{,}62$ Meilen
Der Graph ist eine Gerade, die durch den Ursprung verläuft. Verdoppelt, verdreifacht, … sich der x-Wert, so verdoppelt, verdreifacht … sich auch der y-Wert.



Ausblick

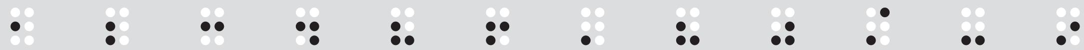
Die Aufzählung am Ende der Seite bietet einen Ausblick auf die wesentlichen Lernziele des Kapitels und schafft so eine hohe Transparenz für Schüler und Lehrer. Durch einen informierenden Unterrichtseinstieg können sich Schüler und Lehrer auf das Kommende einstellen.
Idealerweise wird im Unterricht der Bezug hergestellt zwischen der Einstiegssituation und den im Ausblick angegebenen Lernzielen.

Kap. 1.1

Mit den Fingern lesen: das Braille-System

- K1/6 Die Zuordnung der Punktkombinationen ist eindeutig, da für jeden Buchstaben eine Punktkombination festgelegt ist. Eine 6-Punkte-Zelle ermöglicht 64 verschiedene Kombinationen, wenn man Leerzeichen mit einschließt.
- K6 Mit der Braille-Schrift lassen sich auch Zahlen darstellen. Für die Ziffern 1 bis 10 verwendet man die Buchstaben a bis j und setzt vor die erste Ziffer das so genannte „Zahlzeichen“ .
  Satzzeichen kann man ebenfalls darstellen, z. B.:

  , ; : . ? ! ' " " / – *

  
- K4/6 HEUREKA stammt aus dem Altgriechisch und heißt „Ich habe [es] gefunden.“
  Eine Anekdote berichtet, dass Archimedes unbekleidet und laut „Heureka!“ rufend durch die Stadt gelaufen sei, nachdem er in der Badewanne das nach ihm benannte Archimedische Prinzip entdeckt hatte. Seither wird der freudige Ausspruch verwendet, wenn man ein schwieriges Problem lösen konnte.
- K6 Individuelle Lösungen.
- K6 Individuelle Lösungen. Beispiele: Morsealphabet oder im weitesten Sinn in der Kommunikationswissenschaft jede Form von Sprache, aber auch Emojis in der digitalen Kommunikation.

Kap. 1.2

Mit dem Handbike in den Alpen

- K6 Es handelt sich um ein Höhenprofil der gefahrenen Rundtour, d. h. jedem Streckenkilometer wird seine Höhe (in m) bzgl. des Meeresspiegels zugeordnet.
- K2/4 Oliver hatte auf der Rundtour etwa 1950 Höhenmeter im Aufstieg zu überwinden und ebenso viele Höhenmeter bergab.
- K3/4 Seine Familie kann den Ort nicht eindeutig ermitteln, da Oliver sechs Mal einen Ort in 2000 m Höhe passiert (am ersten, dritten und vierten Berg).
- K2/6 Mit der Rennversion eines Handbikes können geübte Sportler Geschwindigkeiten bis zu 40 $\frac{km}{h}$ erreichen. Für sehr gut trainierte Handbike-Fahrer ist dies eine Tagestour.

Kap. 1.3

Monoskiabfahrt

K2/6
- Das Sportgerät trägt offiziell den Namen „Monoskibob“. Monoskibobfahrer verwenden anstelle von Skistöcken spezielle Unterarmstützen, die am unteren Ende mit kleinen Skiern ausgestattet sind. Sie dienen der Stabilisierung beim Skifahren und zum Anschieben im ebenen Gelände. 1988 durften Monoskibobfahrer erstmals an paralympischen Spielen teilnehmen.
  Es werden Wettkämpfe in den gängigen alpinen Disziplinen Abfahrt, Super-Kombination, Super-G, Slalom und Riesenslalom bestritten.

K1/4
- Im Teilabschnitt A ist das Gefälle am größten, da dieser Abschnitt am steilsten fällt. In 200 m Fahrstrecke überwindet man 200 Höhenmeter.

K3/6
- Das Ziel wird nach einer Fahrstrecke von etwa 2900 m erreicht und liegt 1000 m niedriger als der Startpunkt.

K5/6
- Man benötigt zwei Punkte, die auf dem Teilabschnitt D liegen. Alternativ genügt ein Punkt des Teilabschnitts D, wenn man dessen Länge und die Anzahl der zurückgelegten Höhenmeter kennt.

K1/3
- Da das Gefälle im Abschnitt A am größten ist, kann dort auch die meiste Geschwindigkeit aufgenommen werden.

Kap. 1.4

Sprinten im Rollstuhl

K3/4
- Den ersten Platz belegt der Rollstuhlsprinter im gelben Trikot. Den zweiten Platz belegt der Rollstuhlsprinter im blauen Trikot. Dritter wird der Sprinter im roten Trikot und den vierten Platz belegt der Sprinter im grünen Trikot.

K1/4
- Am schnellsten begonnen hat der Sprinter, dessen Fahrt durch den grünen Graphen beschrieben wird. Er hat z. B. am schnellsten die ersten 20 m zurückgelegt.

K2/6
- Es könnte z. B. sein, dass der Sprinter abgerutscht ist, damit seinen Rhythmus verloren hat und dann langsamer weitergefahren ist.

K4/6
- Der Fahrer im blauen Trikot fährt über die gesamte Distanz mit konstanter Geschwindigkeit, denn der Graph ist eine Gerade. In der Realität ist dies ab dem Start nicht ganz zu leisten, da der Rollstuhl erst beschleunigen muss.
  Der Fahrer im roten Trikot beginnt das Rennen zunächst langsam und erhöht seine Geschwindigkeit dann immer weiter.

K3/6
- Die Steigung des blauen und des gelben Graphen beschreiben die (konstante) Geschwindigkeit der beiden Rollstuhlsprinter über die Renndistanz.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 12

Entdecken

K3/4
- A: 180 – Zum Punkt A hin war die größte Steigung zu überwinden.
  B: 110 – Bei der Abfahrt muss Boris sich weit weniger anstrengen.
  C: 160 – Boris muss noch einen Anstieg bewältigen, was den Puls wieder steigen lässt.

K3/6
- Individuelle Lösungen.
  Beispiele: zurückgelegte Strecke $\mapsto$ Zeit; Anzahl abgegebener Schüsse $\mapsto$ Anzahl der Treffer

Nachgefragt

K1/3
- Man kann die beiden Größen vertauschen, da die Zuordnung eindeutig ist; jedem Eurobetrag ist eindeutig ein Betrag in TRY zugeordnet und umgekehrt. Würde man die Größen in Beispiel II vertauschen, wäre die Zuordnung nicht mehr eindeutig, da sowohl Laura als auch Sophie beide das Sternzeichen Stier besitzen.

K1/4
- Individuelle Lösungen.
  Beispiele: Jahr $\mapsto$ Bevölkerungszahl eines Landes; Jahr $\mapsto$ Stromverbrauch einer Familie

Aufgaben

K1/3

1 **a)** Daten vom 10.02.2020

① Individuelle Lösungen, z. B.

München $\mapsto$ 1 471 508 (Stand 2018)
Bamberg $\mapsto$ 77 592 (Stand 2018)
Nürnberg $\mapsto$ 518 365 (Stand 2018)

② Individuelle Lösungen, z. B.

Georg $\mapsto$ Müller
Hans $\mapsto$ Meier
Lisa $\mapsto$ Schneider

③ Individuelle Lösungen, z. B.

eine Eiskugel $\mapsto$ 1,20 €
zwei Eiskugeln $\mapsto$ 2,40 €
drei Eiskugeln $\mapsto$ 3,60 €

b) ① Vertauscht man die Ausgangsgröße und die zugeordnete Größe, so ist die Zuordnung nicht mehr eindeutig. Zwei Städte könnten die gleiche Einwohnerzahl besitzen.

② Vertauscht man die Ausgangsgröße und die zugeordnete Größe, so ist die Zuordnung nicht mehr eindeutig. Eine Familie besitzt z. B. den gleichen Familiennamen, die Familienmitglieder haben jedoch unterschiedliche Vornamen.

③ Vertauscht man die Ausgangsgröße und die zugeordnete Größe, so ist die Zuordnung weiterhin eindeutig. Jedem Preis kann eine Anzahl an Eiskugeln zugeordnet werden.

c) Individuelle Lösungen. Beispiele:

① Die Zuordnung kann sowohl in einer Tabelle als auch in einem Diagramm übersichtlich dargestellt werden.

② Die Zuordnung kann in einer Tabelle übersichtlich dargestellt werden.

③ Die Zuordnung kann in einer Tabelle oder in einem Diagramm übersichtlich dargestellt oder durch einen Term beschrieben werden.

K3 **2 a)**

Dollar $	1	2	3	4	5	9	10	20	30	40
Euro €	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	8,10	9,00	18,00	27,00	36,00

b)

Erdbeeren in g	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Preis in €	0,24	0,48	0,72	0,96	1,20	1,44	1,68	1,92	2,16	2,40

Beispiel für Beschreibung: 100 g Erdbeeren kosten 48 ct.

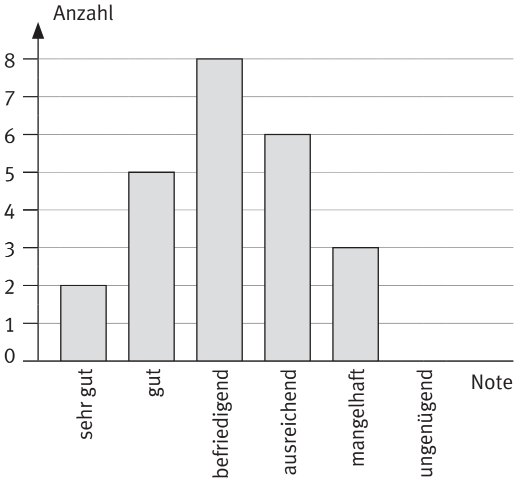
c)

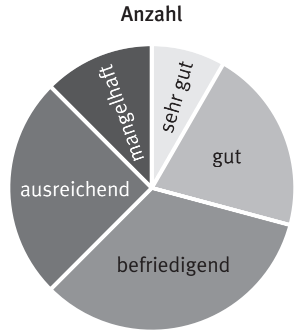
Anzahl der Stufen	1	2	3	4	5	9	10	20	30	40
Höhe in cm	16	32	48	64	80	144	160	320	480	640

Bei einer Höhe von 27,2 dm braucht man 17 Stufen.
Bei einer Höhe von 368 cm braucht man 23 Stufen.

K4/6 **3 a)** Der Ausgangsgröße *Note* wird die Größe *Anzahl der Schüler* zugeordnet.

b)





K3/4 **4 a)**

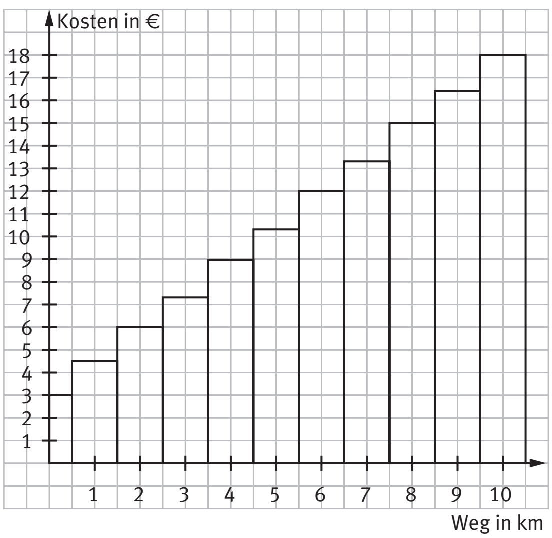
Haarfarbe	lila	blond	rot	braun	schwarz
Anzahl der Schüler	1	12	2	7	4

b) Individuelle Lösungen.

K4/5 **5 a)**

Weg in km	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kosten in €	3,00	4,50	6,00	7,50	9,00	10,50	12,00	13,50	15,00	16,50	18,00

b) T (x) = 3,00 € + x · 1,50 €



c) 21 € = 3,00 € + x · 1,50 € | – 3,00 €
18 € = x · 1,50 € | : 1,50 €
12 = x
x = 12
Man kann für 21 € mit dem Taxi 12 km weit fahren.

Werkzeuge

Zuordnungen im Tabellenkalkulationsprogramm

K 6

- 1 1202 überlegte sich Fibonacci ein idealisiertes Schema für die Fortpflanzung von Kaninchen und stellte die Frage, wie viele Kaninchenpaare es nach einem Jahr gibt.
  Die idealisierten Bedingungen sind:
  a) Das Szenario beginnt jeweils mit einem neugeborenen weiblichen und einem neugeborenen männlichen Kaninchen.
  b) Ein Kaninchen wird nach einem Monat geschlechtsreif.
  c) Die Tragezeit beträgt einen Monat.
  d) Nach Erreichen der Geschlechtsreife gebiert jedes weibliche Kaninchen jeden Monat.
  e) Jedes weibliche Kaninchen gebiert immer ein weibliches und ein männliches Kaninchen.
  f) Kaninchen sind unsterblich.
  Unter diesen Bedingungen kann die Anzahl der Kaninchen auf jeder Stufe der Populationsentwicklung mithilfe einer Fibonacci-Zahl beschrieben werden.
  Kennzeichnet man in einer Sonnenblume die links- und rechtsdrehenden Spiralarme, so erhält man 34 links- und 55 rechtsdrehende Spiralarme. Dies sind zwei aufeinanderfolgende Fibonacci-Zahlen.

  2 Individuelle Lösungen. Beispiele: Blätter oder Fruchtstände vieler Pflanzen sind in Spiralen angeordnet, deren Anzahlen Fibonacci-Zahlen entsprechen. Die Anzahl der Ahnen von Bienendrohnen lassen sich durch eine Fibonacci-Folge beschreiben.

K 5/6

- Um die jeweils nächste Fibonacci-Zahl zu ermitteln, addiert man die beiden vorangegangenen Fibonacci-Zahlen. Die erste Fibonacci-Zahl lautet 1 und ebenso die zweite. Optional könnte man 0 als erste Fibonacci-Zahl setzen.
  Das rekursive Bildungsgesetz lautet: $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$ für $n \geq 2$ mit $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$.

K 4/5

- Individuelle Lösungen (vgl. Diagramm S. 16 im Schulbuch).

K 1/6

- Siehe idealisierte Bedingungen bei Punkt 1.

K2 **6** **a)** Es wird die Höhe über dem Meeresspiegel der zurückgelegten Strecke zugeordnet.

b) Eine genaue Beschreibung ist durch die prozentuale Steigung möglich.

bis km	Streckenlänge in km	Höhendifferenz in m	Steigung
13	13	232	1,8 %
24,5	11,5	207	1,8 %
35	10,5	132	1,3 %
43	8	–423	–5,3 %
53	10	271	2,7 %
62	9	–254	–2,8 %
69,5	7,5	–27	–0,4 %
73	3,5	7	0,2 %
84	11	170	1,5 %
91,5	7,5	–94	–1,3 %
99	7,5	114	1,5 %
104,5	5,5	–139	–2,5 %
112,5	8	20	0,3 %
122	9,5	20	0,2 %
131,5	9,5	485	5,1 %
138	6,5	–6	–0,1 %
146	8	–48	–0,6 %
152,5	6,5	22	0,3 %
159,5	7	6	0,1 %
165,5	6	–150	–2,5 %
174	8,5	–35	–0,4 %
180	6	232	3,9 %
187,5	7,5	126	1,7 %

Diese Beschreibung ist jedoch nicht exakt, da über Strecken von mehreren km gemittelt wird. Das anstrengendste Stück war sicherlich die 9,5 km lange Strecke mit 5,1 % Steigung von Boyne nach Côte de Boyne. Das im Diagramm eingezeichnete letzte Stück mit 7,1 % Steigung ist zwar steiler, jedoch wesentlich kürzer.

c) Nach 33 (68; 107,5; 148,5) km waren die Fahrer auf eine Höhe von 732 (323; 387; 858) m. Ein möglichst exaktes Ergebnis erhält man, indem man den Abstand zum letzten angegebenen Streckenpunkt berechnet und mit der Steigung im nächsten Abschnitt multipliziert. Addiert man die Höhen beim letzten Punkt, so erhält man eine Abschätzung für die aktuelle Höhe:
Bei 33 km: $621\,\text{m} + (33 - 24{,}5)\,\text{km} \cdot 1{,}3\,\% \approx 732\,\text{m}$.

K2/4 **7** **a)** Am 26. 07. 2019 war die Tageshöchsttemperatur mit 34,5 °C am höchsten.

Für Kayans Vorgehen muss man zunächst die Zellen A6 bis B309 markieren. Anschließend fügt man über die Registerkarte *Einfügen* ein Punktdiagramm ein, aus welchem man dann den größten Wert ablesen kann. Hierzu fährt man mit dem Mauszeiger über den größten Wert und erhält die Information über den Tag.

Für Julias Vorgehen muss man ebenfalls zunächst die Zellen A6 bis B309 markieren. Anschließend wechselt man zur Registerkarte *Daten* und klickt auf *Sortieren*. Bei *Spalte Sortieren nach* wählt man *Tageshöchsttemperatur* aus und bei *Reihenfolge Nach Größe (absteigend)* und klickt *Ok*. Der Eintrag mit der größten Tageshöchsttemperatur steht dann in Zelle B6.

Kayans und Julias Vorgehen ist effizienter, da sie aus dem Diagramm bzw. der Tabelle sofort den gesuchten Wert ablesen können.

b) 1 22.04.2019 und 11.07.2019

2 24.01.2019, 03.01.2019, 11.01.2019, 19.01.2019, 21.01.2019, 05.02.2019, 25.01.2019, 20.01.2019, 22.01.2019, 06.02.2019, 23.01.2019 (Tageshöchsttemperaturen in absteigender Ungleichungskette)

3 25.06.2019

K2/4 **8** **a)** Individuelle Lösungen. Beispiel: Die Vorhersage beschreibt, dass die Bevölkerung in Deutschland bis 2024 noch ansteigen und dann kontinuierlich rückläufig sein wird.

Individuelle Lösungen. Beispiel: In einigen Bundesländern verläuft die Entwicklung ähnlich zum Verlauf der vorhergesagten Bevölkerungsentwicklung Deutschlands, z. B. in Hessen. In anderen Bundesländern, z. B. in Berlin oder Hamburg, steigt gemäß der Vorhersage die Bevölkerung entgegen dem Bundestrend.

b) Dies ist in den Jahren 2019–2020 und 2049–2052 der Fall.

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 12

Entdecken

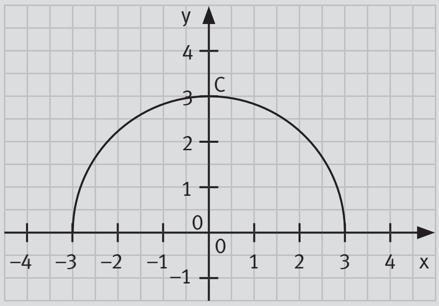
K5/6
- x: Anzahl der kWh; y: entstehende Kosten (in €)
  WindSTROM: $y = 95 + 0{,}22 \cdot x$
  AK-Strom: $y = 80 + 0{,}24 \cdot x$

K1/5
- Bei einem Jahresverbrauch von 2000 kWh ist der Tarif WindSTROM günstiger:
  WindSTROM: $y = 95 + 0{,}22 \cdot 2000 = 535$
  AK-Strom: $y = 80 + 0{,}24 \cdot 2000 = 560$

Nachgefragt

K5/6
- Im Alltag kann der Begriff *Funktion* unterschiedliche Bedeutungen besitzen. Es kann z. B. die Aufgabe oder Wirkweise einer Sache beschrieben werden oder die Aufgabe, die eine Person in einer Organisation innehat.

K1/4
- Ein Halbkreis kann dann Graph einer Funktion sein, wenn jedem x- nur ein y-Wert zugeordnet wird. Dies gilt z. B. in folgendem Fall:



Aufgaben

K1/6 **1** **a)** Die Zuordnung ist eine Funktion, da jede Person zu einem bestimmten Zeitpunkt eine eindeutige Schuhgröße besitzt.
b) Die Zuordnung ist keine Funktion, da jede Lehrkraft eine Vielzahl von Schülern unterrichtet.
c) Die Zuordnung ist eine Funktion, da einer Parkdauer eindeutig eine Parkgebühr zugeordnet wird.

K1/3 **2**

Stadt	Budapest	Hamburg	Kairo	Koblenz	Köln	London
Fluss	Donau	Elbe	Nil	Mosel, Rhein	Rhein	Themse
Land	Ungarn	Deutschland	Ägypten	Deutschland	Deutschland	England
Sprache	Ungarisch	Deutsch	Arabisch	Deutsch	Deutsch	Englisch

Stadt	München	Paris	Passau	Prag	Rom	Wien
Fluss	Isar	Seine	Donau, Inn, Ilz	Moldau	Tiber	Donau, Wien
Land	Deutschland	Frankreich	Deutschland	Tschechien	Italien	Österreich
Sprache	Deutsch	Französisch	Deutsch	Tschechisch	Italienisch	Deutsch

a) Die Zuordnung ist keine Funktion, da manche Städte an mehr als einem Fluss liegen.
b) Die Zuordnung ist eine Funktion.
c) Die Zuordnung ist eine Funktion, wenn man unter „Sprache“ die Landessprache versteht.

K1/4 **3** **a)** Es liegt eine Funktion vor, denn jeder Zahl wird eindeutig ihre Quadratzahl zugeordnet: $y = x^2$.
b) Es liegt eine Funktion vor, denn jeder Zahl wird eindeutig ihre um den Wert 1 vergrößerte Gegenzahl zugeordnet: $y = -x + 1$.

K4/6 **4** **a)**, **c)** und **d)** sind Graphen von Funktionen, da jedem x-Wert der Definitionsmenge nur ein y-Wert zugeordnet wird.

b), **e)** und **f)** sind keine Graphen von Funktionen, da z. B. jeweils dem x-Wert 0,5 mehrere y-Werte zugeordnet werden.

K4/5 **5** **a)**

	–2	–0,5	0	0,1	1	10
$f\colon x \mapsto 2x+3$	–1	2	3	3,2	5	23
$g\colon x \mapsto 100-x^2$	96	99,75	100	99,99	99	0
$h\colon x \mapsto \frac{x^2-1}{x-1{,}5}$	$-\frac{6}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{99}{140}$	0	$\frac{198}{17}$

b) $g(x) = 0 \Leftrightarrow 100 - x^2 = 0 \Leftrightarrow 100 = x^2$

Durch Probieren erhält man $x_1 = -10$ und $x_2 = 10$. $W_g =]-\infty; 100]$

c) P (3 | 6)

$f(3) = 2 \cdot 3 + 3 = 6 + 3 = 9 > 6 \Rightarrow$ P liegt unterhalb von G_f.

$g(3) = 100 - 3^2 = 100 - 9 = 91 > 6 \Rightarrow$ P liegt unterhalb von G_g.

$h(3) = \frac{3^2-1}{3-1{,}5} = \frac{8}{1{,}5} = 5\frac{1}{3} < 6 \Rightarrow$ P liegt oberhalb von G_h.

Q (–5 | –7)

$f(-5) = 2 \cdot (-5) + 3 = -10 + 3 = -7 \Rightarrow$ Q liegt auf G_f.

$g(-5) = 100 - (-5)^2 = 100 - 25 = 75 > -7 \Rightarrow$ Q liegt unterhalb von G_g.

$h(-5) = \frac{(-5)^2-1}{-5-1{,}5} = \frac{25-1}{-6{,}5} = -3\frac{9}{13} > -7 \Rightarrow$ Q liegt unterhalb von G_h.

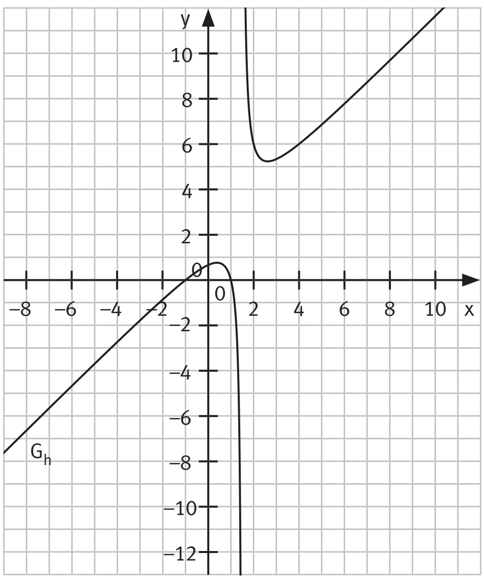
R (9 | 19)

$f(9) = 2 \cdot 9 + 3 = 18 + 3 = 21 > 19 \Rightarrow$ R liegt unterhalb von G_f.

$g(9) = 100 - 9^2 = 100 - 81 = 19 \Rightarrow$ R liegt auf G_g.

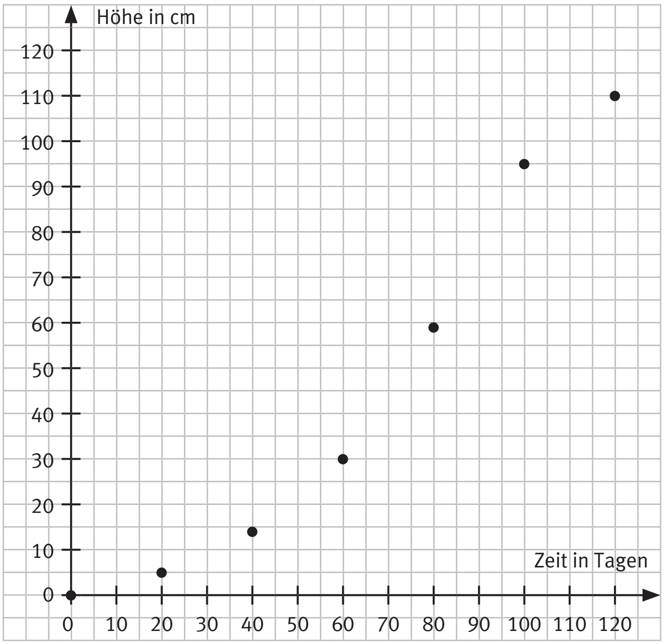
$h(9) = \frac{9^2-1}{9-1{,}5} = \frac{80}{7{,}5} = 10\frac{2}{3} < 19 \Rightarrow$ R liegt oberhalb von G_h.

d) $x = 1{,}5$ muss aus D_h ausgeschlossen werden, da der Term des Nenners für $x = 1{,}5$ den Wert null annimmt und die Division durch null nicht definiert ist.



Links von $x = 1{,}5$ werden die y-Werte in der Nähe von $x = 1{,}5$ beliebig klein, je mehr man sich $x = 1{,}5$ nähert. Rechts von $x = 1{,}5$ werden die y-Werte in der Nähe von $x = 1{,}5$ beliebig groß, je mehr man sich $x = 1{,}5$ nähert.

K1/3 **6** Den angegebenen Tagen wird eindeutig eine Höhe der Pflanzen zugeordnet, so dass die Zuordnung – so wie sie angegeben ist – eine Funktion darstellt. In der Realität könnte die Pflanze zu unterschiedlichen Messzeitpunkten an einem Tag verschiedene Höhen aufweisen.



K5/6 **7** **a)** ① $f: x \mapsto 0{,}5 + 0{,}25x$

$f(0) = 0{,}5 + 0{,}25 \cdot 0 = 0{,}5 \Rightarrow T(0|0{,}5)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}5 = 0{,}25x \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow N(-2|0)$

② $g: x \mapsto 0{,}37x - 111$

$g(0) = 0{,}37 \cdot 0 - 111 = -111 \Rightarrow T(0|-111)$

$g(x) = 0 \Leftrightarrow 111 = 0{,}37x \Leftrightarrow x = 300 \Rightarrow N(300|0)$

③ $f: x \mapsto 9 - 4{,}5x$

$f(0) = 9 + 4{,}5 \cdot 0 = 9 \Rightarrow T(0|9)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 4{,}5x = 9 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow N(2|0)$

④ $g: x \mapsto 2{,}5x + 12{,}5$

$g(0) = 2{,}5 \cdot 0 + 12{,}5 = 12{,}5 \Rightarrow T(0|12{,}5)$

$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2{,}5x = -12{,}5 \Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow N(-5|0)$

⑤ $h(x) = (1 - x)(x + 2{,}5)$; $D_h = \mathbb{N}$

$h(0) = 1 \cdot 2{,}5 = 2{,}5 \notin \mathbb{N}$

$h(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ und $x = -2{,}5 \notin \mathbb{N} \Rightarrow N(1|0)$

⑥ $k: x \mapsto x(3 + x)(4 - 2x)$

$k(0) = 0 \Rightarrow T(0|0)$

$k(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = -3$ und $x_3 = 2 \Rightarrow N_1(0|0)$, $N_2(-3|0)$ und $N_3(2|0)$

⑦ $h: x \mapsto 2x(x^2 + 1)(x - 5)$

$h(0) = 0 \Rightarrow T(0|0)$

$h(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = 5$ ($x^2 + 1 \neq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow N_1(0|0)$ und $N_2(5|0)$

⑧ $k: x \mapsto x(x + 10)(1{,}5x - 3)$, $D_k = \mathbb{Z}$

$k(0) = 0 \Rightarrow T(0|0)$

$k(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = -10$ und $x_3 = 2 \Rightarrow N_1(0|0)$, $N_2(-10|0)$ und $N_3(2|0)$

b) Individuelle Lösungen. Beispiele:

1 N (–2 | 0) liegt auf dem Graphen G_f. Somit liegen A (–2 | 1) oberhalb des Graphen G_f bzw. B (–2 | –1) unterhalb des Graphen.

2 T (0 | –111) liegt auf dem Graphen G_g. Somit liegen A (0 | 0) oberhalb des Graphen bzw. B (0 | –200) unterhalb des Graphen.

3 T (0 | 9) liegt auf dem Graphen G_f. Somit liegen A (0 | 0) unterhalb des Graphen bzw. B (0 | 10) oberhalb des Graphen.

4 T (0 | 12,5) liegt auf dem Graphen G_g. Somit liegen A (0 | 10) unterhalb des Graphen bzw. B (0 | 15) oberhalb des Graphen.

5 N (1 | 0) liegt auf dem Graphen G_h. Somit liegen A (1 | –1) unterhalb des Graphen bzw. B (1 | 1) oberhalb des Graphen.

6 T (0 | 0) liegt auf dem Graphen G_k. Somit liegen A (0 | –1) unterhalb des Graphen bzw. B (0 | 1) oberhalb des Graphen.

7 T (0 | 0) liegt auf dem Graphen G_h. Somit liegen A (0 | –1) unterhalb des Graphen bzw. B (0 | 1) oberhalb des Graphen.

8 T (0 | 0) liegt auf dem Graphen G_k. Somit liegen A (0 | –1) unterhalb des Graphen bzw. B (0 | 1) oberhalb des Graphen.

K2/5 **8** **a)** $A(d) = 4 \cdot \left(\frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2}\right) : 2 = \frac{d^2}{2}$ **b)** $\gamma = 180° - 2\alpha$ **c)** $A(x) = x(12 - x)$, $D_A =]0; 12[$

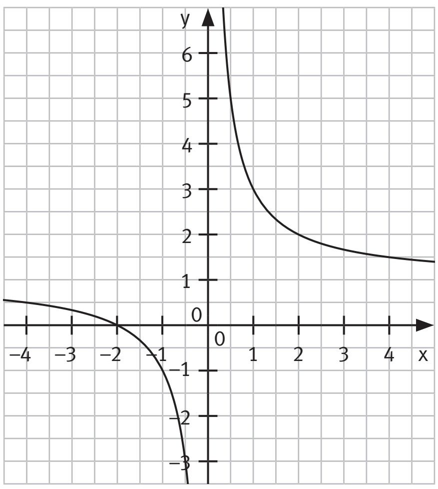
K2/4

Funktionen mit dynamischer Geometriesoftware (DGS) untersuchen Werkzeuge

- Die Funktionswerte der Funktion h werden mit größer werdendem a größer.
  Der Graph verschiebt sich in positive y-Richtung für a > 0 und in negative y-Richtung für a < 0.
- Für a = 0 besitzt der Graph G_h einen Berührpunkt O (0 | 0) mit der x-Achse.
  Für a < 0 besitzt der Graph G_h zwei Schnittpunkte mit der x-Achse.
  Für a > 0 besitzt der Graph G_h keinen gemeinsamen Punkt mit der x-Achse.
  Mit der y-Achse besitzt der Graph G_h immer genau einen Schnittpunkt: S (0 | a).
  Die DGS gibt die Nullstellen in der Regel auf Hundertstel gerundet an.
- Für –1 < b < 1 verläuft der Graph G_g weiter als der Graph der Funktion f: $x \mapsto x^2$.
  Für b < –1 und b > 1 verläuft der Graph G_g enger als der Graph der Funktion f: $x \mapsto x^2$.
  Für b < 0 wird der Graph zusätzlich an der x-Achse gespiegelt.
  Für b = 0 beschreibt G_g die x-Achse.

K4/5 **9**

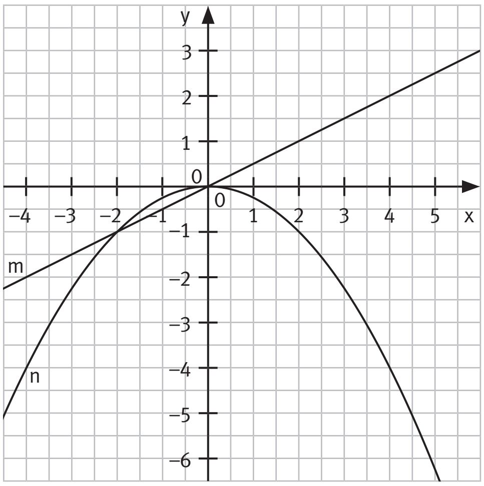
x	–5	–4	–3	–2	–1	–0,5	0	0,5	1	2	3	4	5
f(x)	0,6	0,5	$\frac{1}{3}$	0	–1	–3	n. d.	5	3	2	$1\frac{2}{3}$	1,5	1,4



K4/5 **10 a)**

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
m (x)	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
n (x)	–6,25	–4	–2,25	–1	–0,25	0	–0,25	–1	–2,25	–4	–6,25



Man kann die Funktion *TABLE* des Taschenrechners nutzen. Nach Eingabe des Funktionsterms kann man das Intervall und die Schrittweite festlegen.

b) 1 Die Aussage ist richtig für die Funktion m, da sich mit größer werdendem x auch der Wert $\frac{x}{2}$ vergrößert.
Die Aussage ist falsch für die Funktion n, da z. B. die Punkte O (0|0) und P (2|–1) auf dem Graphen G_n liegen.

2 Die Aussage ist richtig für die Funktion m, denn es gilt $m(2x) = 0{,}5 \cdot 2x = x = 2 \cdot m(x)$.
Die Aussage ist falsch für die Funktion n, denn z. B. liegen die Punkte P (1|–0,25) und Q (2|–1) auf dem Graphen G_n.

3 Die Aussage ist falsch für die Funktion m, denn z. B. liegen die Punkte P (1|0,5) und Q (0|0) auf dem Graphen G_m.
Die Aussage ist falsch für die Funktion n, denn z. B. liegen die Punkte P (0|0) und P (–2|–1) auf dem Graphen G_n.

4 Die Aussage ist für die Funktion m richtig, denn $m\left(\frac{1}{3}x\right) = 0{,}5 \cdot \frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \cdot 0{,}5x = \frac{1}{3}m(x)$.
Die Aussage ist für die Funktion n falsch, denn z. B. liegen die Punkte P (3|–2,25) und P (1|–0,25) auf dem Graphen G_n.

5 Die Aussage ist für die Funktion m falsch, denn z. B. liegen die Punkte P (1|0,5) und P (2|1) auf dem Graphen G_m.
Die Aussage ist für die Funktion n falsch, denn z. B. liegen die Punkte P (0|0) und Q (2|–1) auf dem Graphen G_n.

K4/5 **11 a)** $f(p) = 0{,}75p$

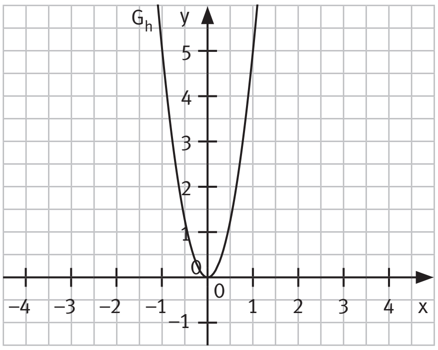
b)

p	49	60	75	80	90	99	110
f (p)	36,75	45	56,25	60	67,50	74,25	82,5

c) $g(r) = \frac{4}{3}r$ $\qquad g(60) = 80$

K2/4 **12 a)** Die Funktionsgleichung 3 $h(t) = 5t^2$ beschreibt (näherungsweise) den Zusammenhang zwischen den Maßzahlen von Fallzeit und Fallhöhe.

b)



c) Individuelle Lösungen. Die Fallhöhe wird durch die Gebäudehöhe begrenzt. Das höchste Gebäude Bayerns ist z. B. der Fernsehturm in Nürnberg mit etwa 293 m.
Eine mögliche Definitionsmenge wäre demnach $D_h =]0; 293[$.
Die zugehörige Wertemenge ist $W_h = [0; 429\,245[$.

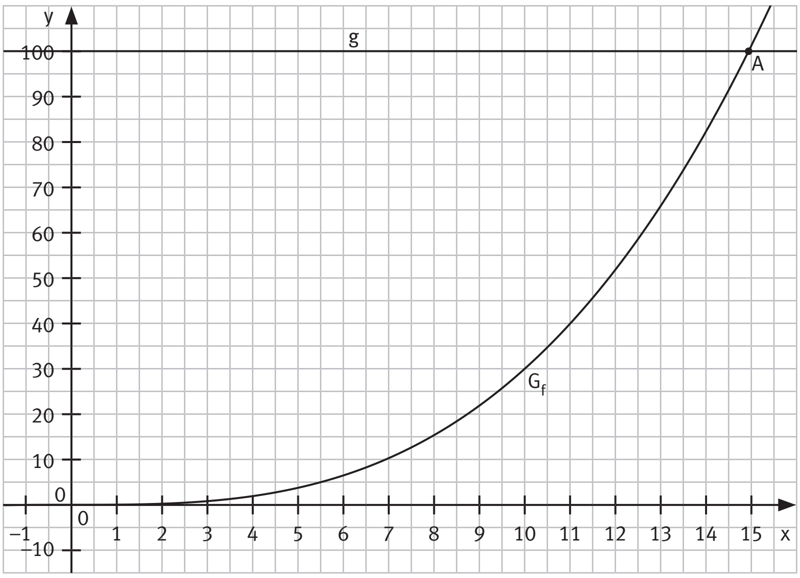
K3/5 **13 a)**

Höhe in cm	12	8,1	6,1	4,1	16
Masse in g	52	16	6,8	2,1	–
x	12	8,1	6,1	4,1	16
$0{,}03x^3$	$= 51{,}84 \approx 52$	$\approx 15{,}94 \approx 16$	$\approx 6{,}81 \approx 6{,}8$	$\approx 2{,}07 \approx 2{,}1$	$= 122{,}88 \approx 123$

b) $m(16) = 0{,}03 \cdot 16^3 = 122{,}88$
Die Matroschka würde etwa 123 g schwer sein.

c) Individuelle Lösungen. Es muss berücksichtigt werden, dass die Tante die Matroschkas im Reisegepäck transportiert hat. Aus diesem Grund könnte man z. B. die Definitionsmenge $D_f =]0; 50]$ wählen. Es würde dann z. B. gelten $W_f =]0; 3750]$.
Die kleinste Matroschka der Welt ist kleiner als ein Reiskorn und die größte ist etwa 30 m hoch.

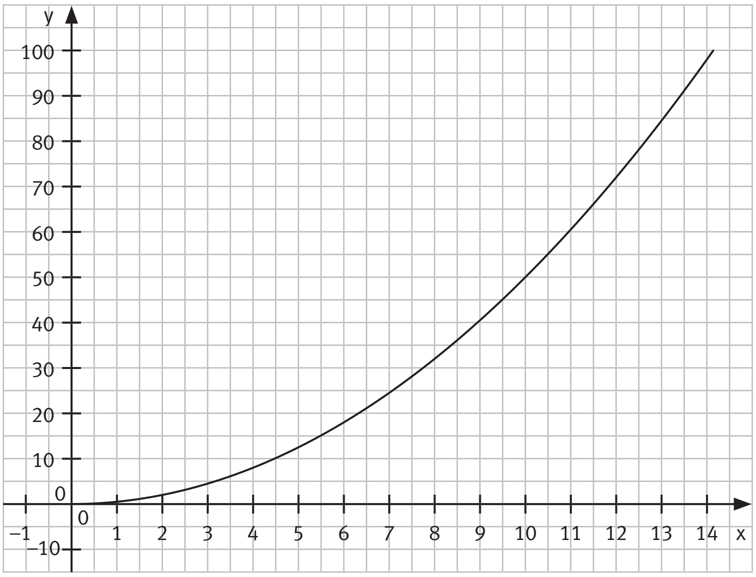
d) Die Matroschka ist etwa 14,94 cm hoch.



K3/4 **14**

Text	1	2	3	4
Graph	D	A	C	B
Platzierung	2	4	1	3

Möglicher Graph zu 5:



K4/5 **15** **a)** 1 f: $x \mapsto 0{,}8x - 8$; $D_f = \mathbb{Q}$

$f(0) = -8 \Rightarrow T(0|-8)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}8x = 8$

$\Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow N(10|0)$

2 g: $x \mapsto x(3{,}5 - 0{,}5x)$; $D_g = \mathbb{N}_0$

$g(0) = 0 \Rightarrow T(0|0)$

$g(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ und $x_2 = 7$

$\Rightarrow N_1(0|0)$ und $N_2(7|0)$

3 h: $x \mapsto (5 - x)(5{,}5 + 1{,}1x)$; $D_h = \mathbb{Z}$

$h(0) = 5 \cdot 5{,}5 = 27{,}5 \notin \mathbb{Z}$

$h(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 5$ und $x_2 = -5$

$\Rightarrow N_1(5|0)$ und $N_2(-5|0)$

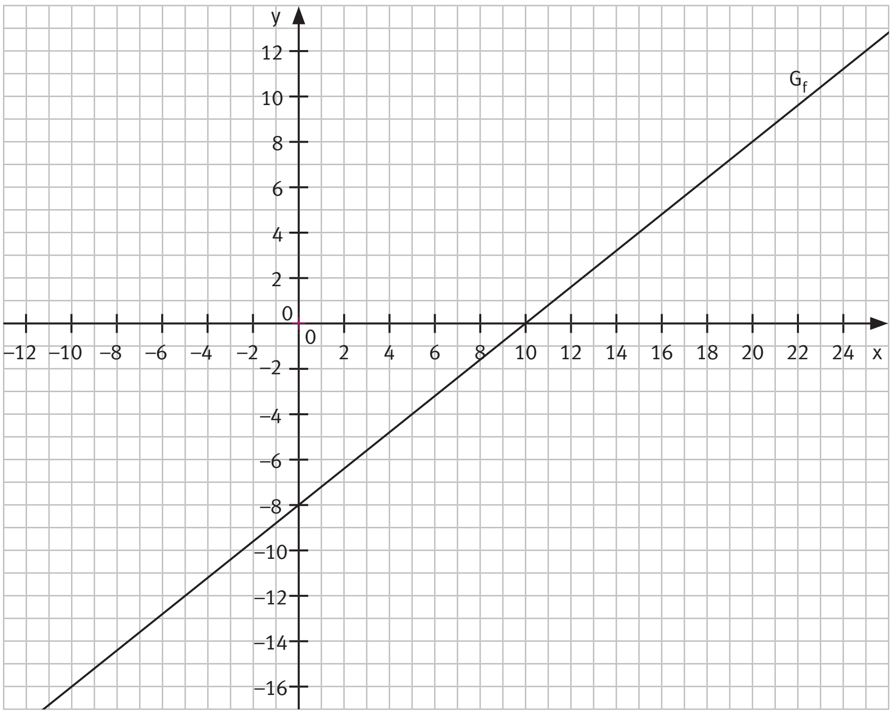
4 k: $x \mapsto 2{,}5(3 + x)$; $D_k = \mathbb{Q}$

$k(0) = 2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5 \Rightarrow T(0|7{,}5)$

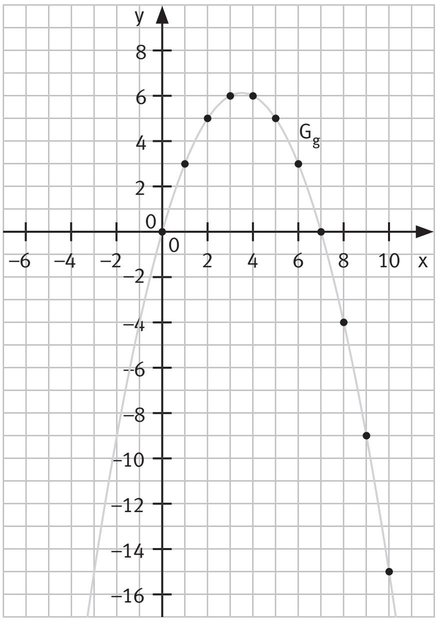
$k(x) = 0 \Rightarrow x = -3$

$\Rightarrow N(-3|0)$

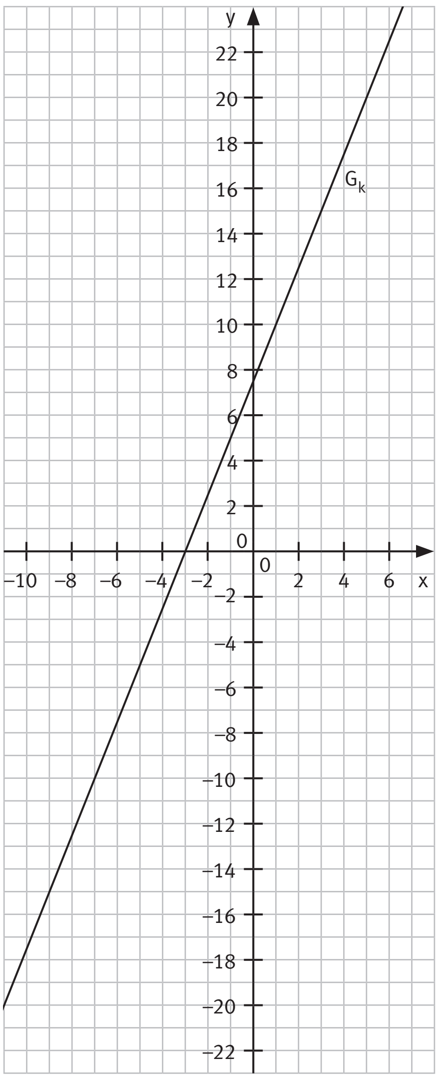
b) 1 $W_f = \mathbb{Q}$



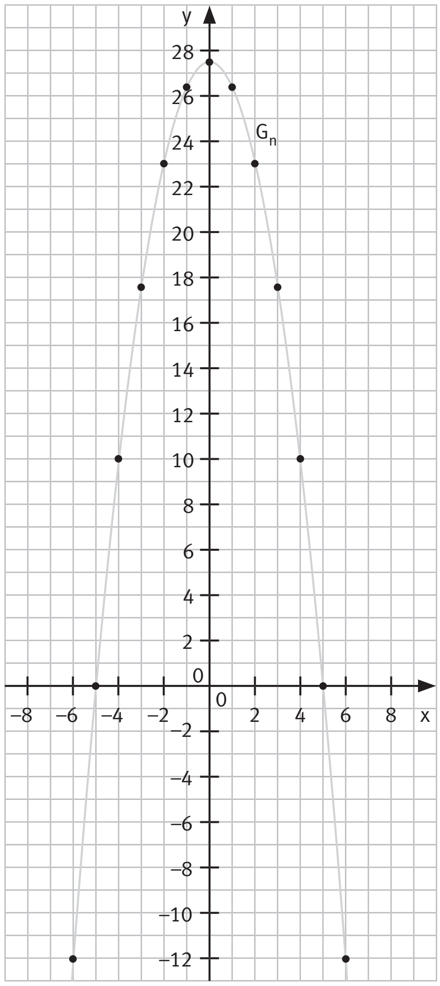
2 $W_g =]-\infty; 6\frac{1}{8}]$



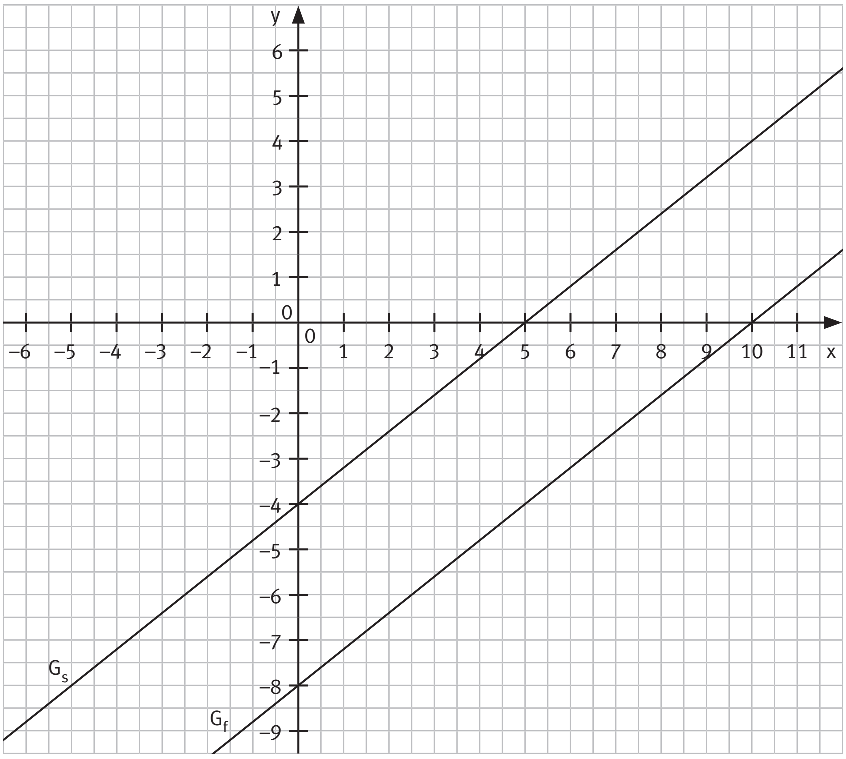
4 $W_k = \mathbb{Q}$



3 $W_h =]-\infty; 27{,}5]$



c) Die beiden Graphen verlaufen parallel zueinander. Im Vergleich zum Graphen G_f ist der Graph G_s um 4 LE in positive y-Richtung verschoben.



K 2/4

16 a) Die Kosinusfunktion geht aus der Sinusfunktion durch Verschiebung um $\frac{\pi}{2}$ in negative x-Richtung hervor.

Individuelle Lösungen. Beispiel:

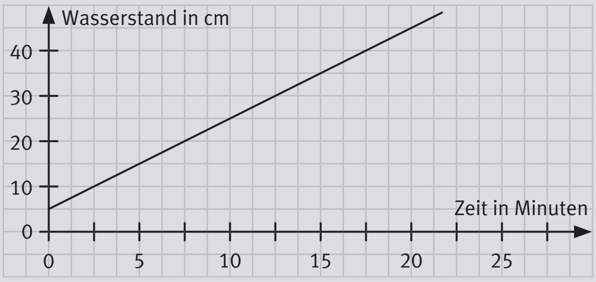
	Sinusfunktion	Kosinusfunktion
Definitionsmenge	$D = \mathbb{Q}$	$D = \mathbb{Q}$
Wertemenge	$W = [-1; 1]$	$W = [-1; 1]$
Nullstellen	$x_k = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$x_k = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
Symmetrieverhalten	punktsymmetrisch zum Ursprung	achsensymmetrisch zur y-Achse

b) Die Eigenschaften gelten in ganz $\mathbb{Q}$. Die Funktionen sind 2π-periodisch.

c) Individuelle Lösungen. Beispiele: Schwingungen (harmonische Schwingung), Elektrotechnik (Stromstärke und Spannung sind häufig sinusförmig)

Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 13

Entdecken

K3/4
- 

K3/5
- x: Anzahl der Minuten; f(x): Wasserstand (in cm) $f: x \mapsto 2x + 5$

K5
- $f(30) = 2 \cdot 30 + 5 = 65$ Der Wasserstand beträgt nach 30 min 65 cm.

K3/6
- Der Graph ist eine Ursprungsgerade, da der Wasserstand zum Startzeitpunkt 0 cm beträgt. Der Graph verläuft steiler als der Graph G_f, da der Wasserstand pro Minute 3 cm anstelle von 2 cm steigt. Die Gerade ist durch die Punkte O (0|0) und P (1|3) eindeutig bestimmt.

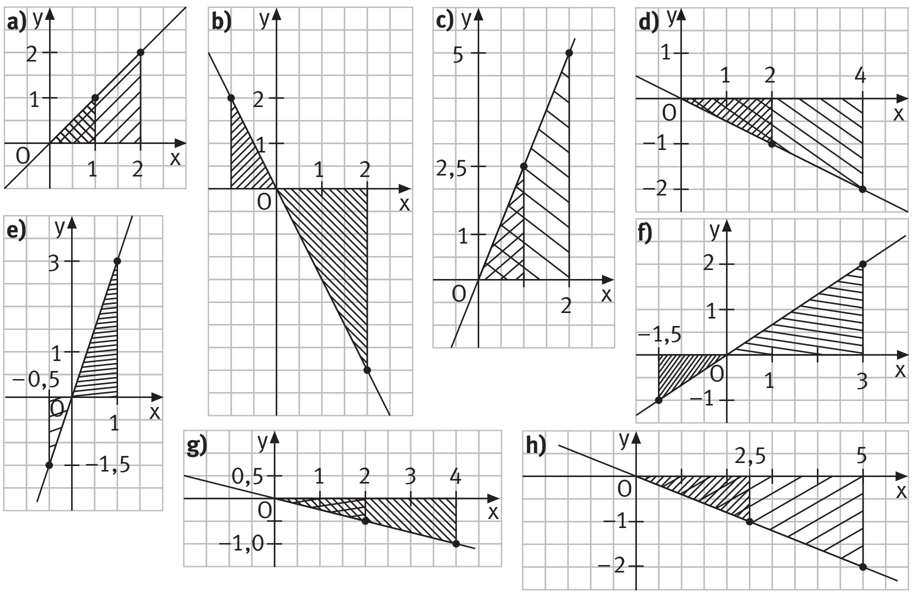
Nachgefragt

K1/5
- Lina hat nicht Recht. Sie hat die x- und die y-Koordinate vertauscht. Der Graph schneidet die y-Achse im Punkt S (0|n).

K1/5
- Ralf hat Recht, denn die lineare Funktion f mit f(x) = 0 beschreibt die x-Achse und hat mit dieser unendlich viele Punkte gemeinsam.
  Alle anderen linearen Funktionen haben maximal einen gemeinsamen Punkt mit der x-Achse.

Aufgaben

K4/6 **1**



a) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 1 LE nach rechts und 1 LE nach oben.

b) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 1 LE nach links und 2 LE nach oben.

c) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 2 LE nach rechts und 5 LE nach oben $\left(2{,}5 = \frac{5}{2}\right)$.

d) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 2 LE nach rechts und 1 LE nach unten $\left(-0{,}5 = -\frac{1}{2}\right)$.

e) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 1 LE nach rechts und 3 LE nach oben.

f) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 3 LE nach rechts und 2 LE nach oben.

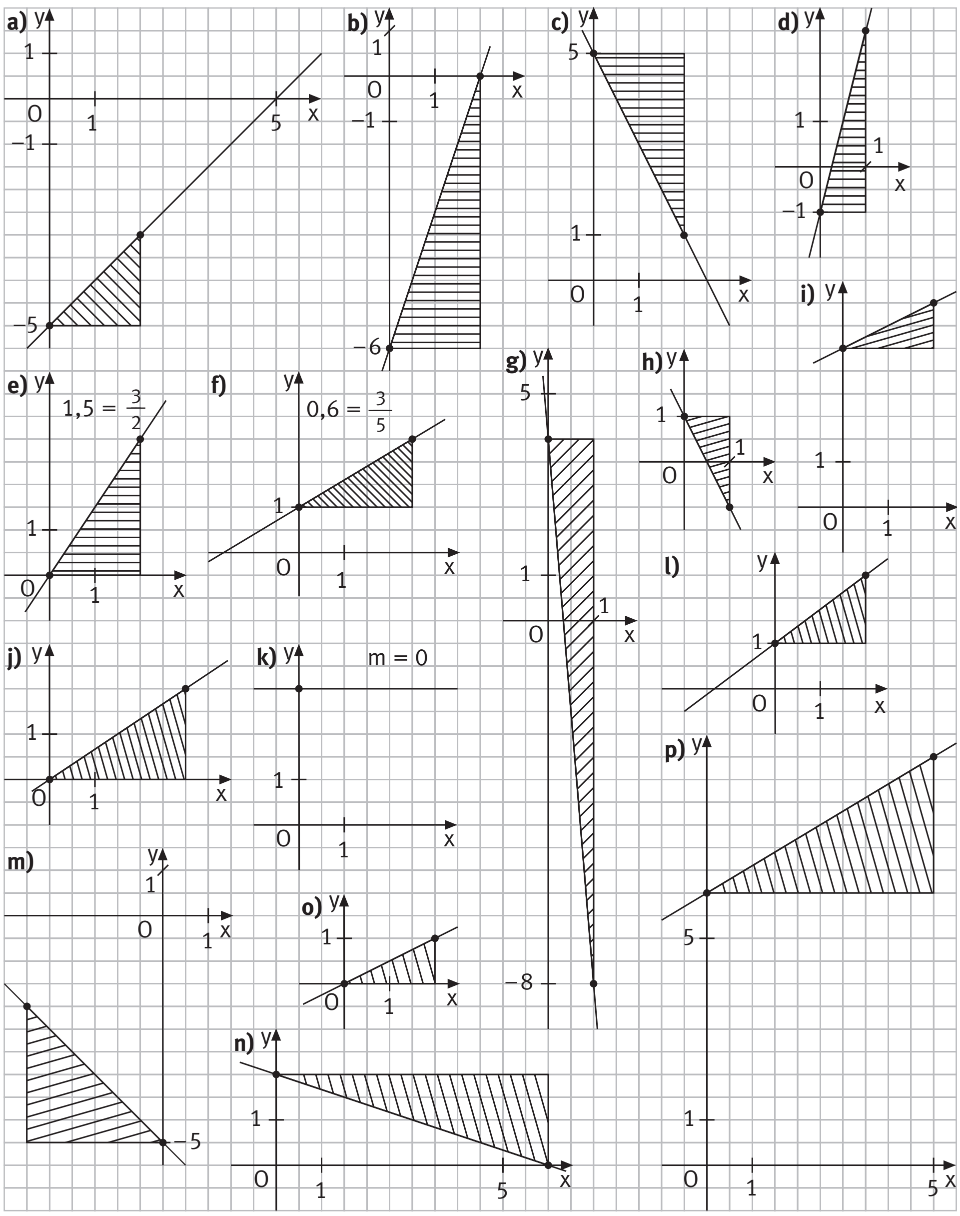
g) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 4 LE nach rechts und 1 LE nach unten.

h) Individuelle Lösungen. Beispiel: Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein zugehöriges Steigungsdreieck, d. h. man geht 5 LE nach rechts und 2 LE nach unten.

K 4/5 **2**

Funktionsgraph	G_g	G_f	G_h	G_k	G_m
y-Achsenabschnitt	–1	2	5	1	–2
Steigung	–4	1	–1	3	2
Funktionsgleichung	8	4	3	1	7

K 1/4 **3**

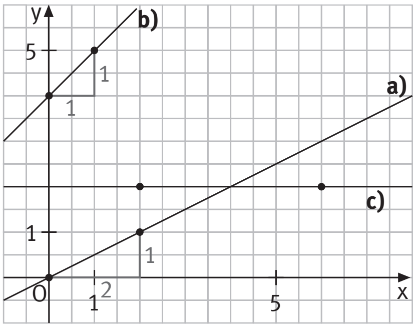


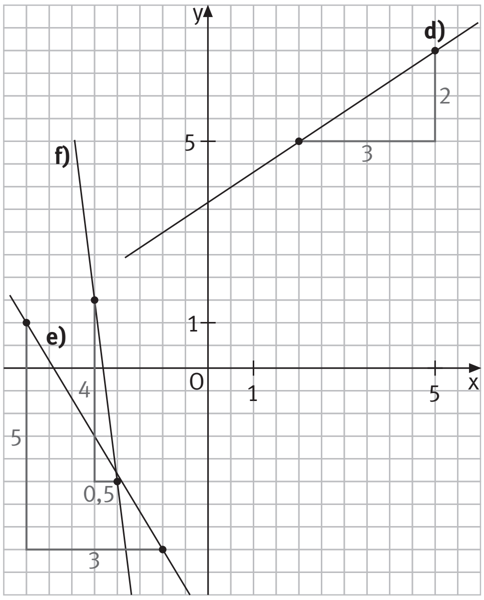
1 Der Funktionsgraph der Teilaufgabe d) ist mit positiver Steigung am steilsten. Der Funktionsgraph der Teilaufgabe g) ist mit negativer Steigung am steilsten.

2 Parallel zueinander sind Graphen, welche die gleiche Steigung besitzen. Dies gilt für c) und h), f) und p) sowie i) und o).

3 Markus hat Recht, denn 10 der 16 Geraden besitzen eine positive Steigung, 5 von ihnen besitzen eine negative Steigung und der Graph zu Teilaufgabe k) besitzt die Steigung m = 0.

K 4/5 **4**





$m = \frac{y_V - y_U}{x_V - x_U}$; $x_U \neq x_V$

a) $m_a = \frac{1-0}{2-0} = \frac{1}{2}$; g_a: $y = 0{,}5x$

b) $m_b = \frac{5-4}{1-0} = \frac{1}{1} = 1$; g_b: $y = x + 4$

c) $m_c = \frac{2-2}{6-2} = \frac{0}{4} = 0$;
die Gerade g_c verläuft parallel zur x-Achse; g_c: $y = 2$

d) $m_d = \frac{7-5}{5-2} = \frac{2}{3}$; g_d: $y = \frac{2}{3}x + 3\frac{2}{3}$

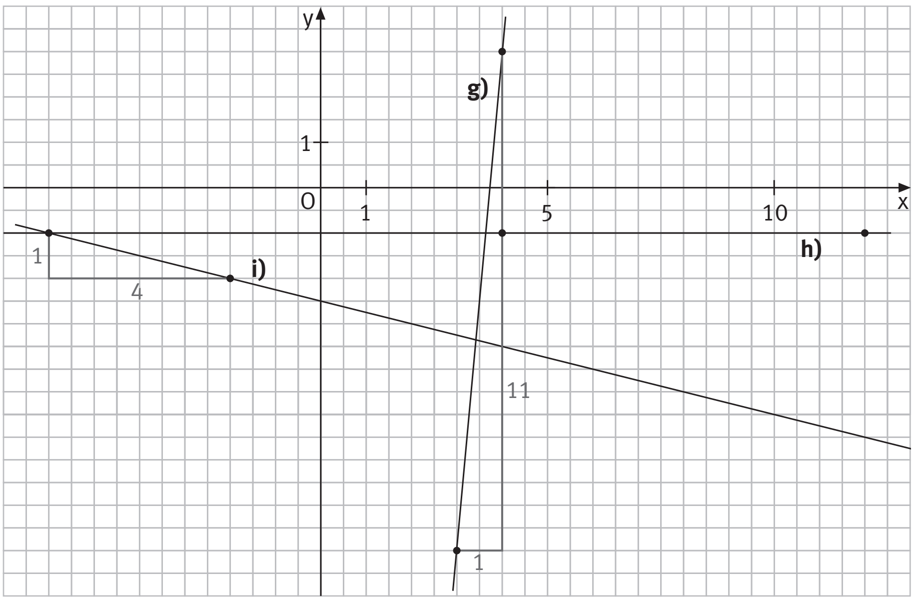
e) $m_e = \frac{-4-1}{-1-(-4)} = \frac{-5}{3}$; g_e: $y = -\frac{5}{3}x - 5\frac{2}{3}$

f) $m_f = \frac{-2{,}5-1{,}5}{-2-(-2{,}5)} = \frac{-4}{0{,}5} = -8$; g_f: $y = -8x - 18{,}5$

g) $m_g = \frac{3-(-8)}{4-3} = \frac{11}{1} = 11$; g_g: $y = 11x - 41$

h) $m_h = \frac{-1-(-1)}{12-4} = \frac{0}{8} = 0$; g_h: $y = -1$

i) $m_i = \frac{-2-(-1)}{-2-(-6)} = \frac{-1}{4}$; g_i: $y = -\frac{1}{4}x - 2{,}5$



K5 **5** **a)** $f: x \mapsto x - 4$
$f(0) = -4 \Rightarrow T(0|-4)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow N(4|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(4\,cm \cdot 4\,cm) = 8\,cm^2$

b) $f: x \mapsto 6 + 2x$
$f(0) = 6 \Rightarrow T(0|6)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow N(-3|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(3\,cm \cdot 6\,cm) = 9\,cm^2$

c) $f: x \mapsto -\frac{2}{5}x + 4$
$f(0) = 4 \Rightarrow T(0|4)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}x = 4 \Leftrightarrow x = 10 \Rightarrow N(10|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(10\,cm \cdot 4\,cm) = 20\,cm^2$

d) $f: x \mapsto 11 - x$
$f(0) = 11 \Rightarrow T(0|11)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 11 \Rightarrow N(11|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(11\,cm \cdot 11\,cm) = 60{,}5\,cm^2$

e) $f: x \mapsto 0{,}12x + 6$
$f(0) = 6 \Rightarrow T(0|6)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}12x = -6 \Leftrightarrow x = 50 \Rightarrow N(50|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(50\,cm \cdot 6\,cm) = 150\,cm^2$

f) $f: x \mapsto -0{,}5x + 1$
$f(0) = 1 \Rightarrow T(0|1)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}5x = 1 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow N(2|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(2\,cm \cdot 1\,cm) = 1\,cm^2$

g) $f: x \mapsto \frac{3}{4}x + 3$
$f(0) = 3 \Rightarrow T(0|3)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = -3 \Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow N(-4|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(4\,cm \cdot 3\,cm) = 6\,cm^2$

h) $f: x \mapsto 1{,}5 + 3x$
$f(0) = 1{,}5 \Rightarrow T(0|1{,}5)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x = -1{,}5 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow N\left(\frac{1}{2}\middle|0\right)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(0{,}5\,cm \cdot 1{,}5\,cm) = 0{,}375\,cm^2$

i) $f: x \mapsto 9 - \frac{3}{2}x$
$f(0) = 9 \Rightarrow T(0|9)$
$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x = 9 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow N(6|0)$
$A_{NOT} = \frac{1}{2}(6\,cm \cdot 9\,cm) = 27\,cm^2$

K4/5 **6** **a)** $g(x) = h(x)$
$x - 3 = -x + 7 \quad | + x + 3$
$2x = 10 \quad | : 2$
$x = 5$
$g(5) = 5 - 3 = 2 \qquad S(5|2)$

b) $g(x) = h(x)$
$2x = 0{,}5x + 3 \quad | - 0{,}5x$
$1{,}5x = 3 \quad | : 1{,}5$
$x = 2$
$g(2) = 2 \cdot 2 = 4 \qquad S(2|4)$

c) $g(x) = h(x)$
$x - 3 = 4 + x \quad | -x$
$-3 = 4$ Die Aussage ist falsch.
Es gibt keinen Schnittpunkt, da die Geraden parallel sind und einen unterschiedlichen y-Achsenabschnitt besitzen.

d) $g(x) = h(x)$
$4x - 1 = -0{,}5x + 3{,}5 \quad | + 0{,}5x + 1$
$4{,}5x = 4{,}5 \quad | : 4{,}5$
$x = 1$
$g(1) = 4 \cdot 1 - 1 = 3 \qquad S(1|3)$

e) $g(x) = h(x)$
$x + 5 = -x - 3 \quad | + x - 5$
$2x = -8 \quad | : 2$
$x = -4$
$g(-4) = -4 + 5 = 1 \qquad S(-4|1)$

f) $g(x) = h(x)$
$\frac{3}{5}x - 1 = \frac{2}{5}x \quad | - \frac{2}{5}x + 1$
$\frac{1}{5}x = 1 \quad | \cdot 5$
$x = 5$
$g(5) = \frac{3}{5} \cdot 5 - 1 = 3 - 1 = 2 \qquad S(5|2)$

K4/5 **7** **a)**

Graph	G_f	G_g	G_h
Funktionsgleichung	$f(x) = 2x - 3$	$g(x) = \frac{1}{6}x + 2$	$h(x) = -\frac{2}{7}x + 1$

Schnittpunkt von G_f und G_g:
$f(x) = g(x)$
$2x - 3 = \frac{1}{6}x + 2 \quad | -\frac{1}{6}x + 3$
$\frac{11}{6}x = 5 \quad | \cdot \frac{6}{11}$
$x = \frac{30}{11} \approx 2{,}73$
$f\left(\frac{30}{11}\right) = 2 \cdot \frac{30}{11} - 3 = 2\frac{5}{11} \approx 2{,}45 \qquad S\left(\frac{30}{11}\middle|\frac{27}{11}\right)$

Schnittpunkt von G_f und G_h:
$f(x) = h(x)$
$2x - 3 = -\frac{2}{7}x + 1 \quad | +\frac{2}{7}x + 3$
$\frac{16}{7}x = 4 \quad | \cdot \frac{7}{16}$
$x = 1{,}75$
$f(1{,}75) = 2 \cdot 1{,}75 - 3 = 0{,}5 \qquad S(1{,}75 | 0{,}5)$

Schnittpunkt von G_g und G_h:
$g(x) = h(x)$
$\frac{1}{6}x + 2 = -\frac{2}{7}x + 1 \quad | +\frac{2}{7}x - 2$
$\frac{19}{42}x = -1 \quad | \cdot \frac{42}{19}$
$x = -\frac{42}{19} \approx -2{,}21$
$g\left(-\frac{42}{19}\right) = \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{42}{19}\right) + 2 = \frac{31}{19} \approx 1{,}63 \qquad S\left(-\frac{42}{19}\middle|\frac{31}{19}\right)$

b)

Graph	G_f	G_g	G_h
Funktionsgleichung	$f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$	$g(x) = x$	$h(x) = -\frac{3}{5}x + 2$

Schnittpunkt von G_f und G_g:
$f(x) = g(x)$
$-\frac{3}{4}x - 1 = x \quad | +\frac{3}{4}x$
$-1 = 1{,}75x \quad | : 1{,}75$
$x = -\frac{4}{7} \approx -0{,}57$
$g\left(-\frac{4}{7}\right) = -\frac{4}{7} \approx -0{,}57 \qquad S\left(-\frac{4}{7}\middle|-\frac{4}{7}\right)$

Schnittpunkt von G_f und G_h:
$f(x) = h(x)$
$-\frac{3}{4}x - 1 = -\frac{3}{5}x + 2 \quad | +\frac{3}{4}x - 2$
$-3 = \frac{3}{20}x \quad | \cdot \frac{20}{3}$
$x = -20$
$f(-20) = -\frac{3}{4} \cdot (-20) - 1 = 15 - 1 \qquad S(-20 | 14)$

Schnittpunkt von G_g und G_h:
$g(x) = h(x)$
$x = -\frac{3}{5}x + 2 \quad | +\frac{3}{5}x$
$1{,}6x = 2 \quad | : 1{,}6$
$x = 1{,}25$
$g(1{,}25) = 1{,}25 \qquad S(1{,}25 | 1{,}25)$

K2/4 **8**

1. Eine Gerade ist genau dann steigend, wenn $m > 0$.
2. Eine Gerade ist genau dann fallend, wenn $m < 0$.
3. Eine Gerade ist genau dann parallel zur x-Achse, wenn $m = 0$.
   Damit die Gerade echt parallel zur x-Achse ist, muss zudem $t \neq 0$ gelten.
4. Eine Gerade verläuft genau dann durch den Ursprung, wenn $t = 0$ ist.
5. Eine Gerade ist umso steiler, je größer der Betrag von m ist.
6. Eine Gerade verläuft genau dann nicht durch den IV. Quadranten, wenn $m \geq 0$ und $t \geq 0$.
7. Eine Gerade verläuft genau dann nur durch den II. und IV. Quadranten, wenn $m < 0$ und $t = 0$.
8. Eine Gerade schneidet genau dann die positive x-Achse, wenn $m < 0$ und $t > 0$ oder $m > 0$ und $t < 0$.
9. Eine Gerade verläuft genau dann durch nur zwei Quadranten, wenn $t = 0$ ist und $m \neq 0$.

K3/4 **9** **a)** x: Anzahl der kWh; f(x) Gesamtkosten (in €)

Classic: $f(x) = 69{,}90 + 0{,}232x$

Best Nature: $f(x) = 78 + 0{,}228x$

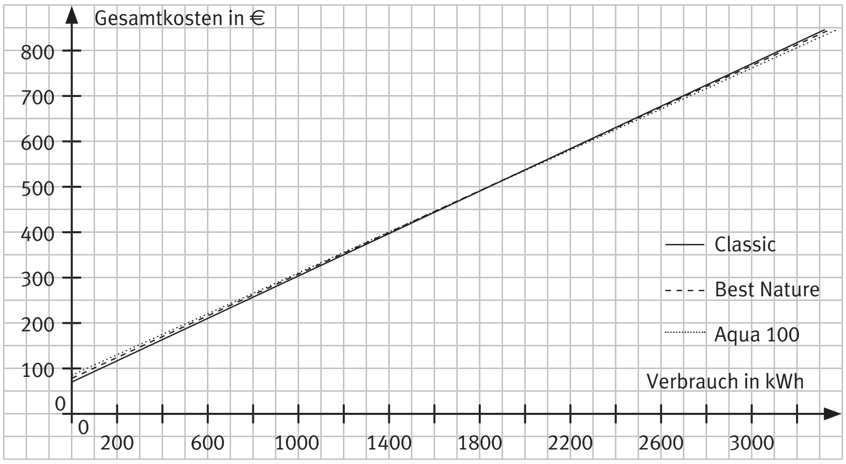
Aqua 100: $f(x) = 85 + 0{,}224x$

b)

Verbrauch in kWh	0	200	400	600	800
Kosten in € – Classic	69,90	116,30	162,70	209,10	255,50
Kosten in € – Best Nature	78,00	123,60	169,20	214,80	260,40
Kosten in € – Aqua 100	85,00	129,80	174,60	219,40	264,20

Verbrauch in kWh	1000	1200	1400	1600	1800	2000
Kosten in € – Classic	301,90	348,30	394,70	441,10	487,50	533,90
Kosten in € – Best Nature	306,00	351,60	397,20	442,80	488,40	534,00
Kosten in € – Aqua 100	309,00	353,80	398,60	443,40	488,20	533,00

c)



d) Die Graphen liegen im Koordinatensystem sehr eng zusammen, so dass ein Vergleich anhand der Graphen schwierig ist. Anhand der Wertetabelle kann man sehen, dass bis zu einem Verbrauch von etwa 1900 kWh jährlich der Tarif Classic am günstigsten ist, danach ist Aqua 100 der billigste Tarif.

Für die Angabe exakter Werte müsste man die Schnittpunkte der Funktionsgraphen ermitteln.

Der Tarif Best Nature ist, sofern man nur nach finanziellen Gesichtspunkten entscheidet, keine Alternative, da er unabhängig vom Verbrauch teurer ist als die beiden anderen Tarife.

e) Individuelle Lösungen. Beispiel: Rein physikalisch kommt der Strom aus der Steckdose immer aus der geographischen Nähe. Um also wirklich Strom nur aus erneuerbaren Energien zu verbrauchen, müsste der Energiemix in Deutschland zu 100 % aus erneuerbaren Energiequellen bestehen. Dies ist aber noch nicht der Fall. Der Bezug von Ökostrom stellt sicher, dass eine entsprechende Menge an erneuerbaren Energien produziert und verbraucht wird. In Europa gibt es hierfür einen länderübergreifenden Handel mit Energie-Zertifikaten.

K1/5 **10** **a)** $m = \frac{4-(-6)}{2-0} = \frac{10}{2} = 5$

Setze m und Q in $y = mx + t$ ein:

$-6 = 5 \cdot 0 + t \;\Rightarrow\; t = -6$

$f\colon x \mapsto 5x - 6$

Setze A ein: $f(1) = 5 \cdot 1 - 6 = -1$

$\Rightarrow$ A liegt auf der Geraden PQ.

b) $m = \frac{-2-(-4)}{6-9} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$

Setze m und P in $y = mx + t$ ein:

$-2 = -\frac{2}{3} \cdot 6 + t \;\Rightarrow\; t = 2$

$f\colon x \mapsto -\frac{2}{3}x + 2$

Setze A ein: $f(3) = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 2 = 0 > -2$

$\Rightarrow$ A liegt nicht auf der Geraden PQ.

c) $m = \frac{19-(-9)}{5-(-3)} = \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$
Setze m und P in $y = mx + t$ ein:
$19 = \frac{7}{2} \cdot 5 + t \Rightarrow t = 1{,}5$
$f: x \mapsto \frac{7}{2}x + 1{,}5$
Setze A ein: $f(-1) = \frac{7}{2} \cdot (-1) + 1{,}5 = -2$
$\Rightarrow$ A liegt auf der Geraden PQ.

d) $m = \frac{-1-\left(-\frac{3}{2}\right)}{\frac{1}{4}-\frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = -1$
Setze m und P in $y = mx + t$ ein:
$-1 = -1 \cdot \frac{1}{4} + t \Rightarrow t = -\frac{3}{4}$
$f: x \mapsto -x - \frac{3}{4}$
Setze A ein: $f\left(-\frac{5}{2}\right) = -\left(-\frac{5}{2}\right) - \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$
$\Rightarrow$ A liegt auf der Geraden PQ.

K 1/5 **11 a)** Die Aussage ist wahr, denn für $x_P = \frac{3}{5}$ gilt $y_P = 5 \cdot \frac{3}{5} - 3 = 3 - 3 = 0$.
b) Die Aussage ist falsch, denn für $x_U = 4{,}5$ gilt $y_U = 5 \cdot 4{,}5 - 3 = 19{,}5$. U liegt also auf G_f.
Für $x_Q = -2$ gilt $y_Q = 5 \cdot (-2) - 3 = -10 - 3 = -13 < -8$. Q liegt über G_f.
c) Die Aussage ist falsch, denn für $x_P = -4$ gilt $y_P = -7 \cdot (-4) + 10 = 28 + 10 = 38$.
P liegt also nicht auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $y = -7x + 10$.
d) Die Aussage ist falsch, denn die Geraden mit der Gleichung $y = b$, $b \in \mathbb{Q}\setminus\{0\}$, verlaufen parallel zur x-Achse.
e) Die Aussage ist falsch, denn $2{,}25 \neq -\frac{1}{-0{,}8} = 1{,}25$.

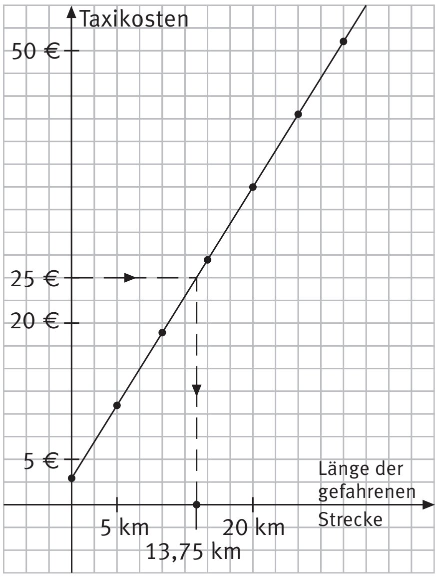
K 2/4 **12 a)** Gilt $m = n$ und $t = s$, so sind die Geraden identisch und haben unendlich viele Schnittpunkte.
Gilt $m = n$ und $t \neq s$, so sind die Geraden (echt) parallel und haben keinen gemeinsamen Punkt.
Gilt $m \neq n$, so schneiden sich die Geraden in einem Punkt.
Gilt $m = -\frac{1}{n}$, so stehen die Geraden senkrecht aufeinander.
b)
1 Es gilt $m = n$ und $t = s$. g und h sind identisch und besitzen unendlich viele Schnittpunkte.
2 Es gilt $m = n$ und $t \neq s$. g und h sind echt parallel und besitzen keinen Schnittpunkt.
3 Es gilt $m = n$ und $t = s$. g und h sind identisch und besitzen unendlich viele Schnittpunkte.
4 Es gilt $m \neq n$ und $t \neq s$. g und h besitzen einen Schnittpunkt.
5 Es gilt $m = n$ und $t = s$. g und h sind identisch und besitzen unendlich viele Schnittpunkte.
6 Es gilt $m \neq n$ und $t \neq s$. g und h besitzen einen Schnittpunkt.

K 3/5 **13** Funktion f: x: Temperatur in °C; f(x): Temperatur in °F
$m = \frac{59-14}{15-(-10)} = \frac{45}{25} = 1{,}8$
Setze m und Q(15|59) in $y = mx + t$ ein:
$59 = 1{,}8 \cdot 15 + t \Rightarrow t = 32$
$f: x \mapsto 1{,}8x + 32$
Funktion g: x: Temperatur in °F; g(x): Temperatur in °C
$m = \frac{15-(-10)}{59-14} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$ $\left(m_g = \frac{1}{m_f}\right)$
Setze m und P(59|15) in $y = mx + t$ ein:
$15 = \frac{5}{9} \cdot 59 + t \Rightarrow t = -17\frac{7}{9}$
$g: x \mapsto \frac{5}{9}x - 17\frac{7}{9}$

K3/4 **14 a)**

Anzahl der gefahrenen Kilometer	0	5	10	15	20	25	30
Taxikosten (in €)	3,00	11,00	19,00	27,00	35,00	43,00	51,00

b)



c) x: Anzahl der gefahrenen km; f (x) zu zahlende Taxigebühr in €

f: $x \mapsto 3{,}00 + 1{,}6x$

d) zeichnerische Lösung vgl. Teilaufgabe b)

rechnerische Lösung:

$f(x) = 25$

$1{,}6x + 3 = 25 \quad | -3$

$1{,}6x = 22 \quad | :1{,}6$

$x = 13{,}75$ Man kann für 25 € knapp 14 km weit fahren.

e) konkurrierendes Unternehmen: g: $x \mapsto 4 + 1{,}55x$

Ermittle den Schnittpunkt der Graphen G_f und G_g:

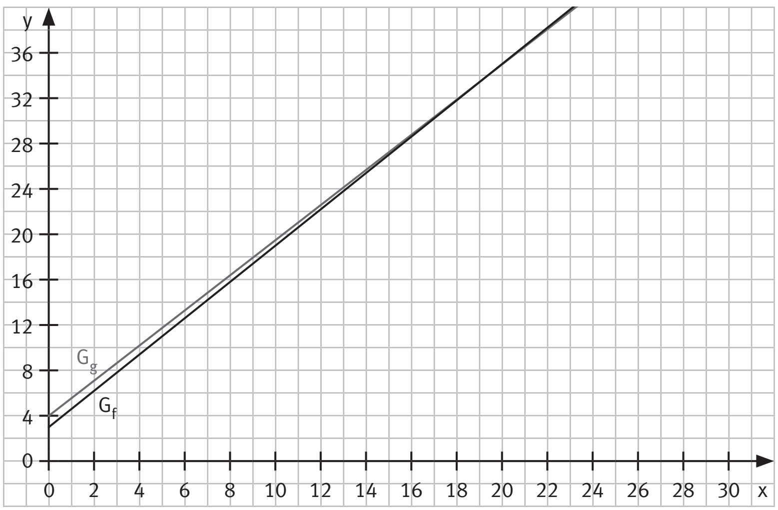
$f(x) = g(x)$

$3 + 1{,}6x = 4 + 1{,}55x \quad | -3 - 1{,}55x$

$0{,}05x = 1$

$x = 20$

Für eine Fahrstrecke von 20 km sind beide Unternehmen gleich teuer. Für $x > 20$ verläuft G_f oberhalb von G_g. Sobald die Fahrstrecke länger als 20 km ist, ist das konkurrierende Unternehmen somit günstiger.



K3/4 **15 a)** LINE: 1 SUN: 4 MOON: 3 HIGH: 2 FREE: 3 EASY: 4 FUN: 1

b) Individuelle Lösungen

c) x: verbrauchte Datenmenge (in 10 MB); f(x): entstehende Kosten (in €)

Tarif	Funktionsgleichung
LINE	$f(x) = 0{,}09x$
SUN	$f(x) = 19{,}99$
HIGH	$f(x) = 2{,}99 + 0{,}06x$
EASY	$f(x) = 17{,}90$
FUN	$f(x) = 0{,}08x$

d) Die Funktionsgleichungen müssen abschnittsweise definiert werden.

Beim Tarif MOON lässt sich die Funktion im Intervall von 0 bis 100 MB durch die Funktionsgleichung $y = 4{,}99$ beschreiben; für x größer als 100 MB durch die Funktionsgleichung $y = 4{,}99 + 0{,}045x$.

Beim Tarif FREE lässt sich die Funktion im Intervall von 0 bis 50 MB durch die Funktionsgleichung $y = 1{,}88$ beschreiben; für x größer als 50 MB durch die Funktionsgleichung $y = 1{,}88 + 0{,}1x$.

K3/6 **16 a)** 1 Es wird keine Grundgebühr erhoben, und es gibt eine gewisse freie Menge an Datenvolumen. Nach Überschreitung dieses freien Datenvolumens gibt es einen festen Preis pro verbrauchte Datenmenge (z. B. in 10 MB).

2 Es wird keine Grundgebühr erhoben. Bis zu einer gewissen Menge verbrauchten Datenvolumens steigt der Preis linear an, d. h. es gibt einen festen Preis pro verbrauchte Datenmenge (z. B. in 10 MB). Danach wird für zusätzlich verbrauchtes Datenvolumen keine Gebühr mehr erhoben.

3 Es wird keine Grundgebühr erhoben. Bis zu einer gewissen Menge verbrauchten Datenvolumens wird ein höherer, fester Preis pro verbrauchte Datenmenge (z. B. in 10 MB) erhoben. Ab dem Überschreiten dieser Menge wird ein günstigerer fester Preis pro verbrauchte Datenmenge erhoben.

4 Es wird eine Grundgebühr bei einer festen Menge an freiem Datenvolumen erhoben. Bei Überschreitung dieser Grenze gibt es eine neue Grundgebühr mit wiederum einer definierten Menge an freiem Datenvolumen. Wird auch diese Grenze überschritten, so wird wieder eine andere (höhere) Grundgebühr mit freiem Datenvolumen erhoben.

b) Individuelle Lösungen.

K5 **17 a)** Individuelle Lösungen. Es muss $m_f = m_g$ gelten, d. h. $f: x \mapsto 3x + t,\ t \in \mathbb{Q} \setminus \{-2\}$.

b) Es muss gelten $f(4) = 0$ und $m_f = m_g$. Damit folgt $f: x \mapsto 3x - 12$.

c) Individuelle Lösungen. Es muss $m_f = -\frac{1}{m_g}$ gelten, d. h. $f: x \mapsto -2x + t,\ t \in \mathbb{Q}$.

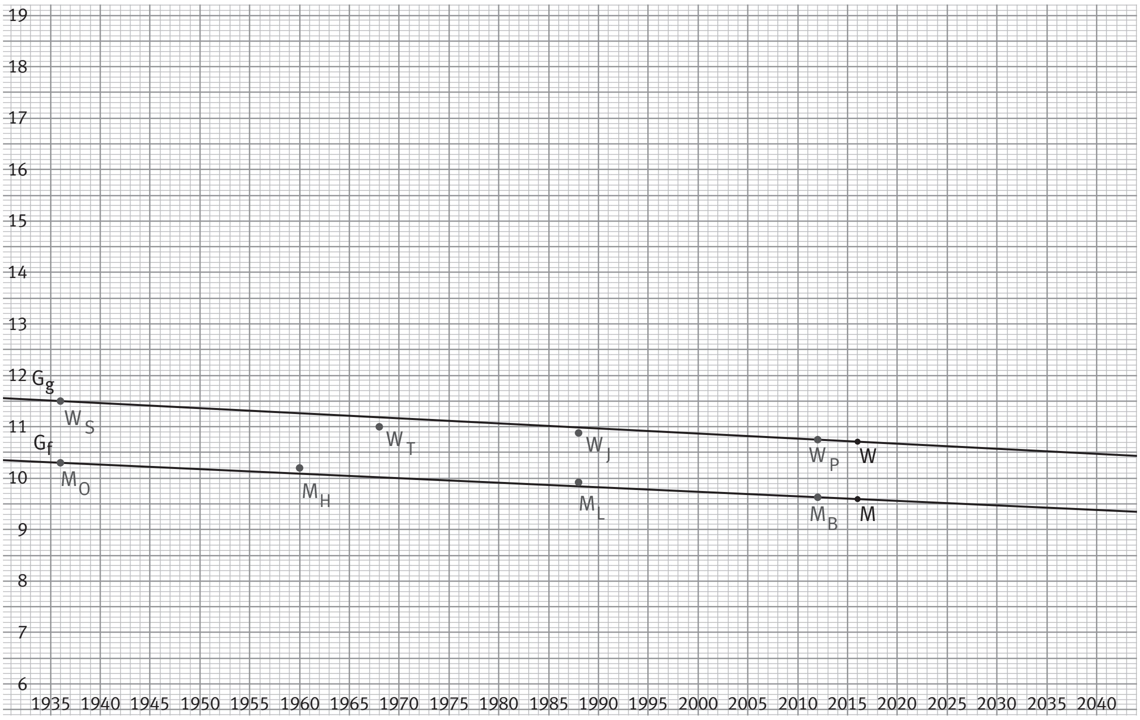
d) Es muss gelten $f(-3) = 5$ und $m_f = m_g$.

Setze m und P in $y = mx + t$ ein: $5 = -1{,}5 \cdot (-3) + t \Rightarrow t = 0{,}5$.

Es folgt $f: x \mapsto -1{,}5x + 0{,}5$

e) Es muss gelten $f(3) = 0$ und $m = 5$. Damit folgt $f: x \mapsto 5x - 15$.

K2/4 **18** **a)**



b) 2016 hätte man bei den Männern mit einer Zeit von 9,59 s und bei den Frauen mit 10,71 s rechnen müssen (vgl. Graphik in Teilaufgabe a)).
Tatsächlich wurden in Rio de Janeiro 2016 bei den Männern von Usain Bolt 9,81 s gelaufen und bei den Frauen 10,71 s von Elaine Thompson.

c) Es liegt kein linearer Zusammenhang vor.
Individuelle Begründung, z. B. liegen die Werte des deutschen Sprinters Armin Hary (1960; 10,2 s) oder des Amerikaners Carl Lewis (1988; 9,92 s) nicht auf der Geraden, die in Teilaufgabe a) ermittelt wurde.
Für die Frauen gilt dies ebenso.
Individuelle Begründung, z. B. liegen die Werte der Amerikanerinnen Wyomia Tyus (1968; 11,0 s) und Florence Griffith Joyner (1988; 10,88 s) nicht auf der in Teilaufgabe a) ermittelten Geraden.

d) Die in Teilaufgabe a) ermittelten Geraden G_f und G_g schneiden sich im Punkt S (3076 | 0,25). In der Theorie würden die Frauen somit nach dem Jahr 3076 schneller als die Männer laufen. Die ermittelte Zeit ist jedoch völlig unrealistisch.

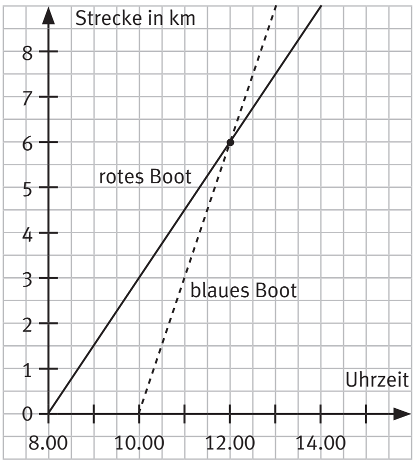
K3/4 **19** **a)** Der Autofahrer fährt zunächst mit einer Geschwindigkeit von $15\,\frac{m}{s} = 54\,\frac{km}{h}$. Eine Geschwindigkeit von $54\,\frac{km}{h}$ liegt um 8 % über der zugelassenen Höchstgeschwindigkeit in geschlossenen Ortschaften. Sollte der Autofahrer in einer Zone gefahren sein, in der die zulässige Geschwindigkeit $30\,\frac{km}{h}$ beträgt, so läge seine Geschwindigkeit sogar um 80 % über der zulässigen Höchstgeschwindigkeit.

b) In der „Schrecksekunde" fährt er $15\,\frac{m}{s} \cdot 1\,s = 15\,m$ weit.

c) Der gesamte Bremsvorgang dauert 4 s, denn dann kommt das Fahrzeug zum Stehen (Nullstelle der Funktion).

K3/4 **20** **a)** Um 10.00 Uhr hat das rote Boot 3 km zurückgelegt.
Um 11.00 Uhr ist das rote Boot 4,5 km von der Ablegestelle entfernt.

b)



c) x: Zeit auf dem Wasser in Stunden ab 8.00 Uhr
Rotes Boot: $y = 1{,}5x$ Blaues Boot: $y = 3(x - 2) = 3x - 6$

$1{,}5x = 3x - 6 \quad | + 6 - 1{,}5x$
$6 = 1{,}5x \quad | : 1{,}5$
$x = 4$

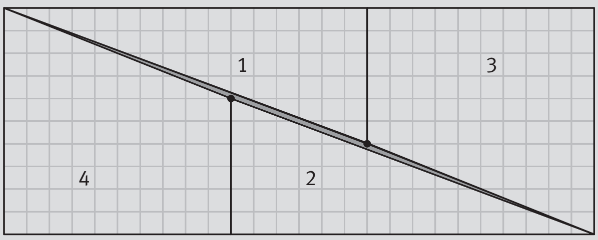
Addiert man zum Start um 8.00 Uhr vier Stunden, so erhält man die Zeit, zu der das rote und das blaue Boot die gleiche Strecke zurückgelegt haben.
Das blaue Boot überholt das rote Boot somit nach 12.00 Uhr.
Graphische Überprüfung: siehe Funktionsgraphen in b).

Knobelei

64 = 65 Glaube nicht alles, was du siehst!

K1/6
- Figur 1 beschreibt ein Quadrat mit der Seitenlänge 8 Kästchen. Figur 2 beschreibt ein Rechteck, dessen Seiten 13 bzw. 5 Kästchen lang sind. Figur 1 besitzt somit einen Flächeninhalt von 64 Kästchen und Figur 2 einen Flächeninhalt von 65 Kästchen. Auf den ersten Blick scheinen beide Figuren aus vier jeweils zueinander kongruenten Figuren 1 – 4 zusammengesetzt zu sein.

K4/5
- Die vier Teilflächen 1 – 4 sind in beiden Figuren jeweils kongruent zueinander.
Vergleich man die „Steigungen" der beiden Dreiecke und Trapeze, so zeigt sich, dass die Verbindung der Punkte F und H in Figur 2, die als Strecke erscheint, in Wirklichkeit ein langgestrecktes Parallelogramm ist:
„Steigung" des grünen Dreiecks: $m_{grün} = -\frac{3}{8} = -0{,}375$
„Steigung"des roten Trapezes: $m_{rot} = -\frac{2}{5} = -0{,}4$
„Steigung" des blauen Dreiecks: $m_{blau} = -\frac{3}{8} = -0{,}375$
„Steigung" des gelben Trapezes: $m_{braun} = -\frac{2}{5} = -0{,}4$



Die beiden kongruenten rechtwinkligen Dreiecke und die beiden kongruenten rechtwinkligen Trapeze besitzen zusammen einen Flächeninhalt von
$\left(2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3\ \text{FE} + 2 \cdot \frac{5+3}{2} \cdot 5\ \text{FE} = 24\ \text{FE} + 40\ \text{FE}\right) = 64\ \text{FE}$;
das Parallelogramm besitzt einen Flächeninhalt von 1 FE: 64 FE + 1 FE = 65 FE.

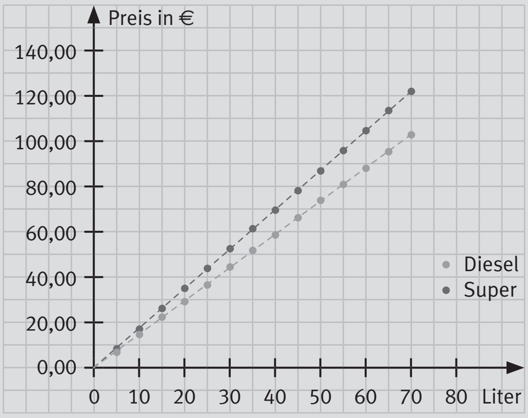
Alternativer Einstieg: Schulbuch Seite 13

Entdecken

K3/4
- Ⓐ $35\,l \cdot 1{,}469\frac{€}{l} \approx 51{,}42\,€$ ($35\,l \cdot 1{,}689\frac{€}{l} \approx 59{,}12\,€$)
  Ⓑ $45\,l \cdot 1{,}469\frac{€}{l} \approx 66{,}12\,€$ ($45\,l \cdot 1{,}689\frac{€}{l} \approx 76{,}01\,€$)
  Ⓒ $60\,l \cdot 1{,}469\frac{€}{l} \approx 88{,}14\,€$ ($60\,l \cdot 1{,}689\frac{€}{l} \approx 101{,}34\,€$)

K3/4
-

Liter	Preis in €	
	Diesel	Super
5	7,35	8,70
10	14,69	17,39
15	22,04	26,09
20	29,38	34,78
25	36,73	43,48
30	44,07	52,17
35	51,42	60,87
40	58,76	69,56
45	66,11	78,26
50	73,45	86,95
55	80,80	95,65
60	88,14	104,34
65	95,49	113,04
70	102,83	121,73



K5/6
- Der Quotient aus Preis und der Anzahl getankter Liter einer Kraftstoffsorte ist stets gleich (Preis pro Liter). Das Verhältnis zweier Preise einer Kraftstoffsorte entspricht dem Verhältnis der Anzahl der getankten Liter.

Nachgefragt

K1/6
- Außer dem Wertepaar (0|0) benötigt man genau ein weiteres Wertepaar oder den Proportionalitätsfaktor a.

K1/5
- Man bestimmt für alle drei Wertepaare den Proportionalitätsfaktor $a = \frac{y}{x}$ und zeigt, dass dieser nicht den gleichen Wert besitzt. Alternativ kann man die drei Wertepaare in ein Koordinatensystem eintragen und zeigen, dass sie nicht auf einer Ursprungsgeraden liegen.

Aufgaben

K1/3

1 a) ① $a = \frac{1{,}98\,€}{3\,kg} = 0{,}66\,\frac{€}{kg}$. a beschreibt den Preis pro Kilogramm Sand.

② $a = \frac{54{,}60\,€}{35\,l} = 1{,}56\,\frac{€}{l}$. a beschreibt den Preis je Liter Super.

③ $a = \frac{408\,g}{6} = 68\,g$. a beschreibt das durchschnittliche Gewicht eines Eis der Größe L.

④ $a = \frac{300\,000\,000\,km}{16\,min} = 18\,750\,000\,\frac{km}{min} = 18{,}75 \cdot 10^6\,\frac{km}{min}$.
a beschreibt die vom Licht zurückgelegte Strecke pro Minute.

⑤ $a = \frac{33{,}4\,mm}{20} = 1{,}67\,mm$. a beschreibt die Höhe einer 5-ct-Münze.

⑥ $a = \frac{517{,}50\,€}{45\,m^2} = 11{,}50\,\frac{€}{m^2}$. a beschreibt den Preis pro m^2 Teppich.

⑦ $a = \frac{2450\,g}{500} = 4{,}9\,g$. a beschreibt das Gewicht eines Blattes Papier.

⑧ $a = \frac{95\,min}{10} = 9{,}5\,min$. a beschreibt die Zeit, die die Fräse für einen Baumstumpf benötigt.

b) Individuelle Lösungen. Beispiele:

	Funktionsgleichung	x	y
1	$y = 0{,}66x$	Menge Sand in kg	Preis in €
2	$y = 1{,}56x$	Menge Super in l	Preis in €
3	$y = 68x$	Anzahl der Eier	Gewicht in g
4	$y = 18{,}75 \cdot 10^6x$	Anzahl der Minuten	Distanz in km
5	$y = 1{,}67x$	Anzahl der Münzen	Höhe des Turms in mm
6	$y = 11{,}50x$	Fläche des Teppichbodens in m^2	Preis des Teppichbodens in €
7	$y = 4{,}9x$	Anzahl der Blätter	Gewicht der Blätter in g
8	$y = 9{,}5x$	Anzahl der Baumstümpfe	Zeit zum Fräsen in min

	Wertepaare		
1	(2|1,32)	(4|2,64)	(6|3,96)
2	(15|23,40)	(20|31,20)	(40|62,40)
3	(4|272)	(10|680)	(15|1020)
4	$(4\|75 \cdot 10^6)$	$(10\|187{,}5 \cdot 10^6)$	$(15\|281{,}25 \cdot 10^6)$
5	(3|5,01)	(10|16,7)	(15|25,05)
6	(10|115,00)	(20|230,00)	(25|287,50)
7	(40|196)	(100|490)	(250|1225)
8	(4|38)	(6|57)	(8|76)

K2/4 **2** Ausgehend vom Ursprung zeichnet man ein Steigungsdreieck ein. Dabei gilt $a = \frac{y}{x}$.

a) $a = \frac{1}{1}$:
Trage 1 LE nach rechts und 1 LE nach oben an.

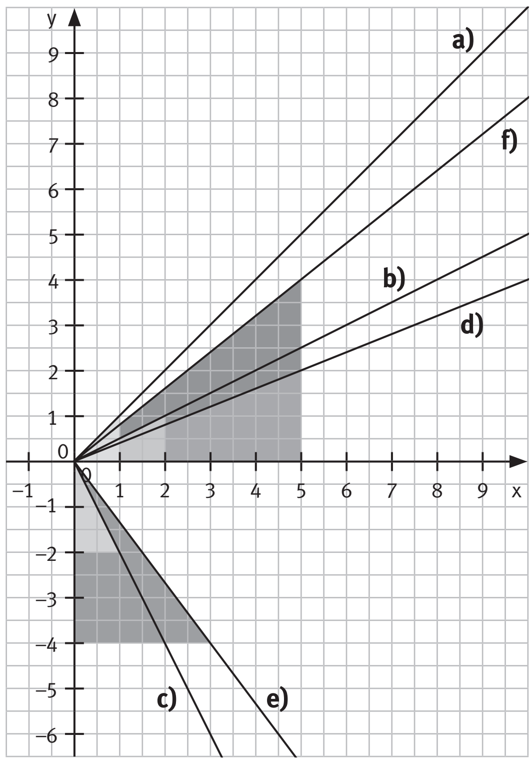
b) $a = \frac{1}{2}$:
Trage 2 LE nach rechts und 1 LE nach oben an.

c) $a = -2 = \frac{-2}{1}$:
Trage 1 LE nach rechts und 2 LE nach unten an.

d) $a = \frac{2}{5}$:
Trage 5 LE nach rechts und 2 LE nach oben an.

e) $a = -\frac{4}{3} = \frac{-4}{3}$:
Trage 3 LE nach rechts und 4 LE nach unten an.

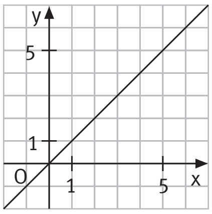
f) $a = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$:
Trage 5 LE nach rechts und 4 LE nach oben an.



K4/5 **3** **a)**

x	y = f(x)
0	0
1	1
−3	−3
−4	−4
2,5	2,5

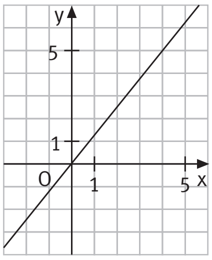
y = x



b)

x	y = f(x)
−2	−2,6
0	0
1	1,3
2	2,6
4	5,2

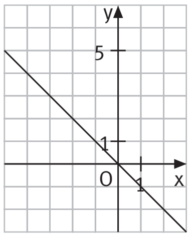
y = 1,3x



c)

x	y = f(x)
−3	3
−1	1
0	0
2,5	−2,5
4	−4

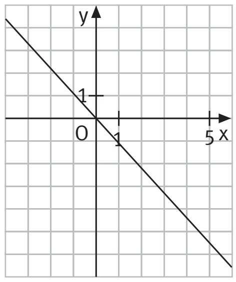
y = −x



d)

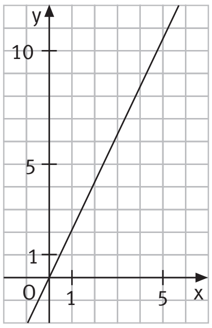
x	y = f(x)
−4	4,4
−2	2,2
0	0
1	−1,1
6	−6,6

y = −1,1x



K4/5 **4** Die Wertetabellen aus a), b) und d) gehören zu direkt proportionalen Funktionen.

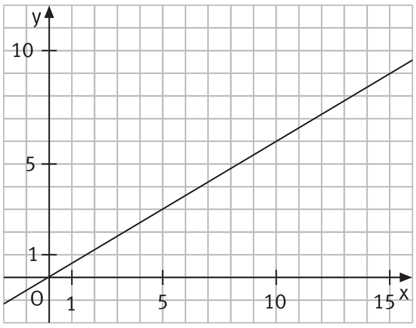
a)



y = 2,1x

x	y = f(x)	a
0	0	–
2	4,2	2,1
3	6,3	2,1
4	8,4	2,1
5	10,5	2,1
6	12,6	2,1

b)



y = 0,6x

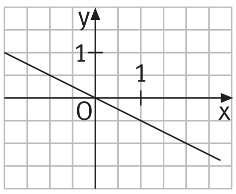
x	y = f(x)	a
−4	−2,4	0,6
6	3,6	0,6
9	5,4	0,6
10	6,0	0,6
15	9,0	0,6
20	12,0	0,6

c)

x	y = f(x)	a
0,5	1	2
1,2	2,4	2
2	4	2
2,5	4,5	1,8
3	6	2
10	20	2

d)

x	y = f(x)	a
−2	1	−0,5
−1	0,5	−0,5
2	−1	−0,5
2,4	−1,2	−0,5
3	−1,5	−0,5
5	−2,5	−0,5



y = −0,5x

K3/5 **5** **a)** und **b)**

Ob die Zuordnung proportional ist, kann graphisch, durch eine Tabelle oder durch die Quotientengleichheit überprüft werden.

1 Lösungsmöglichkeit: z. B. Preis für einen Bleistift

Anzahl	3	7	11
Preis in €	1,35	3,15	4,95

Anzahl: $3 \xrightarrow{\cdot \frac{7}{3}} 7 \xrightarrow{\cdot \frac{11}{7}} 11$; Preis in €: $1{,}35 \xrightarrow{\cdot \frac{7}{3}} 3{,}15 \xrightarrow{\cdot \frac{11}{7}} 4{,}95$

$\frac{1{,}35\,€}{3\,\text{Stück}} = \frac{3{,}15\,€}{7\,\text{Stück}} = \frac{4{,}95\,€}{11\,\text{Stück}} = \frac{0{,}45\,€}{1\,\text{Stück}}$ Die Zuordnung ist proportional.

2 Lösungsmöglichkeit: z. B. Preis für Benzin

Menge in l	14,5	21,2	46,7
Preis in €	21,75	31,80	70,05

Menge in l: $14{,}5 \xrightarrow{\cdot \frac{21{,}2}{14{,}5}} 21{,}2 \xrightarrow{\cdot \frac{46{,}7}{21{,}2}} 46{,}7$; Preis in €: $21{,}75 \xrightarrow{\cdot \frac{21{,}2}{14{,}5}} 31{,}80 \xrightarrow{\cdot \frac{46{,}7}{21{,}2}} 70{,}05$

$\frac{21{,}75\,€}{14{,}5\,l} = \frac{31{,}80\,€}{21{,}2\,l} = \frac{70{,}05\,€}{46{,}7\,l} = \frac{1{,}5\,€}{1\,l}$ Die Zuordnung ist proportional.

c) Es gilt $\frac{6{,}3}{3{,}5} = 1{,}8$ und $\frac{15{,}05}{8{,}6} = 1{,}75$. Es besteht keine Quotientengleichheit und somit gehören die Wertepaare nicht zur gleichen direkt proportionalen Zuordnung.

K1/6 **6** **a)** Markus hat nicht Recht, denn jede Funktion einer direkten Proportionalität ist eine lineare Funktion, für die der y-Achsenabschnitt t = 0 ist.

K1/5 **b)**

E (0|0) liegt auf G_h, denn $h(0) = \frac{5}{2} \cdot 0 = 0$.

U (2|5) liegt auf G_h, denn $h(2) = \frac{5}{2} \cdot 2 = 5$.

K (–2|5) liegt über G_h, denn $h(-2) = \frac{5}{2} \cdot (-2) = -5 < 5$.

L (–0,4|–1) liegt auf G_h, denn $h(-0{,}4) = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -1$.

I (3|7,5) liegt auf G_h, denn $h(3) = \frac{5}{2} \cdot 3 = 7{,}5$.

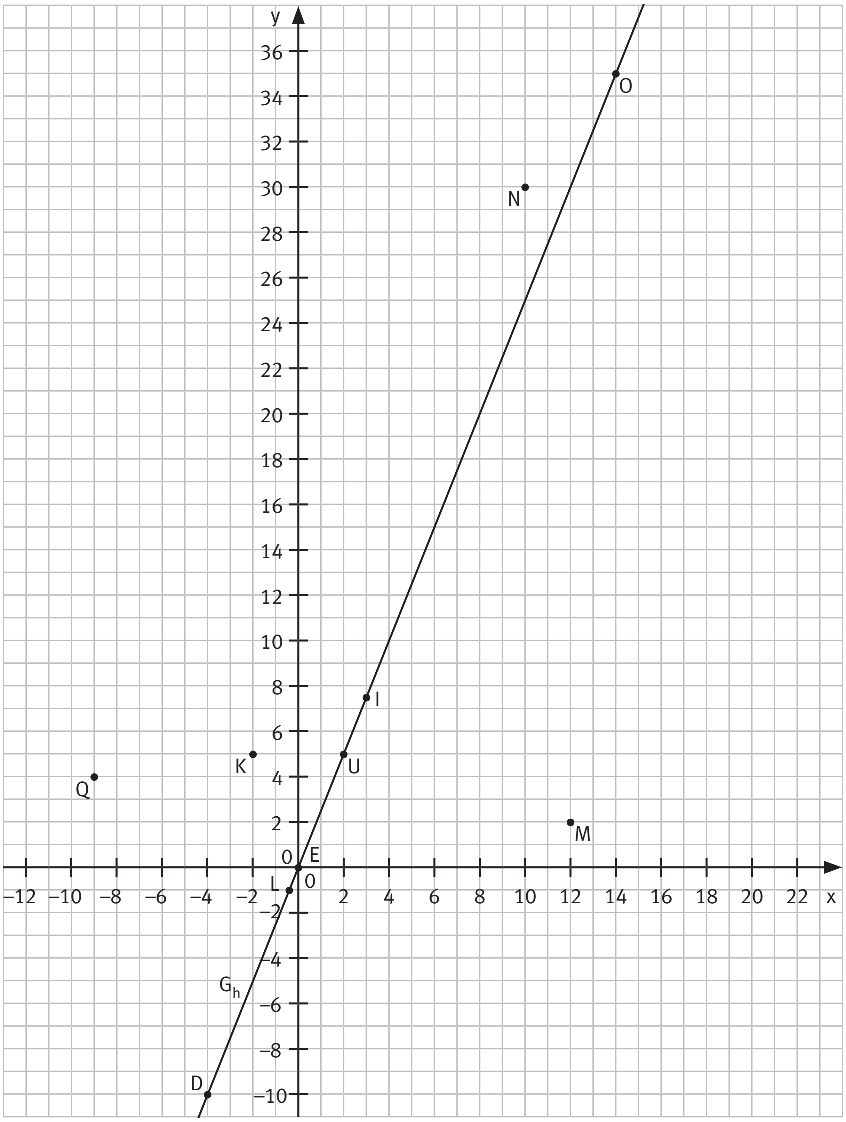
D (–4|–10) liegt auf G_h, denn $h(-4) = \frac{5}{2} \cdot (-4) = -10$.

M (12|2) liegt unter G_h, denn $h(12) = \frac{5}{2} \cdot 12 = 30 > 2$.

N (10|30) liegt über G_h, denn $h(10) = \frac{5}{2} \cdot 10 = 25 < 30$.

O (14|35) liegt auf G_h, denn $h(14) = \frac{5}{2} \cdot 14 = 35$.

Q (–9|4) liegt über G_h, denn $h(-9) = \frac{5}{2} \cdot (-9) = -22{,}5 < 4$.



K2 **7** Für 25 Personen benötigt Laura etwa das 3,125-Fache der Zutaten für 8 Personen.

	Erdbeeren	Zucker	Eiweiß	Schlagsahne
3,125-fache Menge	1 562,5 g ≈ 1,6 kg	625 g	6,25 g ≈ 6	390,625 ml ≈ 2 Becher

Hinweis: 1 Becher Schlagsahne enthält 175 ml oder 200 ml.

K2/6 **8** **a)** $t = \frac{150 \cdot 10^6\,\text{km}}{300\,000\,\frac{\text{km}}{\text{s}}} = 500\,\text{s} = 8\,\text{min}\ 20\,\text{s}$

Das Licht benötigt ungefähr 8 Minuten und 20 Sekunden von der Sonne zur Erde.

b) Es ist jeweils die mittlere Entfernung angegeben.

Planet	Entfernung in Mio. km	Lichtlaufzeit
Merkur	58	193 s = 3 Minuten 13 s
Venus	108	360 s = 4 Minuten
Mars	228	760 s = 12 Minuten 40 s
Jupiter	778	2593 s = 43 Minuten 13 s
Saturn	1433	79 Minuten 37 s
Uranus	2872	159 Minuten 33 s
Neptun	4495	249 Minuten 43 s

c) Die Lichtgeschwindigkeit ist eine zentrale Größe der Relativitätstheorie von Albert Einstein. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum misst für jeden Beobachter denselben konstanten Wert von 299 792 458 Metern pro Sekunde. Die Lichtgeschwindigkeit stellt eine obere Geschwindigkeitsgrenze dar, denn in der Relativitätstheorie bewegt sich nichts schneller als Licht.

K3/4 **9** **a)** Im Diagramm ist in x-Richtung die Brenndauer der Kerze abgetragen, in y-Richtung die Länge der Kerze. Es ist ersichtlich, dass mit zunehmender Brenndauer die Länge der Kerze abnimmt.

b) 1 Falsch; die Kerze war anfänglich 12 cm lang.

2 Wahr; die Kerze besitzt nach 15 min eine Länge von 6 cm.

3 Falsch; die Kerze ist nach 20 min nur noch 4 cm lang, d. h. ihre Länge beträgt nur noch ein Drittel der Anfangslänge.

4 Falsch; die Kerze ist nach 25 min bereits auf ein Sechstel der ursprünglichen Länge abgebrannt.

5 Falsch; die Kerze brennt in jedem Intervall von 5 Minuten zwei Zentimeter ab.

c) Die Länge, die im Vergleich zur ursprünglichen Kerzenlänge abgebrannt ist, und die Brenndauer in Intervallen von 5 Minuten sind zueinander direkt proportional, denn es gilt jeweils

$a = \frac{2\,\text{cm}}{1} = \frac{4\,\text{cm}}{2} = \frac{6\,\text{cm}}{3} = \frac{8\,\text{cm}}{4} = \frac{10\,\text{cm}}{5} = 2\,\text{cm}$.

K4/5 **10** **a)** $m_1 = 1$ und $g_1\colon x \mapsto x$

$m_2 = 3$ und $g_2\colon x \mapsto 3x$

$m_3 = -1$ und $g_3\colon x \mapsto -x$

$m_4 = -\frac{1}{3}$ und $g_4\colon x \mapsto -\frac{1}{3}x$

b) Sowohl die Geraden g_1 und g_3 als auch die Geraden g_2 und g_4 schließen einen 90°-Winkel ein, sie stehen also senkrecht aufeinander.

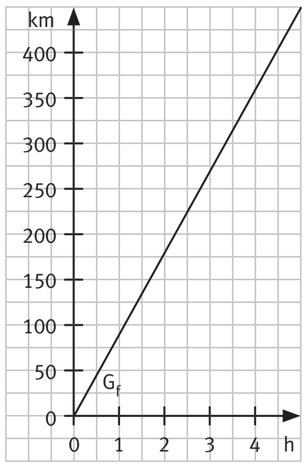
Allgemeine Regel: Zwei Geraden g_1 und g_2 stehen senkrecht aufeinander, wenn für ihre Steigungen gilt $m_1 \cdot m_2 = -1 \left(m_2 = -\frac{1}{m_1}\right)$.

K3/4 **11** **a)**

Zeit x in h	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Weg y in km	45	90	135	180	225	270	315

b) x: Zeit in h; f(x): Weg in km $f\colon x \mapsto 90x$

c)



K3/4 **12**

DIN-	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Länge (in mm)	1189	841	595	420	297	210	149
Breite (in mm)	841	595	420	297	210	149	105
Flächeninhalt (in cm²)	10 000	5000	2500	1250	625	313	156

Länge und Breite eines Blatts in einem DIN-A-Format sind zueinander stets direkt proportional: $\frac{\text{Länge}}{\text{Breite}} \approx 1{,}41$.

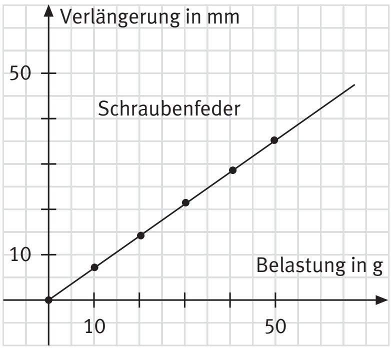
Der Flächeninhalt eines Blatts ist weder zur Länge noch zur Breite des Blatts direkt proportional.

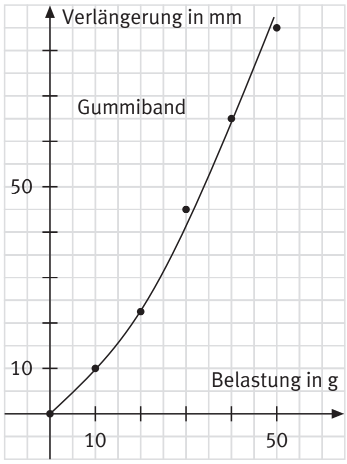
K3/6 **13 a)** Die Schraubenfeder bzw. das Gummiband wird der Reihe nach mit 0 g, 10 g, 20 g, …, 50 g belastet; die dadurch verursachte Verlängerung wird gemessen.

b) Die Auswertung ergibt, dass bei der Schraubenfeder die beiden Größen Belastung und Verlängerung zueinander direkt proportional sind; für das Gummiband gilt dies nicht.

Dehnung einer Schraubenfeder		
Belastung in g	Verlängerung in mm	$\frac{\text{Belastung}}{\text{Verlängerung}}$ in $\frac{\text{g}}{\text{mm}}$
0	0	–
10	7,0	≈ 1,4
20	14	≈ 1,4
30	21	≈ 1,4
40	29	≈ 1,4
50	35	≈ 1,4

Dehnung eines Gummibands		
Belastung in g	Verlängerung in mm	$\frac{\text{Belastung}}{\text{Verlängerung}}$ in $\frac{\text{g}}{\text{mm}}$
0	0	–
10	10	1,0
20	22	≈ 0,91
30	45	≈ 0,67
40	65	≈ 0,62
50	85	≈ 0,59





c) Individuelle Lösungen.

K4/5 **14 a)**

Graph	A	B	C	D	E
Prozentsatz	50 %	40 %	30 %	20 %	10 %

b)

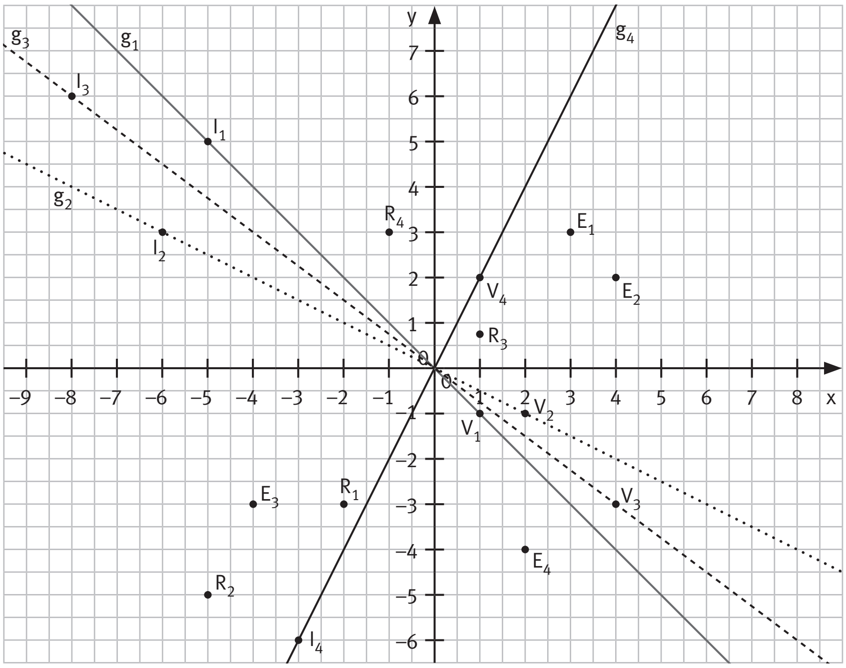
Prozentsatz	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %
Prozentwert	10	10	10	10	10
Grundwert	100	50	$33\frac{1}{3}$	25	20

c) Individuelle Lösungen. Beispiele:
A: Die Jeans war um 50 % reduziert; so hat sie nur noch 35 € gekostet.
B: Lucas ist beim Langstreckentraining bereits 24 Runden gelaufen; das sind aber erst 40 % des Trainingsplans.
C: Heute früh sind wir auf unserer Fahrradtour 15 km gefahren; damit haben wir bereits 30 % der Gesamtstrecke hinter uns.
D: 6 Schüler/Schülerinnen der Klasse 8a haben in der Mathematikschulaufgabe die Note sehr gut. Das sind 20 % der Schüler/Schülerinnen der Klasse.
E: Bei einer Grippeerkrankung fehlten 9 Schüler/Schülerinnen der Klasse 8 B; das sind 10 % der Schüler/Schülerinnen der 8. Jahrgangsstufe.

K2/5

15 a) Individuelle Lösungen. Beispiele:

	1	2	3	4
V ∈ g	(1 | –1)	(2 | –1)	(4 | –3)	(1 | 2)
I ∈ g	(–5 | 5)	(–6 | 3)	(–8 | 6)	(–3 | –6)
E ∉ g	(3 | 3)	(4 | 2)	(–4 | –3)	(2 | –4)
R ∉ g	(–2 | –3)	(–5 | –5)	(1 | 0,75)	(–1 | 3)



c) Der Punkt $P(x_P | y_P)$ liegt …
- auf G_f, wenn $f(x_P) = y_P$ gilt.
- oberhalb von G_f, wenn $f(x_P) < y_P$ gilt.
- unterhalb von G_f, wenn $f(x_P) > y_P$ gilt.

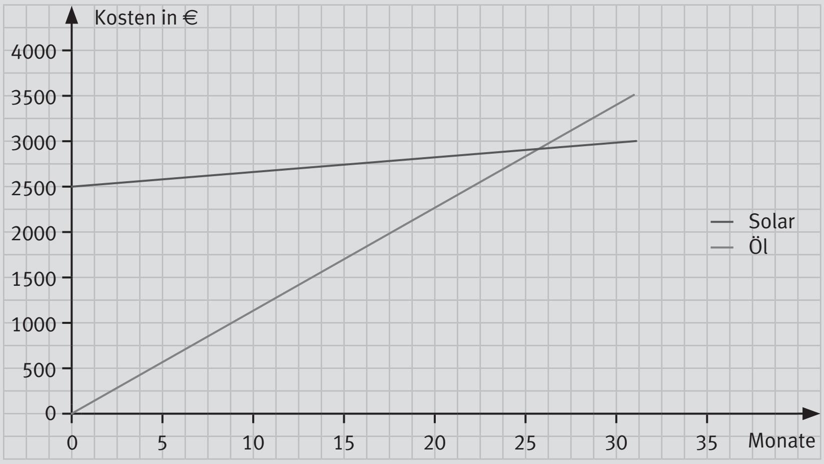
K4/5

Zusammenhänge experimentell untersuchen Alltag

Anhand praktischer Übungen mit unterschiedlich geformten Gefäßen beobachten die Schülerinnen und Schüler proportionale und antiproportionale Zuordnungen. Sie erheben Daten zu ihren Experimenten und stellen die Ergebnisse graphisch dar.
- Individuelle Ergebnisse.
- Individuelle Ergebnisse.

Entdecken

K3/4



K4/5

- x: Anzahl der Monate seit Inbetriebnahme der Anlage; y: entstehende Kosten in €

  Solaranlage: f: $x \mapsto 15x + 2500$

  Heizöl: g: $y \mapsto 160 \cdot 0{,}7 \cdot x$

  Bestimmung des Schnittpunkts: $f(x) = g(x)$

  $$15x + 2500 = 112x \quad | -15x$$
  $$2500 = 97x \quad | : 97$$
  $$25\tfrac{75}{97} = x$$
  $$x \approx 25{,}77$$

  Die Anlage muss mindestens 2 Jahre, 1 Monat und etwa 23 Tage laufen.

K5/6

- Die Lösungsmenge der Ungleichung gibt die Zeitspanne an, in der die Kosten für die Solaranlage unter denen der Ölheizung liegen.

Nachgefragt

K1/6

- Regina hat Recht, z. B. besitzt die Ungleichung $x + 1 < x$ eine leere Lösungsmenge.

K1/6

- Zahirs Aussage ist falsch, denn eine Äquivalenzumformung verändert die Lösungsmenge einer Gleichung bzw. Ungleichung nicht. Dies erfüllt jedoch die Multiplikation mit null nicht immer, denn z. B. liefert 7 = 6 eine leere Lösungsmenge. Multipliziert man beide Seiten mit null, ergibt sich jedoch die wahre Aussage 0 = 0.

Aufgaben

K4/5

1 **a)** $\mathbb{L} =]2; 7]$ **b)** $\mathbb{L} =]-\infty; 20]$ **c)** $\mathbb{L} = [-1{,}5; 1{,}5[$ **d)** $\mathbb{L} =]-17{,}6; \infty[$

K2/5

2 1 – A

$5x \geq -20 \quad | : 5$

$x \geq -4$

$\mathbb{L} = [-4; \infty[$

2 – C

$4 - n \leq 6 - 2n \quad | + 2n - 4$

$n \leq 2$

$\mathbb{L} = \{1; 2\}$

3 – B

$4 + 2{,}5x < 8 + 3x \quad | - 2{,}5x - 8$

$-4 < 0{,}5x \quad | \cdot 2$

$-8 < x$

$\mathbb{L} =]-8; \infty[$

K5 **3**

a) $x - 7 < 0 \quad | + 7$

$x < 7$

$L =]-\infty; 7[$

b) $k + 4 < 3 \quad | -4$

$k < -1$

$L =]-\infty; -1[$

c) $2b < 11 \quad | : 2$

$b < 5{,}5$

$L =]-\infty; 5{,}5[$

d) $4 - 2x > 0 \quad | + 2x$

$4 > 2x \quad | : 2$

$2 > x$

$L =]-\infty; 2[$

e) $25 + 25x \geq 0 \quad | - 25$

$25x \geq -25 \quad | : 25$

$x \geq -1$

$L = [-1; \infty[$

f) $2 - 3x \geq 1 \quad | + 3x - 1$

$1 \geq 3x \quad | : 3$

$\frac{1}{3} \geq x$

$L =]-\infty; \frac{1}{3}]$

g) $17x + 15 < 20 \quad | - 15$

$17x < 5 \quad | : 17$

$x < \frac{5}{17}$

$L =]-\infty; \frac{5}{17}[$

h) $5x + 8 \leq 18 \quad | - 8$

$5x \leq 10$

$x \leq 2$

$L =]-\infty; 2]$

i) $-3x + 5 \geq 4 + x \quad | + 3x - 4$

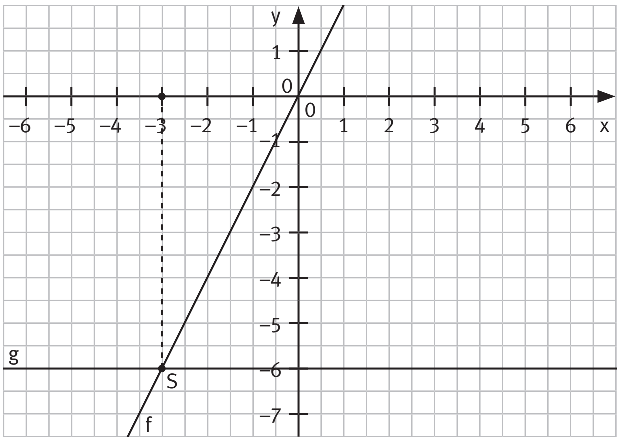
$1 \geq 4x \quad | : 4$

$\frac{1}{4} \geq x$

$L =]-\infty; \frac{1}{4}]$

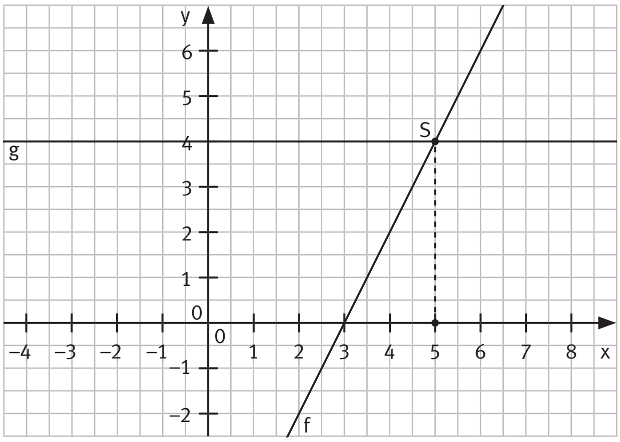
K4/5 **4**

a)



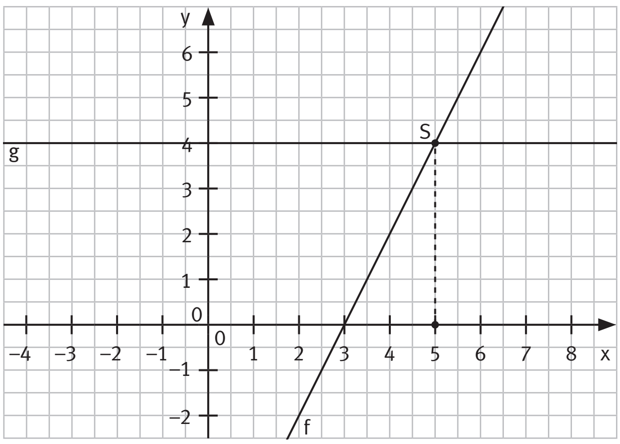
$L =]-3; \infty[$

b)



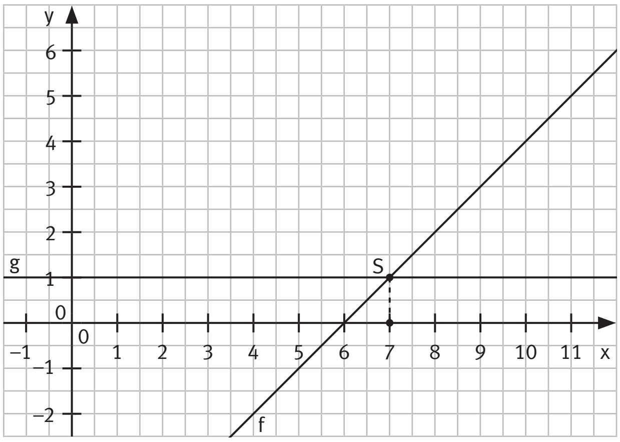
$L =]-\infty; 5[$

c)



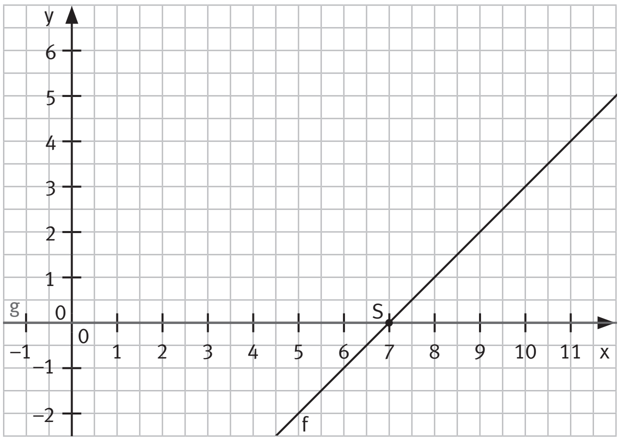
$L = \{...; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$;

d)



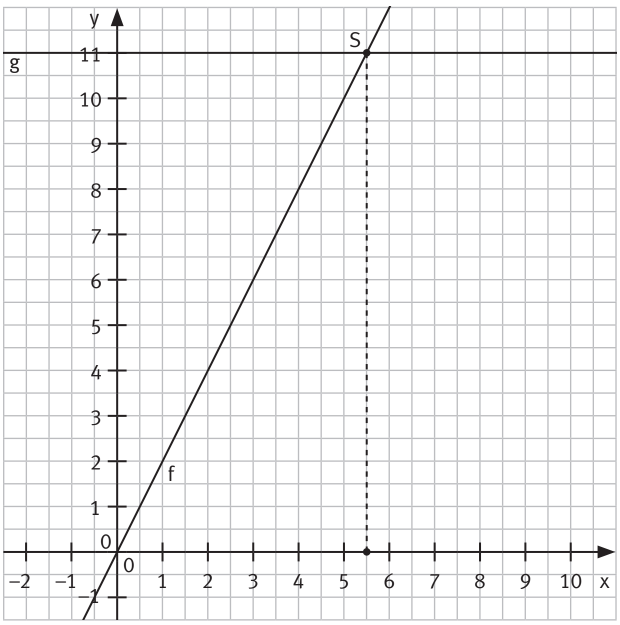
L = [7; ∞ [

e)



L =] –∞; 7 [

f)



L = {1; 2; 3; 4; 5}

K2/3 **5** x: Anzahl der Monate; y: Guthaben in €

Guthaben von Tina: f: $x \mapsto 290 + 20x$

Guthaben von Susan: g: $x \mapsto 180 + 30x$

$f(x) = g(x)$

$$\begin{aligned} 290 + 20x &< 180 + 30x \quad &| -180 - 20x \\ 110 &< 10x &| :10 \\ 11 &< x \end{aligned}$$

Nach mehr als 11 Monaten hat Susan mehr Geld auf dem Konto als Tina.

K5 **6** **a)**
$$\begin{aligned} 27 - 2x &< 15 \quad &| +2x - 15 \\ 12 &< 2x &| :2 \\ 6 &< x \end{aligned}$$
$L =]6; \infty[$

b)
$$\begin{aligned} 2x - 8 &< 0 \quad &| +8 \\ 2x &< 8 &| :2 \\ x &< 4 \end{aligned}$$
$L =]-\infty; 4[$

c)
$$\begin{aligned} -7 - x &< 5 + x \quad &| +x - 5 \\ -12 &< 2x &| :2 \\ -6 &< x \end{aligned}$$
$L =]-6; \infty[$

d)
$$\begin{aligned} -\tfrac{2}{3}(y + 40) + 5 &\leq -27 \quad &| -5 \\ -\tfrac{2}{3}(y + 40) &\leq -32 &| :\left(-\tfrac{2}{3}\right) \\ y + 40 &\geq 48 &| -40 \\ y &\geq 8 \end{aligned}$$
$L = [8; \infty[$

e)
$$\begin{aligned} -8x + 20 &\geq (4 - x) \cdot 12 \\ -8x + 20 &\geq 48 - 12x \quad &| +12x - 20 \\ 4x &\geq 28 &| :4 \\ x &\geq 7 \end{aligned}$$
$L = [7; \infty[$

f)
$$\begin{aligned} \tfrac{x + 56}{-7} &\leq -8 \quad &| \cdot(-7) \\ x + 56 &\geq 56 &| -56 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$
$L = \mathbb{Q}_0^+$

g)
$$\begin{aligned} -2x &< 6x \quad &| +2x \\ 0 &< 8x &| :8 \\ 0 &< x \end{aligned}$$
$L = \mathbb{Q}^+$

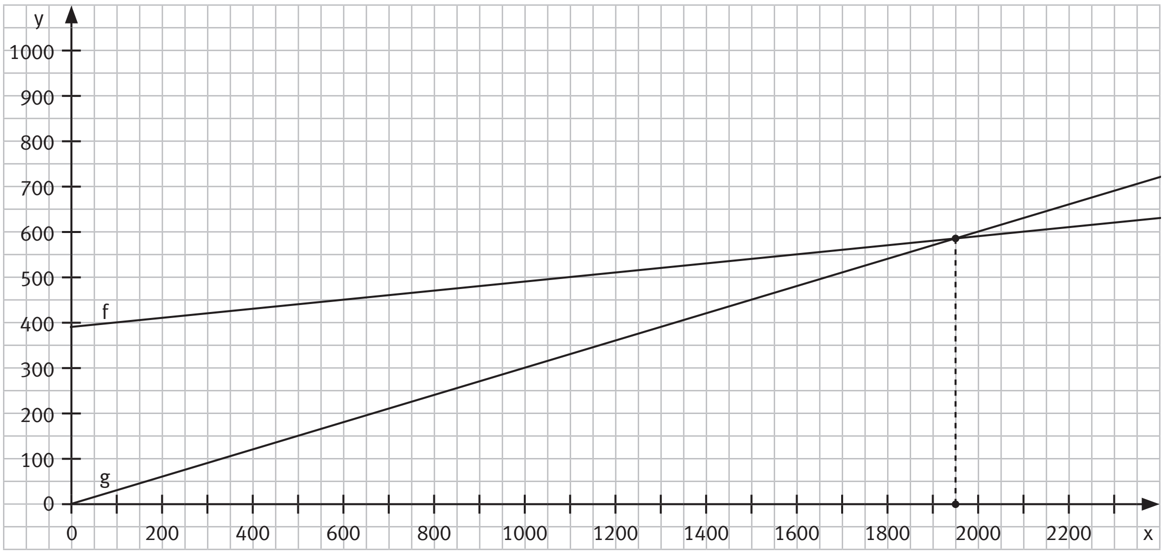
h)
$$\begin{aligned} 0{,}5x + 31 - 3x &\geq 6 \quad &| -31 \\ -2{,}5x &\geq -25 &| :(-2{,}5) \\ x &\leq 10 \end{aligned}$$
$L =]-\infty; 10]$

i)
$$\begin{aligned} 12x - 26 &< 25x \quad &| -25x + 26 \\ -13x &< 26 &| :(-13) \\ x &> -2 \end{aligned}$$
$L =]-2; \infty[$

j)
$$\begin{aligned} \tfrac{1}{6}x + \tfrac{3}{4} &\geq 1 - 1{,}5(x + 2) \\ \tfrac{1}{6}x + \tfrac{3}{4} &\geq -1{,}5x - 2 \quad &| +1{,}5x \quad | -\tfrac{3}{4} \\ 1\tfrac{2}{3}x &\geq -2{,}75 &| :\left(1\tfrac{2}{3}\right) \\ x &\geq -1\tfrac{13}{20} = -1{,}65 \end{aligned}$$
$L = [-1\tfrac{13}{20}; \infty[$

k)
$$\begin{aligned} 9(3 - 2x) &\geq 3(2 - 6x) - 2(5x - 1) \\ 27 - 18x &\geq 6 - 18x - 10x + 2 \\ 27 - 18x &\geq 8 - 28x \quad &| +28x - 27w \\ 10x &\geq -19 &| :10 \\ x &\geq -1{,}9 \end{aligned}$$
$L = [-1{,}9; \infty[$

K2/3 **7** **a)** Die Einwegwindeln sind günstiger, sofern man weniger als 1950 Windeln benötigt. Da Kinder im Durchschnitt 6000-mal gewickelt werden, bis sie sauber sind, wären die Stoffwindeln günstiger, falls die 20 Stück über die gesamten etwa 2,5 Jahre genutzt werden können.



b) x: Anzahl der Windeln; y: Kosten in €

Kosten für die Einwegwindeln: $f: x \mapsto 0{,}3x$

Kosten für die Stoffwindeln: $g: x \mapsto 19{,}50 \cdot 20 + 0{,}1x$

$f(x) = g(x)$

$0{,}3x = 390 + 0{,}1x \quad | - 0{,}1x$

$0{,}2x = 390 \quad | \cdot 5$

$x = 1950$

Für 1950 Windeln entstehen in beiden Fällen die gleichen Kosten von 585 € [f (1950) = g (1950) = 585]. Für mehr als 1950 Windeln sind die Stoffwindeln günstiger.

K2/3 **8** Für jedes Angebot können die Kosten für die Entwicklung von 100 Fotos angegeben werden:

Fotogröße	Foto-Quick	Easy-Click
9 × 13	0,14 € · 100 = 14 €	1,99 € + 0,12 € · 100 = 13,99 €
10 × 15	0,16 € · 100 = 16 €	1,99 € + 0,15 € · 100 = 16,99 €
13 × 18	0,23 € · 100 = 23 €	1,99 € + 0,20 € · 100 = 21,99 €

Hieraus ergibt sich, dass in den Formaten 9 × 13 und 13 × 18 Easy-Click das günstigere Angebot besitzt; beim Format 10 x 15 ist Foto-Quick günstiger.

K2/5 **9** **a)** $4x + 5 \le 13 \quad | - 5$ $\qquad$ $6 - 2x \le 4 \quad | - 6$

$4x \le 8 \quad | : 4$ $\qquad$ $-2x \le -2 \quad | : (-2)$

$x \le 2$ $\qquad$ $x \ge 1$

Die ganzen Zahlen 1 und 2 erfüllen beide Ungleichungen und gehören beiden Grundmengen an: L = {1; 2}

b) $-\frac{3x}{22} - 11 < -14 \quad | + 11$ $\qquad$ $5x + 18 \le 143 \quad | - 18$

$-\frac{3x}{22} < -3 \quad | : \left(-\frac{3}{22}\right)$ $\qquad$ $5x \le 125 \quad | : 5$

$x > 22$ $\qquad$ $x \le 25$

Die Lösungsmenge über der Grundmenge $\mathbb{Q}$ lautet L =] 22; 25].

K2/6 **10 a)** Ermittle, welche Länge die Schenkel des gleichschenkligen Dreiecks besitzen können, wenn der Umfang des Dreiecks maximal 40,5 Längeneinheiten beträgt.

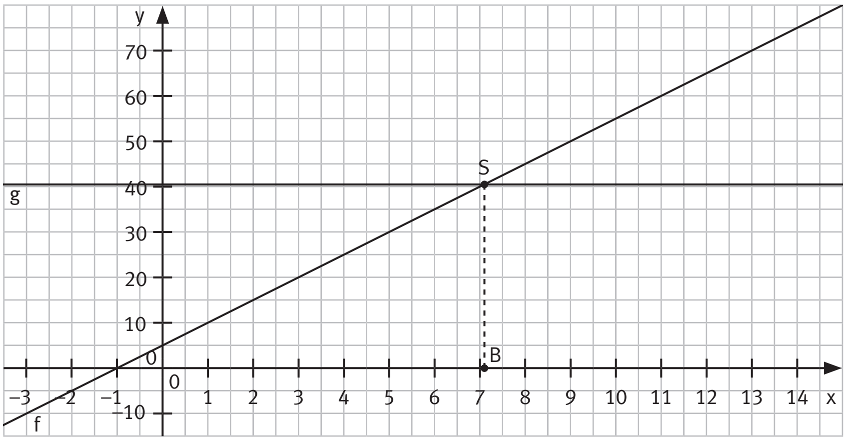
b) Jan hat nicht äquivalent umgeformt: Er muss auf der linken Seite die Zahl 5 subtrahieren und nicht addieren.

$4x + x + 5 \leq 40{,}5 \quad | -5$

$5x \leq 35{,}5 \quad | :5$

$x \leq 7{,}1$

c)



$L =]\,0;\ 7{,}1\,]$

K5 **11 a)** $0{,}5x - 0{,}5 \geq -1{,}5x - 1{,}5 \quad | +1{,}5x$

$2x - 0{,}5 \geq -1{,}5 \quad | +0{,}5$

$2x \geq -1 \quad | :2$

$x \geq -0{,}5$

$L = [\,-0{,}5;\ \infty\,[$

b) $0{,}3x - 2 > 12 + x \quad | -0{,}3x$

$-2 > 12 + 0{,}7x \quad | -12$

$-14 > 0{,}7x \quad | :0{,}7$

$-20 > x$

$L =]\,-\infty;\ -20\,[$

c) $22x - 21 > 9 - 2(x - 3)$

$22x - 21 > 9 - 2x + 6 \quad | +2x + 21$

$24x > 36 \quad | :24$

$x > 1{,}5$

$L =]\,1{,}5;\ \infty\,[$

d) $1{,}7(x + 10) + 0{,}3x \leq 4x + 1$

$2x + 17 \leq 4x + 1 \quad | -2x$

$17 \leq 2x + 1 \quad | -1$

$16 \leq 2x \quad | :2$

$8 \leq x$

$L = [\,8;\ \infty\,[$

e) $\frac{1}{6}x + \frac{3}{4} < 1 - 1{,}5(x - 2)$

$\frac{1}{6}x + \frac{3}{4} < 1 - 1{,}5x + 3 \quad | +1{,}5x$

$\frac{5}{3}x + \frac{3}{4} < 4 \quad | -\frac{3}{4}$

$\frac{5}{3}x < \frac{13}{4} \quad | :\frac{5}{3}$

$x < \frac{39}{20} = 1{,}95$

$L =]\,-\infty;\ 1{,}95\,[$

f) $(2 + x) \cdot (-3) - 7x \geq 0$

$-6 - 3x - 7x \geq 0$

$-6 - 10x \geq 0 \quad | +10x$

$-6 \geq 10x \quad | :10$

$-\frac{3}{5} \geq x$

$L = \left]-\infty;\ -\frac{3}{5}\right]$

g) $(x + 4)^2 - 16 \geq 24(x - 0{,}5) - (x + 6)(6 - x)$

$x^2 + 8x + 16 - 16 \geq 24x - 12 - (36 - x^2)$

$x^2 + 8x \geq 24x - 12 - 36 + x^2 \quad | -x^2$

$8x \geq 24x - 48 \quad | -8x + 48$

$48 \geq 16x \quad | :16$

$3 \geq x$

$L =]\,-\infty;\ 3\,]$

h) $(1{,}5 - 2x)(1{,}5 + 2x) < 2{,}25 - 4x^2$

$2{,}25 - 4x^2 < 2{,}25 - 4x^2$

$0 < 0$

$L = \{\,\}$

K2/5 **12** x: Länge der Strecke $\overline{KR}$ in cm

2x: Länge der Strecke $\overline{SK}$ in cm

$$A_{SPUR} = \frac{3x + 2x}{2} \cdot 10 \le 120$$
$$5x \cdot 5 \le 120 \quad |:5$$
$$5x \le 24 \quad |:5$$
$$x \le 4{,}8$$

$U_{SPUK} = 4x + 20\,cm \le 19{,}2\,cm + 20\,cm = 39{,}2\,cm$

Der Umfang des Rechtecks SPUK beträgt höchstens 39,2 cm.

K5/6 **13** **a)** x: rationale Zahl

$$8 \cdot (x + 3) \le (2x - 7{,}2) : 3$$
$$8x + 24 \le \tfrac{2}{3}x - 2{,}4 \quad |-24 - \tfrac{2}{3}x$$
$$7\tfrac{1}{3}x \le -26{,}4 \quad |:7\tfrac{1}{3}x$$
$$x \le -3{,}6$$
$$L = \,]-\infty; -3{,}6\,]$$

b) a: ganze Zahl

$$9a - 3^3 \ge 3 \cdot [(a + 1) - 4]$$
$$9a - 27 \ge -9 + 3a \quad |-3a + 27$$
$$6a \ge 18 \quad |:6$$
$$a \ge 3$$
$$L = \{3; 4; 5; 6; \ldots\}$$

c) x: rationale Zahl

$$5{,}5x + 11 < 4(x - 1) + 5^3$$
$$5{,}5x + 11 < 4x + 121 \quad |-4x - 11$$
$$1{,}5x < 110 \quad |:1{,}5$$
$$x < 73\tfrac{1}{3}$$
$$L = \,]-\infty; 73\tfrac{1}{3}[$$

d) a: ganze Zahl

$$\tfrac{a}{4} + (a - 2) > 2a - \tfrac{1}{3} \cdot 15$$
$$\tfrac{5}{4}a - 2 > 2a - 5 \quad |-\tfrac{5}{4}a + 5$$
$$3 > \tfrac{3}{4}a \quad |:\tfrac{3}{4}$$
$$4 > a$$
$$L = \,]-\infty; 4\,[$$

K2/4 **14** (I) Die beiden Ungleichungen (3) beschreiben die Fläche eines Dreiecks mit den Eckpunkten T (0 | 3), R (–1 | 0) und E (2 | 0).

(II) Die beiden Ungleichungen (2) beschreiben einen Parallelstreifen; seine beiden parallelen Ränder sind die x-Achse und die Parallele zu ihr durch den Punkt T (0 | 3). Links ist der Streifen durch die Strecke $\overline{TS}$ mit S (1 | 0) berandet, rechts verläuft er bis ins Unendliche.

(III) Die beiden Ungleichungen (6) beschreiben die Fläche eines Dreiecks mit den Eckpunkten T (0 | 3), $A\left(1\tfrac{1}{3} \mid -1\right)$ und $L\left(2\tfrac{2}{3} \mid -1\right)$.

K 4/5 **1** **a)** Einer Zahl wird ihr um drei vergrößerter Wert zugeordnet.

$f: x \mapsto x + 3$

x	0	2	3	5	10	0,5
y	3	5	6	8	13	3,5

b) Einer Zahl wird das Vierfache ihres Wertes zugeordnet.

$f: x \mapsto 4x$

x	0	2	4	10	2,5	0,8
y	0	8	16	40	10	3,2

a) Einer Zahl wird ihr Kehrbruch zugeordnet.

$f: x \mapsto \frac{1}{x}$

x	1	2	5	1,5	$\frac{2}{5}$	0,9
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{9}$

b) Einer Zahl wird ihre um den Wert eins verminderte Quadratzahl zugeordnet.

$f: x \mapsto x^2 - 1$

x	1	2	3	4	5	2,5
y	0	3	8	15	24	5,25

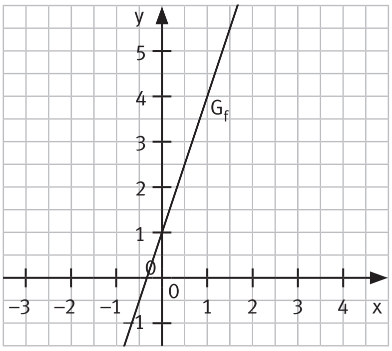
K 1/4 **2** **a)** Die Zuordnung stellt nicht den Graphen einer Funktion dar, da z. B. der Stelle x = 1 zwei y-Werte zugeordnet werden.

b) Die Zuordnung stellt den Graphen einer Funktion dar, da jedem x-Wert eindeutig ein y-Wert zugeordnet wird.

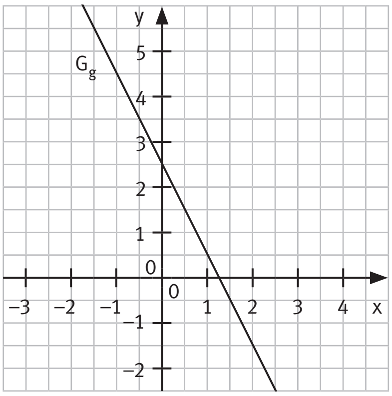
a) Die Zuordnung stellt den Graphen einer Funktion dar, da jedem x-Wert eindeutig ein y-Wert zugeordnet wird.

b) Die Zuordnung stellt nicht den Graphen einer Funktion dar, da z. B. der Stelle x = –1 zwei y-Werte zugeordnet werden.

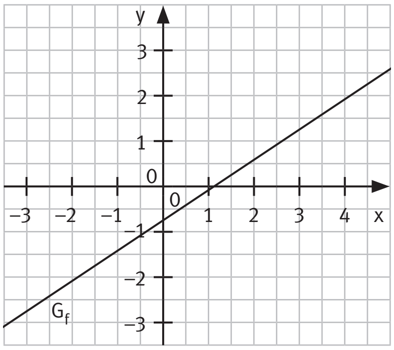
K 4/5 **3** **a)** $m = 3, t = 1$



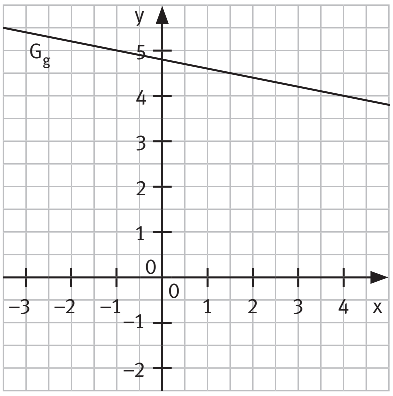
b) $m = -2, t = 2{,}5$



a) $m = \frac{2}{3}, t = -\frac{3}{4}$



b) $m = -0{,}2, t = 4{,}8$



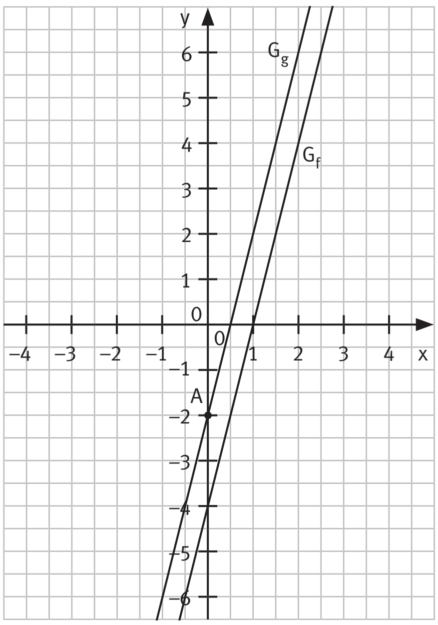
K4/5 **4** **a)** g: $x \mapsto -\frac{1}{3}x + 2$
h: $x \mapsto -1{,}5x + 3{,}5$
j: $x \mapsto \frac{2}{3}x - 1$
k: $x \mapsto \frac{1}{2}x - 2$

a) $g(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{3}x \Rightarrow x = 6$
$h(x) = 0 \Leftrightarrow -1{,}5x + 3{,}5 = 0 \Leftrightarrow$
$3{,}5 = 1{,}5x \Rightarrow x = 2\frac{1}{3}$
$j(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x = 1 \Rightarrow x = 1{,}5$
$k(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = 2 \Rightarrow x = 4$

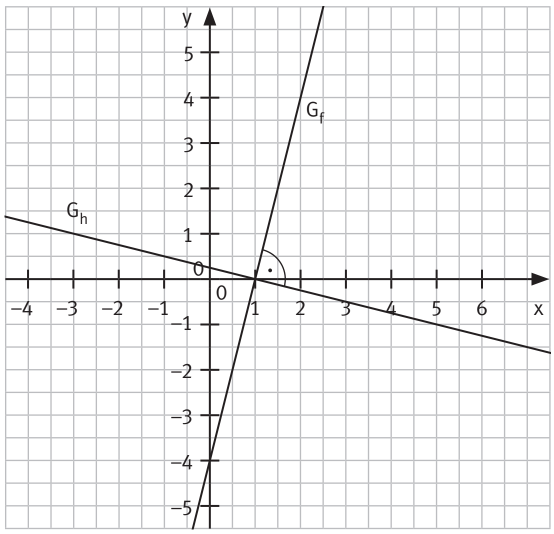
b) $g(x) = k(x)$
$-\frac{1}{3}x + 2 = \frac{1}{2}x - 2 \quad | + \frac{1}{3}x + 2$
$4 = \frac{5}{6}x \quad | : \frac{5}{6}$
$4{,}8 = x$
$k(4{,}8) = \frac{1}{2} \cdot 4{,}8 - 2 = 0{,}4$
$S(4{,}8 \,|\, 0{,}4)$

b) G_j und G_k müssen sich schneiden, da die Geraden unterschiedliche Steigungen besitzen und somit nicht parallel zueinander sind.

K4/5 **5** $m_g = 4$, $t = -2$
g: $x \mapsto 4x - 2$



$m_h = -\frac{1}{4}$
Nullstelle von f: $4x - 4 = 0 \Rightarrow x = 1$
$0 = -\frac{1}{4} \cdot 1 + t \Rightarrow t = \frac{1}{4}$
h: $x \mapsto -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$



K4/5 **6** $m = \frac{-1-(-5)}{4-(-2)} = \frac{-1+5}{4+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
$-1 = \frac{2}{3} \cdot 4 + t \Rightarrow t = -3\frac{2}{3}$
f: $x \mapsto \frac{2}{3}x - 3\frac{2}{3}$
$f(x_C) = \frac{2}{3} \cdot 7 - 3\frac{2}{3} = 1 \neq 2$
Der Punkt C liegt nicht auf G_f.

Man ermittelt mithilfe der Punkte A und B die Steigung $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - y_B}$ der Geraden g.
Durch Einsetzen von m und eines Punkts in die Gleichung $y = mx + t$ bestimmt man die Funktionsgleichung von g. In den Funktionsterm g(x) setzt man die x-Koordinate des Punktes C und berechnet die zugehörige y-Koordinate.

K4/5 **7**

x	3,5	7	8,5	35
y	28	56	68	280

x	10,5	23,5	28,8	30,4
y	52,5	117,5	144	152

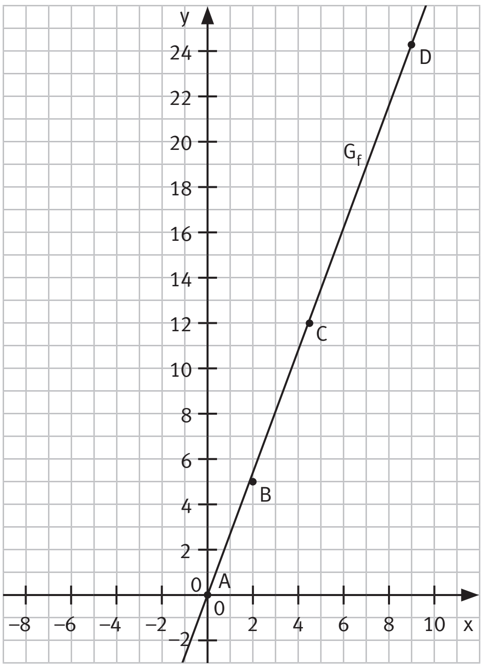
K 1/4 **8** **a)** Die Größen sind zueinander direkt proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist $a = \frac{207{,}50}{250} = 0{,}83$.
$f: x \mapsto 0{,}83x$

b) Die Größen sind zueinander nicht direkt proportional, denn $\frac{84}{10} = 8\frac{2}{5}$, aber $\frac{60}{14} = 4\frac{2}{7}$.

a) Die Größen sind zueinander direkt proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist $a = \frac{1{,}25}{120} = \frac{1}{96}$.
$f: x \mapsto \frac{1}{96}$

b) Die Größen sind zueinander nicht direkt proportional, denn $\frac{336}{6} = 56$, aber $\frac{689}{13} = 53$.

K 3/6 **9** **a)** Die Messungen der beiden weisen z. B. Messungenauigkeiten auf, weshalb die gemessenen Wertepaare nicht auf zueinander direkt proportionale Größen schließen lassen.



b) Die Dichte ist der Quotient aus Masse und Volumen eines Körpers. Verwendet man Körper aus dem gleichen Material, so besteht Quotientengleichheit, so dass die Größen zueinander direkt proportional sind.

a) Die Dichte von Aluminimum wird mit $2{,}7\,\frac{g}{cm^3}$ angegeben. Die Messungen von Justus und Mia ergeben diesen Wert für drei Wertepaare. Beim Wertepaar (4,5 | 12) erzielen sie den Wert $2\frac{2}{3}\,\frac{g}{cm^3}$.

b) Individuelle Ergebnisse. Beispiel:
D =] 0; 1000 [, denn 1 dm^3 Aluminium wiegt bereits 2,7 kg. Größere Körper sind für Versuche im Physikunterricht ungeeignet.

K 3 **10** **a)** Leihgebühr für 5 Tage
Fahrradhorst: $7\,€ \cdot 5 \cdot 2 + 5\,€ = 75\,€$
BBB: $5\,€ \cdot 5 \cdot 2 + 15\,€ = 65\,€$

b) x: Anzahl der Tage ($x \geq 3$)
$7 \cdot 2 \cdot x + 5 < 5 \cdot 2 \cdot x + 15$

a) x: Anzahl der Tage ($x \geq 3$)
Fahrradhorst: $f: x \mapsto 7 \cdot 2 \cdot x + 5$
BBB: $g: x \mapsto 5 \cdot 2 \cdot x + 15$

b) $14x + 5 > 10x + 15 \quad | -10x - 5$
$4x > 10$
$x > 2{,}5$
Leiht man für drei oder mehr Tage zwei Fahrräder und einen Kindersitz, ist das Angebot von BBB günstiger.

K1/6 **11 a)** 1 Die Zuordnung ist eindeutig, z. B. liefert ein Stundenlohn von 10 € die Wertepaare (1 h | 10 €), (2 h | 20 €) oder (4 h | 40 €).

2 Die Zuordnung ist eindeutig. Wertepaare sind z. B. (1 kg | 5,49 €), (1,5 kg | 5,49 €) oder (4 kg | 6,49 €).

3 Die Zuordnung ist eindeutig. Ein Gartenschlauch liefert etwa 15 – 20 Liter pro Minute: (15 l | 1 min), (30 l | 2 min) oder (60 l | 4 min).

4 Die Zuordnung ist eindeutig. Ein Euro entspricht etwa 1,44 Kanadischen Dollar: (2 € | 2,88 CAD), (4 € | 5,76 CAD) oder (10 € | 14,4 CAD).

5 Die Zuordnung ist eindeutig. Beispielsweise kann man eine Wochenarbeitszeit von 40 Stunden zugrunde legen: (1 | 40 h), (2 | 80 h) oder (10 | 400 h).

b) 1 Die Zuordnung ist direkt proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist $a = 10\,\frac{€}{h}$.

2 Die Zuordnung ist nicht direkt proportional, denn z. B. haben Pakete bis 2 kg unabhängig von ihrem Gewicht einen Portopreis von 5,49 €.

3 Die Zuordnung ist direkt proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist z. B. $a = 15\,\frac{l}{min}$.

4 Die Zuordnung ist direkt proportional. Der Proportionalitätsfaktor ist der Wechselkurs, z. B. a = 1,44.

5 Die Zuordnung ist direkt proportional. Je nach zugrunde gelegter Arbeitszeit lässt sich der Proportionalitätsfaktor angeben, z. B. $a = 8\,\frac{h}{d}$.

c) 1 Die Zuordnung *Lohn* ↦ *Arbeitszeit* ist eindeutig, da bei festgelegtem Stundenlohn vom ausgezahlten Lohn eindeutig auf die geleistete Arbeitszeit geschlossen werden kann.

2 Die Zuordnung *Portopreis* ↦ *Paketgewicht* ist nicht eindeutig, da es Portopreisklassen gibt, z. B. zahlt man 5,49 € für Pakete mit dem Gewicht von 1 kg aber auch von 2 kg.

3 Die Zuordnung *Füllzeit* ↦ *Wassermenge* ist eindeutig, da pro Minute eine konstante Wassermenge ins Becken fließt, z. B. in einer Minute 15 l mithilfe eines Gartenschlauchs.

4 Die Zuordnung *CAD* ↦ *EUR* ist eindeutig. Der Proportionalitätsfaktor ist z. B. a = 0,69.

5 Die Zuordnung *Arbeitszeit* ↦ *Anzahl* der Arbeiter ist eindeutig, sofern die Arbeitszeit für jeden Arbeiter konstant ist.

K1/6 **12 a)** Die Graphen 1, 3 und 4 gehören zu einer linearen Funktion, da sie Geraden darstellen.
Für Graph 1 gilt $m > 0$ und $t > 0$, für Graph 3 $m > 0$ und $t = 0$ sowie für Graph 4 $m = 0$ und $t > 0$.
Graph 2 besitzt einen „Knick". Man kann ihn jedoch aus zwei abschnittsweise definierten linearen Funktionen zusammensetzen.

b) Individuelle Lösungen. Beispiele:

1 In einem Swimmingpool befinden sich bereits 70 l Wasser. Pro Minute fließen 18 l in den Pool.

2 Für die ersten 5 GB fallen im Datentarif jeweils 15 ct pro 100 MB an. Ab 5 GB kosten 100 MB lediglich jeweils 10 ct.

3 1 kg Äpfel kostet 2,49 €.

4 Smilla hat einen Handyvertrag, der unabhängig von der Mobilfunknutzung monatlich 15 € kostet.

c) Individuelle Lösungen. Beispiele:

- Graphen linearer Funktionen, deren Steigung größer als null ist, sind steigende Geraden.
- Graphen linearer Funktionen, deren Steigung kleiner als null ist, sind fallende Geraden.
- Graphen linearer Funktionen, deren Steigung gleich null ist, verlaufen parallel zur x-Achse.
- Graphen linearer Funktionen mit gleicher Steigung und verschiedenen y-Achsenabschnitten verlaufen parallel.
- Durch welche Quadranten der Graph einer linearen Funktion verläuft, ist abhängig von der Steigung und dem y-Achsenabschnitt.
- Graphen linearer Funktionen, deren Steigung ungleich null ist, besitzen eine Nullstelle.

K3/6 **13** **a)** • Es wird eine Grundgebühr von 6 € verlangt.
• Pro Stunde wird für die Ausleihe eine Gebühr von 2 € erhoben.

b) Man ermittelt die Steigung der Geraden mithilfe zweier Punkte, z. B. P (1 | 8) und Q (2 | 10):
$m = \frac{10-8}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$. Die Mietkosten pro Stunde betragen 2 €.

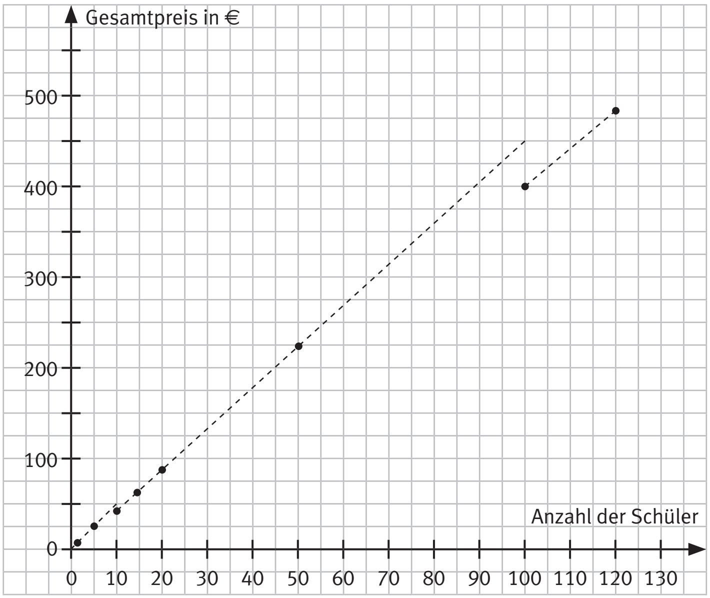
c) x: Ausleihdauer in h; f (x) Kosten in €: $f: x \mapsto 6 + 2x$

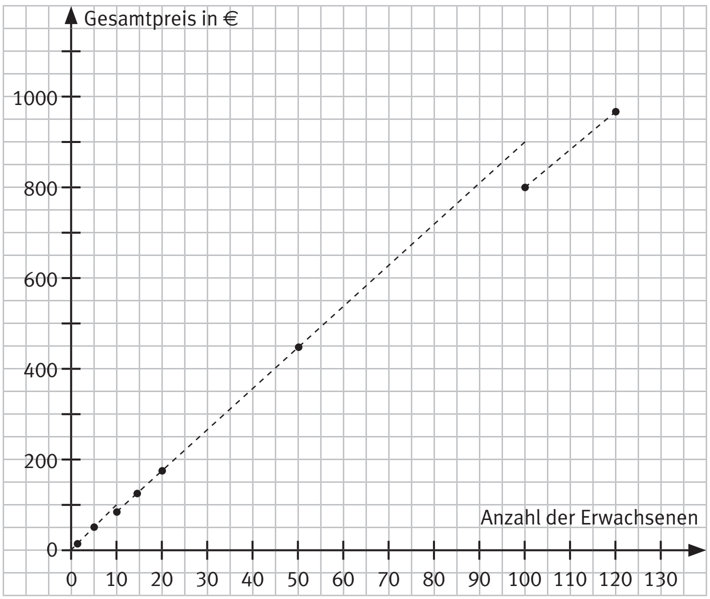
d) $f(9) = 6 + 2 \cdot 9 = 6 + 18 = 24$. Für eine Ausleihdauer von 9 Stunden muss man 24 € zahlen.

K3/4 **14** **a)**

Anzahl	1	5	10	15	20	50	100	120
Gesamtpreis bei … Schülern	5,00 €	25,00 €	45,00 €	67,50 €	90,00 €	225,00 €	400,00 €	480,00 €
Gesamtpreis bei … Erwachsenen	10,00 €	50,00 €	90,00 €	135,00 €	180,00 €	450,00 €	800,00 €	960,00 €

b)



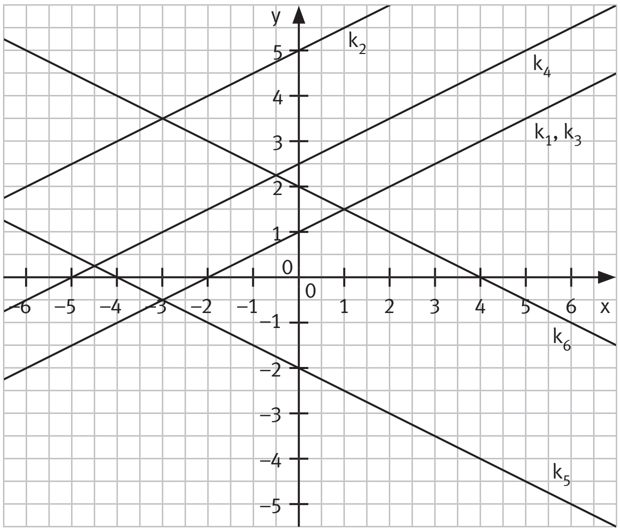


c) Man kann zu diesen Zuordnungen keine direkt proportionalen Funktionen angeben, da ab 10 bzw. 100 Personen jeweils immer ein Rabatt auf die Einzelpreise gewährt wird.
Jede Zuordnung könnte man durch drei abschnittsweise definierte lineare Funktionen (vgl. b)) darstellen.

d) Eine Gruppe mit 80 Schülerinnen und Schülern sowie 10 Erwachsenen muss 450 € bezahlen.

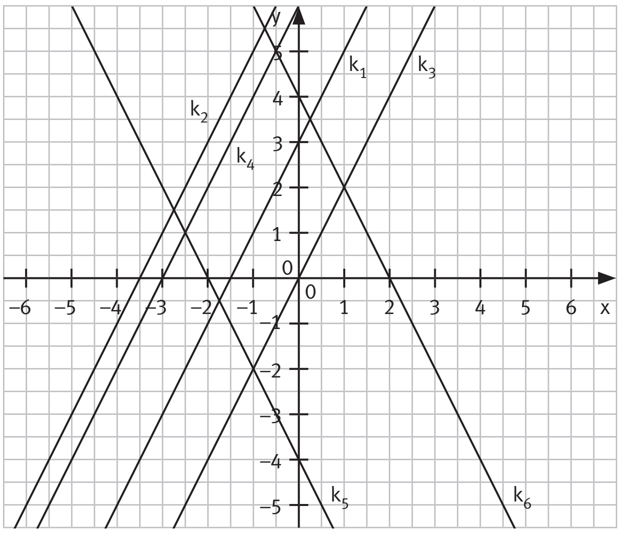
K4/5 **15 a)** f: x $\mapsto$ 0,5x + 2 g: x $\mapsto$ 2x + 4 h: x $\mapsto$ –0,5x + 1

b) Für f (x):



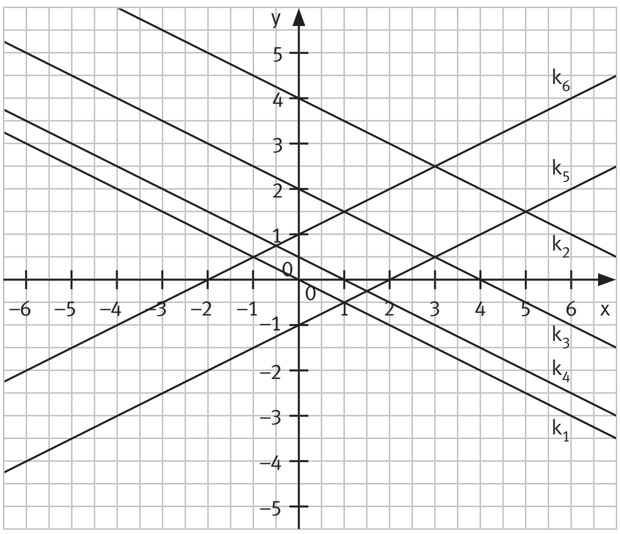
k_1: x $\mapsto$ 0,5x + 1
k_2: x $\mapsto$ 0,5x + 5
k_3: x $\mapsto$ 0,5x + 1
k_4: x $\mapsto$ 0,5x + 2,5
k_5: x $\mapsto$ –0,5x – 2
k_6: x $\mapsto$ –0,5x + 2

Für g (x):



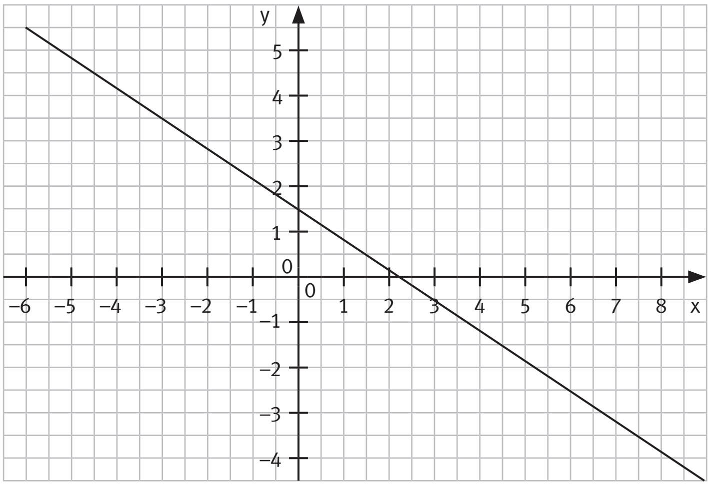
k_1: x $\mapsto$ 2x + 3
k_2: x $\mapsto$ 2x + 7
k_3: x $\mapsto$ 2x
k_4: x $\mapsto$ 2x + 6
k_5: x $\mapsto$ –2x – 4
k_6: x $\mapsto$ –2x + 4

Für h (x):



k_1: x $\mapsto$ –0,5x
k_2: x $\mapsto$ –0,5x + 4
k_3: x $\mapsto$ –0,5x + 2
k_4: x $\mapsto$ –0,5x + 0,5
k_5: x $\mapsto$ 0,5x – 1
k_6: x $\mapsto$ 0,5x + 1

K 5 **16** blau:



Rot: Der Graph ist eine fallende Gerade mit dem y-Achsenabschnitt t = 1,5 und der Steigung $m = -\frac{2}{3}$.

Grün: $f(2) = -\frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{3}{2} = -\frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{1}{6}$.

Blau: $-\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} = -3 \quad | -\frac{3}{2}$

$-\frac{2}{3}x = -4{,}5 \quad | : \left(-\frac{2}{3}\right)$

$x = 6{,}75$

Rot: $f(x) = 0$

$-\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} = 0 \quad | + \frac{2}{3}x$

$\frac{3}{2} = \frac{2}{3}x \quad | : \frac{2}{3}$

$x_N = 2{,}25$

Grün: individuelle Lösungen, z. B. f: $x \mapsto \frac{2}{3}x - 1{,}5$

Gelb: $m = -\frac{1}{-\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$

g: $x \mapsto \frac{3}{2}x - 4$

Grün: $A = \frac{1}{2} \cdot 2{,}25\,\text{LE} \cdot 1{,}5\,\text{LE} = 1{,}6875\,\text{FE}$

K 5/6 **17** **a)** Funktionsgleichung zu f_1:

$4 = 2 \cdot 1 + t \Rightarrow t = 2$

f_1: $x \mapsto 2x + 2$

Funktionsgleichung zu f_2:

$4 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + t \Rightarrow t = 4{,}5$

f_2: $x \mapsto -\frac{1}{2}x + 4{,}5$

b) Die Graphen der beiden linearen Funktionen stehen senkrecht aufeinander, denn es gilt $m_1 = -\frac{1}{m_2}$.

c) Nullstelle f_1: $f_1(x) = 0$

$0 = 2x + 2 \quad | -2$

$-2 = 2x \quad | : 2$

$x_N = -1$

Nullstelle f_2: $f_2(x) = 0$

$0 = -\frac{1}{2}x + 4{,}5 \quad | + \frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2}x = 4{,}5 \quad | \cdot 2$

$x_N = 9$

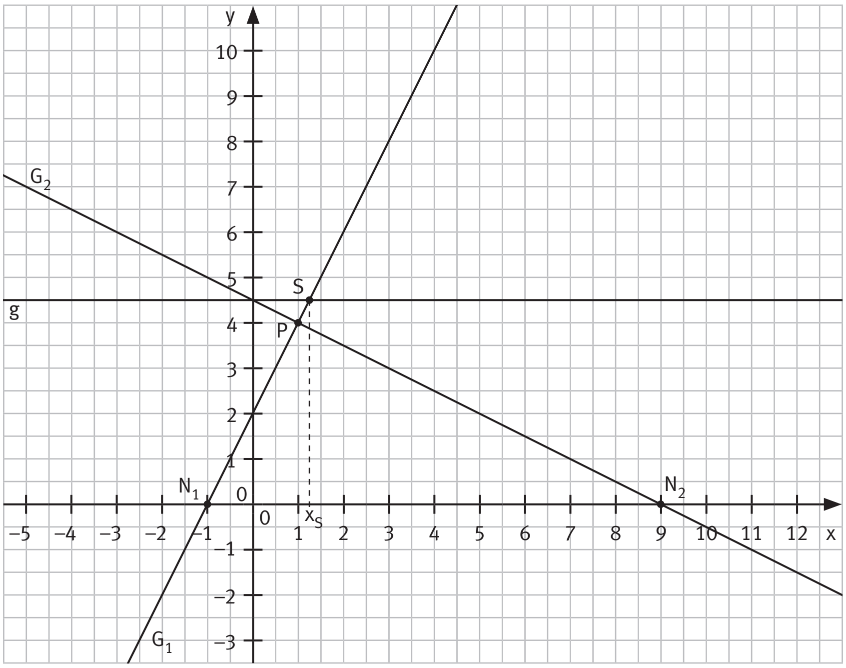
d) $4{,}5 \leq 2x + 2 \quad | -2$

$2{,}5 \leq 2x \quad | : 2$

$1{,}25 \leq x$

$L = [\,1{,}25; \infty\,[$

e) Die Lösungsmenge der Ungleichung kann man ablesen, indem man die Gerade g: $x \mapsto 4{,}5$ einzeichnet und die x-Koordinate x_S des Schnittpunkts S mit dem Graph G_{f_1} abliest.



K 5/6 **18 a)** f: x $\mapsto$ $\frac{x}{10}$

Um den zehnten Teil zu erhalten, wird die Zahl durch 10 dividiert.

b) f: x $\mapsto$ –x

Die Winkelhalbierende des II. und IV. Quadranten besitzt die Steigung –1 und verläuft durch den Ursprung.

c) f: x $\mapsto$ 3x – 2

Man setzt die Steigung m = 3 und den y-Achsenabschnitt t = –2 in die Gleichung y = mx + t ein.

d) f: x $\mapsto$ 2,5x – 2

Durch den Punkt P (0|–2) ist der y-Achsenabschnitt t = –2 gegeben. Man setzt die Steigung m = 2,5 und den y-Achsenabschnitt t = –2 in die Gleichung y = mx + t ein.

e) f: x $\mapsto$ $\frac{2}{5}$x + 2,2

Man ermittelt zunächst mithilfe der Punkte A (2|3) und B (–3|1) die Steigung $m = \frac{3-1}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$.
Anschließend setzt man m und einen Punkt in die Gleichung y = mx + t ein und ermittelt den y-Achsenabschnitt: $3 = \frac{2}{5} \cdot 2 + t \Rightarrow t = 2{,}2$.

f) f: x $\mapsto$ –2x + 4

f und g besitzen die gleiche Steigung m = –2. Anschließend setzt man m und K (3|–2) in die Gleichung y = mx + t ein und ermittelt den y-Achsenabschnitt: $-2 = -2 \cdot 3 + t \Rightarrow t = 4$.

g) f: x $\mapsto$ 2x + 3

Man multipliziert zunächst die Zahl mit dem Faktor 2 und addiert 3.

h) f: x $\mapsto$ $-\frac{2}{5}$x + 3

Da G_f und G_g senkrecht aufeinander stehen, gilt $m_f = -\frac{1}{m_g} = -\frac{1}{2{,}5} = -\frac{2}{5}$.
Anschließend setzt man m und P (5|1) in die Gleichung y = mx + t ein und ermittelt den y-Achsenabschnitt: $1 = -\frac{2}{5} \cdot 5 + t \Rightarrow t = 3$.

i) f: x $\mapsto$ $\frac{2}{3}$x + 1

Da die Steigung $m = \frac{2}{3}$ und die Nullstelle x = –1,5 gegeben ist, kann man die Funktion f durch den Term $f(x) = \frac{2}{3}(x + 1{,}5)$ beschreiben. Multipliziert man den Term aus, so erhält man f: x $\mapsto$ $\frac{2}{3}$x + 1.

j) f: x $\mapsto$ $\frac{5}{3}$x – 2,5

Durch den Punkt T (0|–2,5) ist der y-Achsenabschnitt t = –2,5 gegeben. Für die Steigung gilt, da die Achsenschnittpunkte gegeben sind, $m = \frac{0-(-2{,}5)}{1{,}5-0} = \frac{5}{3}$.

K5 **19 a)** $8x \geq -24 \quad | :8$

$x \geq -3$

$L = \mathbb{N}_0$

b) $-\frac{3}{4}y \leq -\frac{5}{16} \quad | :\left(-\frac{3}{4}\right)$

$y \geq \frac{5}{12}$

$L = [\,\frac{5}{12}; \infty\,[$

c) $2(x-9) < 13 - (28-x) \cdot 4$

$2x - 18 < 13 - 112 + 4x$

$2x - 18 < -99 + 4x \quad | -2x + 99$

$81 < 2x \quad | :2$

$40{,}5 < x$

$L =]\,40{,}5; \infty\,[$

d) $4x - 3 < 3{,}25x + 10 - 1{,}25x$

$4x - 3 < 2x + 10 \quad | +3 - 2x$

$2x < 13 \quad | :2$

$x < 6{,}5$

$L = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

e) $5[3z - (z+4)] > -2(z-4)$

$5[3z - z - 4] > -2z + 8$

$10z - 20 > -2z + 8 \quad | +20 + 2z$

$12z > 28 \quad | :12$

$z > 2\frac{1}{3}$

$L =]\,2\frac{1}{3}; \infty\,[$

f) $7 < x + 15 < 16 \quad | -15$

$-8 < x < 1$

$L =]-8; 1\,[$

g) $5 < \frac{9}{4}y < 36 \quad | \cdot 4$

$20 < 9y < 144 \quad | :9$

$1\frac{2}{9} < y < 16$

$L =]\,1\frac{2}{9}; 16\,[$

h) $12 \leq -3x + 9 < 21 \quad | -9$

$3 \leq -3x < 12 \quad | :(-3)$

$-1 \geq x > -4$

$L =]-4; -1\,]$

i) $(38 - 57x) : 19 \geq (-4)(2+x)$

$2 - 3x \geq -8 - 4x \quad | -2 + 4x$

$x \geq -10$

$L = \{-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 3; 4; 5; 6; \ldots\}$

j) $(2x - 25)(70 - 8x) > (6x+1)^2 \cdot 5 - 4 \cdot (7x-5)^2$

$140x - 16x^2 - 1750 + 200x > (36x^2 + 12x + 1) \cdot 5 - 4 \cdot (49x^2 - 70x + 25)$

$-16x^2 + 340x - 1750 > 180x^2 + 60x + 5 - 196x^2 + 280x - 100$

$-16x^2 + 340x - 1750 > -16x^2 + 340x - 95 \quad | +16x^2 - 340x$

$-1750 > -95$

$L = \{\,\}$

K5/6 **20 a)** $6x + 7 \leq 13 \quad | -7$

$6x \leq 6 \quad | :6$

$x \leq 1$

$6 - 11x \leq 28 \quad | -6$

$-11x \leq 22 \quad | :(-11)$

$x \geq -2$

Die ganzen Zahlen –2; –1; 0 und 1 erfüllen beide Ungleichungen und gehören beiden Grundmengen an: $L = \{-2; -1; 0; 1\}$

b) $-\frac{3x}{4} - 11 > -41 \quad | +11$

$-\frac{3x}{4} > -30 \quad | :\left(-\frac{3}{4}\right)$

$x < 40$

$5{,}2x + 18 \geq 148 \quad | -18$

$5{,}2x \geq 130 \quad | :5{,}2$

$x \geq 25$

Da die Grundmenge jeweils $G = \mathbb{Q}$ ist, gilt $L = [\,25; 40\,[$.

K2/5 **21** Individuelle Lösungen. Beispiel:

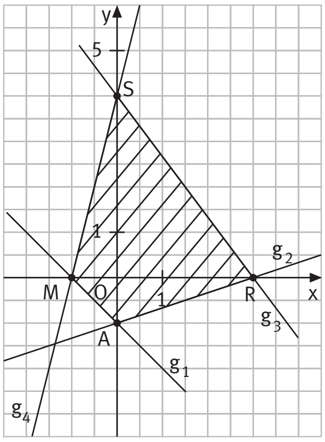
$(x+1)^2 - (x-1)(x+1) < (x-1)(x+1) - (x-1)^2$

$x^2 + 2x + 1 - x^2 + 1 < x^2 - 1 - x^2 + 2x - 1 \quad | -2x$

$2 < -2$

$L = \{\,\}$

K2/4 **22 a)**



	Schnittpunkt mit der x-Achse	Schnittpunkt mit der y-Achse
g_1	$S_1(-1\|0) = M$	$T_1(0\|-1) = A$
g_2	$S_2(3\|0) = R$	$T_2(0\|-1) = A$
g_3	$S_3(3\|0) = R$	$T_3(0\|4) = S$
g_4	$S_4(-1\|0) = M$	$T_4(0\|4) = S$

Die Geraden g_1 und g_2 haben den Achsenpunkt A, die Geraden g_2 und g_3 haben den Achsenpunkt R, die Geraden g_3 und g_4 haben den Achsenpunkt S und die Geraden g_4 und g_1 haben den Achsenpunkt M gemeinsam. Die vier Geraden besitzen also nicht die maximal möglichen acht Achsenpunkte, sondern nur vier.

b) $A_{MARS} = A_{RSM} + A_{RMA} = [(1\,cm + 3\,cm) \cdot 4\,cm] : 2 + [(1\,cm + 3\,cm) \cdot 1\,cm] : 2 = 8\,cm^2 + 2\,cm^2 = 10\,cm^2$

$A_{IV.\,Quadrant} = (1\,cm \cdot 3\,cm) : 2 = 1{,}5\,cm^2$

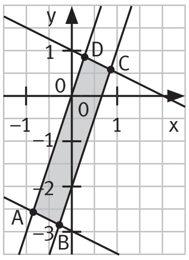
Prozentsatz: $\frac{1{,}5\,cm^2}{10\,cm^2} = \frac{15}{100} = 15\,\%$

c) Sophia hat Recht, denn alle Punkte im Innern und auf dem Rand des Vierecks liegen oberhalb von g_1 und g_2 sowie gleichzeitig unterhalb von g_3 und g_4.

K4/6 **23 a)** Die Funktionen f und h sowie g und k besitzen jeweils die gleiche Steigung, aber unterschiedliche y-Achsenabschnitte. G_f und G_h sowie G_g und G_k verlaufen somit jeweils parallel. Daraus ergibt sich ein Parallelogramm.

Ein Rechteck liegt nicht vor, da $m_f \neq -\frac{1}{m_g}$ und $m_f \neq -\frac{1}{m_k}$ gilt.

b)



K6 **1** Eine Zuordnung weist jedem Element einer Menge ein Element oder mehrere Elemente einer anderen Menge zu. Beispiele: *Schuhgröße* $\mapsto$ *Vorname*; *Euro* $\mapsto$ *US-Dollar*.

Eine Zuordnung, die jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zuweist, nennt man Funktion. Beispiele: *Person* $\mapsto$ *Geburtsdatum; natürliche Zahl* $\mapsto$ *Nachfolger*.

K1/4 **2** **a)** 1 **und** C **:** Durch die Anfahrt entstehen Fixkosten (Schnittpunkt mit der y-Achse), und in Abhängigkeit von der Stundenzahl wird ein Arbeitspreis ermittelt. Somit ergibt sich der Graph einer linearen Funktion.

2 **und** B **:** Die Grundgebühr wird im Schnittpunkt mit der y-Achse ersichtlich. Da in der 1. Stunde keine weiteren Gebühren entstehen, verläuft der Graph in der ersten Stunde konstant auf dem Niveau der Grundgebühr. Ab der zweiten Stunde verläuft der Graph steigend, da pro Stunde eine Gebühr von jeweils 4 € erhoben wird.

3 **und** A **:** In Abhängigkeit von der Stundenzahl erhält die Aushilfe ihren Lohn. Dieser ist pro Stunde konstant. Deshalb ist die Zuordnung durch eine Ursprungsgerade darstellbar.

b) Die Zuordnung A ist direkt proportional, da es sich um eine Gerade handelt, die durch den Ursprung verläuft. Die Steigung beträgt $m = 12$.

K3/5 **3** **a)** x: Anzahl der Eiskugeln; y: Preis des Eises in Euro

g: $y = 0{,}6x$ $D = [1; 5]$

Anmerkung: Die rechte Grenze kann auch eine andere natürliche Zahl bilden, die eine realistische Eisportion darstellt.

b) x: Anzahl der DIN-A4-Blätter; y: Gewicht der Blätter in g

g: $y = 5x$ $D = [1; 2500]$

Anmerkung: Die rechte Grenze kann auch eine andere natürliche Zahl bilden. Diese Zahl wurde gewählt, da es sich um einen Karton mit 5 Packungen à 500 Blatt handelt.

c) x: Anzahl der Autoreifen; y: Höhe des Reifenturms in mm

g: $y = 198x$ $D = [1; 31]$

Anmerkung: Der Weltrekord im Reifenstapeln liegt bei einer Turmhöhe von etwa 6,2 m.

K3/5 **4** Die Zuordnung ist direkt proportional.

Man kann z. B. die Quotientengleichheit nutzen und den Proportionalitätsfaktor $a = \frac{y}{x}$ berechnen:

$a = \frac{0{,}88}{100} = 8{,}8 \cdot 10^{-3}$.

Anhand dessen lassen sich die Werte berechnen.

Alternativ können die Werte über den Dreisatz berechnet werden.

Masse der Walnüsse	600 g	375 g	$1\frac{1}{2}$ kg	$\frac{3}{4}$ kg
Preis für die Walnüsse	5,28 €	3,30 €	13,20 €	6,60 €

K5/6 **5** Man trägt zunächst den y-Achsenabschnitt $t = 6$ im Koordinatensystem ein, d. h. den Punkt T (0 | 6).

Vom Punkt T aus trägt man ein Steigungsdreieck ein: $m = -2{,}5 = -\frac{5}{2}$, z. B. zwei Kästchen in positive x-Richtung und fünf Kästchen in negative y-Richtung. Man erhält so den Punkt P (1 | 3,5).

Anschließend zeichnet man eine Gerade durch die Punkte T und P.

Alternativ könnte man einen zweiten Punkt durch Einsetzen in den Funktionsterm ermitteln.

K4/5 **6** **a) Rechnerische Lösung:**

$m = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} = \frac{-5-(-6)}{-3-2} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$

Einsetzen von m und P (oder Q) in

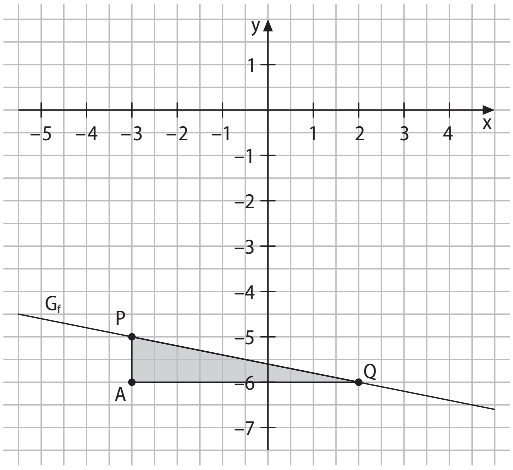
$y = mx + t$: $-5 = -\frac{1}{5} \cdot (-3) + t$

$\Rightarrow\ t = -5 - \frac{3}{5} = -5{,}6$

Angabe der Funktionsgleichung:

$y = \frac{1}{5}x - 5{,}6$

Graphische Lösung: Zeichne beide Punkte in ein Koordinatensystem ein, lies m und t ab.



b) Rechnerische Lösung:

$m = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} = \frac{3-3}{2-(-4)} = \frac{0}{6} = 0$

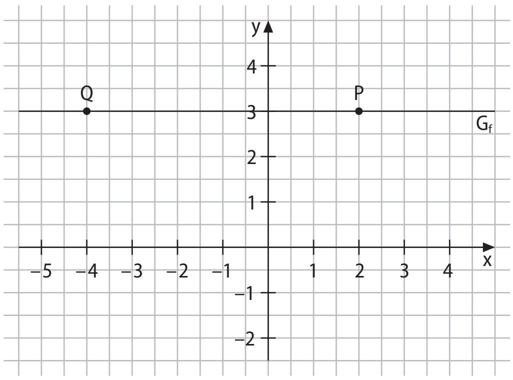
Einsetzen von m und P (oder Q) in

$y = mx + t$: $3 = 0 \cdot 2 + t \ \Rightarrow\ 3 = t$

Angabe der Funktionsgleichung:

$y = 3$

Graphische Lösung: Zeichne beide Punkte in ein Koordinatensystem ein, lies m und t ab.



K1/3 **7** **a)** Es handelt sich um eine lineare Funktion mit dem y-Achsenabschnitt $t = 2{,}7$ und der Steigung $m = 1{,}3$.

b) Es besteht Quotientengleichheit

$m = \frac{1{,}40}{1} = \frac{2{,}80}{2} = \frac{4{,}20}{3} = \frac{5{,}60}{4}$,

d. h. es liegt eine Ursprungsgerade vor (ein Spezialfall einer linearen Funktion).

c) Es besteht keine Quotientengleichheit, z. B. gilt $m_1 = \frac{24}{20} = 1{,}2$ und $m_2 = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$.

Es liegt keine lineare Funktion vor.

K1/6 **8** **a)** Setze x_A in den Funktionsterm ein: $y = 3 \cdot (-5) - 14 = -15 - 14 = -29 < 1$.

Der Funktionswert ist kleiner als der y-Wert des Punktes A, d. h. der Punkt A liegt über dem Graphen der Funktion.

b) $y = -2x - 9$, da m und der Schnittpunkt mit der y-Achse gegeben sind.

Setze x_A in den Funktionsterm ein: $y = -2 \cdot (-5) - 9 = 10 - 9 = 1$.

Der Funktionswert entspricht dem y-Wert des Punktes A, d. h. der Punkt liegt auf dem Graphen der Funktion.

K4/5 **9 a)** $f(x) = 0$

$-4x + 6 = 0 \quad | + 4x$

$6 = 4x \quad | : 4$

$\frac{6}{4} = x$

Die Funktion f besitzt die Nullstelle $x_N = 1{,}5$; G_f schneidet die x-Achse in $N(1{,}5\,|\,0)$.

b) Die Funktionen f und g besitzen die gleiche Steigung: $m = -4$.

Setze m und $P(-2\,|\,4)$ in den Funktionsterm $y = mx + t$ ein:

$4 = -4 \cdot (-2) + t$

$4 = 8 + t \quad | - 8$

$t = -4$

g: $y = -4x - 4$

c) Setze die beiden Funktionsterme gleich:

$-4x + 6 = 2x + 3 \quad | + 4x - 3$

$3 = 6x \quad | : 6$

$0{,}5 = x$

Setze den x-Wert in eine Funktionsgleichung ein:

$h(0{,}5) = 2 \cdot 0{,}5 + 3 = 4$

Die Graphen der Funktionen schneiden sich im Punkt $S(0{,}5\,|\,4)$.

Probe: $f(0{,}5) = -4 \cdot 0{,}5 + 6 = 4$ ✓

K3/6 **10 a)** x: Anzahl der verbrauchten GB;

y: entstehende Kosten pro Monat in €

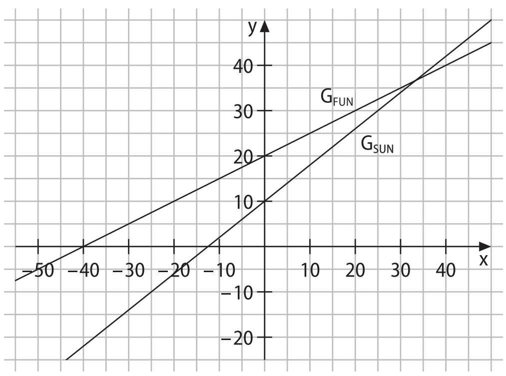
FUN: $y = 19{,}99 + 0{,}5x$

SUN: $y = 9{,}99 + 0{,}8x$

c) Verbraucht man wenig Datenvolumen, so ist der Tarif SUN aufgrund der niedrigeren Grundgebühr günstiger. Verbraucht man exakt $33\frac{1}{3}$ GB, so entstehen bei beiden Tarifen die gleichen Kosten.

Verbraucht man mehr als $33\frac{1}{3}$ GB, so ist der Tarif FUN günstiger.

b)

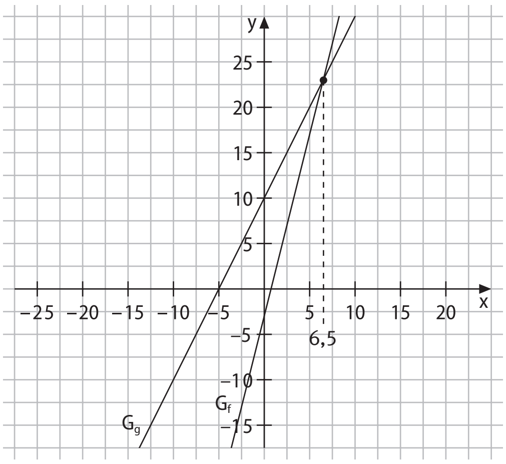


K4/5 **11 a)** $4x - 3 < 2x + 10 \quad | - 2x + 3$

$2x < 13 \quad | : 2$

$x < 6{,}5$

$L = \,]-\infty; 6{,}5[$



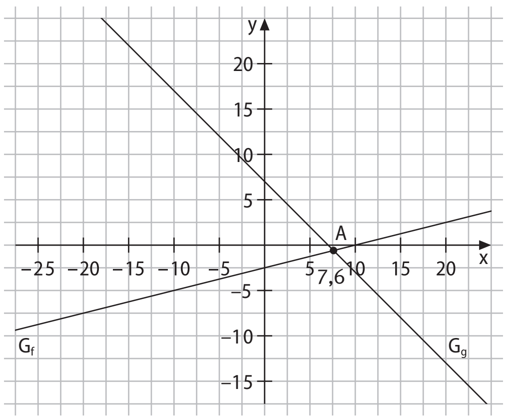
b) $0{,}25(x - 10) \geq 7 - x$

$0{,}25x - 2{,}5 \geq 7 - x \quad | + x + 2{,}5$

$1{,}25x \geq 9{,}5 \quad | : 1{,}25$

$x \geq 7{,}6$

$L = [7{,}6; \infty[$



Aufgaben für Lernpartner

K 1/6 **A** Die Aussage ist richtig. Jede direkt proportionale Zuordnung besitzt als Graph eine Ursprungsgerade und ist ein Spezialfall einer linearen Funktion.

K 1/6 **B** Die Aussage ist richtig. Einem x-Wert werden mehrere y-Werte zugeordnet, so dass die Zuordnung keine Funktion ist.

K 1/6 **C** Die Aussage ist richtig. Jeder Zahl wird eindeutig ihr dritter Teil zugeordnet, d. h. die Zuordnung kann eindeutig durch die Funktionsgleichung $y = \frac{1}{3}x$ beschrieben werden.

K 1/6 **D** Die Aussage ist falsch. Mögliches Gegenbeispiel: Die Funktion $g: x \mapsto x + 3$ ist eine lineare Funktion, welche die y-Achse im Punkt $T(0|3)$ schneidet.

K 1/6 **E** Die Aussage ist falsch. Wird bei einer direkt proportionalen Zuordnung die Ausgangsgröße geviertelt, so gilt dies auch für die zugeordnete Größe.

K 1/6 **F** Die Aussage ist richtig. Addiert man auf beiden Seiten der Ungleichung 2x, so erhält man die äquivalente Ungleichung $4 < \frac{1}{2}$, deren Aussage falsch ist.

K 1/6 **G** Die Aussage ist richtig. Setzt man die Funktionsgleichung gleich null und löst die Gleichung, so erhält man $x = 0{,}25$.

K 1/6 **H** Die Aussage ist richtig. Man kann eine Gerade durch beide Punkte zeichnen und hieraus die Steigung m und den y-Achsenabschnitt t eindeutig ablesen. Gleiches gilt für die rechnerische Bestimmung der beiden Parameter.

K 1/6 **I** Die Aussage ist richtig. Man kann mithilfe der Steigung und des gegebenen Punktes den y-Achsenabschnitt t eindeutig zeichnerisch und rechnerisch ermitteln.

K 1/6 **J** Die Aussage ist richtig. Jede lineare Funktion ist eine Zuordnung, die jedem x-Wert genau einen y-Wert zuordnet.

K 1/6 **K** Die Aussage ist falsch. Besitzt die lineare Funktion die Steigung $m = 0$, so verläuft ihr Graph parallel zur x-Achse und besitzt keine Nullstelle.

K 1/6 **L** Die Aussage ist falsch. Erhöht man den x-Wert der Funktion um 1, so muss man den y-Wert um 3 vermindern.

K 1/6 **M** Die Aussage ist falsch. Es gilt keine Quotientengleichheit, denn z. B. ist $m_1 = \frac{1}{1}$ und $m_2 = \frac{4}{2} = 2$.

K 1/6 **N** Die Aussage ist falsch. Der Schnittpunkt der linearen Funktion $f: x \mapsto 2x + 4$ mit der y-Achse ist der Punkt $T(0|4)$.

K 1/6 **O** Die Aussage ist richtig. Die Grundgebühr legt den y-Achsenabschnitt der zugehörigen linearen Funktion fest.

K 1/6 **P** Die Aussage ist falsch. Mögliches Gegenbeispiel:
$2 - x < 1 - x$ hat keine Lösung, da $2 < 1$ eine falsche Aussage ist.

K 1/6 **Q** Die Aussage ist falsch. Es gilt $x < -\frac{1}{2}$ und somit $L =]-\infty; -0{,}5[$.